

ΜΙΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΡΟΤΑΣΗ [Συμπεράσματα από ένα μακροχρόνιο πειραματισμό στη σχολική αίθουσα]

ΚΕΡΑΣΑΡΙΔΗΣ ΓΙΑΝΝΗΣ

1^ο Ενιαίο Λύκειο Ελληνικού
Πάτμου 3, 174 56 ΑΛΙΜΟΣ
e-mail:kerasaridis@yahoo.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Σχετικά, με το πιο διδακτικό μοντέλο θα εφαρμόσουμε μέσα στην τάξη, εμείς πιστεύουμε πως είναι συνάρτηση της κοσμοαντίληψης της οποίας φορέας είναι ο κάθε δάσκαλος. Μετά από χρόνιο και βασανιστικό πειραματισμό μέσα στη σχολική αίθουσα καταλήξαμε σε ένα μοντέλο και το προτείνουμε σαν «*βηματισμό της μαθηματικής σκέψης (και όχι μόνο)*». Πιστεύουμε πως είναι συμβατό με τις δυνατότητες οποιουδήποτε παιδιού, αρκεί, κάποτε, να καταλάβουμε για ποιο λόγο διδάσκουμε τα Μαθηματικά στο Σχολείο [1]. Είναι ανάγκη να θυμηθούμε τους Dobroliubov, Ouchinski, Tolstoi, που έχουν πλησιάσει το Σχολείο, τη διδασκαλία και την ανατροφή γενικά, *πρώτα και πριν απ' όλα*, από τη σκοπιά μιας απαίτησης που αφορά τον άνθρωπο (τι *άνθρωπο να διαμορφώσουμε;*) και όχι μόνο από τη σκοπιά μιας απαίτησης για την επιδεξιότητα, την ικανότητα, τις ιδέες, τα συναισθήματα (ποιες δεξιότητες, ποιες ιδέες, ποια συναισθήματα πρέπει να αποκτήσει, ποιες πρέπει να είναι;) [2,3]

Γιατί, ακόμη, έχει περισσέψει η λαθροχειρία των εννοιών και, με όχημα τις τέτοιες έννοιες, επενδεδυμένες με "επιστημονικό περιτύλιγμα", περνούν Παιδαγωγικές και Διδακτικές ιδέες που μας παραπέμπουν, κατευθείαν, στον 19^ο και τις αρχές του 20^{ου} αιώνα.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Η ΒΙΟΛΟΓΙΚΗ "ΒΑΣΗ" ΚΑΙ ΠΑΓΙΕΣ ΘΕΣΕΙΣ

Ο άνθρωπος αποτελεί κοινωνικό ον. Ο εγκέφαλός του και τα όργανά του αντίληψης, νόησης και δράσης εξελίσσονταν και απόκτησαν τον ανθρώπινο χαρακτήρα τους στη διαδικασία της κοινωνικο-ιστορικής εξέλιξης και ειδικότερα της εξέλιξης της παραγωγής. *Αν όμως σκέπτεται όχι ο ίδιος ο εγκέφαλος, αλλά ο άνθρωπος μέσο του εγκεφάλου του, αυτό σημαίνει πως ο εγκέφαλος, σκεφτόμενος με την ιδιότητα του ανθρώπινου εγκεφάλου και οι ιδέες-εικόνες του δεν μπορούν να μη έχουν χαρακτήρα, ρόλο και σημασία ακριβώς ανθρώπινων σκέψεων, δηλ. σκέψεων κοινωνικά καθορισμένου και κοινωνικά δρόντος όντος* [8].

Από την ίδια του τη φύση, ο ανθρώπινος εγκέφαλος, δέχεται και διαχειρίζεται τις πληροφορίες με μια ορισμένη διαδοχή.

• 1^η φάση: Έναρξη. *δια μέσου των κατάλληλων διόδων δέχεται πληροφορίες με προέλευση εξωτερική ή εσωτερική*

[Η πληροφορία στο παραδοσιακό της περιεχόμενο σημαίνει είδηση, ανακοίνωση, γνωριμία με ορισμένα πράγματα ή γεγονότα. Παρμένη σ' αυτό της το περιεχόμενο η έννοια πληροφορία δεν διαφέρει από την έννοια *αντανάκλαση* και συνεπώς δεν θέτει στη μερικοεπιστημονική και στη φιλοσοφική σκέψη νέα προβλήματα. Οι πληροφοριακές και οι νοητικές διαδικασίες είναι *δοσμένες σε διαλεκτική ενότητα*.

• 2^η φάση: Αναγνώριση. *αναγνωρίζει την πληροφορία, που δέχθηκε, με τη βοήθεια της εμπειρίας.*

[Θεωρούμε, την *εμπειρία*, σαν την πρακτική των ανθρώπων, που με τη σειρά της επενεργεί πάνω στην ανθρώπινη φύση, και είναι ανεξάρτητη από την ανθρώπινη συνείδηση, την οποία μάλιστα μεταβάλλει με τη βοήθεια των εργαλείων παραγωγής, που είναι δημιουργήματα του ανθρώπου. Θεωρούμε ότι η τέτοια αντίληψη της εμπειρίας (ή πείρας) έχει μεγάλη σημασία για τη θεωρία της γνώσης, για την επιστήμη. *Γιατί κάθε επιστημονική θεωρία στηρίζεται πάνω στην εμπειρία και είναι γενίκευση και απολογισμός των εμπειρικών δεδομένων.* Διαφωνούμε με την άποψη που εννοεί με τη λέξη *εμπειρία* το σύνολο των αισθημάτων, την επίδρασή τους και τα αποτελέσματά τους. Χωρίς εμπειρία δεν μπορεί να υπάρξει σκέψη· ο άνθρωπος, στη διάρκεια της ζωής του, αφομοιώνει την εμπειρία των προηγούμενων γενεών]

Η παραπάνω διαδικασία (της αναγνώρισης) πραγματώνεται ακριβώς με τη μορφή της κατάρκτησης των σημασιών και, στο μέτρο αυτής της κατάρκτησης.

[Η "*σημασία*" είναι η γενίκευση της πραγματικότητας που έχει κρυσταλλοποιηθεί και παγιωθεί μέσα στον αισθητό φορέα, συνήθως στη *λέξη* ή στην *πρόταση*. Είναι η ιδεατή, πνευματική μορφή της κρυσταλλοποίησης της εμπειρίας και της κοινωνικής πρακτικής της ανθρωπότητας. Η σφαίρα των παραστάσεων μιας κοινωνίας, η επιστήμη της, η γλώσσα της η ίδια, όλα αυτά συνιστούν τα "*συστήματα σημασιών*". Η σημασία ανήκει, λοιπόν, πριν απ' όλα στον κόσμο των αντικειμενικά ιστορικών φαινομένων. Γι' αυτό πρέπει να έχουμε το γεγονός αυτό σαν αφετηρία. Η "*σημασία*", λοιπόν, είναι η μορφή που μ' αυτή ένας άνθρωπος αφομοιώνει την ανθρώπινη εμπειρία γενικευμένη και αντανakλασμένη στη συνείδησή του. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αντιδιαστέλλουμε την έννοια της "*σημασίας*" από την έννοια του "*νόηματος*". Η έννοια του "*νόηματος*" είναι ουσιώδης έννοια. Η έννοια της σημασίας δεν αποδίδει ολόκληρο τον πλούτο του ψυχολογικού περιεχομένου που βρίσκουμε στη λήψη συνείδησης των φαινομένων της αντικειμενικής πραγματικότητας, που σ' αυτά δίνουμε ένα νόημα].

