

Οι Νέες Τεχνολογίες ως Εργαλείο κατανόησης βασικών εννοιών στο Γυμνάσιο

ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΚΟΝΤΟΓΕΩΡΓΟΣ

Μαθηματικός-Υπεύθυνος του Μαθηματικού Εργαστηρίου
του Λυκείου Ελληνικού
kontod@yahoo.gr

ΚΩΝ/ΝΟΣ ΜΑΡΑΓΚΟΣ

Μαθηματικός -Καθ. Πληροφορικής Υπεύθυνος Εργαστηρίου Πληροφορικής
του Λυκείου Ελληνικού
kmaragos@di.uoa.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Από το 1990 στην εκπαιδευτική διαδικασία υποχωρεί ο παλιός αυταρχικός τρόπος διδασκαλίας και αντικαθίσταται από ένα νέο μοντέλο που χαρακτηρίζεται από σύγχρονες παιδαγωγικές και διδακτικές απόψεις. Σ' αυτό το μοντέλο βασικό ρόλο παίζουν οι νέες τεχνολογίες καθώς συμβάλλουν σε καινούργιους τρόπους μάθησης και στην κατανόηση βασικών μαθηματικών εννοιών. Επίσης συντελούν στην ενεργητική συμμετοχή των μαθητών και στην καλλιέργεια των φυσικών ταλέντων τους όπως φαίνεται από ένα μεγάλο αριθμό εργασιών. Γι' αυτό πρέπει οι εκπαιδευτικοί να βοηθήσουν τους μαθητές να εκμεταλλευτούν τις νέες τεχνολογίες χωρίς όμως να υστερούν στην αιτιολόγηση. Γι' αυτό προτείνονται τρόποι και διαδικασίες ώστε να επιτευχθεί ο παραπάνω στόχος. Βέβαια η δραστηριοποίηση του μαθητή σύμφωνα μ' αυτές τις οδηγίες δεν συνεπάγεται υψηλό επίπεδο αιτιολόγησης πάντοτε. Γι' αυτό θα πρέπει ο εκπαιδευτικός να επινοήσει και άλλες διαδικασίες για να επιτευχθεί αυτό. Πρέπει επίσης να λαμβάνει υπόψη του παιδαγωγικές έρευνες ώστε να κατανοεί τον τρόπο δραστηριοποίησης των μαθητών στη διαδικασία σύλληψης εννοιών. Στο τέλος παραθέτονται 3 δραστηριότητες βασικών εννοιών που έχουν δοκιμαστεί στην τάξη επιτυχώς.

Εισαγωγή

Την τελευταία δεκαετία, η μαθηματική κοινότητα στην Ελλάδα έχει εντάξει τις νέες τεχνολογίες στη διαδικασία της μάθησης. Η όλη εκπαιδευτική διαδικασία έχει μπει σε μια δυναμική πορεία συνεχούς μετεξέλιξης. Το μοντέλο που κυριαρχούσε τα προηγούμενα χρόνια και ήταν συνυφασμένο με αυταρχικές, πληροφοριακού τύπου και αποκομμένες από την κοινωνική πραγματικότητα εκπαιδευτικές αντιλήψεις, σταδιακά υποχωρεί και δίνει τη θέση του σε ένα καινούριο μοντέλο που χαρακτηρίζεται από σύγχρονες παιδαγωγικές και διδακτικές απόψεις (κατασκευή της γνώσης από τον ίδιο τον μαθητή, ενεργητική, βιωματική, ομαδοσυνεργατική μάθηση, δραστηριότητες που συνδέονται με την πραγματική ζωή και έχουν νόημα για τον μαθητή, διαθεματικές μορφές σκέψης και έκφρασης, έντονη χρήση των Νέων Τεχνολογιών κτλ). Η διαδικασία της μάθησης δεν είναι πια μόνο μια απλή ενημερωτική λειτουργία, αλλά επηρεάζεται από ένα σύνολο παραγόντων και οι μαθητές δεν φωτογραφίζουν απλώς την πραγματικότητα αλλά τη μετασχηματίζουν με ένα τρόπο εξαρτώμενο από το επίπεδο της γνωστικής τους ανάπτυξης, από την προσωπικότητά τους και από πολλές πολιτιστικές, κοινωνικές, περιβαλλοντικές και οικονομικές παραμέτρους.

