

‘Η ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΑΝ ΜΕΣΟ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗΣ ΤΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ’

Εφαρμογή: στο «λάθος» του μαθητή στην πράξη της «αφαίρεσης» των φυσικών αριθμών’

Ευγένιος Αυγερινός

Αν. Καθηγητής, Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Εργαστήριο Μαθηματικών, Διδακτικής και Πολυμέσων, Λεωφόρος Δημοκρατίας 1, 85100 Ρόδος

eavger@rhodes.aegean.gr

Ανδρέας Μαρίνος(*)

Υποψ. Διδάκτορας, Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Εργαστήριο Μαθηματικών, Διδακτικής και Πολυμέσων, Λεωφόρος Δημοκρατίας 1, 85100 Ρόδος

marinos@rhodes.aegean.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα εργασία ασχολείται με την διαμόρφωση της διδασκαλίας στην πρώτη (Α΄) τάξη του γυμνασίου μέσα από την αξιολόγηση.

Χωρίζεται σε δύο μέρη. Στο πρώτο γίνεται μια γενική αναφορά στην διαμόρφωση της διδασκαλίας μέσα από την αξιολόγηση. Στο δεύτερο μέρος πραγματεύεται μια ενότητα από το βιβλίο της Α Γυμνασίου που αναφέρεται στην αφαίρεση φυσικών αριθμών, όπου ο καθηγητής καθοδηγεί την διδασκαλία του μέσα από τις αδυναμίες που διαπίστωσε ότι έχουν οι μαθητές. Διατυπώνεται η ιδέα της ενσωμάτωσης των στοιχείων της διδασκαλίας μέσα από τις πρακτικές της αξιολόγησης, δηλαδή στην διαμόρφωση της διδασκαλίας με στοιχεία που έχουμε πάρει από την αξιολόγηση. Αυτό το κάνουμε χρησιμοποιώντας αποτελέσματα ερωτήσεων ή ασκήσεων που υποβάλλουμε στους μαθητές. Εάν οι μαθητές δεν λύσουν μια άσκηση ή ένα πρόβλημα, αυτό μπορεί να οφείλεται σε διάφορους λόγους όπως: η έλλειψη γνώσεων προαπαιτούμενων και ικανών να οικοδομήσουν μια καινούργια ενότητα, ‘το γνωστικό φορτίο’, κλπ. Άλλοτε πάλι οι μαθητές χρησιμοποιούν στοιχεία του οικείου τους περιβάλλοντος τους για να ερμηνεύσουν το πρόβλημα. Ο εκπαιδευτικός με κύρια όπλα του τα μέσα που του έχουν διαθέσει οι φορείς της πολιτείας για την επίτευξη του διδακτικού του στόχου διαμορφώνει την διδασκαλία για τον κάθε μαθητή ξεχωριστά, όσο είναι αυτό μπορεί να γίνει εφικτό. Επιχειρεί να συλλάβει μέσα από την διαδικασία της αξιολόγησης ακόμα και τη μικρότερη ένδειξη προϋπάρχοντος γνωστικού κενού ή λανθασμένης αναπαράστασης ή διαφορετικού τρόπου σκέψης που χρειάζεται για να λυθεί κάποιο πρόβλημα. Μόλις το δει προσπαθεί να το διορθώσει.

0. Εισαγωγή.

Βασικό αντικείμενο της εργασίας αυτής είναι η ανίχνευση της μεθοδολογίας, αλλά και των εμποδίων που δυσκολεύουν τους μαθητές στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Αυτά τα στοιχεία θα αποτελέσουν την βάση για την λήψη παιδαγωγικών και διδακτικών αποφάσεων. Ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να κατανοήσει τις ικανότητες του κάθε μαθητή ξεχωριστά. Γνωρίζει τις προϋποθέσεις που είναι αναγκαίες, για να εισαχθεί σε μια καινούργια ενότητα. Τα παραπάνω μπορούν να επιτρέψουν στον εκπαιδευτικό να παρεμβαίνει στη μαθησιακή διαδικασία, να εξατομικεύει τις διδακτικές του ενέργειες και να προσφέρει συμπληρωματική βοήθεια και καθοδήγηση στους μαθητές που την έχουν ανάγκη (βλέπε Αξιολόγηση των μαθητών Ενιαίου Λυκείου [1]). Η εργασία αυτή θα αποτελέσει το θεωρητικό υπόβαθρο για μια πειραματική έρευνα που θα πραγματοποιηθεί σε σχολεία.

Ήδη από την δεκαετία του 1930 με πρωτεργάτη τον Vygotsky[23] έγινε προσπάθεια για χρησιμοποίηση των πορισμάτων της αξιολόγησης στην διδασκαλία. Ο σκοπός, το είδος, ο τρόπος της διδασκαλίας καθορίζεται σε γενικές γραμμές από τις εκπαιδευτικές αρχές, με δυνατότητα επέμβασης σε μια μη-προκαθορισμένη μορφή, από τον εκπαιδευτικό, αρκεί να μην γίνεται εκτροπή από τους στόχους που έχουν τεθεί. (Feuerstein et Al, [16]). Έτσι με το καθορισμό των

στόχων σε γενικό πλαίσιο, οδηγούμαστε σε μια δυναμική έκφραση της αξιολόγησης, και κατόπιν μέσω αυτής έχουμε τη δυνατότητα να επέμβουμε στην διδασκαλία.

Με τα παραπάνω εννοούμε ότι επιδίωξή μας είναι να έχουμε μια πληρέστερη εικόνα των δομών σκέψης του παιδιού και της λειτουργίας του εγκεφάλου όταν τίθεται ενός είδους πρόβλημα και, με βάση τα στοιχεία αυτά, να διερευνήσουμε τα μαθησιακά εμπόδια που αντιμετωπίζει - τις ανεπαρκείς γνωστικές λειτουργίες που έχει και έτσι να βελτιώσουμε τη διάγνωση των μαθησιακών του δυσκολιών. Αρωγός σε μια τέτοια προσπάθεια είναι σήμερα και οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές με τη χρήση εξειδικευμένου λογισμικού το οποίο επιχειρεί να προσφέρει διαδικασίες και επίπεδα εκμάθησης μετά από μια διαδικασία αξιολόγησης.

1. Τι αξιολογούμε

Για τους μαθητές το πρώτο πράγμα που αξιολογούμε είναι η κατανόηση της γνώσης θέματος, δηλωτικής και διαδικαστικής, όπως υπογραμμίζεται συχνά στη βιβλιογραφία (βλέπε Bain & Schnewly, [13]).

Το δεύτερο πράγμα που αξιολογούμε είναι κατά πόσο οι σημαντικοί στόχοι της ενότητας που επεξεργάζεται έχουν γίνει κτήμα του μαθητή και μπορεί να διαπραγματευθεί παρόμοια προβλήματα (με αυτούς τους στόχους). Το τρίτο πράγμα που αξιολογούμε είναι κατά πόσο ο μαθητής μπορεί και αναγνωρίζει ότι σε άλλα αντίστοιχα προβλήματα χρειάζεται παρόμοια επίλυση (recognition of functional). Εδώ μπορούμε να περιλάβουμε και γενικές ερωτήσεις (generalization), όπου εξετάζονται θέματα σύγκρισης, διαφοροποίησης και αφαιρετικής ικανότητας του μαθητή.

Η αξιολόγηση αυτής της μορφής δεν έχει στόχο να δούμε τη πρόοδο του κάθε μαθητή αποκλειστικά αλλά κατά πόσο ανταποκρίθηκε επιτυχώς στα διαφορετικά σχέδια διδασκαλίας που υιοθετεί ο δάσκαλος. (βλέπε Wood D., Bruner, J.S. and Ross, G., [24] και εκτενέστερα (Linda Allal and Greta Pelgrims Ducrey [9]).

Το παραπάνω θα μπορούσαμε να το λέγαμε με διαφορετικά λόγια αλληλεξάρτηση της εκμάθησης και των διαδικασιών εκμάθησης. Επιπλέον είναι απαραίτητο να αξιολογηθεί η δυνατότητα που έχει ένας μαθητής να ανταποκριθεί επιτυχώς σε μία καινούργια διδακτική ενότητα. Αυτό θα μπορούσε να γίνεται στα πλαίσια ενός ολόκληρου εκπαιδευτικού συστήματος.

Έτσι θα λέγαμε ότι η αξιολόγηση λαμβάνει υπόψη τα αποτελέσματα της διδασκαλίας και τα συγκρίνει με τα αποτελέσματα ενός εκπαιδευτικού συστήματος υποστήριξης (Salomon, Perkins & Globerson, [21]).

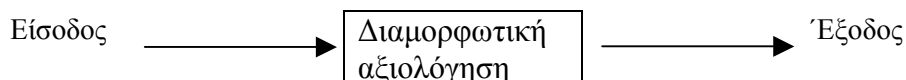
Η αξιολόγηση κρίνει αν τα διάφορα μέρη της διδασκαλίας είναι ικανά και συνδέονται κατά τέτοιο τρόπο ώστε να γίνεται ένας έλεγχος της παρεχόμενης διδασκαλίας με το ζητούμενο αποτέλεσμα ή μια καθοδήγηση της διδασκαλίας ώστε αυτή να προσαρμοστεί στις ιδιαιτερότητες που έχει κάθε μαθητής.

