

# ΑΠΟ ΤΟ ΔΗΜΟΤΙΚΟ ΣΤΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ

## Η Περίπτωση των Μαθηματικών

Γιώργος Φιλίππου, Δήμητρα Πίττα-Πανταζή και Κωνσταντίνος Χρίστου  
Πανεπιστήμιο Κύπρου

### ΠΕΡΙΛΗΨΗ

*Η παρούσα εργασία αναλύει τα προβλήματα που προκύπτουν κατά τη μετάβαση των μαθητών από το δημοτικό στο γυμνάσιο στο μάθημα των μαθηματικών. Αρχικά εξετάζονται παράγοντες στους οποίους μπορεί να οφείλονται οι δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά, όπως η αλλαγή στο κοινωνικό περιβάλλον των παιδιών, η εκπαίδευση των εκπαιδευτικών, η διοικητική οργάνωση, το αναλυτικό πρόγραμμα, τα σχολικά εγχειρίδια και οι διδακτικές προσεγγίσεις στις δύο βαθμίδες. Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα αποτελέσματα έρευνας σχετικά με την επίδοση των μαθητών της Στ' δημοτικού και της Α' γυμνασίου στην ενότητα των κλασμάτων. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ της επίδοσης των παιδιών της Στ' δημοτικού και της Α' γυμνασίου. Υπάρχει έντονη ανάγκη λήψης μέτρων προς βελτίωση των πραγμάτων και περαιτέρω διερεύνησης του προβλήματος.*

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η μετάβαση των μαθητών από το Δημοτικό σχολείο στο Γυμνάσιο συνοδεύεται από ένα πλήθος αλλαγών οι οποίες απαιτούν από το μαθητή ετοιμότητα προσαρμογής. Το παιδί καλείται να εργαστεί σε ένα νέο χώρο του οποίου η λειτουργία διέπεται από ένα διαφορετικό σύνολο νόμων και κανονισμών και να συνεργαστεί με μια νέα ομάδα παιδιών και εκπαιδευτικών. Οι διαφορές στην οργάνωση του προγράμματος και οι αυξημένες απαιτήσεις δημιουργούν συχνά συνθήκες ψυχολογικής πίεσης που, αν δεν προβλεφθούν και αντιμετωπιστούν έγκαιρα, είναι δυνατό να οδηγήσουν σε ποικίλα προβλήματα. Αν και υπάρχουν αρκετές ενδείξεις ότι το θέμα αυτό συζητείται και απασχολεί αρκετά τα παιδιά, τους γονείς και τους εκπαιδευτικούς, δεν φαίνεται να έτυχε συστηματικής διερεύνησης.

Στην εργασία αυτή παρουσιάζεται μέρος των αποτελεσμάτων ενός ερευνητικού προγράμματος για τη δημιουργία ενός πλαισίου στήριξης των εκπαιδευτικών στο μάθημα των μαθηματικών κατά τη μετάβαση των μαθητών από το δημοτικό στο γυμνάσιο. Επιχειρούμε να ερευνήσουμε τους λόγους για τους οποίους η μετάβαση από το δημοτικό στο γυμνάσιο χαρακτηρίζεται από πολλούς δύσκολη. Στο πρόγραμμα συνεργάστηκαν 8 εκπαιδευτικοί, που διδάσκουν μαθηματικά σε 3 δημοτικά και 3 γυμνάσια και 3 ερευνητές. Η επιλογή των σχολείων έγινε με τέτοιο τρόπο ώστε να δημιουργηθούν τρεις υποομάδες που περιελάμβαναν δύο γειτονικά σχολεία, ένα δημοτικό και ένα γυμνάσιο. Η διευθέτηση της συμμετοχής «συνδεδεμένων» σχολείων επιδιώχθηκε, γιατί οι μαθητές του δημοτικού συνεχίζουν στο κοντινό γυμνάσιο, σύμφωνα με την πρόβλεψη σχετικού κανονισμού.

Το πρόγραμμα αναπτύχθηκε σε πέντε φάσεις: Στην 1<sup>η</sup> φάση έγινε ενημέρωση των εκπαιδευτικών για τους σκοπούς του προγράμματος. Στη 2<sup>η</sup> φάση συζητήθηκαν απόψεις ανάμεσα στους εκπαιδευτικούς των δύο σχολείων που γειτνιάζουν σχετικά με τα βιβλία και τα αναλυτικά προγράμματα των δύο βαθμίδων. Στην 3<sup>η</sup> φάση οι εκπαιδευτικοί αντάλλαξαν επισκέψεις στις τάξεις και παρακολούθησαν συναδέλφους τους στη διδασκαλία των μαθηματικών. Στην 4<sup>η</sup> φάση οργανώθηκε συζήτηση με όλα τα μέλη της ομάδας, η οποία επικεντρώθηκε σε διαφορές στα

αναλυτικά προγράμματα, στα βιβλία και στις διδασκαλίες που παρακολούθησαν. Στην 5<sup>η</sup> φάση χορηγήθηκε κοινό δοκίμιο αξιολόγησης στην ενότητα των κλασμάτων στις τάξεις (δημοτικού και γυμνασίου) που συμμετέχουν στο πρόγραμμα. Στις πρώτες τρεις φάσεις πάρθηκαν λεπτομερείς σημειώσεις ενώ στην 4<sup>η</sup> φάση η συζήτηση μαγνητοσκοπήθηκε από τους ερευνητές.

Η εργασία αποτελείται από τρία μέρη: Στο πρώτο μέρος αναλύονται παράγοντες που επηρεάζουν την ομαλή μετάβαση από το ένα σχολείο στο άλλο, στο δεύτερο γίνεται μια συγκριτική αξιολόγηση των διδακτικών βιβλίων και της διδασκαλίας των μαθηματικών στις δύο βαθμίδες και συνοψίζονται συμπεράσματα που προέκυψαν από τις συζητήσεις που είχαμε με τους εκπαιδευτικούς. Στο τρίτο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της 5<sup>η</sup> φάσης του προγράμματος, δηλαδή τα αποτελέσματα μιας εμπειρικής έρευνας η οποία εξετάζει την επίδοση των μαθητών της Στ' τάξης του δημοτικού και της Α' τάξης του γυμνασίου στην έννοια των κλασμάτων.

## ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΠΟΥ ΕΠΗΡΕΑΖΟΥΝ ΤΗ ΜΕΤΑΒΑΣΗ ΑΠΟ ΤΟ ΔΗΜΟΤΙΚΟ ΣΤΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ

### Το κοινωνικό περιβάλλον

Η οργανωτική διάρθρωση στις δύο βαθμίδες αποφασίζεται κεντρικά από το Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού της Κύπρου με βάση την ηλικία των παιδιών. Η προοδευτική ανάπτυξη της τυπικής σκέψης στην ηλικία των 11-12 χρόνων δεν είναι άσχετη με τη διδασκαλία των μαθημάτων στο Γυμνάσιο από πτυχιούχους, ειδικούς στα συναφή αντικείμενα. Η οργάνωση των μαθημάτων στην πιο πάνω βάση συνεπάγεται πολύ ουσιαστικές αλλαγές για το παιδί. Ανατρέπει τη βάση της κοινωνικής αλληλεπίδρασης και εισαγάγει μια σειρά από νέους παράγοντες, σημαντικούς για τη μαθησιακή διαδικασία.

Για παράδειγμα, η μονιμότητα της δασκάλας-οδηγού στο Δημοτικό Σχολείο δίνει στο παιδί ένα αίσθημα ασφάλειας. Ανεξάρτητα από το εκάστοτε το μάθημα, οι βασικές παιδαγωγικές προτιμήσεις και επιλογές της δασκάλας είναι οι ίδιες, έχουν συνέχεια και συνέπεια. Το παιδί ζει και εργάζεται μέσα σε ένα σχολικό περιβάλλον που διέπεται από σταθερούς κανόνες τους οποίους εφαρμόζει το ίδιο άτομο και το παιδί γνωρίζει ποια είναι η αναμενόμενη από αυτό συμπεριφορά σε κάθε περίπτωση. Οι εκπλήξεις και οι αλλαγές ποτέ δεν επέρχονται απροσδόκητα, αλλά στο βαθμό που θεωρούνται απαραίτητες προετοιμάζονται και εφαρμόζονται από το ίδιο γνώριμο άτομο. Είναι γνωστό ότι τουλάχιστον κατά τα πρώτα σχολικά χρόνια η δασκάλα λειτουργεί ως υποκατάστατο της μητέρας. Η ανατροπή όλων των πιο πάνω στο γυμνάσιο επέρχεται διαμιάς.

Σημαντικές είναι και οι διαφορές ανάμεσα στα δυο επίπεδα ως προς μεγάλο μέρος των κανόνων λειτουργίας, θεσμοθετημένων και άτυπων. Στο Γυμνάσιο η συμμετοχή των μαθητών στη μαθησιακή διαδικασία νοείται μέσα από ένα διαφορετικό πλέγμα σχέσεων και αλληλεπιδράσεων. Απλά παραδείγματα είναι η έμφαση στην ατομική εργασία παρά στην ομαδική, η εν δυνάμει τυπική ανάπτυξη του περιεχομένου και η αριθμητική βαθμολογία. Για το παιδί έχει ακόμη σημασία η μετάβαση από το μικρό συνοικιακό σχολείο στο μεγάλο σχολείο. Στο Γυμνάσιο φοιτά συνήθως μεγαλύτερος αριθμός μαθητών, πολλοί από τους οποίους δεν είναι γνώριμοι από τη γειτονιά. Το περιβάλλον γίνεται λιγότερο γνωστό και φιλόξενο, το παιδί ξαφνικά βλέπει τον εαυτό του ως μέλος της ομάδας των νεότερων ατόμων μέσα στο σχολείο, ενώ στο Δημοτικό ήταν ανάμεσα στους μεγαλύτερους.