Έτσι οι νέες τεχνολογίες παίζουν κεντρικό ρόλο σε όλα τα στάδια της μαθησιακής διαδικασίας διότι από τη φύση και τη λειτουργία τους οι υπολογιστικές τεχνολογίες μπορούν να υποστηρίξουν και να συμβάλλουν στην ανάπτυξη διαφόρων τρόπων μάθησης (Κεκές & Μυλωνάκου-Κεκέ, 2001), όπως:

- Μάθηση μέσα από την εικονική πράξη
- Μάθηση με αναστοχασμό
- Μάθηση μέσα από μελέτη περιπτώσεων
- Μάθηση μέσα από την εξερεύνηση
- Τυχαία μάθηση

Σύμφωνα με τη διεθνή ερευνητική εμπειρία (Hoyles & Noss 1992, Kynigos 1992), αλλά και με τις σύγχρονες φιλοσοφικές και παιδαγωγικές θέσεις (Olson 1987, Noss 1988) οι Νέες Τεχνολογίες μπορούν να δώσουν δυνατότητες που ήταν ανύπαρκτες μέχρι τώρα.

Έτσι οι εφαρμογές των Νέων Τεχνολογιών της πληροφορίας και της επικοινωνίας είναι δυνατό να συνεισφέρουν στη βελτίωση και επαναπροσανατολισμό της διαδικασίας της μάθησης σε μια κατεύθυνση όπου η μάθηση θα γίνει ενεργητική και οι μαθητές (Παπαδόπουλος, 1999) θα:

- πειραματίζονται
- αναζητούν, θα ανακαλύπτουν και θα χαίρονται τη γνώση
- μαθαίνουν να συνεργάζονται, να είναι μεθοδικοί, να παίρνουν πρωτοβουλίες, να θέτουν στόχους, να επιχειρηματολογούν, να σκέφτονται και να εκφράζονται ελεύθερα,
- καλλιεργούν τις κλίσεις και τα ταλέντα τους,
- αγαπούν τη μάθηση

Έτσι οι Νέες Τεχνολογίες μας δίνουν τη δυνατότητα τη στατική εικόνα του βιβλίου να την μετατρέψουμε σε δυναμικό εργαλείο κατανόησης εννοιών.

Στη δυνατότητα του H/Y να αποτελέσει ένα χρήσιμο εργαλείο για τους μαθητές στα πλαίσια των σύγχρονων εκπαιδευτικών αντιλήψεων συνηγορεί ένας μεγάλος αριθμός εργασιών (Solloway, 1991, Αργύρης & Κυνηγός, 1991, Mercer 1993, Κοντογεώργος & Μαραγκός, 2001). Κατά την άποψη του Papert (1980) ο Υπολογιστής έχει τη δυνατότητα να γίνει το βασικότερο εργαλείο έκφρασης και διερεύνησης εννοιών.

Έτσι οι εκπαιδευτικοί πρέπει να είναι ικανοί να σχεδιάσουν δραστηριότητες καθώς ψάχνουν τρόπους να βοηθήσουν τους μαθητές ώστε να επωφεληθούν από τη τεχνολογία χωρίς να παραμελούν τις μαθηματικές αιτιολογήσεις. Οι εκπαιδευτικοί στόχοι για τη διδασκαλία των μαθηματικών (N.C.T.M. 1991) προβάλλουν 4 οδηγίες για να βοηθήσουν τους εκπαιδευτικούς να δημιουργήσουν μια ατμόσφαιρα στην οποία οι μαθητές θα συμμετέχουν ενεργά, στη μαθηματική αιτιολόγηση και σκέψη. Σε αυτές τις υποδείξεις συμπεριλαμβάνεται και μία επιπλέον πρόταση: οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει προσεκτικά να διαλέγουν μαθηματικές εργασίες που να είναι αξιόλογες. Σύμφωνα με τις παραπάνω προτάσεις, οι εργασίες που εμπλέκουν την τεχνολογία θα πρέπει να παρακινούν τους μαθητές έτσι ώστε να ανανεώνουν τις αιτιολογήσεις και τις δικαιολογήσεις τους, έτσι ώστε:

1. Να κάνουν σύνδεση μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων
2. Να γίνονται αισθητά τα αποτελέσματα που προέρχονται από την τεχνολογία
3. Να εναρμονίζουν τα τεχνολογικά αποτελέσματα με τις εικασίες τους
4. Να κατασκευάζουν μία εικόνα με τις δεδομένες ιδιότητες.

