ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΚΥΠΡΟΥ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ - ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΩΝ - ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ

ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ - ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
"ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ"

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Η Μαθηματική Πρακτική στον χώρο της Κεραμικής Τέχνης

Χρυσούλα Χούτου
Δ201205

Επιβλέπων Συμβουλευτικής Επιτροπής

Δέσποινα Πόταρη — Αναπλ. Καθηγήτρια

Αθήνα
Ιούνιος 2015

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία

εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών

για την απόκτηση του

Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

που απονέμει το

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στη

«Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»

Εγκρίθηκε την 16η Ιουνίου 2015 από **Εξεταστική Επιτροπή** αποτελούμενη από τους :

Ονοματεπώνυμο	**Βαθμίδα**
▪ Δ. Πόταρη (Επιβλέπουσα)	Αναπλ. Καθηγήτρια
▪ Χ. Σακονίδη	Καθηγητή
▪ Γ. Ψυχάρη	Λέκτορα

Η εκπόνηση της παρούσας Διπλωματική Εργασία πραγματοποιήθηκε υπό την καθοδήγηση της **Συμβουλευτικής Επιτροπής** αποτελούμενη από τους:

Ονοματεπώνυμο	**Βαθμίδα**
▪ Δ. Πόταρη (Επιβλέπουσα)	Αναπλ. Καθηγήτρια
▪ Χ. Σακονίδη	Καθηγητή
▪ Γ. Ψυχάρη	Λέκτορα

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

- Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά:

  Την επιβλέπουσά μου κ. Δέσποινα Πόταρη για την πολυτιμότατη βοήθειά της, την εκπληκτικά άμεση κάθε φορά ανταπόκρισή της, αλλά και τη σχεδόν μητρική στήριξη και εμψύχωσή της.

  Τον κ. Χαράλαμπο Σακονίδη για τις εξαιρετικές και πάντα εύστοχες παρατηρήσεις και συμβουλές του, καθώς και για την τιμή να συμμετάσχει στη συμβουλευτική επιτροπή.

  Τον κ. Γεώργιο Ψυχάρη για τις ιδιαίτερες επισημάνσεις του, αλλά και συμβουλές του ως σύμβουλος καθηγητής, καθώς και για την τιμή να συμμετάσχει στη συμβουλευτική επιτροπή.

Τους ευχαριστώ θερμά και τους τρεις, όχι μόνο για την στήριξή τους στην παρούσα εργασία, αλλά και σε κάθε εργασία που τους χρειαστήκαμε και ήταν πάντα εκεί για εμάς. Η συμβολή τους ήταν καθοριστική.

- Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω από καρδιάς τους συμμετέχοντες της έρευνας, την Κεραμίστρια και τον Αγγειοπλάστη, για το χρόνο που μου αφιέρωσαν, τις προσωπικές σκέψεις που μου χάρισαν και τις γνώσεις που μου μετέδωσαν. Το αντικείμενό τους αναδείχθηκε εκπληκτικό και η δουλειά τους πανέμορφη.

- Ένα ακόμα μεγάλο ευχαριστώ θα ήθελα να εκφράσω στον κ. Γεράσιμο Μπαρμπάτη, Αναπλ. Καθηγητή του τμήματος Μαθηματικών του ΕΚΠΑ στον τομέα της Ανάλυσης, για τις πολύτιμες μαθηματικές συμβουλές του.

- Όπως όλοι οι φοιτητές του ΜΠΣ, θα ήθελα να ευχαριστήσω την εξαιρετική γραμματεία του προγράμματος, Διονυσία Μπακογιάννη και Ελένη Κλη, για την πολύ καλή εργασία τους και τη πάντα γρήγορη ανταπόκρισή τους.

- Επίσης, θα ήθελα να πω πολλά ευχαριστώ στους καινούριους φίλους – και τα κατοικίδιάς τους – με τους οποίους γνωριστήκαμε και γίναμε ο ένας κομμάτι της ζωής του άλλου, αλλά και στους παλιούς για την μακρόχρονη υπομονή τους.

- Φυσικά, τελευταίους και καλύτερους, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου που υπάρχουν και με στηρίζουν, αλλά και τον αδερφό μου για την όμορφη μουσική υπόκρουση, όλον αυτόν τον καιρό.

Περιεχόμενα

ΠΕΡΙΛΗΨΗ 5
ABSTRACT 6
ΕΙΣΑΓΩΓΗ 7
1. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ 10
1.1 Μαθηματικά και πολιτισμός 10
1.1.1 Γιατί μαθηματικά και πολιτισμός; 10
1.1.2 Τα μαθηματικά ως παν-πολιτιστικό φαινόμενο 12
1.1.3 Εθνομαθηματικά 14
1.1.4 Πολιτισμός και μαθηματική εκπαίδευση 18
1.2 Μαθηματικά και τέχνη 20
1.2.1 Θετικές και αρνητικές οπτικές στη σχέση μεταξύ τέχνης και μαθηματικών 20
1.2.2 Τα μαθηματικά σε πολιτιστικά έργα τέχνης 22
1.2.3 Μαθηματική τέχνη 26
1.2.4 Τέχνη και μαθηματική εκπαίδευση 31
1.3 Μαθηματικά και χώρος εργασίας 32
1.3.1 Τα μαθηματικά στον χώρο εργασίας 32
1.3.2 Δυσκολίες αναγνώρισης των μαθηματικών στον χώρο εργασίας 34
1.3.3 Μαθηματικά του σχολείου και μαθηματικά του χώρου εργασίας 36
1.3.4 Χώρος εργασίας και μαθηματική εκπαίδευση 38
1.4 Κεραμική Τέχνη 40
1.4.1 Λίγα λόγια για την τέχνη του πηλού 40
1.4.2 Κεραμική Τέχνη και επιστήμη 44
2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ 46
2.1 Ερευνητικό θέμα – ερευνητικά ερωτήματα 46
2.2 Μέθοδος έρευνας 46
2.3 Συμμετέχοντες 46
2.4 Διαδικασία συλλογής δεδομένων 46
2.5 Ανάλυση δεδομένων 48
3. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ 50
3.1 Η πρακτική της Κεραμίστριας 50
3.2 Η πρακτική του Αγγειοπλάστη 73
3.3 Το συστημικό δίκτυο 95
3.4 Η μαθηματική πρακτική στην Κεραμική Τέχνη 96

4. ΣΥΖΗΤΗΣΗ 107
4.1 Καίρια μαθηματικά στην πρακτική των δυο συμμετεχόντων 107
4.2 Η σημασία του πλαισίου και των στόχων 111
4.3 Η σημασία των εργαλείων 113
4.4 Σύγκριση των πρακτικών των δυο συμμετεχόντων 114
4.5 Εκπαιδευτική αξία 118
5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ 121
ΑΝΑΦΟΡΕΣ 122

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα εργασία ασχολείται με τη μαθηματική πρακτική που εμφανίζεται στον χώρο της Κεραμικής Τέχνης. Πρόκειται για τη μελέτη περίπτωσης δυο καλλιτεχνών-τεχνιτών από τον χώρο αυτό, μίας κεραμίστριας και ενός αγγειοπλάστη. Εξετάζεται η φύση της μαθηματικής πρακτικής η οποία εμφανίζεται στον χώρο, η διαφάνεια αυτής όσον αφορά στον ρόλο των χρησιμοποιούμενων εργαλείων, και η αναγνώρισή της από τους ίδιους τους συμμετέχοντες. Στο συστημικό δίκτυο που αναδύεται, εμφανίζονται μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες, και η άμεση ή έμμεση χρήση αυτών λόγω της διαμεσολάβησης μαθηματικών και μη εργαλείων με διαφανή ή μη ρόλο. Παράλληλα, η αναγνώριση της χρήσης αυτών εκ μέρους των συμμετεχόντων ποικίλει ανάλογα την περίπτωση, από μη αντίληψη, σε μερική, μέχρι και πλήρη. Σημαντικά στοιχεία στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων θεωρούνται το υπόβαθρο αλλά και το πλαίσιο της εργασίας του καθενός από τους συμμετέχοντες, καθώς και οι συγκεκριμένοι εργασιακοί τους στόχοι. Αναφέρεται, επίσης, η σχέση της μαθηματικής αυτής πρακτικής με τα μαθηματικά του σχολείου, όπου αυτή υπάρχει. Εν τέλει, συζητείται η εκπαιδευτική αξία της έρευνας και των αποτελεσμάτων της. Η διαφορετική εκπαιδευτική εμπειρία και προσέγγιση στην τέχνη εκ μέρους των δυο συμμετεχόντων, θεωρούμε ότι προσθέτει στην ευρύτητα και τη σημασία των αποτελεσμάτων της έρευνας, ρίχνοντας ένα ελαφρύ πρώτο φως στο θέμα των μαθηματικών πρακτικών της Κεραμικής Τέχνης, αναδεικνύοντας παράλληλα τον σημαντικό ρόλο των μαθηματικών στη ζωή του καθενός από εμάς.

Λέξεις κλειδιά: *Μαθηματικά, Πολιτισμός, Τέχνη, Χώρος εργασίας, Κεραμική Τέχνη, Αγγειοπλαστική Τέχνη, μαθηματική πρακτική,*

ABSTRACT

This paper investigates the mathematical practices appearing in the field of Ceramic Art. It reports on a double case study of an artist ceramist and a craftsman potter, which examines the nature of the mathematical practices that appear in the field, its transparency concerning the role of the tools in use, and the awareness the two artists – craftsmen have on them. The systemic network that was generated shows the appearance of mathematical concepts and processes, in both direct and indirect use behalf of the participants dye to the mediation of mathematical and non-mathematical tools playing a transparent or non-transparent role. Furthermore, their awareness of this use varies from non-perception, to part, or even full. In interpreting the results, the educational background and the context and goals of the workplace practice of the two participants plays a substantial part. In addition, we refer to the connection between these mathematical practices and the school wherever it appears. Last but not least, the educational aspect of the research results is thoroughly discussed. We believe that the different educational experience and approach to the art of the two artists – craftsmen, will shed a gleam of light in finding the mathematical practices in Ceramic Art, and underscores the important role of mathematics in the life of each of us.

Key words: *Mathematics, Culture, Art, Workplace, Ceramic Art, Pottery, mathematical practice*

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τι είναι τα μαθηματικά; Αυτό είναι ένα μεγάλο ερώτημα, το οποίο διατρέχει όλη την παρούσα έρευνα. Ο καθένας μας, αυθόρμητα και υποσυνείδητα, έχει δημιουργήσει διαφορετικές εικόνες και αντιλήψεις περί αυτού. Ξεκάθαρος ορισμός για το τι είναι τα μαθηματικά μάλλον δεν υπάρχει (Bishop, 1988β· Ascher και D'Ambrosio, 1994, σελ. 37).

Ακόμα και στις επιστημονικές κοινότητες, όπως αυτή των ίδιων των μαθηματικών, η απάντηση σε ένα τέτοιο ερώτημα ανοίγει πολλές συζητήσεις. Τα μαθηματικά σχετίζονται με την μέτρηση, τον υπολογισμό, τις πράξεις, την οργάνωση του χώρου και τα σχήματα. Έτσι, σύμφωνα με την Teixeira (2015) είναι γενικά γνωστά ως η επιστήμη της ποσότητας και του χώρου. Όπως δηλώνει η ίδια, αυτός ο ορισμός δεν είναι επαρκής και αντιπροτείνει στη θέση του τον ορισμό των μαθηματικών ως η επιστήμη των μοτίβων, σημειώνοντας την ευρεία αποδοχή του στην ακαδημαϊκή κοινότητα. Επιπλέον, ο Guderian (2005) μας λέει ότι τα μαθηματικά μελετούν δομές και σχέσεις μεταξύ αντικειμένων της σκέψης μας (αριθμοί, μεταβλητές κλπ) και μοτίβων. Από την άλλη μεριά, ο D'Ambrosio (2005) φτάνει να ορίσει τα μαθηματικά ως «…ένα διανοητικό εργαλείο που δημιουργήθηκε από το ανθρώπινο είδος για να βοηθήσει στην επίλυση των καταστάσεων που παρουσιάζονται στην καθημερινή ζωή και για να περιγράψει και να εξηγήσει τον πραγματικό κόσμο» (σελ 11, στο Stathopoulou, 2007, σελ. 103).

Αν θέσουμε αυτήν την ερώτηση σε έναν απλό άνθρωπο, τι μπορεί να απαντήσει; Με μια δόση υπερβολής, στο άκουσμα αυτού φαντάζομαι πολλούς να τρέχουν όσο πιο μακριά μπορούν ουρλιάζοντας ή τους περισσότερο ψύχραιμους να διατηρούν τη θέση τους απαντώντας με ένα αίσθημα αποδοκιμασίας κάτι του τύπου «Μαθηματικά; Ποπο άσε με τώρα…», ή άλλοι ίσως πουν «Που να ξέρω;» ή να μην απαντήσουν καθόλου και να γελάσουν. Κάποιοι ίσως απαντήσουν κάτι του τύπου «Οι αριθμοί» ή «Οι πράξεις». Πιο σπάνια, και από κάποιον που μάλλον καλή σχέση έχει με τα μαθηματικά, θα ακουστεί κάτι του τύπου: «Ένα φανταστικό δημιούργημα του ανθρώπου για να λύνει πραγματικά προβλήματα».

«Είναι αλήθεια ότι για πολλούς ανθρώπους, η λέξη «μαθηματικά» συνδέεται πολύ στενά με το τι έχουν μάθει στο σχολείο» (Ascher και D'Ambrosio, 1994, σελ. 37). Μέσα από καταστάσεις άγχους, δυσκολίας στην κατανόηση, και δυσκολίας στο να ανταπεξέλθουν στις απαιτήσεις του μαθήματος, πολλοί μαθητές χτίζουν μια δύσκολη, πληγωμένη σχέση με τα μαθηματικά. Μια σχέση που πολλούς τους πληγώνει όχι μόνο ως παιδιά, αλλά ακόμα και ως ενήλικες. Υπάρχει ένα αρνητικό συναίσθημα το οποίο κουβαλούν μαζί τους σε όλη τη διάρκεια της ζωής τους, μία προκατάληψη την οποία πολλοί περνούν ακόμα και στα παιδιά τους. Σύμφωνα με τους Asher και D'Ambrosio (1994), ένας από τους λόγους που οι νέοι άνθρωποι δεν αρέσκονται στα μαθηματικά είναι ότι δεν τους κολλάμε καμία αξία, με την ηθική έννοια, και προσπαθούμε να τα ποσοτικοποιήσουμε. Οι ίδιοι αναφέρουν ότι υπάρχει μια αίσθηση, την οποία συχνά συναντάμε σε αυτούς που δεν τους αρέσουν τα μαθηματικά, ότι είναι άψυχα, χωρίς συναίσθημα και ότι ακόμα και οι μαθητές φαίνεται να τα συνδυάζουν με κάτι το μη ανθρώπινο.

Οι ίδιοι αναφέρονται επίσης στο κενό που υπάρχει ανάμεσα στον σύγχρονο κόσμο και τον σχολικό κόσμο, ειδικά στα μαθηματικά, και όσον αφορά τα σχολικά μαθηματικά δηλώνουν ότι πρόκειται πλέον για μία στενή αντίληψη. Υποστηρίζουν ότι «οι πολύ συγκεκριμένοι ορισμοί των μαθηματικών που υπάρχουν στο σχολικό επίπεδο ελαχιστοποιούν τις μαθηματικές ιδέες που είναι πράγματι εκεί έξω» (σελ. 37). Είναι αλήθεια ότι τα μαθηματικά πολλές φορές δεν έχουν κανένα νόημα, καμία ουσία για τους μαθητές, οι οποίοι συχνά αδυνατούν να βρουν κάποια σύνδεση του αντικειμένου με άλλα θέματα, στοιχεία ή πλαίσια. Ακόμα και όταν κάνουμε εφαρμογές των μαθηματικών, βρισκόμαστε να λαμβάνουμε απλά υπόψη μας διάφορες παραμέτρους, οι οποίες πολλές φορές δεν ισχύουν καν, και να εφαρμόζουμε έναν αλγόριθμο επίλυσης «στα τυφλά». Μετά από τόση απλοποίηση της πολυπλοκότητας του προβλήματος χάνεται κάθε νόημα. Ακριβώς εκεί θεωρούν ότι βρίσκεται το πρόβλημα, στο ότι «προσφέρουμε στους μαθητές μη «πραγματικά» προβλήματα. Από αυτό προκαλείται η μεγαλύτερη σύγχυση και η υπεραπλούστευση» (σελ. 40).

Τα προβλήματα της μαθηματικής εκπαίδευσης, λοιπόν, φαίνονται και είναι πολλά. Όλα αυτά έχουν ως αποτέλεσμα το ενδιαφέρον των μαθητών για τα μαθηματικά να χάνεται. Όλο και πιο συχνό είναι το ερώτημα: «Γιατί να κάνουμε μαθηματικά; Σε τι θα μας χρησιμεύσουν τα μαθηματικά;» (Milroy, 1991). Οι περισσότεροι μαθητές δεν αναγνωρίζουν τη σπουδαιότητα των μαθηματικών, ούτε και την ύπαρξη και χρήση τους στην καθημερινή ζωή. Καθώς οι μαθητές αυτοί μεγαλώνουν και γίνονται με τη σειρά τους οι ίδιοι καθηγητές των μαθηματικών, το ερώτημα πως θα κάνουμε τη μάθηση των μαθηματικών ελκυστική, προκλητική και ουσιαστική παραμένει (Nicol, 2002).

Τα τελευταία χρόνια, λύση στα προβλήματα αυτά της μαθηματικής εκπαίδευσης επιχειρήθηκε να δοθεί μέσα από τομείς όπως αυτός του πολιτισμού, της τέχνης, και του χώρου εργασίας. Οι μαθητές μπορούν να γευθούν αυθεντικές εμπειρίες μέσα από την πλαισιοποίηση των μαθηματικών, οι οποίες τους παρέχουν κίνητρα για μάθηση και μία αίσθηση οικειότητας όσον αφορά στα ίδια τα μαθηματικά.

Πολλές είναι οι έρευνες που αφορούν στη σχέση μεταξύ μαθηματικών και πολιτισμού. Ο Bishop (1988b) μιλάει για πολιτισμικές διασυνδέσεις στην μαθηματική εκπαίδευση, θεωρώντας τα μαθηματικά ως ένα πανπολιτισμικό φαινόμενο. Ο D'Ambrosio (1985, 1997, 2001), από την άλλη αναφέρεται στα μαθηματικά που αναπτύσσει ο κάθε πολιτισμός, λαός ή πολιτιστική ομάδα, τα λεγόμενα εθνομαθηματικά. Οι μαθητές μπορούν να επωφεληθούν από το πλαίσιο αυτό που επεκτείνει την αντίληψη των μαθηματικών ως μια ανθρώπινη κατασκευή, η οποία είναι μέσα στη γνωστική σφαίρα του καθενός και όχι μόνο των λίγων και εκλεκτών (Mukhopadhyay, 2009), σε ανθρώπους τυπικά και μη εκπαιδευμένους.

Ως κυρίαρχο μέρος του πολιτισμού, όπως εμφανίζεται η τέχνη, έχει κι αυτή επίσης πολλά να προσφέρει στη μαθηματική εκπαίδευση και τους μαθητές της. Πολλές έρευνες εξετάζουν την ευρύτερη σχέση μεταξύ της τέχνης και των μαθηματικών, καθώς και τη μαθηματική φύση των διαφόρων πολιτιστικών τεχνουργημάτων, αλλά και τη μαθηματική τέχνη που παράγουν κάποιοι καλλιτέχνες. Δημιουργώντας συνδέσεις των μαθηματικών με ενδιαφέροντα και ψυχαγωγικά κομμάτια της

ανθρώπινης ζωής, δίνεται κίνητρο στους μαθητές για μάθηση. Βοηθώντας τους να αναγνωρίσουν την παρουσία των μαθηματικών σε μέρη ή πλαίσια που δεν θα το περίμεναν ποτέ, ενισχύεται η δυνατότητα κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και εκτίμησης της λεγόμενης «δύναμης» των μαθηματικών στην ευρεία εφαρμογή της στον κόσμο των τεχνουργημάτων που παράγονται από τους ίδιους και τους ανθρώπους γύρω τους (Hickman και Huckstep, 2003).

Ισχυρή επίσης είναι και η παρουσία της χρήσης των μαθηματικών στο χώρο εργασίας, με πολλές έρευνες να έχουν μελετήσει τη μαθηματική πρακτική που ασκείται σε διάφορους εργασιακούς χώρους. Τα «εργασιακά μαθηματικά» μπορούν να αποτελέσουν τον κινητήριο μοχλό μιας αποτελεσματικής μαθηματικής εκπαίδευσης, προσφέροντας ένα πλαίσιο όπου οι μαθητές μαθαίνουν μέσα από το να αναζητούν λύση σε εννοιοδοτημένα σχετιζόμενα με τον χώρο εργασίας προβλήματα, αντί του να κάνουν εφαρμογές προβλημάτων στο τέλος κάθε κεφαλαίου, όπως συνήθως τους ζητείται καθιστώντας έτσι τα μαθηματικά προσβάσιμα και ελκυστικά σε μεγαλύτερο πλήθος μαθητών (Nicol, 2002).

Στο πλαίσιο αυτό, επιλέγουμε τον χώρο της Κεραμικής Τέχνης, έναν εργασιακό χώρο καλλιτεχνών και παραδοσιακών τεχνιτών, δεμένο με την τέχνη και την πολιτιστική παράδοση, για να διερευνήσουμε τα μαθηματικά που εμφανίζονται στην κεραμική πρακτική. Αντίστοιχες έρευνες δεν έχουν υπάρξει. Σχετικά έχει πραγματοποιηθεί μόνο μία εφαρμογή σε δυναμικό περιβάλλον που λέγεται "potter's wheel" (Chehlarova και Sendova, 2009) το οποίο εμπλέκει την οπτικοποίηση των μαθητών όσον αφορά την περιστροφή επίπεδων και στερεών σχημάτων, καθώς και δυο αναφορές της Bickley-Green (1995) σχετικά με τη σχέση μεταξύ χημείας και μορίων του πηλού, και τη δημιουργία ενός τόρου κατά την τροχήλατη τεχνική ενός αγγειοπλάστη. Η πρωτοτυπία, έτσι, της έρευνας είναι καθοριστική. Σκοπός της είναι η διερεύνηση της μαθηματικής πρακτικής στον χώρο της Κεραμικής Τέχνης, ελπίζοντας μέσα από αυτήν να αναδειχθεί μια πρώτη γεύση από τις μαθηματικές πρακτικές που εφαρμόζονται στον χώρο αυτόν.

1. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

1.1 Μαθηματικά και πολιτισμός

> Παρά την ανοικτότητα (της μαθηματικής γνώσης), υπάρχει κάτι το μυστήριο στις μαθηματικές ιδέες. Όλοι όσοι ασχολούνται με τα μαθηματικά το ξέρουν αυτό διαισθητικώς, είτε λόγω της ανούσιας υπερβολικής χρήσης συμβόλων ή για παράδειγμα, λόγω των διαφόρων ανεξήγητων συνδέσεων που υπάρχουν σε αυτά. Το μυστήριο αυτό και πάλι βασίζεται στην αφηρημένη φύση των μαθηματικών. Αυτή η αφηρημένη φύση θέτει το μαθηματικό περιεχόμενο χωρίς κάποιο πλαίσιο, οπότε ως αποπλαισιωμένη, η μαθηματική γνώση καταντά πραγματικά ανούσια. Λόγω αυτής τα μαθηματικά θεωρούνται δύσκολα, στεγνά, χωρίς συναίσθημα, χωρίς νόημα, χαρακτηριστικά που ευλόγως μας οδηγούν στην έννοιες της μαθηματικοφοβίας, ή του μαθηματικού άγχους. Φυσικά, οι μαθηματικές ιδέες προσφέρουν το δικό τους είδος πλαισίου, οπότε είναι πολύ πιθανό να αναπτύξει νοήματα μέσα στα μαθηματικά. (Bishop, 1988β, σελ. 186)

Σύμφωνα όμως με την Ascher (Ascher και D'Ambrosio, 1994) οι περισσότεροι μαθηματικοί πιστεύουν ότι από εκεί ακριβώς είναι που πηγάζει η δύναμη των μαθηματικών· από την ικανότητα που έχουν τα μαθηματικά σύμβολα να αναπαριστούν οτιδήποτε και να είναι ανεξάρτητα από κάποιο πλαίσιο.

1.1.1 Γιατί μαθηματικά και πολιτισμός;

Ως ένα απόλυτο και συμπαγές σώμα γνώσης, μία γνώση αυτόνομη, με παγκόσμια ισχύ, ανεξάρτητη από τους ανθρώπους, τα μαθηματικά πολλές φορές παρουσιάζονται ως η γλώσσα της αλήθειας. Συχνά ακούγεται η φράση: «Ξέρεις που είσαι με τα μαθηματικά». Τα μαθηματικά σου παρέχουν ένα αίσθημα ασφάλειας. Ξέρεις ότι υπάρχει πάντα κάποια σωστή διαδικασία να κάνεις και μια σωστή απάντηση να δώσεις, κάτι το οποίο φαίνεται ελκυστικό σε πολλούς. Αυτό, άλλωστε, είναι και μία από τις δυνάμεις των μαθηματικών: μια μαθηματική αλήθεια είναι γεωγραφικώς και προσωπικώς ανεξάρτητη και θεωρητικά μπορεί να επαληθευτεί από τον καθένα (Bishop, 1991). Για παράδειγμα, το θεώρημα του Πυθαγόρα είναι αληθές όπου και να βρισκόμαστε στον κόσμο. Αυτή η καθολικότητα υπάρχει και στο ότι αν πολλαπλασιάσουμε έναν αρνητικό αριθμό με έναν αρνητικό αριθμό θα πάρουμε ως αποτέλεσμα έναν θετικό αριθμό ή αντίστοιχα στο ότι οι γωνίες όλων των τριγώνων αθροίζονται στις 180 μοίρες (Bishop, 1988β, σελ. 180).

Σύμφωνα με τον Bishop (1988β), τέτοιου τύπου επιχειρήματα στήριζαν την άποψη που επικρατούσε μέχρι τη δεκαετία του ’80 περίπου, ότι τα μαθηματικά είναι μία γνώση που είναι πολιτισμικά ανεξάρτητη. Ας ερωτηθούμε όμως όπως ο ίδιος μας προτρέπει: γιατί οι γωνίες ενός τριγώνου να αθροίζονται σε 180 και όχι σε 100 ή 150 μοίρες; Και από πού προέρχεται η ιδέα των αρνητικών αριθμών; Γιατί να ισχύουν όλα όσα ισχύουν στα μαθηματικά; Και από πού προέρχονται όλα αυτά; Με τέτοιου είδους ερωτήματα έχουν ασχοληθεί ερευνητές και συγγραφείς, δίνοντας απαντήσεις που φανερώνουν ότι υπάρχει μία πολιτιστική ιστορία πίσω από τα μαθηματικά.

Μάλιστα αποτελέσματα ανθρωπολογικών και διαπολιτισμικών ερευνών (Zaslavsky, 1973· Van Sertima, 1986· Gerdes, 1985· Lancy, 1983· Lean, 1986· Bishop, 1979· Harris, 1980· Lewis, 1976· Pinxten, 1983· Closs, 1986, στο Bishop, 1988β), όχι μόνο στηρίζουν την άποψη αυτή περί πολιτιστικής ιστορίας, αλλά και την άποψη ότι από διαφορετικές πολιτιστικές ιστορίες σχηματίστηκαν διαφορετικά μαθηματικά (Bishop, 1988β). Όπως αναφέρει και ο D'Ambrosio (1985), «η καθολικότητα των μαθηματικών απορρίπτεται από έρευνες, κυρίως ανθρωπολογικές, που υποδεικνύουν πρακτικές που είναι τυπικά μαθηματικές, όπως η απαρίθμηση, η διάταξη, η διαλογή, η μέτρηση και το ζύγισμα, που γίνονται σε ριζικά διαφορετικούς τρόπους από αυτούς που διδάσκονται συνήθως στα σχολικά συστήματα. Αυτό έχει ενθαρρύνει αρκετές έρευνες πάνω στην εξέλιξη των μαθηματικών εννοιών μέσα σε ένα πολιτιστικό και ανθρωπολογικό πλαίσιο».

Ο D'Ambrosio (1990) επίσης, τονίζει με τη σειρά του ότι οι διαφορετικοί τρόποι σκέψης που υπάρχουν ανάμεσα σε διαφορετικούς πολιτισμούς και διαφορετικές πολιτιστικές ομάδες μπορούν, και το κάνουν, να οδηγούν σε διαφορετικές μορφές μαθηματικών. Όπως χαρακτηριστικά λέει ο ίδιος: «Είναι πολλές ομάδες ανθρώπων που εμπλέκονται στη μαθηματική σκέψη αλλά που την εκφράζουν με τον δικό τους συγκεκριμένο τρόπο. Πρέπει να αποκτήσουμε βαθύτερη κατανόηση των ιδεών τους, αφού είναι πολιτιστικά ενσωματωμένες, ώστε να μπορέσουμε να αναγνωρίσουμε τις μαθηματικές πλευρές τους». Ο Gerdes αναφέρει σχετικά πως το γεγονός ότι πολλοί άνθρωποι δεν φαίνεται να έχουν αναφερθεί στα βιβλία της ιστορίας των μαθηματικών, δεν σημαίνει ότι οι άνθρωποι αυτοί δεν έχουν παράξει μαθηματικές ιδέες. Σημαίνει μόνο ότι οι ιδέες τους δεν έχουν (ακόμη) αναγνωριστεί, κατανοηθεί ή αναλυθεί από επαγγελματίες μαθηματικούς και ιστορικούς της μαθηματικής γνώσης (Gerdes, 2005).

Έτσι, η εύρεση αυτών των διαφορετικών, εγχώριων, παραδοσιακών μαθηματικών που λέγεται ότι υπάρχουν σε κάθε πολιτισμό, όχι απλά συνδέεται στενά με την μαθηματική εκπαίδευση, αλλά μπορούν να βοηθήσουν στη βελτίωσή της. Οι Gay και Cole (1967) (στο Gerdes, 1988) χρόνια τώρα έχουν υποστηρίξει ότι πρέπει να εξερευνήσουμε πρώτα τα «ενδογενή μαθηματικά", για να μπορέσουμε να οδηγηθούμε από αυτά στα νέα μαθηματικά που πρόκειται να διδαχθούν στο σχολείο: «... ο δάσκαλος θα πρέπει να ξεκινήσει με υλικά από τον εγχώριο πολιτισμό, οδηγώντας το παιδί να τα χρησιμοποιήσει με έναν δημιουργικό τρόπο», και από εκεί να «ανέβει» στα νέα σχολικά μαθηματικά». Χαρακτηριστικά είναι, επίσης, τα λόγια του Gerdes (1988): «Υπάρχουν παραδοσιακές μαθηματικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται ακόμα στην Τανζανία. Ένας καλός δάσκαλος μπορεί να το χρησιμοποιήσει αυτό για να αναδείξει την παγκόσμια αλήθεια των μαθηματικών εννοιών. Πως; Το θέμα είναι ότι οι άνθρωποι στις παραδοσιακές αυτές κοινότητες δεν χρησιμοποιούν μαθηματικά. Κάνουν μαθηματικά! Και τα κάνουν με παραδοσιακό τρόπο. Αν μπορούσαμε να εξάγουμε την επιστημονική δομή του «γιατί» γίνονται, τότε θα μπορούσαμε να διδάξουμε επιστήμη με αυτόν τον τρόπο» (Gerdes, 1988).

1.1.2 Τα μαθηματικά ως παν-πολιτιστικό φαινόμενο

Ο Bishop (1979, 1988b, 1991) ασχολείται με τα μαθηματικά και την μαθηματική εκπαίδευση ως ένα πολιτιστικό φαινόμενο. Με το άρθρο του "Visualising and Mathematics in a Pre-Technological Culture" (1979) θέλει να στρέψει την προσοχή μας στο ρόλο που παίζει το πολιτιστικό πλαίσιο στη διαφορετικότητα των γνωστικών συνηθειών και στρατηγικών των ανθρώπων που είναι μέλη διαφορετικών πολιτισμών ή χωρών. Σε αυτό, παρουσιάζει πολιτιστικές διαφορές στις μαθηματικές δεξιότητες που τίθενται υπό αξιολόγηση, στις μαθηματικές συμβάσεις και τα μαθηματικά κριτήρια, στις μαθηματικές συνήθειες, σε διδαγμένες εμπειρίες, και στη δομή της γλώσσας που χρησιμοποιείται στη μαθηματική σκέψη. Θεωρεί ότι κάθε πρόβλημα είναι ένα μοναδικό σύνολο συνθηκών που έχει μία μοναδική λύση και δεν μπορούμε να λύνουμε προβλήματα «στον αέρα», παρά μόνο μέσα στο πλαίσιο των ιδιαιτεροτήτων του προβλήματος. «Ότι μπορεί να συμβαίνει υπό μια μορφή σε μία χώρα, μπορεί να είναι τελείως διαφορετικό σε μια άλλη χώρα» (Bishop, 1979). Το ίδιο συμβαίνει και με την περίπτωση των μαθηματικών.

Ο ίδιος (Bishop, 1988α), αναφέρεται στα μαθηματικά ως ένα πολιτιστικό φαινόμενο. Δηλώνει ότι τα μαθηματικά μπορούν και πρέπει να θεωρούνται ένα είδος πολιτιστικής γνώσης, μία γνώση η οποία παράγεται από όλους τους πολιτισμούς και που, όπως είναι λογικό, φαίνεται διαφορετική από τον έναν πολιτισμό μέχρι τον άλλον. Χαρακτηριστικά αναφέρει: «Τα μαθηματικά δεν είναι ένα προϊόν μίας μόνο κοινωνίας, και τα μαθηματικά του σχολείου δεν είναι μόνο ένα «κοινωνικό» αντικείμενο με την ίδια έννοια που είναι η πολιτική ή η εθνική ιστορία ή ακόμα και η γλώσσα ίσως. Τα μαθηματικά είναι ένα πολιτιστικό φαινόμενο και ως τέτοιο προσπερνά κοινωνικά φαινόμενα με τον ίδιο τρόπο που το κάνουν η μουσική, η θρησκεία, η επιστήμη, ο χορός ή τα αθλήματα» (Bishop, 1991) … «Όπως όλοι οι πολιτισμοί παράγουν γλώσσα, θρησκείες, τελετές, τεχνικές για την επεξεργασία τροφίμων κλπ, έτσι παράγουν και μαθηματικά. Τα μαθηματικά είναι ένα παν-ανθρώπινο φαινόμενο» (Bishop, 1988α). Έτσι, τα μαθηματικά, είναι μία ανθρώπινη και πολιτιστική γνώση (Bishop, 2002). Αυτό, όπως είναι λογικό, δεν ισχύει μόνο στο επίπεδο ολόκληρων πολιτισμών, αλλά και στο επίπεδο των πολιτιστικών ομάδων, όπως ο ίδιος εξηγεί: «… όπως κάθε μία πολιτιστική ομάδα παράγει τη δική της γλώσσα, θρησκευτικές πεποιθήσεις κλπ, έτσι φαίνεται ότι κάθε μία πολιτιστική ομάδα είναι ικανή να παράγει τα δικά της μαθηματικά» (Bishop, 1988α).

Προσπαθώντας να βρει έναν τρόπο για να αντιληφθούμε τα μαθηματικά ως πολιτιστικό φαινόμενο χρησιμοποίησε τη δουλειά του White (1995) (στο Bishop, 1988α), ο οποίος χώρισε τα συστατικά του πολιτισμού σε τέσσερις παράγοντες:

Ιδεολογικός: αποτελείται από πεποιθήσεις, εξαρτάται από σύμβολα και φιλοσοφίες.

Κοινωνιολογικός: τα ήθη και έθιμα, τους θεσμούς, τους κανόνες και τα μοτίβα της διαπροσωπικής συμπεριφοράς.

Συναισθηματικός: οι στάσεις, τα συναισθήματα που αφορούν τους ανθρώπους, η συμπεριφορά.

Τεχνολογικός: κατασκευή και χρήση εργαλείων και εφαρμογών.

Τονίζει, σχετικά, ότι ο τεχνολογικός παράγοντας είναι ο πιο βασικός, καθώς οι υπόλοιποι τρεις, όχι απλώς εξαρτώνται, αλλά και καθορίζονται από αυτόν. Σύμφωνοι με αυτό είναι και συγγραφείς όπως ο Bruner (1964) και ο Vygotsky (1978) (στο Bishop, 1988α) οι οποίοι τονίζουν τη σημασία της γραπτής γλώσσας και των εννοιολογικών «εργαλείων» της, τον μαθηματικό συμβολισμό. Έτσι, τα μαθηματικά, ως πολιτιστικό φαινόμενο έχουν ένα σημαντικό «τεχνολογικό» συστατικό, το οποίο οδηγεί τα υπόλοιπα τρία· την ιδεολογία, την κοινωνιολογία και το συναίσθημα.

Στο πλαίσιο αυτό, όπως εξηγεί ο Bishop (1988α, 1988β), τα μαθηματικά γίνονται αντιληπτά ως ένα πολιτιστικό προϊόν, το οποίο έχει αναπτυχθεί ως αποτέλεσμα έξι δραστηριοτήτων. Οι δραστηριότητες αυτές είναι καθολικές, με την έννοια ότι εμφανίζονται σε κάθε πολιτιστική ομάδα, αλλά και απαραίτητες για την ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης. Οι παγκόσμιες αυτές δραστηριότητες είναι:

Αρίθμηση (Counting). Η χρήση ενός συστηματικού τρόπου σύγκρισης και διάταξης διακριτών φαινομένων. Μπορεί να περιλαμβάνει την καταμέτρηση, ή τη χρήση αντικειμένων ή απαρίθμηση με ξυλάκια, ή ειδικές λέξεις ή ονόματα αριθμών.

Τοποθέτηση (Locating). Η εξερεύνηση του περιβάλλοντος χώρου και η απόδοση νοήματος και ο συμβολισμός σε αυτό το περιβάλλον με μοντέλα, διαγράμματα, σχέδια, λέξεις ή άλλα μέσα.

Μέτρηση (Measuring). Η ποσοτικοποίηση ποιοτήτων για τους σκοπούς της σύγκρισης και της διάταξης, χρησιμοποιώντας αντικείμενα ή μάρκες ως συσκευές μέτρησης με σχετιζόμενες μονάδες ή λέξεις που αφορούν μέτρηση.

Σχεδιασμός (Designing). Η δημιουργία ενός σχήματος ή σχεδίου για ένα αντικείμενο ή για οποιοδήποτε μέρος του περιβάλλοντος χώρου κάποιου. Μπορεί να περιλαμβάνει την κατασκευή του αντικειμένου, ως μία «νοητική ταμπλέτα», ή τον συμβολισμό του με κάποιον συμβατικό τρόπο.

Παιχνίδι (Playing). Η επινόηση, και η συμμετοχή σε παιχνίδια και χόμπι, με περισσότερο ή λιγότερο τυποποιημένους κανόνες με τους οποίους όλοι οι παίκτες πρέπει να συμμορφώνονται.

Επεξήγηση (Explaining). Η εύρεση τρόπων που λογοδοτούν για την ύπαρξη των φαινομένων, είτε αυτά είναι θρησκευτικά, ανιμιστικά ή επιστημονικά.

Ο Bishop θεωρεί ότι ως πολιτιστική γνώση, τα μαθηματικά, προέρχονται από την διαρκή και συνειδητή εμπλοκή των ανθρώπων σε αυτές τις 6 καθολικές δραστηριότητες. Οι δραστηριότητες αυτές, μπορεί να είναι αμοιβαίως αποκλειόμενες, αλλά μπορεί και να αλληλεπιδρούν, όπως το «παίζοντας με τους αριθμούς», το οποίο πιθανώς έχει αναπτύξει αριθμητικά μοτίβα και μαγικά τετράγωνα και το οποίο αναμφισβήτητα συνέβαλε στην ανάπτυξη της άλγεβρας (Bishop, 1988α, 1988β). Υποστηρίζει ότι στα μαθηματικά τα οποία ο ίδιος και πολλοί άλλοι έχουν μάθει, οι δραστηριότητες αυτές συνεισέφεραν τουλάχιστον τις ακόλουθες πολύ σημαντικές ιδέες:

Αρίθμηση (Counting): Αριθμοί. Αριθμητικά μοτίβα. Αριθμητικές σχέσεις. Οι εξελίξεις των συστημάτων αρίθμησης. Αλγεβρική παράσταση. Απείρως μεγάλο και μικρό. Εκδηλώσεις (Events), πιθανότητες, συχνότητες. Αριθμητικές μέθοδοι. Επανάληψη. Συνδυαστική. Όρια.

Τοποθέτηση (Locating): Θέση. Προσανατολισμός. Ανάπτυξη συντεταγμένων - ορθογώνιες, πολικές, σφαιρικές. Γεωγραφικό πλάτος/μήκος. Πυξίδες. Γωνίες. Γραμμές. Δίκτυα. Ταξίδι. Αλλαγή της θέσης. Τόποι (κύκλος, έλλειψη, πολύγωνο...). Αλλαγή του προσανατολισμού. Περιστροφή. Ανάκλαση (Reflection).

Μέτρηση (Measuring): Σύγκριση. Διάταξη. Μήκος. Περιοχή. Ένταση. Χρόνος. Θερμοκρασία. Βάρος. Ανάπτυξη μονάδων – συμβατικό, σύνηθες, μετρικό σύστημα. Όργανα μέτρησης. Εκτίμηση. Προσέγγιση. Σφάλμα.

Σχεδιασμός (Designing): Ιδιότητες αντικειμένων. Σχήμα. Μοτίβο. Σχεδιασμός. Γεωμετρικά σχήματα (επίπεδα και στερεά). Ιδιότητες των σχημάτων. Ομοιότητα. Αναλογία. Λόγοι (εσωτερικοί και εξωτερικοί).

Παιχνίδι (Playing): Γρίφοι. Παζλ. Παράδοξα. Μοντέλα. Παιχνίδια. Κανόνες. Διαδικασίες. Στρατηγικές. Πρόβλεψη. Εικασία. Ευκαιρία. Υποθετικός συλλογισμός. Ανάλυση παιγνίων.

Επεξήγηση (Explaining): Ταξινομήσεις (Classifications). Συμβάσεις. Γενικεύσεις. Γλωσσικές εξηγήσεις - επιχειρήματα, λογικές συνδέσεις, απόδειξη. Συμβολικές εξηγήσεις - εξισώσεις, τύποι, αλγόριθμοι, λειτουργίες. Σχηματικές επεξηγήσεις - διαγράμματα, γραφήματα, πίνακες. (Μαθηματική δομή - αξιώματα, θεωρήματα, ανάλυση, συνοχή.) (Μαθηματική μοντελοποίηση - υποθέσεις, αναλογίες, γενικευσιμότητα, πρόβλεψη.)

Με αυτές υποστηρίζει ότι μπορεί να παραχθεί η υπόλοιπη «Δυτική» μαθηματική γνώση, αλλά και να βρεθούν τα «άλλα μαθηματικά» που άλλοι πολιτισμοί έχουν αναπτύξει.

1.1.3 Εθνομαθηματικά

Έτσι, ο μαθηματικός τρόπος σκέψης και η μάθηση των μαθηματικών συμβαίνουν σε κάθε πολιτισμό. Φαίνεται, λοιπόν, σημαντικό το να μελετήσουμε τα μαθηματικά διαφόρων ομάδων ανθρώπων σε όλον τον κόσμο (Ascher, 2002, στο Naresh, 2009). Προς την κατεύθυνση αυτή κινούνται τα «εθνομαθηματικά». Ο όρος αυτός διατυπώθηκε πρώτη φορά από τον D' Ambrosio (1985) ώστε να περιγράφει τις μαθηματικές ιδέες στις οποίες αναφέρονται οι έρευνες που φανερώνουν ευρήματα πολιτιστικής βάσης των μαθηματικών. Ο D'Ambrosio ξεκίνησε το εθνομαθηματικό του πρόγραμμα «ως μία μεθοδολογία για τον εντοπισμό και την ανάλυση των διαδικασιών της παραγωγής, της μεταφοράς, της διάχυσης και της θεσμοθέτησης της μαθηματικής γνώσης σε διαφορετικά πολιτιστικά συστήματα» (D'Ambrosio, 1990, p. 78). Το πρόγραμμα αυτό, που συνδυάζει τα αναλυτικά εργαλεία της πολιτιστικής ανθρωπολογίας και των μαθηματικών και εξετάζει κριτικά την τομή τους, όχι απλώς διερευνά το πώς η μαθηματική σκέψη χρησιμοποιείται μέσα σε πολιτιστικά πλαίσια,

αλλά εγκυροποιεί την ύπαρξη μαθηματικής γνώσης σε εναλλακτικές μορφές (Mukhopadhyay, 2009).

Χρησιμοποιώντας τα εθνομαθηματικά, μπορούμε να διακρίνουμε αυτές τις άλλες μορφές μαθηματικών στις ανθρώπινες δραστηριότητες και πρακτικές. Καταλαβαίνοντας ότι απαιτείται μία ευρύτερη ερμηνεία του τι είναι τα ίδια τα μαθηματικά, ο D'Ambrosio (1985) αναφέρει: «Πλέον, στα μαθηματικά συμπεριλαμβάνουμε εκτός από την πλατωνική κρυπτογράφηση και την αριθμητική, την καταμέτρηση και τις σχέσεις των πλανητικών τροχιών, τις δυνατότητες της ταξινόμησης, της διάταξης, της εξαγωγής συμπερασμάτων και της μοντελοποίησης. Αυτό είναι ένα πολύ ευρύ φάσμα των ανθρώπινων δραστηριοτήτων που, σε όλη την ιστορία, έχουν απαλλοτριωθεί από τα ακαδημαϊκά κατεστημένα, φορμαλοποιηθεί και κωδικοποιηθεί και ενσωματωθεί μέσα σε αυτό που σήμερα καλούμε ακαδημαϊκά μαθηματικά. Αλλά που παραμένουν ζωντανές σε πολιτιστικά αναγνωρισμένες ομάδες και αποτελούν ρουτίνες στις πρακτικές τους».