"Αναγνωρίζω μια πληροφορία", λοιπόν, σημαίνει αντιλαμβάνομαι τη σημασία των λέξεων και των προτάσεων με τις οποίες φτάνει η πληροφορία

Ο άνθρωπος ζει, βέβαια, μέσα στο φυσικό του αλλά και μέσα σε ένα άλλο περιβάλλον, το κοινωνικό, που χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη και ανάπτυξη των *λεκτικών ερεθισμάτων*. Τα ερεθίσματα αυτά υπάγονται σ' εκείνο που ο Ι. Π. Παυλώφ (1849-1936) [9] ονόμασε *δεύτερο σύστημα σηματοδότησης*. Να τι έλεγε: «Αυτά αντιπροσωπεύουν την αφαίρεση της πραγματικότητας και συντελούν στη γενίκευση, εκείνη ακριβώς που σχηματίζει τον τρόπο της συμπληρωματικής, της ανώτερης, της ανθρώπινης σκέψης μας, η οποία πριν απ' όλα δημιουργεί τον κοινό σε όλους εμπειρισμό και τέλος την επιστήμη, ανώτερο όργανο, που επιτρέπει στον άνθρωπο να προσανατολίζεται στον έξω κόσμο και στον ίδιο τον εαυτό του».

● 3^η φάση: *Τοποθέτηση*. δεν υπάρχει πληροφορία, άπαξ και ληφθεί, απέναντι στην οποία να μη παίρνει θέση ο άνθρωπος ["*συνειδητά*" ή "*ασυνειδητά*"]. Η "*αντίδρασή*" του αυτή, εκδηλώνεται με δύο τρόπους:

α) *παθητικά*: αγνοούμε το αίτημα της πληροφορίας [γιατί εκτιμήσαμε ότι δεν παρουσιάζει ενδιαφέρον για μας] και το αντιπαρερχόμαστε

β) *ενεργητικά*: λαμβάνουμε υπ' όψη το αίτημα της πληροφορίας, και, με τη βοήθεια της *εμπειρίας* μας, αναγόμεστε σε ήδη γνωστές *διαδικασίες* για την ικανοποίησή του

[Γνωρίζουμε ότι "*διαδικασία*" ή "*μέθοδος*" είναι ένα σύνολο προγραμματισμένων ενεργειών, γνωστών εκ των προτέρων και εγγυημένης αλήθειας. Οι ενέργειες αυτές για να πραγματοποιηθούν, θα πρέπει, να ικανοποιούνται ορισμένες προϋποθέσεις ή να μη απαιτούνται

τέτοιες. Στην περίπτωση αυτή αίρουμε τους λόγους που εμποδίζουν την ικανοποίηση των προϋποθέσεων και προχωρούμε στην ικανοποίηση του αιτήματος]

• 4^η φάση: Δράση. υλοποιούμε τις διαδικασίες, πραγματοποιώντας το σύνολο των προγραμματισμένων ενεργειών, όπως τις ιεραρχήσαμε στην "τοποθέτησή" μας

Σαν συνέπεια των παραπάνω, δεχόμαστε τις παρακάτω θέσεις⁽¹⁾

- Υπάρχει αντικειμενική πραγματικότητα
- Υπάρχει υποκείμενο με συνείδηση
- Η αντικειμενική πραγματικότητα είναι πρωτογενής, η συνείδηση δευτερογενής
- Η αντικειμενική πραγματικότητα περιλαμβάνει αντικείμενα (πράγματα και φαινόμενα)
- Μεταξύ των αντικειμένων υπάρχουν συσχετίσεις
- Το υποκείμενο επεξεργάζεται έννοιες για αντικείμενα και συσχετίσεις που διαμορφώνουν τη συνείδηση
- Υπάρχει υποκειμενικό μέσο, που ονομάζεται γλώσσα
- Η γλώσσα περιλαμβάνει όρους και κρίσεις
- Οι έννοιες των αντικειμένων εκφράζονται με όρους
- Οι έννοιες των συσχετίσεων εκφράζονται με κρίσεις
- Το περιεχόμενο των εννοιών αυτών ελέγχεται από την ανθρώπινη δραστηριότητα-πρακτική
- Στα Μαθηματικά οι έννοιες των συσχετίσεων είναι: σχέσεις.....(πχ. <, =, >),

πράξεις.....(πχ. +, -, $\frac{d}{dx}$, $\int$), συναρτήσεις.....(πχ. $y=\eta\mu x$)

ΜΕΡΟΣ Β΄

ΠΡΙΝ ΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ "ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΠΡΟΤΑΣΗΣ"

Ι. Η έρευνα

Πάγια θέση μας είναι πως ο δάσκαλος της αίθουσας, πέραν από τα συμβατικά του καθήκοντα, είναι υποχρεωμένος να *κάνει έρευνα*, δηλ., να υποθέτει, να παρατηρεί, να συλλέγει, να *συσχετίζει* στοιχεία που προκύπτουν από την άσκηση των συμβατικών του υποχρεώσεων και να κάνει προτάσεις στους... "καθ' ύλην αρμόδιους". Δηλαδή, να κάνει *πρωτογενή* έρευνα. Εμείς πιστεύουμε πως η πρωτογενής έρευνα είναι αποκλειστικό προνόμιο του δάσκαλου της αίθουσας, σε καμία περίπτωση δεν είναι αντικείμενο π.χ. πανεπιστημιακού δάσκαλου. Ο ειδικός ερευνητής κάνει *δευτερογενή ή τριτογενή έρευνα*, αξιοποιώντας το υλικό πολλών *πρωτογενών ή δευτερογενών ερευνών* αντίστοιχα και συνεργάζεται με τους αντίστοιχους δάσκαλους που το παρήγαγαν. Πολλοί ισχυρίζονται πως μπορούν να κάνουν την πρωτογενή έρευνα του δάσκαλου της αίθουσας, αναλαμβάνοντας πειραματισμούς σε δύο ή περισσότερα σχολεία. Εμείς απαντάμε πως σε ένα ή δύο χρόνια είναι αδύνατο να "μάθεις" τα παιδιά, πολύ περισσότερο να "μπεις στην ψυχή τους". Γιατί οι άνθρωποι δεν είναι βιομηχανικά προϊόντα ώστε να έχουν τις ίδιες ιδιότητες, άρα να αντιδρούν με τον ίδιο τρόπο, όπως π.χ. ένα σαπούνι στα βρεγμένα χέρια μας. Χρειάζονται πολλά χρόνια ενασχόλησης με την κάθε κλάση ηλικίας για να μπορεί να ισχυρισθεί κάποιος ότι "μπήκε

⁽¹⁾ Στο «Μαθηματικά και Φιλοσοφία», βιβλιογραφική αναφορά [1]

στην ψυχή" του παιδιού της συγκεκριμένης κλάσης ηλικίας και, ειδικότερα, των συγκεκριμένων παιδιών

Η εργασία αυτή είναι μια *πρωτογενής* έρευνα που, συστηματικά, ξεκίνησε πριν 6 χρόνια πάνω σε ένα "υλικό", μεταβαλλόμενο σε πλήθος και σε πρόσωπα, με μέγιστο χρόνο πειραματισμού (στα ίδια πρόσωπα) τα 3 χρόνια. Δεν υπήρξε διδακτική ώρα η οποία να μη ήταν ευκαιρία πειραματισμού. Τα εκάστοτε μερικά συμπεράσματα υποβάλλονταν ξανά και ξανά στη δοκιμασία της πράξης. Ξεκινήσαμε κάνοντας κάποιες διδακτικές υποθέσεις, τις οποίες στη συνέχεια υποβάλλαμε στη συνεχή βάσανο της πράξης μέσα στο ζωντανό (αυθεντικό) περιβάλλον της σχολικής αίθουσας. Κάθε φορά που, η πράξη, μας επέβαλε τα δικά της συμπεράσματα, αναθεωρούσαμε τις υποθέσεις μας.

Από μεθοδολογική άποψη, σκόπιμα δεν ακολουθήσαμε καμιά από τις γνωστές "ακαδημαϊκές ρετσέτες", κι αυτό γιατί απόφαση του γράφοντος ήταν και είναι να μην ακολουθήσει δρόμους που σε οδηγούν...από κει που ξεκίνησες [6]. Πάντως, σε κάθε περίπτωση πειραματιζόμασταν σε ζεύγη ομοειδών τμημάτων, όπου στο ένα εφαρμόζαμε απαρέγκλιτα το μοντέλο [που είναι πρόταση αυτής της εργασίας] και στο άλλο τον κλασικό τρόπο, εφαρμόζοντας, σε ειδικά θέματα, και...λίγο μοντέλο.