Όταν οι μαθητές εμπλέκονται σε τέτοιες δραστηριότητες, δεν συνεπάγεται οπωσδήποτε ότι αναπτύσσουν υψηλό επίπεδο μαθηματικής αιτιολόγησης (Henningén & Stein 1997). Ο εκπαιδευτικός πρέπει, να επινοήσει τρόπους, δραστηριότητες πέρα από τις παραπάνω προτεινόμενες, ένα κατάλληλο δηλαδή περιβάλλον, για να επιτύχει τη μεγαλύτερη δυνατή

συμμετοχή του μαθητή στη διαδικασία αιτιολόγησης. Το να δημιουργήσουν αυτές τις προϋποθέσεις δεν είναι εύκολο, διότι οι μαθητές και οι εκπαιδευτικοί μπορεί να έχουν διαφορετικές απόψεις για τους ρόλους του καθένα στην τάξη και κυρίως σε ένα τέτοιο υπολογιστικό περιβάλλον, καθώς μάλιστα οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να αναθεωρούν τους τρόπους διδασκαλίας τους, έτσι ώστε οι μαθητές να μπορούν να αναπτύξουν αιτιολογήσεις σε ένα υπολογιστικό περιβάλλον. Πρέπει επίσης να λαμβάνουν υπόψη τους τις θεωρίες και τα αποτελέσματα της μαθηματικής παιδαγωγικής έρευνας, έτσι ώστε να κατανοούν το εύρος των τρόπων με τους οποίους οι μαθητές μπορούν να συλλάβουν τις έννοιες. Πρέπει να κατανοούν επίσης τον τρόπο με τον οποίο επιδρά η τεχνολογία στη σύλληψη των εννοιών, καθώς και να συγκρίνουν τους τρόπους με τους οποίους οι σκέψεις αυτές ωριμάζουν. Έτσι με όλα αυτά οι εκπαιδευτικοί μπορούν να γίνουν πιο ικανοί να μάθουν να σχεδιάζουν διαφορετικού τύπου ερωτήσεις και να ακούν διαφορετικού είδους απαντήσεις όταν οι μαθητές δικαιολογούν τα αποτελέσματά τους.

Παρακάτω παραθέτουμε 3 δραστηριότητες που έχουν δοκιμαστεί στην τάξη και έχουν δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα ως προς την κατανόηση των εννοιών για τις οποίες χρησιμοποιήθηκαν.

Δραστηριότητες στις βασικές έννοιες

Δραστηριότητα 1^η (Ταυτότητες)

Πρόβλημα

Είναι γνωστό πως, αν α και β είναι τα μήκη ευθυγράμμων τμημάτων, τότε το α^2 είναι το εμβαδόν τετραγώνου πλευράς α , ενώ α^3 είναι ο όγκος του κύβου ακμής α και το $\alpha^2\beta$ είναι ο όγκος παραλληλεπίπεδου με διαστάσεις α , α και β .

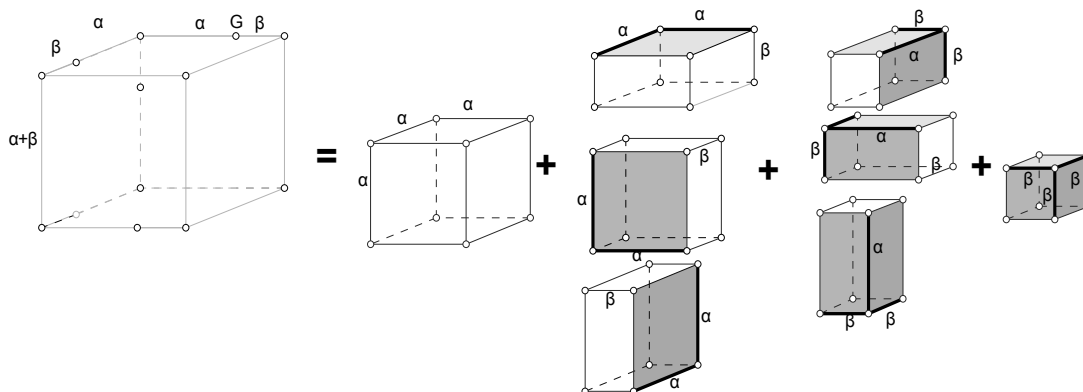
Είναι επίσης γνωστή η ταυτότητα : $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$.