Τι ακριβώς είναι, όμως, τα εθνομαθηματικά; Ο ίδιος ο D' Ambrosio (1985, σ. 45) περιγράφει τα εθνομαθηματικά ως: «… τα μαθηματικά που ασκούνται μεταξύ των αναγνωρίσιμων πολιτιστικών ομάδων, όπως εθνικές-φυλετικές κοινωνίες, ομάδες εργασίας, παιδιά συγκεκριμένων ηλικιακών ομάδων, επαγγελματικές τάξεις, και ούτω καθεξής. Η ταυτότητά τους εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την εστίαση του ενδιαφέροντος, τα κίνητρα, καθώς και τους συγκεκριμένους κώδικες και τις επαγγελματικές γλώσσες που δεν ανήκουν στη σφαίρα των ακαδημαϊκών μαθηματικών». Αυτό γίνεται ακόμα πιο σαφές αν δώσουμε σημασία στη σύνθεση της αγγλικής λέξης *ethnomathematics,* όπου βλέπουμε τα συνθετικά *ethno*, *mathema*, και *tics*. Το *ethno* σαφώς υποδεικνύει το έθνος, την ομάδα, την κοινότητα. Στο *mathematics* αναγνωρίζουμε το *mathema*, και το *tics*. Το *mathema*, ή τα *mathemata,* έχει να κάνει με την γενικότερη έννοια του να μάθεις, «με την επεξήγηση, την κατανόηση, μια ευρύτερη έννοια του να παλέψεις με συγκεκριμένες πτυχές και προκλήσεις που παρουσιάζει η πραγματικότητα» (Ascher και D'Ambrosio, 1994), ενώ το *tics* έχει να κάνει με τους τρόπους, τις ικανότητες, τις τεχνικές. Με λίγα λόγια, «Μέσα στον ίδιο πολιτισμό, τα άτομα παρέχουν τις ίδιες εξηγήσεις και χρησιμοποιούν το ίδιο υλικό και τα ίδια διανοητικά εργαλεία μέσα στις καθημερινές τους δραστηριότητες. Το σύνολο των εργαλείων αυτών εκδηλώνεται στα ήθη, τους τρόπους, τις ικανότητες, τις τέχνες, τις τεχνικές – των τρόπων (tics) με τα οποία αντιμετωπίζουν το περιβάλλον, την κατανόηση και την εξήγηση γεγονότων και φαινομένων, την διδασκαλία και το να μοιράζονται όλα αυτά, τα οποία είναι το μάθημα (mathema) της ομάδας, της κοινότητας, του έθνους (ethno). Αυτά είναι τα εθνομαθηματικά τους» (D'Ambrosio, 2001, σ. 24).

Σε αυτά, λέει, συμπεριλαμβάνουμε και τα μαθηματικά που χρησιμοποιούνται από ομάδες όπως οι μηχανικοί ή ακόμα και οι χτίστες, που δεν χαρακτηρίζονται από την αυστηρότητα και τον φορμαλισμό των ακαδημαϊκών μαθηματικών. Η κάθε μια από αυτές τις αναγνωρίσιμες πολιτιστικά ομάδες, οι οποίες φαίνονται υπό την ευρεία έννοια του ethno, έχει τη δική της γλώσσα, τους δικούς της κώδικες, τα δικά της σύμβολα, τους δικούς της μύθους, ακόμα και τους δικούς της τρόπους αιτιολόγησης και εξαγωγής συμπερασμάτων. Σχετιζόμενες με αυτά πρακτικές, όπως η

κρυπτογράφηση και η απαρίθμηση, η μέτρηση, η κατηγοριοποίηση, η διάταξη, η εξαγωγή συμπερασμάτων, η μοντελοποίηση, ή αλλιώς «μαθηματικές ιδέες που έχουν να κάνουν με τους αριθμούς, τη λογική και τους σχηματισμούς στο χώρο και, πολύ σημαντικό, τον συνδυασμό ή την οργάνωση αυτών σε συστήματα και δομές» (Ascher, D' Ambrosio, 1997), συνιστούν τα εθνομαθηματικά.

Όπως σημειώνει η (Stathopoulou, 2007), οι μαθηματικές αυτές ιδέες και δραστηριότητες τείνουν να αναπτύσσονται σε διαφορετικές κατευθύνσεις, καθώς και σε διαφορετικό βαθμό σε κάθε πολιτισμό, ανάλογα με τις ανάγκες και τις απαιτήσεις που αντιμετωπίζει προκειμένου να ανταποκριθεί στις ανάγκες και τις απαιτήσεις του φυσικού και του κοινωνικοπολιτισμικού περιβάλλοντος. Σύμφωνα με τον D' Ambrosio (1985), αυτές οι πρακτικές, αυτές οι μαθηματικές ιδέες, πολλές φορές βρίσκονται έξω από το θεωρητικοποιημένο και τυπικό πλαίσιο των ακαδημαϊκών μαθηματικών. Μπορεί κάποια στιγμή να φτάσουν να μπουν στο πλαίσιο αυτό, αλλά σε πολλές περιπτώσεις συνεχίζουν να είναι περιορισμένες στις πολιτιστικά διαφοροποιημένες ομάδες από τις οποίες προήλθαν.

Ο Barton (2008) θεωρεί ότι αυτό που κάνουν τα μαθηματικά, μεταξύ άλλων, είναι ο τρόπος με τον οποίο κατανοούμε ποσοτικές, χωρικές και σχεσιακές πτυχές του κόσμου μας, καθώς κι η γλώσσα με την οποία μιλάμε για αυτές και τις καταλαβαίνουμε καλύτερα. Έτσι, με έναν τέτοιο ορισμό, όπως λέει, κάθε σύστημα που επιτυγχάνει αυτό το αποτέλεσμα μπορεί σε γενικές γραμμές να θεωρηθεί ως μαθηματικά, είτε ανήκει στο πλαίσιο ενός σχολικού μαθηματικού βιβλίου, είτε στη γλώσσα και τα χέρια ενός καλλιτέχνης.

Είναι προφανές ότι τα εθνομαθηματικά είναι άκρως κατάλληλα για την διερεύνηση των μαθηματικών που χρησιμοποιούνται σε πρακτικές όπως η ύφανση, η ραπτική, το χτίσιμο και τα ψυχαγωγικά παιχνίδια κ.α. Όπως μας λέει και ο Mukhopadhyay (2009),

> Εξερευνώντας ερωτήματα όπως το πώς ο υφαντής και ο κατασκευαστής των κανό ενσωματώνει τη μαθηματική σκέψη στην τέχνη του χωρίς να γνωρίζει τα τυπικά μαθηματικά που διδάσκονται στα σχολεία, τα εθνομαθηματικά αποτελούν το κατάλληλο πλαίσιο για να εξερευνήσουμε τα μαθηματικά που χρησιμοποιούνται από διάφορες πολιτιστικές ομάδες (σελ. 119), …. ένα πλαίσιο που μπορεί να φιλοξενήσει την καλλιτεχνική/διακοσμητική ώθηση που έχουμε δει να εκδηλώνεται σε πολιτιστικά τεχνουργήματα αντικειμένων όπως καλάθια και κεραμικά, καθώς και την απόλαυση σε αφηρημένα μοτίβα που χαρακτηρίζει τους μαθηματικούς (σελ. 120).

Εκτός, λοιπόν, από την παραγωγή νέας μαθηματικής σκέψης, τα εθνομαθηματικά προώθησαν έναν αυθεντικό διάλογο μεταξύ καλλιτεχνών διαφόρων ειδών και μαθηματικών (Barton, 2008).Έρευνες όπως αυτές των Gerdes (1985, 1986, 1988a, 1988b), Washburn and Crowe (1988), Millroy (1991), Barton (1996), Stathopoulou (2007), Mukhopadhyay (2009), έδειξαν ισχυρή μαθηματική παρουσία στην κατασκευή και διακόσμηση διαφόρων τεχνουργημάτων, όπως καλαθιών, αγγείων, αντικειμένων από ξύλο, κανό, πλακοστρώσεων κ.α. Μερικά σχετικά παραδείγματα παρουσιάζονται στην επόμενη ενότητα. Πάνω στα τεχνουργήματα αυτά υπονοούνται οι τρόποι σκέψης των

κατασκευαστών τους (Ascher, D'Ambrosio, 1994). Αυτά συχνά κατασκευάζονται από - όπως θα χαρακτήριζε η Lave (1988) ως - «απλά απλούς τύπους» ("just plain folks"), μη τυπικά εκπαιδευμένους. Παρ' όλα αυτά είναι εμφανής η μαθηματική διάθεση υπό μορφή της έννοιας της διάταξης, του μοτίβου και της συμμετρίας. Έτσι, τα γεωμετρικά μοτίβα που κοσμούν πολιτιστικά τεχνουργήματα δηλώνουν τη μαθηματική σκέψη των δημιουργών–τεχνιτών που τα κατασκεύασαν, αλλά παράλληλα και την έλλειψη γνώσης τους των «επίσημων» μαθηματικών (Mukhopadhyay, 2009).

Ο Gerdes (1986, 1988), για παράδειγμα, ως θερμός υποστηρικτής και εφαρμοστής της θεωρίας του D' Ambrosio, διερεύνησε τις μαθηματικές ιδέες στη δουλειά παραδοσιακών τεχνιτών. Χρησιμοποιώντας «πολιτιστικά στοιχεία όπως τέχνες και χειρωνακτικές εργασίες» αναφέρεται σε «κρυμμένα» ή «παγωμένα» μαθηματικά που υπάρχουν στη δουλειά τους. Βλέποντας τις γεωμετρικές μορφές και μοτίβα των παραδοσιακών αντικειμένων όπως καλάθια, χαλιών, αγγεία, σπίτια, παγίδες για τα ψάρια κλπ, ο Gerdes προσπάθησε να ξεδιπλώσει τον γεωμετρικό τρόπο σκέψης που κρύβεται σε αυτά, χρησιμοποιώντας την εξής μεθοδολογία: σκεφτόμενος γιατί αυτά τα υλικά προϊόντα έχουν τη μορφή που έχουν, έμαθε τις συνήθεις τεχνικές παραγωγής τους και προσπαθώντας να κατηγοριοποιήσει τις μορφές, κατάλαβε ότι πρόκειται για τη μόνη πιθανή ή βέλτιστη λύση ενός προβλήματος παραγωγής. Όπως χαρακτηριστικά σημειώνει ο ίδιος (1986), «Η παραδοσιακή μορφή αποτελείται, εκτός της βιολογικής και φυσικής γνώσης για τα χρησιμοποιούμενα υλικά, από μαθηματική γνώση σχετική με τις ιδιότητες και τις σχέσεις κύκλων, γωνιών, ορθογωνίων, τετραγώνων, κανονικών πενταγώνων και εξαγώνων, κώνων, πυραμίδων, κυλίνδρων κ.α.». Με αυτή τη μέθοδο κατάφερε να εντοπίσει πολλά «κρυμμένα» ή «παγωμένα» μαθηματικά που έκανε ο τεχνίτης που ανακάλυψε την κάθε τεχνική, καθώς και τον μαθηματικό τρόπο σκέψης του.

Η Millroy (1991), επίσης, ερεύνησε τις μαθηματικές ιδέες μίας ομάδας ξυλουργών. Τα ευρήματα της δείχνουν έντονη μαθηματικοποίηση από πλευράς των μη-τυπικά εκπαιδευμένων τεχνιτών ως στρατηγική επίλυσης προβλήματος. Ως μοναδικά χαρακτηριστικά αυτής αναφέρει τη γενίκευση, τη χρήση συμβόλων, τη χρήση πειστικών συμπερασμάτων, την ευελιξία και τη χρήση χωρικών εννοιών που μοιράζονται τη συμβατική εικόνα των μαθηματικών που είχαμε έως τώρα, τα οποία όμως μαθηματικά, είναι έντονα επηρεασμένα από το πλαίσιο του χώρου του εργαστηρίου τους.

Δίνοντας ένα παράδειγμα από τον Ελλαδικό χώρο, άτυπα μαθηματικά ανέδειξε η έρευνα της Stathopoulou (2007) στην κατασκευή των Ξυστών στο χωριό «Πυργί» της Χίου. Οι παραδοσιακοί εκεί τεχνίτες, χρησιμοποιώντας εργαλεία όπως ο διαβήτης, το αλφάδι, το μέτρο, και η μεταλλική γραφίδα, χαράσσουν πάνω στην επιφάνεια του τοίχου με φορά από πάνω προς τα κάτω οριζόντιες ζώνες και μέσα σε αυτές χαράσσουν διάφορα γεωμετρικά ως επί το πλείστον μοτίβα, κυρίως ορθογώνια και κύκλους. Όπως φαίνεται, εμφανίζεται η «στην τύχη» επιλογή της τοποθέτησης και του μεγέθους των επιμέρους διακοσμητικών μοτίβων.

1.1.4 Πολιτισμός και μαθηματική εκπαίδευση

Θέτοντας το θέμα της πολιτιστικής βάσης των μαθηματικών, ο Bishop παράλληλα θέλει να μας τονίσει ότι η μαθηματική εκπαίδευση πρέπει να λάβει υπόψη της μια κοινωνική και πολιτιστική παράμετρο. Δίνει έτσι, μια πρόκληση στους καθηγητές μαθηματικών. Απάντηση στην πρόκληση αυτή αποτελούν τα εθνομαθηματικά (Barton, 2008), τα οποία επηρέασαν και εξακολουθούν να επηρεάζουν με διάφορους τρόπους τη μαθηματική εκπαίδευση (Stathopoulou, 2007).

Τα εθνομαθηματικά, σύμφωνα με τον Barton (2008), στοχεύουν στη γεφύρωση του χάσματος μεταξύ της μαθηματικής εκπαίδευσης και των μαθηματικών πρακτικών διαφόρων ομάδων, που ασχολούνται με τη ξυλουργική, τη ραπτική, το χτίσιμο κλπ. Ο Gerdes (2005) επισημαίνει ότι ο ρόλος τους είναι, εκτός της αναγνώρισης των μαθηματικών αυτών ιδεών, «η χρήση αυτής της γνώσης ως βάση εκκίνησης στη μαθηματική εκπαίδευση». Συγκεκριμένα, αναφέρει ότι αν και ο τεχνίτης που μιμείται μια τεχνική παραγωγής, γενικά, δεν χρησιμοποιεί μαθηματικά, ο τεχνίτης που ανακάλυψε την τεχνική αυτή, *έκανε* μαθηματικά και σκεφτόταν με μαθηματικό τρόπο. Για αυτό, όταν οι μαθητές προσπαθούν να επανεφεύρουν αυτή την τεχνική παραγωγής, τότε οι ίδιοι κάνουν και μαθαίνουν μαθηματικά. Σε αυτό, μάλιστα, τονίζει τη σημασία του ρόλου των καθηγητών, καθώς «μόνο αν αυτοί (οι καθηγητές) είναι ενήμεροι για τα κρυμμένα μαθηματικά, είναι πεισμένοι για την πολιτισμική, εκπαιδευτική και επιστημονική αξία της επανεφεύρεσης και της εξερεύνησης των κρυμμένων μαθηματικών, και γνωρίζουν την δυνατότητα του να «ξεπαγωθούν» αυτά τα «παγωμένα» μαθηματικά» μπορεί να επιτευχθεί αυτό (Gerdes, 1986).

Με βάση, λοιπόν, τη σύνδεση μαθηματικών και πολιτισμού, ο Gerdes (1988) επισημαίνει ότι είναι εμφανής η ανάγκη για μία πολιτιστική αναγέννηση. Ο Davison (1995, στο Ezeife, 2002) με τη σειρά του προτείνει την παρουσίαση μαθηματικών εννοιών με έναν τρόπο που να σχετίζεται με τον πολιτισμό, όπου αυτό είναι δυνατό, μέσα από καταστάσεις που θα είναι ενδιαφέρουσες για τους μαθητές. Τονίζει επίσης, την αποτελεσματικότητα της χρήσης οπτικών προσεγγίσεων για να βοηθήσουμε τους μαθητές να κατασκευάσουν νοηματοδοτημένες εικόνες. Αυτό είναι πολύ σημαντικό, καθώς «διευρύνει τη σφαίρα του πιθανού για του μαθητές» (Asher και D'Ambrosio, 1994, σελ. 40). Αλλά τα εθνομαθηματικά στην εκπαίδευση δεν βοηθούν μόνο τους –ως συνήθως – μικρούς ηλικιακά μαθητές, που χρειάζονται ένα πλαίσιο να στηρίξει τη γνώση τους. Σημαντική εμφανίζεται η διδακτική αξιοποίησή τους και για την ειδική εκπαίδευση των ενήλικων μαθητών, οι οποίοι έχουν ήδη γαλουχηθεί μέσα στον πολιτισμό τους (Asher & D'Ambrosio, 1994).

Οι μαθητές μπορούν να επωφεληθούν από το πλαίσιο αυτό που επεκτείνει την αντίληψη των μαθηματικών ως μια ανθρώπινη κατασκευή, η οποία είναι μέσα στη γνωστική σφαίρα κάθε ανθρώπου, όχι μόνο μερικών λίγων (Mukhopadhyay, 2009). Βλέποντας τις μαθηματικές δεξιότητες «απλών» μη εκπαιδευμένων ανθρώπων, μπορούν να νιώσουν ότι τα μαθηματικά δεν είναι μια προκατειλημμένη αυτόνομη οντότητα ύπαρξης που κατοικεί μόνο στους «λίγους και εκλεκτούς». Επίσης, στην ισχύουσα αποπλαισιωμένη φύση των σχολικών μαθηματικών, το σημαντικό που προσθέτουν τα εθνομαθηματικά, είναι ότι οι εκφράσεις των μαθηματικών ιδεών

έχουν περιεχόμενο και πολιτιστικό πλαίσιο (Asher & D'Ambrosio, 1994). Για αυτό, ο D' Ambrosio θεωρεί πολύ σημαντικό το να φτιάξουμε ένα αναλυτικό πρόγραμμα βασισμένο στα εθνομαθηματικά. Θεωρεί ακόμα ότι με αυτά μπορούμε να καταπολεμήσουμε, αν όχι να αποφύγουμε, τα ψυχολογικά μπλοκαρίσματα που σε κάποιες περιπτώσεις αντιμετωπίζουν οι μαθητές όταν μπαίνουν στο σχολικό πλαίσιο και οι νέες γνώσεις και μέθοδοι συγκρούονται με τις ήδη προυπάρχουσες (D'Ambrosio, 1984).

Τα πολιτισμικά πλαίσια, οι περιβαλλοντικοί και κοινωνικοί παράγοντες ανήκουν όλα στον τομέα της εκπαίδευσης, και όλα μπορούν να προσφέρουν ιδέες για τον καθηγητή των μαθηματικών (Bishop, 1980). Έτσι, καθώς οι σημερινές τάξεις σε όλο τον κόσμο χαρακτηρίζονται από έντονη πολυπολιτισμικότητα, είτε εθνική, είτε γλωσσική, είτε φυλετική, είτε κοινωνική (François, 2010), η αξιοποίηση των εθνομαθηματικών φαίνεται να αποκτά εμφανές νόημα. Όπως σημειώνει ο D'Ambrosio, «Είναι αδιαμφισβήτητο το γεγονός ότι καμία κουλτούρα δεν έχει παραμείνει αγνή ή μη αλλαγμένη. Οι μαθητές πλέον είναι ένα κράμα διαφορετικότητας, ένα υπέροχο, όμορφο δείγμα. Όσο πιο πολύ αγνοούμε αυτήν την ποικιλία, τόσο οι μαθητές μας δεν θα καταλαβαίνουν τι λέμε» (Asher και D'Ambrosio, 1994, σελ. 41).

Καθώς ο ίδιος ο D'Ambrosio (Asher και D'Ambrosio, 1994) βλέπει το σχολείο «ως ένα μέρος όπου οι άνθρωποι με διαφορετικές εμπειρίες συναντιούνται για να κοινωνικοποιήσουν τις εμπειρίες τους αυτές και να βάλουν μαζί τις ικανότητές τους ώστε αυτές να λειτουργήσουν σε ένα κοινό σκοπό», θεωρεί ότι τα εθνομαθηματικά είναι η «πιο κατάλληλη παιδαγωγική για αυτό το είδος σχολείου, ένα ίδρυμα που αφορά όχι την ατομική δράση, αλλά τη συνεργατική δράση. Διότι τα εθνομαθηματικά δεν είναι παθητικά, αλλά είναι γεμάτα με κριτικά συστατικά. Αλλά το πιο σημαντικό είναι ότι τα θετικά και οι εξελίξεις θα είναι συλλογικά και όχι ατομικά». Με αυτό συμφωνεί η Ascher, υποστηρίζοντας ότι μέσα από αυτή την ενεργητική παιδαγωγική είναι που θα έρθει η αναζωογόνηση των μαθηματικών (Asher & D'Ambrosio, 1994).

1.2 Μαθηματικά και τέχνη

Ένα μεγάλο κομμάτι του πολιτισμού αποτελεί η τέχνη. Έχοντας ήδη προηγουμένως αναφέρει τη σχέση του πολιτισμού με τα μαθηματικά, εμφανές είναι το ερώτημα που προκύπτει όσον αφορά την τέχνη και τα μαθηματικά. Υπάρχει κάποια σύνδεση των δυο αντικειμένων;

1.2.1 Θετικές και αρνητικές οπτικές στη σχέση μεταξύ τέχνης και μαθηματικών

Η Bickley-Green (1995) ρώτησε τους μαθητές της, όντες pre-service καθηγητές τέχνης, αν βρίσκουν κάποια σχέση μεταξύ των δυο. Οι περισσότεροι - πλην κάποιων εξαιρέσεων που κατάφεραν να βρουν επιστημονικές συνδέσεις μέσα στην τέχνη τους - έδωσαν απαντήσεις όπως «Απέτυχα σε όλα τα μαθήματα μαθηματικών», «Είμαι καλλιτέχνης. Δεν κάνω μαθηματικά.», «Η τέχνη και η επιστήμη είναι δυο πράγματα διαφορετικά.», «Δεν υπάρχουν σχέσεις μεταξύ της τέχνης, της επιστήμης και των μαθηματικών». Οι μαθητές ένιωθαν ότι κανείς δεν τους ζήτησε να κάνουν υπολογισμούς ή να σκεφτούν αλγοριθμικά στην τέχνη. Κάποιοι ερευνητές ακόμα είναι δύσπιστοι, όπως για παράδειγμα οι Hickman και Huckstep (2003) οι οποίοι καταλήγουν ότι κάθε σχέση που εμφανίζεται μεταξύ των δυο αντικειμένων είναι επιφανειακή. Επισημαίνονται διαφορές όπως το ότι η τέχνη δεν χρειάζεται να αποδείξει την ορθότητά της όπως πρέπει να κάνουν τα μαθηματικά, και ότι όλα όσα εκτιμούνταν ή εκτιμούνται ως τέχνη εξαρτώνται από τις σταθερές που ισχύουν σε κάθε εποχή (Guderian, 2005). Μια ακόμα επίσης, δυσκολία που προκύπτει, είναι το γεγονός ότι όλοι μπορούν να δουν ένα έργο τέχνης ή να ακούσουν μία συμφωνία, αλλά δεν μπορεί κανείς να δει ή να ακούσει τα μαθηματικά (Emmer, 2005). Μία από τις πιο συνήθεις ενστάσεις είναι ότι τα μαθηματικά δεν προκαλούν κανένα συναίσθημα (Emmer, 2005). Επίσης, ο Mukhopadhyay (2009) αναφέρει: «Τα πολιτιστικά τεχνουργήματα, ειδικά τα καλάθια και οι κουβέρτες, η κεραμική και η γλυπτική σπανίως προκαλούν μαθηματική περιέργεια στους περισσότερους ανθρώπους. Αυτά θεωρούνται «χαριτωμένα» και «καλλιτεχνικά», ενώ στη δημόσια αντίληψη αυτοί οι χαρακτηρισμοί δεν αρμόζουν στα μαθηματικά» (σελ. 118).

Η πλειονότητα όμως είναι θα συμφωνήσει ότι η τέχνη και τα μαθηματικά είναι δυο αντικείμενα που μοιράζονται πολλά κοινά. Όπως μας λέει ο Cucker (2013), οι γνωστές σχέσεις μεταξύ των τεχνών, των αριθμών και της γεωμετρίας, περιλαμβάνουν μια δημιουργικότητα που ακολουθεί κανόνες, και την ευρύτερη εξέταση συμμετριών, μοτίβων και δομών, όπως για παράδειγμα, στην ποίηση, την αρχιτεκτονική, τον χορό και την μουσική. Μάλιστα ο Bruter (2002) αναγνωρίζει τέσσερις κατηγορίες στις συνδέσεις των μαθηματικών με την τέχνη: Τα μαθηματικά στην τέχνη· Η Μαθηματική τέχνη· Τα μαθηματικά ως τέχνη· Τα μαθηματικά είναι τέχνη. Οι συνδέσεις, όπως αυτές αναφέρονται σε σχετικές έρευνες (Bickley-Green, 1995· Sowell, 1993· Bruter, 2012· Cucker, 2013· Teixeira, 2015· Kemp, 2000· Emmer, 2005· Guderian, 2005· Spencer, 2001· Knoll και Reid 2007), εστιάζονται στη φύση των δυο αντικειμένων, αλλά και σε κοινές έννοιες και καταστάσεις. Έντονη είναι η σύνδεση με τις έννοιες της διάταξης, της συμμετρίας, των μοτίβων, της προοπτικής και των αναλογιών σε πάρα πολλούς τομείς της τέχνης, όπως η αρχιτεκτονική, η μουσική, η

ζωγραφική, το πλέξιμο, η υφαντική και η διακοσμητική. Σημαντικά εμφανίζονται, επίσης, τα στοιχεία της διαίσθησης και της δημιουργικότητας, ακόμα και των συναισθημάτων και της ομορφιάς. Εμφανίζονται, μάλιστα, συνδέσεις ακόμα και με πεδία, όπως η τοπολογία και η υπερβολική γεωμετρία.

Τα δυο αντικείμενα, σύμφωνα με την Bickley-Green (1995), μοιράζονται ένα βιωματικό περιεχόμενο. Η ίδια μας αναφέρει ότι και οι καλλιτέχνες και οι μαθηματικοί βρίσκουν τρόπους να αναπαραστήσουν και να ερευνήσουν τις ποιότητες των μορφών και των χώρων. Έτσι, πολλές διανοητικές δομές στη γεωμετρία υπάρχουν και στις οπτικές τέχνες. Η αρχή του βασικού, οπτικού σχεδίου περιέχει στοιχεία και αρχές που αφορούν την αλγοριθμική σκέψη, όπως για παράδειγμα την ανάπτυξη της γραμμικής προοπτικής του χώρου ή τη μοντελοποίηση της μορφής, που είναι συμπεριφοριστικοί αλγόριθμοι (Bickley-Green, 1995). Όλη η φύση της γραμμικής προοπτικής θεμελιώνεται στις αποδείξεις της Ευκλείδειας γεωμετρίας. «Ακόμα και οι φακοί των φωτογραφικών μηχανών έχουν τη βάση της λειτουργίας τους στο να μεταφέρουν την οπτική πραγματικότητα βάσει της γραμμική προοπτική και της Ευκλείδειας γεωμετρία». Αναφέρεται επίσης, στο γεγονός ότι οι γενικές μορφές αιτιολόγησης είναι ίδιες στην τέχνη όπως είναι και στα μαθηματικά, με παρόντες τον επαγωγικό και παραγωγικό συλλογισμό. «Αυτό που αλλάζει μεταξύ των δυο αντικειμένων είναι οι περιορισμοί και οι παράμετροι των προβλημάτων που θέτονται και όχι οι μέθοδοι αναζήτησης, ούτε σε πολλές περιπτώσεις οι βασικές έννοιες του περιεχόμενου πεδίου» (Bickley-Green, 1995). Υπό μια ευρεία έννοια, οι κεραμίστες, οι γλύπτες και οι ζωγράφοι θα πρέπει να ενθαρρυνθούν να βρουν ότι μοιράζονται με τους μαθηματικούς που ασχολούνται με τη γεωμετρία τη χρήση παρόμοιων διαδικασιών, ανασύνθεσης και επικόλλησης, ως τα πιο συνήθη (Bruter, 2012). «Και ο επιστήμονας και ο καλλιτέχνης ζουν μέσα και διαδραματίζουν σημαντικούς ρόλους στην κατασκευή ανθρώπινων νοητικών και φυσικών τοπίων. Το ότι μοιράζονται δομικές διαισθήσεις προκαλεί λιγότερο έκπληξη από ότι είναι αναπόφευκτο. Αυτό που είναι εκπληκτικό και όμορφο είναι το πώς αυτές οι διαισθήσεις έχουν εκδηλωθεί σε δουλειές καινοτόμων καλλιτεχνών και επιστημόνων με πολιτιστικά αντίθετους τρόπους» (Kemp, 2000, σελ. 7).

«Είναι ένα πράγμα που δεν το καταλαβαίνουν οι μη-μαθηματικοί. Τα μαθηματικά είναι στην πραγματικότητα ένα αισθητικό αντικείμενο σχεδόν στην ολότητά του» (Conway, στο Spencer, 2001, σελ. 165). Ο Guderian (2005) αναφέρει ότι «έχουν λόγο οι μαθηματικοί που μιλούν συχνά για κομψότητα», καθώς είναι γνωστό ότι αισθητικές πτυχές διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στη διαισθητική αναζήτηση για μια απόδειξη. Η αισθητική διάσταση αυτή ξεκινάει ήδη από πολύ παλιά, όταν οι Έλληνες πίστευαν ότι τα μαθηματικά είναι μία τέχνη, και ότι η μαθηματική δουλειά πρέπει να ικανοποιεί αισθητικά κριτήρια (Emmer, 2005). Στην πεποίθηση αυτή στηρίζεται η αξιοσημείωτη απόκριση που έχουν οι μαθηματικοί για την αισθητική ποιότητα της επιστήμης τους, δίνοντας έτσι αφορμή για την ανάπτυξη της ιδέας πολλών μαθηματικών ότι η μαθηματική πρακτική και η καλλιτεχνική πρακτική είναι, κατά μια έννοια, πολύ όμοιες και συγκρίσιμες (Emmer, 2005). «Στα μαθηματικά όπως στις τέχνες κάθε μέρος του τελικού έργου δεν ανακαλύπτεται, αλλά συντίθεται. Φυσικά, η δημιουργική διαδικασία πρέπει να παράγει ένα έργο που έχει σχέδιο, αρμονία και ομορφιά. Αυτές οι ποιότητες είναι επίσης παρούσες στις μαθηματικές δημιουργίες» (Kline, 1953). Σαφώς, η

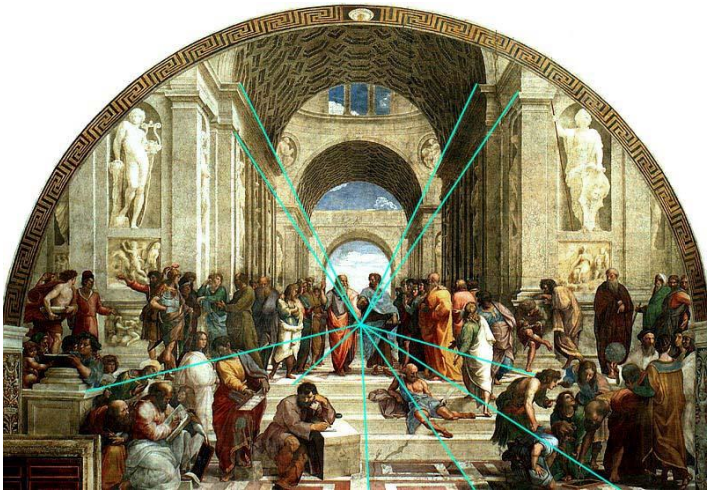
απάντηση για το αν τα μαθηματικά μπορούν να χαρακτηριστούν από την ποιότητα της ομορφιάς πρέπει να δοθεί από αυτούς που έχουν μία κουλτούρα σε αυτήν την επιστήμη (Emmer, 2005).

Κατά τη διάρκεια που φτιάχνουμε μια απόδειξη, μπορεί να περάσουμε από διάφορα συναισθήματα. Όπως λένε και οι Knoll και Reid (2007), ίσως αρχικά νιώσουμε αμφισβήτηση ή αμφιβολία και μετά σιγουριά και κατανόηση – ή το χαρακτηριστικό "Aha!". Αυτά τα συναισθήματα εμπλέκονται πάντα μέσα σε αυτό που οι μαθηματικοί λένε για μια απόδειξη ότι «είναι όμορφη». Παρομοίως, αντίθετα με την ένταση περί απουσίας συναισθήματος στα μαθηματικά, ο Kline (1953) θεωρεί ότι τα μαθηματικά προκαλούν αναμφισβήτητα συναισθήματα αποστροφής και αντίδρασης, και επιπλέον παράγουν μεγάλη χαρά στους ερευνητές όταν καταφέρνουν να φτιάξουν μια ακριβή διατύπωση των ιδεών τους και όταν φτιάχνουν έξυπνες και εμπνευσμένες αποδείξεις. Μας εξηγεί ότι το πρόβλημα είναι ότι μόνο οι ερευνητές μπορούν να το καταλάβουν αυτό. Σύμφωνοι με αυτόν, οι Hickman και Huckstep (2003) αναφέρουν ότι όπως κάποιος μπορεί να βρει χαρά και ευχαρίστηση όταν κοιτάει ένα έργο τέχνης, έτσι μπορεί να βρει όταν κάνει μαθηματικά, εξερευνώντας υπάρχουσες ιδιότητες των μαθηματικών, όπως για παράδειγμα τα μοτίβα. Η αισθητική διάσταση, έτσι, ξεπερνάει την απλή έννοια μίας «κομψής λύσης».

1.2.2 Τα μαθηματικά σε πολιτισμικά έργα τέχνης

Όπως φαίνεται, λοιπόν, η σύνδεση μεταξύ μαθηματικών και τέχνης δεν είναι καθόλου καινούρια (Guderian, 2005). Μέσα, από τις ιστορίες των πολιτισμών ανά τους αιώνες και βλέποντας τα πολιτιστικά έργα τέχνης που μας έχουν κληροδοτηθεί, είναι εμφανής η σχέση αυτών με τα μαθηματικά. Σύμφωνα, με τον ιστορικό μαθηματικών Dick J. Struik (1948/1987), εμφανίστηκε ακόμα και από την Παλαιολιθική εποχή, όταν οι λεγόμενοι «άνθρωποι» των σπηλαίων μας άφηναν «ίχνη» αριθμών και μορφής στα τοιχώματα των κατοικιών τους, παρουσιάζοντας έννοιες αριθμών και μορφής. Από μαθηματική σκοπιά, οι ζωγραφιές αυτές είναι δισδιάστατες απεικονίσεις αντικειμένων στον χώρο. Ακόμα, έχουμε αναφορές σε γλωσσολογικές αναλύσεις των λέξεων για την έννοια του ευθύ και του τεντώνω στους Ελληνικούς, τους Αραβικούς και Σύριους πολιτισμούς, οι οποίες υποδεικνύουν τη σχέση μεταξύ της μέτρησης του χώρου και της γεωμετρίας. Μέσα από τη σχέση μεταξύ της γραμμής (line) και του λινού (linen) φαίνεται να υπάρχει μία σύνδεση μεταξύ της τέχνης της ύφανσης και των απαρχών της γεωμετρίας (Struik 1948/1987, στο Bickley-Green, 1995, σελ. 7).

Στο παρελθόν, λοιπόν, τα μαθηματικά συχνά χρησιμοποιούνταν ως ένα εργαλείο για να δημιουργηθούν έργα τέχνης. Οι Πυθαγόρειοι, για παράδειγμα, χρειάζονταν ένα καλό λόγο ανάμεσα στα κύρια μήκη των γλυπτών, σπιτιών ή ναών για να τους δοθεί η εγγύηση για αρμονία μέσα τους. Η σειρά Fibonacci, η Χρυσή τομή και η ανάπτυξη της προοπτικής χαρτογράφησης είναι επίσης τέτοια παραδείγματα (Guderian, 2005).



Raphael, "Η Σχολή των Αθηνών", 1510

Οι τοιχογραφίες των Αρχαίων αιγυπτίων απεικονίζουν εμφανώς βασικά στοιχεία της Γεωμετρίας του Επιπέδου. Το ίδιο συμβαίνει και με τα παραδοσιακά παπλώματα διαφόρων λαών (Bickley-Green, 1995). Αντίστοιχα είναι τα μοτίβα που εμφανίζονται σε περουβιανές κουβέρτες (Moran και Williams 2005).

Αιγυπτιακή τοιχογραφία

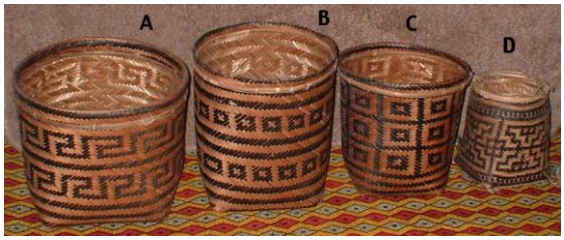
Περουβιανή κουβέρτα

Εκτός από τις Αιγυπτιακές φρίζες, παρόμοια στοιχεία εμφανίζουν και τα Ρωμαϊκά μωσαϊκά ή οι Κέλτικοι κόμποι (Bruter, 2012). Επίσης, πλακοστρώσεις και άλλες μορφές διατακτικών μοτίβων είναι οι βάσεις της ισλαμικής διακόσμησης στο ανάκτορο της Αλάμπρα της Γρανάδας στην Ισπανία (Sowell, 1993, στο Bickley-Green, 1995).Έτσι, οι εικόνες μαθηματικών ιδεών στις τέχνες και τις χειρονακτικές εργασίες (crafts) ξεπερνούν χρονικά και γεωγραφικά όρια (Bickley-Green, 1995).

Αρχαίο Ρωμαϊκό μωσαϊκό

Αραβικό πέτρινο επιτοίχιο γλυπτό στο ανάκτορο της Αλάμπρα

Ξέρουμε ότι από πολύ παλιά οι άνθρωποι κατασκεύαζαν διάφορα, χρηστικά ή διακοσμητικά, τεχνουργήματα για την εξυπηρέτηση των διαφόρων αναγκών τους. στην προηγούμενη ενότητα αναφερθήκαμε στα «άλλα» μαθηματικά που αναπτύσσουν διάφορες πολιτιστικές ομάδες. Πολλές είναι, όπως είδαμε, οι μαθηματικές ιδέες που κρύβονται στην κατασκευή των διαφόρων τεχνουργημάτων, στον τρόπο παρασκευής παραδοσιακών καλαθιών και τις μαθηματικές ιδέες που ενσωματώνονται μέσα σε αυτόν (Gerdes, 1988).



Καλάθια από τη Μοζαμβίκη

Πολύ σημαντική όμως φαίνεται και η διακόσμηση των τεχνουργημάτων, όπου μάλιστα οι βασικές τάσεις στην καρδιά της διακόσμησης φαίνονται να είναι οι σπείρες και οι πλακοστρώσεις (Bruter, 2012). Φαίνεται ότι οι άνθρωποι έχουν από πολύ παλιά μέσα τους ριζωμένη την ανάγκη να στολίσουν το περιβάλλον τους και τα αντικείμενα μέσα σε αυτό. «Η διακόσμηση κτηρίων είναι κοινή σε όλους τους πολιτισμούς. Η επιλογή των σχεδίων στα πεζοδρόμια αυτά συχνά αντανακλά τις πολιτιστικές αξίες σχετικά με τη διάταξη» (Moran και Williams 2005). Τα τεχνουργήματα που μας έχουν κληροδοτηθεί ανά τους αιώνες προδίδουν αυτή τη γοητεία που ασκούν τα μοτίβα σε ολόκληρη την ανθρωπότητα. Επίσης σημαντική είναι η έννοια της συμμετρίας

(Mukhopadhyay, 2009). Είναι προφανής η σύνδεση εδώ με τα μαθηματικά· μην ξεχνάμε άλλωστε ότι τα μαθηματικά ως η επιστήμη των μοτίβων είναι ορισμός ευρέως αποδεκτός σήμερα από την ακαδημαϊκή κοινότητα (Teixeira, 2015).

Προς αυτό, φτάνει να παρατηρήσουμε τη διακόσμηση που έχει επιλεχθεί σε διάφορα, αγγεία, καλάθια, υφαντά, κεντήματα, χαλιά, τοιχογραφίες αλλά και μωσαϊκά σε πεζοδρόμια, πλατείες, και μωσαϊκά δάπεδα ή τοίχους σπιτιών, και θα καταλάβουμε. Βλέπουμε τις μαθηματικές έννοιες της διάταξης, των μοτίβων και της συμμετρίας στα διακοσμημένα δάπεδα αρχιτεκτονικών και εξωτερικών χώρων, χρησιμοποιώντας διάφορα γεωμετρικά μοτίβα, όπως τρίγωνα, τετράγωνα, κύκλους κ.α.

Κεραμική πλακόστρωση στο Μαρακές

Όσον αφορά τη σημαντική έννοια της συμμετρίας, ο Boas (1955) περιγράφει αυτήν ως ένα από τα «χαρακτηριστικά που παρατηρούνται στην τέχνη όλων των εποχών και όλων των ανθρώπων» (σελ. 32). Οι Washburn and Crowe (1988), μάλιστα, προέβησαν σε μία μαθηματική ανάλυση της συμμετρίας των δισδιάστατων μοτίβων, γεωμετρικών και εικονικών, που βρίσκονται σε τεχνουργήματα του κόσμου, άλλα για καθημερινή κι άλλα για τελετουργική χρήση, όπως κεραμικά, καλάθια, τοίχοι σπιτιών και άλλων κτηρίων, αντικείμενα κατασκευασμένα από ξύλο και μέταλλο.

Επιτοίχιο μοτίβο και δάπεδο στο Cardinal της Πορτογαλίας στο San Miniato al Monte στη Φλωρεντία (στο Moran και Williams, 2005)

Όπως αναφέρει η Teixeira (2015), στα πολιτιστικά τεχνουργήματα πεζοδρομίων, κανατών, τοίχων κλπ, με διακοσμημένα μοτίβα δίνεται βάση όχι μόνο στο σχηματισμό που έχει το μοτίβο, αλλά και στο πως συμβαίνει η επανάληψη σε αυτό (Teixeira, 2015). Η ίδια αναφέρει ότι αναγνωρίζονται, γενικά, τέσσερα είδη συμμετρίας: Η ανακλαστική συμμετρία ή κατοπτρική συμμετρία · η περιστροφική συμμετρία · η

μεταφορά συμμετρία · η ολίσθηση συμμετρία ανάκλασης. Παρόμοια παραδείγματα είναι οι ροζέτες και οι φρίζες, αλλά και τα υφαντά και κεντητά των γυναικών, καθώς και τα μωσαϊκά σε σπίτια και πλατείες, με συμμετρία και μοτίβα (Teixeira, 2015).

Κεντητά και πλεχτά μοτίφ

Ένα πολύ ωραίο παράδειγμα στον Ελλαδικό χώρο, αποτελούν τα Ξυστά στο ιστορικό χωριό «Πυργί» της Χίου, όπως αναφέραμε και στη σχετική ενότητα των εθνομαθηματικών. Όσοι το έχουν επισκεφθεί έχουν σίγουρα εντυπωσιαστεί από τα υπέροχα γεωμετρικά μοτίβα που στολίζουν εξωτερικούς και εσωτερικούς τοίχους και ταβάνια σπιτιών και αυλών. Οι τεχνίτες χρησιμοποιώντας άτυπα μαθηματικά, καταφέρνουν να σχεδιάσουν μέσα σε παράλληλες λωρίδες διάφορα γεωμετρικά, ως επί το πλείστον, μοτίβα χρησιμοποιώντας ως βασικά σχήματα γραμμές, παραλληλόγραμμα και κύκλους, στα οποία δημιουργούν τρίγωνα, ρόμβους, ημικύκλια, ψαροκόκκαλα κ.α. (Stathopoulou, 2007).