Τα αποτελέσματα αυτών των πειραματισμών μας ενδιέφεραν από *ποιοτική* άποψη. Δηλ., μας ενδιέφερε

α) αν μπορεί ένα παιδί, διαβάζοντας την εκφώνηση μιας πρότασης ή μιας άσκησης:

α₁. να καταλάβει τι του ζητά η εκφώνηση

α₂. αν μπορεί (στην περίπτωση της Γεωμετρίας) να κατασκευάσει το αντίστοιχο σχήμα

β) αν μπορεί να συσχετίσει το ζητούμενο με γενικότερες θέσεις (π.χ. «είναι πρόβλημα υπολογισμού παραμέτρου», «είναι πρόβλημα εύρεσης σχέσης μεταξύ παραμέτρων», «είναι πρόβλημα γεωμετρικού τόπου», «είναι πρόβλημα υπολογισμού του μήκους ενός ευθ. τμήματος ή ενός εμβαδού», «είναι πρόβλημα "είδους σχήματος"» κλπ., κλπ.)

γ) με πρόφαση αυτές τις αναζητήσεις, εντοπίζαμε τις ελλείψεις τόσο σε γνώσεις υποδομής (έννοιες, προτάσεις, τυπολόγιο, ...), όσο και τη στρεβλή ερμηνεία ή άποψη για έννοιες, προτάσεις, τύπους κλπ. Όλα αυτά έπρεπε να εντοπισθούν και, στο βαθμό του δυνατού, να αρθούν.

Για τη σύνταξη αυτής της εργασίας, χρησιμοποιήθηκε μέρος των συμπερασμάτων στα οποία καταλήξαμε επεξεργαζόμενοι τα στοιχεία που (άφθονα) είχαμε στη διάθεσή μας. Το θέμα της εργασίας είναι αυτό που δηλώνει ο τίτλος της, δηλ., μια πρόταση για το πώς πρέπει να γίνεται το μάθημα στην τάξη [κοίτα "Μέρος Γ'"]

II. Η σχολική τάξη

Ας δούμε τι συμβαίνει μέσα στην τάξη, όπου παίρνουν σάρκα και οστά όλες οι παιδαγωγικές και διδακτικές θεωρίες. Αν ξεκαθαρίσουμε απ' την αρχή *ποιον τύπο ανθρώπου επιδιώκουμε να διαμορφώσουμε* τότε και μόνο τότε θα τοποθετηθούμε απέναντι στον κυκεώνα των διδακτικών θεωριών. Κατά τη γνώμη μας δύο είναι οι απόψεις πάνω σ' αυτό το ερώτημα: επιδιώκουμε να διαμορφώσουμε: α) τον τύπο του ανθρώπου που θα χρήζει επαναληπτικής κατάρτισης (ενίστε σε άσχετα μεταξύ τους αντικείμενα) και θα απασχολείται τόσο όσο "διαρκούν" οι γνώσεις της κατάρτισης, β) τον τύπο του ανθρώπου που θα *αγαπά τη φύση του και τη Φύση*. Εμείς πιστεύουμε στην δεύτερη άποψη, οι θιασώτες του νεοθετικισμού στην πρώτη [2]

α'. Μια απαραίτητη προϋπόθεση

Δεν είναι λίγοι αυτοί που κάνουν ένα σοβαρότατο λάθος στην προσπάθειά τους να ερμηνεύσουν την στάση ενός π.χ. μαθητή απέναντι σε θέματα που αφορούν την επίτευξη των σκοπών του Σχολείου. Οι άνθρωποι αυτοί απομονώνουν τον μαθητή από μια σειρά περιβάλλοντα με τα οποία βρίσκεται σε διαρκή αλληλεπίδραση και τον "βλέπουν" μόνο σε σχέση με το σχολικό περιβάλλον.

Τα περιβάλλοντα που αφορούν τους μαθητές είναι, κατά την γνώμη μας: 1) η οικογένεια, 2) η περιοχή κατοικίας, 3) η σχολική μονάδα, 4) το τμήμα ή η τάξη Σχολείου του, 5) το ευρύτερο φυσικό περιβάλλον (εδαφολογικές-κλιματολογικές συνθήκες), 6) οι παρέες και τα "στέκια" που προκύπτουν από διάφορα χόμπι, πολιτικά και πολιτιστικά ενδιαφέροντα, ψυχαγωγία, αθλητισμό, 7) θα ήταν μέγιστο λάθος αν αγνοούσαμε την καθοριστική επίδραση που ασκούν πάνω στον μαθητή δύο σημαντικοί παράγοντες α) η Πολιτεία με τις αποφάσεις της, β) τα ΜΜΕ, 8) οι δάσκαλοι όλων των βαθμίδων της εκπαίδευσης [6]

β'. Οι συνιστώσες της διδακτικής πράξης

Στην αποκαλούμενη *διδακτική πράξη* τα μέρη που παίρνουν μέρος είναι τέσσερα. α) οι *διδασκόμενοι*, β) οι *διδάσκοντες*, γ) η *Πολιτεία* και δ) το *κοινωνικό περιβάλλον*. Κάθ' ένα απ' αυτά τα μέρη βρίσκεται σε ακατάπαυστη αλληλεπίδραση με τα άλλα, τα επηρεάζει κι επηρεάζεται, τα διαμορφώνει και διαμορφώνεται ανάλογα με τον, κάθε φορά, συσχετισμό δυνάμεων μεταξύ αυτών των μερών. Έτσι η διδακτική πράξη μπορεί να είναι: μονοδιάστατη (μαθητής), δισδιάστατη (μαθητής – δάσκαλος), τρισδιάστατη (μαθητής – δάσκαλος – Πολιτεία), τετραδιάστατη (μαθητής – δάσκαλος – Πολιτεία – κοινωνικό περιβάλλον). Εμείς την βλέπουμε τετραδιάστατη

γ'. Ισότητα ευκαιριών για συμμετοχή

Όταν ξεκινήσαμε τους πειραματισμούς στο Σχολείο, με σκοπό να κατανοήσουμε γιατί τα παιδιά δυσκολεύονται στα μαθήματα γενικότερα και στα Μαθηματικά ειδικότερα, το πρώτο που κάναμε ήταν να συγκεντρώσουμε τις πληροφορίες (σε κάποιο βαθμό το πετυχαίναμε) σχετικά με: 1) την υποδομή μαθηματικών γνώσεών τους, 2) την επίδοσή τους στα άλλα μαθήματα, 3) την οικογενειακή κατάστασή τους (μέλη οικογένειας, σπουδές και σχέσεις μεταξύ τους), 4) την κοινωνικοοικονομική κατάσταση της οικογένειάς τους, 5) την κατάσταση υγείας του παιδιού, 6) τα ενδιαφέροντα και τις φιλοδοξίες του, 7) την συμπεριφορά του μέσα στην τάξη, 8) τα αισθηματικά του προβλήματα (είναι το πιο συνηθισμένο στοιχείο που πρέπει να λαβαίνουμε υπ' όψη, σ' αυτή την ηλικία), 9) την κοινωνική κατάσταση της γειτονιάς του, 10) την κοινωνική κατάσταση της πόλης στην οποία ανήκει η γειτονιά του.