### Χαρακτηριστικά των εκπαιδευτικών και διοικητική οργάνωση

Η παρακολούθηση διδασκαλίας των εκπαιδευτικών που συμμετείχαν στο Πρόγραμμα έδειξε ότι υπήρχαν διαφορές ανάμεσα στα δυο επίπεδα, που οφείλονταν τόσο στο εκπαιδευτικό σύστημα

όσο και στην όλη οργάνωση και διεξαγωγή της μαθησιακής διαδικασίας από τους εκπαιδευτικούς. Αυτό ήταν, τουλάχιστον, ως ένα βαθμό, αναμενόμενο. Παραδοσιακά οι εκπαιδευτικοί της Μέσης Εκπαίδευσης (καθηγητές) ήταν πτυχιούχοι πανεπιστημίου, σε αντίθεση με τους εκπαιδευτικούς Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης που ήταν απόφοιτοι Παιδαγωγικών Τμημάτων. Οι καθηγητές κατείχαν καλά το αντικείμενο της διδασκαλίας αλλά είχαν περιορισμένη παιδαγωγική κατάρτιση, σε αντίθεση με τους δασκάλους που είχαν περιορισμένη κατάρτιση στα Μαθηματικά και μεγαλύτερη στα παιδαγωγικά. Σύμφωνα με το NCTM (1991), οι εκπαιδευτικοί της δημοτικής και μέσης εκπαίδευσης που διδάσκουν μαθηματικά πρέπει να έχουν μια βαθιά και πλατιά γνώση τριών ουσιαστικών θεμάτων: των μαθηματικών, της διδασκαλίας των μαθηματικών και των μαθητών. Πρέπει να γνωρίζουν καλά το θέμα τους καθώς επίσης τι έχουν μάθει μέχρι τώρα τα παιδιά και τι έπεται στα μαθηματικά. Αυτό σημαίνει ότι οι εκπαιδευτικοί της δημοτικής πρέπει να γνωρίζουν καλά τα μαθηματικά που θα διδάχτούν οι μαθητές στις πιο πάνω βαθμίδες ενώ, οι εκπαιδευτικοί της μέσης πρέπει να γνωρίζουν ποιες έννοιες διδάχτηκαν οι μαθητές πριν έρθουν στο γυμνάσιο και τον τρόπο με τον οποίο παρουσιάστηκαν.

Με την κατάργηση των Παιδαγωγικών Ακαδημιών και την ανάληψη της ετοιμασίας των δασκάλων από τα Παιδαγωγικά Τμήματα των Πανεπιστημίων, έχει εκλείψει ή τουλάχιστον έχει περιοριστεί το χάσμα επιπέδου σπουδών ανάμεσα στους εκπαιδευτικούς των δυο βαθμίδων. Εξακολουθεί βέβαια να υπάρχει μια διαφορά αναφορικά με την επιστημονική περιοχή, γιατί και τώρα ο εκπαιδευτικός της δευτεροβάθμιας είναι ειδικός σε ένα γνωστικό αντικείμενο, με την έννοια ότι έχει πτυχίο σε μια γνωστική περιοχή (π.χ., μαθηματικά, φυσική, βιολογία, ιστορία κτλ.). Αυτό δεν ισχύει για τον πτυχιούχο ενός παιδαγωγικού τμήματος, αφού είναι δεδομένο ότι το πρόγραμμα σπουδών δεν αποσκοπεί και δεν μπορεί να προσφέρει εξειδίκευση σε μια επιστημονική περιοχή.

Επιπλέον οι διαφορές ανάμεσα στους εκπαιδευτικούς των δύο βαθμίδων είχαν και εξακολουθούν να έχουν και βαθιές κοινωνικές ρίζες και προεκτάσεις. Η διαφορά είναι εμφανής από τον αποδιδόμενο τίτλο (δάσκαλος-καθηγητής) και την ηλικιακή ομάδα των παιδιών στα οποία διδάσκουν.

Μια άλλη πηγή διαφοροποίησης των δύο βαθμίδων είναι η διοικητική δομή σε δυο ξένες μεταξύ τους υπηρεσίες. Αυτό έχει ιδιαίτερα σημαντικές επιπτώσεις σε όλα τα επίπεδα λήψης αποφάσεων που προσδιορίζουν τις βασικές παραμέτρους της διδασκαλίας, όπως είναι η διαμόρφωση των σκοπών και των στόχων, ο σχεδιασμός των αναλυτικών προγραμμάτων, η συγγραφή ή αξιολόγηση των διδακτικών βιβλίων. Αρκεί, για παράδειγμα, να αναφερθεί ότι λειτουργούν τρεις ξεχωριστές Υπηρεσίες Ανάπτυξης Προγραμμάτων, της Δημοτικής, Μέσης και Τεχνικής Εκπαίδευσης, με περιορισμένο ως ανύπαρκτο βαθμό συνεργασίας.

### Το αναλυτικό πρόγραμμα

Το αναλυτικό πρόγραμμα είναι το ίδιο για όλους τους μαθητές και αποφασίζεται κεντρικά τόσο στο Δημοτικό όσο και στο Γυμνάσιο. Κοινά είναι και τα σχολικά βιβλία. Στο πλαίσιο της σπειροειδούς ανάπτυξης της ύλης υπάρχουν πολλές έννοιες που διδάσκονται τόσο στο Δημοτικό όσο και στην πρώτη τάξη του Γυμνασίου. Νοείται ότι η επάνοδος στην ίδια έννοια αποσκοπεί στη περαιτέρω εμβάθυνση και αφομοίωση της έννοιας (Παράρτημα 1).

Από τον Παράρτημα 1 φαίνεται ότι τα περισσότερα θέματα τα οποία συναντούν οι μαθητές στην Α' τάξη του Γυμνασίου έχουν ήδη διδαχθεί και στο Δημοτικό Σχολείο. Το μόνο θέμα που είναι εντελώς νέο για τα παιδιά, είναι το θέμα των συνόλων το οποίο μάλιστα προσφέρεται στην πρώτη εβδομάδα των μαθημάτων. Η εισαγωγή της έννοιας του συνόλου γίνεται τυπικά, με

αναφορά στον ορισμό του Καντόρ και με ταυτόχρονη εισαγωγή στο σχετικό συμβολισμό. Από την άλλη, τα θέματα Λόγοι και Αναλογίες, Εκτίμηση του Αποτελέσματος, Πιθανότητες και Στατιστική, εγκαταλείπονται στην Α΄ τάξη του γυμνασίου αν και έχουν διδαχθεί στο δημοτικό,.

## ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΓΧΕΙΡΙΔΙΩΝ ΚΑΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Θα ανέμενε κανείς ότι το γεγονός ότι θέματα τα οποία διδάχτηκαν τα παιδιά στο δημοτικό επαναλαμβάνονται τώρα στο γυμνάσιο θα επέτρεπε μια ομαλή συνέχεια. Ωστόσο, μια πρώτη ματιά στα βιβλία των δύο βαθμίδων αποκαλύπτει σημαντικές διαφορές ως προς τη φιλοσοφία και την προσέγγιση με βάση την οποία είναι γραμμένα. Τα σχολικά εγχειρίδια της κάθε βαθμίδας έχουν γραφτεί με ευθύνη του αντίστοιχου τομέα της Υπηρεσίας Ανάπτυξης Προγραμμάτων.

Στο δημοτικό σχολείο εφαρμόζεται αναθεωρημένο αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών από το 1995, όταν άρχισε να εισάγεται σταδιακά η νέα σειρά βιβλίων, με την οποία υλοποιείται η νέα αντίληψη αναφορικά με τη μαθηματική γνώση και τη διδασκαλία/μάθηση των μαθηματικών. Από το έτος 2000 βρίσκεται σε χρήση ολόκληρη η σειρά των νέων βιβλίων που γράφτηκαν με βάση το νέο αναλυτικό και καλύπτουν όλες τις τάξεις του δημοτικού σχολείου.

Οι βασικές αρχές του νέου προγράμματος στο κινούνται στο πλαίσιο των σύγχρονων αντιλήψεων για ενεργητική οικοδόμηση της μαθηματικής γνώσης από το μαθητή μέσα από δραστηριότητες. Υιοθετείται η σπειροειδής διάταξη της ύλης, με την εισαγωγή κάθε έννοιας από πολύ νωρίς σε διαισθητικό επίπεδο και στη συνέχεια επάνοδος στην ίδια έννοια σε ολοένα και ψηλότερο επίπεδο. Στα πρώτα στάδια, οι δραστηριότητες βασίζονται στη χρήση εποπτικών μέσων και υλικών, ενώ στη συνέχεια γίνεται η μετάβαση σε εικονικό και συμβολικό επίπεδο. Καταβάλλεται προσπάθεια αποφυγής της στεγανοποίησης ανάμεσα σε διαφορετικές ενότητες με τη διαπλοκή ή παράλληλη ανάπτυξη θεμάτων, όπως π.χ. της αριθμητικής και της γεωμετρίας, των κλασμάτων και των δεκαδικών. Αυτό είναι ιδιαίτερα εμφανές στις εφαρμογές και στα προβλήματα. Επιδιώκεται οικοδόμηση των εννοιών με τη χρήση πολλαπλών αναπαραστάσεων της ίδιας έννοιας, η μαθηματική επικοινωνία και η ενασχόληση με ανοικτά προβλήματα. Γενικά, η επίλυση προβλήματος διαπερνά όλο το φάσμα του περιεχομένου που διδάσκεται και αποτελεί κυρίαρχο στοιχείο προσέγγισης της μαθηματικής γνώσης και ανάπτυξης της μαθηματικής σκέψης των μαθητών.

Το πρόγραμμα του γυμνασίου είναι πιο τυποποιημένο. Δίνεται έμφαση στις αλγοριθμικές διαδικασίες, στους τύπους και στην εκτέλεση πράξεων. Απουσιάζει η χρήση διαγραμμάτων, εικόνων και εγκαταλείπεται η εισαγωγή των μαθηματικών εννοιών μέσω δραστηριοτήτων οι οποίες περιλαμβάνουν τη χρήση πραγματικών ή εικονικών αντικειμένων. Οι έννοιες συχνά εισάγονται μέσω μαθηματικών ορισμών και ιδιοτήτων. Τα παιδιά καλούνται να δώσουν ιδιαίτερη έμφαση στις αλγοριθμικές διαδικασίες, στην ακριβή και σαφή μαθηματική έκφραση αλλά όχι στις διαφορετικές αναπαραστάσεις ή διαφορετικούς τρόπους επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων.

### Κριτήρια αξιολόγησης των εγχειριδίων και της διδασκαλίας μαθηματικών

Ένας από τους βασικούς στόχους του προγράμματος είναι η κατανόηση της φιλοσοφίας και των παιδαγωγικών αρχών που χαρακτηρίζουν τα βιβλία και τη διδασκαλία των μαθηματικών στην Στ΄ τάξη του δημοτικού και στην Α΄ τάξη του Γυμνασίου. Στην παρούσα εργασία επιλέξαμε να εξετάσουμε τα δύο βιβλία με βάση τα κριτήρια που πρότειναν οι ερευνητές του Project 2061, στα πλαίσια του προγράμματος Science for all Americans (American Association for the Advancement of Science, 2000) (δείτε Πίνακα 1).