Εξωτερικοί τοίχοι σπιτιών με χαραγμένα «Ξυστά» στο Πυργί της Χίου

1.2.3 Μαθηματική τέχνη

Η Bickley-Green (1995) λέει ότι πολλοί καλλιτέχνες δημιουργούν μορφές που ανήκουν σε μη-Ευκλείδειες γεωμετρίες. Η ίδια αναφέρει χαρακτηριστικά:

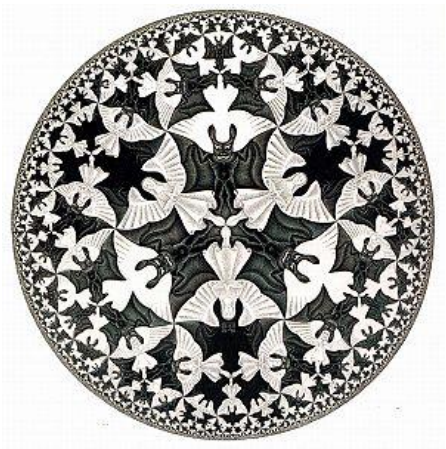
> Το ρίξιμο ενός τόρου – μία επιφάνεια ή ένα στερεό που δημιουργείται από την περιστροφή ενός κύκλου γύρω από έναν άξονα – στον τροχό ενός κεραμίστα και

παρουσιάζοντας πως η επιφάνεια ενός τόρου μπορεί να μεταμορφωθεί σε μία επίπεδη επιφάνεια, είναι η ίδια γνωστική έννοια στην τέχνη όπως είναι και στα μαθηματικά. Η αξία της τέχνης και η αξία των μαθηματικών δεν αλλάζουν τις επιστημικές ιδιότητες του τόρου. Η διαφορά έγκειται στη γλώσσα αναπαράστασης. Ο μαθητής των μαθηματικών χρησιμοποιεί συμβολική γλώσσα και ίσως αριθμούς. Ο μαθητής της κεραμικής χρησιμοποιεί πηλό και ένα κεραμικό τροχό. Η μορφή και οι ποιότητες της μορφής είναι οι ίδιες και στα δυο αντικείμενα. Επιπροσθέτως, η γλώσσα δεν αλλάζει τις ιδιότητες της μορφής. Ένα ντόνατ είναι ένας τόρος και μοιράζεται τις αφαιρετικές ιδιότητες ενός κεραμικού τόρου ή ενός γραφικού τόρου. (σελ. 10)

Πολλοί είναι οι γνωστοί καλλιτέχνες που επηρεάστηκαν από και επηρέασαν τα μαθηματικά. Ο ρόλος τους στην συνένωση μίας αίσθησης διάταξης στο περιβάλλον μας είναι βασικός (Moran και Williams 2005). Κατά την Αναγέννηση και την περίοδο του Αισχύλου οι καλλιτέχνες ουσιαστικά ανέπτυξαν μαθηματικές θεωρίες (Bruter, 2012).

Οι μαθηματικοί καλλιτέχνες συνήθως ασχολούνται με ενσωματωμένα σχήματα μίας, δυο ή τριών διαστάσεων. Τα σχήματα με διαστάσεις είναι συνήθως πολύγωνα, όπως τρίγωνα, κλασικές καμπύλες όπως οι παραβολές, κόμποι ή γραμμές φράκταλ. Στην δεύτερη διάσταση, τα σχήματα προέρχονται κυρίως από πολύτοπα, πλακοστρωμένες επιφάνειες, ελάχιστες επιφάνειες, τοπολογικές επιφάνειες, αλγεβρικές επιφάνειες. Συχνά χρησιμοποιούνται στον αυστηρό μαθηματικό τους ορισμό και αναπαράσταση υπό κάποιους βολικούς μεταμορφισμούς (Bruter, 2012). Ενδεικτικά αναφερόμαστε σε κάποιους από αυτούς.

Αρχικά, από τους γνωστούς στο ευρύ κοινό σύγχρονους , είναι ο M.C. Escher, ο οποίος έχει γίνει ιδιαίτερα γνωστός για τις ξυλόγραφες πλακοστρώσεις του, χρησιμοποιώντας συμμετρικά μοτίβα βασισμένα σε έννοιες και μοντέλα της υπερβολικής γεωμετρίας (Bruter, 2012). Τα επαναλαμβανόμενα μοτίβα πάνω στη σφαίρα μας ελκύουν αισθητικά λόγω της απλότητας και της περάτωσης. Παρ' όλα αυτά, αυτά μας ελκύουν αισθητικά διότι κάνουν τη σύνδεση με το άπειρο – υπάρχουν απείρως τόσα τέτοια μοτίβα και κάθε ένα μας πηγαίνει στο άπειρο στο τέλος του δίσκου, αφήνοντας επαρκή χώρο για την φαντασία μας (Henderson και Taimina, 2005). Σε πολλά έργα του παίζει με την προοπτική για να δημιουργήσει ψευδαισθήσεις.



M.C. Escher, Circle Limit IV (Heaven and Hell) (1960)

M.C. Escher, Belvedere - 1958 Lithograph

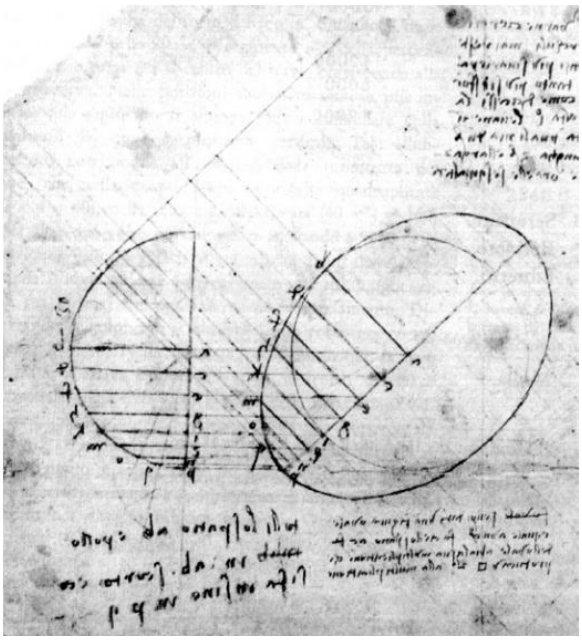
Ο Piet Mondrian προσπάθησε να απεικονίσει τις καθολικές μαθηματικές αρμονίες πίσω από οπτικά φαινόμενα (Fasanelli και Wilson, 2000), ενώ ο Victor Vasarely χρησιμοποιεί επαναλαμβανόμενα μοτίβα ξανά και ξανά, προκαλώντας το φαινόμενο της ψευδαίσθησης και μπερδεύοντας, έτσι, την οπτική αντίληψή μας.

V. de Vasarely (1908-1997). Tridimensional Design

Επιπλέον, ο Leon Battista Alberti κάνει σαφή την προτίμηση της Αναγέννησης για τις λεγόμενες αρμονικές αναλογίες που ήταν ένα σήμα κατατεθέν της αρχιτεκτονικής εκείνης της εποχής (Moran και Williams 2005). Επίσης, η προβολική γεωμετρία είναι

έντονα εμφανής την περίοδο της Αναγέννησης στην Ευρώπη από καλλιτέχνες όπως ο Albrecht Dürer, και ο Leonardo da Vinci (Bickley-Green, 1995).

Η Melancholia I (1514) του Albrecht Dürer

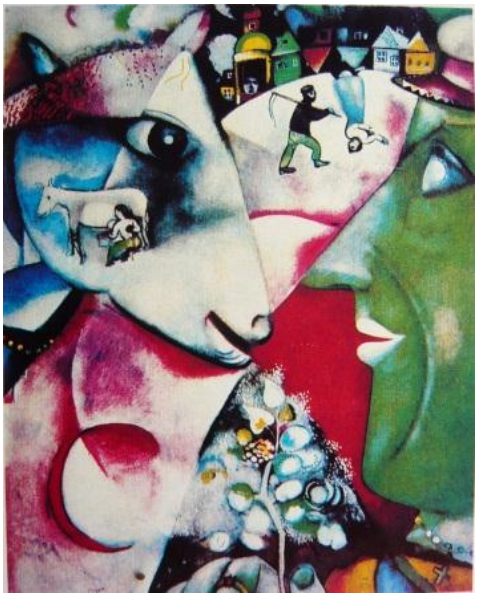


Leonardo da Vinci, λεπτομέρεια από τη σελίδα 318 b-r του Codex Atlanticus (ca. 1510) με την κατασκευή μίας έλλειψης μέσω του μετασχηματισμού ενός κύκλου.

Ακόμα, ο Salvador Dali είναι ένα πολύ καλό παράδειγμα του τρόπου με τον οποίο η μαθηματική γνώση μπορεί να χρησιμοποιηθεί από έναν καλλιτέχνη για να δημιουργήσει ζωγραφιές απερίγραπτης αυθεντικότητας (Bruter, 2012).

Salvador Dali, Swans Reflecting Elephants (1937, private collection)

Τα έργα τέχνης που συνδέονται με τον κυβισμό, όπως ο ευφάνταστος Chagall, είναι ένα ακόμα παράδειγμα της δυνατότητας της ανθρώπινης δημιουργικότητας (Bruter, 2012).



Marc Chagall, I and the Village Fine Art Reproduction Oil Painting

1.2.4 Τέχνη και μαθηματική εκπαίδευση

Φαίνεται ότι το περιεχόμενο της τέχνης και το περιεχόμενο των μαθηματικών συγκλίνουν σε πολλά επίπεδα. Θα μπορούσαμε να εκμεταλλευτούμε αυτές τις συνδέσεις για την καλύτερη διδασκαλία των μαθητών μας; Έχει έρθει πλέον ο καιρός που υπάρχει το έδαφος για να εστιάσουμε στον εμπλουτισμό των μαθηματικών με την ανάπτυξη νέων ιδεών που συνενώνουν τα μαθηματικά και την τέχνη (Swope, 2008).

Έχοντας ήδη αναφερθεί στην έλλειψη κινήτρου και ενθουσιασμού εκ μέρους των μαθητών, θεωρούμε ότι η συνένωση μαθηματικών και τέχνης στο σχολικό πρόγραμμα θα βοηθήσει στη διόρθωση αυτή. Εκτός, όμως, από το να δώσει κίνητρο στους μαθητές, μπορεί να τους βοηθήσει ώστε να αναγνωρίσουν την παρουσία των μαθηματικών σε μέρη ή πλαίσια που δεν θα το περίμεναν ποτέ, ενισχύοντας έτσι την δυνατότητα κατανόησης των μαθηματικών εννοιών εκ μέρους τους (Hickman και Huckstep, 2003). Επίσης, δίνει λύση στο προαναφερθέν μεγάλο πρόβλημα της αποπλαισιωποίησης των μαθηματικών εννοιών. Με το να μαθαίνει τις υποκείμενες ιδέες, ο μαθητής μπορεί να κατακτήσει το θέμα πιο γρήγορα, και καθώς υπάρχει λίγος χρόνος και πολλά να μάθει, αυτές οι βασικές ιδέες θα εξελιχθούν ακόμα παραπέρα (Maker, 1982).

«Με το να δώσουμε σημασία στα κοινά σημεία αυτά, μπορούμε να επιτύχουμε καλύτερη διδασκαλία και των δυο κλάδων μέσω συντονισμένων αναλυτικών προγραμμάτων», λέει χαρακτηριστικά η Bickley-Green (1995). Η ίδια θεωρεί ότι η εκπαιδευτική αναζήτηση της συνένωσης των δυο αντικειμένων, μαθηματικών και τέχνης, διευκολύνει την μάθηση και στα δυο αντικείμενα.

Εκτός, όμως της χρήσης αυτής της συνένωσης για βελτίωση της διδασκαλίας και των δύο αντικειμένων, υπάρχουν και περαιτέρω προεκτάσεις. Για παράδειγμα, για τα παιδιά, αλλά και για τους ενηλίκους, το να κατανοήσουν τις ευρείες πολιτιστικές σχέσεις μεταξύ των οπτικών τεχνών και των μαθηματικών μπορεί να τους προσφέρει πληροφορίες που έχουν πολλές εφαρμογές σε καριέρες όπως η μηχανική, η επιστήμη, και το σχέδιο (Bickley-Green, 1995).

Είναι σημαντικό, λοιπόν, να καταφέρουμε να δημιουργήσουμε στο μυαλό και τα μάτια των μαθητών μας τις συνδέσεις αυτές. Με αυτόν τον τρόπο, οι μαθητές θα μπορούν να εκτιμήσουν τη λεγόμενη «δύναμη» των μαθηματικών στην ευρεία εφαρμογή της στον κόσμο των τεχνουργημάτων που παράγονται από τους ίδιους και τους ανθρώπους γύρω τους (Hickman και Huckstep, 2003).

1.3 Μαθηματικά και χώρος εργασίας

«Τα μαθηματικά είναι αδιαμφισβήτητα όμορφα και αυτό από μόνο του τα κάνει να αξίζουν να τα διδάσκουμε, αλλά πρέπει να διδάσκονται επίσης και για τη χρησιμότητά τους» (Nicol, 2002). Τι σημαίνει όμως «για τη χρησιμότητά τους»;

Ήδη από τη δεκαετία του '80, το ενδιαφέρον για τα μαθηματικά που χρησιμοποιούνται εκτός των εκπαιδευτικών οργανισμών από απλούς ανθρώπους στην καθημερινή τους ζωή, είναι αυξημένο (Milroy, 1991). Έχουν γίνει διάφορες έρευνες οι οποίες αναλύουν και καταγράφουν τις μαθηματικές πρακτικές ενηλίκων και παιδιών σε εξωσχολικά πλαίσια (Carraher, Carraher, και Schliemann, 1987; Gerdes, 1996; Saxe, 1991). Τα τελευταία χρόνια, λοιπόν, το ενδιαφέρον της μαθηματικής εκπαίδευσης έχει στραφεί στο θέμα του τι μαθηματικά υπάρχουν στους διάφορους εργασιακούς χώρους, καθώς και στο ποια είναι η σχέση των μαθηματικών αυτών με τα μαθηματικά του σχολείου.

1.3.1 Τα μαθηματικά στον χώρο εργασίας

Τα μαθηματικά στον χώρο εργασίας ως πεδίο έρευνας έχει δεχθεί αξιόλογη προσοχή τις τελευταίες δεκαετίες από τους ερευνητές της διδακτικής των μαθηματικών (Triantafillou, και Potari, 2010). Σύμφωνα με την Naresh (2009), αυτό έχει τις ρίζες του στην εθνομαθηματική έρευνα. Σε αυτό το πεδίο έρευνας προσπαθούμε να αναγνωρίσουμε τις μαθηματικές πρακτικές που χρησιμοποιούνται από τους εργαζόμενους. Είναι πολλές οι έρευνες που έχουν γίνει προς την κατεύθυνση αυτή και οι περισσότερες εστιάζουν στην κουλτούρα των μαθηματικών και στις ποικίλες πρακτικές εκπαιδευμένων ή ημιεκπαιδευμένων εργαζομένων (Triantafillou, και Potari, 2010). Πολλές από τις ομάδες εργασίας που έχουν ήδη μελετηθεί είναι αυτές των ξουλουργών (Millroy, 1991), των νοσοκόμων (Noss, Hoyles, και Pozzi, 1998; 2002), των οδηγών ταξί (Gahamanyi, Andersson, και Bergsten, 2010), των εισπρακτόρων λεωφορείων (Naresh, 2009), των τραπεζικών υπαλλήλων (Noss και Hoyles, 1996), , αλλά και σχετιζόμενες με τεχνολογικά μέσα, όπως των τεχνικών κατασκευής καλουπιών μέσω του προγράμματος CAD (Magajna και Monaghan, 2003), των τεχνικών τηλεπικοινωνιών (Triantafillou και Potari, 2010· 2014) κ.α.

Η Presmeg (2007) αναφέρει ότι οι έρευνες αυτές «γεμίζουν τα κενά στη βιβλιογραφία πάνω στην ιστορία της μαθηματικής σκέψης μέσα από τους αιώνες» (σελ. 449). Η Naresh (2009) τονίζει τη σημασία αυτών, ώστε να μπορέσουμε να αναδείξουμε «την ιδιαίτερη μορφή των μαθηματικών που αναπτύσσονται στους χώρους εργασίας και τη συνεργία τους με τα τυπικά μαθηματικά του σχολείου» (Zevenbergen, 2000, σελ. 185). Αναδεικνύουν, μάλιστα, και τη σημασία των ίδιων των μαθηματικών μέσα στον σύγχρονο χώρο εργασίας. Τα μαθηματικά θεωρούνται σημαντικά στην ποιότητα και τη συνεχή βελτίωση μέσα στον χώρο εργασίας, καθώς οι μαθηματικές δεξιότητες απαιτούνται για να εξετάσουμε μεγαλύτερα επίπεδα ποιότητας, μικρότερα περιθώρια λαθών και ανοχών, μείωση της φύρας και τις ποιοτικές διαδικασίες (The Australian Association of Mathematics Teachers and the Australian Industry Group, 2014).

Τι εννοούμε, όμως με αυτές τις μαθηματικές δράσεις και πρακτικές; Σύμφωνα με τον Van Oers (2001) η μαθηματική δραστηριότητα «αναφέρεται σε αυτούς τους τρόπους δράσης τους οποίους οι άνθρωποι έχουν αναπτύξει για να αντιμετωπίσουν τις ποσοτικές και χωρικές σχέσεις του πολιτισμού τους και του φυσικού τους περιβάλλοντος» (σελ. 71). Αυτός θεωρεί «την μαθηματική πρακτική ως εξειδίκευση αυτής με τις αξίες, τα εργαλεία και τους κανόνες που έχουν υιοθετηθεί από μία συγκεκριμένη πολιτιστική κοινότητα» (Triantafillou και Potari, 2010). Η Boaler (2002) από την άλλη, παραθέτει την περιγραφή των μαθηματικών πρακτικών από τον Rand (2002), ο οποίος αναφέρει ότι:

> Αυτή η περιοχή εστιάζει στη μαθηματική γνώση που αφορά στο να ξέρεις να κάνεις κάτι, πέραν της περιεχόμενης γνώσης, που χαρακτηρίζει την ειδίκευση στη μάθηση και χρήση των μαθηματικών. Ο όρος πρακτικές αναφέρεται σε συγκεκριμένα πράγματα που οι επιτυχημένοι μαθητές και χρήστες μαθηματικών *κάνουν*. Η αιτιολόγηση επιχειρημάτων, η αποτελεσματική χρήση γραφικών συμβόλων, και η γενίκευση είναι παραδείγματα μαθηματικών πρακτικών. (σελ. xi, στο Boaler, 2002, σελ. 16)

Η ίδια, στη συνέχεια, καταλήγει να θεωρεί την έννοια των μαθηματικών πρακτικών ως «τις επαναλαμβανόμενες δράσεις στις οποίες οι άνθρωποι εμπλέκονται, αλλά η κυρίως εστίασή τους δεν είναι το να μάθουν μαθηματικά, αλλά το να κάνουν μαθηματικά – δράσεις στις οποίες οι χρήστες των μαθηματικών (ως μαθητές και επιλυτές προβλημάτων) εμπλέκονται» (σελ. 16).

Οι έρευνες, λοιπόν, για τα μαθηματικά στον χώρο εργασίας αφορούν την αναγνώριση των μαθηματικών κατά την εργασία των εργαζομένων και επικεντρώνονται μεταξύ άλλων στις μαθηματικές δεξιότητες και πρακτικές που αυτοί κατέχουν, αναζητώντας τα ίχνη των μαθηματικών που σχετίζονται με τον χώρο εργασίας, τα άτυπα και τυπικά μαθηματικά που αναγνωρίστηκαν σε αυτόν και τη μεταγνώση που σχετίζεται με τα μαθηματικά (Hogan και Morony, 2002).

Ξεκινώντας συνήθως από το υπόβαθρο και την σκιαγράφηση του πλαισίου της εργασίας, ερευνούνται ερωτήματα σχετικά με τον βαθμό στον οποίο οι δραστηριότητες στον εργασιακό χώρο συνδυάζουν μαθηματικά στοιχεία, τον τρόπο με τον οποίο αυτά τα μαθηματικά στοιχεία σχετίζονται με τη γνώση του εργαζομένου και τον τρόπο με τον οποίο τα εργαλεία και οι τεχνολογίες διαμορφώνουν τη σχέση μεταξύ των μαθηματικών στοιχείων και των επαγγελματικών γνώσεων (Noss, Hoyles και Pozzi, 2002). Πολλές από τις ερωτήσεις συνήθως περιλαμβάνουν πληροφορίες για μαθηματικές μετρήσεις και υπολογισμούς, αλλά σημαντικές είναι και οι ερωτήσεις σχετικά με τη χρήση και ανάπτυξη των οπτικών/γεωμετρικών αναπαραστάσεων των δεδομένων της εργασίας τους, για παράδειγμα αν χρησιμοποιούν ή παράγουν διαγράμματα, σχέδια, χάρτες, γραφήματα ή προσχέδια (Nicol, 2002). Επίσης, ερωτήματα που αφορούν την απόκτηση και το πλαίσιο χρήσης των χρησιμοποιούμενων μαθηματικών δεξιοτήτων, αλλά και τη σχέση μεταξύ των μαθηματικών αυτών της εργασίας με τα μαθηματικά του σχολείου, όπου σχολιάζονται και οι αναμνήσεις και στάσεις των εργαζομένων απέναντι στην εμπειρία των σχολικών μαθηματικών (The Australian Association of Mathematics Teachers and the Australian

Industry Group, 2014). Πιο συγκεκριμένα, όσον αφορά τον ρόλο των σχολικών μαθηματικών, εμφανίζονται τα ερωτήματα σχετικά με το αν οι εργαζόμενοι ανατρέχουν στα σχολικά μαθηματικά όταν πρέπει να αντιμετωπίσουν σχετικά με τα μαθηματικά προβλήματα, αν αισθάνονται ότι η δουλειά τους έχει κάποια σχέση με τα μαθηματικά, αν χρησιμοποιούν στρατηγικές που έμαθαν στο σχολείο, αν νιώθουν ότι υπάρχει μία ασυνέχεια μεταξύ των σχολικών μαθηματικών και της εργασιακής πρακτικής τους, αλλά και το πώς ερμηνεύουν τις σχετικές με τα μαθηματικά δράσεις τους και αν το νόημα που δίνουν σε αυτές το έμαθαν στο σχολείο ή μέσα στη δουλειά ή από έναν συνδυασμό και των δυο (Magajna, και Monaghan, 2003).

1.3.2 Δυσκολίες αναγνώρισης των μαθηματικών στον χώρο εργασίας

Μεγάλο ρόλο σχετικά με την εμφάνιση και χρήση των μαθηματικών ιδεών και τεχνικών μέσα σε έναν χώρο εργασίας εμφανίζεται να έχουν οι εξής παράγοντες: η διαλεύκανση των σκοπών και στόχων της δραστηριότητας των εργαζομένων, η επιλογή και εφαρμογή μαθηματικών ιδεών, διαδικασιών και τεχνικών, η κρίση σχετικά με την ακρίβεια και η ορθότητα που απαιτείται κάθε φορά, και τέλος η ερμηνεία και η αξιολόγηση των λύσεων (Hogan και Morony, 2002). Όμως, «το ότι χρησιμοποιούνται μαθηματικά στον χώρο εργασίας, αυτό δεν τα κάνει απαραίτητα ορατά ή προσβάσιμα» (Nicol, 2002). Φαίνεται ότι πολλές φορές η αναγνώριση των μαθηματικών σε έναν εργασιακό χώρο δεν είναι εύκολη υπόθεση. Οι δυσκολίες ποικίλουν, από τις εκπαιδευμένες ή μη ικανότητες των ερευνητών σχετικά με μία τέτοια αναγνώριση (Nicol, 2002), μέχρι και το ίδιο το πλαίσιο του χώρου αυτού, ειδικά όταν αυτός είναι συνδεδεμένος με τη χρήση της τεχνολογίας. Οφείλονται συνήθως στο είδος των μαθηματικών που χρησιμοποιούνται ή ενυπάρχουν στις εργασιακές πρακτικές και στα χρησιμοποιούμενα εργαλεία, με την ευρεία έννοια: «Τα μαθηματικά που χρησιμοποιούν οι εργαζόμενοι είναι τοποθετημένα μέσα σε *εργασιακές* πρακτικές και έχουν "ζήσει" μέσα σε αυτές. Μπορεί, μάλιστα, να είναι τόσο ενσωματωμένα ή διαχυμένα μέσα στην εργασιακή κουλτούρα που να μην αναγνωρίζονται ως "μαθηματικά"» (Roth και Bowen, 2001, στο Williams και Wake, 2007α). Χαρακτηριστική είναι η παρακάτω αναφορά της Nicol (2002, σελ. 301):

> "Ενώ τα μαθηματικά είναι παντού στις ζωές μας, δεν είναι ορατά πουθενά." (Sorensen, 2000). Όπως εντοπίζει ο Devlin (1996), η ίδια η δύναμη των μαθηματικών είναι και η αδυναμία τους. Τα μαθηματικά δημιουργούν ένα αόρατο σύμπαν μέσα στο οποίο λειτουργούν: "Όταν λειτουργούν, μπορούν να κάνουν τόσο καλή δουλειά στο να βάλουν μία μάσκα στην πολυπλοκότητα ενός φαινομένου, που οι εσωτερικές λειτουργίες τους μπορεί να γίνουν ακατανόητες " (Devlin στο Sorensen, 2000).

Ένας βασικός λόγος που συντελεί στην αόρατη φύση των μαθηματικών είναι το γεγονός ότι πολλές φορές τα διάφορα τεχνολογικά μέσα και εργαλεία που χρησιμοποιούνται στους χώρους εργασίας, κρύβουν τα μαθηματικά ενσωματωμένα στην κατασκευή και τη λειτουργία τους. Σχετικά, οι Williams και Wake (2007α) μας μιλούν για τα λεγόμενα «μαύρα κουτιά», ενώ παραθέτουν ως αντίστοιχο όρο αυτόν της «κρυσταλλοποίησης» από τον Leont'ev. Όπως αναφέρουν οι παραπάνω αυτοί, ήδη από το 1987, ο Latour κάνει λόγο για το γεγονός ότι τα μηχανήματα τα οποία

κατάφεραν πολλοί να φτιάξουν πολλές φορές φυλακίζουν τα μαθηματικά και την επιστημονική εργασία. Δηλαδή, ένα μαύρο κουτί ουσιαστικά σχηματίζεται «όταν πολλά στοιχεία έχουν φτιαχτεί για να λειτουργούν ως ένα» (Williams και Wake, 2007α). Ο Latour (1999), μάλιστα, καταλήγει να ορίσει το "black-boxing" αναφέροντας:

> Ο τρόπος με τον οποίο η επιστημονική και τεχνολογική δουλειά γίνεται αόρατη από την ίδια της την επιτυχία. Όταν ένα μηχάνημα λειτουργεί αποτελεσματικά, …, κάποιος πρέπει να επικεντρωθεί μόνο σε αυτό που δέχεται ως είσοδο και βγάζει ως έξοδο και όχι στην εσωτερική πολυπλοκότητά του. Έτσι, παραδόξως, όσο πιο πολύ επιτυγχάνει η επιστήμη και η τεχνολογία, τόσο πιο αδιαφανής και δυσνόητη γίνεται. (σελ. 304, Williams και Wake, 2007α)

Οι Williams και Wake (2007α), λοιπόν, υποστηρίζουν ότι «τα διάφορα όργανα και τεχνουργήματα που ανήκουν σε έναν χώρο εργασίας διαμεσολαβούν τα μαθηματικά και σχηματίζουν ένα τοπικό μαθηματικό γένος…». Έτσι τα μαθηματικά κρύβονται μέσα σε μαύρα κουτιά, καθιστώντας την αναγνώρισή τους προβληματική. Σε αυτά για παράδειγμα, περιλαμβάνονται «το σύνολο των μαθηματικών και όλα τα εργαλεία και τα μέσα, το υλικό και το λογισμικό που είναι χτισμένα από τα μαθηματικά σε αυτή την κατηγορία, πχ τη μηχανή παραγωγής γραφημάτων, τα προγράμματα για το χειρισμό της μηχανής, τύπους υπολογιστικών φύλλων, τους κανόνες για την ανάμιξη τσιμέντου ή τον υπολογισμό των οικονομικών μέτρων κ.ο.κ.». Εκτός όλων αυτών, ως μαύρο κουτί θεωρείται και η επιστημονική εργασία και θεωρία, καθώς και η εφαρμογή αυτών από τους ανθρώπους, στις οποίες στηρίχθηκε η κατασκευή ή χρήση που δημιουργήθηκαν ή απλά χρησιμοποιήθηκαν για το σκοπό της κατασκευής ή εγκαθίδρυσης αυτών.

Σύμφωνα με την Nicol (2002), στην αναγνώριση των απαιτήσεων που έχει η εργασία από τον εργαζόμενο και οι οποίες ερεθίζουν την μαθηματική της σκέψη και δράση, σημαντικό ρόλο διαδραματίζει και το είδος των ερωτήσεων που κάνουν οι ερευνητές στους εργαζόμενους, όπου θα πρέπει να προσέξουν οι ερωτήσεις αυτές να είναι καλά στοχευμένες. Τονίζει, μάλιστα, ότι κάτι που πρέπει να λάβουμε επίσης υπόψη στη μαθηματική αυτή αναζήτηση, είναι ότι συχνά δεν υπάρχει επικοινωνία της χρήσης των μαθηματικών, λόγω του ότι πολλές φορές οι εργαζόμενοι δεν έχουν μαθηματική κατανόηση των εργασιών τους. Πιο συγκεκριμένα όσον αφορά την αναγνώριση των μαθηματικών εκ μέρους των ίδιων των εργαζομένων, φαίνεται ότι στις περισσότερες των περιπτώσεων, αυτή δεν συμβαίνει. (Nicol, 2002). Για παράδειγμα, στην έρευνα των Magajna και Monaghan (2003) στους τεχνικούς καλουπιών με το λογισμικό CAD, αν και η πρακτική των εργαζομένων είχε σχέση με τα μαθηματικά του σχολείου, παρ' όλα αυτά οι ίδιοι δεν αναγνώριζαν σχολικά μαθηματικά στην εργασία τους. Πολλές φορές, μάλιστα, το εύρος των μαθηματικών δεξιοτήτων που οι εργαζόμενοι χρησιμοποιούν, όχι απλά δεν τις συνδέουν με τα μαθηματικά που έμαθαν στο σχολείο, αλλά και δεν τις αναγνωρίζουν αυτόματα ως τέτοιες. Χαρακτηριστική είναι η παρατήρηση των Hogan και Morony (2002), ότι κάποιοι εργαζόμενοι δούλευαν έτσι όπως δούλευαν «διότι αυτό που έκαναν δούλευε», κάτι που δείχνει ότι οι εργαζόμενοι δεν καταλάβαιναν το «γιατί» οι μέθοδοί τους δούλευαν. Στην ίδια έρευνα παρατηρήθηκε, επίσης, ότι πολλοί εργαζόμενοι

ανακάλυψαν το σύστημα που ακολουθούν κατά τη διάρκεια της δουλειάς τους μετά από πολύχρονες δοκιμές και λάθη (Hogan και Morony, 2002).

Υπάρχουν όμως και περιπτώσεις στις οποίες οι εργαζόμενοι είχαν κάποια σχετική αντίληψη. Για παράδειγμα, οι Magajna και Monaghan (2003) παρατήρησαν ότι οι εργαζόμενοι κατανοούσαν πλήρως τις μαθηματικές έννοιες που χρησιμοποιούσαν και για να βγάλουν νόημα με τις μαθηματικές πρακτικές σχετικές με τον όγκο ανέτρεχαν στα μαθηματικά που είχαν μάθει στο σχολείο. Αναφέρουν, μάλιστα, ότι είχαν αναπτύξει δυνατούς συνδέσμους μεταξύ μαθηματικών πρακτικών – κατανόησης, και μαθηματικών πρακτικών – τεχνολογία.

1.3.3 Μαθηματικά του σχολείου και μαθηματικά του χώρου εργασίας

Μαθηματικά του χώρου εργασίας

Η έρευνα πάνω στον χώρο εργασίας είναι σημαντική, για να μπορέσουμε να αναδείξουμε «την ιδιαίτερη μορφή των μαθηματικών που αναπτύσσονται στους χώρους εργασίας και τη συνεργία τους με τα τυπικά μαθηματικά του σχολείου» (Zevenbergen, 2000, p. 185). Προκύπτει, λοιπόν, φυσικώς το ερώτημα ποια είναι η σχέση μεταξύ των δυο αυτών ειδών μαθηματικών. Για τη διερεύνηση αυτού ας δούμε τα μαθηματικά που εμφανίζονται σε σχετικές έρευνες.

«Είναι εκπληκτικό το πόσα μαθηματικά χρησιμοποιεί ένας "real world" εργαζόμενος στην εργασία του» (Hogan και Morony, 2002). Σε γενικές γραμμές φαίνεται ότι τα μαθηματικά που απαιτούνται στους περισσότερους χώρους εργασίας είναι βασικού επιπέδου και φαίνονται να είναι πολύ σημαντικά στη "διατήρηση των διαδικασιών" και στις "συνήθεις ρουτίνες" (The Australian Association of Mathematics Teachers and the Australian Industry Group, 2014).

Έχει καταγραφεί ένα μεγάλο εύρος των μαθηματικών δεξιοτήτων και τεχνικών που έχουν αναδειχθεί από τις διάφορες έρευνες. Σε αυτές περιλαμβάνονται οι μετρήσεις, οι υπολογισμοί, οι εκτιμήσεις, η κλίμακα, η χωρητικότητα και ο όγκος, τα ποσοστά και οι λόγοι, η αναγνώριση μοτίβων, ο σχεδιασμός ενός διαγράμματος ή δημιουργία ενός μοντέλου (μοντελοποίηση, συμπεριλαμβανομένου του να κατανοείς τυχόν περιορισμούς), η ερμηνεία και η μεταμόρφωση διαφορετικών αναπαραστάσεων αριθμητικών δεδομένων (γραφικών και συμβολικών), η ικανότητα ερμηνείας πλάνων, διαγραμμάτων, γραφημάτων και σχεδίων υπό κλίμακα, η ικανότητα να δημιουργήσεις μια φόρμουλα (έναν τύπο), η ικανότητα αξιολόγησης, κριτικής και μοντελοποίησης με τη χρήση μαθηματικών εννοιών, το να αναγνωρίζεις ανωμαλίες και λάθη, η σύγκριση ενός παρόμοιου προβλήματος το οποίο έχει ήδη λυθεί (Nicol, 2002· The Australian Association of Mathematics Teachers and the Australian Industry Group, 2014).

Σύμφωνα με τον Wake (2014), οι ποικίλες μαθηματικές συμβάσεις και ιδιοσυγκρασίες που υπάρχουν μέσα σε έναν εργασιακό χώρο είναι αρκετά διαφορετικές από αυτές στα ακαδημαϊκά πλαίσια, προκαλώντας έτσι "breakdowns" (Pozzi et al., 1998), επίλυση προβλήματος και μοντελοποίηση. Η Steen (1990) (στο Wake, 2014) μας τονίζει ότι αυτά τα τρία προκύπτουν αν σκεφτούμε επίσης ότι η

εργασιακή πρακτική, με τα μαθηματικά να έχουν κεντρικό ρόλο σε αυτή, συχνά βασίζεται σε απλά μαθηματικά, ενσωματωμένα σε πολύπλοκες καταστάσεις. Η Nicol (2002) από την άλλη, φροντίζει να μας θυμίσει ότι τα μαθηματικά δεν είναι μόνο μετρήσεις, υπολογισμοί και αιτολόγηση σχετικά με ποσότητες, αλλά σε αυτά εμπεριέχονται και η προσοχή στο σχήμα και στην αίσθηση του χώρου, όπως φαίνεται και στις έρευνες των Millroy (1992) και Smith (1999). Είναι λάθος το συμπέρασμα ότι αν δεν υπάρχουν υπολογισμοί, δεν υπάρχουν μαθηματικά. Για τη διεύρυνση του τι μετράει ως μαθηματικά και του που μπορεί να εντοπίζονται τα μαθηματικά στον χώρο εργασίας, μας προτρέπει να λάβουμε υπόψη μας τις έννοιες της οπτικοποίησης στον χώρο, του χωρικού προσανατολισμού, της μεταφοράς και του συστήματος συντεταγμένων. Επιμένει μάλιστα ότι το να κατανοήσουμε το τι μαθηματικά χρησιμοποιούνται στα διάφορα εργασιακά πλαίσια θα μας βοηθήσει στο να αναπτύξουμε μαθηματικά μοντέλα, όχι περιορισμένα στο ότι τα μαθηματικά είναι η αριθμητική και οι υπολογισμοί, αλλά διευρυμένα από την εξερεύνηση ιδεών γύρω από μαθηματικές δράσεις όπως η recursive thinking, η πολλαπλασιαστική σκέψη, η αφαιρετική σκέψη και η χωρική οπτικοποίηση.

Πολλές είναι οι έρευνες που έχουν ασχοληθεί με το ρόλο του πλαισίου, αλλά και των εργαλείων στις μαθηματικές αυτές πρακτικές των εργαζομένων (Naresh, 2009· Magajna και Monaghan, 2003· Lave, 1988). Για παράδειγμα, η Naresh (2009) μας τονίζει το ρόλο του πλαισίου στη διαμόρφωση των συγκεκριμένων μοναδικών χαρακτηριστικών των μαθηματικών αυτών πρακτικών σε κάθε χώρο, ενώ οι Magajna και Monaghan (2003) συμφωνούν ότι το πλαίσιο είναι κρίσιμο για τις μαθηματικές πρακτικές και ότι οι μαθηματικές δράσεις (πρακτικές, αποφάσεις) στο εργασιακό περιβάλλον δεν μπορούν να χωρισθούν από την εμπλαισιωμένη δραστηριότητα.

Όσον αφορά τον σημαντικό ρόλο των εργαλείων, αυτά πολλές φορές είναι ενσωματωμένα στην εργασιακή δραστηριότητα, διατηρώντας παράλληλα μια ιδιοσυγκρασιακή φύση όπως δείχνουν πολλές έρευνες (Noss, 2002· Williams και Wake, 2007α· Triantafillou και Potari, 2010). Σχετικά, οι Pozzi et al (1998) υποστηρίζουν ότι ενώ «οι εργαζόμενοι σπανίως σκέφτονται μαθηματικά χωρίς ένα τεχνούργημα να τους βοηθήσει να οργανώσουν ή υπολογίσουν τα δεδομένα" (1988, p. 118)», παρ' όλα αυτά «η χρήση των τεχνουργημάτων δεν καθορίζει ποτέ πλήρως τη δραστηριότητά τους. Οι άνθρωποι δεν είναι σκλάβοι των εργαλείων τους» (1988, p. 115).

Ασυνέχεια και αλληλεπίδραση με τα μαθηματικά του σχολείου

Όσον αφορά τη σχέση των μαθηματικών στο χώρο εργασίας με τα μαθηματικά του σχολείου, συχνά έχει παρατηρηθεί μια έντονη ασυνέχεια μεταξύ των πρακτικών αυτών. Αρχικά, φαίνεται πάλι ο πολύ σημαντικός ρόλος που διαδραματίζει το πλαίσιο του κάθε χώρου εργασίας στον σχηματισμό και τη λειτουργία των μαθηματικών μέσα σε αυτό, αιτιολογώντας έτσι την διαφορετικότητά τους από το σχολείο. Τα μαθηματικά στο σχολείο διδάσκονται απομονωμένα χωρίς κάποιο πλαίσιο να τα αγκαλιάζει, ενώ στον χώρο εργασίας, δεν συμβαίνει ποτέ αυτό (The Australian Association of Mathematics Teachers and the Australian Industry Group, 2014). Σύμφωνα με την Lave (1988) και τη θεωρία της "situated cognition", η ασυνέχεια αυτή οφείλεται

στη διαφορά του πλαισίου των πρακτικών που ακολουθούνται στο σχολείο σε σύγκριση με τον εργασιακό χώρο.

Επίσης, οι Pozzi et al (1998) στην έρευνά τους για τις εργασιακές πρακτικές των νοσηλευτριών αναφέρουν ότι αυτές «θέτουν ακόμα περισσότερους περιορισμούς από ότι τα σχολικά μαθηματικά» (σελ. 115), συμφωνώντας με τον Wake (2013). Συχνά, τα σχολικά μαθηματικά φαίνονται ακατάλληλα για χρήση στις εργασιακές πρακτικές (Magajna και Monaghan, 2003) και πολλές φορές, μάλιστα, δεν υπάρχουν απλοί αλγόριθμοι ή υπολογισμοί για να λυθεί ένα μαθηματικό απλό πρόβλημα, καθιστώντας έτσι τις διαδικασίες που μαθαίνονται στο σχολείο άχρηστες (Scribner, 1984, στο (Magajna και Monaghan, 2003). Επίσης, μερικές φορές τα προβλήματα είναι μόνο εκ πρώτης όψεως όμοια με τα σχολικά μαθηματικά προβλήματα, ενώ στην πραγματικότητα κουβαλούν τόσους πολλούς και αυστηρούς περιορισμούς ώστε οι σχολικές μέθοδοι να καθίστανται και πάλι ακατάλληλες (Masingila, Davidenko and Prus-Wisniowska, 1996). Για παράδειγμα, έχει παρατηρηθεί ότι η μαθηματική αιτιολόγηση στον χώρο εργασίας μπορεί να είναι αρκετά διαφορετική από αυτή στον πλαίσιο του σχολείου (για παράδειγμα Nunes, Schliemann, and Carraher, 1993, Lave, 1988, Hoyles and Noss, 2001, στο Magajna και Monaghan, 2003). Συγκεκριμένα, οι Nunes, Schliemann και Carraher (1993) υποστηρίζουν ότι «τα αντικείμενα της (τυπικής) αιτιολόγησης στα σχολικά μαθηματικά είναι σχέσεις μεταξύ αντικειμένων και όχι πραγματικών αντικειμένων όπως στα μη τυπικά "του δρόμου" μαθηματικά» (σ. 128).

Παρά τις μεγάλες διαφορές, έχει παρατηρηθεί και αλληλεπίδραση μεταξύ τους. Οι Pozzi, Noss and Hoyles (1998) παρατήρησαν στις εργασιακές πρακτικές των νοσηλευτριών, την αναζήτηση μαθηματικής εξήγησης για τις απλές μαθηματικές διαδικασίες στην καθημερινή τους πρακτική. Επίσης, στην Βραζιλία η Saxe (1991, σελ. 152–161) βρήκε ότι τα μαθηματικά που έμαθαν στο σχολείο και τα μαθηματικά που χρησιμοποιούν τα παιδιά όταν πουλάνε καραμέλες αλληλοεπηρεάζονται. Οι Magajna και Monaghan (2003) στην έρευνα των τεχνικών κατασκευής καλουπιών μέσω CAD, επίσης, παρατήρησαν πρακτικές που είχαν σχέση με τα μαθηματικά στο σχολείο, καθώς οι τεχνικοί ενσωμάτωναν τις πρακτικές που είχαν μάθει από το σχολείο μέσα στις εργασιακές πρακτικές τους.

1.3.4 Χώρος εργασίας και μαθηματική εκπαίδευση

Είναι πλέον εμφανής η ανάγκη ενσωμάτωσης των μαθηματικών στον χώρο εργασίας και των μαθηματικών του σχολείου, ώστε «να κάνουμε τα μαθηματικά πιο αυθεντικά κι έτσι να βοηθήσουμε τους μαθητές να αναπτύξουν τις γνώσεις και τις δεξιότητές τους, οι οποίες είναι εφαρμόσιμες σε ένα μεγάλο εύρος καταστάσεων» (Hoachlander, 1997, p. 125).

Χρειαζόμαστε ένα αναλυτικό πρόγραμμα που θα παρέχει ένα πλαίσιο μέσα στο οποίο οι μαθητές να μπορούν να δώσουν νόημα στα μαθηματικά που διδάσκονται, ένα αναλυτικό πρόγραμμα που οι μαθητές να *κάνουν* και όχι να *ξέρουν* μαθηματικά (Bishop, 1988α· 1988β). Οι Magajna και Monaghan (2003), μάλιστα, αναφέρονται στην αναδιαμόρφωση αναλυτικών προγραμμάτων, με εστίαση στην σκέψη, στη μάθηση

μέσω λαθών, στην επίλυση προβλημάτων και στη μοντελοποίηση, σχετίζοντας όλα αυτά με τον πραγματικό, κόσμο, με το σπίτι και με εργασιακές εφαρμογές.

Ακόμα, οι Triantafillou και Potari (2010) τονίζουν τη σημασία της έρευνάς τους για την μαθηματική εκπαίδευση και σε επαγγελματικό και σε τυπικό σχολικό πλαίσιο. Επίσης, τονίζουν τη σημασία της σχολικής εκπαίδευσης των μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών που προκύπτουν στον χώρο εργασίας, όπως ο χειρισμός αλγεβρικών και χωρικών σχέσεων και η επίλυση προβλήματος.

Μέσω της έρευνας αυτής βρίσκουμε απάντηση στο προαναφερθέν πρόβλημα των ανούσιων εφαρμογών που πρέπει να αντιμετωπίσουν οι μαθητές μας στο σχολείο, αναζητώντας λύση σε ουσιαστικά προβλήματα που σχετίζονται με έναν χώρο εργασίας (Naresh, 2009). Έτσι, μέσω εφαρμογών στο πλαίσιο του χώρου εργασίας τα μαθηματικά γίνονται προσβάσιμα και ελκυστικά σε μεγαλύτερο πλήθος μαθητών (Nicol, 2002).

1.4 Κεραμική Τέχνη

> Η κεραμική είναι μια διαχρονική απασχόληση. Τα καλύτερα αγγεία που επέζησαν το πέρασμα των χρόνων έχουν μια διαχρονικότητα επάνω τους που ξεπερνά κάθε χρονολογικό και πολιτιστικό όριο. Η απήχησή τους είναι παγκόσμια. Η αίσθηση της μορφής, η κίνηση του πινέλου, η ποιότητα της επιφάνειας, τα κρυμένα νοήματα και η συνένωση με την καθημερινή ύπαρξη του ανθρώπου μέσα σε εκατοντάδες χρόνια, όλα αυτά προσθέτουν στη σημαντικότητα της τέχνης αυτής. (Hopper, 2000, σελ. 9)

1.4.1 Λίγα λόγια για την τέχνη του πηλού

Η Κεραμική Τέχνη είναι η τέχνη του πηλού. Πρόκειται για μία τέχνη πολύ παλιά, πρωτόγονη, από τις πρώτες μορφές τέχνης που εμφανίστηκαν στον πλανήτη μας, μια τέχνη η οποία όχι απλώς μπορεί να μαρτυρήσει την πολιτισμική εξέλιξη του ανθρώπου (Han, Hwang, Choi και Kim, 2007· Rice, 1999), αλλά, μάλιστα, θεωρείται κι ένας από τους καλύτερους τρόπους για να επανακατασκευάσουμε την πορεία αυτή της εξέλιξης του πολιτισμού (Varela, 2008). Τα διάφορα αγγεία, καθώς και οι πρώτες ύλες και τα εργαλεία κατασκευής τους μας προσφέρουν μία πλούσια συλλογή εικόνων και μεταφορών για τις αλλιώς ανέκφραστες εμπειρίες της ανθρωπότητας, συμπεριλαμβανομένης της βιβλικής δημιουργίας του ανθρώπου από τον πηλό, τη γέννηση, τη ζωή, το θάνατο, και τη σεξουαλική εμπειρία (Rice, 1999).