Αν θέλαμε να παραστήσουμε την διαμορφωτική αξιολόγηση σαν ένα σύστημα θα λέγαμε ότι έχει είσοδο την διδασκαλία (με ό,τι αυτή συνοδεύεται) και έξοδο την «απόκριση του». (σχήμα 1)

Ανάδραση ή ανατροφοδότηση της διδασκαλίας καλείται η ιδιότητα την οποία έχει ένα κλειστό σύστημα διαμορφωτικής διδασκαλίας να συγκρίνει το αποτέλεσμα της διδασκαλίας με την παρεχόμενη διδασκαλία και βάσει της συγκρίσεως αυτής να φτιάχνει-επιλέγει-διαμορφώνει μια άλλη παρεχόμενη διδασκαλία.

Με την διαμορφωτική αξιολόγηση γενικότερα θα λέγαμε ότι υπάρχει ανασύζευξη - ανατροφοδότηση μια και περιλαμβάνει μια κλειστή διαδοχή σχέσεων αιτίου και αποτελέσματος μεταξύ των μεταβλητών αυτού. Επιχειρούμε να διαπιστώσουμε ποιο ποσοστό γνώσεων από τους μαθητές έγινε κτήμα τους, αλλά και να αξιολογήσουμε ό,τι είχε σχέση με τους παράγοντες αυτής της διδασκαλίας, άρα μπορούμε να θεωρήσουμε την διδασκαλία, τις μεθόδους διδασκαλίας, σαν είσοδο της αξιολόγησης, ενώ σαν έξοδο αυτής μπορούμε να θεωρήσουμε το αποτέλεσμα της.

Έτσι η μέτρηση της διαφοράς της εξόδου από την είσοδο ωθεί στην ανεύρεση άλλων μορφών διδασκαλίας για τη μείωση της διαφοράς (κατά κάποιο τρόπο σε αναλογία με το θεωρητικό πλαίσιο που θέτει η Θεωρία για τα Συστήματα Αυτόματου Ελέγχου βλέπε πχ Τζαφέστας [7]).



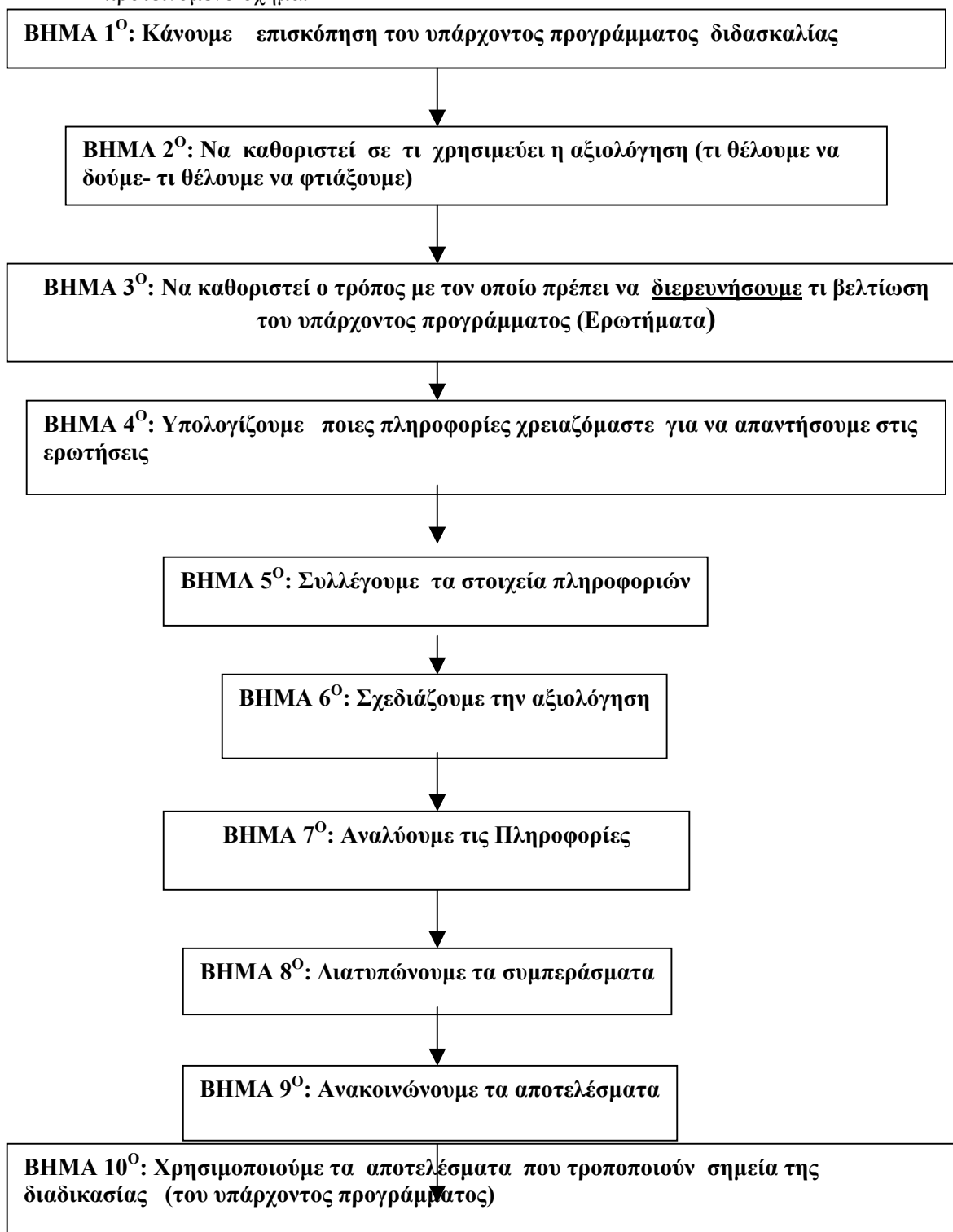
Σχήμα 1

Είναι αποδεκτό σήμερα ότι η αξιολόγηση είναι διαδικασία που δείχνει τον βαθμό επιτεύξης δεδομένου αρχικού στόχου, π.χ. η προσπάθεια ή το πρόγραμμα απέτυχε ή επέτυχε πλήρως, μερικά ή ελάχιστα, δηλαδή είναι το αποτέλεσμα συστηματικής και με συγκεκριμένο στόχο οργανωμένης προσπάθειας που δεν χρησιμεύει μόνο σαν μέσο εκτιμήσεως του βαθμού επιτεύξης του αρχικού αυτού στόχου, αλλά παράλληλα συνιστά και τη διαδικασία ελέγχου της καταλληλότητας του όλου προγράμματος και της αποτελεσματικότητας των μέσων και μεθόδων που χρησιμοποιούνται.

Σε ιδιαίτερα σημαντικά προγράμματα είναι μάλιστα δυνατό να γίνεται αρχικά πειραματική δοκιμασία διαφόρων μεθόδων και τρόπων ενέργειας και αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας τους για να επιλεγεί τελικά η καταλληλότερη τακτική δράσεως.

Άλλοτε πάλι γίνεται σταδιακή εφαρμογή του προγράμματος με παράλληλη ενδιάμεση αξιολόγηση κάθε φάσης για να διορθωθούν ενδεχόμενες αρχικές ατέλειες ή λάθη και να επέλθουν τροποποιήσεις και αλλαγές, που κρίνονται απαραίτητες. Η συλλογή τέτοιου είδους πληροφοριών αποτελεί σημαντικό μηχανισμό για λήψη εναλλακτικών αποφάσεων (βλέπε Κασσωτάκης [3]).

Στην πραγματικότητα, κάθε αξιολόγηση είναι ελαφρώς διαφορετική από αυτό το προτεινόμενο σχήμα.



Η παραπάνω σχηματική παράσταση αξιολόγησης μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τη εκτίμηση και άλλων παραμέτρων που επηρεάζουν την διδασκαλία των μαθητών στα σχολεία, όπως οι κτιριακές εγκαταστάσεις, η επαγγελματική κατάρτιση των δασκάλων, ο αριθμός τους, η ποιότητα του σχολικού εξοπλισμού, η έγκαιρη παραλαβή αυτού, η χρήση του εξοπλισμού και εποπτικού υλικού σύμφωνα με το πρόγραμμα (βλέπε Παιδαγωγικό Ινστιτούτο [2] και Υπουργείο Παιδείας Η.Π.Α. στο An Educator's Guide to Evaluating the Use of Technology in Schools and Classrooms [12]).

Συμπερασματικά οι διαμορφωτικές αξιολογήσεις είναι χρήσιμες διότι:

- Βοηθούν στον εντοπισμό προβλημάτων της διαδικασίας αξιολόγησης
- Συμβάλουν στην βελτίωση των προγραμμάτων αξιολόγησης
- Συνδράμουν ώστε οι μαθητές να επιτύχουν καλύτερη συνολική αξιολόγηση (αθροιστική αξιολόγηση).

Η αξιολόγηση βοηθά να κατανοήσουμε πως αντιμετωπίζει ο μαθητής ένα μαθηματικό πρόβλημα, τι σκέφτεται, πως μπορεί ο εκπαιδευτικός να προγραμματίσει την διδασκαλία που είναι ιδανικότερη σε κάθε περίπτωση.

Ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να αποσαφηνίσει αυτό που εμποδίζει τους μαθητές να οικοδομήσουν την καινούργια γνώση και να τους βοηθήσει να αποκτήσουν εμπιστοσύνη στην δόμηση νέων ιδεών, με το να τους ενημερώνει με τις δικές του διαδικασίες σκέψης και να τους ενθαρρύνει να σκεφτούν και ταυτόχρονα να μπορούν οι ίδιοι οι μαθητές να αξιολογούν αυτό που σκέφτονται. Η ανάδειξη του τρόπου σκέψης των μαθητών μπορεί να συμπληρωθεί με την καταγραφή και την κωδικοποίηση τους (Κόκοτας [4]).

Ο μαθητής έτσι αναγνωρίζεται ότι δεν είναι απλά ένας δέκτης μαθηματικών πληροφοριών που του δίνονται από τον δάσκαλο με την μορφή αφήγησης ή ερωταπόκρισης αλλά μπορεί ο ίδιος να κατασκευάζει δυναμικά την μαθηματική γνώση. Μπορεί με αυτό τον τρόπο να διαμορφώσει μια δική του μαθηματική συμπεριφορά μέσα από την οργάνωση της προσωπικής του δραστηριότητας και των δικών του εμπειριών. Η θεωρία οικοδόμησης της γνώσης προσφέρεται σε κάτι τέτοιο (Τζεκάκη [6]).

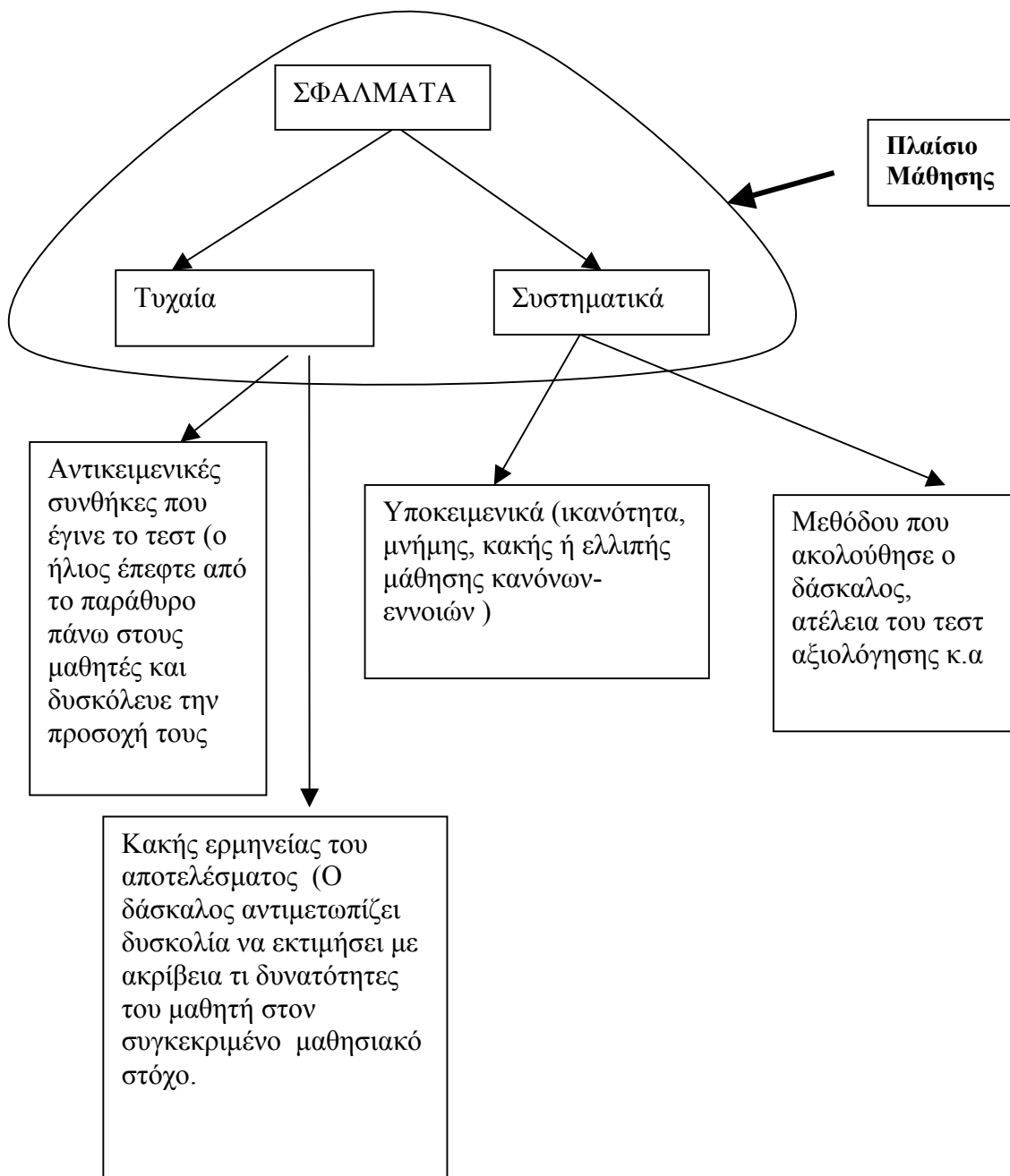
Έτσι θα λέγαμε ότι σημαντικό ρόλο στην διαδικασία διδασκαλίας του διαδραματίζουν οι προϋπάρχουσες γνώσεις και οι ικανότητες που έχουν οι μαθητές και μπορεί να προέρχονται είτε από το σχολείο είτε έξω από αυτό. Αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει για την διδασκαλία να είναι γνωστές οι προϋπάρχουσες γνώσεις και οι ικανότητες των μαθητών ώστε η διδασκαλία να δομηθεί με βάση αυτές. Για παράδειγμα οι άτυπες στρατηγικές που χρησιμοποιούν οι μαθητές για να λύνουν προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης (π.χ. με χρήση των δακτύλων, πιάτων κ.α.) μπορεί να αποτελέσουν το εφελτήριο για να κάνουμε εισαγωγή σε αυτές τις πράξεις (Λεμονίδης [5]).

Ήδη στα μαθηματικά από τις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου, με ανάλογο τρόπο, αν ο μαθητής δεν γνωρίζει πως εκτελούνται πράξεις σε μια παράσταση και κάνει λάθος, πρέπει να γίνεται ανακατασκευή της προϋπάρχουσας γνώσης.

Η διαμορφωτική αξιολόγηση επιδιώκει να παρέχει μια πληρέστερη εικόνα των δομών και της λειτουργίας της σκέψης του μαθητή και με βάση τα στοιχεία αυτά, να διαγνώσει τις μαθησιακές δυσκολίες (που δηλαδή ο μαθητής «βρίσκει εμπόδια») ώστε να βοηθηθεί να κατακτήσει την καινούργια γνώση. Ο εκπαιδευτικός είναι αυτός που αναλαμβάνει να διαγνώσει τις ελλείψεις που συνοδεύουν τον κάθε μαθητή με διάφορα τεστ ακόμα και με την χρήση σύγχρονης τεχνολογίας (ηλεκτρονικοί υπολογιστές και εκπαιδευτικό λογισμικό) για να επιτευχθούν οι στόχοι της διδασκαλίας (Feuerstein, [16]). Μπορούμε λοιπόν να κατασκευάσουμε και γενικά πρότυπα των διαφορών με τις οποίες ομάδες μαθητών αντιμετωπίζουν-κατανοούν μία μαθηματική έννοια ή τον τρόπο επίλυσης μίας άσκησης. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να φτιάξει τυποποιημένα δικά του πλαίσια διδασκαλίας ανάλογα με τα γενικά πρότυπα των διαφορών των ομάδων των μαθητών, στο περιεχόμενο και τον τρόπο εφαρμογής τους ώστε να εξασφαλιστεί αυστηρά μια μετέπειτα σύγκριση των αποτελεσμάτων της διδασκαλίας των μαθητών (βλέπε Campione, J.C. and Brown, A.L., [14] και Linda Allal [9]).

2. Διάκριση των σφαλμάτων των μαθητών

Κατά την εξέταση των τεστ αξιολόγησης μπορούμε να τα διακρίνουμε σφάλματα τυχαία και συστηματικά. Η διάκριση των δύο ειδών σφαλμάτων στα τεστ αξιολόγησης και η πιθανότητα προέλευσης δίνεται συνοπτικά στο διάγραμμα που ακολουθεί. (Σε αναλογία με το βιβλίο των ηλεκτρικών μετρήσεων Τούλογλου Σ. [8])



Παρακάτω θα ασχοληθούμε με την αιτία προέλευσης των σφαλμάτων που κάνουν οι μαθητές. Η ανακάλυψη της αιτίας των σφαλμάτων μπορεί να διαγνωστεί με την βοήθεια της αξιολόγησης. Η διδασκαλία στην συνέχεια θα πρέπει να διαμορφωθεί με τέτοιο τρόπο ώστε να βοηθήσει τον μαθητή να μην επαναλάβει τα ίδια λάθη. Η ανακάλυψη γιατί οι μαθητές επιλέγουν μια συγκεκριμένη απάντηση θα μας βοηθήσει να διδάξουμε σωστά.