Διαπιστώσαμε πως, τα αίτια που οδηγούν τη συντριπτική πλειοψηφία των παιδιών σε προβληματική θέση, μπορούμε να τα χωρίσουμε σε τρεις κύριες ομάδες:

α) την κοινωνικοοικονομική κατάσταση της οικογένειας και το κοινωνικο-πολιτιστικό περιβάλλον (στενό και πλατύτερο), στο οποίο αναπτύσσεται το παιδί

β) τη στάση της Πολιτείας σε καίριας σημασίας θέματα [με αιχμή: i. το εκπαιδευτικό σύστημα που επιβάλλει, ii. την υλικοτεχνική υποδομή, iii. το πρόβλημα της επαγγελματικής αποκατάστασης (ανεργία)]

γ) το σχολικό παρελθόν του παιδιού [5]

Στην πρόοδο του πειραματισμού διαπιστώναμε πως όλα τα παιδιά *δεν μάθαιναν με τον ίδιο τρόπο ούτε μπορούσαν να παρακολουθήσουν με την ίδια ευχέρεια τα διαδραματιζόμενα στην τάξη*. Σ' αυτό συντελούσαν διάφοροι παράγοντες για το καθένα. Άλλα είχαν περισσότερα ή λιγότερα

κενά στην υποδομή γνώσεων, άλλα είχαν ευχέρεια στο χειρισμό της γλώσσας κι άλλα όχι, άλλα ήσαν περισσότερο ή λιγότερο κλεισμένα στον εαυτό τους, άλλα είχαν σοβαρότερα ή λιγότερο σοβαρά ψυχολογικά προβλήματα κύρια εξ αιτίας των σχέσεων των γονιών τους ή της οικονομικής κατάστασης της οικογένειας, άλλα επηρεάζονταν από το γεγονός πως οι γονείς τους είχαν δική τους δουλειά και όταν θα τέλειωναν το σχολείο "δεν χρειαζόνταν να σπουδάσουν" γιατί θα είχαν "στρωμένη" δουλειά, άλλα εξ αιτίας της καλής οικονομικής κατάστασης των γονιών τους δεν χρειαζόνταν να προσπαθήσουν πολύ γιατί, μετά το Λύκειο, θα τα έστελναν στην Αγγλία για σπουδές, άλλα είχαν σοβαρά προβλήματα υγείας και εξ αιτίας αυτού απουσίαζαν συχνά, άλλα γιατί (κατά τους ισχυρισμούς τους) δεν είχαν καλό δάσκαλο σε κάποια τάξη, άλλα...[7]

Σημασία για μας έχει το γεγονός ότι, καταλήξαμε στο συμπέρασμα πως όλα τα παιδιά *δεν είναι ίσης αφετηρίας μέσα στην τάξη*. Κατά συνέπεια η νεοθετικιστική άποψη που "βλέπει" το παιδί μόνο μέσα στο περιβάλλον του σχολείου [δηλαδή ξεκομμένο από τα άλλα περιβάλλοντα] και όχι σαν μια μονάδα που βρίσκεται σε διαρκή αλληλεπίδραση με τα άλλα περιβάλλοντα [6], κι ακόμη, αγνοεί το σχολικό παρελθόν του παιδιού, δεν μπορεί να απαντήσει στο κεντρικό ερώτημα "τις πταίει" και τα παιδιά δυσκολεύονται στα Μαθηματικά. Άρα, οι διαβεβαιώσεις αυτής της άποψης πως, το αν μια μερίδα παιδιών δε συμμετέχει ικανοποιητικά στη διδακτική διαδικασία, την ευθύνη έχουν καθολοκληρή τα ίδια τα παιδιά και πως το σύστημα είναι αμερόληπτο, δεν έχει καμία σχέση με την πραγματικότητα [2]

δ'. Προετοιμασία του "εδάφους"

Θα αναφέρουμε μερικές προπαρασκευαστικές ενέργειες με βάθος χρόνου.

1. Από την πρώτη ημέρα παρουσίας στην τάξη εξηγήσαμε στα παιδιά κάποιους κανόνες ομαλής διεξαγωγής του μαθήματος. Αν σε κάποιο κανόνα αντιδρούσαν γινόταν συζήτηση, η οποία αν δεν κατέληγε σε συμφωνία, ακολουθούσε συνάντηση με τους γονείς, ...

2. Ο τόνος της ομιλίας μας ήταν πάντα ήπιος και φιλικός. Αγχολυτική ατμόσφαιρα μέσα στην τάξη, ώστε τίποτε να μη θυμίζει...επικείμενη σύγκρουση δάσκαλου-μαθητή, αλλά τα πάντα να παραπέμπουν στην ελεύθερη έκφραση, με αμοιβαίο σεβασμό της προσωπικότητας μαθητή-δάσκαλου [έλλειψη "καταλόγου", τα παιδιά μπορούσαν να κάνουν λάθη χωρίς καμιά επίπτωση στη βαθμολογία, ο δάσκαλος ποτέ δεν μαλώνει ένα παιδί επειδή "είπε λάθη" (τονίζοντας πως λάθος είναι το να μη λέει κάποιος ποτέ και τίποτα), ο δάσκαλος αποτελεί εγγύηση πως κανείς στην τάξη δεν θα ειρωνευτεί ένα συμμαθητή του επειδή "είπε λάθη"]

3. Στο τέλος κάθε τετραμήνου, τα παιδιά σημείωναν σε ένα χαρτάκι: ονοματεπώνυμο, βαθμό που πίστευαν πως αξίζουν, βαθμό που πίστευαν πως θα τους βάλει ο δάσκαλος. Ο δάσκαλος έβαζε τους βαθμούς που ο ίδιος νόμιζε ότι πρέπει να πάρει το κάθε παιδί και στη συνέχεια, σε κατ' ιδίαν συζήτηση με το κάθε παιδί ξεχωριστά, του εξηγούσε τους λόγους για τους οποίους του έβαλε τους συγκεκριμένους βαθμούς. Στις συζητήσεις αυτές ο δάσκαλος ποτέ δεν έχανε την ψυχραιμία του ακόμα κι αν ένα παιδί έχανε αυτό την ψυχραιμία του. Η βαθμολογία γίνεται πάντα με παιδαγωγικά κριτήρια, ποτέ με "τεχνοκρατικά".

4. "παράδοση" και "εξέταση" είναι δύο στοιχεία αξεδιάλυτα

5. Σε κάθε διδακτική ώρα τα παιδιά δέχονται τουλάχιστο μία ερώτηση από το δάσκαλο. Κανένα παιδί δεν είναι υποχρεωμένο να σηκωθεί στον πίνακα ή να απαντήσει σε ερώτηση, αν δεν το θέλει. Γνωρίζει καλά πως δεν θα υπάρξουν συνέπειες γι' αυτό

6. Από την έναρξη των μαθημάτων τον Σεπτέμβρη γίνεται συστηματική προσπάθεια για *απομυθοποίηση* των Μαθηματικών. Το σύνθημα είναι: «κανονικά τα Μαθηματικά θα έπρεπε να είναι το μάθημα της "πλάκας"». Αυτό γίνεται αντιληπτό από τα παιδιά όταν σε κάθε περίπτωση

τους δείχνεις πως η μαθηματική λογική είναι η ίδια η ανθρώπινη λογική, με τη διαφορά πως τις λεκτικές διατυπώσεις τις υποκαθιστούμε με σύμβολα για οικονομία χώρου και διατυπώσεων. Τα παραδείγματα από την καθημερινή ζωή είναι το ισχυρότερο επιχείρημα

7. Η "παράδοση" της "θεωρίας" σπάνια γίνεται από το δάσκαλο. Για το σκοπό αυτό ακολουθούνται δύο τακτικές: (ε₁) τα παιδιά ανοίγουν το βιβλίο στην αντίστοιχη σελίδα και προσπαθούν να κατανοήσουν μόνα τους την εκφώνηση της πρότασης. Έχουν στη διάθεσή τους, περίπου ένα πεντάλεπτο. Μετά ο δάσκαλος ρωτά «ποιο παιδί θέλει να σηκωθεί στον πίνακα ώστε, κρατώντας στο χέρι το βιβλίο και διαβάζοντας φράση-φράση, να μας τις εξηγή. Κανείς δεν είναι υποχρεωμένος να πει "απ' έξω" κομμάτια της θεωρίας, ακόμη κι αν συμπτωματικά την είχε διαβάσει». Μέσα στους κανόνες είναι και το ότι η τάξη μπορεί να θέτει ερωτήματα στα οποία, αν δεν μπορεί να απαντήσει αυτός που σηκώθηκε στον πίνακα, μπορούν να προσπαθήσουν τα άλλα παιδιά. Ο δάσκαλος παίζει το ρόλο "συμβούλου σκέψης" και όχι λυσαριού.