Βήμα 1^ο

Με βάση τα παραπάνω γράψτε στο τετράδιό σας τι παριστά κάθε μέλος της ταυτότητας.

Βήμα 2^ο

Ανοίξτε το αρχείο με όνομα «Ταυτότητες».



Βήμα 3^ο

Να κάνετε σύγκριση αυτών που έχετε γράψει στα τετράδιά σας με αυτά που εμφανίζονται στην οθόνη.

Βήμα 4^ο

Χρησιμοποιήστε το παραπάνω αρχείο για να κάνετε γεωμετρική απόδειξη της ταυτότητας.

Βήμα 5^ο

Κάντε κάτι παρόμοιο για να αποδείξετε άλλες ταυτότητες.

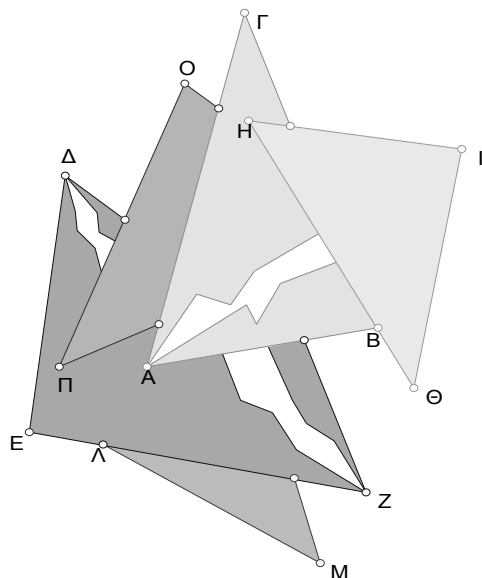
Δραστηριότητα 2^η (Εισαγωγή στην ισότητα τριγώνων)

Πρόβλημα

Ανοίξτε το αρχείο με όνομα «Ισότητα τριγώνων». Εμφανίζεται ένα περίεργο σχήμα.

Στην πραγματικότητα είναι πέντε τρίγωνα που αποσπάσαμε από πέντε ορθογώνια πλαίσια, για να τα χρωματίσουμε και να τα επανατοποθετήσουμε στη θέση τους. Στην προσπάθεια να τα χρωματίσουμε τοποθετήθηκε το ένα πάνω στο άλλο έτσι ώστε να κολλήσουν μεταξύ τους. Μερικά απ' αυτά σχίστηκαν σε ορισμένα μέρη τους.

Θέλουμε, παίρνοντας ότι στοιχεία απέμειναν απ' το καθένα να ανακατασκευάσουμε τα τρίγωνα και να τα τοποθετήσουμε στη θέση τους. Είναι πιθανόν, σε μέρη που δεν φαίνονται, κάποια απ' αυτά να έχουν αναδιπλωθεί. Όσες από τις κορυφές των τριγώνων φαίνονται είναι τα σημεία που στο σχήμα έχουν γράμμα για όνομα.



Βήμα 1^ο

1. Επιλέξτε ένα τρίγωνο (πχ. το ΔΕΖ χρώματος μπλε). Προσπαθήστε να διαπιστώσετε ποια απ' τα κύρια στοιχεία αυτού του τριγώνου (πλευρές ή γωνίες), σας είναι γνωστά και δεν έχουν αλλοιωθεί.
2. Καταγράψτε τα στοιχεία αυτά με τη σειρά που εμφανίζονται στο σχήμα.

3. Με τη βοήθεια των βασικών κατασκευών του προγράμματος και χρησιμοποιώντας τα στοιχεία του τριγώνου που διαπιστώσατε ότι σας είναι γνωστά, προσπαθήστε να κατασκευάσετε ένα καινούργιο τρίγωνο.
4. Τα καταφέρατε στην κατασκευή; Αν ναι, τότε συνεχίστε στα επόμενα. Αν όχι κάντε διπλό κλικ στο «κατασκευή τριγώνου».