Οι ιστορικές ρίζες της Κεραμικής

«Η Κεραμική, και ως εργαλείο και ως τεχνολογία, αποτελεί μία εξελιγμένη συνένωση των προηγουμένως διαχωρισμένων τομέων της ανθρώπινης γνώσης και της εμπειρίας: πόροι, τεχνολογικές διεργασίες, και ανάγκες· ή, πιο συγκεκριμένα, πηλός, φωτιά, και συγκράτηση» (Rice, 1999, σελ. 3).

Η Κεραμική και η προέλευσή της έχει υπάρξει κρίσιμη στην πολιτιστική ιστορία από τα αρχαία χρόνια (Rice, 1999). Όπως αναφέραμε και στη σύνδεση μαθηματικών και τέχνης μέσω του Struik (στο Bickley-Green, 1995), η επιτοίχια «τέχνη», όπως για παράδειγμα η ζωγραφική σε σπήλαια, είναι αυτή που συνήθως ερμηνεύεται ως πρώτη «καλλιτεχνική» έκφραση. Παρ' όλα αυτά, κάποιες σπουδαίες τεχνολογίες, τρισδιάστατες αναπαραστάσεις, και η χρήση συμβόλων εμφανίστηκε πολύ νωρίτερα, ίσως περίπου στα 35,000-40,000 χρόνια (Hayden, 1995· White, 1992, 538 σελ, 548· Lindley και Clark, 1990· στο Rice, 1999, σελ. 4). Μάλιστα, κεραμικά ευρήματα σε γεωργικές εκτάσεις οδήγησαν τον 16° αιώνα Ευρωπαίους μελετητές να πιστεύουν ότι αυτά φύτρωσαν αυθόρμητα από τη γη ή ότι αντιπροσωπεύουν σκεύη που ανήκουν σε νάνους (Abramowicz, 1981, στο Rice, 1999, σελ. 5).

Η ιστορία της, φαίνεται να ξεκινά γύρω 8.000 π.Χ., στη Νεολιθική εποχή, λίγο μετά την έναρξη αγροτικού τρόπου ζωής και τους πρώτους γεωργικούς οικισμούς της Νεολιθικής περιόδου, σύμφωνα με τον Moore (1995, στο Tite, 1999). Κανείς δεν μπορεί να είναι σίγουρος για το που, πότε και πως ακριβώς αναπτύχθηκε η τέχνη αυτή, αλλά είναι πολύ πιθανό να αναπτύχθηκε αυθόρμητα σε διαφορετικά μέρη μέσα στην ίδια

χρονική περίοδο «κατά τύχη», είτε λόγω της παρατήρησης ότι η γη ψηνόταν γύρω από φωτιές, τις «κρούστες εδάφους» στις οποίες αναφέρεται ο Goffer (1980, σ. 108, στο Rice, 1999, σελ. 5), είτε από το κατά λάθος κάψιμο πήλινων καλαθιών (Hopper, 2000).

Μία θεωρία για τις ρίζες της στηρίζεται στη διάσταση μεταξύ της αρχιτεκτονικής σπιτιών και της κατασκευής αγγείων από πηλό, ενώ μια ακόμα θεωρία έχει αναπτυχθεί από το ενδιαφέρον στη κοινωνική ενορχήστρωση του κυνηγιού (Rice, 1999). Οι παραδοσιακές απόψεις, από την άλλη, αφορούν στην οικιακή και μαγειρική χρήση των αγγείων. Ο Moore (1995, στο Tite, 1999), μάλιστα, τονίζει τις χρηστικές λειτουργίες των αγγείων και υποστηρίζει ότι αυτές ήταν οι πιο σημαντικοί λόγοι για την ανάπτυξή της. Σημαντική εμφανίζεται και η παρουσία του γυναικείου φύλλου, καθώς υπάρχει η άποψη ότι η Κεραμική εφευρέθηκε από γυναίκες και παρέμεινε μία γυναικεία τεχνολογία για χιλιετίες (Longacre, 1995, σελ. 278, στο Rice, 1999).

Το να βρούμε την «πρώτη» κεραμική ύπαρξη σε οποιαδήποτε πολιτισμική περιοχή είναι μάλλον αδύνατο, σαν να «ψάχνουμε ψύλλους στα άχυρα», μας λέει ο Rice (1999). Η Κεραμική έχει υπάρξει ένα σημαντικό κομμάτι πολιτισμικής κληρονομιάς στην Κορέα, τη Δυτική Ασία και ίσως σε ολόκληρο τον κόσμο (Han, Hwang, Choi και Kim, 2007). Από τα μέρη στα οποία θεωρείται ότι πρωτοαναπτύχθηκε η κεραμική είναι η Ιαπωνία, η Κίνα, η Δυτική Ασία, η Αφρική, η Νότια, Κεντρική και Βόρεια Αμερική Rice (1999).

Παραδοσιακή κεραμίστρια στη Ζιμπάμπουε (στο Lindahl και Pikirayi, 2010)

Στην δική μας Ελλάδα, η κεραμική έχει μια μακριά ιστορία πίσω της και είναι πολύ στενά συνδεδεμένη με την πολιτιστική παράδοση, αλλά και την οικονομική ανάπτυξη της χώρας, καθιστώντας την έτσι ένα μεγάλο και σημαντικό κεφάλαιο στην ιστορία του λαού μας. Ως ένα απλό παράδειγμα παίρνουμε τον μεγάλο Μινωικό πολιτισμό, στον οποίο σύμφωνα με τον Λοϊζο (2012), οι Μινωίτες έφτιαχναν αγγεία που τα έπλαθαν με τα χέρια ή τα κατασκεύαζαν με καλούπια, και ίσως είχαν αρχίσει να

χειρίζονται και τον αργόστροφο αγγειοπλαστικό τροχό. Μάλιστα, αυτός αναφέρεται σε δείγματα μινωικής κεραμικής έχουν έρθει στο φως αποδεικνύοντας τις εμπορικές σχέσεις των Μινωιτών με τους Αιγυπτίους. Αναφέρει, ακόμα, την αντικατάσταση των Μινωιτών από τους Αχαιούς κατά τη Μυκηναική περίοδο, οι οποίοι εμπλάκηκαν κατά κύριο λόγο με την κεραμική, φτιάχνοντας αγγεία ποικίλων σχημάτων, τα οποία χρησιμοποιούσαν ως δοχεία αποθήκευσης, μαγειρικά και τελετουργικά σκεύη.

Μινωικοί πίθοι στα ανάκτορα της Κνωσού

Συγκεκριμένα, τον 7ο αιώνα π.Χ., η κεραμική έφτασε σε μεγάλη άνθηση, με τα πιο γνωστά κέντρα παραγωγής να είναι τα Βουνάρια στη Μεσσηνία, η Σίφνος στις Κυκλάδες, το Μαρούσι στην Αττική και το Θράψαλο στην Κρήτη (Βογιάτζογλου - Σακελλαροπούλου, 2015). Ακόμα και σήμερα, αν και η παραδοσιακή αυτή τέχνη δεν απολαμβάνει την ίδια αίγλη με τα παλαιότερα χρόνια, και είναι λίγοι οι κεραμίστες/αγγειοπλάστης που έχουν μείνει να την εξασκούν, η παράδοσή της κρατάει στο νησιωτικό χώρο, όπως τη Σίφνο, τη Νάξο, τη Χίο και την Ρόδο. Και στην Αθήνα, αν κάνουμε μια βόλτα σε στενά του Αμαρουσίου, θα δούμε σε μερικά σημεία ταμπέλες που μας ενημερώνουν για την ύπαρξη κεραμικών εργαστηρίων.

Αντικείμενα και χρήση

Η κεραμική, λοιπόν, χρησιμοποιείται από τα αρχαία χρόνια για την ικανοποίηση των αναγκών των ανθρώπων μέσω της δημιουργίας ποικίλων δοχείων για διάφορες χρήσεις· μαγείρεμα, φύλαξη, μεταφορά, διακόσμηση, κλπ (Rice, 1996). Αυτή χαρακτηρίζεται από την ευελιξία που αφορά στο γεγονός ότι μπορεί να παράξει μία ατελείωτη ποικιλία σχημάτων και μεγεθών, ώστε να απευθύνεται στις διάφορες αυτές λειτουργίες, είτε είναι τεχνολογικές, είτε κοινωνικές, είτε συναισθηματικές (Skibo, 2013). Αν και συχνά παίζει σημαντικό ρόλο στην επικοινωνιακές, τελετουργικές, και θρησκευτικές συμπεριφορές, η λειτουργία της στην επεξεργασία τροφίμων χαρακτηρίζεται από την Skibo (2013) ως κύρια.

Τα αντικείμενα μπορούν να έχουν οποιαδήποτε μορφή και οι τεχνικές κατασκευής και διακόσμησης, όπως επίσης και τα εργαλεία που χρησιμοποιούνται, ποικίλουν ανάλογα με τη χρήση για την οποία τα αντικείμενα προορίζονται. Σχετικά με τη δημιουργία των πήλινων αντικειμένων, οι Han, Hwang, Choi και Kim (2007) κάνουν λόγο για γεωμετρικά εργαλεία με τα οποία τα παραδοσιακά αγγεία παίρνουν

μορφή, ταυτόχρονα με την άμεση εφαρμογή ανασύνθεσης του πηλού πάνω σε μία περιστρεφόμενη πλατφόρμα, την οποία ακολουθεί η διακόσμηση με διάφορα μοτίβα μέσω της χρήσης ειδικών υλικών και διαδικασιών.

Οι τεχνίτες

Ένα πολύ σημαντικό στοιχείο που καθορίζει τη συνολική ύπαρξη ενός αγγείου, είναι οι αποφάσεις που λαμβάνονται από τον αγγειοπλάστη κατά τη διάρκεια της κατασκευής είναι «τεχνικές επιλογές», καθώς αυτές καθορίζουν τις τυπικές ιδιότητες (μέγεθος, σχήμα, τα χαρακτηριστικά της πάστας, κλπ) του αγγείου (Skibo, 2013). Κάθε αγγειοπλάστης έχει στη διάθεσή του μια σειρά από επιλογές ή επιλογές που προκύπτουν από τους διαθέσιμους πόρους και τη γνώση. Αλλά ο σχεδιασμός δεν είναι τέλειος, όλα απαιτούν συμβιβασμούς, διότι κάθε τεχνική επιλογή μπορεί να επηρεάσει ένα αγγείο με διάφορους τρόπους σε όλη την ιστορία της ζωής του, καθώς για παράδειγμα οι επιλογές του αυτές θα έχουν αντίκτυπο στην ανθεκτικότητά του (Skibo, 2013).

Η Sinha (1979) αναφέρεται στη διττή φύση που μπορεί να έχει ένα κεραμίστας/αγγειοπλάστης. Ο διαχωρισμός που κάνει είναι αυτός μεταξύ των τεχνιτών που κάνουν «παραγωγή» και αυτών που δεν κάνουν. Από τη μία μεριά, λοιπόν, ο τεχνίτης μπορεί να ασχολείται με την παραγωγή των αγγείων ως μια καριέρα, δηλαδή, ως βασική πηγή βιοπορισμού, «αποδεικνύοντας όγκους από το ίδιο κομμάτι», δηλαδή ασχολείται με την επαναλαμβανόμενη εργασία (σελ. 4). Από την άλλη μεριά, ένας αγγειοπλάστης μη παραγωγής κάνει μόνο περιορισμένες εκδόσεις του ένα κομμάτι ή αντικείμενο το οποίο έχει περισσότερο διακοσμητικό χαρακτήρα [σε αντίθεση με τον λειτουργικό], και ο οποίος συνήθως υποστηρίζεται από μια εναλλακτική πηγή εισοδήματος και εμπλοκή του στην κεραμική έχει ένα χαρακτήρα σχετικό με ένα καλλιτεχνικό χόμπι.

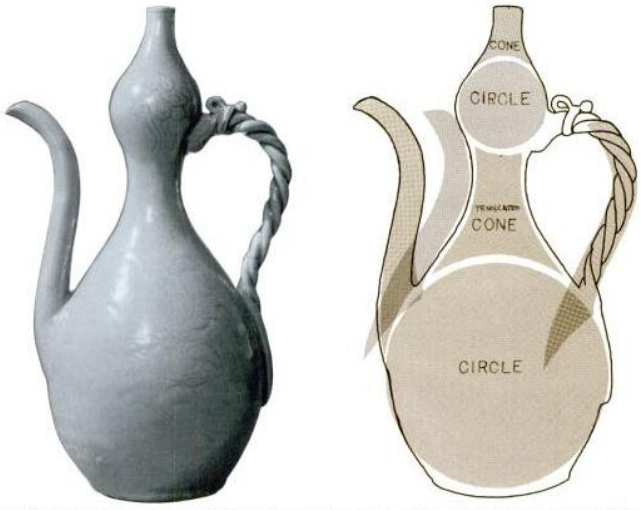
Αναφέρεται, μάλιστα, εν συνεχεία, σε μια θεμελιώδη σύνδεση εδώ για διάκριση μεταξύ «τακτικού τεχνίτη» που προσπαθεί να κάνει τα προς το ζην από κεραμικά και το «τεχνίτη», που έχει υψηλούς στόχους και ιδεολογίες και πρακτικές κεραμικής για διαφορετικούς λόγους. Οι ίδιοι οι βιοτέχνες, ωστόσο, αποτυγχάνουν να αναγνωρίσουν αυτή τη διάκριση ως χαρακτηριστικό του εαυτού τους. Παρά το γεγονός ότι αγγειοπλάστες παραγωγής, βλέπουν «τέχνη» στα προϊόντα τους και πολλοί θεωρούν τους εαυτούς τους ως λειτουργικούς καλλιτέχνες.

Η ίδια δηλώνει ως εξέχοντα χαρακτηριστικά της χειρωνακτικής εργασίας τη μακρά διάρκεια και τη μονοτονία της. Ένας αγγειοπλάστης αντίστοιχα, εξηγεί, δεν λαμβάνει άμεση ικανοποίηση από την άποψη ενός απτού, ορατού προϊόντος. Υπάρχουν διάφορες τεχνικές διεργασίες που συμβαίνουν μεταξύ της απόκτησης των πρώτων υλών και της ναυτιλίας των τελικών προϊόντων. Όπως δήλωσε ένας συμμετέχων στην έρευνά της: «Για μένα, ο πηλός είναι η διαδικασία». Η διαδικασία που αφορά στην κατασκευή ενός αγγείου περιλαμβάνει την κατασκευή, το ψήσιμο, το βάψιμο και το δεύτερο ψήσιμο και μετά η προετοιμασία για πώληση.

1.4.2 Κεραμική Τέχνη και επιστήμη

Στο βιβλίο του «*Functional pottery: Form and aesthetic in pots of purpose*» ο Hopper (2000) αναφέρει ότι η κεραμική περιέχει στοιχεία και από τη ζωγραφική και από τη γλυπτική. Ξεχωρίζει, μάλιστα, αυτή αναδεικνύοντας στοιχεία, τα οποία θεωρεί ως αρκετά διαφορετικά από τα περισσότερα μέσα έκφρασης. Αρχικά, τη χαρακτηρίζει ως μια διαδικασία μετασχηματισμού από εύπλαστη λάσπη σε σκληρό κεραμικό, συνδεδεμένη με πτυχές της καθημερινής και θρησκευτικής ζωής, με πολυπλοκότητα στις χρήσεις της. Οι δημιουργίες της, αναφέρει, μπορούν να πάρουν άπειρη ποικιλία μορφών και αντίστοιχα προκύπτουν από μεγάλο εύρος τεχνικών, δίνοντάς της έτσι μια δυνατότητα έκφρασης τουλάχιστον ισάξιας με τις παραλλαγές της ζωγραφικής και των γραφικών, από τις νερομπογιές στις λαδομπογιές και από τη χαρακτική στη φωτολιθογραφία. Τέλος, σημαντικό αναφέρει το βαθμό δεξιοτήτων που απαιτείται για να επικεντρώσεις όλα αυτά σε ένα τέλεια κατασκευασμένο έργο τέχνης.

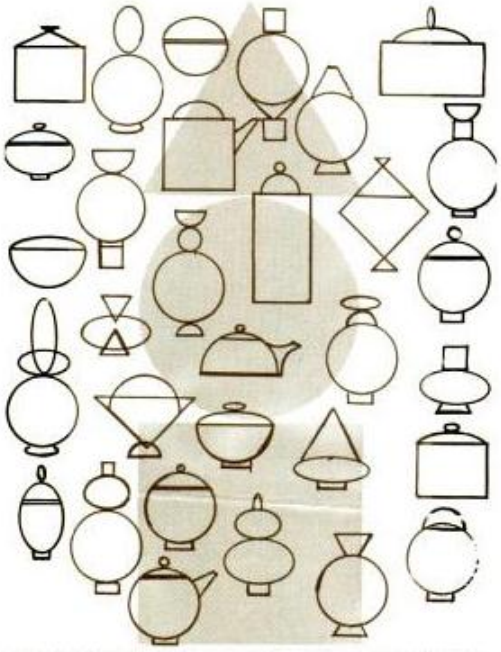
Σε επόμενο κεφάλαιο του βιβλίου, συμβολίζει την κεραμική ως μία μορφή τέχνης η οποία έχει τις ρίζες της στην επιστήμη, λέγοντας χαρακτηριστικά: «Η κεραμική είναι δίχως αμφιβολία η πιο επιστημονικά βασισμένη μορφή τέχνης, και ταυτόχρονα είναι μία από τις πιο καθολικές εμπειρίες της ανθρωπότητας» (Hopper, 2000, σελ. 10). Μάλιστα, στο ίδιο βιβλίο εξυμνεί τη σύνδεση της κεραμικής με τις γεωμετρικές μορφές κύκλος, τετράγωνο, τρίγωνο, ορθογώνιο και οβάλ, υποστηρίζοντας ότι τα κεραμικά τα οποία κατέχουν τις γεωμετρικές αυτές φύσεις μέσα στον σχεδιασμό τους είναι πολύ πιο όμορφα και ελκυστικά για εμάς, παρά την τυχόν απλά λειτουργική τους χρήση. Μάλιστα, αναφέρει ότι πολλοί κεραμίστες όταν δημιουργούν καινούριες προσωπικές μορφές χρησιμοποιούν αυτές τις «καθολικές αλήθειες» χωρίς ίσως να το συνειδητοποιούν. Χαρακτηριστικές είναι οι εικόνες που παραθέτει:



Η μορφή του αγγείου είναι ένας συνδυασμός κύκλων και κώνων. Η καμπυλότητα του στομίου είναι η ίδια με την καμπυλότητα του χερουλιού και είναι επίσης ίδια με τον αρνητικό χώρο της μέσης του αγγείου. (Courtesy of the Brooklyn Museum Collection Fund, στο Hopper, 2000)

Το βάζο είναι ένας συνδυασμός γεωμετρικών μορφών. Ο αρνητικός χώρος μεταξύ του χερουλιού και της φόρμας περιέχει έναν κύκλο. (Jug, silhouette ware, late 12th century, Persia. Courtesy of the Montreal Museum of Fine Arts, στο Hopper, 2000)

Τονίζει ότι από την αλληλεπίδραση αυτών των στερεών, μπορούν να δημιουργηθούν άπειρες στην ποικιλία πολύπλοκες μορφές. Μια μικρή ιδέα για την πολυπλοκότητα αυτή παίρνουμε από τα δισδιάστατα σχέδια στην εικόνα :



Μοντάζ μορφών με τη χρήση του κύκλου, του τετραγώνου, του τριγώνου και της έλλειψης.

Επίσης, συνδέει την διαμόρφωση του πηλού στον τροχό, με τη σπείρα, χαρακτηρίζοντας την ανάπτυξη ενός αγγείου στον τροχό ως σπειροειδή, αναφέροντας ότι από την πρώτη στιγμή που πετάμε τον πηλό πάνω στον τροχό μέχρι και την τελευταία στιγμή πριν πάρουμε το αντικείμενο από πάνω του, ο πηλός κινείται σε σπειροειδή μορφή.

Σπείρα

2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

2.1 Ερευνητικό θέμα – ερευνητικά ερωτήματα

Το ερευνητικό θέμα της παρούσας εργασίας αφορά τη διερεύνηση της μαθηματικής πρακτικής στον χώρο της Κεραμικής Τέχνης. Συγκεκριμένα, στα ερευνητικά ερωτήματα περιλαμβάνονται τα παρακάτω:

1. Ποιά είναι η μαθηματική πρακτική που εμφανίζεται στον χώρο της Κεραμικής Τέχνης;
2. Πώς τα χρησιμοποιούμενα εργαλεία διαμεσολαβούν την μαθηματική αυτή πρακτική;
3. Σε ποιο βαθμό επιτυγχάνεται η αναγνώριση της μαθηματικής αυτής πρακτικής από τους καλλιτέχνες-τεχνίτες;

2.2 Μέθοδος έρευνας

Η έρευνα αφορά στη μελέτη περίπτωσης δυο καλλιτεχνών-τεχνιτών από τον χώρο της κεραμικής/αγγειοπλαστικής τέχνης, με χρήση στοιχείων από την εθνογραφική ερευνητική μεθοδολογία, μειωμένου χρόνου: συμμετοχική παρατήρηση, προσωπική ενδοσκόπηση του ερευνητή, αναζήτηση τεχνουργημάτων και συζητήσεις εθνογραφικού χαρακτήρα (Eisenhart, 1988).

2.3 Συμμετέχοντες

Οι συμμετέχοντες της έρευνας είναι μία καλλιτέχνιδα της κεραμικής και ένας τεχνίτης της αγγειοπλαστικής. Για λόγους ηθικής δεοντολογίας χρησιμοποιήθηκαν τα ψευδώνυμα Κεραμίστρια και Αγγειοπλάστης, αντίστοιχα. Καθώς, η Κεραμίστρια κάνει ευρεία χρήση πολλών τεχνικών της κεραμικής, πλην όμως του τροχού, ένα εργαλείο που εξ' αρχής θεωρήσαμε σημαντικό, επιλέξαμε ως δεύτερο συμμετέχοντα τον Αγγειοπλάστη, ο οποίος κάνει σχεδόν αποκλειστική χρήση αυτού, για να συμπληρώσει τα αποτελέσματά μας. Επίσης, το γεγονός ότι η Κεραμίστρια φαίνεται να κατέχει ένα αρκετά καλό εκπαιδευτικό υπόβαθρο, αλλά και έχει σύζυγο καθηγητή μαθηματικών στο πανεπιστήμιο, αντίθετα με αυτό του Αγγειοπλάστη, πιστεύουμε ότι θα αναδείξει ακόμα περισσότερο τη φύση των μαθηματικών που χρησιμοποιεί ο καθένας από τους δυο, καθώς και την αναγνώριση αυτών εκ μέρους τους. Η διαφορετική αυτή, λοιπόν, εκπαιδευτική εμπειρία και προσέγγιση στην τέχνη των δυο συμμετεχόντων, πιστεύουμε ότι θα προσθέσει στην ευρύτητα και τη σημασία των αποτελεσμάτων μας, ρίχνοντας ένα ελαφρύ πρώτο φως στο θέμα των μαθηματικών πρακτικών της Κεραμικής Τέχνης.

2.4 Διαδικασία συλλογής δεδομένων

Η έρευνα έλαβε μέρος στα εργαστήρια των συμμετεχόντων, σε κάθε ένα από τα οποία πραγματοποιήθηκαν δυο επισκέψεις, διάρκειας περίπου δυο ωρών η καθεμιά.

Σε κάθε μια από τις περιπτώσεις των δυο συμμετεχόντων, η έρευνα χωρίστηκε σε τρία στάδια. Το πρώτο στάδιο πραγματοποιήθηκε στην αρχή της πρώτης συνάντησης. Μετά από αυτό ξεκίνησε το δεύτερο στάδιο, το οποίο και ολοκληρώθηκε στη δεύτερη συνάντηση. Τέλος, το τρίτο στάδιο πραγματοποιήθηκε στο τέλος της δεύτερης συνάντησης.

Στο πρώτο και τρίτο στάδιο, η συλλογή των δεδομένων έγινε μέσω ημιδομημένων συνεντεύξεων, συνολικής διάρκειας 30 λεπτών (διάρκειας 15 λεπτών περίπου στο κάθε στάδιο). Στο δεύτερο στάδιο, η συλλογή των δεδομένων έγινε μέσω παρατήρησης δράσεων και τεχνουργημάτων, καθώς και μέσω ανεπίσημων συζητήσεων, όλα αυτά διάρκειας περίπου 1,5 ώρας.

Συγκεκριμένα, στο πρώτο στάδιο της έρευνας έγινε σκιαγράφηση του γενικότερου υπόβαθρου και πλαισίου εργασίας του αντίστοιχου συμμετέχοντα, μέσα από ημιδομημένη συνέντευξη. Μέσα από ανοιχτές ερωτήσεις, οι συμμετέχοντες μας μίλησαν, αρχικά, για την τέχνη-εργασία τους και το ευρύτερο πλαίσιο της Κεραμικής Τέχνης, αναφερόμενοι και στη σχέση μεταξύ κεραμικής και αγγειοπλαστικής. Ερωτήθηκαν, επίσης, για την μαθησιακή τους εμπειρία, και την άποψη και επαφή τους κατά αυτήν με τα μαθηματικά. Σχολίασαν, επίσης, την εκπαίδευσή τους στην κεραμική/αγγειοπλαστική και το πώς ξεκίνησαν να εργάζονται στον χώρο αυτόν , αλλά και το πώς τους επηρέασε η μαθησιακή και διδακτική τους εμπειρία, εντός και εκτός κεραμικής/αγγειοπλαστικής, στον τρόπο που εργάζονται.

Στη συνέχεια στο δεύτερο στάδιο της έρευνας, μας περιέγραψαν τις τεχνικές και τα εργαλεία που χρησιμοποιούν στην εργασία τους, καθώς και συνήθεις δράσεις που ακολουθούν κατά αυτήν. Μετέπειτα, μας περιέγραψαν κάποια ήδη κατασκευασμένα αντικείμενα, εξηγώντας μας τον συνολικό τρόπο κατασκευής τους. Ο Αγγειοπλάστης, μάλιστα, μας περιέγραψε τον τρόπο λειτουργίας διάφορων εργαλείων, μας παρουσίασε δια ζώσης την κατασκευή διάφορων αντικειμένων, αλλά και μας επέτρεψε την παρατήρηση του ίδιου κατά την συνήθη εργασία του. Στην περίπτωση της Κεραμίστριας, αρκεστήκαμε στην παραδειγματική παρουσίαση διαφόρων τεχνικών, εργαλείων και έργων της, καθώς θελήσαμε να σεβαστούμε το γεγονός ότι η ίδια δεν θα ένιωθε άνετα να ενεργήσει στη συνήθη εργασία της, ενόσω την παρατηρούμε.

Κατά το στάδιο αυτό της περιγραφής και της παρουσίασης των συγκεκριμένων θεμάτων, πραγματοποιήθηκαν ελεύθερες συζητήσεις και τέθηκαν εκ μέρους μας ερωτήσεις όπως: «Γιατί συμβαίνει αυτό; Πως ξέρετε πόσο…; Γιατί το κάνετε αυτό; Πως το κάνατε αυτό; Σε τι βοηθάει αυτό; Πως το σκεφτήκατε αυτό; Πως ξέρετε ότι το έχετε κάνει σωστά αυτό; Πως ελέγχετε αν γίνει κάποιο λάθος; Τι συμβαίνει αν κάνετε κάποιο λάθος; Μπορείτε να το διορθώσετε;».

Στο τρίτο στάδιο της έρευνας ακολούθησε ημιδομημένη συνέντευξη, που αφορούσε στην αναγνώριση εκ μέρους των ίδιων των συμμετεχόντων των μαθηματικών πρακτικών τους, αλλά και της σύνδεσης που τυχόν βλέπουν σε αυτές με τις εκπαιδευτικές βαθμίδες από τις οποίες είχαν περάσει.

Καθ' όλη τη διάρκεια της έρευνας όλες οι συζητήσεις μαγνητοφωνήθηκαν και κρατήθηκαν σημειώσεις πεδίου. Παράλληλα, συλλέχθηκαν φωτογραφίες και βίντεο των διαφόρων αντικειμένων και σταδίων κατασκευής τους, όπως προσχέδια κ.α., αλλά και των οπτικών και λεκτικών περιγραφών και επεξηγήσεων των συμμετεχόντων προς εμάς.

2.5 Ανάλυση δεδομένων

Ως μέθοδος ανάλυσης δεδομένων χρησιμοποιήθηκε η Θεμελιωμένη Θεωρία (Strauss, και Corbin, 1998). Την ανοιχτή κωδικοποίηση του απομαγνητοφωνημένου κειμένου και μαγνητοσκοπημένου υλικού, ακολούθησε η κατηγορική ανάλυση αυτού με την επιλογή συμβάντων που θεωρήθηκαν ως κρίσιμα. Προσεγγίζοντας την αφηγηματική μέθοδο για την παρουσίαση των αποτελεσμάτων, έγινε προσπάθεια συρραφής αυτών σε μία ενιαία ιστορία. Η συγκεκριμένη επιλογή έγινε με σκοπό να αποτραπεί μια «στεγνή» παρουσίασή τους, καθώς θεωρούμε σημαντικό το πλαίσιο της τέχνης στο οποίο ζουν οι συμμετέχοντες. Θέλοντας, όπως και η Millroy (1991), να φανεί ο λόγος αυτών των ανθρώπων που παρουσιάζουν τους εαυτούς τους, αλλά και η πλούσια ανθρώπινη αλληλεπίδραση που εμφανίζεται στον χώρο εργασίας τους, προσπαθούμε να διατηρήσουμε ένα ανθρώπινο αίσθημα εικαστικής - καλλιτεχνικής ζωντάνιας.

Οι κατηγορίες

Η κατηγοριοποίηση των δεδομένων βασίστηκε σε τρεις βασικούς άξονες: την μαθηματική πρακτική των συμμετεχόντων, τη διαφάνεια αυτής της μαθηματικής πρακτικής, και την αναγνώριση ή μη αυτής εκ μέρους τους.

Οι κατηγορίες που δημιουργήθηκαν για τη μαθηματική πρακτική των συμμετεχόντων αποτελούνται από τις παρακάτω: *Μαθηματικές έννοιες*: Οι μαθηματικές έννοιες που χρησιμοποιούνται εκ μέρους των συμμετεχόντων, όπως η αναλογία κ.α.· *Μαθηματικές διαδικασίες*: Οι μαθηματικές διαδικασίες που χρησιμοποιούνται από τους συμμετέχοντες, όπως η επίλυση προβλήματος κ.α.· *Μαθηματικά εργαλεία*: Τα μαθηματικά εργαλεία που χρησιμοποιούνται από τους συμμετέχοντες, όπως τα προσχέδια σε μιλιμετρέ χαρτί κ.α.

Όσον αφορά στη διαφάνεια αυτής της μαθηματικής πρακτικής, κατηγοριοποιήθηκε ο ρόλος των εργαλείων ως εξής: *Διαφανής ρόλος*: Τα μαθηματικά και μη μαθηματικά εργαλεία βοηθούν τους συμμετέχοντες να εφαρμόσουν την μαθηματική τους πρακτική. Εδώ έχουμε *άμεση χρήση μαθηματικών*, καθώς οι συμμετέχοντες χρησιμοποιούν τα μαθηματικά με τη βοήθεια ενός εργαλείου (είτε μόνοι τους στις περιπτώσεις απουσίας κάποιου εργαλείου), χωρίς όμως αυτό να τους αναγκάζει «να κάνουν μαθηματικά», όπως η χρήση της κλίμακας· *Μη διαφανής ρόλος*: Τα μη μαθηματικά εργαλεία ενσωματώνουν μέσα τους τα μαθηματικά της πρακτικής των συμμετεχόντων. Έτσι, αυτοί κάνουν *έμμεση χρήση μαθηματικών*, δηλαδή κάνουν κατά αναγκαστικό τρόπο μαθηματικά, μέσω κάποιου εργαλείου, όπως η χρήση του τροχού.

Τέλος, στην αναγνώριση των μαθηματικών πρακτικών από τους ίδιους, προέκυψαν τρεις κατηγορίες: *Μη αντίληψη:* Οι συμμετέχοντες δεν αντιλαμβάνονται ούτε την πρακτική τους, ούτε ότι αυτή αποτελεί μία μαθηματική πρακτική· *Μερική αντίληψη*: Οι συμμετέχοντες συνειδητοποιούν την πρακτική τους, αλλά δεν αντιλαμβάνονται της μαθηματική της φύση· *Πλήρης αντίληψη*: Οι συμμετέχοντες αντιλαμβάνονται και την πρακτική τους, και τη μαθηματική της φύση.

3. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

3.1 Η πρακτική της Κεραμίστριας

Συναντώντας την Κεραμίστρια στο εργαστήριό της, αρχικά μας εισάγει στο ευρύτερο πλαίσιο της Κεραμικής Τέχνης.

Το ευρύτερο πλαίσιο της κεραμικής/αγγειοπλαστικής

Η Κεραμίστρια ασχολείται με την κεραμική τέχνη. Όπως εξηγεί η ίδια, η κεραμική έχει ένα απίστευτα μεγάλο φάσμα, όπου εννοείται οτιδήποτε κατασκευάζεται από πηλό, είτε είναι χρηστικό αντικείμενο, είτε έργο τέχνης, είτε είναι αρχιτεκτονικό μέλος, όπως η παραγωγή διακοσμητικών πλακιδίων και μπορεί να είναι επιτοίχιο, μπορεί να είναι τρισδιάστατο. Οι τεχνικές κατασκευής στην κεραμική ποικίλουν επίσης, με βασικότερες τον τροχό, την πηλοπλαστική ή «hand building» ή με τα «χέρια» (όπου έχουμε τους τρόπους κατασκευής με «φύλλο», «τσιμπητό» ή «μακαρόνι»), τα καλούπια (γύψινα ή πήλινα, φτιαγμένα από τον καλλιτέχνη ή έτοιμα βοηθητικά σχήματα), και τη πρέσα (η οποία χρησιμοποιεί καλούπι).

Η ίδια θεωρεί ότι η αγγειοπλαστική (με τροχό) είναι κομμάτι της κεραμικής. Αιτιολογεί τη συνήθη ταύτιση των δυο λέγοντας ότι «Στην Ελλάδα είχε πολύ ταυτιστεί η κεραμική με την αγγειοπλαστική, γιατί αυτή ήταν η παράδοσή μας. Τον πηλό, σαν υλικό, δεν το χρησιμοποιούσαν ως μέσο έκφρασης καλλιτεχνικής, δηλαδή στην σχολή καλών τεχνών…». Θεωρεί ότι είναι ένα υλικό που ψιλοαντηχεί στην κατασκευή κανατών, γλαστρών, κάτι το οποίο έχει αρκετά αλλάξει: «Πριν από 40 – 50 χρόνια δεν έβλεπες ποτέ κεραμικό έργο τέχνης σε γκαλερί. Στο εξωτερικό δεν ήταν έτσι, δεν το συζητάμε. Στο εξωτερικό είχε τη θέση της ανάμεσα στις καλές τέχνες από χρόνια η κεραμική».

Σκιαγράφηση υποβάθρου και προφίλ

Στη συνέχεια μας μιλάει για τη μαθησιακή πορεία που ακολούθησε μέχρι να φτάσει να γίνει κεραμίστρια.

Η μαθητεία της στο σχολείο και τα μαθηματικά

Η Κεραμίστρια στο σχολείο είχε κάποια προβλήματα. Με τα μαθηματικά λέει ότι δεν είχε κακές σχέσεις: «Λίγο στο αχα χου χα. Αλλά τα πιανα ας πούμε». Θεωρεί ότι έχει μέσα της το κατασκευαστικό. Στην άλγεβρα ήταν καλύτερη από ότι στη γεωμετρία, στην οποία με το σχήμα τα πήγαινε καλά, αλλά με τον τρόπο σκέψης όχι. Η άλγεβρα της φαινόταν ως κάτι πιο χειροπιαστό. «Τα έβρισκα πιο κουκιά μετρημένα. 1, 2, 3, … Μηχανισμοί, ας πούμε. Στους μηχανισμούς… ήμουνα εύκολη. Αλγόριθμοι και…. Θα κάνω αυτό από εδώ, θα κάνω αυτό από εδώ… Αυτά τα μηχανιστικά τα κατέτασσα ας πούμε και τα μάθαινα. Να τα κάνω μηχανικά». Αντίθετα, η γεωμετρία της φαινόταν λίγο πιο χαοτική, πιο θεωρητική. «Δεν έβρισκα ποτέ τον τρόπο που έπρεπε να λύσεις ένα πρόβλημα. Δεν έβρισκα το πώς να ξεκινήσω. Δεν έβρισκα τη λύση… Ενώ στην άλγεβρα ήταν λίγο πιο τυποποιημένα τα πράγματα… Αυτό έχω συγκρατήσει στη μνήμη μου.» Όσον αφορά το μάθημα της Ανάλυσης λέει: «Εγώ δεν θυμάμαι τι θα πει ανάλυση. Την ανάλυση την είχα ταυτίσει με την άλγεβρα και… που είχαμε ανάλυση; Είχαμε κι αλλού; …». Καθώς παρουσιάζει αρκετά αρνητική σχέση με τη γεωμετρία, στη συνέχεια λέει χαρακτηριστικά: «Πάντως εμένα τα μαθηματικά δεν με δυσκόλευαν». Έτσι, τη γεωμετρία δεν την αποδέχεται ως μαθηματικά, τα οποία τα ταυτίζει με την άλγεβρα.

Στην ερώτηση αν διάβαζε, απαντάει: «Ε μαθηματικά δεν διάβαζα. Λίγο. Τα 'πιανα απ' την τάξη ας πούμε». Αυτό το αποδίδει στο γεγονός ότι επειδή ήταν δυσλεκτική έδινε το βάρος στα άλλα μαθήματα όπου τα πράγματα ήταν χειρότερα. Χαρακτηριστικό είναι το παράδειγμα που μας δίνει: «με τα μαθηματικά, ειδικά στην Γ' λυκείου ήταν αστείο το πράγμα. … Έτσι, έχει έρθει ένας καθηγητής, σούπερ ντούπερ, μετά το Πάσχα, να μου κάνει… να μου τα χώσει στο κεφάλι ως διά μαγείας. Και θυμάμαι ότι το ένα από τα τρία βιβλία μου το πέταξε στο πάτωμα και μου είπε αυτό το βιβλίο δεν θα το ανοίξεις καθόλου. Μου λέει εσύ αυτό… και είχαμε άλγεβρα, γεωμετρία και ανάλυση. Αυτά τα τρία. Και μου έβγαλε τη γεωμετρία».

Τα μαθηματικά που η ίδια αναγνωρίζει στην τέχνη της

Συγκεκριμένα όσον αφορά στο αν η ίδια θεωρεί ότι χρησιμοποιεί μαθηματικά κατά την εργασία της στον χώρο της κεραμικής, αξίζει να σημειωθεί ότι στην πρώτη μας τηλεφωνική επαφή μαζί της, αλλά και στην αρχή της πρώτη δια ζώσης συνάντηση στο εργαστήριό της, η ίδια μας ανέφερε πολλαπλά ότι δεν βλέπει κάποια σχέση μεταξύ των δυο αντικειμένων, κεραμικής και μαθηματικών, κι έτσι ένιωθε ανήμπορη να μας βοηθήσει. Έτσι, πριν την έρευνα η Κεραμίστρια δεν αναγνώριζε καμία σύνδεση μεταξύ κεραμικής και μαθηματικών.

Παρ' όλα αυτά, κατά τη διάρκεια των συναντήσεων αναγνωρίζει μαθηματικά στη χρήση κλίμακας, αναφέροντας χαρακτηριστικά «Α ναι αυτό είναι μαθηματικά». Η ίδια αιτιολογεί το γεγονός ότι στην αρχή δεν αναγνώριζε καμία σύνδεση λέγοντας «Ε ναι, δεν το είχα σκεφτεί πολύ». Ρωτώντας την αν πλέον συνειδητοποιεί κάποια μαθηματικά στοιχεία στον χώρο της, ξεκινάει να μας εξηγεί χαρακτηριστικά: «Νομίζω ότι εγώ απλά δεν το ονόμαζα μαθηματικά αυτό. Ξέρω 'γω, αν τα μαθηματικά έχουν να κάνουν με την αρμονία… δηλαδή εγώ αυτό που αναγνωρίζω είναι ότι στη γλυπτική

είναι... έχουμε άμεση σχέση με τη φύση, ε... τώρα, τα μαθηματικά στο επίπεδο αυτό, της μεταφοράς κλίμακας κλπ εντάξει, την ήξερα, απλά δεν το είχα σκεφτεί. Απλά, δεν ξέρω τι ονομάζεται εσείς μαθηματικά, δηλαδή... Ας πούμε ο άντρας μου. Μου λέει ότι στην αρμονία κρύβονται τα μαθηματικά. Ε στη γλυπτική κρύβεται η αρμονία οπωσδήποτε... Άρα μεταβατικά (γέλια)... με αυτήν την έννοια. Αλλά έτσι, πάρα πολύ συνειδητά, όχι δεν (τα συνέδεα)».

Φαίνεται να συνδέει πάρα πολύ τη γλυπτική με την κεραμική με κοινό στοιχείο τον όγκο. Αναγνωρίζει, μάλιστα, ότι «η γλυπτική είναι όγκος. Ένα τρισδιάστατο πράγμα. Όσον αφορά την παραγωγή ενός τρισδιάστατου πράγματος, άμα πρέπει να ισορροπεί, κατά μία έννοια είναι κι αυτό γλυπτική...». Συνδέει, μάλιστα αυτά τα δύο με την αρχιτεκτονική μέσω της κλίμακας και λέει χαρακτηριστικά ότι «η αρχιτεκτονική πρέπει να εμπεριέχει γλυπτική, δηλαδή να ισορροπούν όγκοι». Στο σημείο αυτό φαίνεται να αναγνωρίζει το ρόλο των μαθηματικών λόγω της παραγωγής τρισδιάστατων αντικειμένων: «Τώρα από κει και πέρα, αν ας πούμε, εφόσον είναι η παραγωγή τρισδιάστατων πραγμάτων, αυτό το πράγμα έχει και μαθηματικά... Εκεί βλέπω το κοινό...». Η ίδια προβληματίζεται πάρα πολύ περί του τι είναι τα μαθηματικά: «Ή τα μαθηματικά είναι; Όγκοι; Δεν ξέρω... Εγώ τα μαθηματικά του σχολείου τα είχα ταυτίσει με τους αριθμούς. Σκέφτομαι ας πούμε προσθέσεις, αφαιρέσεις, αυτό... οπότε δεν έχει... Μετά η πρώτη φορά που είδα μαθηματικά χωρίς αριθμούς ήταν με τον άντρα μου. Και λέω "αμάν τι είν' τούτο;" ας πούμε; "Που είναι οι αριθμοί;". Τονίζει μάλιστα τη δυσαρέσκειά της ως προς αυτά: «Και μπορώ να πω ότι έχω απώθηση. Δεν τα κοιτάω καθόλου. Οπότε δεν τα χω προσεγγίσει. Δεν τα πολυαγαπώ κιόλας. Παρουσιάζει πάλι ότι ξέρει ότι τα μαθηματικά δεν είναι μόνο αριθμοί, αλλά αρνείται να τα αποδεχτεί.

Συνεχίζει να μας εξηγεί: «Απλά έχει αποδειχθεί στη φύση ό,τι ενέχει τη χρυσή τομή έχει και αισθητική αρμονία. Αυτό. Κάτι άλλο δεν... Όχι, το συνδέω περισσότερο με τη φύση παρά με τα μαθηματικά.... Δηλαδή πως το συνδέω; Λέω ότι τη φύση πήγαν να εξηγήσουν τα μαθηματικά, άρα είναι κομμάτι της φύσης όχι των μαθηματικών». Εν τέλει, αποφασίζει ότι έχουν κάποια σχέση, κλείνοντας: «Ναι, ναι, θα το κόλλαγα. Όμως με τα μαθηματικά, με την έννοια (ότι) έχουμε δει ότι αυτό το πράγμα που στο μάτι μας φαίνεται όμορφο, εντός εισαγωγικών... άμα κάνεις μια διαίρεση βγαίνει ένας συγκεκριμένος αριθμός».

Όπως η ίδια καταλήγει και θα δούμε και παρακάτω, εκτός από τη μεταφορά κλίμακας και τη χρυσή τομή αναγνωρίζει και την έννοια του μήκους, υπό την έννοια της μεταφοράς με το κομπάσο. Μάλιστα, αναγνωρίζει στην αρχιτεκτονική όλα αυτά που κάνει σχετικά με τις αναλογίες, και για την αρμονία (χρυσή τομή) στην αρχιτεκτονική. Από το σχολείο πήρε βοήθεια στην ευέλικτη χρήση του κομπάσου ως τρισδιάστατου κάναβου.

Η μαθητεία της στην κεραμική

Συνεχίζοντας σχετικά με τη μαθησιακή της εμπειρία, τελειώνοντας το σχολείο, η Κεραμίστρια σπούδασε πρώτα αρχιτεκτονική και παράλληλα ξεκίνησε μαθήματα

κεραμικής. Μαθήτευσε σε διάφορους ιδιώτες δάσκαλους, ένας από τους οποίους ήταν ένας παραδοσιακός τεχνίτης του τροχού, και άρχισε να δουλεύει σε εργαστήρια κυρίως βοηθώντας. Την ίδια μάλιστα περίοδο πήγαινε κι ως ακροάτρια στην Καλών Τεχνών. Μετά το πανεπιστήμιο πήγε στο εξωτερικό για να κάνει ένα μεταπτυχιακό κεραμικής τέχνης.