## ΠΙΝΑΚΑΣ 1

Κριτήρια αξιολόγησης σχολικών εγχειριδίων και διδασκαλίας

- 
- I. Σκοποί του μαθήματος** (π.χ. Ξεκάθαρη διατύπωση στόχων του μαθήματος και σειρά δραστηριοτήτων)
  - II. Οικοδόμηση μαθηματικών εννοιών σε προϋπάρχουσες γνώσεις και εντοπισμός παρανοήσεων**
  - III. Εμπλοκή των μαθητών στα μαθηματικά** (π.χ. Διαθεματική προσέγγιση, άμεση και ενεργός ενασχόληση του μαθητή)
  - IV. Ανάπτυξη Μαθηματικών Ιδεών** (π.χ. Εισαγωγή εννοιών, ακριβής και προσεκτική διατύπωση εννοιών, παρουσίαση βήμα με βήμα διαδικασίας, εξάσκηση)
  - V. Ενίσχυση της μαθηματικής σκέψης** ( π.χ. Ενθάρρυνση του μαθητή να επεξηγεί τη σκέψη του, να ερμηνεύει δραστηριότητες και αποτελέσματα)
  - VI. Αξιολόγηση της προόδου των μαθητών στα μαθηματικά** (π.χ. Αξιολόγηση που να καλύπτει αυτά που έχουν διδαχτεί οι μαθητές)
  - VII. Ενίσχυση του μαθησιακού περιβάλλοντος της τάξης** (π.χ. Περιβάλλον ενισχυτικό για τη διδασκαλία και παροχή εκπαιδευτικών προκλήσεων μέσω δραστηριοτήτων ή υλικών προς όλους τους μαθητές)
- 

Στη συνέχεια εξετάζονται τόσο τα εγχειρίδια όσο και η διδασκαλία των μαθηματικών με βάση αυτά τα κριτήρια.

Σκοπός και στόχοι του μαθήματος: Κάθε επιτυχημένο αναλυτικό πρόγραμμα και κατ' επέκταση κάθε σχολικό εγχειρίδιο πρέπει να είναι σχεδιασμένο με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι ξεκάθαρο σε αυτούς που το εφαρμόζουν η σκοπιμότητα του κάθε θέματος και των δραστηριοτήτων που περιλαμβάνονται. Σημαντικό βήμα προς αυτή την κατεύθυνση ήταν η δημιουργία «Βιβλίων του Δασκάλου», στο δημοτικό σχολείο, που συνοδεύουν τα αντίστοιχα βιβλία του μαθητή. Αυτά παρουσιάζουν τους στόχους του μαθήματος, την πορεία εργασίας και πιθανές δραστηριότητες. Κάτι ανάλογο δεν υπάρχει για τους εκπαιδευτικούς της Μέσης. Σχετικά με αυτό ένας εκπαιδευτικός της Μέσης έκανε την ακόλουθη επισήμανση:

“Πιστεύω ότι το βιβλίο του δασκάλου (στο δημοτικό) βοηθά τον εκπαιδευτικό, ενώ αντίθετα ο εκπαιδευτικός της Μέσης αφήνεται μόνος του να αποφασίσει τους στόχους κάθε μαθήματος και την πορεία εργασίας που θα ακολουθήσει.”

Οικοδόμηση μαθηματικών σε προϋπάρχουσες γνώσεις : Όπως προκύπτει από το Παράρτημα 1 τα περισσότερα θέματα των μαθηματικών που συναντούν τα παιδιά στην Α' τάξη του γυμνασίου δεν είναι καινούρια για αυτά. Τα έχουν ήδη συναντήσει σε προηγούμενα χρόνια στο δημοτικό σχολείο. Ωστόσο, είναι εμφανής η απουσία από τα βιβλία του γυμνασίου οποιασδήποτε προσπάθεια σύνδεσης αυτών των θεμάτων με τις προϋπάρχουσες γνώσεις των παιδιών. Μια τέτοια σύνδεση θα ήταν ενισχυτική για την οικοδόμηση νέων γνώσεων. Στο βιβλίο της Α' γυμνασίου δεν δίνονται οι κατάλληλες ασκήσεις για εκμείωση υφιστάμενων γνώσεων ή και εντοπισμού πιθανών παρανοήσεων των παιδιών. Αντίθετα, μέσα από τις σελίδες του βιβλίου δίνονται στο μαθητή οι σημαντικότερες πληροφορίες που θα πρέπει να μάθει ανεξάρτητα από το τι γνωρίζει ήδη για το θέμα. Ενδεικτικό αυτής της προσπάθειας είναι το γεγονός ότι σε κάθε κεφάλαιο δίνονται λεζάντες με τα σημαντικότερα σημεία της κάθε ενότητας.

Στα μαθήματα που παρακολουθήσαμε ένας τουλάχιστον από τους τέσσερις εκπαιδευτικούς της δημοτικής φάνηκε έμπρακτα να αναγνωρίζει τη σημασία της οικοδόμησης των μαθηματικών πάνω σε προϋπάρχουσες γνώσεις. Προσπαθούσε να εκμαιεύσει από τους μαθητές τι γνώριζαν ήδη για την έννοια του «λόγου», ζητώντας τους παραδείγματα χρήσης του όρου στην καθημερινή ζωή.

Από την άλλη, στη μέση εκπαίδευση, δεν είδαμε να γίνεται κάτι ανάλογο. Σε μια τουλάχιστον περίπτωση μάλιστα παρατηρήθηκε το αντίθετο. Ένας εκπαιδευτικός αποθάρρυνε τα παιδιά να συνδέσουν το μάθημα της ημέρας με αυτά που είχαν μάθει κατά τη διάρκεια της προηγούμενης χρονιάς. Αυτή η αποθάρρυνση στέλνει το λανθασμένο μήνυμα στους μαθητές ότι τα μαθηματικά είναι απομονωμένα κομμάτια γνώσεων που δεν συνδέονται μεταξύ τους.

Εμπλοκή των μαθητών: Η εμπλοκή των παιδιών σε ποικίλα θέματα στα οποία εφαρμόζονται διάφορες μαθηματικές ιδέες, βοηθά στο να αντιληφθούν και να εκτιμήσουν τη δύναμη των μαθηματικών (AAAS, 2000). Η θεματολογία των βιβλίων καθώς και η δυνατότητα άμεσης εμπλοκής των μαθητών στη διερεύνηση μαθηματικών ιδεών είναι δύο σημαντικά στοιχεία προς την κατεύθυνση αυτή. Όσον αφορά το πρώτο, η θεματολογία των ασκήσεων του βιβλίου του δημοτικού σχολείου είναι πλούσια σε δραστηριότητες που προέρχονται είτε από καταστάσεις της καθημερινής ζωής είτε από την εφαρμογή μαθηματικών εννοιών σε άλλες επιστήμες (Παράρτημα 2 και 4). Έτσι δίνεται η δυνατότητα στα παιδιά να δουν τη χρησιμότητα και εφαρμογή των μαθηματικών.

Αντίθετα το βιβλίο της μέσης δίνει μεγαλύτερη έμφαση στους αλγόριθμους, τύπους και άλλες διαδικασίες (Παράρτημα 3). Χαρακτηριστικό είναι το απόσπασμα ενός εκπαιδευτικού της δημοτικής:

“Στο βιβλίο του γυμνασίου δεν υπάρχει η έμφαση στην καθημερινή ζωή ούτε η διαπλοκή. Το βιβλίο (του δημοτικού) είναι πιο κοντά στην καθημερινή ζωή.”

Ένα άλλο μειονέκτημα του βιβλίου του γυμνασίου, πέρα από την απουσία της διαπλοκής των μαθηματικών με τις άλλες επιστήμες και την καθημερινή ζωή, είναι η απουσία σύνδεσης των μαθηματικών εννοιών μεταξύ τους. Τα κεφάλαια στο βιβλίο του γυμνασίου είναι χωρισμένα σε θεματικές ενότητες και δεν γίνεται ικανοποιητική σύνδεση των διαφόρων μαθηματικών εννοιών. Έτσι, ενώ στην Στ' τάξη τα κλάσματα συνδέονται με τα ποσοστά, τους δεκαδικούς, τις κυκλικές γραφικές παραστάσεις, στο γυμνάσιο δεν βλέπουμε να γίνεται κάτι ανάλογο.

Όπως επισημάναμε και πιο πάνω η επιτυχής ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών είναι συνάρτηση του βαθμού εμπλοκής των μαθητών που επιτρέπει το κάθε βιβλίο. Μέσα από τις δραστηριότητες του βιβλίου του δημοτικού δίνεται μεγαλύτερη ευκαιρία στα παιδιά για άμεση και ενεργό ενασχόληση με το θέμα. Συχνά, νέες έννοιες εισάγονται μέσω μιας προβληματικής κατάστασης ή διερεύνησης, π.χ. για να αντιληφθούν τα παιδιά την ισοδυναμία των κλασμάτων τους ζητείται να παρατηρήσουν τρία θερμόμετρα και να καταλήξουν στα δικά τους συμπεράσματα (Παράρτημα 4). Αντίθετα, η εισαγωγή της ισοδυναμίας των κλασμάτων στο βιβλίο του γυμνασίου γίνεται με βάση τον κανόνα προς εφαρμογή. Η διαδικασία είναι έτοιμη, χωρίς να παρέχεται η ευκαιρία στα παιδιά να διερευνήσουν και να εμπλακούν σε καμιά δραστηριότητα ανακάλυψης.