Βήμα 2^ο

1. Πόσα τρίγωνα με τα στοιχεία του ΔΕΖ φτιάξατε; Ένα μόνο; Τώρα που μάθατε τον τρόπο φτιάξτε κι' άλλο ένα ή περισσότερα. Μπορεί να σας χρειαστούν! Τι παρατηρείτε σ' αυτά τα τρίγωνα;
2. Μετακινήστε την κάθε κορυφή του τριγώνου. Τι παρατηρείτε στις μετακινήσεις αυτές, στο σχήμα και στο μέγεθος του τριγώνου;
3. Ανοίξτε τώρα με διπλό κλικ στο ... το μαγικό ορθογώνιο πλαίσιο και διαπιστώστε αν φτιάξατε το τρίγωνο που χρειαζόμαστε. Δεν ξέρετε τον τρόπο να το διαπιστώσετε; Μετακινήστε από μια κορυφή το τρίγωνο που φτιάξατε και τοποθετήστε το στο κομμένο τρίγωνο του πλαισίου. Εφαρμόζει ακριβώς ;

Βήμα 3^ο

1. Στο 1^ο στάδιο του 1^{ου} βήματος καταγράψατε τα κύρια στοιχεία του τριγώνου που κατασκευάσατε και με τη σειρά που είναι στο σχήμα. Στο 3^ο στάδιο του 2^{ου} βήματος τοποθετήσατε το τρίγωνο που κατασκευάσατε στο αρχέτυπό του. Τώρα μπορείτε να διατυπώσετε μια πρόταση στη μορφή « Αν ... τότε...» που να αφορά τα παραπάνω.
2. Πόσα **διαφορετικά** τρίγωνα **μπλε** μπορείτε να φτιάξετε με τα ίδια στοιχεία ;

Βήμα 4^ο

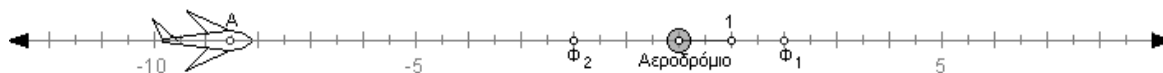
Προσπαθήστε να διατυπώσετε ένα συλλογισμό για να δικαιολογήσετε τα εποπτικά συμπεράσματα του 3^{ου} βήματος.

Επαναλάβετε τις ίδιες διαδικασίες για τα υπόλοιπα τρίγωνα και προσπαθήστε να καταλήξετε σε αντίστοιχα συμπεράσματα.

Δραστηριότητα 3^η (Απόλυτη τιμή πραγματικού αριθμού)

Πρόβλημα

Ένας αεροδιάδρομος που διέρχεται από ένα αεροδρόμιο, έχει κατεύθυνση από δυτικά προς τα ανατολικά. Ο αεροδιάδρομος καθορίζεται από δύο ραδιόφαρους , έναν αριστερά του αεροδρομίου σε απόσταση 2km και ένα δεξιά του στην ίδια απόσταση. Ένα αεροπλάνο κινείται στον αεροδιάδρομο



Βήμα 1^ο

Με αφετηρία το αεροδρόμιο, βρείτε έναν τρόπο να παραστήσετε στο τετράδιό σας τα παραπάνω αντικείμενα, έτσι ώστε να καθορίζεται με σαφήνεια η θέση τους .

Αν παραστήσετε τον αεροδιάδρομο με μια ευθεία γραμμή, με ποιο τρόπο θα προσδιορίσετε τη θέση του αεροδρομίου, των φάρων και του αεροπλάνου που κινείται στον αεροδιάδρομο;

Βήμα 2^ο

Ανοίξτε το αρχείο με όνομα «Απόλυτη τιμή». Προσαρμόστε το σχέδιό σας σ' αυτό του αρχείου.

Βήμα 3^ο

Μετακινήστε το αεροπλάνο στον αεροδιάδρομο και σε κάθε θέση προσδιορίστε την απόστασή του από το αεροδρόμιο. Κάντε έναν πίνακα όπου στην πρώτη στήλη θα βάλετε τις τιμές του x που προσδιορίζει τη θέση του αεροπλάνου στον άξονα και στη δεύτερη στήλη την απόσταση του αεροπλάνου από το αεροδρόμιο.

(Ορισμός της απόλυτης τιμής)

(Το πρόγραμμα δίνει την απόσταση με τις εντολές μετρήσεις-υπολογισμός –συναρτήσεις –απόλυτη τιμή- x)

Από τον πίνακα προσπαθήστε να βρείτε τη σχέση μεταξύ του x και της απόλυτης τιμής του. Διατυπώστε σχετική πρόταση.

Βήμα 4^ο

Από τον πύργο ελέγχου του αεροδρομίου ένα αεροπλάνο είναι ορατό όταν η απόστασή του είναι 6 km το πολύ απ' αυτόν.