Πιστεύει ότι όλη αυτή η πολύπλευρη εκπαίδευση την έχει βοηθήσει στη εργασία της στην κεραμική. Συγκεκριμένα, θεωρεί ότι η αρχιτεκτονική της έχει δώσει αισθητική παιδεία, και λίγο σχέδιο, κάτι που φαίνεται να το αποδίδει στο γεγονός ότι «ειδικά η αρχιτεκτονική είναι πολύ κοντά στη γλυπτική. Ζωγραφική μπορεί να μην είναι, αλλά στην ουσία είναι σύνθεση όγκων το ένα, σύνθεση όγκων και το άλλο. Σε μια άλλη κλίμακα. .... Δηλαδή εγώ θεωρώ ότι είτε κάνεις κόσμημα, είτε κάνεις αγγείο, είτε κάνεις σπίτι, είτε κάνεις... είναι μεταφορά κλίμακας. Φαίνεται ότι την έχει επηρεάσει πολύ κι από το γεγονός ότι θεωρεί χαρακτηριστικά ότι η ίδια δεν είναι «καθόλου, ας πούμε, τυπικό εργαστήριο. Δεν κάνω μόνο αυτό, γενικά ασχολούμαι και με τα αρχιτεκτονικά... δηλαδή τώρα πια δεν δουλεύω σχεδόν καθόλου... αλλά έχω δουλέψει κι ως αρχιτέκτονας αρκετά...» Παρόλα αυτά, πιο έντονη θεωρεί τη συμβολή των κεραμιστών δασκάλων της. Όπως λέει: «γιατί είχα πάρα πολύ μεγάλους δάσκαλους κεραμίστες... αυτοί νομίζω με έχουν επηρεάσει πολύ περισσότερο από (την αρχιτεκτονική). Αν έκανα αρχιτεκτονική δουλειά θα έλεγα ναι (με έχει επηρεάσει πολύ η αρχιτεκτονική), αλλά... δηλαδή, αν είχα ενδεχομένως πιο πολλές επιφάνειες, δηλαδή πιο πολύ γεωμετρικά πράγματα... Έχει υπερισχύσει δηλαδή το άλλο κομμάτι». Στο σημείο αυτό, φαίνεται να ταυτίζει την έννοια της επιφάνειας με πιο «γεωμετρικά πράγματα», δηλαδή στη λέξη «επιφάνεια» έχει ως εικόνα στο μυαλό της πιο κανονικά σχήματα και επιφάνειες, τετράγωνα, κύκλους κλπ. Κάτι άλλο που όπως θεωρεί η ίδια ότι την επηρεάζει πολύ είναι ότι έχει τον ελληνικό πολιτισμό μέσα της, όπως μας λέει σχολιάζοντας την πιατέλα με διάφορα μοτίβα από σπείρες κ.α.

Εικόνα 1

Σήμερα

Επαγγελματικά ξεκίνησε να δουλεύει το 2000. Η δουλειά της χαρακτηρίζεται από ένα μεγάλο εύρος κατασκευών. Έχει κάνει διάφορες εφαρμογές σε σπίτια, όπως μια κεραμική κατασκευή γύρω από ένα τζάκι, έναν μικρό διάκοσμο κεραμικό ή μια βρύση σκαλιστή, «ή τραπέζια μπορείς να φτιάξεις κεραμικά... δηλαδή της επιφάνειας. Υπάρχει κι αυτό...». Αυτό, όμως, που την έχει τραβήξει είναι τα αγάλματα και κυρίως τα μεγάλα.

Εικόνα 2

Διαδικασία και εργαλεία

Σε γενικές γραμμές η διαδικασία που ακολουθεί για να κατασκευάσει ένα αντικείμενο είναι η εξής: Στην αρχή παίρνει από το τσουβάλι τον πηλό και τον ζυμώνει καλά «όπως το ψωμί» για να φύγει ο αέρας του και να γίνει πιο εύπλαστος. Μετά, ανάλογα το αντικείμενο που θέλει να κατασκευάσει χρησιμοποιεί διάφορες τεχνικές και εργαλεία. Κατά βάση κάνει πηλοπλαστική, χρησιμοποιώντας κυρίως τις τεχνικές μακαρόνι, φύλλο και πιο σπάνια τσιμπητό. Σύμφωνα με την ίδια, «η κάθε μέθοδος έχει πάρα πολύ μεγάλο δρόμο να κάνεις και πάρα πολλά πράγματα να εφεύρεις. Δηλαδή, η κατασκευή έχει το στοιχείο της εφεύρεσης». Μετά την κατασκευή, ακολουθεί η διακόσμησή του, όπου το εύρος των τεχνικών είναι πολύ μεγάλο: η αποτύπωση μοτίβων με διάφορα αντικείμενα, όπως κουμπιά, σεμέν, ξύλα, κοχύλια κ.α. ή χάραξη με πιρούνια, κουτάλια, ξύλα, σκαλιστήρια, μαχαίρια κ.α. Έτσι, η Κεραμίστρια κάνει άμεση χρήση της έννοιας του μοτίβου, έχοντας ταυτόχρονα μερική αντίληψη επί αυτού. Αφού ολοκληρωθεί η κατασκευή του, η Κεραμίστρια το αφήσει να στεγνώσει και μετά το βάζει για το πρώτο ψήσιμο. Στη συνέχεια είναι η ώρα της εφυάλωσης, της βαφής δηλαδή του αντικειμένου με τις «μπογιές τις κεραμικής (που) λέγονται γυαλιά». Αυτά είναι σε μορφή σκόνης, την οποία αναμειγνύεις με νερό. Οι τεχνικές εδώ είναι με πινέλο, με αερογράφο (ψεκαστό) και με βούτηγμα. Αφού ολοκληρωθεί η βαφή μπαίνει στο φούρνο για το δεύτερο ψήσιμο, από όπου βγαίνει έτοιμο για έκθεση, πώληση ή χρήση.

Τα εργαλεία που χρησιμοποιεί περιλαμβάνουν μικρούς χειροκίνητους τροχούς, και καλούπια ή άλλα βοηθητικά σχήματα και σκεύη, όπως για παράδειγμα μπολ. Επίσης, σημαντικά εργαλεία είναι το κομπάσο, η φιλιέρα και ο πλάστης. Ακόμα, χρησιμοποιεί διάφορα εργαλεία χειρός: Από πολύ λεπτά πράγματα, όπως μαχαίρι, πιρούνι, κουτάλι, γλυφίδες, ξυλογλυφίδες ή μεταλλικές/ατσαλένιες ή λαστιχένιες, (πελεκούδες), ατσαλίδες. Όλα αυτά, μας εξηγεί, είναι για διάφορα στάδια: «για να φτιάχνεις πιο λεία την επιφάνεια, να τη γδέρνεις, να κάνεις υφές. Να κάνεις κύκλους. Κάποια έχουν σαν κυκλάκια από σύρμα (σαν φουρκέτα). Με αυτά μπορείς να κάνεις και διακοσμητικά, κύκλους δηλαδή να αφαιρείς, αλλά και για να στρώνεις σημεία που ταιριάζει αυτή η καμπυλότητα (για τα μέσα). Δηλαδή, έχουν μια καμπυλότητα που βολεύει πολλές φορές... Ή για να αδειάσεις ένα κεραμικό που το έχεις κάνει αρχικά συμπαγές (όπως το κολοκυθάκι)». Μας τονίζει ότι «εργαλείο στην κεραμική είναι τα πάντα. Όλα τα οικιακά, πιρούνια, κουτάλια κλπ. Και υπάρχουν και κάποια πηχάκια, που τα χρησιμοποιούμε για το ωραίο ίχνος που αφήνουν (αυλάκι)». Παίρνει ένα και μας το δείχνει, εξηγώντας: «είναι τετράγωνο και (όταν το πατάμε) αφήνει αυτή τη γωνία». Παρατηρούμε ότι εμφανίζεται η έννοια της καμπυλότητας με άμεση χρήση και μερική

αντίληψη εκ μέρους της Κεραμίστριας. Βλέπουμε, επίσης, την άμεση χρήση του μαθηματικού αντικειμένου «τετράγωνο» και «κύκλος», με μερική αντίληψη επί αυτού.

Εικόνα 3

Η αποφυγή χρήσης του τροχού και η χρήση μικρών τροχακίων

Όσον αφορά τις τεχνικές, κάτι ακόμα που μας λέει είναι ότι σπάνια χρησιμοποιεί ηλεκτρικό τροχό, αν και διαθέτει. Ο λόγος είναι ότι δεν της αρέσουν, όπως χαρακτηριστικά λέει, «τα πολύ κανονικά κεραμικά», καθώς «τα βγάζει όλα αναγκαστικά συμμετρικά λόγω της φυγόκεντρου». Τονίζει, όμως, ότι το εργαλείο αυτό όταν το χρησιμοποιείς προκαλεί ένα απίστευτο συναίσθημα «διαλογισμού λόγω της φυγόκεντρου» και επισημαίνει τη δυνατότητα «να τα παραποιήσεις αυτά (τα συμμετρικά) και από τελείως συμμετρικά να τα κάνεις ασύμμετρα». Αντί αυτού, όμως χρησιμοποιεί συχνά μικρούς χειροκίνητους τροχούς, τα οποία τα γυρνάει με το χέρι της, και τα οποία, όπως λέει η ίδια, είναι σχεδόν απαραίτητα για το κομμάτι της διακόσμησης: «είτε δουλεύεις αντικείμενο εδώ ανεβάζοντάς το για να μπορεί να γυρίζει αυτό χωρίς να πληγώνεις το κομμάτι, είτε ουσιαστικά εδώ στήνεις το κομμάτι. Εγώ πάντα τα στήνω σε τέτοια. Αν έχεις πολύ μεγάλο αντικείμενο το βάζεις πάνω στο πιο μεγάλο τροχό. Σηκώνει πολύ βάρος, έως και 100 κιλά». Εμφανίζονται η άμεση χρήση της περιστροφής και της συμμετρίας, με μερική αντίληψη εκ μέρους της Κεραμίστριας.

Εικόνα 4

Το «ντύσιμο του κενού» με μακαρόνι και με φύλλο

Κάτι πολύ σημαντικό που η ίδια μερικώς αντιλαμβάνεται είναι ότι ορίζει άμεσα τις στρατηγικές που ακολουθεί με βάση του ότι «όλα τα αντικείμενα πρέπει να είναι

κελύφη», διότι αλλιώς στο ψήσιμο εκρήγνυνται. «Ουσιαστικά ντύνουμε το κενό. Δουλεύουμε προσθετικά. Έχουμε, θεωρώ αυτή την πολύ βασική αντίληψη. Ότι έχουμε πάντοτε την αίσθηση του κενού. Μας το επιβάλει το υλικό μας», μας λέει. Έτσι, ξεκινάει την κατασκευή στηριζόμενη άμεσα στην οπτικοποίησή της, καθώς τα περισσότερα έργα τα φτιάχνει αρχίζοντας πρώτα «από το σχήμα που έχει το τι εδράζεται κάτω», δηλαδή φτιάχνει πρώτα τη βάση του αντικειμένου και σε αυτήν προσθέτει «επάλληλες λωρίδες πηλού» («μακαρόνι»), μεγάλες σε μέγεθος χτίζοντας έτσι το υπάρχον σχήμα. «Ουσιαστικά είναι σαν αξονικός τομογράφος. Τομές. Τομές, τομές, τομές. Οριζόντιες τομές, στην ουσία... Χτιστά κομμάτια πηλού». Έτσι, η Κεραμίστρια χρησιμοποιεί άμεσα την παραλληλία, έχοντας ταυτόχρονα μερική αντίληψη αυτής.

Αν το αντικείμενο έχει μεγάλη βάση τότε, μας λέει: «την φτιάχνω κατευθείαν μεγάλη. Δηλαδή το ανοίγω με τον πλάστη ή τη φιλιέρα, γιατί αυτό που είναι κάτω είναι φλατ, και κόβω το κομμάτι, το σχήμα του κομματιού που εδράζεται», κάτι το οποίο μας υποδεικνύει και την άμεση χρήση οπτικοποίησης, με ταυτόχρονη μερική αντίληψη εκ μέρους της Κεραμίστριας.

Η τεχνική με το φύλλο χρησιμεύει, όχι μόνο για την κατασκευή της βάσης των αντικειμένων, αλλά και για την υπόλοιπη κατασκευή: «Στο γκρουπ της πηλοπλαστικής είναι και το χτίσιμο μιας κατασκευής με φύλλο. Εγώ δεν έχω τέτοιο. Που είναι συνήθως κουτιά... Για τα λιγότερο κοίλα πράγματα.. Ή μάλλον για τα λιγότερο σφαιρικά, δηλ έναν κύλινδρο μπορείς να κάνεις. Αλλά φαντάσου ότι έχεις ένα φύλλο πηλού και το λυγίζεις». Φαίνεται, πάλι η άμεση χρήση οπτικοποίησης. Επίσης παρατηρούμε ότι η Κεραμίστρια είναι σε θέση να ξεχωρίσει την έννοια του σφαιρικού, του κυλινδρικού και του κοίλου, και να διακρίνει ότι και οι δυο επιφάνειες, κυλινδρικές και σφαιρικές, χαρακτηρίζονται από καμπυλότητα.

Η χρήση της φιλιέρας

Στο σημείο αυτό μας περιγράφει τα δυο αυτά αντικείμενα. «Στα πιο επαγγελματικά πράγματα υπάρχει η φιλιέρα». Η φιλιέρα είναι ένα μηχάνημα το οποίο χρησιμοποιεί κάποιος για να φτιάξει φύλλα πηλού, «για οτιδήποτε θέλει να βγει επίπεδο, δεν έχει καμπυλότητα»: «Στην ουσία ανοίγει φύλλα. Δηλαδή βάζεις τον πηλό επάνω, τον ρυθμίζεις και ανοίγεις φύλλα και χτίζεις... μπορείς να χτίσεις κομμάτια ας πούμε». Από τη φράση της αυτή, μάλιστα παίρνει πάτημα και λέει χαρακτηριστικά: «Με τη γεωμετρία, ας πούμε, εντάξει, έχει σχέση η κεραμική. Με τους αριθμούς δεν ξέρω. Με τη γεωμετρία, εφόσον είναι τρισδιάστατα αντικείμενα...», λόγια τα οποία φανερώνουν ότι η ίδια συνδέει τις έννοιες της επιφάνειας με τη γεωμετρία, αλλά μάλλον δεν αναγνωρίζει την τελευταία ως κάτι το μαθηματικό - ή τουλάχιστον δε φαίνεται να το θεωρεί αξιόλογο – και δέχεται μόνο τους αριθμούς, αν και, όπως θα δούμε, αυτή φαίνεται να είναι παντού κυρίαρχη στο χώρο της. Κάνοντας, λοιπόν, γενικά άμεση, αλλά και έμμεση λόγω της φιλιέρας, χρήση της γεωμετρίας και της έννοιας της επιφάνειες και του επίπεδου/επιπέδου, παρουσιάζει μερική αντίληψη αυτού.

Συνεχίζει παρουσιάζοντάς μας το μηχάνημα και εξηγώντας τον τρόπο λειτουργίας του. Ουσιαστικά, πρόκειται για τον συνδυασμό της κατακόρυφης και οριζόντιας μετατόπισης. Στην ουσία, είναι ένα τραπέζι, στην επιφάνεια του οποίου τοποθετούμε ένα κομμάτι πηλού, το οποίο θέλουμε να μετατρέψουμε σε φύλλο. Στο τραπέζι αυτό υπάρχει περασμένος ένας μηχανισμός σαν ορθογώνιο πλαίσιο, μέσα από τον οποίο περνάει η επιφάνεια του τραπεζιού και ο οποίος μπορεί να «γλιστράει» δεξιά-αριστερά (ή μπρος-πίσω), να μετακινείται δηλαδή στο οριζόντιο επίπεδο του χώρου. Στο επάνω (από την επιφάνεια του τραπεζιού) μέρος του πλαισίου, υπάρχει ένας μεγάλος, «ξαπλωμένος», σιδερένιος κύλινδρος, ο οποίος όντας κολλημένος στο ορθογώνιο αυτό πλαίσιο, αναγκαστικά μετακινείται κι αυτός στο οριζόντιο επίπεδο του χώρου. Ο άξονας, μάλιστα, του κυλίνδρου είναι παράλληλος προς την επιφάνεια του τραπεζιού.

Για το πιο εύκολο «γλίστρημα» του κυλίνδρου υπάρχουν στρωμένα στην επιφάνεια του τραπεζιού, το ένα πάνω από το άλλο, δυο λευκά υφασμάτινα φύλλα. Στο ένα πλάι του ορθογωνίου αυτού πλαισίου (δεξιά στην εικόνα) υπάρχει ένας περιστρεφόμενος μηχανισμός που λειτουργεί σαν ένα είδος μανιβέλας. Με την περιστροφή της προκαλεί την οριζόντια μετατόπιση του κυλίνδρου, και συγκεκριμένα με αριστερή περιστροφή ο κύλινδρος αναγκάζεται να πάει μπροστά (δεξιά), ενώ με δεξιά περιστροφή αναγκάζεται να κινηθεί πίσω (αριστερά). Στο άλλο πλάι του πλαισίου, υπάρχει μία ροδέλα (αριστερό μέρος της εικόνας) την οποία ο χρήστης περιστρέφει, κάνοντας τον σιδερένιο κύλινδρο να ανεβαίνει και να κατεβαίνει. Ρυθμίζει έτσι το πάχος του φύλλου, όσο ο ίδιος επιλέξει. Ουσιαστικά, η απόσταση που έχει ο κύλινδρος από την επιφάνεια του τραπεζιού, θα είναι ακριβώς το πάχος του υπό κατασκευή φύλλου.

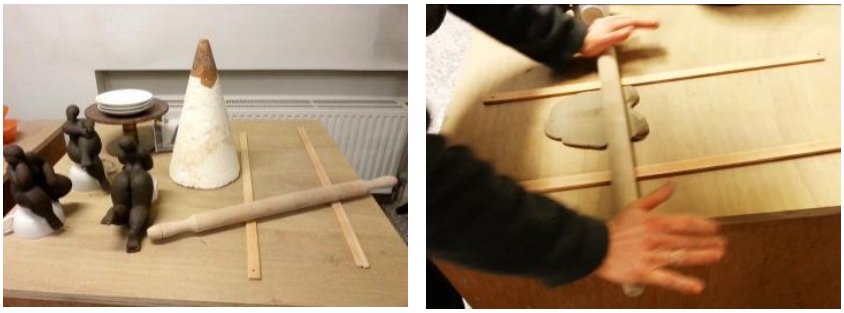
Οπότε, αυτό που κάνει ουσιαστικά είναι να βάζει το κομμάτι του πηλού ανάμεσα στα δυο υφασμάτινα φύλλα, ρυθμίζει το επιθυμητό πάχος περιστρέφοντας τη ροδέλα, και περιστρέφει τη μανιβέλα δεξιά-αριστερά, αναγκάζοντας έτσι τον κύλινδρο να «γλιστρήσει» πάνω από το ύφασμα, πάνω από το κομμάτι πηλού. Ουσιαστικά, καθώς ο άξονας του κυλίνδρου είναι παράλληλος προς την επιφάνεια του τραπεζιού, η οριζόντια αυτή μετατόπιση αναγκάζει το κομμάτι του πηλού να γίνει επίπεδο και μάλιστα παντού ισόπαχο, δηλαδή τα δυο επίπεδα του φύλλου να είναι μεταξύ τους παράλληλα.

Είναι εμφανές, ότι «για μεγάλα κομμάτια είναι πολύ χρήσιμο. Γιατί τα κάνει τελείως ισόπαχα, και κερδίζεις χρόνο», όπως μας λέει η Κεραμίστρια. Φαίνεται ότι αναγνωρίζει την έννοια του ισόπαχου, έχοντας έτσι μερική αντίληψη σε σχέση με αυτήν, και κάνοντας έμμεση χρήση αυτού. Δεν φαίνεται όμως να αντιλαμβάνεται τον λόγο που γίνεται το φύλλο ισόπαχο, δηλαδή την παραλληλία του άξονα του κυλίνδρου με το επίπεδο του τραπεζιού, επομένως κάνει έμμεση χρήση αυτού, μη έχοντας σχετική αντίληψη.

Εικόνα 5

Η χρήση του πλάστη

Για πιο μικρές επιφάνειες, «αυτό αντικαθίσταται με τους πλάστες». Όπως φαίνεται και στην εικόνα, η στρατηγική της περιλαμβάνει το να διαλέγει δυο πηχάκια του ίδιου πάχους για να τα βάλει δεξιά κι αριστερά, τοποθετεί ανάμεσά τους τον πηλό και ρολάρει από πάνω του τον πλάστη. Το σημαντικό εδώ είναι τα δυο πηχάκια να είναι, όπως χαρακτηριστικά αναφέρει, «ισόπαχα», ώστε το φύλλο να έχει το ίδιο πάχος παντού: «Αν το κάνεις μόνος σου με τον πλάστη, μπορεί αλλού να το κάνεις πολύ λεπτό. Εδώ είσαι σίγουρη ότι το φυλλαράκι σου είναι το πάχος αυτού του πηχακίου. Και αν το θέλεις πιο χοντρό, βάζεις δυο πηχάκια. Και αν είναι μεγάλο το κομμάτι, δεν μπορεί να είναι πάρα πολύ λεπτό το φύλλο». Στο σημείο αυτό τη ρωτάμε πως υπολογίζει πόσο πηλό θα χρειαστεί, όπου μας απαντάει: «Με την πείρα… ανάλογα με το πάχος και το μέγεθος, ξέρεις περίπου πόσο θα σου χρειαστεί. Αλλά ο πηλός δεν είναι ένα ακριβό υλικό. Κόβεις απ' τη σακούλα και βάζεις».



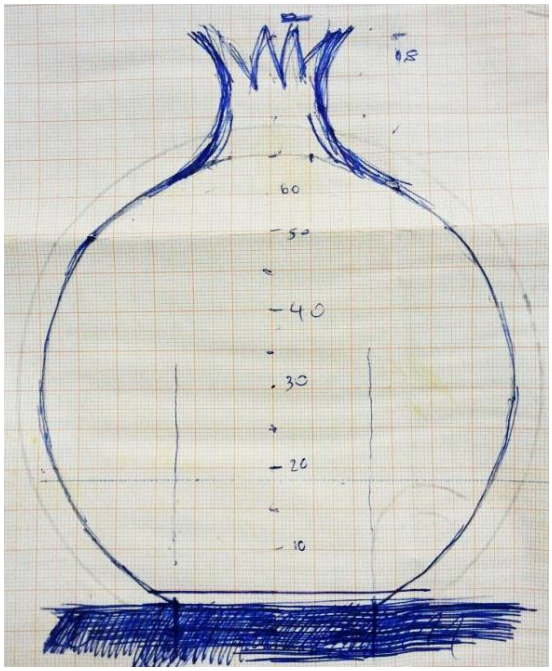
Εικόνα 6

Ουσιαστικά, η Κεραμίστρια με τα πηχάκια αυτά μετράει το πάχος που θέλει να δώσει στο υπό δημιουργία φύλλο πηλού, δηλαδή χρησιμοποιεί ως μονάδα μέτρησης το πάχος του κάθε πηχακίου, και κάνει έτσι τα δυο επίπεδα (πάνω και κάτω) του πήλινου φύλλου να είναι μεταξύ τους παράλληλα. Χρησιμοποιεί ως εκ τούτου άμεσα τις έννοιες της μέτρησης, της σχέσης διαστάσεων-όγκου και της παραλληλίας, δεν συνειδητοποιεί όμως τη μαθηματική τους φύση, οπότε έχει μερική αντίληψη επί αυτών. Όσον αφορά στην έννοια του εμβαδού, κάνει άμεση χρήση αυτής, αλλά παρουσιάζει μη αντίληψη, καθώς δεν συνειδητοποιεί ότι αυτό που αναφέρει ως μέγεθος είναι ουσιαστικά το εμβαδόν της επιφάνειας. Φαίνεται, επίσης, η αίσθησης συσχέτισης που διαθέτει όσον αφορά στις διαστάσεις «πάχος» και «μέγεθος» (με την έννοια του εμβαδού της επιφάνειας ή του όγκου), του φύλλου, αίσθηση την οποία έχει αναπτύξει μετά από πολλές δοκιμές και πλάνες, και την οποία έχει γενικεύσει σε εμπειρικούς υπολογισμούς. Ακολουθεί, λοιπόν, τις μαθηματικές αυτές διαδικασίες, κάνοντας άμεση χρήση αυτών, με ταυτόχρονη μερική αντίληψη, καθώς δεν το θεωρεί αυτό μαθηματικά.

Η κατασκευή ενός μεγάλου ροδιού με μακαρόνι με τη χρήση μιλιμετρέ χαρτιού

Ξαφνικά, παρατηρούμε ένα μιλιμιτρέ χαρτί πάνω στο οποίο υπήρχε ένα σχέδιο (προσχέδιο), το οποίο φαίνεται ότι χρησιμοποιούσε (άμεση χρήση) για να επιτύχει τις τελικές διαστάσεις ενός ροδιού. Όταν τη ρωτήσαμε τι είναι αυτό αναφώνησε γελώντας: «Αα επειδή έχει (μιλιμιτρέ)!», κάτι που μας δείχνει πλήρη αντίληψη περί της φύσης του χαρτιού αυτού, πέραν της άμεσης χρήσης του. Μας εξηγεί ότι της ζήτησαν από ένα σχολείο για φιλανθρωπικούς σκοπούς να φτιάξει ένα τεράστιο ρόδι και όπως λέει η ίδια χαρακτηριστικά: «Και εδώ πέρα επειδή το 'θέλαν 60 πόντους (περίπου)… Ήθελα να δω λίγο το σχήμα. Κι έχω χρησιμοποιήσει αυτό επειδή έχει τέλεια τις υποδιαιρέσεις, ξέρω γω κάθε τετραγωνάκι νομίζω ότι είναι… (σκέφτεται) …το κάθε τετραγωνάκι πόσο βγάζει… 10 πόντους».

Αυτό που κάνει, δηλαδή, είναι να χρησιμοποιεί τις υποδιαιρέσεις του μιλιμιτρέ χαρτιού (άμεση χρήση) έτσι ώστε να υπολογίζει ένα τετράγωνο (1 εκατοστό) για κάθε 5 εκατοστά του πραγματικού αντικειμένου (1:5). Οπότε ρωτώντας την αν έχει υπολογίσει πλέον πόσο πρέπει να είναι η βάση, μας λέει: «Αυτό λέω, ότι μορφολογικά έχω υπολογίσει… ναι είναι 25».



Εικόνα 7

Στην ερώτηση πως θα υπολογίσει το πόσο θα το ανοίξει, καθώς ανεβαίνει, σε κάθε λωρίδα (μακαρόνι), μας απαντάει: «Κάνω σαν τομές όπως είναι του αξονικού τομογράφου, που είπαμε πριν. Και δηλαδή λέω σε τόσο ύψος έχει γίνει τόση η διάμετρος». Ουσιαστικά, η Κεραμίστρια χρησιμοποιεί τη μέτρηση της διαμέτρου του κάθε επάλληλου κύκλου που φτιάχνει για να καθορίσει αλλά και να επαληθεύσει το αντίστοιχο ύψος στο κάθε στάδιο. Ως εκ τούτου κάνει άμεση χρήση της μέτρησης και της επαλήθευσης, έχοντας μερική αντίληψη επί αυτών. Στη συνέχεια τη ρωτάμε πως υπολογίζει την καμπύλη που θα του δώσει και μας λέει ότι τη φαντάζεται, «… αλλά εντάξει άμα έχεις τόσα πολλά σημεία, δηλαδή αυτό το σημείο, αυτό το σημείο, πας απλά αρμονικά». Συνολικά, παρατηρούμε μεγάλη αίσθηση της σχέσης μεταξύ διαστάσεων και μεγέθους (όγκου), και συγκεκριμένα της σχέσης μεταξύ του ύψους και της διαμέτρου του αντικειμένου σε κάθε στάδιο. Η σχετική αντίληψη της Κεραμίστριας είναι μερική, ενώ η χρήση της άμεση.

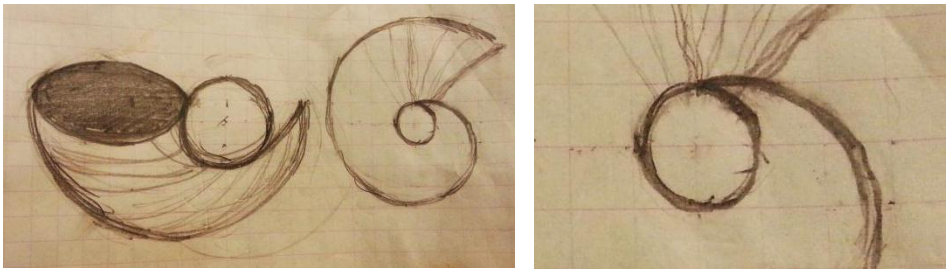
Μας τονίζει, όμως, ότι στην παραγγελία αυτή δεν είχε αυστηρές προδιαγραφές. Αν είχε, μας λέει ότι θα το έκανε «υπό κλίμακα». Ρωτώντας την, έτσι, «Αυτό τώρα δεν είναι υπό κλίμακα;» μας απαντάει χαρακτηριστικά: «Αυτό είναι τώρα, αλλά… θέλω να πω ότι αν μου ζήταγαν ένα ρόδι 75 πόντους υποχρεωτικά, που είναι αυτό, θα έκανα ένα ρόδι 7,5 εκατοστά ας πούμε», εννοώντας ότι θα χρησιμοποιούσε πιο «αυστηρή» κλίμακα, δηλαδή ένα τετράγωνο στο χαρτί (1 εκατοστό) για κάθε 10 εκατοστά του πραγματικού αντικειμένου (1:10) και όχι όπως αυτό εδώ (1:5). Οπότε, η στρατηγική που ακολουθεί η Κεραμίστρια σε περίπτωση παραγγελίας, δηλαδή διαστάσεων αυστηρών προδιαγραφών, είναι να κάνει το προσχέδιο στο χαρτί και μετά, όπως η ίδια αναφέρει: «άμα μου ζητάνε κάτι ένα μέτρο, ουσιαστικά λέω εδώ είναι 3 πόντους, άρα κάνω τον πολλαπλασιασμό». Αμέσως συνεχίζει την πρόταση της και λέει: «Κι όντως. Δηλαδή εντάξει όταν κάνεις πρόπλασμα και χρησιμοποιείς μεγάλη κλίμακα, χρησιμοποιείς μαθηματικά οπωσδήποτε εκεί. Κάνεις μια μεταφορά κλίμακας». Η Κεραμίστρια ως εκ

τούτου χρησιμοποιεί άμεσα την έννοια της κλίμακας, αλλά και της μοντελοποίησης ως στρατηγική επίλυσης στο προς λύση κατασκευαστικό πρόβλημα. Όσον αφορά την κλίμακα έχει άλλοτε μερική και άλλοτε πλήρη αντίληψη, ανάλογα με το μέγεθος ή την ακρίβεια της κλίμακας που χρησιμοποιεί, ενώ σχετικά με την μοντελοποίηση έχει παρουσιάζει αντίληψη. Μάλιστα, στην τελευταία φράση της φαίνεται ως μαθηματικά να θεωρεί τον πολλαπλασιασμό και όχι την ίδια την κλίμακα, καθιστώντας έτσι την αντίληψή της στο σημείο αυτό μερική.

Η κατασκευή του μικρού και του μεγάλου Κοχυλιού

Ακριβώς δίπλα υπάρχει ένα μεγάλο αντικείμενο σε σχήμα κοχυλιού. Μας εξηγεί ότι αυτό δεν το κάνει με μακαρόνι: «…δεν είναι λωρίδα. Είναι κύλινδρος. Το κάνω λωρίδα και το γυρίζω, το γυρίζω… Είναι κενή όλη η σαν προβοσκίδα ας πούμε.». Χαρακτηριστικά μας δείχνει πως είναι οι τομές (κυκλικό σχήμα, όχι ελλειπτικό). Επειδή μάλιστα, όπως το γυρίζει, αλλάζει το πάχος του κυλίνδρου, μας λέει ότι αυτά τα κομμάτια είναι πιο δύσκολα. Η στρατηγική που ακολουθεί εδώ για να δώσει λύση σε αυτό το πρόβλημα που αντιμετωπίζει, είναι να περιμένει να στεγνώσει λίγο, για να σταθεροποιηθεί και το επαναδιαμορφώνει. Χρησιμοποιεί ως εκ τούτου άμεσα στρατηγικές επίλυσης προβλήματος, καθώς και το γεωμετρικό αντικείμενο του κυλίνδρου, χωρίς όμως ταυτόχρονη αντίληψη επί αυτών.

Παρατηρούμε, στη συνέχεια ότι στον διπλανό τοίχο έχει φτιάξει κι έχει κρεμάσει το αντίστοιχο προσχέδιο του αντικειμένου αυτού. Όταν τη ρωτάμε μας λέει: «Α ναι ναι. Η χρυσή τομή. Εδώ το έχω κάνει, όχι για να το χρησιμοποιήσω. Για να βρω ενδιαφέροντα σχήματα. Όπως έχω φτιάξει κι αυτά, κι αυτά, γιατί δεν μπορείς να ξεκινήσεις τώρα να φτιάξεις ένα πράγμα… πρέπει να κάτσεις να κάνεις…». Η Κεραμίστρια, λοιπόν, κάνει άμεση χρήση προσχεδίων, με μερική αντίληψη αυτών. Αν και το σχεδιάγραμμα που έχει κάνει δεν είναι ακριβές, φαίνεται, ότι η Κεραμίστρια χρησιμοποίησε άμεσα, έχοντας μερική αντίληψη αυτής, την αναλογία της χρυσής τομής, για να βασίσει επάνω στο σχεδιάγραμμα αυτό το σχήμα του υπό κατασκευή αντικειμένου, για να είναι «όμορφο».



Εικόνα 8

Μάλιστα, μας λέει ότι αφού «βρήκε το σχήμα του» από το σχεδιάγραμμα και πριν φτιάξει το μεγάλο κοχύλι αυτό, έφτιαξε το «μωρό» του, δηλαδή ένα πρόπλασμα αυτού, για να δει πως της βγαίνει το σχήμα και μετά να μεγεθύνει το μωρό αυτό σε μεγάλο (εδώ βέβαια την μεγέθυνση την έκανε χωρίς καθόλου αυστηρότητα, καθώς ήταν ένα προσωπικό έργο, χωρίς προδιαγραφές, όπου περισσότερο την ενδιέφερε το

σχήμα). Την κατασκευή πρώτα των προπλασμάτων, όπως μας λέει, την χρησιμοποιεί πολύ συχνά όταν θέλει να φτιάξει μεγάλα αντικείμενα (μας δείχνει τα δυο κοχύλια, δηλαδή το μεγάλο κι το μωρό του). Βλέπουμε έτσι την άμεση χρήση προπλασμάτων εκ μέρους της, υιοθετώντας έτσι την άμεση χρήση της μοντελοποίηση, πάλι με μερική αντίληψη επί αυτών.

Εικόνα 9

Στο σημείο αυτό, μας λέει ότι γενικά κάνει αρκετά σχέδια τέτοιου τύπου, «με τετραγωνάκια», «γιατί βοηθάει». Μάλιστα αρκετά είναι τα αυτοσχέδια τέτοια χαρτιά, όπου έχει ζωγραφίσει μόνη της τις μονάδες, όπως στην περίπτωση του κοχυλιού. Συνεχίζει λέγοντας: «Φαντάζομαι ότι η αρχιτεκτονική με έχει βοηθήσει σε αυτό…» Και στη γλυπτική το κάνουν ακόμα περισσότερο, στις αναλογίες. Δηλαδή, ξέρεις ότι η χρυσές τομές είναι συνήθως σε αρμονικά σχήματα…». Βλέπουμε πάλι την άμεση χρήση των προσχεδίων και της αρμονίας, με μερική αντίληψη αυτών, καθώς φαίνεται ότι δεν τα συνδέει με τα μαθηματικά.

Στη συνέχεια εξηγεί ότι τη χρυσή τομή δεν τη χρησιμοποιεί πολύ. Γενικά δουλεύει αυθόρμητα. Αλλά τονίζει ότι αυτό που κάνει αυστηρά πάντα είναι «η μεταφορά της κλίμακας: «Δηλαδή όταν κάνω ένα κοριτσάκι μικρό, που το χω παραγγελία σε μεγάλο, εκεί δεν αποκλείνω. Βάζω το κομπάσο… ένα πράγμα… κοιτάω πως είναι 3 φορές και θα το κάνω 3 πόντους, θα το κάνω 9. Αλλά όταν φτιάχνω κάτι (για μένα), δεν το χρησιμοποιώ. Πιο πολύ απομακρύνομαι και βλέπω τι μου αρέσει». Βλέπουμε, λοιπόν, ότι η αυστηρότητα και η ακρίβεια με την οποία θα κατασκευάσει ένα αντικείμενο εξαρτάται άμεσα από τον σκοπό για τον οποίο αυτό προορίζεται. Αν πρόκειται για παραγγελία χρησιμοποιεί πιο αυστηρά τις μαθηματικές έννοιες της κλίμακας και της αναλογίας. Η Κεραμίστρια χρησιμοποιεί τη μεταφορά κλίμακας, έχοντας πλήρη αντίληψη αυτού.

Η ισορροπημένη κατασκευή των αγαλμάτων

Στη συνέχεια της ζητάμε να μας μιλήσει για αυτές τις κοπέλες που ανέφερε πριν (αγάλματα). Ξεκινάει, λοιπόν, να μας περιγράφει την κατασκευή των ιδιαίτερων αυτών αγαλμάτων. Τα αγάλματα αυτά τα έχει φτιάξει, όπως αναφέραμε πριν, φτιάχνοντας πρώτα την επίπεδη βάση τους με χρήση της φιλιέρας και στη συνέχεια χτίζοντάς με το «μακαρόνι». Σημαντικό σημείο εδώ φαίνεται να είναι η αναλογία μεταξύ των διάφορων μερών του σώματος στη δεξιά και στην αριστερή πλευρά του αντίστοιχα. Πρέπει, μας λέει, οπωσδήποτε να είναι ίδια, ώστε «να υπάρχει ισορροπία».

Εικόνα 10

Το εργαλείο το οποίο χρησιμοποιεί εδώ η Κεραμίστρια και το οποίο της επιτρέπει να δημιουργήσει αυτήν την ισορροπία, είναι το κομπάσο. Πρόκειται για ένα εργαλείο που «είναι σαν μεγάλος διαβήτης. Μάλιστα, δεν έχει μύτη». Το εργαλείο αυτό, σύμφωνα με την Κεραμίστρια το χρησιμοποιούν ως επί το πλείστον οι γλύπτες. Μας εξηγεί, αρχικά πως το χρησιμοποιεί ένας γλύπτης. Παίρνει, μας λέει, το κομπάσο, το ανοίγει όσο είναι το κεφάλι σου, για παράδειγμα, ή το μέγεθος του ανθρώπου, ή οποιοδήποτε μέγεθος θέλει να «αντιγράψεις» και το μεταφέρεις στο γλυπτό σου. «Δηλαδή, ουσιαστικά είναι μεταφορά μεγέθους. Μετράμε το κεφάλι έτσι. Στη γλυπτική μετράς διάφορα. Σε σχέση με το καρύδι κλπ. Είναι μεταφορά μήκους». Η ίδια το χρησιμοποιεί ως εξής: «Πολλές φορές όταν κάνω γλυπτά, αυτά τα μεγάλα – στα μικρά δεν το χρησιμοποιώ, αλλά στα μεγάλα το χρησιμοποιώ για να μην είναι το ένα χέρι πιο μακρύ απ' το άλλο. Δηλαδή λέω κατευθείαν γόνατο – γόνατο, γόνατο – γόνατο ας πούμε. Αυτό πρέπει να είναι ίδιο με αυτό. Αλλιώς με το μάτι φεύγει. Μπορεί να κάνεις κάνα πόδι πιο…». Στο σημείο αυτό ακριβώς, μας λέει χαρακτηριστικά: «Αυτό είναι καθαρά μαθηματικά ας πούμε, ναι. Θέλω να πω… Είναι. Γιατί… Αλλά ουσιαστικά είναι μεταφορά μονάδας… Μήκους». Έτσι, όπως συνεχίζει να μας εξηγεί, ουσιαστικά «ελέγχεις αυτό. Μη βγει το ένα χέρι πιο μακρύ… Οπότε μετράμε διάφορα για να μη μας βγει λάθος». Παρατηρούμε, λοιπόν, ότι η Κεραμίστρια έχει πλήρη αντίληψη των μαθηματικών που χρησιμοποιεί άμεσα με τη χρήση του κομπάσου, δηλαδή αυτό της μέτρησης με την έννοια της μεταφοράς μήκους/μεγέθους. Στην στρατηγική της αυτή για την επιθυμούμενη «ισορροπία», φαίνεται και η διαδικασία δοκιμής και πλάνης που εφαρμόζει άμεσα με το εργαλείο αυτό, για τη φύση της οποίας όμως έχει μερική αντίληψη.

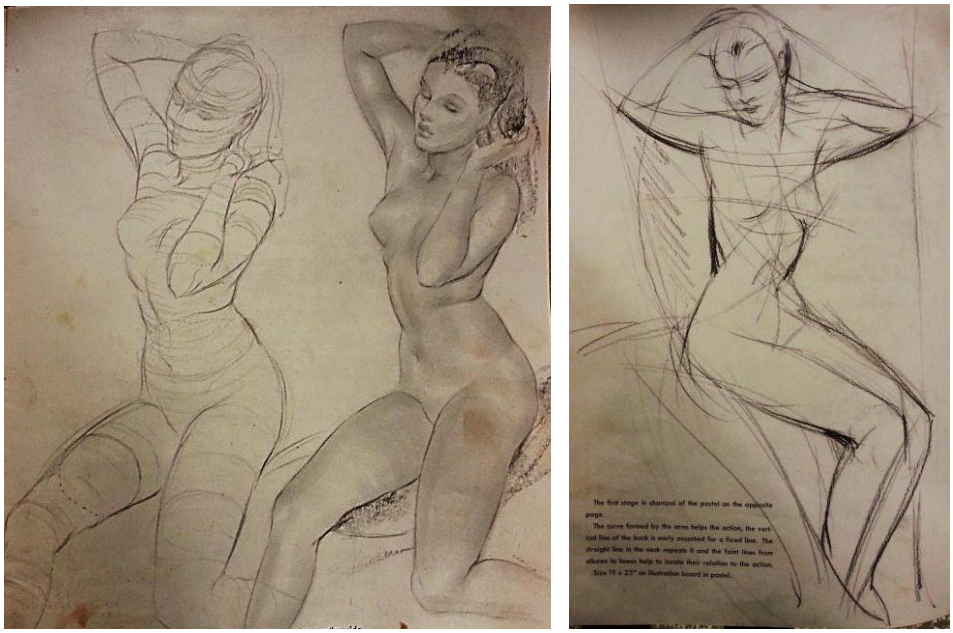
Εικόνα 11

Ένας άλλος σκοπός για τον οποίο χρησιμοποιεί πολύ το κομπάσο είναι για να κάνει μεγεθύνσεις: Όπως μας λέει η ίδια, αντίθετα με τους περισσότερους κεραμίστες που δουλεύουν πιο ελεύθερα, η ίδια δουλεύει «πολύ αυστηρά συνήθως». Επειδή η ίδια κάνει συχνά μεγάλα αντικείμενα, μέρος αυτού του αυστηρού τρόπου εργασίας είναι να αντιγράφει πολύ από μικρά σε μεγάλα. Δηλαδή, η στρατηγική που έχει υιοθετήσει είναι να κάνει μικρά προπλάσματα των αντικειμένων, και μετά να τα μεγεθύνει.

Ουσιαστικά, ο τρόπος που χρησιμοποιεί για τις μεγεθύνσεις αυτές το κομπάσο, όπως η ίδια χαρακτηριστικά μας περιγράφει, είναι ο εξής: «πάω στη μακετούλα, βλέπω το πόδι 3 χιλιοστά, εγώ έχω υπολογίσει ότι θέλω να την κάνω 2,5 φορές τη φιγούρα… Κάνω τον πολλαπλασιασμό… τρεις και… και κάνω το 7.5. Εγώ το χρησιμοποιώ κι έτσι. (3·2,5=7,5)». Δηλαδή, πολλαπλασιάζει επί 3 την επιμέρους διάσταση του προπλάσματος. Μάλιστα, μας παρομοιάζει τον κομπάσο με έναν τρισδιάστατο κάναβο. Φαίνεται, λοιπόν, ότι η κεραμίστρια χρησιμοποιεί πάλι την έννοια της κλίμακας, με μονάδα μέτρησης το κομπάσο, στον οποίο έχει «περάσει» τις διαστάσεις που θέλει. Κάνει, έτσι άμεση χρήση της κλίμακας και της μέτρησης, έχοντας παράλληλα πλήρη αντίληψη επί αυτού. Σημαντικό θεωρούμε, επίσης, το γεγονός, ότι πήρε ένα εργαλείο που χρησιμεύει για τη μεταφορά μήκους και βρήκε το δικό της νόημα στη χρήση του, ένα νόημα δηλαδή το οποίο να ταιριάζει στο δικό της πλαίσιο εργασίας.