*Αν πολλαπλασιάσουμε και τους δύο όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό (διαφορετικό από το μηδέν), προκύπτει ισοδύναμο κλάσμα*

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha \cdot \lambda}{\beta \cdot \lambda} \quad \text{όπου} \quad \alpha, \beta, \lambda \in \mathbb{N}$$

Από τη σύγκριση των βιβλίων προκύπτει ότι η διδασκαλία των μαθηματικών στην Α' Τάξη Γυμνασίου γίνεται λιγότερο παιγνιώδης με σαφή τάση προς την τυπική προσέγγιση. Οι εικόνες και τα σχεδιαγράμματα είναι πιο περιορισμένες σε σχέση με τα βιβλία του δημοτικού, ενώ

παράλληλα αυξάνεται σημαντικά η χρήση συμβόλων και της τυπικής γλώσσας στην ανάπτυξη των εννοιών και των μαθηματικών προτάσεων. Μια από τις εκπαιδευτικούς της μέσης ανέφερε χαρακτηριστικά ότι:

“Ο τρόπος προσέγγισης στο δημοτικό και στο γυμνάσιο διαφέρουν. Έπρεπε τα δύο βιβλία να έχουν μια συνέχεια. Στο βιβλίο του δημοτικού η προσέγγιση είναι πολύ παιδική, π.χ. γιατί αυτό το σχεδιάγραμμα;... Μου έτυχε παιδιά να θέλουν βιβλία χωρίς σκίτσα. Μου έλεγαν ότι μεγάλωσαν και δεν ήθελαν παιδικά σκίτσα.”

Πέραν της παρουσίας της ύλης η ανάπτυξη του περιεχομένου στα δύο βιβλία γίνεται με διαφορετικό τρόπο. Ενώ στο εγχειρίδιο του δημοτικού παρουσιάζονται αρκετά πρότυπα προβλήματα τα οποία διαπλέκονται με τις διάφορες ασκήσεις και το πρόβλημα γίνεται μέσο εισαγωγής νέων εννοιών, στο βιβλίο του γυμνασίου γίνεται συχνά επίδειξη ή παρουσίαση της διαδικασίας προβλημάτων μιας συγκεκριμένης δομής και στη συνέχεια ζητείται από τους μαθητές να επιλύσουν παρόμοια προβλήματα. Παράδειγμα, στις σελίδες 307-309 δίνονται πέντε λυμένα παραδείγματα αφαίρεσης ετερόνυμων κλασμάτων και στη σελίδα 310 υπάρχουν πανομοιότυπες ασκήσεις για να λύσουν τα παιδιά.

Ενδεικτικό του βαθμού ενεργής εμπλοκής των μαθητών στις δύο βαθμίδες θα μπορούσε να ισχυριστεί κανείς ότι ήταν ο τρόπος οργάνωσης των τάξεων. Σε όλες τις τάξεις του γυμνασίου τα θρανία ήταν τοποθετημένα με τον παραδοσιακό τρόπο, το ένα πίσω από το άλλο. Από την άλλη, στο δημοτικό τα θρανία ήταν οργανωμένα σε ομάδες ή σε σχήμα Π. Τα παιδιά του δημοτικού σχολείου έχουν πιο συχνά την ευκαιρία να εργαστούν σε ομάδες, να συζητήσουν μεταξύ τους και να κάνουν διερευνήσεις, ενώ στο γυμνάσιο πιο συχνά γίνεται μετωπική διδασκαλία. Αυτό φάνηκε και στα μαθήματα που παρακολούθησαμε.

Ανάπτυξη Μαθηματικών Ιδεών: Ένας μαθητής είναι μαθηματικά εναλφάβητος, όταν είναι σε θέση να βλέπει τη σύνδεση μεταξύ εννοιών και διαδικασιών, να μπορεί να εκλογικεύει είτε τις μαθηματικές διαδικασίες είτε τις απαντήσεις του και να μπορεί να εφαρμόζει μαθηματικές διαδικασίες και στρατηγικές (AAAS, 2000). Η επίτευξη αυτού του στόχου εξαρτάται σε ένα μεγάλο βαθμό από τον τρόπο με τον οποίο παρουσιάζονται οι διάφορες μαθηματικές έννοιες στα βιβλία. Και στα δύο βιβλία η διατύπωση των εννοιών γίνεται με προσοχή και ακρίβεια. Ωστόσο, υπάρχει μια ουσιαστική διαφορά. Η εισαγωγή αλλά και γενικότερα η διατύπωση των εννοιών και διαδικασιών στο βιβλίο του γυμνασίου παρουσιάζονται με πολύ τυπικό, «μαθηματικοποιημένο» και αφηρημένο τρόπο που μπορεί να είναι απροσπέλαστος για ορισμένα παιδιά. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι η πρώτη αναφορά που γίνεται στο βιβλίο για το κλάσμα:

“Γενικά κάθε σύμβολο της μορφής  $\frac{\alpha}{\beta}$  όπου α και β είναι φυσικοί αριθμοί λέγεται κλάσμα. Όταν μιλούμε για το κλάσμα,  $\frac{\alpha}{\beta}$  εννοούμε ότι: Χωρίζουμε το μέγεθος σε β ίσα μέρη και σχηματίζουμε ένα νέο μέγεθος που αποτελείται από α τέτοια ίσα μέρη. Επειδή δεν μπορούμε να χωρίσουμε ένα μέγεθος σε μηδέν ίσα μέρη, ο αριθμός β δεν μπορεί να είναι μηδέν.”

Αν και αυτή η έννοια δόθηκε με ακριβή και προσεκτική διατύπωση, το ερώτημα είναι πόσα παιδιά είναι σε θέση να την κατανοήσουν με αυτό τον τρόπο.

Ακριβείς, προσεγμένες και βήμα με βήμα είναι επίσης οι επεξηγήσεις που δίνονται μέσα από το εγχειρίδιο του γυμνασίου στους μαθητές για να επιλύσουν μια άσκηση. Θα μπορούσε, όμως να ισχυριστεί κανείς ότι αυτό γίνεται σε τέτοιο υπερβολικό βαθμό που μπορεί να λειτουργήσει σε βάρος της εννοιολογικής κατανόησης των παιδιών. Πιο συγκεκριμένα, το βιβλίο περιλαμβάνει

πληθώρα παραδειγμάτων τα οποία λύνονται, βήμα με βήμα και στη συνέχεια τα παιδιά καλούνται να επιλύσουν παρόμοιες ασκήσεις. Πιο κάτω παρουσιάζεται η εξήγηση που δίνεται για την μετατροπή των μεικτών κλασμάτων σε καταχρηστικά:

$$3\frac{5}{6}, \quad 3.6=18,$$

$$18+5=23, \quad \frac{23}{5}$$

*Πολλαπλασιάζουμε το ακέραιο μέρος του μεικτού αριθμού με τον παρονομαστή του κλασματικού μέρους του μεικτού αριθμού.  
Προσθέτουμε στο γινόμενο που βρήκαμε τον αριθμητή του κλασματικού μέρους.  
Σχηματίζουμε κλάσμα με αριθμητή το άθροισμα που βρήκαμε και παρονομαστή τον παρονομαστή του κλασματικού μέρους του μεικτού αριθμού*

Αν και η διαδικασία στο πιο πάνω παράδειγμα είναι ακριβής δεν είμαστε βέβαιοι κατά πόσον τα παιδιά θα αντιληφθούν ότι το 3 είναι  $3.\frac{6}{6}$ . Χαρακτηριστικό ήταν το παράδειγμα που έδωσε

ένας εκπαιδευτικός της μέσης για ένα παιδί που προσπάθησε να αποστηθίσει αυτή τη διαδικασία και όχι να την εκλογικεύσει. Το παιδί κατέληξε να πολλαπλασιάζει τον αριθμητή με το ακέραιο μέρος του αριθμού και να αφαιρεί τον παρονομαστή.

Στο δημοτικό φαίνεται να δίνεται μεγαλύτερη έμφαση στη λογική εξήγηση αυτής της μετατροπής, ώστε τα παιδιά να την κατανοήσουν εννοιολογικά και όχι να απομνημονεύσουν μια διαδικασία χωρίς κανένα νόημα (Παράρτημα 5).

Μέσα από τα μαθήματα που παρακολουθήσαμε αλλά και τα σχόλια των εκπαιδευτικών εντοπίστηκε ακόμα μία ουσιαστική διαφορά στον τρόπο που οι εκπαιδευτικοί των δύο βαθμίδων επιδιώκουν να αναπτύξουν κάποιες μαθηματικές έννοιες. Οι εκπαιδευτικοί της δημοτικής φαίνεται να δίνουν ιδιαίτερη έμφαση στο να περιγράφουν οι μαθητές τις διάφορες διαδικασίες ενώ στο γυμνάσιο δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στη χρήση και εφαρμογή τύπων, ορισμών και ιδιοτήτων. Τα σχόλια των εκπαιδευτικών των δύο βαθμίδων αντανakλούν αυτή τη διαφορά στις εμφάσεις τους:

Δημ1: Η περιγραφή της διαδικασίας είναι πολύ σημαντική. Αναγκάζει το παιδί να πάει πίσω και να σκεφτεί τι έκανε, που πήγε λάθος.

Μέσ3: Ένα από τα προβλήματα των παιδιών της Α΄ τάξης είναι η αιτιολόγηση που ζητείται, να εξηγήσουν αν μια γωνία είναι συμπληρωματική ή παραπληρωματική, την ομοιότητα των τριγώνων. Δεν ζητάμε όμως την περιγραφή της διαδικασίας

Στα μαθήματα που παρακολουθήσαμε, οι εκπαιδευτικοί της δημοτικής ζητούσαν επανειλημμένα από τα παιδιά να περιγράψουν τη διαδικασία που έκαναν:

“Πολλαπλασιάζουμε τον ακέραιο με τον αριθμητή του κλάσματος και παρονομαστής μένει ο ίδιος.”

Χαρακτηριστικό είναι επίσης το γεγονός ότι ο εκπαιδευτικός που δίδαξε τη διαίρεση των κλασμάτων στο δημοτικό έγραψε στον πίνακα το πιο κάτω και είπε στα παιδιά

Δημ3: Εφαρμόστε τον κανόνα που είπαμε: Αντιστρέφω, πολλαπλασιάζω, απλοποιώ... Για να αντιστρέψω τον 2<sup>ο</sup> αριθμό πρέπει να του δώσετε ένα δωράκι. Το δωράκι είναι το σύμβολο του πολλαπλασιασμού.

Αντιστρέφω  
Πολλαπλασιάζω  
Απλοποιώ

Την προσέγγιση αυτή φυσικά δεν την εισηγούνται τα νέα βιβλία των μαθηματικών του δημοτικού σχολείου, μια και δεν ενισχύει την ανάπτυξη της εννοιολογικής κατανόησης των μαθηματικών αλλά την απομνημόνευση της διαδικασίας.