α) Διατυπώστε μια μαθηματική σχέση που να εκφράζει την παραπάνω πρόταση

β) Σε ποιες θέσεις του αεροδιαδρόμου πρέπει να βρίσκεται το αεροπλάνο, που πλησιάζει στο αεροδρόμιο, για να αρχίσει να φαίνεται απ' τον πύργο ελέγχου; Μετακινείστε το αεροπλάνο στον αεροδιάδρομο και βρείτε τις κατάλληλες θέσεις. Διατυπώστε σχετική πρόταση.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Ξενόγλωσσες

1. *Curriculum and Evaluation Standards*, Nation Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 1989.
2. *Curriculum and Evaluation Standards*, Nation Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 1990.
3. Henningsen, Marjorie, and Mary Kay Stein. "Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom-Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning." *Journal for Research in Mathematics Education* 28 (November 1997) : 523-49.

4. Hoyles, C., Noss, R. (Eds). Learning Mathematics and Logo, Cambridge, MA: MIT press, (1992), 431-468.
5. Kynigos, C. The Turtle Metaphor as a Tool for Children Doing Geometry. In: C. Hoyles & R. Noss (Eds), Learning Logo and Mathematics, Cambridge MA: M.I.T. press, pp 97-126, (1992).
6. Mercer,(1993).Computer based activities in classroom contexts. In:Scrimshaw P,(eds) *Language, classrooms and computers*. Routledge
7. Noss R, Goldstein H and Hoyles C (1989) *Graded Assessment and Learning Hierarchies In Mathematics*, British Educational Research Journal, Vol 15, No 3.
8. Noss R. (1988) The Computer as a Cultural Influence in Mathematical Learning. Educational Studies in Mathematics, 19, 2, 251-268. 1988.
9. Olson, P. Who Computes? In: D. Livingstone et al. (Eds), Critical Pedagogy and Cultural Power. London: Macmillan,(1987)
10. Papert S. *MindStorms, Children, Computers and Powerful Ideas*, New York, Basic Books, 1980.
11. Solloway, E.(1991), Quick:Where do the Computers Go?, *Communication of the ACM*, February, 2(32).

Ελληνικές

1. Αργύρης,Μ. & Κυνηγός,Χ. (2000). Εκπαιδευτική πράξη και μαθηματικά υπολογιστικά εργαλεία: Η πρακτική την οποία διαμόρφωσαν δάσκαλοι με εμπειρία στη χρήση τους,2^ο Πανελλήνιο Συνέδριο με Διεθνή Συμμετοχή: «Οι Τεχνολογίες της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στην Εκπαίδευση», Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα.
2. Κατσιανάς Κ., Κοντογεώργος Δ. «Δραστηριότητες στα Μαθηματικά Γ Γυμνασίου – Α Λυκείου με τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή» Εκδόσεις Κωστόγιαννος 2002
3. Κεκέ, Ι. και Μυλωνάκου-Κεκέ, Η. (2001). Διαδίκτυο (Internet) και μάθηση: Οι στρατηγικές για την «πλοήγηση» και η διδακτική τους αξία.. *Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών Θεμάτων*, 5, 92-113.
4. Κοντογεώργος Δ., Μαραγκός Κ., *Διδάσκοντας σε περιβάλλον Υπολογιστών*, 5^ο Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικών & Πληροφορικής, Θεσσαλονίκη 2001.
5. Παπαδόπουλος, Γ. (1999). Η Πληροφορική στο σχολείο: Ο σχεδιασμός και το έργο του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου. *Πρακτικά Ημερίδας του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου*, Αθήνα.
6. Σύνδεσμος των Παιδαγωγικών Ινστιτούτων της Ευρώπης-CIDREE- (1999). *Διεπιστημονική Διδασκαλία και Μάθηση στο σχολείο Της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης*. Αθήνα: Εκδόσεις Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.
7. Τουμάσης, Μπ. (1999). Αλλάζει η φύση της μαθηματικής απόδειξης; Παιδαγωγικές συνέπειες. *Ευκλείδης Γ'*, 16(52), 5-25.

ABSTRACT

Since 1990 the traditional self-assertive process of teaching is replaced by a new model approach which is characterised by updated pedagogical and didactic concepts. New technologies play a significant role in this model as they contribute to new methods of learning and understanding basic mathematics concepts. Moreover as has been shown in a large number of projects, new technologies encourage the active participation of the students and enhance their skills.