ε'. Η συμμετοχή των μαθητών στο μάθημα

Ας πούμε πως, το νέο που θα προσφέρει ο δάσκαλος μέσα στην τάξη, είναι η πρόταση (p): «Αν A τότε B». Είναι φανερό πως ο δάσκαλος γνωρίζει τη διαδοχή των συγκεκριμένων ενδιάμεσων "θέσεων" για την απόδειξη της αλήθειας της (p). Εδώ υπάρχουν τρεις επιλογές:

1^η επιλογή

Ο δάσκαλος αρχίζει και τελειώνει την "παράδοση" ο ίδιος, λύνει "υποδειγματικά" δύο ως τρεις ασκήσεις και «όποιος κατάλαβε...κατάλαβε». Ο υπόλοιπος χρόνος ξοδεύτηκε στην εξέταση ενός αριθμού μαθητών στις ασκήσεις που είχαν τεθεί από το προηγούμενο μάθημα. Είναι η πατροπαράδοτη "από καθ' έδρας" διδασκαλία.

2^η επιλογή

Ο δάσκαλος θέτει στα παιδιά κατάλληλα ερωτήματα στα οποία περιμένει να προκύψουν, σαν απαντήσεις, μία-μία οι ενδιάμεσες "θέσεις" που αυτός έχει υπ' όψη του. Τα παιδιά απαντούν κι ο δάσκαλος εγκρίνει (οπότε περνά στην επόμενη ερώτηση) ή απορρίπτει (οπότε ακολουθεί τροποποιημένη ερώτηση κοκ.). Μ' αυτό τον τρόπο προσφέρεται το "νέο". Στον ενδιάμεσο χρόνο τίθενται μικροασκήσεις στις οποίες απαντούν [ή προσπαθούν να απαντήσουν] τα ίδια και τα ίδια παιδιά.

3^η επιλογή

Ο δάσκαλος θέτει ένα ερώτημα – σηκώνονται αρκετά χέρια – ο μαθητής M₁ παίρνει το λόγο – ο δάσκαλος δεν εγκρίνει ούτε απορρίπτει την απάντηση του M₁, θέτει, όμως, προς όλα τα παιδιά το ερώτημα: «συμφωνείτε ή διαφωνείτε με τη γνώμη του M₁, ναι ή όχι και προ πάντων γιατί» – οι μαθητές M₂, M₃, M₄,..., M_n (2 ≤ n ≤ 28) δίνουν τις θέσεις τους σχετικά με τη θέση του M₁ – σιγά-σιγά η τάξη ξεμουδιάζει, ακούγονται κι άλλες θέσεις, κι άλλες κριτικές θέσεων – γίνεται μια ζωντανή διαπραγμάτευση της γνώσης με επιστέγασμα τη σύνθεση των απόψεων και την εξαγωγή του συμπεράσματος. Όσο λιγότερο μιλά ο δάσκαλος στην τάξη, τόσο το καλύτερο.

στ'. Σχόλια στις τρεις επιλογές

1^η επιλογή

Η πρώτη επιλογή στηρίζεται στην άποψη πως όλα παιδιά δεν γεννιούνται με "προικισμένο μυαλό" κι έτσι "δεν τα παίρνουν τα γράμματα" γιατί, για να μάθει κανείς "γράμματα" και ιδιαίτερα Μαθηματικά, πρέπει από γεννησιμιού του να φέρει τη "σφραγίδα της δωρεάς" και άλλα παρόμοια. Δεν είναι τυχαίο το γεγονός ότι οι πρώτοι λέγονται "καλοί μαθητές", ενώ οι δεύτεροι διαβαθμίζονται σε:

α) "μέτριους" [μόλις που γίνονται ανεκτοί, γιατί ενώ θα μπορούσαν να είναι "καλοί", δεν είναι αφού τους λείπουν οι...σφραγίδες της εργατικότητας και του ενδιαφέροντος],

β) "τούβλα" [αυτοί τουλάχιστον έχουν κάποιο άλλοθι γιατί δεν ευθύνονται οι ίδιοι για την ανεπάρκεια του μυαλού τους. Σημειωτέον ότι τα "τούβλα" αποτελούν τη συντριπτική πλειοψηφία της τάξης],

γ) "κακούς" [αυτούς η θεία πρόνοια τους έταξε στο ρόλο του αποδιοπομπαίου τράγου, αφού η ιστορία πάντα χρειάζεται τον "κακό"⁽¹⁾. Σκοπός, άλλωστε, του Σχολείου είναι να "στριμώξει" τους "κακούς", οπότε έχουμε την κορύφωση της σχολικής λειτουργίας, δηλαδή τη νίκη του "καλού" ενάντια στο "κακό"]. Η θεωρία αυτή είναι ισχυρά δασκαλοκεντρική, πέρα για πέρα αντιδραστική και ξένη προς την πραγματικότητα της αίθουσας

2^η επιλογή

Η δεύτερη εκδοχή αποτελεί μια σοβαρή βελτίωση της προηγούμενης. Όμως δεν παύει να φέρει μέσα της βασικά σημάδια του δασκαλοκεντρισμού, και δεν παύει να παράγει "καλούς", "μέτριους", "τούβλα" και "κακούς". Η μεγάλη μάζα των παιδιών παραμένει μια "σιωπηλή πλειοψηφία", προσμένοντας...⁽²⁾ Εμείς θεωρούμε ότι με τις διαδικασίες αυτές το μόνο που επιτυγχάνεται είναι να σημειώνει ο δάσκαλος, στο "Βιβλίο Διδαχθείσης Ύλης" της τάξης, ότι διδάχθηκε η σχετική ενότητα. Κατά τα άλλα «Από τη συζήτηση αυτή [σ.σ. δηλ. ερώτηση – απάντηση - επικύρωση ή απόρριψη-...] – αν και ουσιαστικά αφορά τον έλεγχο κατοχής της γνώσης – προκύπτει για τους συμμετέχοντες γνώση σε ένα άλλο επίπεδο, δηλ. γνώση αναφορικά με την κατανομή ανάμεσα στους μαθητές της γνώσης της οποίας η κατοχή ελέγχεται [σ.σ. τα πλάγια στοιχεία δικά μας]» [4].

3^η επιλογή

Εμείς ακολουθούμε τις διαδικασίες της τρίτης επιλογής. Για μας δεν υπάρχει μαθητής που να μη μπορεί να εκφέρει λόγο στα Μαθηματικά³ γιατί η μαθηματική λογική δεν είναι τίποτε άλλο, παρά, η αριστοτέλεια λογική (δηλ. η ίδια η ανθρώπινη λογική) επενδυμένη με σημεία συμβολικά και με τύπους μαθηματικούς, διατυπωμένους με τη βοήθεια αυτών των σημείων. Αρκεί, ο δάσκαλος, να πείσει όλα τα παιδιά ότι μπορούν, και να αντιληφθεί ότι «το μάθημα είναι μια διαδικασία συμβολικής αλληλεπίδρασης, δηλ. μια διαδικασία επικοινωνίας...» [4] μεταξύ του δάσκαλου και των παιδιών καθώς και μεταξύ των παιδιών, και ότι «Μια τέτοια συζήτηση δεν μπορεί να εκφυλίζεται σε μια σειρά από ερωτήσεις στις οποίες ταιριάζουν προγραμματισμένες απαντήσεις, αλλά περιέχει στήριξη και δικαιολόγηση απόψεων, κριτική θέσεων, σύνθεση ισχυρισμών για την αναζήτηση προτάσεων κοινής αποδοχής, σεβασμό της γνώμης του απέναντι κτλ., είναι δηλ. μια ζωντανή διαδικασία διαπραγμάτευσης της γνώσης και όχι διοχέτευσής της, σαν να ήταν οι μαθητές συγκοινωνούντα δοχεία» [4].

Για να γίνει κατανοητή η 3^η επιλογή πρέπει να λάβουμε, απαραίτητα, υπ' όψη όλα όσα διαλαμβάνονται στα "Μέρος Α'", "Μέρος Β'". Το πως λειτουργεί αυτή η επιλογή, αναπτύσσεται στο "Μέρος Γ'".