2.1.Συστηματικά λάθη

Από την ύλη του βιβλίου μαθηματικών της Α Γυμνασίου θα εξετάσουμε, ένα απλό σχετικά θέμα, την αφαίρεση των φυσικών αριθμών. Οι ασκήσεις που τίθενται είναι παρόμοιες με αυτές του σχολικού βιβλίου. Στην εργασία αυτή γίνονται υποθέσεις για τις πιθανές απαντήσεις που θα έδιναν οι μαθητές. Σχολιάζονται τα πιθανά αποτελέσματα των απαντήσεων των μαθητών, αλλά και ποιο είδος διδασκαλίας μπορεί να διαμορφωθεί με αυτές τις απαντήσεις αυτές. Σε μεταγενέστερη εργασία όταν θα έχει ολοκληρωθεί η έρευνα σε σχολεία της Δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης θα εξετάσουμε τον βαθμό ανταπόκρισης-επαλήθευσης των υποθέσεών μας. Παρουσιάζουμε την εφαρμογή του βιβλίου σελ 39 και συμπληρώνουμε κάποιες άλλες ερωτήσεις.

Άσκηση α:

Να αφαιρεθεί το 18 από το 33 και να γίνει επαλήθευση.

Άσκηση β:

Να γίνουν οι πράξεις 18-(19-11) και οι πράξεις

$$A=18-(-9-11)$$

$$B=18-(29+21)$$

$$Γ=(5+2-2)-7-(2+3)$$

$$Δ=(-2-3-2)-(-2-4)$$

$$E=2-(3+1)$$

Άσκηση γ:

Ένα αστικό λεωφορείο, όταν ξεκίνησε από την αφετηρία είχε 30 επιβάτες.

Στην πρώτη στάση κατέβηκαν οι μισοί και ανέβηκαν 3.

Στην δεύτερη στάση κατέβηκαν 10 και ανέβηκαν 13.

Στην Τρίτη στάση κατέβηκαν 17 και ανέβηκαν 14.

Η επόμενη στάση ήταν το τέρμα. Να υπολογίσετε πόσα άτομα κατέβηκαν στο τέρμα.

Όσο αφορά την άσκηση α θα έχουμε (μια μορφή λύσης) $X=33-18$, που όταν ο αριθμός X προστεθεί με το 18 μας δίνει άθροισμα 33, συμβολίζεται σαν $X=33-18$ όπου οι μαθητές θα πρέπει να κάνουν την πράξη της αφαίρεσης και να βρουν ότι ο ζητούμενος αριθμός είναι το 15 ($33-18=15$ γιατί $18+15=33$). Κατ' επέκταση είναι και η εφαρμογή B (της σελ 40 του σχολικού βιβλίου) όπου γίνονται οι πράξεις μέσα στην παρένθεση και έπειτα θα θεωρηθεί η παρένθεση σαν αφαιρετέος και θα ακολουθηθεί η προηγούμενη διαδικασία. Επιπρόσθετα εδώ ο μαθητής πρέπει να γνωρίζει τις ιδιότητες των πράξεων της πρόσθεσης και της αφαίρεσης.

2.1.1. Γνωστικό φορτίο (cognitive load)

Γενικά οι μαθητές θα πρέπει:

A. Να κάνουν αφαίρεση

B. Όταν έχουν δύο αριθμούς M (μειωτέος) και A (αφαιρετέος) να βρίσκουν ένα αριθμό Δ (διαφορά) που όταν προστεθεί στον αφαιρετέο να δίνει άθροισμα τον μειωτέο.

Γ. Να εκτελούν σωστά την πράξη της αφαίρεσης που έχουν μάθει από το δημοτικό

Δ. Να ξέρει να προσθέτει χρησιμοποιώντας τέσσερις συνδυασμούς αν τους δοθούν δύο όροι μέσα στην παρένθεση

E. Αν θέλει να απαλείψει την παρένθεση να αλλάξει όλα τα πρόσημα που είναι μέσα στην παρένθεση, αν μπροστά της ήταν αρνητικό πρόσημο.

ΣΤ. Τον ρόλο της πράξεως του πολλαπλασιασμού, και τους συνδυασμούς των προσήμων

Στο τρίτο αλλά και στα άλλα δύο προβλήματα περισσότερο φαίνεται ότι ο μαθητής θα πρέπει να σκεφτεί ποια πράξη πρέπει να κάνει, γιατί την κάνει, πως θα το παρουσιάσει, αν είναι σωστή εννοιολογικά μια τέτοια ενέργεια.

Αυτή η προσπάθεια ανάλυσης του προβλήματος μπερδεύει τον μαθητή στο να επιλέξει μια σωστή στρατηγική επίλυσης του προβλήματος σύμφωνα με τους Ayres & Sweller [11]). Γι' αυτούς τα λάθη αυτά έγιναν όχι γιατί οι μαθητές δεν ήξεραν να κάνουν αφαίρεση ή γιατί δεν αναγνώρισαν ότι έπρεπε να κάνουν αφαίρεση, αλλά επειδή είδαν το πρόβλημα σαν άγνωστη κατάσταση και δυσκολεύτηκαν και επειδή οι μαθητές δεν είχαν μάθει να σκέφτονται και να συνδυάζουν πολλά πράγματα μαζί. Ο μαθητής δηλαδή έπρεπε να ανακαλεί στην μνήμη του περισσότερα πράγματα από ότι ήταν δυνατό να 'επεξεργαστεί' με αποτέλεσμα να γίνονται λάθη.

Μπορούν να διατυπωθούν παρόμοια προβλήματα με μια άλλη πολυπλοκότητα για να προκληθούν ‘γνωστικά φορτία’ στους μαθητές. Έτσι μπορούμε να διαπιστώσουμε το παραπάνω αν ζητήσουμε οι μαθητές να αφαιρέσουν αριθμούς προφορικά, για παράδειγμα διψήφιους.

24	47	27
-22	-41	-18
2	6	9

Υποθέτουμε ότι ο μαθητής του τρίτου υπολογισμού θα δυσκολευτεί περισσότερο μιας και οφείλει να προσθέσει τον αριθμό 1 μπροστά από το 7 και τη μετατροπή του 7 σε 17 για να πραγματοποιηθεί η αφαίρεση. Επίσης η αφαίρεση του αφαιρετέου από τον μειωτέο και η προσθήκη της μονάδας στην δεκάδα (δηλαδή το 1 θα γίνει 2) δημιουργεί στους μαθητές ‘γνωστικό φορτίο’ αρκετά βαρύ που αναγκάζει να χαθούν προσωρινές πληροφορίες και παρεμποδίζει τον χειρισμό πληροφοριών από τη μακροπρόθεσμη μνήμη (Ayres & Sweller, [11]). Ένα ‘γνωστικό φορτίο’ μπορεί να αποβεί μοιραίο όχι μόνο στη επίλυση ενός προβλήματος, αλλά και στην εκτέλεση μιας απλής πράξης. Ακόμα και στις δύο πρώτες περιπτώσεις των προφορικών πράξεων υπάρχει διάκριση στον πληθυσμό λαθών στους μαθητές. (δες και Ayres P. [10]).

2.1.2. Δυσκολία στις έννοιες: Οι μαθητές μπορεί να έχουν μεγάλη δυσκολία στην κατανόηση εννοιών της άλγεβρας. Έτσι για παράδειγμα στην ομάδα ασκήσεων Β και στην β άσκηση, γίνεται προσπάθεια να αξιολογήσουμε αν οι μαθητές έχουν κατανοήσει τον αλγεβρικό χειρισμό πράξεων με αρνητικά πρόσημα. Το -9 καθορίζει ότι ο πρώτος αριθμός μέσα στην παρένθεση είναι αρνητικός. Αντίθετα ο αρνητικός πριν από το 11 τον συνδέει με το -9 με την λειτουργία της αφαίρεσης. Αναμένεται λοιπόν ότι η επιλογή του πρόσημου, αλλά και της πράξης που πρέπει να γίνει, να είναι εννοιολογικά ένα δύσκολο σημείο, (σε συνδυασμό και με το πρόσημο που υπάρχει εκτός παρένθεσης), όπου ο μαθητής θα πρέπει ή να αλλάξει όλα τα πρόσημα μέσα στη παρένθεση αφού το πρόσημο μπροστά της ήταν αρνητικό ή αν κάνει πρώτα τις πράξεις μέσα στη παρένθεση να αλλάξει το πρόσημο του αριθμού μέσα στην παρένθεση. Ένας από τους λόγους αυτής της δυσκολίας είναι ότι τα μαθηματικά από την φύση τους διακρίνονται από μια συνοχή και συνεκτικότητά. Όλες οι μαθηματικές έννοιες βασίζονται στις προηγούμενές τους. Δεν υπάρχουν ανεξάρτητες ενότητες στα Μαθηματικά. Αντίθετα, όλα συνδέονται μεταξύ τους με ένα αυστηρά ιεραρχικό τρόπο. Είναι, επομένως, δυνατό, αφήνοντας κάποιος αδιευκρίνιστη την επίδραση του πρόσημου έξω από την παρένθεση ή μπροστά από ένα αριθμό να μην μπορέσει να κατανοήσει τις επόμενες ενότητες. Το γεγονός αυτό δημιουργεί πολλά κενά και άρα αδυναμία στην επεξεργασία της υπάρχουσας ενότητας.