Η έμφαση του γυμνασίου σε ιδιότητες σχημάτων, στη χρήση του αυστηρού μαθηματικού τρόπου γραφής και στο σωστό λεξιλόγιο ήταν εμφανής στα μαθήματα που παρακολουθήσαμε. Ο εκπαιδευτικός ρωτά τα παιδιά τι είναι περίμετρος και τα παιδιά απαντούν:

“Είναι, αν προσθέσω τις πλευρές.”

“Είναι το γύρω του σχήματος.”

“Είναι το μήκος και το πλάτος.”

Ο εκπαιδευτικός προσφέρει για παράδειγμα ένα πεντάγωνο και συμπληρώνει:

“Η περίμετρος είναι το μήκος της γραμμής που το περιβάλλει.”

Έρευνες στη διδακτική μαθηματικών δείχνουν ότι οι μαθητές σε αυτή τη ηλικία αναπτύσσουν μαθηματικές έννοιες μέσω διαδικασιών με αντικείμενα. Η κατανόηση ιδιοτήτων και ορισμών επέρχεται μέσω της εμπλοκής των μαθητών με τέτοιες διαδικασίες. Μόνο όταν τα άτομα φτάσουν στα τελευταία χρόνια του Λυκείου ή στο πανεπιστήμιο είναι σε θέση να κατανοούν μια έννοια ξεκινώντας από ορισμούς, ιδιοτήτων και θεωρημάτων (Gray, Pinto, Pitta & Tall, 1999).

Μια άλλη διαφορά, που παρατηρήθηκε μεταξύ των δύο βαθμίδων ήταν η συχνότητα και έμφαση που δινόταν στους μαθηματικούς τύπους στις δύο βαθμίδες. Οι μαθηματικοί τύποι θεωρούνται συχνά στο γυμνάσιο το σημαντικότερο μέρος του μαθήματος ενός στο δημοτικό δεν γίνεται κάτι ανάλογο:

Μέσ2: Που καταλήξαμε στο περασμένο μάθημα;

Μαθητής: Σε κάποια φόρμουλα.

Και στη συνέχεια:

Μέσ2: Μπορώ να πω ότι οδηγήθηκα σε έναν τύπο. Έχω στα χέρια μου ένα εργαλείο για να βρίσκω το εμβαδόν του ρόμβου. Να κάνουμε τώρα εφαρμογές με αριθμούς.

Όσον αφορά γενικότερα την εξάσκηση των μαθητών στις μαθηματικές διαδικασίες φαίνεται ότι στο βιβλίο του γυμνασίου ζητείται από τους μαθητές να επιλύουν πιο πολλές πανομοιότυπες ασκήσεις.

Ενίσχυση της μαθηματικής σκέψης: Σύμφωνα με πολλούς ερευνητές (AAAS, 2000) ανεξάρτητα από το πόσο ξεκάθαρα παρουσιάζονται κάποιες μαθηματικές ιδέες, οι μαθητές θα οικοδομήσουν την έννοια με το δικό τους τρόπο που μπορεί να συμφωνεί ή και να μην συμφωνεί με τον επιδιωκόμενο στόχο του εκπαιδευτικού. Για αυτό, θεωρείται σημαντικό μέσα στα σχολικά εγχειρίδια να δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να εξηγήσουν τον τρόπο σκέψης τους. Στο βιβλίο του γυμνασίου δεν εντοπίσαμε τέτοιου είδους ασκήσεις παρόλο που υπάρχουν αρκετά παραδείγματα όπου θα μπορούσε να ζητηθεί από τα παιδιά να ερμηνεύσουν το αποτέλεσμα ή να εξηγήσουν τη λογικότητα της διαδικασίας. Π.χ. δίνεται στα παιδιά του γυμνασίου η ακόλουθη λεζάντα:

«Όταν δύο κλάσματα έχουν τον ίδιο αριθμητή, μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει μικρότερο παρονομαστή» (σ.297)

Δεν ζητείται από τα παιδιά να εξηγήσουν, γιατί συμβαίνει αυτό και κατά πόσο είναι λογικό. Στο βιβλίο του δημοτικού φαίνεται ότι υπάρχουν πιο συχνά οι ευκαιρίες για να προβληματιστούν οι μαθητές και να εμβαθύνουν περισσότερο στο θέμα (Παράρτημα 6). Τα παιδιά διερευνούν και βλέπουν σε διάφορα παραδείγματα τι συμβαίνει, αν δύο κλάσματα έχουν τον ίδιο αριθμητή ή

διαφορετικούς παρονομαστές ή τους ίδιους παρονομαστές και διαφορετικούς αριθμητές. Εκπαιδευτικός της μέσης ανέφερε χαρακτηριστικά:

Μέσ1: Υπάρχει πολλή βάθος σε κάποιες έννοιες (στο βιβλίο του δημοτικού). Υπάρχει μια υπεραπλούστευση στο γυμνάσιο. Διερωτούμαι πολλές φορές, αν έβαζα ασκήσεις του δημοτικού στο γυμνάσιο, τι θα γινόταν.

Αυτή την άποψη την συμμερίζονται και άλλοι εκπαιδευτικοί, ότι δηλαδή το επίπεδο των βιβλίων και της ύλης του δημοτικού ξεπερνά σε βαθμό δυσκολίας την ύλη της Α΄ τάξης του γυμνασίου. Ενδεικτικές αναφορές αυτής της ανησυχίας είναι οι ακόλουθες δηλώσεις.

Δημ2: Επίσης πολλές φορές νιώθω ότι προχωρούμε σε τόσο βάθος που βγαίνουμε σε επίπεδο πιο ψηλό του γυμνασίου.

Μέσ2: Διερωτούμαι πολλές φορές, αν κάποια πράγματα από την ύλη του δημοτικού «τα αντέχει» η ηλικία των παιδιών.

Αξιολόγηση της προόδου των μαθητών στα μαθηματικά: Μια καλή αξιολόγηση πρέπει να δίνει πληροφορίες για το επίπεδο των μαθητών, το βαθμό που έχουν κατανοήσει κάποιες έννοιες και την ικανότητά των μαθητών να εφαρμόζουν διάφορες διαδικασίες και στρατηγικές σε ποικίλα περιβάλλοντα. Στα βιβλία του γυμνασίου στο τέλος της κάθε ενότητας υπάρχουν ασκήσεις αξιολόγησης για τους μαθητές. Οι ασκήσεις αυτές, αν και καλύπτουν αυτά που έχουν διδαχτεί οι μαθητές, δεν επιτρέπουν τη σωστή διαβάθμιση της επίδοσης των μαθητών. Σύμφωνα με ένα από τους εκπαιδευτικούς της μέσης που συμμετείχαν στην έρευνα:

“Τις δώδεκα ασκήσεις τις λύνουν οι 25 από τους 28 μαθητές και τη μια τη λύνει ένας ή κανένας από τους 28.”

Στο δημοτικό φαίνεται να υπάρχει μια καλύτερη διαβάθμιση των ασκήσεων.

Σαφείς διαφορές μεταξύ των δύο βαθμίδων υπάρχουν επίσης και στην τελική βαθμολογία των παιδιών. Στους μαθητές του γυμνασίου δίνεται στο τέλος κάθε τριμήνου αναλυτική βαθμολογία για το κάθε μάθημα συμπεριλαμβανομένου και των μαθηματικών. Οι βαθμοί αυτοί προκύπτουν από τη βαθμολογία των παιδιών σε επιμέρους εξεταστικά δοκίμια που γίνονται κατά τη διάρκεια της σχολικής χρονιάς αλλά και της τελικής εξέτασης που παρακάθονται.

Στο δημοτικό, αν και τα παιδιά αξιολογούνται στα διάφορα θέματα, οι εκπαιδευτικοί τα βαθμολογούν τους μαθητές ως προς τη γενική τους επίδοση στην τάξη και όχι στο κάθε μάθημα ξεχωριστά. Ο βαθμός καταγράφεται στα αρχεία του σχολείου, αλλά δεν δίνεται στα παιδιά εκτός και αν το ζητήσουν οι γονείς.

Ενίσχυση μαθησιακού περιβάλλοντος: Ένα άλλο κριτήριο με βάση το οποίο μπορεί να κρίνει κανείς ένα σχολικό βιβλίο ή τη διδασκαλία είναι ο βαθμός δημιουργίας ενισχυτικού περιβάλλοντος για τους μαθητές. Το περιβάλλον της τάξης μπορεί να ενισχυθεί είτε με κατάλληλα εποπτικά μέσα ή δραστηριότητες είτε ακόμα με τη χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών και υπολογιστικών μηχανών.

Στα βιβλία του δημοτικού γενικά έχουν περιληφθεί αρκετά θέματα που θα μπορούσαν να διδαχτούν με τη χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή και της υπολογιστικής μηχανής. Ωστόσο, σε κανένα σημείο του βιβλίου δεν προτείνεται η διερεύνηση με τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή. Προσφέρεται μόνο στον εκπαιδευτικό, όταν έχει στη διάθεσή του επαρκή αριθμό υπολογιστών, να οργανώνει ανάλογα τη διδασκαλία του. Γίνεται, ωστόσο, αρκετή χρήση της υπολογιστικής μηχανής τόσο ως μέσο διερεύνησης και κατανόησης μαθηματικών εννοιών όσο και ως μέσο

διευκόλυνσης των μαθητών, όταν προκύπτουν πολλές πράξεις σε πρωτότυπα προβλήματα όπου η εκτέλεση των πράξεων δεν είναι ο στόχος του μαθήματος. Στα βιβλία της μέσης τα μέσα αυτά δεν χρησιμοποιούνται. Είναι ενδεικτικό ότι ένας από τους εκπαιδευτικούς της μέσης ανέφερε ότι τα παιδιά της Α΄ τάξης “υστερούν ακόμα και στη χρήση της υπολογιστικής μηχανής”.