Συνεχίζοντας στο θέμα της γλυπτικής, μας λέει επίσης ότι χρησιμοποιεί κι άλλα πράγματα από τον χώρο αυτών, όπως είναι οι άξονες. Την ακούμε να λέει χαρακτηριστικά: «Ας πούμε, στη γλυπτική μαθαίνεις διάφορα… ότι το κεφάλι ξέρω ‘γω είναι…». Στο σημείο αυτό ακριβώς σταματάει τη σκέψη της και λέει: «Λοιπόν, στη γλυπτική υπάρχει πάρα πολύ η έννοια της γεωμετρίας. Δηλαδή σου λένε, ας πούμε, ότι όλα είναι γεωμετρικά σχήματα. Ότι το κεφάλι είναι ένα αβγό πάνω σε έναν κύλινδρο. Είναι όντως. Ένα αβγό πάνω σε έναν κύλινδρο λοξά τοποθετημένο. Αυτά δεν τα χάνω. Άξονες υπάρχουν». Έτσι, η Κεραμίστρια δίνει πάντα ένα ωοειδές σχήμα στο κεφάλι του αγάλματος που φτιάχνει, στραβά τοποθετημένο πάνω στον κορμό, του οποίου το βασικό σχήμα το έχει φτιάξει κυλινδρικό. Χρησιμοποιεί ως εκ τούτου άμεσα τα γεωμετρικά σχήματα, εμφανίζοντας παράλληλα μερική αντίληψη.

Ζητώντας της να μας εξηγήσει περαιτέρω σχετικά με τους άξονες, αναφέρει: «Όλα τα πράγματα, των τριών διαστάσεων, έχουν 3 άξονες. Τον έτσι (δείχνει), τον έτσι (δείχνει), και τον από πάνω (δείχνει). Τον οριζόντιο, τον κάθετο, και το βάθος, δηλαδή. Ύψος, βάθος, πλάτος. Όταν φτιάχνεις φόρμες, το κοιτάς αυτό το πράγμα». Η Κεραμίστρια, λοιπόν, χρησιμοποιεί τους 3 άξονες του χώρου, για να κάνει τα αγάλματα πιο ισορροπημένα. Χρησιμοποιεί έτσι άμεσα τα μαθηματικά, έχοντας μερική αντίληψη αυτού. Χαρακτηριστικές είναι οι παρακάτω εικόνες, όπου φαίνονται κάποια παραδείγματα χρήσης αξόνων σε σχέδια γλυπτών, που μας έδειξε. Φαίνονται καθαρά, η εμφάνιση του κεφαλιού ως αβγό, του κατακόρυφου άξονα και των κάθετων σε αυτόν τομών.



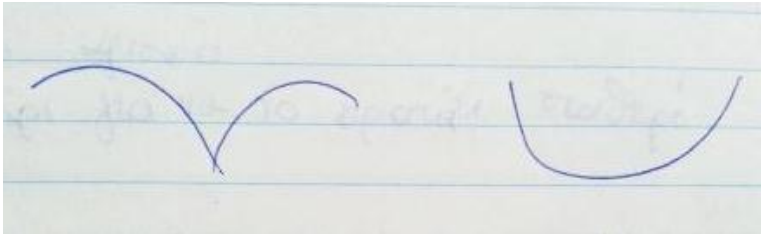
Εικόνα 12

Εκτός από τους άξονες, αναφέρεται και σε κάποια «τρικ», δηλαδή σε κάποια σημάδια σύγκρισης σε ολόκληρο το σώμα, που σε βοηθούν να βάλεις στη σωστή θέση τα αυτιά, τη μύτη, το στόμα κλπ: «Και στην κεραμική και στην αρχιτεκτονική και παντού, υπάρχουν κάποια πράγματα που σε οδηγούν στην ισορροπία ας πούμε. Το να βάλεις τα αυτιά στο σωστό σημείου του κεφαλιού είναι βασικό. Δηλαδή να μη βάλεις τα αυτιά πίσω, ή ψηλά ή χαμηλά. Οπότε μαθαίνεις τέτοια πράγματα, δηλαδή... Το αυτί μας ξεκινάει από το μάτι μας (δείχνει με ένα ευθύ πράγμα ότι το τέλος του ματιού είναι στην ίδια ευθεία με την αρχή του αυτιού) και τελειώνει εκεί που είναι περίπου το στόμα μας. Και ως προς το πλάι, είναι εκεί που κόβει εδώ, είναι το αυτί. Γιατί έχουμε κι αυτόν εδώ τον λόγο. Δηλαδή, να μην το βάλεις τόσο πολύ μπροστά... ε τέτοια πράγματα μαθαίνεις. Αυτά τώρα είναι μαθηματικά; Δεν ξέρω». Όπως βλέπουμε, πρόκειται για τη σύγκριση σχετικών θέσεων. Μάλιστα, βλέπουμε ότι αναφέρεται σε λόγο αποστάσεων. Ακούγοντας την τελευταία της ερώτηση, καταλαβαίνουμε ότι αυτά δεν τα θεωρεί μαθηματικά ή δεν την ενδιαφέρει το αν είναι όντως. Ως εκ τούτου, η Κεραμίστρια χρησιμοποιεί τις μαθηματικές έννοιες της σύγκρισης μέσω σχετικών θέσεων και του λόγου αποστάσεων, με ταυτόχρονη μερική αντίληψή τους.

Η σειρά «θετικό-αρνητικό» / «θυληκό-αρσενικό» / «κυρτό-κοίλο»

- Η σύνθεση του «χωνιού» και της «σέλας» με τη χρήση τριών αντικειμένων

Μια από τις πιο καινούριες σειρές που έχει ετοιμάσει είναι αυτή που την χαρακτηρίζει η ίδια «θετικό αρνητικό». Όπως λέει χαρακτηριστικά: «βασικά εδώ παίζω με τα... αυτά μοιάζουνε λίγο με... γεωμετρικά σχήματα βασικά. Με θετικό αρνητικό. Δηλαδή μου αρέσει το έτσι, η κοιλότητα η έτσι και μετά η κοιλότητα η έτσι (κυρτό και κοίλο), δηλαδή σαν χωνί» (εικόνα 13). Η κεραμίστρια εδώ κάνει συνειδητά άμεση χρήση των γεωμετρικών σχημάτων, της σχέσης θετικού-αρνητικού και των εννοιών κοίλο-κυρτό, χωρίς να τα συνδέει όμως με τα μαθηματικά, κι έχοντας έτσι μερική αντίληψη αυτών.



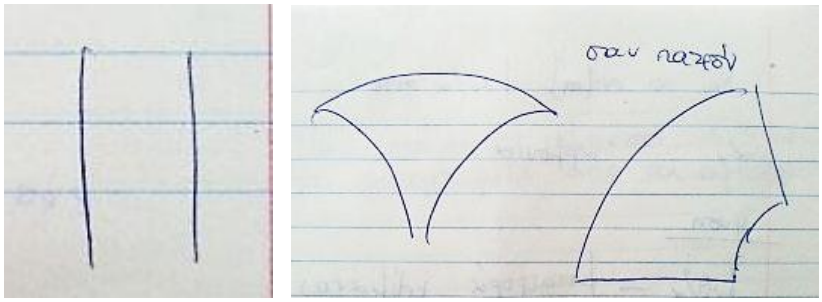
Εικόνα 13

Μας περιγράφει τον τρόπο κατασκευής του αντικειμένου με το χωνί. Πρόκειται για 3 διαφορετικά αντικείμενα, τα οποία ενώνει μαζί.

Εικόνα 14

Αρχικά, για τη δημιουργία του χωνιού, μας λέει συγκεκριμένα ότι «Αυτά δεν μοιάζουν με μακαρόνι. Είναι τελείως πατρόν. Αυτά μοιάζουν πολύ με μοδίστρες. Ανάπτυγμα κάνεις. Ουσιαστικά αν θέλω να κάνω αυτή τη φόρμα, σκέφτομαι άμα την κόψω και την ανοίξω πως θα ναι. Και έχω ένα τέτοιο πράγμα ουσιαστικά. Κόβεις ένα φύλλο και φτιάχνεις ένα πράγμα τέτοιο. Σαν πατρόν» (εικόνα 15). Φτιάχνει, λοιπόν, ένα φύλλο με τον πλάστη, από όπου της προκύπτει ένα κομμάτι του οποίου το σχήμα μας ζωγραφίζει στην εικόνα. Φαίνεται να εννοεί ένα ορθογώνιο σχήμα, χωρίς να αναφέρει τον όρο «ορθογώνιο». Επιχειρεί, λοιπόν, να φτιάξει ένα ορθογώνιο σχήμα πηλού, κάνοντας έτσι άμεση χρήση της έννοιας του ορθογωνίου παραλληλογράμμου, έχοντας ταυτόχρονα μερική αντίληψη αυτού.

Στη συνέχεια αυτό το φύλλο το διπλώνει: «Οπότε αυτό όταν το κολλήσεις εδώ και εδώ θα σου δώσει αυτό το σχήμα. Σαν χωνί. Σαν κώνο, ας πούμε», και μετά το καμπυλώνει. Για τη στρατηγική της αυτή με τα πατρόν, μας λέει ότι δεν τα έμαθε κάπου να τα κάνει, απλά τα φαντάζεται. Όταν θέλει να βγάλει ένα συγκεκριμένο σχήμα, θα δοκιμάσει με ένα πολύ μικρό κομμάτι πηλού. Αυτή δεν τη χρησιμοποιεί γενικά, παρά μόνο σε «όσα κομμάτια είναι αρκετά γεωμετρικά», όπως αυτό εδώ. Είναι έντονα εμφανής, λοιπόν, η δυνατότητα οπτικοποίησης εκ μέρους της Κεραμίστριας, κάνοντας άμεση χρήση κι έχοντας μερική αντίληψη αυτής. Σημαντική είναι, έτσι, και η έννοια του γεωμετρικού αναπτύγματος στερεού, και συγκεκριμένα του κώνου, πάλι με άμεση χρήση και μερική αντίληψη εκ μέρους της. Πιο συγκεκριμένα, ουσιαστικά δημιουργεί ένα μοντέλο που μοιάζει με αυτό της ψευδόσφαιρας, κάνοντας έτσι άμεση χρήση της έννοιας αυτής, με μερική αντίληψη επί αυτού.



Εικόνα 15

Στη συνέχεια, με τη χρήση ενός σφαιρικού καλουπιού από αφρολέξ φτιάχνει το μέρος του αντικειμένου που μοιάζει με μπολ. Ουσιαστικά, πρόκειται για ένα ημισφαίριο. Εδώ, η Κεραμίστρια και πάλι χρησιμοποιεί το μαθηματικό αντικείμενο του ημισφαιρίου, κάνοντας άμεση χρήση αυτού, με ταυτόχρονη μερική αντίληψη.

Εικόνα 16

Έτσι, λοιπόν, έχοντας φτιάξει το χωνί και το μπολ μένει να τα ενώσει: «Ε και μετά κάπως τα συνδέω με αυτό το πράγμα, με αυτό. Δηλαδή λέω... ποια συνέχεια μπορεί να έχει το ένα για να έρθει να βρει το άλλο;». Οπότε μετά, φτιάχνει πάλι με τη βοήθεια του πλάστη μια κοντόχοντρη λωρίδα πηλού, στην οποία τη μία άκρη της κολλάει στο χωνί και την άλλη στο μπολ, όπως φαίνεται στην εικόνα, δίνοντας αυτήν την στριφογυριστή καμπύλη, στην αρχή κυρτή και στη συνέχεια κοίλη (ή αντίστροφα), που ουσιαστικά έχει τη λογική της σπείρας. Οπότε επεκτείνει το ένα κομμάτι και το φέρνει να κολλήσει στο άλλο. Φαίνονται, έτσι τα 3 βήματα της άμεσης στρατηγικής της, με μερική αντίληψη αυτής. Επίσης, εμφανίζεται πάλι η άμεση χρήση και μερική αντίληψη του κυρτού και κοίλου, καθώς και της σπείρας.

Ρωτώντας τη για τη σχέση μεταξύ των μεγεθών των τριών αυτών κομματιών μας είπε ότι στην αρχή τα είχε κάνει όλα στο ίδιο μέγεθος, δηλαδή τα φύλλα για το χωνί και την λωρίδα τα έκανε περίπου τόσο πλατιά όσο είναι και το βάθος του μπολ. Το αποτέλεσμα όμως δεν της άρεσε κι έτσι μετά έκανε το μπολ τυχαία πιο μεγάλο.

Ενδιαφέρον παρουσιάζουν επίσης οι γραντζουνιστές γραμμές που έχει φτιάξει στο εσωτερικό του κεφαλιού του χωνιού με ένα μαχαίρι. Χαρακτηριστικά μας εξηγεί ότι αρχίζει να τις χαράσσει από μέσα (κέντρο) προς τα έξω, όσο πιο ελεύθερα μπορεί. Μας λέει μάλιστα ότι: «Ε, έτσι. Δηλαδή, η μία πατάει πάνω στην άλλη κιόλας και τη διορθώνει». Εδώ εμφανίζεται η υπερβολική γεωμετρία, με την έννοια των παράλληλων ευθειών, που οδηγεί «το μάτι μας» προς το άπειρο. Η Κεραμίστρια,

φαίνεται να κάνει άμεση χρήση αυτής, δεν τη συνδέει όμως με τα μαθηματικά, παρουσιάζοντας έτσι μη αντίληψη.

Εικόνα 17

Ένα ακόμη έργο όπου παίζει με το κυρτό και το κοίλο είναι αυτή σπείρα, η οποία αποτελεί εκ φύσεως ένα μαθηματικό αντικείμενο. Μας τονίζει όμως ότι δεν έχει καμία σχέση με το αντικείμενο με το χωνί. «Γιατί εδώ, έχεις αυτό το πράγμα του βγαίνει έτσι (εννοεί ότι πάει και μετά συνεχίζει και πάει με τον ίδιο τρόπο), ενώ εδώ βγαίνει έτσι (εννοεί ότι πάει και μετά αλλάζει). Εδώ είναι σαν σέλα. Εσείς κάπως το λέτε, το ονομάζετε αυτό. Ο άντρας μου (πανεπιστημιακός μαθηματικός) μου το χει πει στα μαθηματικά. Στη γεωμετρία. Θέλω να πω ότι αυτό έχει λογική... καθώς είναι θηλυκό...». Προσπαθεί στη συνέχεια να μας εξηγήσει, λέγοντας ότι «Αυτό που βγαίνει ακολουθεί τη δική του ας πούμε... τροχιά. Οπότε πάει και γυρίζει. Και ανοίγει. Γυρίζει και πάει απ' την ανάποδη. Φαίνεται να έχει μερική πάλι αντίληψη του μαθηματικού αυτού αντικειμένου, καθώς αν και ξέρει ότι «αποτελεί κάτι στη γεωμετρία», δεν φαίνεται να το σχετίζει με αυτό που έχει η ίδια στο μυαλό της ως μαθηματικά.

Και πάλι πρόκειται για τρία διαφορετικά κομμάτια που μετά τα ένωσε (μπολ, χωνί, ενδιάμεση λωρίδα). Ακριβώς αντίστοιχο, είναι και το διπλανό αντικείμενο, που η ίδια μας το ονόμασε ως αυτί. Είναι ακριβώς το ίδιο με τη σέλα, μόνο που αντί για το χωνί, έχει τη μπάλα, για την οποία χρησιμοποίησε και πάλι την τεχνική με το καλούπι). Όπως μας λέει η ίδια όλα «αυτά (χωνί, σέλα, αυτί) έχουν να κάνουν με την ατέρμονη σπείρα που λέμε. Έχει την έννοια της συνεχούς ροής. Ότι συνεχώς δεν σταματάει ποτέ να... Αυτό πάει να γίνει το ίδιο με αυτό».

Εικόνα 18

- Το παιχνίδι με τις σχέσεις σύνδεσης στα «ζευγάρια»

Ενδιαφέρον παρουσιάζουν, επίσης, τα ζευγάρια, όπως η ίδια ονομάζει, τα οποία τα φτιάχνει με τη χρήση καλουπιού, ή με «τσιμπητό», όπου φτιάχνει ένα συμπαγές σχήμα σαν κέρατο και μετά το σκάβει, όπως θα έκανε σε ένα κολοκυθάκι, αφαιρώντας πηλό (εικόνα 19). Στην ουσία το αρχικό σχήμα των δυο είναι ακριβώς ίδιο, και το ένα το κόβει ή το «αδειάζει» στην κοίλη πλευρά, ενώ το άλλο στην κυρτή, και στη συνέχεια παίζει μέχρι να βρει μια ωραία σχέση στον μεταξύ τους χώρο.

Εικόνα 19

Η κατασκευή της «χορωδίας» με τη χρήση καλουπιού

Στη συνέχεια, βλέπουμε δυο χαριτωμένα μικρά αγγεία, τα οποία η ίδια τα καλεί «χορωδία» (εικόνα 20). Μας λέει, μάλιστα, ότι ήταν συνολικά 30 τέτοια, αλλά τα υπόλοιπα τα είχε πουλήσει. Μας εξηγεί ότι το κάτω μέρος τους είναι ακριβώς ίδιο, καθώς το έχει φτιάξει με το ίδιο σφαιρικό καλούπι: «Δηλαδή είναι μια μπάλα φελιζόλ. Οι μπάλες ήταν όλες ίδιες…, ενώ οι λαιμοί τους διαφέρουν τελείως».

Εικόνα 20

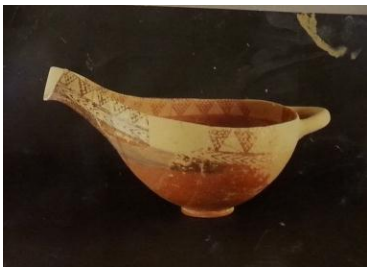
Ο τρόπος που χρησιμοποιεί τα καλούπια είναι να βάζει στο εσωτερικό του κάθε μισού (ημισφαρίου) πηλό και μετά να τα ενώνει δημιουργώντας μία πήλινη σφαίρα. Στα καλούπια μας λέει ότι έχει διάφορα μεγέθη, αλλά στο συγκεκριμένο έχει, χρησιμοποιήσει το μικρότερο. Ο λόγος που διάλεξε να τα κάνει όλα στο ίδιο μέγεθος ήταν ότι αυτό τη βοηθούσε «να υπάρχει μια ομοιογένεια σχετική στο όλο πράγμα».

Εικόνα 21

Ουσιαστικά η Κεραμίστρια χρησιμοποιεί έμμεσα, εκτός από τα γεωμετρικά αντικείμενα, τη μέτρηση του μεγέθους, με την έννοια του όγκου, του κάτω μέρους του αντικειμένου χρησιμοποιώντας καλούπια συγκεκριμένων μεγεθών. Δηλαδή χρησιμοποιεί αυτά τα διαφορετικού μεγέθους καλούπια ως μονάδες μέτρησης για να τα κάνει όλα ίδια, με απώτερο σκοπό την ομοιογένεια, με την έννοια της ισότητας των κάτω μερών, του συνολικού εκθέματος, έχοντας παράλληλα μη αντίληψη αυτού.

Η αντιγραφή ενός αντικειμένου

Συζητώντας για μία μαθήτριά της που ήθελε να αντιγράψει ένα αντικείμενο, εμφανίστηκαν οι στρατηγικές που ακολουθεί η Κεραμίστρια για τον σκοπό αυτό. Αυτό που κάνει, λοιπόν, είναι να προσπαθεί να ανάγει τη σύνθετη φόρμα του υπό αντιγραφή αντικειμένου στα πρωτογενή του μέρη: «Δηλαδή, την κάθε φόρμα που βλέπεις προσπαθείς να την αναλύσεις σε πιο απλές... στη σύνθεση απλών». Μας δίνει, λοιπόν, το παράδειγμα του αντικειμένου στην εικόνα.



Εικόνα 22

Μας λέει ότι αν κρύψουμε δεξιά αριστερά τα μέρη του αντικειμένου, παρατηρούμε ότι μέχρι ένα συγκεκριμένο ύψος (η οριζόντια γραμμή στην εικόνα 22) μένει περίπου ένα μπολ, δηλαδή ένα ημισφαίριο, ενώ από τη γραμμή αυτή κι επάνω ξεχειλώνει λίγο ο κύκλος, γίνεται πιο ελλειπτικό. Επίσης, η μύτη του ουσιαστικά προκύπτει από ένα κύλινδρο ή ίσως έναν κώνο. Μάλιστα, έχει φτιάξει και το αντίστοιχο προσχέδιο. Βλέπουμε, λοιπόν, ότι η κεραμίστρια κάνει άμεση χρήση των μαθηματικών αυτών αντικειμένων, έχοντας μερική αντίληψη αυτών, με σκοπό την επίλυση του προβλήματος της αντιγραφής ενός αντικειμένου. Οι στρατηγικές αυτές γίνονται άμεσα από την ίδια, με ταυτόχρονη μερική αντίληψη.

Εικόνα 23

Τα δοκίμια με τα γυαλιά

Στο κομμάτι του βαψίματος του αντικειμένου, η Κεραμίστρια μας εξηγεί ότι πρέπει να κάνει πολλές δοκιμές, διότι δεν ξέρει κάθε φορά τι χρώμα θα της προκύψει από το κάθε γυαλί: «Τα χρώματα της κεραμικής είναι τα οξείδια. Πάλι σε μορφή σκόνης. Όλα σε μορφή σκόνης. Οξείδια, ανθρακικά. Δηλαδή είναι χημεία εκεί πέρα. Οξείδιο σιδήρου, οξείδιο καλίου, οξείδιο χαλκού, ή ανθρακικό χαλκό. Δεν αντέχουν τις θερμοκρασίες. Και με την κεραμική δεν έχεις... Συνήθως δεν ξέρεις τι χρώμα βγαίνει. Το χρώμα που βλέπεις δεν βγαίνει. Μπορεί να το βλέπεις μαύρο και να βγαίνει κίτρινο. Αυτή είναι και η δυσκολία της κεραμικής. Δηλαδή κάνουμε άαααάπειρα δοκίμια. Πρέπει να κάνεις ζυγίσματα και... τα γυαλιά θέλουν ακρίβεια. Απλά δεν είναι η χημεία δυστυχώς που χρειάζεται. Είναι οι πειραματισμοί. Τα πειράματα. Ότι ο σίδηρος βγάζει αυτά τα χρώματα, στις τάδε θερμοκρασίες. Οπότε, πρέπει πρώτα να τεστάρω ένα πράγμα. Θα μου βγει αυτό που θέλω; Ώστε να μπορείς να το εφαρμόσεις σε όλα. Για αυτό έχουμε και μικρούς φούρνους δοκιμαστικούς... Ρωτώντας την αν υπάρχει κάποια συγκεκριμένη αναλογία νερού και σκόνης, για να βγει το συγκεκριμένο χρώμα, μας απαντάει: «Πρέπει να γίνει ένα υδαρές αιώρημα ας πούμε... να μην είναι νερο... Το πάμε εμπειρικά».

Έτσι, η Κεραμίστρια μέσω δοκιμής και πλάνης, προσεγγίζει το χρώμα που ψάχνει, και όταν το επιτύχει κάνει γενίκευση και εφαρμόζει την αναλογία που χρησιμοποίησε σε όλα τα υπποψήφια αντικείμενα.

Συμβουλές κατά τη διδασκαλία της τέχνης στους μαθητές της

Η κεραμίστρια σχετικά με τη χρήση μιλιμιτρέ χαρτιού, προσχεδίων και προπλασμάτων, τη μεταφορά κλίμακας και την ανάλυση σε επιμέρους μορφές, ισχυρίζεται ότι ως μαθήτρια δεν τα χρησιμοποιούσε, αλλά τα βρήκε αργότερα μόνη της. Σιγά σιγά. «Τίποτα δεν έκανα τότε. Δηλαδή ενστικτωδώς εντελώς παντελώς. Μετά γύρισα στη θεωρ(ία)... και σε όλα αυτά. Τα πρώτα 15 χρόνια... πολυυύ πρόσφατα δουλεύω έτσι. Πολύ πρόσφατα συνειδητοποίησα ότι ενυπήρχε όλη αυτή η κατάσταση μέσα μου και την ... έκανα ας πούμε ... και λόγο. Γενικώς δουλεύω αυθόρμητα. Και αυτά αυθόρμητα τα δουλεύω. Μπορεί να ακούγονται πολύ δομημένα... Είναι θέμα Εμπειρίας και ωριμότητας». Μάλλον τον τελευταίο καιρό γυρίζω στο να το δομώ λίγο παραπάνω, κάτι που υποδηλώνει τις στρατηγικές της

Λόγος για αυτό από ότι φαίνεται αποτέλεσε η διδασκαλία του αντικειμένου σε άλλους. «να το κάνετε λίγο πιο αυστηρό ας πούμε; Ναι ή... εγώ θεωρώ ότι το μεγαλύτερο σχολείο που έχω βγάλει είναι η διδασκαλία. Μπορεί να έχω γυρίσει όλα τα εργαστήρια που λέει ο λόγος, αλλά πραγματικά θεωρώ ότι ο δάσκαλος... δηλαδή τώρα δεν διδάσκω πολλά πολλά χρόνια, αλλά όχι και λίγα. 9. Ε, θεωρώ ότι είναι το μεγαλύτερο σχολείο. Ειδικά όταν έχεις απαιτητικούς δηλαδή μαθητές... αναγκάζεσαι κι εσύ να... Εκεί λίγο... εκεί τα θεωρητικοποίησα! Αν δεν ήταν αυτό, δεν θα τα έλεγα έτσι. Στην προσπάθειά μου να τα μεταδώσω. Ναι. Δηλαδή αυτό που έκανα εγώ ασυναίσθητα, λέω βρε τι κάνω... Και έτσι θυμήθηκα λόγια καθηγητών, αυτό που σου είπα ότι η κάθε φόρμα έχει ανάλυση βασικών φορμών. Τους τονίζει, λοιπόν, «ότι προσπαθούμε να αναλύουμε μια φόρμα και όταν παρατηρείς μια φόρμα και λες μ'

αρέσει αν το σκεφτείς είναι αυτό που λέμε εμείς ότι έχει κορμί, βάση και στέψη. Έχει δηλαδή τη βάση του, έχει την ανάπτυξη του κορμού, έχει και το τελείωμα. Όταν αυτά ας πούμε δεν τα έχει, σου φαίνεται ότι δεν πολυστέκει το πράγμα». Φαίνεται, λοιπόν, ότι η Κεραμίστρια όχι μόνο χρησιμοποίησε τα μαθηματικά (άμεση χρήση) για να μεταδώσει την τέχνη στους μαθητές της, κάτι που κάνει με μερική αντίληψη, αλλά κινητοποιήθηκε και από τη διδασκαλία στο να τα αναπτύξει.

Άλλη σημαντική συμβουλή που δίνει στους μαθητές της είναι κατά τη διάρκεια που κατασκευάζουν το έργο να το αξιολογούν. «Άμα ένα πράγμα είναι τελείως προχωρημένο δύσκολα το ελέγχεις, ενώ αν το ελέγχεις σταδιακά… μετά τους λέω να απομακρύνονται, να το βλέπουν από μακριά». «Τους λέω να το κοιτάν στις 3 διαστάσεις πάντα. Αυτό είναι κάτι που πρέπει να το θυμόμαστε πάντα. Έχουμε αυτό το ποτήρι ας πούμε. Επειδή άμα θες να είναι συμμετρικό, πρέπει να είναι συμμετρικό σε αυτόν τον άξονα, σε αυτόν τον άξονα και σε αυτόν». Παρατηρούμε, λοιπόν, την άμεση χρήση μαθηματικών διαδικασιών, όπως οι στρατηγικές επίλυσης προβλήματος, η οπτικοποίηση, η επαλήθευση, αλλά και εννοιών όπως η συμμετρία, οι 3 άξονες του χώρου, για τη συμβουλευτική των μαθητών της, έχοντας ταυτόχρονη μερική αντίληψη επί αυτών.

3.2 Η πρακτική του Αγγειοπλάστη

Όταν φτάσαμε στο εργαστήριο ο Αγγειοπλάστης είχε μόλις ξεκινήσει την εργασία του και συγκεκριμένα την κατασκευή μιας γλάστρας. Ξεκινώντας τη συζήτηση, αρχικά μας μιλάει για το ευρύτερο πλαίσιο της Κεραμικής Τέχνης.

Το ευρύτερο πλαίσιο της κεραμικής/αγγειοπλαστικής

Μας λέει, σχετικά, ότι η κεραμική και η αγγειοπλαστική είναι ουσιαστικά το ίδιο πράγμα. Η μόνη διαφορά που ο ίδιος βρίσκει είναι ότι η κεραμική αφορά συνήθως σε πιο μικρά αντικείμενα και πιο διακοσμητικά, ενώ αντίθετα η αγγειοπλαστική σε πιο μεγάλα και πιο χρηστικά.

Σκιαγράφηση υποβάθρου και προφίλ

Στη συνέχεια μιλάει για τη δουλειά του. Αναφέρει ότι ξεκίνησε να εργάζεται από μικρός, στο μαγαζί το οποίο δούλευε ο πατέρας του. Από πολύ μικρό παιδάκι ήταν «μέσα σε αυτά τα αντικείμενα και του άρεσε να παίζει με τα χώματα από 'δω κι από 'κει». Το γεγονός αυτό θεωρεί ότι αποτέλεσε το λόγο για τον οποίο «δεν ήθελε τα γράμματα» και του άρεσε αυτή η δουλειά.

Η μαθητεία του στο σχολείο και τα μαθηματικά

Γενικά, ο Αγγειοπλάστης δεν τα πήγαινε καλά στο Δημοτικό σε κανένα μάθημα. Έτσι, και με τα μαθηματικά. Αναφέρει ότι ειδικά αυτά δεν τα ήθελε καθόλου: «Γενικώς δεν ήθελα τίποτα, αλλά ειδικά τα μαθηματικά…! Αυτά είναι που δεν ήθελα. Δεν το χα' που λέμε. Δεν το χεις. Αυτός λέμε δεν το χει». Έτσι, δεν θεωρεί ότι το σχολείο τον βοήθησε καθόλου στις εργασιακές πρακτικές του.

Τα μαθηματικά που ο ίδιος αναγνωρίζει στην τέχνη του

Συγκεκριμένα όσον αφορά στο αν ο ίδιος θεωρεί ότι χρησιμοποιεί μαθηματικά κατά την εργασία του στο χώρο της αγγειοπλαστικής, στο τέλος των συναντήσεών μας τον ρωτήσαμε περί αυτού. Αρχικά, λοιπόν, στα μαθηματικά που αναγνωρίζει ο ίδιος μας

αναφέρει το να μετράει τα αντικείμενα με το μέτρο, όπου χρειάζεται να μετρήσει, να ελέγξει και να διορθώσει τις διαστάσεις του. Αυτό μας δείχνει ότι ως μέτρηση θεωρεί μόνο την πρώτη αρχική μέτρηση του αντικειμένου με το μέτρο, και οτιδήποτε δεν περιλαμβάνει αριθμούς δεν το θεωρεί μέτρηση. Ως μαθηματικά επίσης, αναφέρει το να κόβει ένα τιμολόγιο, όπου κάνει άμεσα υπολογισμούς και πράξεις. Όπως λέει, για παράδειγμα, «λες 10 κομμάτια από αυτά επί 5ευρώ που έχει το κάθε κομμάτι 50. Να βγάλεις το ΦΠΑ οπότε λες 10 κομμάτια επί 5, 50, συν το ΦΠΑ 23%, πόσο βγαίνει», κάτι το οποίο ο ίδιος το αποφεύγει και αφήνει τον Βοηθό του να τα κάνει.

Η μαθητεία του στην αγγειοπλαστική

Συνεχίζοντας με τη μαθητεία του στην αγγειοπλαστική, όταν, τελειώνοντας το Δημοτικό έπρεπε να δώσει εξετάσεις για να μπει στο Γυμνάσιο, δεν κατάφερε να περάσει. Οπότε ο πατέρας του, του είπε «Τι θέλεις τώρα; Ή γράμματα ή δουλειά». Ο ίδιος δήλωσε «τη δουλειά θέλω». Κι έτσι έκατσε στη δουλειά αυτή όλα αυτά τα χρόνια. Από τότε μέχρι και σήμερα, στην ηλικία των 55 χρόνων.

Το επάγγελμα, έτσι, το έμαθε από τον πατέρα του. Αυτός του έδινε συμβουλές και του έδειχνε πώς να φτιάχνει τα αντικείμενα. Φαίνεται ότι μεγάλη σημασία έχει η ακολουθία των κινήσεων που έπρεπε να μάθει να κάνει για να καταφέρει να τα φτιάξει: «Πρέπει να σου δείξει τα πιασίματα, που λέμε, που πρέπει να μάθεις να κάνεις. Όλες αυτές τις κινήσεις που πρέπει να κάνεις. Τα πως πάν τα χέρια, το έτσι, το αλλιώς, τα από 'δω, τα από 'κεί, σου. Πρέπει να κάνουμε μια κίνηση, αυτή. Μετά πρέπει να κάνουμε μια κίνηση, αυτή. Τώρα να τραβήξουμε τον πηλό απάνω. Μετά να πρέπει να πάρουμε το ξύλο έτσι και φτιάχνουμε. Αυτές τις κινήσεις είναι που σου δείχνει ο παλιός. Που εσύ σαν παιδάκι για να μάθεις, ξεχνιέσαι, δεν το κάνεις, και σου λέει: «το χεεέριι πως είπαμεεε;» με έντονο ύφος. Για να μην ξεχνιέσαι, για να μάθεις. Κατά στράτα… Αυτό το πράγμα.»

Για να μάθεις αυτή τη δουλειά πιστεύει ότι πρέπει να την κάνεις από μικρός και εξηγεί λέγοντας: «Μεγάλος δεν τη μαθαίνεις. Είναι δύσκολη. Είναι που μικρός δεν έχεις νεύρα. Μεγάλος νευριάζεις. Για αυτά… που όταν είσαι μικρός πρέπει να μαθαίνεις… Τα χέρια σου φεύγουν πέρα δώθε. Τσαντίζεσαι, τα παρατάς και φεύγεις. Ενώ μικρός το βλέπεις σαν παιχνίδι. Σαν παιχνίδι… και λες δεν πειράζει. Μου χάλασε; Ξανά πάλι. Μου χάλασε; Ξανά πάλι. Δεν νευριάζεις. Εδώ πας ooo ooo ooooπ (εννοεί το πως φεύγουν τα χέρια σου στον πηλό) τα παρατάς και φεύγεις. Για αυτό λέω δύσκολα μεγάλος. Θέλεις εκεί 3 - 4 χρόνια, 5 να μάθεις. Ανάλογα πόση υπομονή έχεις, πως πιάνουν τα χέρια σου, τα πάντα. Αλλά θέλεις 3 με 5χρόνια για να μάθεις να φτιάχνεις αντικείμενα».

Σήμερα

Ο Αγγειοπλάστης ασχολείται μέχρι και σήμερα αποκλειστικά με την αγγειοπλαστική και στο εργαστήριο δουλεύει μαζί με τον αδερφό του (Βοηθός). Τα αντικείμενα που κατασκευάζουν είναι καλλωπιστικά, όπως γλάστρες για τα φυτά, μεγάλα πιθάρια κλπ, αλλά και χρηστικά, όπως κιούπια που τα παλιά τα χρόνια βάζανε μέσα λάδι, γιουβέτσια για το φαγητό, λεκάνες για ζύμωμα, κανάτες κι λοιπά μαγειρικά σκεύη κλπ.

Διαδικασία και εργαλεία

Σε γενικές γραμμές, όπως μας περιγράφει ο Αγγειοπλάστης, η διαδικασία περιλαμβάνει αρχικά την παρασκευή του πηλού από χώμα και νερό, στην συνέχεια την κατασκευή και διακόσμηση του αντικειμένου, έπειτα το ψήσιμο, μετά (σε συγκεκριμένες περιπτώσεις) βάψιμο και δεύτερο ψήσιμο, και τελικά την πώληση του αντικειμένου. Τα βασικά εργαλεία που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή των αντικειμένων είναι ο ηλεκτρικός τροχός και η πρέσα. Επίσης, χρησιμοποιούνται άλλα εργαλεία σχετιζόμενα με τον τροχό όπως το σύρμα (για κόψιμο του πηλού και αποκόλληση του αντικειμένου από τον τροχό), η πελεκούδα που είναι ένα ξύλινο-πλέξιγκλας τετράγωνο (για το άνοιγμα του πηλού και το στρώσιμο του αντικειμένου στον τροχό), το σφουγγάρι (για πιο στρωτή επιφάνεια), το μέτρο (για τη μέτρηση των διαστάσεων του αντικειμένου), μια ξύλινη δοκός (για οδηγό διαστάσεων στον τροχό), το σκαλιστήρι και το γρανάζι (για τη χάραξη διακοσμητικών σχεδίων) και άλλα βοηθητικά εργαλεία για λειτουργικά σχέδια (πχ πρόκα).

Εικόνα 24

Η παρασκευή του πηλού

Αρχικά, παίρνουν το χώμα, το οποίο έχουν αποθηκευμένο χύμα στον εξωτερικό χώρο του εργαστηρίου, και το βάζουν σε ένα μηχάνημα που λέγεται βαρένα (**Σφάλμα! Το ρχείο προέλευσης της αναφοράς δεν βρέθηκε.**). Εδώ γίνεται η ανάμειξη του χώματος με το νερό, απαραίτητη διαδικασία ώστε να προκύψει ο πηλός. Ρωτώντας τον Αγγειοπλάστη πόσο νερό και πόσο χώμα βάζουν, μας λέει χαρακτηριστικά: «μισό - μισό, περίπου. Πεερίπου. Λιιίγο περισσότερο νερό. Τώρα αναλογία δεν ξέρω για να σου πω». Βλέπουμε ότι παρότι δίνει την πληροφορία για την αναλογία που του ζητείται, δεν αναφέρεται σε αυτήν ως «αναλογία». Με την τελευταία φράση «αναλογία δεν ξέρω να σου πω» καταλαβαίνουμε ότι αναφέρεται στο θέμα της ακρίβειας, δηλαδή στην ακριβή αναλογία, κάνοντας άμεση χρήση της μαθηματικής έννοιας, έχοντας όμως μερική αντίληψη επί αυτού, καθώς ξέρει ότι πρόκειται για αναλογία, αλλά δεν τη σχετίζει με τα μαθηματικά.

Εικόνα 25

Μετά από 10-15 λεπτά, παίρνουν το μείγμα, το περνάνε από κόσκινο για να φύγουν πέτρες και άλλα ξένα σώματα, και το βάζουν σε ένα μηχάνημα όπου το αφήνουν να κατασταλάξει (σαν το κατακάθι του καφέ). Μετά, περιμένουν να στεγνώσει από τον ήλιο και τη ζέστη (για αυτό κι η διαδικασία αυτή γίνεται πάντα καλοκαίρι) συνήθως για 10 - 15 μέρες και μετά το πηγαίνουν στην αποθήκη του εργαστηρίου (Εικόνα 266) όπου και το κόβουν κομμάτια, για να έχουν να δουλεύουν όλο το χειμώνα.

Εικόνα 26

Το ζύμωμα του πηλού

Από εκεί, παίρνουν τα κομμάτια αυτά και τα ρίχνουν μέσα στο ζυμωτήριο (μη διαφανής ρόλος). Αυτό είναι το μηχάνημα που «ζυμώνει τη λάσπη, τον πηλό… βγαίνει ο πηλός από εδώ πέρα (στρογγυλή έξοδος) έτσι (κυλινδρικό σχήμα)… είναι έτοιμος… και από εκεί και πέρα τον παίρνουμε και τον δουλεύουμε στον τροχό» (εικόνα 27).

Εικόνα 27

Όπως φαίνεται, το μηχάνημα αυτό έχει μία έξοδο σε σχήμα κύκλου για να βγαίνει ο πηλός. Έτσι το μηχάνημα αναγκάζει τον πηλό που βγαίνει να έχει σχήμα κυλινδρικό. Αυτό έχει να κάνει με το ότι το κυλινδρικό σχήμα είναι κατάλληλο για την κατασκευή μετά του αντικειμένου πάνω στον τροχό. Ο Αγγειοπλάστης μας εξηγεί: «Έτσι βγάζει το μηχάνημα … γιατί άμα είναι στρογγυλή είναι πιο καλά από το να βγει τετράγωνο, και θα σου πω τώρα εκεί (στον τροχό) γιατί στρογγυλό…». Παίρνει, λοιπόν, ένα κομμάτι πηλού και έτσι κυλινδρικό όπως ήταν το χτυπάει στα πλαϊνά και του δίνει σχήμα τετραγωνικό. «Αυτό είναι τετράγωνο όντως». Ξεκινώντας την λειτουργία του τροχού και την κατασκευή του αντικειμένου πολύ γρήγορα οι γωνίες του αμβλύνθηκαν και έγινε πάλι ένα σώμα κυλινδρικό/στρογγυλό. Αυτό που καταλαβαίνουμε ότι εννοούσε είναι ότι αν είναι τετράγωνο αναγκαστικά πάνω στον τροχό θα γίνει στρογγυλό, λόγω της συμμετρίας που παράγεται από την περιστροφή του. Δηλαδή οι οριζόντιες τομές θα είναι κύκλοι και όχι τετράγωνα ή κάποιο σχήμα με γωνίες, καθώς βάζοντας το χέρι στον πηλό θα σχηματιστεί αναγκαστικά τέτοια μορφή ώστε όλα τα σημεία που ακουμπάει το χέρι του να ισαπέχουν από τον άξονα περιστροφής, λόγω της

φυγόκεντρου. Έτσι, εμφανίζονται οι έννοιες του κύκλου και του κυλίνδρου, τις οποίες ο Αγγειοπλάστης χρησιμοποιεί έμμεσα λόγω του ζυμωτηρίου και του τροχού, μη έχοντας αντίληψη επ' αυτών.

Βγαίνοντας, λοιπόν, από το ζυμωτήριο ο πηλός, τον κόβουν με το σύρμα δημιουργώντας μεγάλα κομμάτια κυλίνδρων, τα οποία στοιβάζουν το ένα δίπλα στο άλλο. Στη συνέχεια τα ξαναρίχνουν για δεύτερο ζύμωμα, και η διαδικασία επαναλαμβάνεται. Ο πηλός που βγαίνει πλέον είναι έτοιμος να κοπεί σε κομμάτια και να χρησιμοποιηθεί.

Μέτρηση ποσότητας πηλού

Καθώς η δουλειά του Αγγειοπλάστη ουσιαστικά έχει να κάνει με «παραγωγή», φαίνεται ότι έχει τμηματοποιήσει τη δουλειά του για το ταχύτερο της εργασίας του. Όπως, λοιπόν, βγαίνει ο πηλός από το ζυμωτήριο, σε κυλινδρικό σχήμα πάντα, επί τόπου μετράει επάνω του το μήκος μίας παλάμης του και στο σημείο που αυτή τελειώνει τον κόβει με το σύρμα: «Μία παλάμη. Εδώ είναι πάλι αυτό που λέμε. Η πείρα. Ότι βγαίνει από το ζυμωτήριο, μετράω αυτό. Μια παλάμη θέλω για να φτιάξω αυτό το αντικείμενο. Το κόβω εδώ που θέλω, ας πούμε, με το σύρμα – γιατί εγώ θέλω αυτό το κομμάτι, το κόβω με το σύρμα, το βάζω εκεί πέρα και το δουλεύω. Και με αυτό το πηλό θα φτιάξω και το αντικείμενο». Βλέπουμε, λοιπόν, ότι ο Αγγειοπλάστης, χρησιμοποιεί άμεση τη μαθηματική έννοια της μέτρησης, δημιουργώντας τη μονάδα μέτρησης «παλάμη», έχοντας όμως μερική αντίληψη επ' αυτού, καθώς δεν φαίνεται αν το αναγνωρίζει ως μαθηματικά.

Φαίνεται ότι το συγκεκριμένο το μήκος το προορίζει για το συγκεκριμένο αντικείμενο που θέλει να φτιάξει κάθε φορά, το οποίο μήκος αυτό το έχει αποφασίσει σύμφωνα με τις τελικές διαστάσεις που θέλει το αντικείμενο να έχει. Για παράδειγμα, όπως φαίνεται στην εικόνα 28, για ένα άλλο πιο μεγάλο, συγκεκριμένο, αντικείμενο μετράει μια παλάμη και ένα, δύο ή τρία δάχτυλα. Ή για κάποια άλλα αντικείμενα, έχει κόψει συγκεκριμένου μήκους ξυλαράκια, που τα χρησιμοποιεί επίσης για μονάδες μέτρησης του προς κοπή πηλού. Δηλαδή, αυτό που έχει κάνει, είναι για όλα τα αντικείμενα, για κάθε ένα από αυτά, έχει βρει μέσα από δοκιμές πόσο θα χρειαστεί να κόψει για να το κατασκευάσει. Όπως λέει χαρακτηριστικά: «Γιατί ας πούμε αυτό το αντικείμενο το θέλω 23 πόντους ύψος με 30 φάρδος. Αυτό το μέγεθος που το βγάζω συνεχόμενα, ξέρω ότι είναι αυτοί οι πόντοι. Δεν αλλάζω συνέχεια. Το πιο μεγάλο θα πάω πιο πολύ ύψος με φάρδος». Ως στρατηγική για να μην τις ξεχνάει και μπερδεύεται, τις έχει γραμμένες ώστε κάθε φορά που θέλει να φτιάξει το συγκεκριμένο αντικείμενο πάει και κοιτάει τις διαστάσεις που του αντιστοιχούν. Μάλιστα, μας λέει ότι αυτά τα ανακάλυψε μόνος του, όταν τα παλιά τα χρόνια τη ζύμωναν με τα χέρια τους τη λάσπη: «Εκεί είχα βρει πόσο θέλω για να κάνουμε το αντικείμενο. Ενώ τώρα βρήκα αυτό». Εμφανίζεται, λοιπόν, η μέθοδος δοκιμής και λάθους μέσω της σύγκρισης και μέσω αυτών η γενίκευση, με άμεση χρήση και μερική αντίληψη εκ μέρους του Αγγειοπλάστη.