Το πόσο εύκολα μπορεί ένας μαθητής να λύσει σωστά ένα πρόβλημα ή μια άσκηση αφαίρεσης εξαρτάται από την προσωπική εμπειρία του. Η γνώση λειτουργεί έτσι σε δύο επίπεδα, στο επίπεδο εμπειρικής σκέψης και στο επίπεδο θεωρητικής σκέψης. Από την πλευρά της εμπειρικής σκέψης ο στόχος κάποιου είναι να διασυνδέσει τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα της πραγματικότητας (παραδείγματος χάριν, με την παρατήρηση των ομοιοτήτων και των διαφορών μεταξύ των πραγμάτων), ενώ ο στόχος κάποιου στη θεωρητική σκέψη είναι να αναπαραγάγει την πραγματικότητα. Οι καθημερινές συλλήψεις επιτυγχάνονται γενικά μέσω της εμπειρικής σκέψης. Αντίθετα, οι επιστημονικές έννοιες επιτυγχάνονται συχνά μέσω της θεωρητικής σκέψης. Η θεωρητική σκέψη αποτελεί «εξειδίκευση της βασικής πτυχής της πρακτικής δραστηριότητας» (Davydov, V. [15]).

2.1.3. Μαθηματικές πτυχές του στόχου: Όταν ο εκπαιδευτικός δεν καθορίσει ρητά τους στόχους της διδασκαλίας ο μαθητής δυσκολεύεται να κατανοήσει το μάθημα. Δίνει δικές του ερμηνείες που απορρέουν από τον τρόπο που σκέφτεται (μαθηματικά) μέχρι εκείνη την χρονική στιγμή και που τον παρεμποδίζουν να σκεφθεί με βάση τα ιδιαίτερα στοιχεία της κάθε νέας ενότητας. Αδυνατεί να προσανατολιστεί συγκεκριμένα εκεί που τα ιδιαίτερα στοιχεία της νέας ενότητας στοχεύουν (βλ. Kazemi Elham [18]).

Ο εκπαιδευτικός πρέπει να δώσει στον κάθε μαθητή (ή συλλογικά σε ένα πλήθος μαθητών που τους ταξινομεί σύμφωνα με την παραπάνω περίπτωση) τέστ αξιολόγησης που να μπορεί με τα

αποτελέσματα τους να εκτιμήσει κατά πόσο αυτοί έχουν δώσει προσοχή στις μαθηματικές πτυχές του στόχου.

Η παραπάνω διαδικασία θα επιτρέψει στον εκπαιδευτικό να εκτιμήσει τη λογική και το πλαίσιο που κινείται η σκέψη των παιδιών και θα του επιτρέψει να ελέγξει την πρόοδο και τον ανταπόκριση της διδασκαλίας του μέχρι την στιγμή πριν να τελειώσει η διδασκαλία. Μια προσανατολισμένη προς την αξιολόγηση διαδικασία του κατά πόσο ο μαθητής έχει συλλάβει τους αντικειμενικούς στόχους της διδασκαλίας είναι αυτή κατά την οποία ο εκτιμητής κατασκευάζει μια διαδικασία για να επιτευχθεί ένας στόχος και χρησιμοποιεί αυτό τον στόχο ως οδηγό στη διαδικασία αξιολόγησης. Είναι γεγονός ότι κάθε μαθητής μπορεί να έχει μια διαφορετική αλυσίδα συλλογισμού, διαφορετικό γνωστικό χάρτη, στον οποίο πρέπει να ενσωματώνει ο εκπαιδευτικός τις διαδικασίες που θα ακολουθήσει για να πάρει ο μαθητής τους στόχους του προγράμματος.

Ένα απλό παράδειγμα σε ένα μαθητή δίνεται να υπολογίσει αποδείξει ότι το εμβαδόν δύο όμοιων τριγώνων μπορούν να σχηματίσουν ένα παραλληλόγραμμο.

2.1.4. Θεωρητική προσέγγιση της αφαίρεσης.

Κατά τους Rina Hershkowitz; Baruch B. Schwarz, Tommy Dreyfus [17], η αφαίρεση απαιτεί τη θεωρητική σκέψη, ενώ κατά την άποψη Davydov μπορεί επίσης να περιλάβει τα στοιχεία της εμπειρικής σκέψης. Έτσι μια διαδικασία αφαίρεσης οδηγεί μέσα από τις αρχικές ανεπεξέργαστες αφηρημένες οντότητες σε μια νέα δομή.

2.2. Τυχαία Λάθη

Τυχαία λάθη είναι αυτά που εμφανίζονται όταν εξαλειφθούν τα συστηματικά λάθη και εκδηλώνονται με μια ακανόνιστη διαφοροποίηση του αποτελέσματος. Συνήθως θεωρούμε ότι ο αριθμός των τυχαίων λαθών προκύπτει από το συνδυασμό διαφόρων αιτιών που παράγουν θετικό ή αρνητικό αποτέλεσμα με ίση πιθανότητα, όπως η ψυχολογική κατάσταση του μαθητή την ώρα της αξιολόγησης, οι κλιματολογικές συνθήκες που επικρατούν στην αίθουσα διδασκαλίας, το επίπεδο θορύβου, ο αριθμός των παρόντων μαθητών κ.τ.λ. ή και από έλλειψη προσοχής ή κεκτημένης ταχύτητας που είχε ο μαθητής την χρονική στιγμή της αξιολόγησης.

Για να μειωθεί η επίδραση των τυχαίων λαθών στην διαδικασία της αξιολόγησης θα πρέπει η εξέταση του μαθητή να επαναληφθεί σε μία άλλη χρονική στιγμή, με πανομοιότυπες ασκήσεις. Η διαφοροποίηση των λύσεων που υιοθετεί ο μαθητής από άσκηση σε άσκηση μας επιτρέπει στον εκπαιδευτικό να διακρίνει το τυχαίο λάθος.

Εάν τα λάθη στη αξιολόγηση του μαθητή είναι πραγματικά τυχαία, αυτά πρέπει να μην υπολογιστούν στην διαμόρφωση της διδασκαλίας μας παραπέρα. Πρέπει έτσι να επαναλάβουμε την αξιολόγηση ώστε να φθάσουμε σε μια "καλύτερη εκτίμηση" του διδακτικού αποτελέσματος.

2.3. Επιδράσεις στην ποσότητα συστηματικών και τυχαίων λαθών.

Οι παράγοντες που επιδρούν στη ποσότητα των συστηματικών και τυχαίων λαθών είναι το πλαίσιο(context) της μάθησης και της διδασκαλίας. Αυτό διαμορφώνεται από την κληρονομικότητα, τις εμπειρίες του κάθε μαθητή, τη γλώσσα, τα πρότυπα, τον τρόπο επικοινωνίας στο οικογενειακό του περιβάλλον.

Για παράδειγμα ένα παιδί που έχει μεγαλώσει στο περιβάλλον μίας εύπορης αλλά χαμηλού πνευματικού επιπέδου οικογένειας με χαμηλή εκτίμηση στην μόρφωση έχει αναπτύξει διαφορετικό τρόπο σκέψης και αντίληψης ως προς την αξία της εκπαίδευσης. Στη περίπτωση αυτή οι πιθανότητες να διαμορφωθεί μια διδασκαλία που να βοηθήσει τον μαθητή, παρά τις κάθε λογής διαγνώσεις, έχει σχετικά μικρές πιθανότητες επιτυχίας της (βλέπε και Κόκκοτας [4]).

Να επισημάνουμε εδώ ότι αν ένας μαθητής δεν μπορεί να αντεπεξέλθει με επιτυχία στη διαδικασία κατάκτησης ενός γνωστικού αντικείμενου εξαιτίας του γεγονότος ότι πολιτισμικοί παράγοντες και λόγοι που άπτονται σε ατομικά στοιχεία οδηγούν τον μαθητή σε χαμηλότερους ρυθμούς μάθησης, για παράδειγμα η χαμηλή νοημοσύνη του, αλλά η θέληση του και οι αξίες του για τη εκπαιδευτική διαδικασία είναι υψηλές, τότε παρ'όλα αυτά θα μπορούσε η διαμορφωτική αξιολόγηση να βοηθήσει να διαγνωστεί η αδυναμία του και να προχωρήσει τότε με άλλους ρυθμούς μάθησης, πιθανώς με κάποιους άλλους συμμαθητές του.

3. Ανάπτυξη της έρευνας για την αξιολόγηση

Σαν διαδικασία έρευνας υποβάλουμε ερωτήσεις για να δούμε αν οι μαθητές γνωρίζουν το αντικείμενο της αφαίρεσης των φυσικών και δεκαδικών αριθμών. Η εξέταση θα μπορούσε να γίνει την επόμενη ημέρα της διδασκαλίας ή όταν ο εκπαιδευτικός πρέπει να προχωρήσει σε ενότητα που προαπαιτεί γνώσεις του μαθήματος των φυσικών αριθμών.