⁽¹⁾ «...και τώρα τι θα γίνουμε χωρίς βαρβάρους...» ["Περιμένοντας τους βαρβάρους", Κ. Καβάφης]

⁽²⁾ «...ίσως σε κάποιο θαύμα...» ["Οι μοιραίοι", Κ. Βάρναλης]

ΜΕΡΟΣ Γ΄ Η ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΡΟΤΑΣΗ

Κατά την άποψή μας η "κίνηση" της μαθηματικής σκέψης (και όχι μόνο) είναι μια συνεχής επανάληψη τεσσάρων "βημάτων". Τα "βήματα" αυτά υλοποιούνται "εν σειρά", με ορισμένη διαδοχή (καθορισμένη σταθερά). Ενδιάμεσα, έχουμε *παρενθετική* παρεμβολή του ίδιου "βηματισμού", μία ή περισσότερες φορές, ανάλογα με την πολυπλοκότητα του θέματος. Αυτό είναι ένα από τα βασικά συμπεράσματα στα οποία καταλήξαμε. Δεν μπορούσε, άλλωστε, να είναι διαφορετικά, λαμβάνοντας υπ' όψη τη βιολογική βάση (κοίτα: Μέρος Α΄). Την άποψή μας αυτή μπορούμε να την αναπτύξουμε χρησιμοποιώντας ένα οποιοδήποτε παράδειγμα, οποιασδήποτε τάξης, οποιασδήποτε βαθμίδας της εκπαίδευσης.

Είναι φανερό πως, σε περιορισμένο χώρο, όπως αυτός, μόνο στοιχειωδώς μπορούμε να σκιαγραφήσουμε το διδακτικό μοντέλο που προτείνουμε.

Ο βηματισμός της μαθηματικής σκέψης πραγματοποιείται με τα παρακάτω τέσσερα βήματα:

1^ο βήμα: *λήψη και αναγνώριση της πληροφορίας*

2^ο βήμα: *τοποθέτηση απέναντι στην πληροφορία [ή αναγωγή σε οικείες, στην εμπειρία μας διαδικασίες]*

3^ο βήμα: *ελέγχουμε αν ικανοποιούνται οι προϋποθέσεις ισχύος της αλήθειας της ακολουθητέας διαδικασίας*

4^ο βήμα: *υλοποίηση των διαδικασιών*

Το μοντέλο με αφορμή ένα παράδειγμα

Το παράδειγμα: «Να απλοποιηθεί η παράσταση

$$\frac{1-x^2}{1+y+y^2} \cdot \frac{1-y^3}{y^2-2xy+x^2} \cdot \left(\frac{x}{1-x} - \frac{y}{1-y} \right) \gg$$

1^ο βήμα: λήψη και αναγνώριση της πληροφορίας

Λήψη: Τα παιδιά καλούνται να συνειδητοποιήσουν πως, από τη στιγμή που διαβάσαμε την εκφώνηση, "λάβαμε" μία πληροφορία. Αυτό τονίζεται σε κάθε περίπτωση για να τους γίνει αντανακλαστική κίνηση.

Αναγνώριση: Η επόμενη κίνηση είναι η "αναγνώριση" της πληροφορίας. Η "αναγνώριση" γίνεται, *κατά κανόνα*, με βάση το "ζητούμενο". Στην προκειμένη περίπτωση έχουμε να κάνουμε με "πρόβλημα *απλοποίησης* μιας αλγεβρικής παράστασης". Εδώ έχουμε να κάνουμε με την πιο σημαντική φάση του *βηματισμού* της μαθηματικής σκέψης. Στην αίτηση «να απλοποιηθεί...» τα παιδιά απαντούν με το ερώτημα

«τι σημαίνει "να απλοποιηθεί μια παράσταση;"»

Η απάντηση: «το να απλοποιήσω μια παράσταση σημαίνει να την κάνω να πάρει το ελάχιστο δυνατό μέγεθος και επί πλέον να περιέχει όσο το δυνατό λιγότερα σύμβολα»

2^ο βήμα: τοποθέτηση απέναντι στην πληροφορία [ή αναγωγή σε οικείες, στην εμπειρία μας, διαδικασίες]

Είναι γνωστό πως δεν υπάρχει "λήψη" και "αναγνώριση" πληροφορίας χωρίς "τοποθέτηση" απέναντί της. Εδώ τα παιδιά θέτουν, πάντα, το ερώτημα

«*πως γίνεται η απλοποίηση;*»

Η απάντηση: «για να γίνει η απλοποίηση, αρκεί να *παραγοντοποιήσω* αριθμητή και παρονομαστή και να *απαλείψω* τους *κοινούς* παράγοντες από αριθμητή και παρονομαστή»

Στο σημείο αυτό έχουμε τρεις παρενθετικές παρεμβολές⁽¹⁾

1^η. «τι σημαίνει *παραγοντοποιώ*;»

[εδώ επιστρατεύεται η εμπειρία του παιδιού, δηλ., αν γνωρίζει τις "ταυτότητες", τους "κανόνες παραγοντοποίησης" κλπ. σημεία από προηγούμενα μαθήματα]

2^η. «τί σημαίνει *απαλείφω*;»

[«απαλείφω σημαίνει ότι *δεν ξαναγράφω*, στις επόμενες κινήσεις τους *κοινούς* παράγοντες»]

3^η. «τι είναι οι *κοινοί* παράγοντες;»

[«*κοινός* παράγοντας λέγεται μια παράσταση που αποτελείται από τα ίδια σύμβολα, με την ίδια δομή και, ολόκληρη αυτή η παράσταση, κατέχει θέση *παράγοντα* γινομένου στο οποίο έχει μετασχηματισθεί ο αριθμητής και ο παρονομαστής»]

3^ο βήμα: ελέγχουμε αν ικανοποιούνται οι προϋποθέσεις ισχύος της αλήθειας της ακολουθητέας διαδικασίας

Είναι γνωστό πως, για να πραγματοποιηθεί μια διαδικασία, χρειάζεται να ικανοποιούνται ορισμένες προϋποθέσεις. Αυτές τις προϋποθέσεις τις ονομάζουμε *περιορισμούς*. Σε κάθε περίπτωση *επιμένουμε* να εξηγούμε στα παιδιά, *ανελλιπώς*, τη σπουδαιότητα των περιορισμών, γιατί η παρατήρηση απέδειξε ότι τα παιδιά θεωρούν, κατά κάποιο τρόπο, τους περιορισμούς σαν δασκαλίστικο σχολαστικισμό χωρίς αντίκρισμα (σαν "βίτσιο" των δασκάλων με σκοπό να τους κάνουν τη «ζωή δύσκολη» ή να τους «κάνουν τον ξύπνιο»). Για να αναιρέσουμε αυτή την υφέρπουσα άποψη των παιδιών, τους δίνουμε παραδείγματα απ' την καθημερινή ζωή. Έτσι, παράλληλα, δυναμώνουμε την πειστικότητα του μόνιμου συνθήματός μας: «*Η μαθηματική λογική είναι η ίδια η ανθρώπινη λογική, μόνο που την επενδύσαμε με διάφορα σύμβολα*».

α) ένα παράδειγμα απ' την καθημερινή ζωή: για να αγοράσουμε ένα φάρμακο απ' το φαρμακείο της γειτονιάς μας *πρέπει* να συντρέχουν ορισμένες προϋποθέσεις όπως, το φαρμακείο αυτό να είναι ανοιχτό ή να διαθέτει το φάρμακο για το οποίο ενδιαφερόμαστε· αν δεν είναι ανοιχτό θα πρέπει να περιμένουμε να ανοίξει ή αν δεν το διαθέτει θα πρέπει να το παραγγείλουμε και να περιμένουμε να μας ειδοποιήσει ότι του το έστειλε η φαρμακαποθήκη. Χωρίς την *ικανοποίηση* αυτών των προϋποθέσεων *είναι αδύνατο* να πραγματοποιηθεί το αιτούμενο.