Μέσα από την πιο πάνω συζήτηση φαίνεται ότι υπάρχουν αρκετές διαφορές τόσο στα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών όσο και στην οργάνωση και διδασκαλία των μαθηματικών στις δύο βαθμίδες. Αρκετά από τα χαρακτηριστικά των βιβλίων φαίνεται να υιοθετούνται από τους εκπαιδευτικούς στη διδασκαλία τους. Ο κύριος εκπαιδευτικός δεν έχει οτιδήποτε άλλο στη διάθεσή του για να τον καθοδηγήσει στη διαμόρφωση του μαθήματός του εκτός φυσικά αν υπάρχει προσωπική πρωτοβουλία. Αυτό εξηγεί γιατί σε ένα μεγάλο βαθμό φαίνεται ότι οι εκπαιδευτικοί της δημοτικής όσο και της μέσης βασίζουν τη διδασκαλία τους στο σχολικό εγχειρίδιο που έχουν στα χέρια τους. Ποιες όμως είναι οι συνέπειες; Για να δώσουμε κάποια απάντηση σε αυτή την ερώτηση αποφασίσαμε να ερευνήσουμε την επίδοση των μαθητών των δύο βαθμίδων στο θέμα των κλασμάτων.

#### Η ΕΠΙΔΟΣΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΤΩΝ ΔΥΟ ΒΑΘΜΙΔΩΝ ΣΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

Μια από τις ενότητες που διδάσκονται στο Δημοτικό και επανέρχονται στο Γυμνάσιο είναι η ενότητα των κλασμάτων. Στοιχεία της ενότητας αυτής εμφανίζονται ήδη από τις δύο πρώτες τάξεις του Δημοτικού, με άτυπη διαισθητική προσέγγιση και στις μεγαλύτερες τάξεις αναπτύσσονται με πιο τυπικό τρόπο οι έννοιες που αναφέρονται στα κλάσματα και δίνεται έμφαση στις πράξεις των κλασμάτων. Συγκεκριμένα, η έννοια του ενός δευτέρου εισάγεται από την Α΄ τάξη. Στη Β΄ τάξη εισάγεται η έννοια του ενός τρίτου, ως μέρος των στοιχείων ενός συνόλου και λύνονται σχετικά προβλήματα. Στη Γ΄ τάξη συνεχίζεται η ανάπτυξη της έννοιας του κλάσματος ως μέρους της μονάδας και ως σχέσης μέρους όλου. Στη Δ΄ τάξη διδάσκεται η σύγκριση, η ισοδυναμία των κλασμάτων και η πρόσθεση και αφαίρεση ομώνυμων κλασμάτων. Στις δύο τελευταίες τάξεις του δημοτικού διδάσκεται η μετατροπή κλασμάτων σε ομώνυμα, οι τέσσερις πράξεις των κλασμάτων και η συσχέτιση του κλάσματος με τους δεκαδικούς αριθμούς. Τα κλάσματα και οι δεκαδικοί καλύπτουν ένα μεγάλο μέρος της ύλης της Α΄ Τάξης Γυμνασίου. Όπως φαίνεται και από το βιβλίο της Α΄ γυμνασίου, τα κλάσματα και οι δεκαδικοί καλύπτουν περίπου το ένα πέμπτο της ύλης, δύο από τα δέκα κεφάλαια ή 62 από τις 340 σελίδες. Στο δείγμα «προαγωγικού δοκιμίου» που προτείνεται στο τέλος του βιβλίου, η έμφαση που δίνεται στα κλάσματα είναι και πάλι της τάξεως του 20% (τρεις από τις 15 ερωτήσεις του Α΄ μέρους και μιάμιση από τις έξι ερωτήσεις του Β΄ μέρους.)

Κατά τη διάρκεια του προγράμματος σχολιάστηκε από εκπαιδευτικούς του Γυμνασίου μια ουσιαστική αδυναμία στο θέμα της ανάπτυξης της έννοιας του κλάσματος στο επίπεδο αυτό. Συγκεκριμένα αναφέρθηκε ότι στην αρχή του έτους, σύμφωνα με το βιβλίο, γίνεται μια πολύ σύντομη επανάληψη των κλασματικών και των δεκαδικών αριθμών, στη συνέχεια συναντούμε ελάχιστα προβλήματα και εφαρμογές που περιλαμβάνουν κλάσματα. Δηλαδή, δεν γίνεται συνειδητή και συστηματική οργάνωση δραστηριοτήτων για εμπέδωση των κλασμάτων. Έτσι, ο μαθητής επανέρχεται στα κλάσματα μετά από ένα διάστημα 10 περίπου μηνών, με αποτέλεσμα να χρειάζεται χρόνος για επανασύνδεση της έννοιας με προηγούμενες έννοιες και επαναφορά στη μνήμη των μαθητών των διαδικαστικών πράξεων.

Ένα από τα ερωτήματα που μας απασχόλησαν κατά τη διάρκεια του προγράμματος αυτού αφορούσε την εφαρμογή του σπειροειδούς αναλυτικού. Αν, δηλαδή, το τελικό αποτέλεσμα που επιτυγχάνεται μετά τη συμπλήρωση της διδασκαλίας μιας έννοιας είναι πράγματι σύμφωνο με τον

επιδιωκόμενο στόχο. Θεωρητικά η επάνοδος στην ίδια έννοια σε μεγαλύτερες τάξεις συνδυάζεται με αυξημένο επίπεδο εμπέδωσης και εμβάθυνσης. Ένας τρόπος ελέγχου της υπόθεσης αυτής θα μπορούσε να σχετίζεται με προοδευτικά βελτιωμένη επίδοση των μαθητών στα ίδια έργα. Αναμένεται δηλαδή, ότι η επίδοση των μαθητών στα ίδια έργα, θα βελτιώνεται με την πάροδο των ετών, δεδομένου ότι οι σχετικές έννοιες εξακολουθούν να διδάσκονται σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα. Η συνεχιζόμενη ενασχόληση των μαθητών με τις ίδιες έννοιες καθώς και η προϊούσα νοητική ωρίμανση είναι φυσικό να συντελούν σε βελτίωση των αποτελεσμάτων.

Διαφορές στα ίδια έργα ανάλογα με την ηλικία βρέθηκαν σε διάφορες μελέτες. Σε πρόσφατη έρευνα που έγινε σε σχολεία της Κύπρου (Παναούρα, 2002) μετρήθηκε η επίδοση μαθητών Δ', Ε', και Στ' τάξης στην επίλυση προβλημάτων ρουτίνας και προβλημάτων διαδικασίας. Βρέθηκε ότι η μέση επίδοση είχε σταθερά ανοδική πορεία από τη μια τάξη στην ανώτερη, τόσο στα προβλήματα ρουτίνας (ήταν 59.75% στη Δ' τάξη, 71.98% στη Ε' τάξη και 78.05% στη Στ' τάξη), όσο και στα προβλήματα διαδικασίας (20.53% στη Δ' τάξη, 35.84% στην Ε' τάξη και 53.87% στην Στ' τάξη). Σε έρευνα στις ΗΠΑ (National Assessment of Educational Progress-NAEP, 1991), συγκρίθηκε η επίδοση μαθητών Δ' τάξης και της Β' Τάξης γυμνασίου. Στο ερώτημα επιλογής μια εικόνας που παριστάνει κλάσμα η μέση επίδοση αυξήθηκε από 69% σε 90%, για το σκίσιμο μιας επιφάνειας που αντιστοιχεί με ισοδύναμα κλάσματα η μέση επίδοση αυξήθηκε από 18% σε 63%, και για τον εντοπισμό ενός κλασματικού αριθμού στην αριθμητική γραμμή η μέση επίδοση αυξήθηκε από 39% σε 84%. Η βελτίωση αυτή αποδόθηκε στην έμφαση που δίνεται στο αναλυτικό πρόγραμμα στα κλάσματα (Kouba, et al., 1997).

Στην παρούσα προσπάθεια χορηγήθηκε δοκίμιο αξιολόγησης της επίδοσης στα κλάσματα σε όλα τα τμήματα των εκπαιδευτικών της Στ' τάξης δημοτικού και Α' τάξης γυμνασίου που συμμετείχαν στο δικό μας πρόγραμμα. Το δοκίμιο περιλάμβανε 20 έργα, 9 πολλαπλής επιλογής και 11 προβλήματα. Χορηγήθηκε σε 109 μαθητές της Στ' τάξης δημοτικού (62 αγόρια και 47 κορίτσια) και σε 115 μαθητές Α' τάξης Γυμνασίου (61 αγόρια και 54 κορίτσια). Ανάμεσα στα έργα του δοκιμίου περιλαμβάνονταν ασκήσεις εκτέλεσης απλών πράξεων, κατανόησης και εφαρμογής εννοιών (π.χ. ισοδυναμίας κλασμάτων, αναγνώρισης της θέσης κλάματος σε αριθμητική γραμμή) απλά προβλήματα και έργα κατασκευής προβλήματος.

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η γενική επίδοση στα έργα του δοκιμίου ήταν η ίδια, με μικρή, μη στατιστικά σημαντική, διαφορά υπέρ των μαθητών της Στ' Δημοτικού (57.82%, έναντι 54.87%). Η μέση επίδοση των αγοριών και των κοριτσιών ήταν ουσιαστικά η ίδια στο δημοτικό (57.54%, έναντι 58.18%) ενώ εμφανίστηκε μικρή διαφορά υπέρ των κοριτσιών στο Γυμνάσιο (53.93%, έναντι 55.92%). Σε ότι αφορά το είδος των έργων οι μαθητές και των δυο επιπέδων πήγαν σχετικά καλά στα έργα πολλαπλής επιλογής, σε αντίθεση με τα ανοικτού τύπου προβλήματα. Συγκεκριμένα, στα έργα πολλαπλής επιλογής η μέση επίδοση ήταν 74.0% και 67.5%, για τους μαθητές του Δημοτικού και τους μαθητές του Γυμνασίου αντίστοιχα, και στα ανοικτού τύπου προβλήματα ήταν 44.5% και 44.5%, για τους μαθητές του Δημοτικού και τους μαθητές του Γυμνασίου, αντίστοιχα.

Στο ορθογώνιο που αναγράφεται δίπλα από κάθε άσκηση ο πρώτος αριθμός παρουσιάζει τον μέσο όρο της βαθμολογίας των μαθητών του δημοτικού και ο δεύτερος τον μέσο όρο της βαθμολογίας των μαθητών του γυμνασίου. Η βαθμολογία για τη σωστή απάντηση ήταν 2 μονάδες και για τη λανθασμένη 0. Στις ερωτήσεις ανοικτού τύπου δινόταν μια μονάδα σε περιπτώσεις που η απάντηση ήταν μερικώς ορθή. Το ευκολότερο για τα παιδιά έργο πολλαπλής επιλογής αφορούσε την κατανόηση και εφαρμογή της έννοιας του κλάματος σε απλή μορφή.