Ζωτικής σημασίας ερωτήσεις είναι η διερεύνηση του κατά ποιον τρόπο δυσκολεύονται οι μαθητές και πως θα ερμηνεύσουν τις ενέργειες τους. Επίσης με ποιο τρόπο θα παρουσιάσουν τις λύσεις, αλλά και τα βήματα που ακολούθησαν για να φτάσουν στην λύση. Μπορεί να γίνει η παρουσίαση της διαδικασίας με την βοήθεια ηχογραφημένων στοιχείων (συνέντευξης) που θα ληφθεί από τους μαθητές. Επιλέγονται διαφορετικές τάξεις. Τα σχολεία επιλέγονται με κριτήριο το ενδιαφέρον τους για τη συμμετοχή στη μελέτη. Τα προβλήματα που επιλέγονται έχουν μια μορφή, όπως στο πρώτο μέρος της εργασίας. Στη πρώτη μορφή άσκησης οι μαθητές κλήθηκαν να την λύσουν. Κατά συνέπεια, η πρώτη μορφής προβλήματος επιλέχθηκαν προκειμένου να εξεταστεί η υπόθεση ότι οι σπουδαστές θα επέλεγαν μια λύση βασισμένη στις προσπάθειές τους συνδυάζουν τους αριθμούς με διαφορετικά πρόσημα, μέσα από ένα σύνολο επιλογών. Στην δεύτερη περίπτωση επιλέχθηκε όχι τόσο να βρουν οι μαθητές την σωστή λύση σωστό αποτέλεσμα στις αφαιρέσεις. Εξετάζονται οι αιτίες που μπορούν να επηρεάσουν την εκτέλεση πράξεων. Κάποιες από τις αιτίες αναφέρονται παραπάνω.

Η σειρά ενεργειών ήταν: Οι μαθητές πήραν τα προβλήματα και προσπάθησαν να τα λύσουν. Δεν δίνουμε καμιά βοήθεια στους μαθητές απλά ότι έχουμε μεγάλο ενδιαφέρον για το πώς θα λύσουν τις ασκήσεις. Παραδίδουν τις κόλλες τους και έπειτα οι μαθητές μιλάνε γιατί έλυσαν τις ασκήσεις με αυτό τον τρόπο. Ενθαρρύνουμε τους μαθητές να μιλήσουν μεγαλόφωνα και να εξηγήσουν την λύση που καταγράψανε στο χαρτί. Οι μαθητές θα κληθούν να αιτιολογήσουν γιατί έκαναν αυτό και όχι κάτι άλλο. Επίσης θα ερωτηθούν γιατί δεν έκαναν (επέλεξαν) κάτι διαφορετικό. Οι ερωτήσεις που θα κάνουμε είναι: «μπορείτε εσείς να εξηγήσετε πώς λογαριάσατε;» "Γιατί αποφασίσατε αυτό;" "Πώς ξέρατε το αποτέλεσμα τόσο γρήγορα;" "Γράψατε αυτό, πότε θα γράφατε εκείνο; Πέστε τι σημαίνει αφαιρετέος και πως τον αντιλαμβάνεστε στην πράξη της αφαίρεσης. Οι λέξεις που χρησιμοποιήθηκαν στην συνέντευξη- ερωτήσεις ήταν απλές ώστε να μην αποτελέσουν εμπόδιο στην ταχύτητα της σκέψης τους. Υπήρχε ενθάρρυνση για να συνεχίσουν. Αν τους ζητιόταν να λύσουν τις ασκήσεις με διαφορετικό τρόπο οι μαθητές καλούνται να εξηγήσουν τη λύση τους και το συλλογισμό χρησιμοποιώντας τις ερωτήσεις διευκρίνισης. Οι καλές ερωτήσεις μπορούν να οδηγήσουν τους μαθητές να σκεφτούν και να χρησιμοποιήσουν τη γλώσσα για να εκφράσουν τους τρόπους που υιοθετούν τη γνώση ότι πρέπει ήδη να κατασκευάσουν τους νέους όρους. Αυτή η στρατηγική διδασκαλίας ενθαρρύνει επίσης τους μαθητές να μάθουν μεταξύ τους. Το τι θα πουν θα μαγνητοφωνηθεί (δες και Thomas E. Rowan and Josepha Robles [20] και Kazemi Elham [18]).

Η κασέτα της συνέντευξης θα απομαγνητοφωνηθεί και θα εισαχθούν στοιχεία της σε μια βάση δεδομένων για την εύκολη ανάκτηση, κωδικοποίηση, και ταξινόμηση. Για κάθε πρόβλημα, η σειρά των στρατηγικών και των εξηγήσεων των μαθητών ήταν ταξινομημένη.

Κωδικοποιούμε κάθε εξήγηση σε διάφορους κύκλους, που καθορίζουν τους κώδικες προκειμένου να συλληφθεί η σειρά των λύσεων-λανθασμένων λύσεων – μη λύσεων που παρατηρήθηκαν στο δείγμα. Σε κάθε κύκλο, οι κατηγορίες καθορίστηκαν περισσότερο ή διαμορφώθηκαν έως ότου επιτεύχθηκε ικανοποιητικό αποτέλεσμα.

4. Ενέργειες διαμόρφωσης της διδασκαλίας.

Οι εκπαιδευτικοί πρέπει να αναγνωρίσουν τη σημασία της εννοιολογικής γνώσης στις προσπάθειές τους να βοηθήσουν τους μαθητές να χτίσουν την σωστή γνώση στα μαθηματικά. Είναι πολύ σύνηθες από τη βιβλιογραφία σε μια μελέτες που στηρίζονται σε ερωτήσεις συνέντευξης για την κατανόηση των εννοιών τμήματος και ενός αλγορίθμου τμήματος, διαπίστωσε ότι η κατανόηση των σπουδαστών ενός αλγορίθμου τμήματος ότι απαιτεί ένα διαφορετικό υψηλότερο είδος γνώσης και πιο υψηλό επίπεδο από την κατανόηση μιας έννοιας του τμήματος. Η καθιέρωση καταρχήν εννοιολογικού υποβάθρου οδηγεί τους μαθητές να εφευρίσκουν ιδιαίτερα περίπλοκες στρατηγικές μαθηματικών για να επιλύουν προβλήματα.

Όπως παρατηρούν οι J. Sharp; B. Adams [22], οι εκπαιδευτικοί πρέπει να κατευθύνουν τους νέους με την προσωπική τους εμπειρία. Μάλιστα αυτό είναι αναγκαίο όταν οι μαθητές καταπιάνονται με άγνωστα θέματα. Οι μαθητές μπορούν να αφομοιώσουν και να κάνουν κάτι δικό τους περισσότερο όταν βλέπουν κάτι. Εμπιστεύονται δηλαδή περισσότερο κάτι που το βλέπουν παρά κάτι που θα τους πούμε ότι έτσι πρέπει να γίνει. Ο εκπαιδευτικός λοιπόν θα πρέπει να διευκολύνει την σύνδεση μεταξύ των άτυπων, εικονογραφικών αντιπροσωπεύσεων και της αντίστοιχης γνώσης (Kamii, C., & Clark, F. B. [19]).

Διδασκαλία που περιέχει 'γνωστική αναδόμηση': Ο όρος αναδόμηση αναφέρεται α) στην παραγωγή μιας νέας υπόθεσης και β) στην εφεύρεση μιας μαθηματικής γενίκευσης, μιας απόδειξης ή μίας νέας στρατηγικής για ένα πρόβλημα. Τα παραπάνω απαιτούν μία θεωρητική σκέψη χωρίς όμως να πρέπει να αποκλείσουμε και την εμπειρική γνώση. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να ωθήσει το μαθητή να κατανοήσει γιατί υποχρεούται να αλλάξει τα πρόσημα των αριθμών που βρίσκονται μέσα σε μία παρένθεση όταν μπροστά απ' αυτήν υπάρχει αρνητικό πρόσημο, να εξηγήσει γιατί ένα μαθηματικό πρόβλημα έχει διαφορετική λύση από ένα άλλο μαθηματικό πρόβλημα. Πάντως σε κάθε περίπτωση η παρατήρηση της κατασκευής νέων δομών καθώς και ο σχεδιασμός ενός πειράματος που στοχεύει στην παρατήρηση τέτοιων γεγονότων είναι δύσκολος. Επομένως η γένεση μιας νέας δομής περνά μέσα από τρία στάδια:

(α) την ανάγκη για κατασκευή μια νέας δομής,

(β) την κατασκευή της νέας δομής που θα στηρίζεται πάνω στις υπάρχουσες δομές και θα τοποθετείται διαλεκτικά μαζί τους και

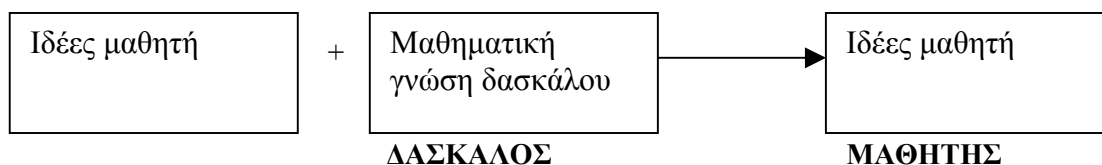
(γ) τη σταθεροποίηση της δομής και εφαρμογής της στην διδασκαλία

Δηλαδή σκοπός του εκπαιδευτικού είναι, με βάση τη διαδικασία της αξιολόγησης, να ανιχνεύσει τα είδη των λαθών που κάνουν οι μαθητές να τα κατηγοριοποιήσει σε σχέση με την προέλευση τους, σε συνάρτηση με τα διάφορα είδη 'εμποδίων' που συναντούν και που έχουμε αναφέρει παραπάνω και που βασίζονται πάνω σε κάποιες ιδέες που είχαν, πολλές φορές τόσο βαθιά ριζωμένες που δεν μπόρεσαν με τη διδασκαλία που είχε προηγηθεί να τις διαφοροποιήσουν (βλέπε και R. Hershkowitz; B. Schwarz; T. Dreyfus [17]).