β) απ' τα Μαθηματικά: για να είναι δυνατή η *απλοποίηση* θα πρέπει β₁. να εξαιρέσουμε τις τιμές των x,y για τις οποίες μηδενίζονται οι παρονομαστές, γιατί γνωρίζουμε πως διαίρεση με το μηδέν δεν μπορεί να γίνει [ρωτάμε ένα παιδί «σου περισσεύουν πέντε αυτοκόλλητα και θέλεις να τα μοιράσεις σε μηδέν (0) φίλους σου· πόσα αυτοκόλλητα θα πάρει ο καθένας;» γίνεται συζήτηση και καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως η διαίρεση (*μοιρασιά*) με το μηδέν *δεν έχει νόημα* »] και

⁽¹⁾ κοίτα εισαγωγή στο «Μέρος Γ'»

β_2 . να είναι δυνατή η παραγοντοποίηση αριθμητή-παρονομαστή και να υπάρχει, έστω και ένας, κοινός παράγοντας μεταξύ τους.

Έτσι, τα παιδιά καλούνται να θέσουν τον παρακάτω περιορισμούς (προϋποθέσεις)

$$1+y+y^2 \neq 0, y^2 - 2xy + x^2 \neq 0, 1-x \neq 0, 1-y \neq 0$$

.....

4^ο βήμα: υλοποίηση των διαδικασιών

Στο "2^ο βήμα" σημειώσαμε πως για να γίνει η απλοποίηση αρκεί, πρώτα, να παραγοντοποιήσουμε τις παραστάσεις που παίρνουν μέρος στην προς απλοποίηση παράσταση. Εδώ, για κάθε μια ξεχωριστά παράσταση, γίνεται *παρενθετική παρεμβολή* του βηματισμού, όμοια σαν να είχαμε ξεχωριστό πρόβλημα κάθε φορά. Έτσι, έχουμε

.....
 $1-x^2=(1-x)(1+x)$, $1-y^3=(1-y)(1+y+y^2)$, $1+y+y^2$ δεν παραγοντοποιείται, $y^2-2xy+x^2=(x-y)^2$. Στο σημείο αυτό κάνουμε συζήτηση σχετικά με την ισχύ της ισότητας $(x-y)^2=(y-x)^2$

.....

ΜΕΡΟΣ Δ' ΟΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΜΑΣ

Πρόταση 1: Η εξατομικευμένη διδασκαλία

Το εκπαιδευτικό σύστημα προκειμένου να λειτουργήσει κατά τρόπο ουδέτερο και πραγματικά αντικειμενικό χρειάζεται να αναγνωρίσει ότι οι μαθητές είναι, λόγω προέλευσης, πολιτισμικά διαφοροποιημένοι μεταξύ τους και ότι ο αντικειμενικός τρόπος ίσης μεταχείρισης των μαθητών είναι να τους προσφέρει αντίστοιχες εκπαιδευτικές ευκαιρίες, ώστε να λειτουργήσει εξομοιωτικά, εξισωτικά, με κανένα όμως τρόπο ισοπεδωτικά. Έτσι, μ' ένα *σύστημα εξατομικευμένης διδασκαλίας*, το σχολείο πρέπει να δώσει στο κάθε παιδί ό,τι χρειάζεται για να αναπτύξει όσο γίνεται περισσότερο τις δυνατότητές του, το προσωπικό του δυναμικό.

Όμως, η εξατομικευμένη διδασκαλία, προϋποθέτει τρεις παραδοχές α) κάθε τμήμα θα έχει το πολύ 15 μαθητές, β) καθιερώνεται η ομαδοποίηση των μαθητών στο τμήμα και γ) καθιερώνεται ο βοηθός διδάσκοντος.

i. Ο όρος "*ομαδοποίηση των μαθητών στο τμήμα*" δεν έχει καμιά σχέση με το διαχωρισμό των μαθητών ανάλογα με το επίπεδό τους. Έχει να κάνει μ' αυτό που περιγράψαμε⁽¹⁾ προηγούμενα. Και όλα αυτά ταυτόχρονα σε επίπεδο ατόμου και ομάδας

ii. Ο θεσμός του "*βοηθού δασκάλου*" είναι το απαραίτητο συστατικό για να υλοποιηθεί η εξατομικευμένη διδασκαλία. Ο βοηθός δασκάλου εργάζεται μέσα στο τμήμα παράλληλα με τον παλιό δάσκαλο και υπό την καθοδήγησή του. Και οι δύο (βοηθός και παλιός) δρουν με βάση σχέδια και τακτικές που καταστρώθηκαν σε συνεργασία με δασκάλους των συναφών τομέων των πανεπιστημίων⁽²⁾

⁽¹⁾ κοίτα: Μέρος Β'(II-ε',στ'-3" επιλογή)

⁽²⁾ παρεμπιπτόντως σημειώνουμε πως η καθιέρωση των 15-μελών τμημάτων και του θεσμού του βοηθού δασκάλου θα εξαφάνιζε, στην κυριολεξία, την αδιοριστία των εκπαιδευτικών]

Πρόταση 2: Το ανοιχτό βιβλίο

Μέσα στο πλαίσιο που περιγράψαμε⁽¹⁾, το *ανοιχτό βιβλίο* δρα ευεργετικά, γιατί δεν μας ενδιαφέρει τόσο τι λέει ο μαθητής, όσο *πως τεκμηριώνει αυτό που λέει*

Πρόταση 3: Η εκπαίδευση των εκπαιδευτικών

Πρέπει να είναι τέτοια ώστε να προσφέρει στο δάσκαλο τους απαραίτητους όρους, κριτήρια, αρχές και μεθόδους με βάση τα οποία να μπορεί να αντιμετωπίζει κριτικά και να *μετασχηματίζει* το πλαίσιο μέσα στο οποίο θα εργασθεί. Κάποτε πρέπει να το καταλάβουμε: *η πρωτογενής διδακτική έρευνα και γνώση παράγεται μόνο μέσα στη σχολική αίθουσα.*

Πρόταση 4: Το ενιαίο 12-χρονο σχολείο

Το πρώτο ζητούμενο είναι η αποσύνδεση του Σχολείου από την διαδικασία εισαγωγής στα ΑΕΙ. Αυτό θα γίνει δυνατό μόνο με την καθιέρωση του *Ενιαίου 12χρονου Δημόσιου και Δωρεάν Βασικού Υποχρεωτικού Σχολείου*, σαν απαραίτητη προϋπόθεση όχι μόνο των πανεπιστημιακών σπουδών, αλλά και της όποιας επαγγελματικής εκπαίδευσης θα χρειασθεί ή θα θελήσει να αποκτήσει κανείς στη διάρκεια της ζωής του. Σχολείου χωρίς, τον ξεπερασμένο ιστορικά, διαχωρισμό σε Δημοτικό – Γυμνάσιο – Λύκειο. Το σχολείο αυτό ως προς το πρόγραμμά του και την όλη λειτουργία του θα είναι ανεξάρτητο από τη διαδικασία εισαγωγής σε ΑΕΙ-ΤΕΙ και θα αποκτά την αυτοτέλειά του, με την προσήλωσή του στο σκοπό της σύγχρονης βασικής εκπαίδευσης που είναι *η σφαιρική διαμόρφωση της προσωπικότητας του μαθητή, ανεξάρτητα από το επάγγελμα που μελλοντικά θα ακολουθήσει.*