Ο Γιάννης, η Μαρία και η μητέρα τους είχαν ένα γλυκίσμα. Ο Γιάννης έφαγε το  $\frac{1}{2}$ , η Μαρία έφαγε το  $\frac{1}{4}$  και η μητέρα τους έφαγε το  $\frac{1}{4}$  του γλυκίσματος. Πόσο έμεινε;

A.  $\frac{3}{4}$ , B.  $\frac{1}{2}$ , Γ.  $\frac{1}{4}$ , Δ. Τίποτε, E.  $\frac{1}{3}$

1.80, 1.74

Το πιο δύσκολο έργο αφορούσε και πάλι πρόβλημα εφαρμογής σε πιο σύνθετη κατάσταση:

Ο κ. Πέτρος είχε £360 και ξόδεψε τα  $\frac{7}{9}$  των λεφτών του. Πόσα του έμειναν;

A. £280 B. £80 Γ. £40 Δ. £180 E. £360

0.81, 0.85

Το ευκολότερο έργο ανάμεσα στα ανοικτού τύπου προβλήματα αφορούσε την κατασκευή της μονάδας όταν δίνονταν τα τρία τέταρτα της, ενώ το δυσκολότερο αφορούσε την κατασκευή προβλήματος που να λύεται με δοσμένη πράξη, όπως  $\frac{4}{5} \times \frac{1}{3} =$  και  $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} =$ .

Εντοπίσαμε επίσης κάποιες ερωτήσεις στα οποία υπερτερούσε η μια ομάδα της άλλης. Τα παιδιά του δημοτικού είχαν καλύτερη επίδοση στην ακόλουθη ερώτηση:

Η κυρία Μαρία χρειάζεται  $3\frac{1}{2}$  ποτήρια αλεύρι για να φτιάξει την τούρτα πορτοκάλι. Στο σπίτι έχει 12 ποτήρια αλεύρι. Πόσα ποτήρια αλεύρι θα της περισσέψουν, αν κάνει όσες περισσότερες τούρτες μπορεί με το αλεύρι της;

A.  $\frac{3}{7}$ , B.  $3\frac{3}{7}$ , Γ.  $1\frac{1}{2}$ , Δ. 3, E. Καμιά από τις πιο πάνω

0.97, 0.42

Τα παιδιά του γυμνασίου ήταν καλύτερη επίδοση στην επίλυση της πιο κάτω εξίσωσης:

Να λύσετε την εξίσωση  $2\frac{1}{4} - x = \frac{5}{8}$

0.92, 1.23

Θα μπορούσε να ισχυριστεί κανείς ότι στην πρώτη από τις δύο αυτές ερωτήσεις τα παιδιά πρέπει να είναι σε θέση να εντοπίσουν την κατάλληλη διαδικασία και να την εφαρμόσουν σωστά ώστε να φτάσουν στο ορθό αποτέλεσμα ενώ στη δεύτερη ερώτηση απαιτείται καλύτερη εξάσκηση στις εξισώσεις. Μέσα από την ανάλυση που έγινε τόσο των σχολικών εγχειριδίων όσο και του τρόπου διδασκαλίας στις δύο βαθμίδες φαίνεται ότι οι δύο αυτές διαφορετικές εμφάνσεις φαίνεται να υφίστανται στις αντίστοιχες βαθμίδες.

Διαφορετικές ερμηνείες μπορούν να δοθούν στο γεγονός ότι δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των παιδιών των δύο βαθμίδων. Από τη μια μπορεί να ισχυριστεί κανείς ότι τα παιδιά του δημοτικού φαίνεται να μην έχουν εμπλουτίσει τις γνώσεις τους στο θέμα αυτό μετά από ένα χρόνο στο γυμνάσιο. Κάποιος άλλος όμως μπορεί να ισχυριστεί ότι οι γνώσεις που απέκτησαν τα παιδιά στο δημοτικό σχολείο δεν είχαν εμπεδωθεί με αποτέλεσμα μετά από το χρονικό διάστημα των 10 περίπου μηνών που μεσολάβησαν μέχρι να ξανασυναντήσουν την έννοια πολλά πράγματα είχαν πια ξεχαστεί. Έτσι η διδασκαλία που έγινε στο γυμνάσιο αντί να βοηθήσει τα παιδιά να βελτιώσουν την επίδοσή τους απλά τα επανέφερε στο σημείο που βρίσκονταν την προηγούμενη χρονιά. Απαιτείται περαιτέρω διερεύνηση ώστε να μπορέσει να απαντήσει κανείς με βεβαιότητα ποιο από τα δύο σενάρια ισχύει.

## ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Στο πρώτα δύο μέρη της παρούσας εργασίας φάνηκε ότι υπάρχουν αρκετές διαφορές μεταξύ των δύο βαθμίδων που καθιστούν τη μετάβαση των παιδιών από τη μια βαθμίδα στην άλλη αρκετά δύσκολη. Κάποιοι από τους παράγοντες που φαίνεται να συμβάλλουν στη δημιουργία αυτής της δυσκολίας είναι η αλλαγή στο κοινωνικό περιβάλλον, η εκπαίδευση των εκπαιδευτικών, η διοικητική οργάνωση των δύο βαθμίδων, το αναλυτικό πρόγραμμα, τα σχολικά εγχειρίδια, η διδασκαλία στις δύο βαθμίδες. Για να υπερπηδηθεί αυτό το χάσμα πρέπει να υπάρξει περισσότερη συνεργασία και συντονισμός μεταξύ διαφόρων φορέων και υπηρεσιών του Υπουργείου Παιδείας, καθώς και του Πανεπιστημίου.

Το γεγονός ότι οι εκπαιδευτικοί της Μέσης είναι πολύ καλά εκπαιδευμένοι στο θέμα τους αλλά δεν έχουν επαρκή παιδαγωγική κατάρτιση και η αδυναμία πολλών εκπαιδευτικών της δημοτικής στα μαθηματικά θα πρέπει να ληφθεί σοβαρά υπόψη. Όσοι εμπλέκονται στην κατάρτιση και επιμόρφωση των εκπαιδευτικών θα μπορούσαν να αναπτύξουν προγράμματα που να αντιμετωπίζουν τις αδυναμίες των δύο ομάδων και να προετοιμάζουν καλύτερα τους εκπαιδευτικούς της κάθε βαθμίδας. Και οι δύο ομάδες εκπαιδευτικών χρειάζεται να γνωρίζουν σε βάθος την ύλη των μαθηματικών, τον τρόπο με τον οποίο πρέπει να διδάσκονται τα μαθηματικά και τους μαθητές τους. Προγράμματα επιμόρφωσης θα μπορούσαν επίσης να βοηθήσουν τους εν υπηρεσία εκπαιδευτικούς να αντιληφθούν πιθανές αιτίες του χάσματος μεταξύ Δημοτικής και της Μέσης και να δοθούν εισηγήσεις για απόσβεση του προβλήματος.

Το Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού μπορεί να συμβάλει στην εξασφάλιση συνέχειας και συνέπειας μεταξύ των αναλυτικών προγραμμάτων και σχολικών βιβλίων των δύο βαθμίδων. Η συγγραφή των νέων βιβλίων στο δημοτικό σχολείο θα πρέπει να συνεχιστεί με συγγραφή νέων βιβλίων και δημιουργία νέου αναλυτικού προγράμματος στο γυμνάσιο που να είναι σύμφωνο με τις σύγχρονες παιδαγωγικές αρχές.

Στο τρίτο μέρος της εργασίας συγκρίναμε την επίδοση των μαθητών του γυμνασίου και του δημοτικού στην ενότητα των κλασμάτων. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ της επίδοσης των παιδιών στις δύο βαθμίδες. Είναι σημαντικό να διερευνήσουμε τη σημασία αυτής της στασιμότητας που παρουσιάζεται. Μήπως τελικά η δομή του αναλυτικού προγράμματος δεν αποδίδει τα αναμενόμενα; Ή μήπως απλά ο ελλιπής βαθμός κατανόησης της ενότητας χρειάζεται την επανάληψη για να αποκαταστήσει το έλλειμμα που προκύπτει από χρονική απομάκρυνση του μαθητή από τη στιγμή της διδασκαλίας ενός θέματος;

Μια συνέχεια της προσπάθειας αυτής θα μπορούσε να ελέγξει το βαθμό διατήρησης της γνώσης με ένα δοκίμιο πριν από τη διδασκαλία της ενότητας στο Γυμνάσιο. Θα μπορούσε δηλαδή να μετρήσει κατά πόσο τα παιδιά έχουν ξεχάσει αρκετά από τα πράγματα που διδάχθηκαν στο δημοτικό, λόγω μη ικανοποιητικής εμπέδωσης του θέματος ή κατά πόσο ο τρόπος με τον οποίο παρουσιάζεται το θέμα στο Γυμνάσιο δεν συντελεί σε περαιτέρω εννοιολογική κατανόηση, με αποτέλεσμα την στασιμότητα που παρουσιάζεται στη επίδοσή τους.

Με την ολοκλήρωση αυτής της εργασίας φάνηκε ακόμα εντονότερα η ανάγκη για συνέχιση της έρευνας στο θέμα αυτό. Σε ένα ευρύτερο πλαίσιο, θα μπορούσαν να αναληφθούν μελλοντικά εργασίες, οι οποίες να εξετάζουν ειδικότερα και σε βάθος τον καθένα από τους παράγοντες που επηρεάζουν την μετάβαση των παιδιών από το δημοτικό στο γυμνάσιο. Ως επιστέγασμα, θα μπορούσαν ακόμη να αναπτυχθούν παρεμβατικά προγράμματα, που να στοχεύουν στην βαθύτερη κατανόηση των συστατικών του προβλήματος, ώστε να παρασχεθούν οι δυνατότητες αντιμετώπισης συγκεκριμένων αδυναμιών ή, στο βαθμό που είναι δυνατό, στην πλήρη υπέρβαση του χάσματος.

## ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- American Association for Advancement of Science (AAAS) (2000). Middle grades mathematics textbooks: A benchmark-based evaluation.
- Gray, E.M., Pinto, M., Pitta, D., & Tall, D. (1999). Knowledge Construction and Diverging Thinking in Elementary & Advanced Mathematics. In D. Tirosh (Ed.), *Forms of Mathematical Knowledge: Learning and Teaching with Understanding*, pp. 111-134. Kluwer Academic Publishers: Dordrecht.
- Kouba, L.V., Zawojewski, S.J., & Strutchens, M. E. (1997). What do students know about numbers and operations. In P.A. Kenny & E.A. Silver (Eds.), *Sixth mathematics assessment of the national assessment and educational progress* (pp. 87-141). Reston, VA: NCTM.
- Kvalsund, R. (2000). The transition from primary to secondary level in smaller rural schools in Norway: comparing differences in context and social meaning. *International Journal of Educational Research*, 33, 401-423.
- Moss, J. & Case, R. (1999). Developing children's understanding of the rational numbers: A new model and experimental curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 122-147
- National Council of Teachers of Mathematics, (1991). *Professional Standards*. Reston, VA
- Pointon, P. (2000). Students' views of environment for learning from the primary to the secondary school. *International Journal of Educational Research*, 33, 375-388.
- Παναούρα Γ. (2002). *Η χρήση οπτικών αναπαραστάσεων κατά την επίλυση μαθηματικών προβλήματος*. Ανέκδοτη Διατριβή Μάστερς. Τμήμα Επιστημών της Αγωγής Πανεπιστήμιο Κύπρου.

## Παράρτημα 1

Το αναλυτικό πρόγραμμα του δημοτικού και της Α' γυμνασίου

|                                             | A' Δημ. | B' Δημ. | Γ' Δημ. | Δ' Δημ. | Ε' Δημ. | Στ' Δημ. | Α' Γυμν. |
|---------------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|----------|
| Αισθητοποίηση των αριθμών-αξία θέσης ψηφίου | •*      | ••      | •••     | ••••    | ••••    | •••••    | ••••••   |
| Πράξεις των ακεραίων                        | •       | ••      | •••     | ••••    | -       | -        | -        |
| Ιδιότητες των πράξεων                       | -       | •       | ••      | •••     | ••••    | ••••     | •••••    |
| Η έννοια του κλάσματος και πράξεις          | •       | ••      | •••     | ••••    | ••••    | •••••    | ••••••   |
| Δεκαδικοί αριθμοί και ποσοστά               | -       | •       | ••      | •••     | •••     | •••••    | ••••••   |
| Μετρήσεις                                   | •       | ••      | •••     | ••••    | ••••    | •••••    | ••••••   |
| Γεωμετρία                                   | •       | ••      | •••     | ••••    | ••••    | •••••    | ••••••   |
| Λόγοι και Αναλογίες                         | -       | -       | -       | •       | ••      | •••      | -        |
| Εκτίμηση αποτελέσματος                      | •       | ••      | •••     | ••••    | ••••    | •••••    | -        |
| Πιθανότητα και στατιστική                   | -       | -       | •       | ••      | •••     | ••••     | -        |
| Θεωρία αριθμών και δυνάμεις                 | -       | -       | -       | -       | -       | •        | ••       |
| Σύνολα                                      | -       | -       | -       | -       | -       | -        | •        |

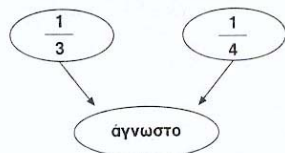
- \*• Πρώτη επαφή με την έννοια σε διαισθητικό επίπεδο και απλές πράξεις
- Επάνοδος στην ίδια έννοια σε προοδευτικά πιο προχωρημένο επίπεδο
- Πιο προχωρημένο επίπεδο

## Παράρτημα 2



Η γραφική παράσταση παρουσιάζει τα έξοδα του σχολείου του Χρίστου για την έκδοση του ετήσιου περιοδικού.

1. Τι μέρος από τα συνολικά έξοδα ήταν η αγορά του ηλεκτρονικού υπολογιστή και της φωτοτυπικής μηχανής;



Τα κλάσματα  $\frac{1}{3}$  και  $\frac{1}{4}$  είναι ετερόνυμα.

Για να προσθέσουμε ετερόνυμα κλάσματα τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα κλάσματα.

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} + \frac{1}{4} &= \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \\ \frac{1}{3} + \frac{1}{4} &= \frac{1 \cdot 8}{3 \cdot 8} + \frac{1 \cdot 6}{4 \cdot 6} = \frac{8}{24} + \frac{6}{24} = \\ \frac{1}{3} + \frac{1}{4} &= \frac{1 \cdot 12}{3 \cdot 12} + \frac{1 \cdot 9}{4 \cdot 9} = \frac{12}{36} + \frac{9}{36} =\end{aligned}$$



## Παράρτημα 3

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να βρείτε τα αθροίσματα:

(α)  $\frac{1}{12} + \frac{5}{12} + \frac{7}{12}$

(β)  $\frac{2}{5} + \frac{1}{3}$

(γ)  $\frac{7}{10} + \frac{1}{4} + \frac{2}{5}$

(δ)  $\frac{7}{6} + \frac{2}{3}$

(ε)  $\frac{19}{13} + \frac{111}{13}$

(στ)  $2 + \frac{3}{5} + \frac{1}{2}$

(ζ)  $\frac{11}{24} + \frac{7}{30} + \frac{5}{36}$

(η)  $\frac{5}{6} + \frac{11}{15} + 4 + \frac{1}{2}$

(θ)  $\frac{5}{18} + \frac{4}{9} + \frac{7}{12}$

(ι)  $\frac{31}{150} + \frac{7}{120} + 5 + \frac{1}{2}$

2. Να τρέψετε σε κλάσματα τους μεικτούς:

(α)  $5 \frac{6}{11}$

(β)  $7 \frac{1}{8}$

(γ)  $9 \frac{5}{12}$

(δ)  $10 \frac{2}{11}$

(ε)  $4 \frac{9}{20}$

3. Να τρέψετε τους μεικτούς σε κλάσματα:

(α)  $\frac{12}{7}$

(β)  $\frac{123}{4}$

(γ)  $\frac{63}{8}$

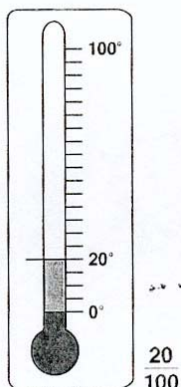
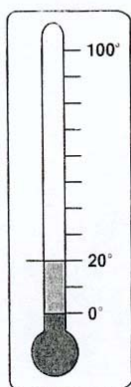
(δ)  $\frac{260}{50}$

(ε)  $\frac{146}{12}$

(στ)  $\frac{723}{9}$

## Παράρτημα 4

Ο Νικόλας και η Κωνσταντίνη παρατήρησαν τη θερμοκρασία, τρεις διαφορετικές μέρες του μήνα Νοέμβρη και βρήκαν τις ενδείξεις που φαίνονται στα θερμομετρα.



Τι παρατηρείς για τα  
κλάσματα  $\frac{1}{5}$ ,  $\frac{2}{10}$   
και  $\frac{20}{100}$ ;

## Παράρτημα 5

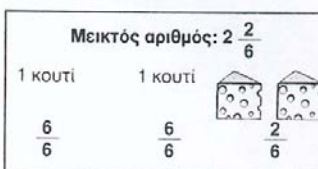
### Καταχρηστικά κλάσματα - Μεικτοί αριθμοί

Ο πατέρας του Ιάκωβου είναι μάγειρας σε ένα μεγάλο εστιατόριο. Χρησιμοποιεί τυρί για τα διάφορα γλυκίσματα και φαγητά που φτιάχνει. Το τυρί βρίσκεται σε κουτιά. Κάθε κουτί έχει μέσα 6 κομμάτια τυρί σε σχήμα τριγώνου. Μια συνταγή για επιδόρπιο περιλαμβάνει  $2\frac{2}{6}$  κουτιά τυρί.



1. Πόσα κομμάτια τυρί χρειάζεται συνολικά ο μάγειρας για τη συνταγή;

Ο αριθμός  $2\frac{2}{6}$  έχει ακέραιο μέρος και κλασματικό μέρος. Είναι μεικτός αριθμός.



$$2\frac{2}{6} = \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + \frac{2}{6} = \frac{14}{6}$$

$$2\frac{2}{6} = (2 \times \frac{6}{6}) + \frac{2}{6} = \frac{14}{6}$$



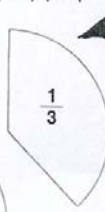
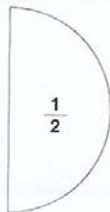
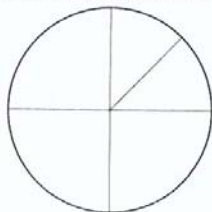
Χρειάζεται 14 κομμάτια τυρί.

## Παράρτημα 6



1. Το Νοεμβριο οι μαθητές παρατήρησαν προσεκτικά τις καιρικές συνθήκες και καταγράψαν τις παρατηρήσεις τους. Το  $\frac{1}{3}$  των ημερών ήταν συννεφιασμένες, το  $\frac{1}{8}$  ήταν βροχερές και το  $\frac{1}{4}$  ήταν ηλιόλουστες. Ποιες από αυτές ήταν οι πιο πολλές;

Η Αντιγόνη χρησιμοποίησε τους κύκλους κλασμάτων για να κάνει τη σύγκριση.



2. Βάλε  $>$  ή  $<$  στα κενά.

$$\frac{1}{4} \square \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{3} \square \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{3} \square \frac{1}{4}$$

3. Χρησιμοποιώντας τους κύκλους κλασμάτων, σειροθέτησε τα κλάσματα  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{3}{8}$ ,  $\frac{2}{8}$  αρχίζοντας από το μικρότερο.



Χρωμάτισε το μέρος που παρουσιάζει κάθε κλάσμα και θάλε σε κύκλο το μεγαλύτερο.

1.



$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{2}{6}$$



$$\frac{2}{8}$$

Τι παρατηρείς κάθε φορά;

.....

.....

.....

.....

2.



$$\frac{4}{12}$$



$$\frac{9}{12}$$



$$\frac{6}{12}$$

.....

.....

.....

.....

### Abstract

This study aims to investigate issues that are related to the transition of children from elementary to secondary school mathematics in Cyprus. The study has two distinct parts. In the first part we examine the causes of these difficulties such as the new social environment, teachers' education, administrative organization of the two levels, mathematics curriculum and textbooks, and methods of teaching in primary and secondary school. In the second part of the study we explore the level of achievement of students in the 6<sup>th</sup> grade of primary school and 1<sup>st</sup> grade of secondary school in the context of fractions. The results suggest that there is no statistically significant difference between the achievement level of the children in the two groups.