Το πρότυπο της εποικοδομητικής αξιολόγησης στην διδασκαλία.

Η εποικοδόμηση από τον εκπαιδευτικό νέων ιδεών στους μαθητές με χρήση της αξιολόγησης μπορεί να βοηθήσει την μάθηση. Αυτό συμβαίνει γιατί ο εκπαιδευτικός δεν μπορεί πολλές φορές να ανιχνεύσει αυτά που σκέφτεται ο μαθητής. Υπάρχει ασυμφωνία που συνήθως προέρχεται από την έλλειψη ενημέρωσης του εκπαιδευτικού που αφορά τον τρόπο σκέψης του μαθητή, τις ικανότητες του μαθητή, τις προϋπάρχουσες ιδέες του μαθητή, τις ιδιαιτερότητες του κ.ο.κ. και γενικότερα τα στοιχεία που έχουν περιγραφεί στο δεύτερο μέρος της εργασίας μας. Η αξιολόγηση ανιχνεύει τις υπάρχουσες ιδέες και τα χαρακτηριστικά που φέρει ο μαθητής. Ο εκπαιδευτικός παίρνοντας τα αποτελέσματα της αξιολόγησης θα τα μελετήσει και θα βγάλει συμπεράσματα για τα στοιχεία που επιδρούν στη διαδικασία της μάθησης.

Η άγνοια των ιδεών του μαθητή από τον εκπαιδευτικό, ισοδυναμεί με την απόρριψη από αυτόν των ιδεών που έχει ο μαθητής, καθώς και των υπολοίπων χαρακτηριστικών που έχουμε αναφέρει. Άρα η άγνοια τους από τον εκπαιδευτικό ισοδυναμεί με αδυναμία του να στηρίξει την νέα διδασκαλία του.

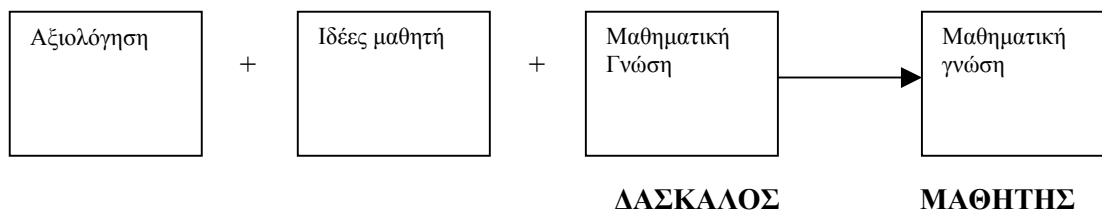


Το αποτέλεσμα φαίνεται στην παραπάνω σχηματική παράσταση. Δεν είχε κανένα αποτέλεσμα η διδασκαλία του δασκάλου. Ο μαθητής δεν μπόρεσε να κάνει κτήμα του την μαθηματική γνώση του εκπαιδευτικού, αλλά παρέμεινε με τις δικές του ιδέες.

Οι ιδέες που έχουν οι μαθητές είναι πολλές φορές τόσο πολύ ριζωμένες που δεν είναι δυνατό να αλλάξουν με την διδασκαλία που έχει προηγηθεί.

Για παράδειγμα ένας μαθητής έχει την γνώμη ότι αν κάνουμε αφαίρεση δύο αριθμών το αποτέλεσμα που θα προκύψει θα είναι μικρότερο του μειωτέου Έτσι αν έχουμε $-9-14$ θα εξαχθεί αποτέλεσμα μικρότερο κατά απόλυτη τιμή του 9 και κατά συνέπεια αν υπάρχει αλγεβρική παράσταση $-9-(11+4)$ το αποτέλεσμα θα είναι μικρότερο κατά απόλυτη τιμή του -9

Η χρησιμοποίηση της αξιολόγησης βοηθά τον εκπαιδευτικό να γνωρίσει τα εμπόδια που δεν αφήνουν ή δεν θα αφήσουν τους μαθητές να κατανοήσουν την νέα διδασκαλία, όπως επίσης και να αντικαταστήσουν την λανθασμένη γνώση π.χ. στο παράδειγμα που έχουμε αναφέρει και να λύνουν σωστά τέτοιου είδους ασκήσεις ή ακόμα να αναπτύξουν ιδέες πως λύνονται τέτοιου είδους προβλήματα στην περίπτωση που δεν είχαν γνώση για αυτό το θέμα.



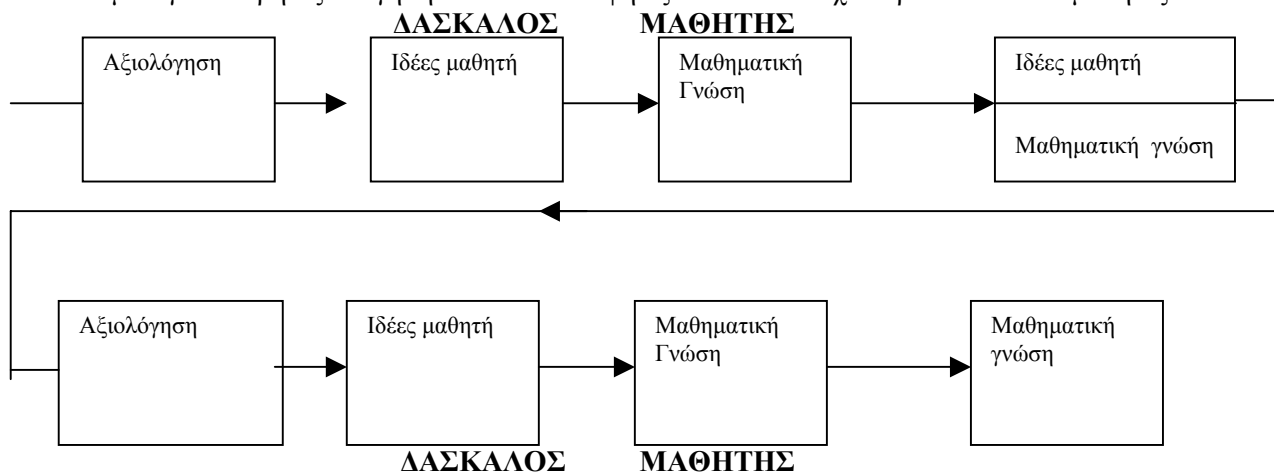
Σχήμα 2

Η παραπάνω σχηματική παράσταση δείχνει ότι ο μαθητής από εδώ και εμπρός μπορεί και προβαίνει στην επίλυση ασκήσεων, είτε εξαλείφοντας τις παρενθέσεις και να εκτελεί τις πράξεις κανονικά δηλαδή πρώτα τις προσθέσεις και έπειτα τις αφαιρέσεις ή κάνοντας πράξεις μέσα στις παρενθέσεις.

Είναι όμως δυνατό οι μαθητές να γνωρίζουν (επειδή «παπαγάλισαν» την άσκηση ή επειδή τους είπαν ότι έτσι πρέπει να την λύσουν για να είναι σωστή) να κάνουν κάτι σωστά μονάχα κατά την διάρκεια της αξιολόγησης.

Αυτό μπορεί να φανεί σε μια μεταγενέστερη αξιολόγηση όπου υπάρχει μια διαφοροποίηση στο τρόπο που τίθενται οι ασκήσεις. Εκεί φαίνεται ότι υστερούν για τους λόγους που αναπτύχθηκαν στο 2 μέρος της εργασίας

Η μεταγενέστερη αξιολόγηση λοιπόν αποσαφηνίζει αυτό που είχαν προσπελάσει οι μαθητές



Η παραπάνω διαδικασία μπορεί να επαναληφτεί και άλλες φορές. Αυτή η επανάληψη εξαρτάται κυρίως από την ατέλεια των τεστ αξιολόγησης να εκδηλωθούν τα εμπόδια που αντιμετωπίζει ο μαθητής για να κατακτήσει την καινούργια γνώση. Η ίδια η αξιολόγηση πολλές φορές βοηθά το μαθητή να διαπιστώσει λάθη στη γνώση του πάνω σένα συγκεκριμένο επιστημονικό ζήτημα και που νομίζει ότι το γνωρίζει πλήρως. Τον βοηθά να αποκτήσει εμπιστοσύνη στην δόμηση νέων ιδεών, τον ενημερώνει για τη διαδικασία του ορθού τρόπου σκέψης, που υπάρχει λάθος στην σκέψη τους.