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- 1.«Τα Μαθηματικά κλειδί ανάπτυξης», Γιάννης Κερασαρίδης, στο "17^ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας", σσ. 170-190, εκδ. ΕΜΕ (Αθήνα 2000)
- «Μαθηματικά και φιλοσοφία», Γιάννης Κερασαρίδης, στο "19^ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας", σσ. 560-577, εκδ. ΕΜΕ (Αθήνα 2002)
- «Μεγάλη Σοβιετική Εγκυκλοπαίδεια», τόμ.1 (σελ.643-651), τόμ.18 (σελ.656-661), τόμ. 20 (σελ.437-481), εκδ. "Ακάδημος", Αθήνα 1978
- «Η ισχύς των Μαθηματικών», Moshé Flato, εκδ. Κάτοπτρο, Αθήνα 1993, σσ. 96-98
- «Πως να ενεργοποιήσουμε τα παιδιά στο μάθημα των Μαθηματικών», Τουμάσης Μπάμπης, εκδ. Κωστόγιαννος, Χαλκίδα 2001, σσ. 21-38
- «Η αξία της επιστήμης», Henri Poincaré, εκδ. Κάτοπτρο, Αθήνα 1997, σ. 112
2. «Αστικές θεωρίες διαμόρφωσης της προσωπικότητας», Β. Λ. Πιλιπόσκι, Περιοδικό «Θέματα Παιδείας» τ. 4/2000, σ. 73
- «Η εκπαιδευτική πολιτική στην Ελλάδα και την Ε.Ε. στο χρονικό διάστημα 1972-2002», Γιάννης Κερασαρίδης, σσ. 1-23, δημοσιεύεται στον "Ευκλείδη γ'", εκδ. ΕΜΕ [ως τη δημοσίευση, αντίτυπα διατίθενται από το συγγραφέα]
- 3.«Η ψυχολογία της επινόησης στα Μαθηματικά», Jacques Hadamard, εκδ. Κάτοπτρο, Αθήνα 1995, σ.13-15
- «Οι Μαθηματικοί», Ε.Τ. Bell, εκδ. Πανεπ. εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο 1995, τόμ. 1, σσ. 209-220
- 4.«Κρατική Διδακτική και Εκπαιδευτική Πράξη: Ο ρόλος των εγκυκλίων στην οργάνωση της διδασκαλίας», Θ. Γκοντοβός-Γ. Μαυρογιώργος- Π. Παπακωνσταντίνου, περιοδικό «Επιστημονική Σκέψη», τόμος 2, τεύχος 12, σελ. 57
5. «Τα παιδιά και η έννοια των αριθμών», Hughes Martin, εκδ. Gutenberg, Αθήνα 1999, σσ. 17-31
6. «Μαθηματικά, Νέα γενιά και Κοινωνία», Γιάννης Κερασαρίδης, στο "16^ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας", σσ. 53-69, έκδ. ΕΜΕ (Αθήνα 1999) και στο περιοδικό «Θέματα Παιδείας», τεύχος 1, σσ.43-50, (Αθήνα 2000)

7. «Η απόδοση των μαθητών Α΄ και Β΄ Λυκείου στις εξετάσεις του Ιουνίου...», των τελευταίων τριών ετών που επεξεργάζεται και εκδίδει το "Τμήμα Στατιστικής" του Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών
8. «Θεωρία της αντανάκλασης», Παυλὼφ Τοντόρ, εκδ. ΔΩΔΩΝΗ (1974), σελ. 278
- 9 «Πρακτικά του Διεθνούς Συνεδρίου Φυσιολογίας», Παυλὼφ Ι.Π. , Ρώμη 1932
10. "Pensée et Langage", L. Vygotski, 1934, p. 318

ΛΗΦΘΗΚΑΝ ΣΟΒΑΡΑ ΥΠ΄ ΟΨΗ

- ▶ "Έργα", Παυλὼφ Ι. Π., Τόμοι Α΄- ΣΤ΄, Ακαδημία Επιστημών της ΕΣΣΔ, 1951-1952
- ▶ «Θέματα Διδακτικής Μαθηματικών», Ε.Γ. Κολέζα-Κ.Ν. Μακρής-Κ.Β. Σούρλας, εκδ. Gutenberg, Αθήνα 1999
- ▶ «Παιδαγωγικό ποίημα», Α.Σ. Μακαρένκο, εκδ. Σύγχρονη εποχή, Αθήνα 1986, τόμ. 1,2
- ▶ «Ιδεολογικές και Μεθοδολογικές Αρχές της Εργασίας στο Σχολείο της Πολυτεχνικής Εκπαίδευσης», Γιώργος Κ. Μοραΐτης, εκδ. Σύγχρονη Εποχή, Αθήνα 1999
- ▶ «Νεολαία και Κοινωνική Μεταβολή», Αθανάσιος Ε. Γκοτοβός, εκδ. Gutenberg, Αθήνα 1996
- ▶ «Ιδεολογία, Παιδαγωγική και Εκπαιδευτική Πολιτική», Γιώργος Δ. Γρολιός, εκδ. Gutenberg, Αθήνα 1999
- ▶ «Διδακτική των Μαθηματικών», Γιώργος Φιλίππου-Κώστας Χρήστου, εκδ. Δαρδανός, Αθήνα 2000
- ▶ «Οργάνωση της Διδασκαλίας και της Μάθησης», Βασίλη Ι. Χαραλαμπίδου, εκδ. Gutenberg, Αθήνα 2000
- ▶ «Παιδαγωγική Αλληλεπίδραση», Αθανάσιος Ε. Γκοτοβός, εκδ. Gutenberg, Αθήνα 1999
- ▶ «Ιστορία των Μαθηματικών», G. Loria, εκδ. Παπαζήση, Αθήνα 1971, τόμ. Ι,ΙΙ
- ▶ «Η Συνθήκη για την Ευρωπαϊκή Ένωση», Τυποεκδοτική, Αθήνα 1992
- ▶ «Η Λευκή Βίβλος», Τυποεκδοτική, Αθήνα 1994
- ▶ «Ολοκληρώνοντας την Ευρώπη μέσα από την Εκπαίδευση και την Κατάρτιση» (περίληψη και συστάσεις)(Ευρωπαϊκή Επιτροπή)
- ▶ «Δραστηριότητα, Συνείδηση, Προσωπικότητα», Α. Leontiev, εκδ. Αναγνωστίδη, Αθήνα (χωρίς ημερομηνία) και περιοδικό «Επιστημονική σκέψη» τόμ. 5, τεύχ. 27, σ. 36
- ▶ «Διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών σε διεπιστημονικό πλαίσιο: Τα μαθηματικά και η κοινωνική πρακτική τους μέσα στην τάξη», Christine Keitel, στο "Θέματα Διδακτικής Μαθηματικών V", Gutenberg-Πανεπιστήμιο Αιγαίου, 2000, σ. 172
- ▶ «Διακήρυξη της Πράγας: όδινεν όρος και έτεκεν...Λευκήν Βίβλον. Σχόλια – Θέσεις», Γιάννης Κερασσιρίδης, [θέσεις προς την Επιτροπή της ΕΜΕ σχετικά με τις Διακηρύξεις της Μπολόνια και της Πράγας], Αθήνα 8/6/2001
- ▶ «Beyond Freedom and Dignity», Skinner B., New York, 1975, p. 15
- ▶ «Behaviorism and Schooling», Steinberg I. Oxford, 1980, p. 95
- ▶ «Εκπαίδευση και δεξιότητα στην Ευρώπη», ERT, Βρυξέλες, 2/1989. <http://ert.be>
- ▶ «Εκπαίδευση για Ευρωπαίους, προς μια κοινωνία της μάθησης», ERT, Βρυξέλες 6/1995.<http://www.ert.be>

ABSTRACT

As regards the proper teaching model, which is to be applied in the classroom, we do believe, is the output of the global-concept whose carrier is every single teacher. After an extensive and tormenting experimentation in the teaching room, we ended up to a specific model which we suggest it a "*the pace of the mathematical thought (and not only this)*". We assume, it is associated with the student's mental abilities as long as we are eager to realize the reason why we teach Maths at school. It's useful to remember Dobroliubov, Ouchinski, Tolstoi who have approached school, teaching and generally children's up-bringing from the point of the demand which, above all, concerns the man (what type of man are we asked to form?) and last but not least the demand for the skillfulness, the ability, the ideas, the feelings (which are the skills, the ideas, the feelings every man may acquire?).

That happens because there is still enough "concept filching" and using it as a vehicle to those meanings covered up with the "scientific" cloak, the educational and teaching ideas can be promoted in such a way which dates back to 19th and the rise of the 20th century.