Εικόνα 28

Ο ίδιος καταλαβαίνει ότι αυτό που κάνει είναι ουσιαστικά μια μέτρηση, μία σύγκριση, με άμεση χρήση, αλλά δεν φαίνεται να το εκλαμβάνει ως «μαθηματικά» και φαίνεται να έχει ως πρωταρχική μονάδα μέτρησης την παλάμη του, απαξιώνοντας το μέτρο: «Ναι, είναι μια σύγκριση. Θα μετρήσω με τη παλάμη μου αυτό που θέλω και μετά θα πάρω το μέτρο ξέρω 'γω... 40 πόντους. 40 πόντους, μετράω και κόβω. Το ίδιο πράγμα είναι. Γιατί να πάρεις το μέτρο; Αφού ξέρεις αυτό...! Το ίδιο πράγμα είναι, τελείωσε. Μετά άμα θέλεις κάνεις να πιο μικρό, θα πας στο πιο μικρό. Πιο μεγάλο πάμε με δυο κομμάτια. Και έχουμε τόσο για το ένα κομμάτι και άλλο τόσο για το επόμενο κομμάτι. Για να τα ενώσουμε μετά».

Τελειώνοντας, λοιπόν, αυτή η διαδικασία, έχει στοιβάξει πολλά παρόμοια κομμάτια τα οποία τα προορίζει για την κατασκευή του αντικειμένου (εικόνα 29). Κάθε ένα από αυτά θα μετατραπεί σε ένα αγγείο! Οπότε είναι έτοιμος να ξεκινήσει την κατασκευή του αντικειμένου πάνω στον τροχό, παράλληλα με την οποία, θα μας εξηγεί τι κάνει. Πριν, όμως, από αυτό, μας περιγράφει πως λειτουργεί αυτό το βασικό εργαλείο, ο τροχός, τον οποίο χρησιμοποιεί για την κατασκευή των περισσότερων αντικειμένων, τόσο στην κατασκευή του κυρίως σώματός τους, όσο και στη διακόσμησή τους.

Εικόνα 29

Η χρήση του τροχού

Ο τροχός (μη διαφανής ρόλος), ουσιαστικά, αποτελείται από το κατωτρόχι, το οποίο συνδέεται μέσω ενός κατακόρυφου άξονα με το πανωτρόχι (κυκλικός δίσκος). Ο λόγος που μπορεί και περιστρέφεται το πανωτρόχι ώστε να μπορεί ο Αγγειοπλάστης να φτιάξει τα αντικείμενα είναι η περιστροφή του κατωτροχίου.

Εικόνα 30 *Εικόνα 31*

«Μπαίνοντας», λοιπόν, «στα μηχανολογικά», όπως μας λέει ο Αγγειοπλάστης, ο λόγος περιστροφής του κατωτροχίου «είναι τρεις κινήσεις». Ερμηνεύοντας τις περιγραφές του αγγειοπλάστη συμβαίνει η παρακάτω διαδικασία: Όπως φαίνεται στις εικόνες 30 και 31, υπάρχει ένα μοτέρ (μπλε) το οποίο έχει ρεύμα και γυρνάει με σταθερό ρυθμό «ένα μικρό κυλινδράκι» το οποίο συνδέεται με μια ρόδα μέσω ενός λουριού. Έτσι το κυλινδράκι κάνει τη ρόδα να περιστρέφεται, επίσης με σταθερό ρυθμό (1η κίνηση). Η ρόδα στο κέντρο της είναι συνδεδεμένη με έναν άξονα στον οποίο είναι περασμένος ένας κύλινδρος από καουτσούκ. Έτσι η ρόδα κάνει τον κύλινδρο να γυρνάει με σταθερό ρυθμό (2η κίνηση). Πριν ακριβώς από τον κύλινδρο αυτό είναι κολλημένος ένας κάθετος άξονας στον προηγούμενο (στον άξονα, δηλαδή, που περνάει μέσα από τον κύλινδρο και ξεκινάει από το κέντρο της ρόδας). Παράλληλα, το πετάλι που πατάει με το πόδι του ο Αγγειοπλάστης είναι συνδεδεμένο μέσω ενός σκοινιού με αυτόν τον κάθετο άξονα. Έτσι, όσο πιο πολύ πατάει το γκάζι, τόσο πιο πολύ τραβάει το σκοινί αυτόν τον κάθετο άξονα, το οποίο με τη σειρά του σπρώχνει τον κύλινδρο οριζόντια προς το κατωτρόχι (3η κίνηση), πάνω στο οποίο αρχίζει να εφάπτεται. Καθώς ο κύλινδρος περιστρέφεται με την επαφή του πάνω στο κατωτρόχι, προκαλεί λόγω τριβής την περιστροφή αυτού. Η περιστροφή αυτή του κατωτροχίου προκαλεί την περιστροφή του αρχικού κατακόρυφου άξονα, η οποία προκαλεί την περιστροφή του πανωτροχίου.

Όταν, λοιπόν, ο Αγγειοπλάστης πατάει λίγο το πετάλι, ο κύλινδρος εφάπτεται στο πιο έξω μέρος του κατωτροχίου. Και αρχίζει και περιστρέφεται εν τέλει το πανωτρόχι με χαμηλές ταχύτητες. Όταν πατάει περισσότερο το γκάζι, ο κύλινδρος μετακινείται προς το κέντρο του κατωτροχίου. Καθώς η ταχύτητα περιστροφής του είναι σταθερή και η διάμετρος μικραίνει, τόσο πιο γρήγορα περιστρέφεται το κατωτρόχι. Όσο πιο πολύ πατάει το πετάλι, λοιπόν, τόσο πιο κοντά στο κέντρο έρχεται ο κύλινδρος και τόσο πιο γρήγορα περιστρέφεται το κατωτρόχι (αναλογία). «Άμα πατήσω τέρμα, πάει τέρμα» (αναλογία). Το «τέρμα» το χρειάζεται για το κεντράρισμα, ενώ στην υπόλοιπη διαδικασία χρησιμοποιεί πιο χαμηλές ταχύτητες. Σε όλες αυτές της έννοιες του κατακόρυφου άξονα, του κυκλικού δίσκου, του κύκλου, του κυλίνδρου, της περιστροφής, του ορθογωνίου συστήματος, της οριζόντιας μετατόπισης, του κέντρου και της σχέσης διαφοράς διαμέτρου γίνεται έμμεση χρήση εκ μέρους του Αγγειοπλάστη, χωρίς ταυτόχρονη αντίληψή τους.

Ερχόμενος, λοιπόν, στον τροχό μας εξηγεί τις στρατηγικές που ακολουθεί από την αρχή-αρχή της διαδικασίας κατασκευής του πρώτου-πρώτου αντικειμένου. Μας λέει ότι όταν πάει να φτιάξει το πρώτο αντικείμενο έχει στο μυαλό του ότι θέλει να του βγει σε συγκεκριμένες διαστάσεις ύψους και φάρδους. Δοκιμάζει, λοιπόν, και το φτιάχνει. Μετά παίρνει το μέτρο (διαφανής ρόλος) και με αυτό μετράει τις διαστάσεις του, έχοντας πλήρη αντίληψη της έννοιας της μέτρησης, με άμεση χρήση αυτής: «Φτιάχνεις το πρώτο αντικείμενο και λες... θέλω ας πούμε να είναι 30 πόντοι ύψος με 40 φάρδος. Παίρνεις τον πηλό όπως είναι, τον βάζεις απάνω, τραβάς και φτιάχνεις και αρχίζεις και μετράς· είναι 30 πόντους; Για να βάλεις το ξύλο μετά». Ελέγχει και επαληθεύει **,** λοιπόν, με το μέτρο αν οι διαστάσεις βγήκαν όσο ήθελε και μετά ανάλογα τις διορθώνει ρυθμίζοντας τη θέση του ξύλου (διαφανής ρόλος) ώστε στο επόμενο αντικείμενο να δώσει πιο «επιθυμητές» διαστάσεις, κάνοντας άμεση χρήση της έννοιας της επαλήθευσης, μη έχοντας αντίληψη επ' αυτού. Μας εξηγεί: «Όταν θα κάνεις το πρώτο είναι πολύ σπάνιο να πέσεις μέσα. Ή μικρό θα σου βγει ή μεγάλο. Οπότε λες. Είναι μεγάλο.. Θα βάλω αυτό το ξύλο πιο κάτω. Ο επόμενος που θα κάνω να ναι εκεί που το θέλω. ... Ή άμα πέσει πιο χαμηλό, θα το βάλω πιο ψηλά για να το πάει εκεί που θέλω μετά». Τοποθετώντας στο κατάλληλο ύψος το ξύλο, ρυθμίζεται ταυτόχρονα και το φάρδος το οποίο θέλει.

Πιο συγκεκριμένα, η μύτη του ξύλου δείχνει το πάνω-πάνω μέρος του αντικειμένου, κι όπως το φτιάχνει, λέει «αυτό το ύψος θέλω, κι αυτό το φάρδος. Και το βάζω αυτό εκεί πέρα. Και κάνω αυτό το ύψος και αυτό το φάρδος συνέχεια. Και βλέπω ότι αυτό, ας πούμε, εγώ το θέλω να 'ναι εδώ πέρα. Το επόμενο που θα φτιάξω ξέρω ότι αυτή η καμπύλη του εδώ θα πρέπει να είναι εκεί που είναι το ξύλο». Ουσιαστικά αυτό το ξύλο το έχει για να δει συγκριτικά μέχρι ποιο οριακό σημείο θα πρέπει να φτάσει το αντικείμενο. Είναι ο οδηγός, το σημάδι, που έχει, καθ' όλη τη διάρκεια της εργασίας του στον τροχό, το οποίο τον βοηθάει να κάνει τα αντικείμενα «όσο γίνεται» ίδια: «Όσο μπορείς να είναι ίδια, έτσι; Γιατί στο χειροποίητο πάντα θα ξεφύγεις. Λίγο πιο πολύ κοιλιά θα 'χει, μισό πόντο πιο ψηλό, μισό πόντο πιο χαμηλό, αλλά το βάζεις αυτό για να είσαι πάντα περίπου στο ίδιο σημείο». Παρότι, το θεωρεί τον οδηγό του, δεν φαίνεται να το κατανοεί ως μέτρηση ή σύγκριση, έχοντας έτσι μερική αντίληψη της άμεσης χρήσης αυτών.

Εικόνα 32

Το θέμα στην ακρίβεια των διαστάσεων φαίνεται να είναι πολύ σημαντικό αν, για παράδειγμα, «...ο πελάτης θέλει μια κανάτα που να χωράει ένα κιλό (λίτρο) κρασί.

Πρέπει να χωράει ένα κιλό κρασί, ούτε ενάμισι, ούτε μισό». Εκεί, μας λέει, είναι η πείρα: «Απ' την πείρα έχεις μάθει πια ότι 30 πόντοι ύψος είναι η κανάτα με… 15 φάρδος ξέρω 'γω και λες αυτό είναι. Αυτό τώρα είναι η πείρα. Το κάνεις 10 φορές 15, έχεις μάθει πλέον πια. … Το φτιάχνεις και δοκιμάζεις. … Με νερό. Ρίξαμε νερό και λέμε τόσο. Βάζω ένα αντικείμενο που χωράει μέσα 1 κιλό. Άμα το πάρει καλώς. Άμα δε το πάρει λέω ότι την επόμενη φορά πρέπει να το κάνω δυο φορές πιο κοντό». Ο Αγγειοπλάστης, λοιπόν, όπως μας εξηγεί την στρατηγική του, κάνει μέτρηση όγκου μέσω κάποιου έτοιμου αντικειμένου. Συγκεκριμένα, μετράει την ζητούμενη ποσότητα υγρού, βάζοντας νερό μέσα σε ένα αντικείμενο που ξέρει ότι χωράει ένα κιλό (λίτρο), και αυτό το νερό μετά το ρίχνει μέσα στην κανάτα που έφτιαξε, συγκρίνοντας αν χωράει όλο και πόσο περισσεύει. Έχοντας κάνει πολλές δοκιμές και λάθη, μέσα από συγκρίσεις με αντικείμενα δοσμένης χωρητικότητας, έχει καταφέρει να εκτιμήσει τις σωστές διαστάσεις, γενικεύοντας μετά αυτές στην κατασκευή των υπόλοιπων «ίδιων» αντικειμένων. Χρησιμοποιεί ως εκ τούτου τις διαδικασίες του υπολογισμού και της εκτίμησης, καθώς και της δοκιμής και λάθους και της γενίκευσης άμεσα, με μερική αντίληψη αυτών, καθώς καταλαβαίνει τι κάνει κάθε φορά, αλλά δεν το θεωρεί μαθηματικά.

Μετά από δυο τρεις ίδιες γλάστρες που είχε ήδη φτιάξει όταν μπήκαμε, είχε ήδη ρυθμίσει το ξύλο στην κατάλληλη θέση, οπότε τώρα μπορεί να αρχίσει τη διαδικασία κατασκευής στον τροχό, η οποία, όπως μας λέει ο ίδιος, «έχει συγκεκριμένες κινήσεις που πρέπει να κάνεις», και τις οποίες μας περιγράφει.

Η κατασκευή μίας ψηλής και κλειστής γλάστρας στον τροχό

Όταν φτάσαμε στο εργαστήριο ο Αγγειοπλάστης είχε μόλις ξεκινήσει την εργασία του και συγκεκριμένα την κατασκευή της γλάστρας στην εικόνα 33.

Εικόνα 33

Αρχικά, παίρνει ένα από τα κομμάτια πηλού. Κόβει με το χέρι του ένα πολύ μικρό κομματάκι και το βάζει στον τροχό (εικόνα 34). Αυτό, όπως μας εξήγησε, είναι κάτι που κάνει πάντα για να μην έχει μετά φθορά στον πάτο του αντικειμένου. Μετά «πετάει» επάνω στον τροχό (μη διαφανής ρόλος) όλο το υπόλοιπο κομμάτι, βρέχει τα χέρια του και αρχίζει το «κεντράρισμα», όπου λόγω της φύσης του εργαλείου έχει μεγάλη σημασία να πιέζουμε καλά με τα χέρια μας για να πάει «αυτό που λέμε στο κέντρο. Ίσια». Κάνει, λοιπόν, τα χέρια του πάνω – κάτω μία ή δυο φορές σφίγγοντας

τον πηλό, όσο χρειάζεται ανάλογα με την ποιότητα του πηλού και του δίνει ένα σχήμα κώνου, κάνοντας άμεση χρήση του γεωμετρικού σχήματος, έχοντας μερική αντίληψη όμως επ' αυτού καθώς δεν το θεωρεί μαθηματικά.

Εικόνα 34

Στο σημείο αυτό, τον βλέπουμε να αφαιρεί ένα κομμάτι από το επάνω μέρος του κώνου διότι «του είναι μεγάλο», παρότι τον είχε μετρήσει στην αρχή (εικόνα 35). Μας εξηγεί ότι με την πείρα ελέγχει πόσο πηλό θέλει, κάνει δηλαδή επαλήθευση της μέτρησής του και αν χρειαστεί την διορθώνει, έχοντας αίσθησης της απαιτούμενης ποσότητας πηλού και δυνατή παράλληλα ικανότητα οπτικοποίησης, δυο στοιχεία τα οποία μάλιστα φαίνεται αν τον καθοδηγούν σε όλα τα στάδια της κατασκευής, με άμεση χρήση και μερική αντίληψη εκ μέρους του Αγγειοπλάστη.

Εικόνα 35

Συνεχίζει, κάνοντας άλλη μία φορά πάνω – κάτω για να το στρώσει τελείως και φτιάχνει τον τελικό κώνο (εικόνα 36). Μετά, βάζει το χέρι του μέσα στον κώνο που έχει σχηματίσει και δημιουργεί έτσι εκεί ένα κενό χώρο (εικόνα 37). Στην ουσία, δημιουργεί έναν τόρο (εικόνα 38), με άμεση χρήση αυτού, έχοντας αντίστοιχα μερική αντίληψη.

Εικόνα 36

Εικόνα 37

Εικόνα 38

Έπειτα, βάζει το ένα του χέρι μέσα στο κενό και το άλλο απέξω στο ίδιο σημείο, στην ίδια «ανταπόκριση». Αυτό είναι πολύ σημαντικό για τη συμμετρία, την κανονικότητα του τελικού αντικειμένου, όπως αυτή προκύπτει αν χρησιμοποιηθεί σωστά το εργαλείο. Για να μας εξηγήσει τι θα συμβεί αν δεν είναι έτσι μαζί, δίνει μια μπουνιά εσωτερικά στο αγγείο, με αποτέλεσμα αυτό να στραπατσαριστεί (εικόνα 39).

Εικόνα 39

«Για αυτό είναι μαζί τα χέρια, για να σταθεροποιηθεί», μας λέει. Για να διορθωθεί, για να το κεντράρει πάλι και να γίνει συμμετρικό δηλαδή, φτάνει απλά να ξαναβάλει τα χέρια του στη σωστή θέση μεταξύ τους. Βλέπουμε, λοιπόν, την έμμεση χρήση της κεντρικής συμμετρίας εκ μέρους του Αγγειοπλάστη, μη έχοντας αντίληψη απ' αυτής. Έπειτα, με τα δυο χέρια στις θέσεις αυτές στο κάτω μέρος του αγγείου, τραβάει λίγο τον πηλό να σηκωθεί (εικόνα 40) και μετά, έχοντας ήδη εκτιμήσει ο πάτος του να έχει στο περίπου 2 πόντους πηλό, βάζοντας τα χέρια του μαζί όπως περιγράψαμε στο ύψος του πάτου του αγγείου αρχίζει το κανονικό σήκωμα φτάνοντάς το σε σχήμα σχεδόν κυλίνδρου (εικόνα 41), κάνοντας έτσι άμεση χρήση και έχοντας μερική αντίληψη της διαδικασίας της εκτίμησης και της έννοιας του κυλίνδρου.

Εικόνα 40

Εικόνα 41

Σημαντική εμφανίζεται πάλι η δυνατότητα οπτικοποίησης του Αγγειοπλάστη, όταν στο σημείο αυτό τον ρωτάμε πως ξέρει μέχρι που θα το σηκώσει. Εκείνος μας απαντάει ότι για αυτό το σκοπό έχει το ξύλο : «Εδώ βλέπουμε κι ανάλογα τραβάμε να ανέβει ο πηλός και άμα δούμε ότι ανεβαίνει πολύ ψηλά, αφήνουμε πηλό. Για να μην ανεβαίνει απάνω». Επειδή, όμως, μετά στο άνοιγμα που θα του κάνει, θα χάσει λίγο ύψος, φροντίζει να ανέβει στο κατάλληλο ύψος, ώστε με το άνοιγμα που θα κάνει, θα κατέβει εκεί που το θέλει. Στα λόγια του «Τώρα σφίγγω τον πηλό εδώ κάτω για να ανέβει απάνω. Και τώρα αφήνω για να μη μου ανέβει πολύ απάνω. Θέλω να το πάω στο ύψος εκεί που θέλω… βλέπεις; Έχω ανοίξει πάνω από το ξύλο. Γιατί λέω, απ' την ώρα που το ανοίξω και μετά αυτό θα κατέβει…» παρατηρούμε ισχυρή αίσθησης της αναλογίας των τριών διαστάσεων. Στο σημείο αυτό, φαίνεται πάλι η αίσθηση της απαιτούμενης ποσότητας πηλού και δυνατή παράλληλα ικανότητα οπτικοποίησης του Αγγειοπλάστη, με άμεση χρήση και μερική αντίληψη εκ μέρους του.

Στη συνέχεια παίρνοντας με το δεξί του χέρι την πελεκούδα, την χρησιμοποιεί αντί αυτού. Κάνοντας προς τα πάνω τα δυο χέρια, πάντα σε ανταπόκριση το ένα με το άλλο, ανοίγει τον πηλό και ταυτόχρονα λειαίνει και την επιφάνεια της κοιλιάς του. Αρχικά, το κάνει ίσιο, ενώ μετά επαναλαμβάνοντας την ίδια κίνηση πάνω – κάτω, πότε με την πελεκούδα και πότε με το δάχτυλό του, του δίνει την καμπυλότητα που επιθυμεί. Στο πόσο καμπυλωτή θα την κάνει την κοιλιά λέει ότι αυτό το υπολογίζει πάλι με την πείρα, καθώς δεν έχει κάποιο σημάδι που να τον οδηγεί όπως το ξύλο για το ύψος.

Εικόνα 42

Μάλιστα, κατά τη διάρκεια της καμπύλωσής του, μας δείχνει ότι επαληθεύεται το ύψος του αντικειμένου σε σχέση με το ξύλο (εικόνα 43).

Εικόνα 43

Αφού τελειώσει με το βασικό κομμάτι της κατασκευής, συνεχίζει για να «ομορφύνει» το αντικείμενο, και για τον σκοπό αυτό παίρνει το σκαλιστήρι (διαφανής ρόλος). Το σκαλιστήρι το έχει κατασκευάσει μόνος του χρησιμοποιώντας μια φουρκέτα για τα μαλλιά, κάτι που μας δείχνει πάλι την ικανότητα οπτικοποίησής του, και με αυτό χαράσσει πάνω στην επιφάνεια του αγγείου διάφορα διακοσμητικά στοιχεία - σχέδια και μοτίβα. Παίρνει, λοιπόν, το σκαλιστήρι, απλά το ακουμπάει σε ένα σταθερό με το χέρι του σημείο και με την περιστροφική κίνηση του τροχού «αναγκαστικά» δημιουργείται μια σκαμμένη γραμμή περιφερειακά του αγγείου, κάνοντας έτσι άμεση χρήση των μαθηματικών εννοιών του μοτίβου, της παραγωγής συμμετρίας στον χώρο βάση της περιστροφής γύρω από άξονα, και της διαδικασίας τη οπτικοποίησης με μερική ταυτόχρονα αντίληψη επί αυτού. Μετά, το περνάει με το σφουγγάρι για να γίνει πιο στρωτή η επιφάνειά του (εικόνα 44).

Εικόνα 44

Στη συνέχεια φτιάχνει αυτά τα καμπυλωτά σχεδιάκια στο χείλος του αγγείου. Αν και μας λέει ότι «το κάνει στην τύχη», μας εξηγεί ότι τα κάνει χρησιμοποιώντας τα δύο του δάχτυλα (αντίχειρα και δείκτη) και την κενή απόσταση που δημιουργείται μέσα τους - την καμπούρα: «Αυτή η καμπούρα που λέμε. Τώρα μπορεί να ξεφύγει το χέρι, να πάει πιο κλειστό (στενό) ή πιο ανοιχτό (φαρδύ). Αναλόγως που θα φύγει το χέρι. Για αυτό λέμε πάντα στο περίπου. Και η πείρα είναι, λες πάω εκεί». Δηλαδή χρησιμοποιεί ως μονάδα μέτρησης μήκους για να φτιάξει αυτά τα σχεδιάκια, και τα κάνει όλα «ίδια», ενώ δεν τον ανησυχεί αν το τελευταίο θα του χωρέσει ακριβώς, χρησιμοποιώντας έτσι

άμεσα τη μέτρηση, δημιουργώντας τη μονάδα μέτρησης «καμπούρα», έχοντας μερική αντίληψη επί αυτού.

Εικόνα 45

Στο τέλος, μας αναφέρει ότι αυτές τις κινήσεις τις κάνεις πάντα όταν είναι να κάνεις ψηλά αντικείμενα, ενώ «άμα θες να κάνεις χαμηλό, το πας χαμηλά και ανοιχτά» (σχετικά, θα δούμε παρακάτω την κατασκευή ενός πιάτου). Όσον αφορά στην καμπυλότητα του αντικειμένου, μας εξηγεί ότι αν θέλεις να κάνεις άλλο σχήμα καμπύλης οι κινήσεις είναι οι ίδιες μέχρι και το σημείο που το κάνει σχεδόν κύλινδρο και απλά μετά του δίνει το σχήμα που θέλει.

Αυτό που μένει είναι να αποκολλήσει με το σύρμα το αντικείμενο από τον τροχό και να το αποθηκεύσει στα ράφια του εργαστηρίου. Μάλιστα, για να του χωρέσουν όλα τα αγγεία επάνω στο κάθε ράφι, δεν τα τοποθετεί στην ίδια ευθεία, αλλά λίγο ζιγκ ζαγκ.

Το βάψιμο με τον ασβέστη

Μετά την κατασκευή και διακόσμηση του αντικειμένου, μας αναφέρει ότι το αφήνει για περίπου 10 -15 μέρες να στεγνώσει, λίγο στον εσωτερικό χώρο του εργαστηρίου, λίγο έξω στον ήλιο κι αφού στεγνώσει πολύ καλά θα το βάζει στο φούρνο να ψηθεί (εικόνα 46). Αν μετά θέλει μπορεί, όπως μας λέει, να το βάψει (ασβέστης για τα καλλωπιστικά, μπαντανάς και μετά γυαλί ή μόνο γυαλί για όσα αντικείμενα είναι χρηστικά, δηλαδή τις λεκάνες, τα κιούπια για λάδι ή κρασί κλπ). Αναγκαστικά, στη συνέχεια το ξαναψήνει δεύτερη φορά και αφού βγει από τον φούρνο τα εκθέτει στην αποθήκη και περιμένει να πουληθούν. Ρωτώντας τον, μάλιστα, πως φτιάχνει το μίγμα με τον ασβέστη, μας λέει ότι δεν μετράει ακριβώς, αλλά αυτό που κάνει είναι να γεμίζει μια δεξαμενή με διαστάσεις περίπου 1,50 επί 1, περίπου μέχρι τη μέση με νερό και ρίχνει μέσα περίπου 3 με 4 τσουβαλάκια ασβέστη, τα οποία είναι περίπου 20 ή 25κιλα. Ο Αγγειοπλάστης λοιπόν, χρησιμοποιεί την έννοια της αναλογίας άμεσα, έχοντας μερική αντίληψη επ' αυτής.

Εικόνα 46

Στη συνέχεια, μας δείχνει κατασκευές άλλων αντικειμένων.

Η κατασκευή κουμπαράδων σε συνεχόμενα μεγέθη

Τον βλέπουμε να μας φτιάχνει – πραγματικά σε χρόνο ρεκόρ – μικρούς κουμπαράδες σε έναν λίγο πιο μικρό τροχό, όπου μας εξηγεί ότι «είναι ακριβώς η ίδια διαδικασία με πριν. Δεν αλλάζει τίποτα» (εικόνα 48). Ουσιαστικά, βλέπουμε πάλι να κάνει άμεση χρήση του αλγορίθμου-μοτίβων κινήσεων, μη έχοντας αντίληψη για τη σχέση τους με τα μαθηματικά.

Εικόνα 47

Βλέπουμε ότι πετάει λίγο περισσευούμενο υλικό (εικόνα 47), όπως ακριβώς και πριν, όπου εμφανίζεται η μέθοδος δοκιμής και λάθους και μέσω αυτών η γενίκευση, με άμεση χρήση και μη αντίληψη εκ μέρους του Αγγειοπλάστη. Δηλαδή μέσα από δοκιμές και λάθη έχει ισχυροποιήσει την αίσθηση ποσότητας μέσα στα χέρια του. Επειδή, μετά από μερικούς κουμπαράδες, παρατηρήσαμε ότι ουσιαστικά κόβει από το αρχικό κομμάτι του πηλού περίπου όσο πηλό χωράει στη χούφτα του για να φτιάξει το αντικείμενο, τον ρωτήσαμε αν είναι όντως περίπου τόσο και μας απάντησε «Αυτό ναι. Ναι, ναι».. Όπως φαίνεται, λοιπόν, μέσα από δοκιμές και λάθη έχει γενικεύσει και υιοθετήσει την στρατηγική της μέτρησης με τη χούφτα, χρησιμοποιώντας άμεσα τις διαδικασίες αυτές και έχοντας μη αντίληψη επ' αυτού.

Εικόνα 48

Στην συνέχεια, βλέποντας ότι ακριβώς πάνω από το σημείο που δουλεύει υπάρχουν τοποθετημένοι στη σειρά κουμπαράδες με συνεχόμενα αυξανόμενο

μέγεθος, τον ρωτάμε αν μπορεί να υπολογίσει πόσο παραπάνω πηλό θα χρειαστεί για να φτιάξει αυτούς και μας απαντάει «Ναι βέβαια».

Εικόνα 49

Μας εξηγεί ότι ενώ για το μικρότερο μέγεθος που έκανε πριν έπαιρνε μία γεμάτη χούφτα πηλό, για το αμέσως επόμενο, όπως μας δείχνει επί τόπου, φαίνεται να παίρνει δυο γεμάτες χούφτες πηλό, ενώ για τον επόμενο παίρνει ένα στάνταρ κομμάτι κατευθείαν από το αρχικό κυλινδρικό κομμάτι πηλού (εικόνα 50, εικόνα 51). Μάλιστα, μας λέει χαρακτηριστικά ότι τα μεγέθη είναι συνεχόμενα και «ο μεγαλύτερος είναι 30 πόντους, μετά 25, 20, 15. Ανά 5 πόντοι ανεβαίνει. … Αν υποτεθεί ότι είναι μια χούφτα ο μικρός, τότε ο επόμενος είναι δυο, ναι, ο άλλος είναι 3. Τώρα που το λες θα συμφωνήσω κι εγώ», κάτι που μας δείχνει ότι ο Αγγειοπλάστης δεν είχε συνειδητοποιήσει αυτό που κάνει είναι μια μέτρηση και μάλιστα χρησιμοποιεί ως μονάδα για τη μέτρηση αυτή την χούφτα του, άμεσα.

Εικόνα 50

Εικόνα 51

Βλέπουμε, επίσης, ότι εμφανίζεται η ιδέα της ομοιότητας και της συσχέτισης των διαστάσεων και του όγκου όταν ανεβαίνουμε μέγεθος στον κουμπαρά, κάτι που ο Αγγειοπλάστης χρησιμοποιεί άμεσα, με μερική αντίληψη, καθώς ξέρει ότι υπάρχει αυτή η σχέση μεταξύ τους, αλλά δεν τη σκέφτεται ως κάτι μαθηματικό.

Η κατασκευή ενός καπακίου

Μετά, μας δείχνει πως κατασκευάζεται ένα καπάκι. Αρχικά, μας φτιάχνει ένα τυχαίο αντικείμενο, για το οποίο θα προορίζεται το καπάκι. Συγκεκριμένα, όπως φαίνεται στην εικόνα 25, φτιάχνει στο επάνω μέρος του αντικειμένου μια μπαντούρα πάνω στην οποία θα πατήσει το καπάκι. Για να την κάνει αυτή, απλά πατάει το δάχτυλό του

στο επάνω μέρος του χείλους κι έτσι καταφέρνει να ανοίξει ένα ανάχωμα στο εξωτερικό κι ένα σκαλάκι - «μπαλκόνι» - στο εσωτερικό του αγγείου, το οποίο ακριβώς είναι η μπαντούρα. Ουσιαστικά, χρησιμοποιεί το πάχος του δαχτύλου του ως μονάδα μέτρησης για αυτό το «μπαλκόνι», χωρίς να έχει αντίληψη αυτού.

Εικόνα 52

Στη συνέχεια, αρχίζει να κατασκευάζει το καπάκι. σε αυτό θα φτιάξει ένα «μπαλκονάκι» γύρω του, το οποίο θα πατάει πάνω στην μπαντούρα: «Αυτό είναι που σταματάει εδώ για να μην πηγαινοέρχεται». Βλέπουμε ότι η διαδικασία είναι και πάλι ακριβώς η ίδια μέχρι το σημείο του κώνου. Εδώ είναι που αρχίζει το βασικό κομμάτι της κατασκευής του καπακιού, η οποία φαίνεται στις παρακάτω εικόνες.

Εικόνα 53

Βλέπουμε ότι το καπάκι φτιάχνεται ανάποδα. Το σημαντικό σημείο είναι η διάμετρος του καπακιού να είναι ίση με τη διάμετρο του επάνω μέρους του αγγείου. Για αυτό το σκοπό, το άνοιγμα αυτό το μετράει με το μέτρο: «Το μετράς. Ξέρω ότι εκεί είναι 20 πόντοι. Και μετράς και αυτό, 20 πόντοι το άνοιγμά του». Όταν λέει 20 πόντοι, εννοεί «όλο όλο, μέχρι έξω», δηλαδή το πάνω μέρος του αγγείου από τη μία άκρη μέχρι την άλλη. Το δεύτερο σημαντικό σημείο είναι το «μπαλκονάκι» που φτιάχνει στο καπάκι, το οποίο θα ταιριάζει ακριβώς στη μπαντούρα. Η στρατηγική του για αυτό είναι να χρησιμοποιεί και πάλι ως μονάδα μέτρησης το πάχος του δαχτύλου του· το

κάνει τόσο πλατύ όσο είναι το πάχος του δαχτύλου του, όσο δηλαδή έχει κάνει και το πλάτος της μπαντούρας. Έτσι ξέρει ότι τα δυο μεγέθη ταιριάζουν.

Η κατασκευή ενός χαμηλού και ανοιχτού πιάτου στον τροχό

Στη συνέχεια μας κάνει το πιάτο που μας υποσχέθηκε πριν. Βλέπουμε ότι στην περίπτωση αυτή που το αντικείμενο είναι χαμηλό και ανοιχτό, οι κινήσεις είναι αντίστροφες. Ο αλγόριθμος κινήσεων του Αγγειοπλάστη αρχίζει με τον ίδιο να πιέζει με τα χέρια του προς τα κάτω τον πηλό, δημιουργώντας ένα παχύ κυκλικό δίσκο, χωρίς όμως ο ίδιος να αντιλαμβάνεται την μαθηματική αυτή έννοια και κάνοντας έμμεση χρήση αυτής. Πιέζοντας τα δάχτυλά του στο εσωτερικό του «το βαθαίνει». Μετά σηκώνει το τοίχωμα με την πελεκούδα, και αφού στρώσει με αυτήν και με τα δάχτυλά του την επιφάνειά του, το πιάτο είναι έτοιμο!

Εικόνα 54

Η διακόσμηση των αντικειμένων

-Με το σκαλιστήρι

Στην συνέχεια παίρνει ένα ήδη κατασκευασμένο πιθάρι (εικόνα 55), και μας δείχνει πως θα το διακοσμήσει. Αρχικά φτιάχνει δυο αλυσιδίτσες στην περιφέρειά του. Έχοντας το αγγείο πάνω στον τροχό, αυτό που κάνει για να φτιάξει τις αλυσιδίτσες, ουσιαστικά, είναι να παίρνει μια μπάλα μαλακού πηλού στη χούφτα του και προσθέτει περιφερειακά επάνω στο αγγείο επιπλέον κομματάκια (σαν μικρές μπαλίτσες), πατώντας συνεχόμενα ή λίγο λίγο τον τροχό. Οι μπαλίτσες αυτές, λόγω της πίεσης του δαχτύλου του σε συνδυασμό με την περιστροφική κίνηση του τροχού γίνονται λιγάκι μακρόστενες και έτσι παράγουν αυτή την αλυσιδίτσα που φαίνεται στην εικόνα 26. Εμφανίζεται, λοιπόν, πάλι η αίσθηση της οπτικοποίησης εκ μέρους του Αγγειοπλάστη, αλλά και η έννοια του μοτίβου, καθώς καταλαβαίνει ότι για να φτιάξει μια τέτοια αλυσιδίτσα, το μόνο που χρειάζεται να κάνει είναι συνεχόμενες πιέσεις ταυτόχρονα με την περιστροφή του τροχού, κάνοντας άμεση χρήση αυτών και έχοντας μερική κατανόηση επί αυτών.

Εικόνα 55

Στη συνέχεια θέλει να συνεχίσει γεμίζοντας το χώρο ανάμεσά τους με γραμμούλες σε τριγωνικά σχήματα. Με το αριστερό χέρι στρίβει τον τροχό, ενώ παράλληλα κρατάει στο δεξί χέρι το σκαλιστήρι (διαφανής ρόλος) και χαράσσει γραμμές / και \ (εικόνα 56), εμφανίζοντας ουσιαστικά τριγωνικά μοτίβα, με άμεση χρήση και μη αντίληψη εκ μέρους του ίδιου.

Εικόνα 56

Όπως παρατηρούμε, τα τριγωνάκια μοιάζουν να είναι ισοσκελή ή ισόπλευρα, αν και ο ίδιος δεν καταφέρνει να μας το χαρακτηρίσει έτσι, κάτι που μας δείχνει τη μη αντίληψη των εννοιών αυτών. Αλλά δεν τον νοιάζει να βγουν ακριβώς ίδια. Μάλιστα, το τελευταίο τριγωνάκι, όπως φαίνεται και στην εικόνα 57, του βγαίνει πιο «στενό», όπως το χαρακτηρίζει μετά ο ίδιος. Φαίνεται ότι το κάθε πόσο πρέπει να στρίψει τον τροχό για να χαράξει την κάθε πλευρά, το ξέρει «με την πείρα». Ο ίδιος χαρακτηριστικά λέει ότι δεν το κάνει με ακρίβεια γιατί τότε: «Πρέπει να πάρω το μέτρο, πόσο θέλω ας πούμε να κάνω το δίπλα… πρέπει λοιπόν να το διαιρέσω, πόσο θα κάνει και να πούμε, από εδώ μέχρι εδώ θέλει π.χ. 15 πόντους. Θα πάρω το μέτρο, να κάνω αυτό 15 πόντους, μετά πάλι… ετούτο… και το άλλο… δέκα ώρες! Για να κάτσω να το κάνω τέλειο! Μετά ξέρεις πόσο θα το πουλήσω εγώ αυτό; πανάκριβο! Για να κάτσω να το κάνω τέλειο!». Βλέπουμε ότι ξέρει πώς να το κάνει ακριβές, απλά δεν τον νοιάζει. Προτιμάει να είναι «στο περίπου» ίδιο και να το κάνει γρήγορα.

Εικόνα 57

Για να τα κάνει όσο πιο καλά μπορεί, υπολογίζει το σχήμα σαν εικόνα στο μυαλό του και συνεχίζει: «κάνω πρώτα την (αριστερή πλευρά /), και μετά πρέπει να κάνω αυτήν εδώ (δεξιά πλευρά \ ). Για να βρω το σχήμα του. Γιατί μία πάει έτσι, και μετά πάει έτσι. Και θέλω να κάνω αυτό το πράγμα (δείχνει τις δυο πλευρές, δηλαδή το \/). Ρωτώντας τον συγκεκριμένα αν κοιτάει, για παράδειγμα, η αριστερή πλευρά (/) να είναι περίπου το ίδιο με την δεξιά (\ ), ίδια στο μήκος, ή να γέρνει τόσο όσο η άλλη, αυτός μας απάντησε «Εε εδώ τώρα είναι η πείρα που λέμε. Θα σε τρελάνω με την πείρα. Αυτή είναι η πείρα· που τραβάς τη γραμμή». Οπότε τα κάνει στο περίπου, με το «μάτι», για αυτό και «στο τελευταίο κομμάτι θα πέσει ή μικρό ή μεγάλο». Συγκεκριμένα, όταν είναι να χαράξει την τελευταία αριστερή πλευρά (εικόνα 58), κοιτάει να την κάνει όσο μπορεί με το μάτι το «ίδιο πλαγιαστή» με την πρώτη αριστερή πλευρά (εικόνα 59). Οπότε η τελευταία δεξιά πλευρά του τριγώνου (εικόνα 60) ή θα βγει πιο μικρή (πιο όρθια) ή πιο μεγάλη (πιο πλαγιαστή). Ουσιαστικά, ο Αγγειοπλάστης επιχειρεί να σχεδιάσει παράλληλες γραμμές, χωρίς όμως να μπορεί να εκφράσει την έννοια της παραλληλίας. Χρησιμοποιεί ως εκ τούτου άμεσα τα μαθηματικά χωρίς όμως ταυτόχρονη αντίληψη της εμφάνισης των εμπλεκόμενων εννοιών.

Εικόνα 58 *Εικόνα 59* *Εικόνα 60* *Εικόνα 61*

Προσέχει, ωστόσο, να μην βγουν πολύ διαφορετικά, αλλά να βγουν όσο γίνεται ίδια, διότι μετά θέλει να τα γεμίσει με γραμμούλες, που όπως παρατηρούμε φαίνεται να τις κάνει παράλληλες (εικόνα 62), άμεσα και χωρίς ο ίδιος να το αντιλαμβάνεται: «μην έχει εδώ τώρα 3 τέτοια, 1 2 3, και εδώ στο άλλο ξέρω 'γω έχει 6 (εννοεί τις μέσα παράλληλες γραμμούλες). Θέλουμε κατά κάποιον τρόπο το σχέδιο να είναι ίδιο. Τέτοια μεγάλη διαφορά, όχι…». Κι εδώ, λοιπόν, επιμένει ότι δεν προσέχει κάτι συγκεκριμένο για το πώς και πόσες γραμμούλες θα κάνει: «ούτε μετράω, ούτε τίποτα. Δεν ξέρω

πόσες έβαλα εδώ. Πόσες έβαλα; 1,2,3,4,5,6. Εδώ, 1,2,3,4,5. Κάνω αυτό το σχέδιο και πάω. Δεν σκέφτομαι…», ενώ αναφέρεται πάλι στο θέμα της πείρας: «Απλώς όταν το κάνεις εσύ πρώτη φορά, θα το κάνεις έτσι γιατί δεν ξέρεις. Θα δεις «ωπ δε μου πέφτει». Την επόμενη φορά, λίγο πιο σιγά, θα το φέρεις εδώ, στους 7… αυτό είναι που μαθαίνεις. Και μετά από το μάθε μάθε μάθε μάθε, μαθαίνεις κάποια στιγμή και λες εκεί. Έτσι πάει…». Πάλι εμφανίζεται η μέθοδος δοκιμής και λάθους και μέσω αυτών η γενίκευση, με άμεση χρήση και μερική αντίληψη εκ μέρους του Αγγειοπλάστη.

Εικόνα 62

-Με το γρανάζι

Ένα ακόμη εργαλείο που έχει φτιάξει μόνος του ο Αγγειοπλάστης εκτός από το σκαλιστήρι, είναι το γρανάζι (μη διαφανής ρόλος), το οποίο χρησιμοποιεί αντίστοιχα με το σκαλιστήρι για τη διακόσμηση των αγγείων, με τη βοήθεια πάλι του τροχού. Για να μας δείξει πως το χρησιμοποιεί τοποθετεί το αγγείο πάνω στον τροχό και όπως αυτός περιστρέφεται όταν πατάει το πεντάλ, κρατάει το γρανάζι, το ακουμπάει πάνω στο τοίχωμα του αγγείου στο κάτω μέρος και σιγά σιγά ανεβάζει το χέρι του προς τα πάνω (εικόνα 63). Έτσι, αφήνει αυτό το μοτίβο με τις παράλληλες γραμμούλες που φαίνεται στην εικόνα 64.

Εικόνα 63

Εικόνα 64

Παρατηρούμε, λοιπόν, τη δυνατότητα οπτικοποίησης που διαθέτει ο Αγγειοπλάστης. Μας εξηγεί, μάλιστα, τον τρόπο με τον οποίο το έφτιαξε: «Βρήκα το γρανάζι, βρήκα αυτό το κατσαβίδι. Κόλλησα αυτά εδώ πέρα απάνω (την μπάρα στην οποία έχει περάσει το γρανάζι και έχει κολλήσει κάθετα στο κατσαβίδι) κι έβαλα το γρανάζι εδώ» (εικόνα 65). Βλέπουμε επίσης, την έμμεση χρήση των εννοιών του μοτίβου και της παραλληλίας μέσω του εργαλείου αυτού, με ταυτόχρονη μη αντίληψη αυτού εκ μέρους του Αγγειοπλάστη. Παρουσιάζεται, επίσης, η σπειρωοειδής φύση της διακόσμησης του αντικειμένου με έμμεση χρήση και μερική αντίληψη εκ μέρους του Αγγειοπλάστη.