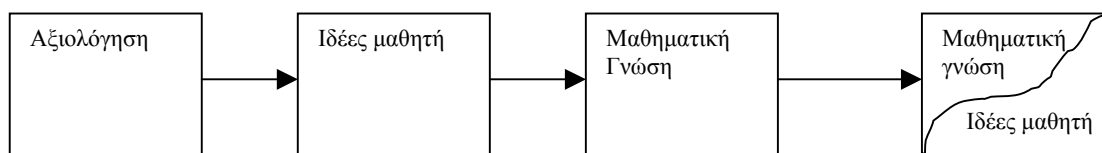
Η παρέμβαση του εκπαιδευτικού γίνεται μέσα από τον διάλογο σε κατ'ιδίαν συναντήσεις ή κατά την διάρκεια του μαθήματος, με μαγνητοφώνηση της συζήτησης όπως αναφέρθηκε

παραπάνω. Το αποτέλεσμα θα είναι καλύτερο αν υπάρχουν μικρές ομάδες μαθητών (σε κάθε τμήμα).

Θα επαναληφτεί η διαδικασία ώσπου να πετύχουμε το σχήμα 2.

Π.χ. ζητάμε από τους μαθητές να εκτελέσουν τις πράξεις : A: $2-(3+1)$ B: $18-(-9-11)$ και E: $\Delta=(-2-3-2)-(-2-4)$

Ο μαθητής μπορεί να λύνει την αλγεβρική παράσταση A όταν του δοθούν μικροί αριθμοί. Έχοντας όμως μεγαλύτερα νούμερα όπως αυτό της B αλγεβρικής παράστασης ο μαθητής τα λύνει λανθασμένα. Αυτό μπορεί να συμβαίνει γιατί ο μαθητής όπως είπαμε παραπάνω αντιμετωπίζει 'γνωστικό φορτίο', το οποίο του είναι πολύ βαρύ, και έτσι κάνει λάθη.



Σε αυτή την περίπτωση (και παίρνοντας υπόψη αυτά που είπαμε για το γνωστικό φορτίο σε προηγούμενο μέρος της εργασίας μας) ο εκπαιδευτικός αναλαμβάνει να ομαδοποιήσει όσο μπορεί πιο συγκεκριμένα τις φάσεις που χρειάζεται να λυθεί αυτή η άσκηση.

Οι φάσεις αυτές είναι :

A. Αν εκτελούνται σωστά οι απλές πράξεις δηλαδή η πρόσθεση και η αφαίρεση

B. Αν εκτελούνται σωστά οι απλές πράξεις δηλαδή η πρόσθεση και η αφαίρεση, με περισσότερους των δύο αριθμούς.

Γ. Αν λύνονται αλγεβρικές παραστάσεις με και χωρίς παρενθέσεις και φυσικά ότι άλλο δει ο δάσκαλος μέσα από την αξιολόγηση ότι πρέπει να διορθωθεί ώστε ο μαθητής να καταστεί ικανός να καταλάβει την επιστημονική γνώση.

Ακόμα η αξιολόγηση του μαθητή, βοηθά τον ίδιο να ενισχύσει τις εναλλακτικές ιδέες του. Στην άσκηση 1 του παραδείγματος ο μαθητής θα μπορούσε να ονομάσει X τον αριθμό των κοριτσιών και να εκτελέσει την αφαίρεση ή ακόμα να θέλει να κάνει επαλήθευση σε μια αφαίρεση να προσθέσει τον αφαιρετέο με την διαφορά για να προκύψει ο μειωτέος.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1]. Αξιολόγηση των μαθητών Ενιαίου Λυκείου, Κ.Ε.Ε. Α Λυκείου, *Γενικές οδηγίες*, σελ 10-11, Αθήνα 2001
- [2]. Εσωτερική Αξιολόγηση και προγραμματισμός του Εκπαιδευτικού Έργου, Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, Τμήμα Αξιολόγησης ΕΠΑΕΚ ενέργεια 1.14, Έργο ΣΕΠΠΕ, Αθήνα 1999
- [3]. Κασσωτάκης Μ., *Η αξιολόγηση της επίδοσης του μαθητή*, σελ 15-16, Αθήνα 1994
- [4]. Κόκκοτας Παν., *Σύγχρονες προσεγγίσεις στην Διδασκαλία των Φυσικών Επιστημών-β Η εποικοδομητική προσέγγιση της διδασκαλίας και της μάθησης*, 2^η Έκδοση Βελτιωμένη, Αθήνα 1998
- [5]. Λεμονίδης Χ, *Μια νέα πρόταση διδασκαλίας στα μαθηματικά για τις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου*, Θέματα στην Εκπαίδευση Τόμος 3, σελ 5-8, Αθήνα 2002
- [6]. Τζεκάκη Μαριάννα, *Ελληνική Μαθηματική Εκπαίδευση, Ένα πρόβλημα αναζητάει λύση*, Θέματα στην Εκπαίδευση, Τόμος 3 Τεύχος 1, σελ 23-32, 2002
- [7]. Τζαφέστας Σπύρος, *Εισαγωγή στον κλασικό αυτόματο έλεγχο*, Διάθεση Παπασωτηρίου, Αθήνα 1985
- [8]. Τουλόγλου Στέφανος, *Ηλεκτρικές μετρήσεις*, Εκδόσεις ΙΟΝ, Αθήνα 1990
- [9]. Allal Linda and Pelgrims Greta Ducrey, *Assessment of--or in--the zone of proximal development Psychology and Sciences of Education*, University of Geneva, 40 Pont d'A rue, 1205 Geneva, Switzerland 2000.
- [10]. Ayres Paul L., *Systematic Mathematical Errors and Cognitive Load* του Contemporary Educational Psychology 26, 227-248, University of New South Wales, Sydney, Australia, (2001),
- [11]. Ayres, P., & Sweller, J. *Locus of difficulty in multi-stage mathematics problems*. American Journal of Psychology, 103(2), 167-193, (1990).

- [12]. Υπουργείο Παιδείας Η.Π.Α, *An Educator's Guide to Evaluating the Use of Technology in Schools and Classrooms* - December 1998
<<http://www.ed.gov/pubs/EdTechGuide/whatseval.html>>
- [13]. Bain, D. and Schneuwly, B., *Pour une évaluation formative intégrée dans la pédagogie du français: De la nécessité et de l'utilité de modèles de référence*.
Evaluation formative et didactique du français Delachaux et Niestlé, Neuchâtel, pp. 51-79.,1993.
- [14]. Campione J.C. and Brown, A.L., *Learning ability and transfer propensity as sources of individual differences in intelligence*. (In: Brooks, P.H., Sperber, R.D. and McCauley, C. Editors, 1984. *Learning and cognition in the mentally retarded* University Park Press, Baltimore), pp. 265-294, 1984.
- [15]. Davydov, V. V. (1990). *Soviet studies in mathematics education: Vol. 2. Types of generalization in instruction: Logical and psychological problems in the structuring of school curricula* (J. Kilpatrick, Ed., & J. Teller, Trans.). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. (Original work published 1972)
- [16]. Feuerstein, R., Rand, Y., Jensen, M.R., Kaniel, S. and Tzuriel, D., 1987. *Prerequisites for assessment of learning potential: The LPAD model*. In: Lidz, C.S. Editor, *Dynamic assessment: An interactional approach to evaluating learning potential* Guilford Press, New York, pp. 35-51. 1987.
- [17]. Hershkowitz Rina; Schwarz Baruch ; Dreyfus Tommy, *Abstraction in Context: Epistemic Actions*, *Journal for Research in Mathematics education*, 32, pp 195-222, March 2001
- [18]. Kazemi Elham, *Exploring test performance in mathematics: the questions children's answers raise*, *The Journal of Mathematical Behaviour* , Volume 21, Issue 2, Pages 135-253, 2002
- [19]. Kamii, C., & Clark, F. B., *Equivalent fractions: Their difficulty and educational implications*, *Journal of Mathematical Behavior*, 14(4), 365-378, (1995).
- [20]. Rowan Thomas and Robles Josepha, *Using Questions to Help Children Build MATHEMATICAL POWER* , *Teaching Children Mathematics*, vol 4, no9, 504-9, May 1998.
- [21]. Salomon, Perkins & Globerson, *Partners in cognition: Extending human intelligence with intelligent technologies*, *Educational Researcher* 20 3, pp. 2-9., 1991
- [22]. Janet Sharp, Adams Barbara, *Children's Constructions of Knowledge for Fraction Division After Solving Realistic Problems*, *The Journal of Educational Research*, (Washington, D.C.) 95 no6, pp 333-47, 1995
- [23]. Vygotsky, L. S. *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press (1978). (M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner, & E. Souberman, Eds. and Trans.; original works published 1930-1935)..
- [24]. Wood D., Bruner J.S. and Ross, G., *The role of tutoring in problem-solving*, *Journal of Child Psychology and Psychiatry* 17 2, pp. 89-100, and
Assessment of--or in--the zone of proximal development (Linda Allal and Greta Pelgrims Ducrey, Volume 10, Issue 2, Pages_113-202, Pages 137-152, April 2000.