Εικόνα 65

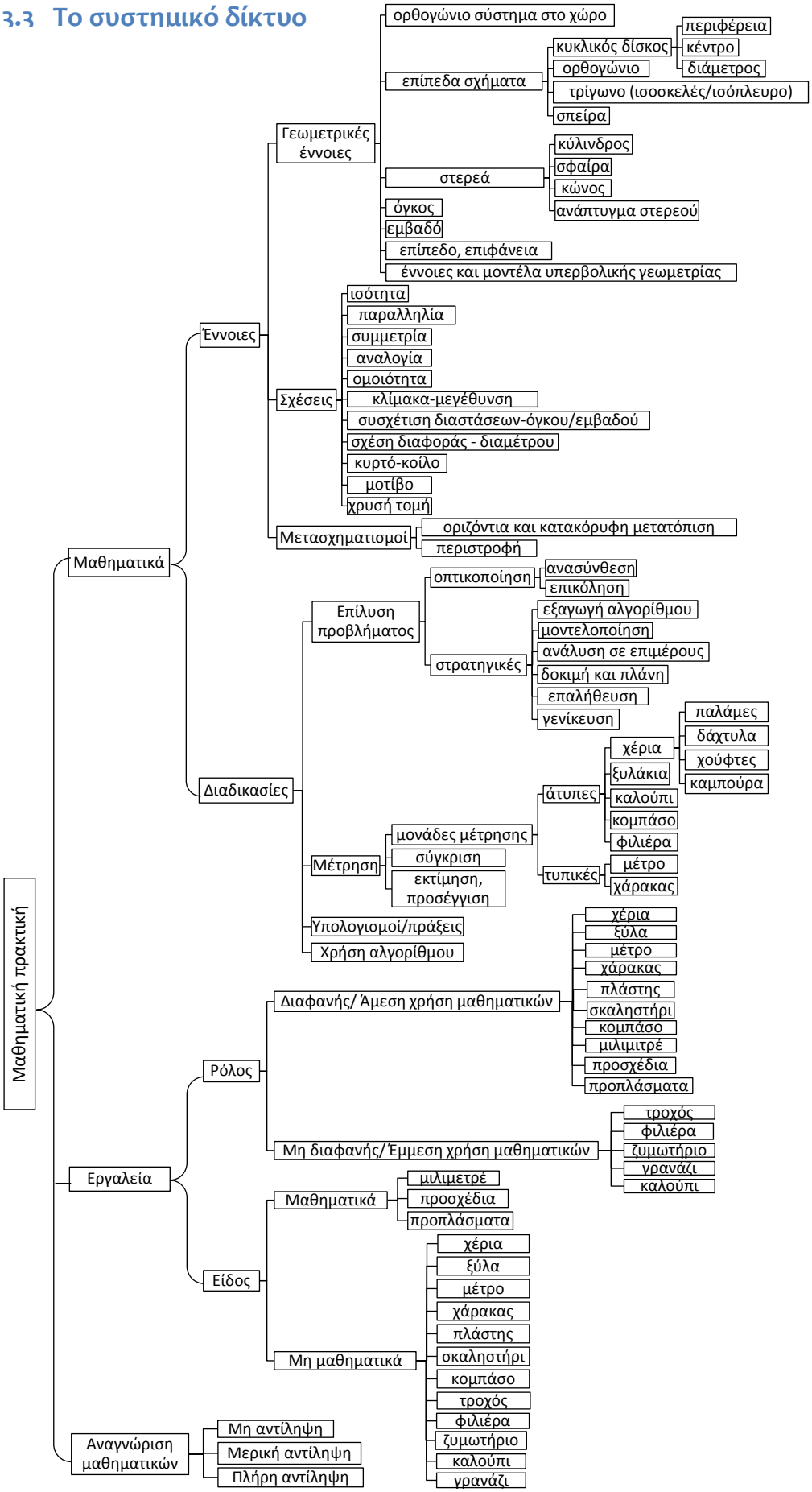
-Με το πινέλο

Βλέπουμε, επίσης, τα κυκλικά μοτίβα στην πιατέλα της εικόνας 66. Αυτό το άσπρο μοτίβο μας λέει ότι το κάνει με ένα πινέλο (διαφανής ρόλος) που το χει βουτήξει μέσα σε ένα είδος μπογιάς («μπαντανάς»).

Εικόνα 66

Βάζει το αντικείμενο πάνω στον τροχό και ενώ τον γυρνάει με το αριστερό, ενώ παράλληλα με το δεξί κρατάει το πινέλο με αυτό να δείχνει προς τα κάτω και το χέρι του κάνει ελεύθερους κύκλους στον καρπό του. Έτσι βγαίνει αυτό το μοτίβο. Μάλιστα, μας λέει ότι δεν τον νοιάζει να βγουν συγκεκριμένα τέσσερα, μπορεί να του βγουν και πέντε, αλλά πάλι, όπως και στα τριγωνάκια πριν, δεν θέλει να έχει πολύ μεγάλη διαφορά στον αριθμό: «Αυτά είναι η πείρα... γυρνάς και στην τύχη. Άμα θες να το κάνεις περίπου το ίδιο.... Φτιάχνεις τον κύκλο εδώ, του χεριού. Λες ο κύκλος καμιά φορά μπορεί να ξεφύγει, να γίνει πιο μεγάλος. Ε έτυχε. Τι να κάνουμε; Αλλά συνήθως πας έτσι, εκεί».

3.3 Το συστημικό δίκτυο



3.4 Η μαθηματική πρακτική στην Κεραμική Τέχνη

Η μαθηματική πρακτική που εντοπίστηκε στον χώρο αναλύθηκε σε σχέση με τρεις διαστάσεις: τα μαθηματικά που αναδείχθηκαν· τα εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν· και το κατά πόσο αυτά τα μαθηματικά αναγνωρίστηκαν από τους δυο συμμετέχοντες.

Όσον αφορά στα μαθηματικά που αναδείχθηκαν διακρίνουμε αυτά σε έννοιες και διαδικασίες. Σχετικά με τα εργαλεία διακρίνουμε μαθηματικά και μη μαθηματικά εργαλεία, αλλά και τον ρόλο αυτών σε διαφανή και μη διαφανή. Οι συμμετέχοντες χρησιμοποιούν άμεσα τα μαθηματικά όταν το χρησιμοποιούμενο εργαλείο έχει διαφανή ρόλο (ή δεν υπάρχει καν) και έμμεσα όταν το χρησιμοποιούμενο εργαλείο έχει μη διαφανή ρόλο. Ως προς την αναγνώριση των μαθηματικών εκ μέρους των συμμετεχόντων διακρίνουμε τις περιπτώσεις της μη αντίληψης, μερικής αντίληψης και πλήρους αντίληψης.

Θα περιγράψουμε τις τρεις αυτές διαστάσεις με οδηγό την κάθε μαθηματική έννοια και διαδικασία που εμφανίστηκε, δίνοντας αντίστοιχα παραδείγματα από την πρακτική των συμμετεχόντων. Σε κάθε παράδειγμα παρουσιάζουμε την αντίστοιχη άμεση ή έμμεση χρήση των μαθηματικών βάσει του ρόλου των χρησιμοποιούμενων κάθε φορά εργαλείων, καθώς και το βαθμό αντίληψης αυτών εκ μέρους των συμμετεχόντων. Στο τέλος, συγκεντρώνουμε αυτά που προκύπτουν από την περιγραφή αυτή σχετικά με το ρόλο των εργαλείων και τη χρήση των μαθηματικών, καθώς και για το βαθμό αντίληψης.

Μαθηματικά

Έννοιες

Όσον αφορά στις έννοιες που εντοπίστηκαν, αρχικά έχουμε την εμφάνιση γεωμετρικών εννοιών. Ακόμα διακρίνονται σε σχέσεις, και σε μετασχηματισμούς.

-Γεωμετρικές έννοιες

Οι δυο καλλιτέχνες κάνουν χρήση της έννοιας του *όγκου*, καθώς έχουν να κάνουν με τον χειρισμό όγκων - τρισδιάστατων αντικειμένων, είτε άμεσα από τους ίδιους, είτε έμμεσα λόγω της διαμεσολάβησης των εργαλείων: τροχός, φιλιέρα, καλούπια, τα οποία κατέχουν αδιαφανή ρόλο. Μέσα από τα χαρακτηριστικά λόγια της Κεραμίστριας, η ίδια φαίνεται να έχει μερική αντίληψη αυτής, καθώς αναγνωρίζει τη σχέση αυτή με τη γεωμετρία, λέγοντας ότι η κεραμική έχει να κάνει με τη γεωμετρία καθώς πρόκειται για σύνθεση όγκων και τρισδιάστατα αντικείμενα, παρ' όλα αυτά όμως δεν την αναγνωρίζει ως κάτι το μαθηματικό – όπως αναγνωρίζει πλήρως τους αριθμούς – ή τουλάχιστον δε φαίνεται να το θεωρεί αξιόλογο. Ο Αγγειοπλάστης παρουσιάζει μη αντίληψη σχετικά. Επιπλέον, ο Αγγειοπλάστης κάνει άμεση χρήση της έννοιας του όγκου, όταν αναφέρεται σε αυτόν ως το «μέγεθος» του αγγείου, έχοντας μη αντίληψη επί αυτού.

Η Κεραμίστρια κάνει έμμεση χρήση της έννοιας του *επίπεδου* μέσω του εργαλείου της φιλιέρας (αδιαφανής ρόλος), καθώς ό,τι τοποθετήσει μέσα του θα το μετατρέψει σε μία επίπεδη επιφάνεια, με την ίδια να έχει ταυτόχρονη μερική αντίληψη αυτής, καθώς δεν μπορεί να αποδεχθεί τη μαθηματική φύση της.

Εμφανίζεται, επίσης, η έννοια του *εμβαδού*, καθώς πολλές φορές η Κεραμίστρια αναφέρεται σε αυτό ως «μέγεθος» του φύλλου, κάνοντας άμεση χρήση αυτού, με μερική αντίστοιχη αντίληψη.

Εμφανίζεται, επίσης, η έννοια των *επίπεδων σχημάτων*, όπως του κυκλικού δίσκου (περιφέρεια, κέντρο, διάμετρος), του ορθογωνίου, του τριγώνου, της σπείρας. Για παράδειγμα, ο Αγγειοπλάστης κάνει άμεση χρήση της διαμέτρου, με μερική αντίληψη αυτής, στο σημείο που φτιάχνει το καπάκι που αντιστοιχεί σε ένα συγκεκριμένο αγγείο, ώστε οι διάμετροι των δυο αντικειμένων να ταυτίζονται. Επίσης, χρησιμοποιεί άμεσα την έννοια του κυκλικού δίσκου, με μη ταυτόχρονη αντίληψη αυτής, για την κατασκευή του πιάτου. Ακόμα, κάνει άμεση χρήση του κύκλου, στη διακόσμηση με μπαντανά του αντικειμένου, με τη βοήθεια ενός πινέλου (διαφανής ρόλος), έχοντας μερική αντίληψη αυτού. Επιπλέον, κάνει άμεση χρήση της έννοιας του τριγώνου (ισοσκελές/ισόπλευρο) για να διακοσμήσει το αγγείο με το σκαλιστήρι (διαφανής ρόλος), κάνοντας άμεση χρήση της έννοιας αυτής και μη έχοντας αντίληψη επί αυτού. Η Κεραμίστρια, από την άλλη, κάνει έμμεση χρήση της γεωμετρικής έννοιας του κυλίνδρου και του ορθογωνίου ως μέρη των συστατικών μερών της φιλιέρας (μη διαφανής ρόλος φιλιέρας), με μερική αντίληψη επί αυτού. Κάνει, ακόμα άμεση χρήση της έννοιας της (ατέρμονης) σπείρας, για την οποία φαίνεται να έχει μερική πάλι αντίληψη, καθώς αν και ξέρει ότι «αποτελεί κάτι στη γεωμετρία», δεν φαίνεται να το σχετίζει με αυτό που έχει η ίδια στο μυαλό της ως μαθηματικά.

Επιπλέον, εμφανίζεται η έμμεση χρήση της έννοιας του *επίπεδου σχήματος* του κύκλου και του *στερεού σχήματος* του κυλίνδρου, μέσω του μηχανήματος του ζυμωτηρίου (αδιαφανής ρόλος). Το μηχάνημα αυτό αναγκάζει τον πηλό που βγαίνει να έχει σχήμα κυλινδρικό, το οποίο είναι κατάλληλο για την κατασκευή μετά του αντικειμένου πάνω στον τροχό, καθώς και τετραγωνικό σχήμα να είχε όταν το τοποθετήσει πάνω στον τροχό, βάζοντας το χέρι στον πηλό θα σχηματιστεί αναγκαστικά τέτοια μορφή ώστε όλα τα σημεία που ακουμπάει το χέρι του να ισαπέχουν από τον άξονα περιστροφής, λόγω της φυγοκέντρου, δηλαδή κυκλικό σχήμα. Ο Αγγειοπλάστης έχει μερική αντίληψη επ' αυτών. Επίσης, έμμεση χρήση αυτών γίνεται και μέσω του τροχού λόγω της κατασκευής του (μη διαφανής ρόλος τροχού), καθώς αυτός ουσιαστικά, αποτελείται από το κατωτρόχι, το οποίο συνδέεται μέσω ενός κατακόρυφου άξονα με το πανωτρόχι (κυκλικός δίσκος), με τον Αγγειοπλάστη να έχει μερική αντίληψη αυτών. Στη συνέχεια, ο Αγγειοπλάστης κάνει τα χέρια του πάνω – κάτω μία ή δυο φορές σφίγγοντας τον πηλό, όσο χρειάζεται ανάλογα με την ποιότητα του πηλού και του δίνει ένα σχήμα κώνου, κάνοντας άμεση χρήση του κώνου, έχοντας μερική αντίληψη όμως επ' αυτού καθώς δεν το θεωρεί μαθηματικά. Μετά, αρχίζει το κανονικό σήκωμα φτάνοντάς το σε σχήμα σχεδόν κυλίνδρου, κάνοντας έτσι άμεση χρήση και έχοντας μερική αντίληψη αυτής. Μάλιστα, η κατασκευή του αντικειμένου έχει σπειροειδή φύση, με ταυτόχρονη έμμεση χρήση

και μη αντίληψη εκ μέρους του Αγγειοπλάστη. Επιπλέον, η Κεραμίστρια κάνει έμμεση χρήση της σφαίρας μέσω της επικόλλησης των δυο καλουπιών σε σχήμα ημισφαιρίου (μη διαφανής ρόλος καλουπιού), έχοντας μερική αντίληψη αυτού.

Γίνεται, επίσης, άμεση χρήση των σχημάτων αυτών. Για παράδειγμα, η Κεραμίστρια, κατασκευάζει «πιο γεωμετρικά» αντικείμενα χρησιμοποιώντας τα γεωμετρικά στερεά ημισφαίριο, κύλινδρος, κώνος, ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, ανάπτυγμα στερεού κ.α. Τα χρησιμοποιεί, επίσης, όταν θέλει να αντιγράψει ένα αντικείμενο, όπου προσπαθεί να αναλύσει τη σύνθετη φόρμα του υπό αντιγραφή αντικειμένου στα πρωτογενή του μέρη, δηλαδή σε πιο απλές επιμέρους μορφές. Επιπλέον τα χρησιμοποιεί και όταν φτιάχνει τα αγάλματα, καθώς δίνει πάντα ένα ωοειδές σχήμα στο κεφάλι του αγάλματος που φτιάχνει, στραβά τοποθετημένο πάνω στον κορμό, του οποίου το βασικό σχήμα το έχει φτιάξει κυλινδρικό. Χρησιμοποιεί ως εκ τούτου άμεσα τα γεωμετρικά σχήματα, εμφανίζοντας παράλληλα μερική αντίληψη επί αυτού.

Εμφανίζονται *έννοιες και μοντέλα της υπερβολικής γεωμετρίας*. Για παράδειγμα, η Κεραμίστρια φτιάχνει ένα αντικείμενο το οποίο η ίδια ονομάζει «χωνί», το οποίο ουσιαστικά είναι όμοιο με το υπερβολικό μοντέλο «ψευδόσφαιρα». Επίσης, φτιάχνει γραντζουνιστές «παράλληλες» γραμμές στο εσωτερικό του κεφαλιού του χωνιού με ένα μαχαίρι, χαράσσοντάς τες από μέσα (κέντρο) προς τα έξω, στις οποίες αναγκαστικά η μία πατάει πάνω στην άλλη και τη διορθώνει. Εδώ εμφανίζεται πάλι η υπερβολική γεωμετρία, με την έννοια των παράλληλων ευθειών. Η Κεραμίστρια, φαίνεται να κάνει άμεση χρήση του μοντέλου και της έννοιας υπερβολικής γεωμετρίας, δεν τα συνδέει όμως με τα μαθηματικά, παρουσιάζοντας έτσι μη αντίληψη. Επιπλέον, ο Αγγειοπλάστης φαίνεται να κάνει άμεση χρήση της έννοιας του τόρου κατά την κατασκευή του αντικειμένου στον τροχό, έχοντας μερική αντίληψη αυτού.

Εμφανίζεται η έννοια του *ορθογώνιου συστήματος τριών αξόνων*. Χρησιμοποιείται έμμεσα, βάση της κατασκευής του τροχού και της φιλιέρας (μη διαφανής ρόλος τροχού και φιλιέρας), καθώς όλη η λειτουργία των εργαλείων αυτών βασίζεται στις κινήσεις σε αυτούς τους τρεις άξονες και τα επίπεδα που αυτοί ορίζουν. Εμφανίζεται μη αντίληψη εκ μέρους του Αγγειοπλάστη και μερική αντίληψη εκ μέρους της Κεραμίστριας. Όμως, παρουσιάζεται άμεση χρήση από την Κεραμίστρια των τριών αξόνων, «τον οριζόντιο, τον κάθετο, και το βάθος», για να κάνει τα αγάλματα πιο ισορροπημένα, έχοντας ταυτόχρονα μερική αντίληψη αυτού.

-Σχέσεις

Στις εμφανιζόμενες έννοιες έχουμε επίσης την ανάδειξη κάποιων σχέσεων. Βασική, είναι η χρήση της έννοιας της *συμμετρίας*. Αρχικά, οι συμμετέχοντες κάνουν έμμεση χρήση της συμμετρίας μέσω του ηλεκτρικού τροχού (μη διαφανής ρόλος τροχού). Ο τρόπος λειτουργίας αυτού είναι καθοριστικός για την παραγωγή συμμετρικών αντικειμένων, λόγω της φυγοκέντρου. Ο Αγγειοπλάστης γνωρίζει και κατανοεί τον τρόπο λειτουργίας του, αλλά δεν καταλαβαίνει τη σχέση του με τη συμμετρία, ούτε την αναγνωρίζει ως κάτι μαθηματικό, παρουσιάζοντας έτσι μη αντίληψη αυτής.

Βλέπουμε, λοιπόν, την έμμεση χρήση της κεντρικής συμμετρίας εκ μέρους του Αγγειοπλάστη, μη έχοντας αντίληψη απ' αυτής. Η Κεραμίστρια δε, χρησιμοποιεί μόνο τα μικρά χειροκίνητα τροχάκια, όπου πάλι εμφανίζεται η έμμεση χρήση της συμμετρίας. Η ίδια έχει μερική αντίληψη της χρήσης αυτής, καθώς αναγνωρίζει την έννοια και την αναγκαστική πρόκλησή της από τα εργαλεία αυτά, αλλά δεν τη θεωρεί ως μαθηματική.

Βασική είναι και η έννοια του *μοτίβου* στην διακόσμηση των αντικειμένων. Χρησιμοποιούνται και από τους δυο συμμετέχοντες, είτε σε ελεύθερη μορφή (αποτύπωση με κουμπιά, σεμέν, ξύλα, κοχύλια κ.α.) είτε σε καθαρά γεωμετρική (ισοσκελή/ισόπλευρα τρίγωνα, παράλληλες γραμμές, περιοδικές βουλίτσες πηλού). Η Κεραμίστρια εμφανίζει άμεση χρήση με μερική αντίληψη επί αυτού. Ο Αγγειοπλάστης, από την άλλη όταν φτιάχνει τριγωνικά μοτίβα με το σκαλιστήρι (διαφανής ρόλος), κάνει άμεση χρήση της έννοιας του μοτίβου και μη αντίληψη επί αυτών. Βλέπουμε επίσης, την έμμεση χρήση της έννοιας του μοτίβου μέσω του εργαλείου γρανάζι (μη διαφανής ρόλος), με ταυτόχρονη μη αντίληψη αυτού εκ μέρους του Αγγειοπλάστη. Άμεσα χρησιμοποιεί ο ίδιος και την έννοια του μοτίβου και στον σχεδιασμό κυκλικών σχεδίων με τον μπαντανά και το πινέλο, έχοντας μερική αντίληψη αυτού.

Εμφανίζεται και η έννοια της *παραλληλίας*. Η κεραμίστρια κατασκευάζει το αντικείμενο χτίζοντάς το με «επάλληλες λωρίδες πηλού» χρησιμοποιώντας άμεσα την παραλληλία, έχοντας ταυτόχρονα μερική αντίληψη αυτής. Έμμεση χρήση της παραλληλίας πραγματοποιείται από την Κεραμίστρια μέσω του εργαλείου φιλιέρα (μη διαφανής ρόλος). Καθώς ο άξονας του κυλίνδρου στη φιλιέρα είναι παράλληλος προς την επιφάνεια του τραπεζιού, όταν αυτός ρολάρει πάνω από το κομμάτι πηλού, προκαλεί το φύλλο που δημιουργείται να είναι παντού ισόπαχο, δηλαδή τα δυο επίπεδα του φύλλου να είναι μεταξύ τους παράλληλα. Ο Αγγειοπλάστης, επίσης, επιχειρεί να σχεδιάσει παράλληλες γραμμές, όταν χαράσσει τις πλευρές των τριγωνικών μοτίβων, αλλά και γεμίζοντας αυτά με παράλληλες γραμμμούλες, χωρίς όμως να μπορεί να εκφράσει την έννοια της παραλληλίας. Χρησιμοποιεί ως εκ τούτου άμεσα τα μαθηματικά χωρίς όμως ταυτόχρονη αντίληψη της εμφάνισης των εμπλεκόμενων εννοιών. Βλέπουμε επίσης, την έμμεση χρήση της παραλληλίας μέσω του εργαλείου γρανάζι (μη διαφανής ρόλος), με μη ταυτόχρονη αντίληψη αυτού εκ μέρους του Αγγειοπλάστη.

Εμφανίζεται και η έννοια της *αναλογίας*. Άμεση χρήση αυτής γίνεται κατά την παρασκευή του πηλού από τον Αγγειοπλάστη, όταν αναμειγνύει «μισό μισό περίπου» το χώμα με το νερό, έχοντας όμως μερική αντίληψη επί αυτού, καθώς ξέρει ότι πρόκειται για αναλογία, αλλά δεν τη σχετίζει με τα μαθηματικά. Η αναλογία επίσης χρησιμοποιείται άμεσα και με μερική αντίληψη επ' αυτής εκ μέρους του Αγγειοπλάστη, στη δημιουργία του μείγματος με τον ασβέστη, όπου γεμίζει μια δεξαμενή με διαστάσεις περίπου 1,50 επί 1, με νερό περίπου μέχρι τη μέση, και ρίχνει μέσα περίπου 3 με 4 τσουβαλάκια ασβέστη, τα οποία είναι περίπου 20 ή 25κιλα.

Επιπλέον, παρουσιάζεται ότι η Κεραμίστρια χρησιμοποιεί άμεσα, έχοντας μερική αντίληψη αυτής, την *αναλογία της χρυσής τομής*, για να βασίσει επάνω στο

σχεδιάγραμμα αυτό το σχήμα του υπό κατασκευή αντικειμένου, για να είναι «όμορφο». Μάλιστα, στο τέλος της έρευνας φάνηκε να αποκτά πλήρη αντίληψη της έννοιας αυτής.

Εμφανίστηκε, ακόμα, η έννοια της *κλίμακας*. Η Κεραμίστρια, για παράδειγμα, όταν θέλει να φτιάξει ένα μεγάλο ρόδι, χρησιμοποιεί άμεσα τη μεταφορά κλίμακας, έχοντας πλήρη αντίληψη αυτού. Η Κεραμίστρια χρησιμοποιεί άμεσα μιλιμετρέ φύλλα χαρτιού, διότι όπως λέει έχει τέλεια τις υποδιαιρέσεις, με πλήρη αντίληψη αυτών. Παρατηρούμε, επίσης, ότι η Κεραμίστρια κάνει άμεση χρήση *προσχεδίων*, με μερική αντίληψη αυτών, όπως στο παράδειγμα του κοχυλιού και του ροδιού, είτε με σκοπό την ακρίβεια του αποτελέσματός της, είτε για να βρει ενδιαφέροντα σχήματα. Μάλιστα, αφού «βρει το σχήμα του» με το προσχέδιο, φτιάχνει και το αντίστοιχο *πρόπλασμα* πριν φτιάξει το τελικό αντικείμενο, για να δει πως της βγαίνει το σχήμα και μετά να μεγεθύνει το «μωρό» σε μεγάλο. Αν το έργο πρόκειται για παραγγελία ειδικά, χρησιμοποιεί την κλίμακα με ακόμα μεγαλύτερη αυστηρότητα. Βλέπουμε έτσι την άμεση χρήση προπλασμάτων εκ μέρους της, πάλι με μερική αντίληψη επί αυτού. Σε συνέχεια με αυτό, παρουσιάζεται και η έννοια της *μεγέθυνσης* ενός αντικειμένου. Για παράδειγμα, η Κεραμίστρια κάνει άμεση χρήση αυτής με τη βοήθεια του κομπάσου, ώστε να μεγαλώσει το πρόπλασμα που είχε ήδη κατασκευάσει. Επίσης, άμεση χρήση αυτής κάνει και ο Αγγειοπλάστης, κατά την κατασκευή των όμοιων κουμπαράδων, απλά προσθέτοντας μία χούφτα πηλό ακόμα. Και οι δυο έχουν μερική αντίληψη επί της μαθηματικής αυτής έννοιας.

Εμφανίζεται επίσης, η έννοια της *ομοιότητας*. Ο Αγγειοπλάστης, όταν κάνει τα συνεχόμενα μεγέθη στους κουμπαράδες, ξεκινάει με μία χούφτα για το μικρότερο μέγεθος και για κάθε επόμενο παίρνει μία χούφτα επιπλέον. Βλέπουμε ότι εμφανίζεται η ιδέα της ομοιότητας και της συσχέτισης των διαστάσεων και του όγκου όταν ανεβαίνουμε μέγεθος στον κουμπαρά, κάτι που ο Αγγειοπλάστης χρησιμοποιεί άμεσα, με μη αντίληψη, καθώς δεν ξέρει ότι υπάρχει αυτή η σχέση μεταξύ τους. Επίσης, η Κεραμίστρια χρησιμοποιώντας τα προπλάσματα ουσιαστικά κατασκευάζει όμοια αντικείμενα, όπως το μικρό και μεγάλο κοχύλι, κάνοντας έτσι άμεση χρήση της ομοιότητας έχοντας μερική αντίληψη αυτής.

Και οι δυο συμμετέχοντες εμφανίζουν πολύ μεγάλη αίσθηση της *συσχέτισης μεταξύ των διαστάσεων του αντικειμένου και του μεγέθους του*, με την έννοια του εμβαδού ή του όγκου του. Για παράδειγμα, ο Αγγειοπλάστης εμφανίζει άμεσα τη χρήση κατά την κατασκευή των αντικειμένων στον τροχό, ξέροντας πάντα πόσο πηλό θα χρειαστεί και πότε και πόσο πρέπει να τραβήξει παραπάνω, να αφήσει λίγο, να ανοίξει περισσότερο ή λιγότερο το υπό κατασκευή αντικείμενο, κατανοώντας ότι αν τραβήξει πολύ, θα του βγει πολύ ψηλό, ή αν τραβήξει λίγο μετά στο άνοιγμα θα του βγει πολύ κοντό, έχοντας παράλληλα μερική αντίληψη της συσχέτισης αυτής, καθώς δεν τη συνδέει με τα μαθηματικά. Η Κεραμίστρια, επίσης, χρησιμοποιεί άμεσα και με μερική αντίληψη τη συσχέτιση αυτή καθώς ανάλογα με το πάχος και το μέγεθος, ξέρει περίπου πόσος πηλός θα της χρειαστεί. Για παράδειγμα, έχει μεγάλη αίσθηση συγκεκριμένα της σχέσης μεταξύ του ύψους και της διαμέτρου του ροδιού σε κάθε στάδιο, παρουσιάζοντας άμεση χρήση με μερική αντίληψη αυτής.

Η Κεραμίστρια χρησιμοποιεί το ίδιο μέγεθος καλουπιού για να δώσει στη σειρά «χορωδία» ομοιογένεια, δηλαδή να κάνει τα κάτω μέρη των αντικειμένων ίσα, παρουσιάζοντας άμεση χρήση της *ισότητας* με μερική αντίληψη αυτής.

Εμφανίζεται, επιπλέον, η σχέση «*κυρτό-κοίλο*» ή «θετικό-αρνητικό». Η Κεραμίστρια έχει δημιουργήσει μία σειρά έργων εμπνευσμένα πλήρως από τη σχέση αυτή, κάνοντας άμεση χρήση της, χωρίς να τη συνδέει όμως με τα μαθηματικά, έχοντας έτσι μερική αντίληψη αυτών.

-Μετασχηματισμοί

Εμφανίζεται επίσης, η έννοια των *μετασχηματισμών*. Η Κεραμίστρια κάνει έμμεση χρήση της έννοιας της κατακόρυφης και οριζόντιας μετατόπισης, μέσω του εργαλείου της φιλιέρας έχοντας μερική αντίληψη επί αυτών, κατά τη διάρκεια στην οποία ο κύλινδρος κινείται πάνω-κάτω στον κατακόρυφο άξονα, και στη συνέχεια μετατοπίζεται δεξιά-αριστερά στο οριζόντιο επίπεδο.

Η *περιστροφή*, επίσης, εμφανίζεται με έμμεση χρήση από την Κεραμίστρια μέσω του εργαλείου της φιλιέρας (μη διαφανής ρόλος), με μερική αντίληψη αυτής, όπου η περιστροφή της μανιβέλας προκαλεί την κίνηση στον κάθετο άξονα του κυλίνδρου, ο οποίος με τη σειρά του περιστρέφεται και ρολάρει πάνω από το κομμάτι πηλού. Επίσης, εμφανίζεται με έμμεση πάλι χρήση από τον Αγγειοπλάστη στο εργαλείο του τροχού (μη διαφανής ρόλος), όπου η περιστροφή του κυλίνδρου προκαλεί την περιστροφή του κατωτροχίου, το οποίο περιστρέφει τον κάθετο άξονα, ο οποίος με τη σειρά του περιστρέφει το πανωτρόχι, με μερική αντίληψη εκ μέρους του.

Διαδικασίες

Ως προς τις διαδικασίες που αναγνωρίσθηκαν, ξεκινάμε με την *επίλυση προβλήματος*. Στη συνέχεια έχουμε τη διαδικασία της μέτρησης, τη διαδικασία της σύγκρισης, της εκτίμησης/προσέγγισης, τη διαδικασία των υπολογισμών/πράξεων και τέλος της χρήσης αλγορίθμου.

-Επίλυση προβλήματος

Στην *επίλυση προβλήματος*, αρχικά, εντοπίζουμε τη διαδικασία της *οπτικοποίησης*. Η οπτικοποίηση παίζει πολύ μεγάλο ρόλο στην κατασκευή των πήλινων αντικειμένων. Η Κεραμίστρια μας λέει, ότι παρόλο που ο τροχός της αρέσει πάρα πολύ σαν μέσο εκείνη την ώρα, λόγω του συναισθήματος του «διαλογισμού», «λόγω της φυγοκέντρου», δεν τον χρησιμοποιεί πολύ διότι δεν της αρέσουν τα «πάρα πολύ «κανονικά» αντικείμενα που παράγει». Χρησιμοποιώντας όμως άμεσα την οπτικοποίησή της (μερική αντίληψη) μπορεί να παραποιήσει αυτά τα συμμετρικά αντικείμενα και από τελείως συμμετρικά να τα κάνει ασύμμετρα. Επίσης, καθώς πρέπει να ντύσει το κενό, έχοντας έτσι πάντοτε αίσθηση αυτού, ξεκινάει την κατασκευή στηριζόμενη στην οπτικοποίησή της, κατασκευάζοντας πρώτα το σχήμα που εδράζεται κάτω στη βάση, κάτι το οποίο μας υποδεικνύει την άμεση χρήση οπτικοποίησης, με ταυτόχρονη μερική αντίληψη εκ μέρους της Κεραμίστριας, καθώς δεν αναγνωρίζει τη μαθηματική της φύση. Επίσης, πολύ χαρακτηριστικό παράδειγμα στην περίπτωσή της, είναι αυτό στο οποίο η ίδια

φαντάζεται πως θα είναι το σχήμα του αναπτύγματος το οποίο πρέπει να κόψει από το φύλλο πηλού, δηλαδή το «πατρόν» όπως λέει η ίδια, ώστε όταν το διπλώσει να της βγει το επιθυμητό σχήμα «χωνιού», κάνοντας άμεση χρήση κι έχοντας μερική αντίληψη αυτής.

Πολύ σημαντική είναι η οπτικοποίηση και για τον Αγγειοπλάστη, καθώς ουσιαστικά αυτή τον οδηγεί στο πώς θα φτιάξει τα αντικείμενα στον τροχό, όσον αφορά στις διαστάσεις που θέλει να έχει το αντικείμενο, ειδικά στην περίπτωση αυτού που θα φτιάξει πρώτο, ώστε μετά να το αντιγράψει. Στον τροχό, βάση της οπτικοποίησής του μπορεί και καταλαβαίνει αν ο πηλός που έχει πάρει του πέφτει πολύς, με άμεση χρήση και μερική αντίληψη αυτής εκ μέρους του. Στο πόσο ψηλά θα το σηκώσει, φαίνεται πάλι η ισχυρή αίσθηση της αναλογίας των τριών διαστάσεων βάση της δυνατής αυτής ικανότητας οπτικοποίησής του, με άμεση χρήση και μερική αντίληψη εκ μέρους του. Άλλο παράδειγμα εμφάνισης της οπτικοποίησης εκ μέρους του, είναι όταν καταλαβαίνει ότι για να φτιάξει μια αλυσιδίτσα από σφαιρούλες πηλού, το μόνο που χρειάζεται να κάνει είναι συνεχόμενες πιέσεις ταυτόχρονα με την περιστροφή του τροχού, κάνοντας άμεση χρήση αυτής και έχοντας μερική κατανόηση επί αυτής. Παρατηρούμε τη δυνατότητα οπτικοποίησης που διαθέτει ο Αγγειοπλάστης και κατά την περιγραφή του σχετικά με το πώς κατασκεύασε το εργαλείο γρανάζι, με άμεση χρήση και μερική αντίληψη αυτής για μία ακόμα φορά.

Βασικές διαδικασίες στην οπτικοποίηση έχουμε την *ανασύνθεση* και *επικόλληση*. Βλέπουμε την κατασκευή αντικειμένων από την Κεραμίστρια, φτιάχνοντας πρώτα τρία επιμέρους κομμάτια, όπως το χωνί, το μπολ και τη λωρίδα, ενώνοντάς τα σε ένα. Κάνει έτσι άμεση χρήση της ανασύνθεσης και επικόλλησης, με μερική αντίληψη αυτού.

Στις διαδικασίες επίλυσης προβλήματος που εντοπίζονται, εκτός από την οπτικοποίηση, σημαντικές φαίνεται να υπάρχουν οι στρατηγικές επίλυσης των κατασκευαστικών προβλημάτων.

Βλέπουμε ότι και οι δυο συμμετέχοντες έχουν ένα πακέτο *στρατηγικών* που χρησιμοποιούν όταν θέλουν να κατασκευάσουν τα πήλινα αντικείμενα, με την έννοια ότι χρησιμοποιούν και οι δύο μια συγκεκριμένη ακολουθία κινήσεων, εφαρμόζουν έναν συγκεκριμένο δηλαδή *αλγόριθμο*. Ο Αγγειοπλάστης χρησιμοποιεί άμεσα έναν συγκεκριμένο αλγόριθμο κινήσεων κατά τη βασική κατασκευή του αντικειμένου. «Τα πιασίματα», δηλαδή, που λέει ο ίδιος: όταν πρέπει πρώτα να κεντράρει, μετά να τρυπήσει, μετά να σηκώσει και μετά να ανοίξει το αγγείο που κάνει στον τροχό. Μάλιστα, εμφανίζεται η παρουσία δυο αντίστροφων μεταξύ τους αλγόριθμων στην κατασκευή στον τροχό. Θεωρώντας ως ευθύ αυτόν της κατασκευής ενός ψηλού και κλειστού αντικειμένου όπως η γλάστρα, όπου πρώτα κεντράρει, μετά τρυπάει, μετά σηκώνει και τραβάει και μετά ανοίγει, τότε αυτός που χρησιμοποιεί για ένα χαμηλό και ανοιχτό αντικείμενο, όπως το πιάτο, περιέχει τις αντίστροφες με τη σειρά κινήσεις: πρώτα πατάει κάτω, μετά πατάει μέσα και αδειάζει και μετά σηκώνει τα τοιχώματα. Παρουσιάζεται έτσι, άμεση χρήση του αλγορίθμου, με μερική αντίληψη αυτού. Η Κεραμίστρια ορίζει άμεσα τις στρατηγικές που ακολουθεί προσπαθώντας να ντύσει το κενό. Για αυτό εξάγει έναν συγκεκριμένο αλγόριθμο που ταιριάζει στο πλαίσιο αυτό:

φτιάχνει πρώτα τη βάση του αντικειμένου και σε αυτήν προσθέτει «επάλληλες λωρίδες πηλού» («μακαρόνι»), μεγάλες σε μέγεθος χτίζοντας έτσι το υπάρχον σχήμα. Η ίδια επίσης εξάγει μόνη της αλγορίθμους, όπως είναι για παράδειγμα η χρήση με τη σειρά της κλίμακας, των προσχεδίων, των προπλασμάτων με σκοπό την ακριβή κατασκευή του επιθυμητού αντικειμένου. Παρουσιάζει έτσι άμεση χρήση και εξαγωγή αλγορίθμου, με μερική αντίληψη αυτού.

Επιπλέον, βασική είναι η διαδικασία της *μοντελοποίησης* εκ μέρους της Κεραμίστριας με άμεση χρήση, κατασκευάζοντας πρώτα προσχέδια με κλίμακα, μετά προπλάσματα και μετά τα τελικά αντικείμενα, έχοντας μερική αντίληψη αυτού.

Επίσης, σημαντική στρατηγική που ακολουθεί η Κεραμίστρια όταν θέλει να αντιγράψει ένα αντικείμενο, είναι η προσπάθεια να ανάγει τη σύνθετη φόρμα του υπό αντιγραφή αντικειμένου στα πρωτογενή του μέρη, δηλαδή σε πιο απλές επιμέρους μορφές. Κάνει άμεση χρήση της στρατηγικής της *ανάλυσης σε επιμέρους*, έχοντας μερική αντίληψη, με σκοπό την επίλυση του προβλήματος της αντιγραφής ενός αντικειμένου.

Εμφανίζεται έντονη επίσης η στρατηγική της *δοκιμής και πλάνης*. Η Κεραμίστρια χρησιμοποιεί άμεσα τη διαδικασία δοκιμής και πλάνης, και μέσω αυτών της γενίκευσης, στο πως καταφέρνει να υπολογίζει πόσο πηλό θα χρειαστεί, έχοντας μερική αντίληψη αυτών. Επίσης, κάνοντας άμεση χρήση της δοκιμής και πλάνης, μέσω των «δοκιμίων» στο στάδιο της βαφής, προσεγγίζει το χρώμα που ψάχνει, και όταν το επιτύχει κάνει *γενίκευση* και εφαρμόζει την αναλογία που χρησιμοποίησε σε όλα τα υποψήφια αντικείμενα, έχοντας μερική αντίληψη αυτών. Η διαδικασία *επαλήθευσης* εμφανίζεται και με την άμεση χρήση του κομπάσου για την επιθυμούμενη «ισορροπία» στα αγάλματα, για τη φύση της οποίας όμως έχει μερική αντίληψη. Η Κεραμίστρια, επίσης, κάνει άμεση χρήση της επαλήθευσης μετρώντας τη διάμετρο του ροδιού σε σχέση με το ύψος που αυτό έχει σε κάθε στάδιο, έχοντας μερική αντίληψη αυτού.

Ο Αγγειοπλάστης, επίσης, μέσα από την «πείρα» έχει υπολογίσει ότι για να φτιάξει ένα συγκεκριμένο αντικείμενο θα χρειαστεί μία παλάμη πηλό, για ένα άλλο συγκεκριμένο αντικείμενο μία παλάμη και δυο δάχτυλα, για τους κουμπαράδες μία χούφτα για τον μικρότερο και για κάθε επόμενο μέγεθος συν άλλη μία (διαφανής ρόλος παλάμης, δαχτύλων, χούφτας) κ.ο.κ. Εμφανίζεται, λοιπόν, η μέθοδος δοκιμής και λάθους και μέσω αυτών η γενίκευση, με άμεση χρήση και μερική αντίληψη εκ μέρους του Αγγειοπλάστη. Επίσης, ελέγχει και επαληθεύει με το μέτρο (διαφανής ρόλος) αν οι διαστάσεις βγήκαν όσο ήθελε και μετά ανάλογα τις διορθώνει ρυθμίζοντας τη θέση του ξύλου (διαφανής ρόλος) ώστε στο επόμενο αντικείμενο να δώσει πιο «επιθυμητές» διαστάσεις, κάνοντας άμεση χρήση της έννοιας της επαλήθευσης, έχοντας μερική αντίληψη επ' αυτού. Έχοντας κάνει πολλές δοκιμές και λάθη, μέσα από συγκρίσεις με αντικείμενα δοσμένης χωρητικότητας, έχει καταφέρει να εκτιμήσει τις σωστές διαστάσεις, γενικεύοντας μετά αυτές στην κατασκευή των υπόλοιπων «ίδιων» αντικειμένων. Χρησιμοποιεί ως εκ τούτου τις διαδικασίες της δοκιμής και λάθους και της γενίκευσης άμεση, με μερική αντίληψη αυτών, καθώς καταλαβαίνει τι κάνει κάθε φορά, αλλά δεν το θεωρεί μαθηματικά. Επιπλέον, στον

τροχό, μέσα από δοκιμές και λάθη μπορεί και καταλαβαίνει αν ο πηλός που έχει πάρει του πέφτει πολύς. Μας εξηγεί ότι με την πείρα ελέγχει πόσο πηλό θέλει, κάνει δηλαδή επαλήθευση της μέτρησής του και αν χρειαστεί τη διορθώνει, έχοντας αίσθησης της απαιτούμενης ποσότητας με άμεση χρήση και μερική αντίληψη εκ μέρους του. Φαίνεται ότι το κάθε πόσο πρέπει να στρίψει τον τροχό για να χαράξει την κάθε πλευρά των τριγώνων, το ξέρει επίσης, «με την πείρα». Έχοντας δοκιμάσει πολλές φορές να τα κάνει στο περίπου, με το «μάτι», όσο γίνεται να είναι ίδια το ένα μετά το άλλο, και για αυτό και «στο τελευταίο κομμάτι θα πέσει ή μικρό ή μεγάλο», έχει γενικεύσει το κάθε πόσο πρέπει να στρίβει τον τροχό. Παρατηρούμε έτσι άμεση χρήση και μερική αντίληψη εκ μέρους του Αγγειοπλάστη της μέθοδος δοκιμής και πλάνης και μέσω αυτών της γενίκευσης. Μάλιστα, την ίδια ακριβώς «πείρα» χρησιμοποιεί και στον σχεδιασμό κυκλικών σχεδίων με τον μπαντανά και το πινέλο, πάλι με μερική αντίληψη αυτού.

-Μέτρηση

Εμφανίζεται επίσης η διαδικασία της *μέτρησης*. Αυτή συμβαίνει με άμεση χρήση εκ μέρους των συμμετεχόντων, με *τυπικές μονάδες μέτρησης*, όπως το μέτρο και ο χάρακας (διαφανής ρόλος), αλλά και με *άτυπες*, όπως με τα χέρια (παλάμες, χούφτες, δάχτυλα, καμπούρα), με ξυλάκια/πηχάκια. Για παράδειγμα, ο Αγγειοπλάστης χρησιμοποιεί άμεση τη μαθηματική έννοια της μέτρησης, δημιουργώντας τη μονάδα μέτρησης «παλάμη» και «δάχτυλα». Για να φτιάξει ένα συγκεκριμένο αντικείμενο θα χρειαστεί μία παλάμη πηλό, για ένα άλλο συγκεκριμένο μία παλάμη και δυο δάχτυλα κ.ο.κ. Ο ίδιος καταλαβαίνει αυτό που κάνει ως μία σύγκριση, με άμεση χρήση, αλλά δεν φαίνεται να το εκλαμβάνει ως «μαθηματικά» και φαίνεται να έχει ως πρωταρχική μονάδα μέτρησης την παλάμη του, απαξιώνοντας το μέτρο. Έχει έτσι μερική αντίληψη επί αυτής.

Η μέτρηση εμφανίζεται και στην περίπτωση των κουμπαράδων, όπου ο ίδιος μετράει μία χούφτα πηλό για να φτιάξει το μικρότερο μέγεθος. Εδώ έχει όμως μη αντίληψη, καθώς όταν τον ρωτήσαμε εμείς αν αυτό είναι όντως που κάνει, τότε το συνειδητοποίησε. Μάλιστα, για κάθε επόμενο παίρνει άλλη μία χούφτα επιπλέον. Επί αυτής της άμεσης χρήσης, καθώς πλέον αναγνωρίζει το ότι παίρνει μία χούφτα για το μικρότερο μέγεθος, έχει μερική αντίληψη αυτού. Δημιουργεί, επίσης, τη μονάδα μέτρησης «καμπούρα», δηλαδή το κενό ανάμεσα στο δείκτη του και τον αντίχειρά του, για να φτιάξει τα σχεδιάκια στο χείλος του αγγείου, και τα κάνει όλα «ίδια», ενώ δεν τον ανησυχεί αν το τελευταίο θα του χωρέσει ακριβώς, χρησιμοποιώντας έτσι άμεσα τη μέτρηση, έχοντας μερική αντίληψη επί αυτού. Ακόμα, χρησιμοποιεί άμεσα το πάχος του δαχτύλου του ως μονάδα μέτρησης για αυτό το σκαλάκι στην εσωτερική πλευρά του χείλους του αγγείου - «μπαλκόνι» που θα πατήσει πάνω η μπαντούρα του καπακίου, έχοντας μερική αντίληψη αυτού. Επίσης, με το μέτρο (διαφανής ρόλος), κάνει άμεση χρήση της μέτρησης, έχοντας πλήρη αντίληψη επί αυτού, όταν θέλει να μετρήσει τις διαστάσεις του πρώτου αντικειμένου που έφτιαξε, για να δει αν έπεσε κοντά στις απαιτούμενες, καθώς και στο αν η διάμετρος του καπακίου είναι η ίδια με τη διάμετρο του αγγείου στο οποίο αυτό αντιστοιχεί.

-Σύγκριση, εκτίμηση/προσέγγιση

Επιπλέον, κάνει *μέτρηση* όγκου μέσω κάποιου έτοιμου αντικειμένου. Χρησιμοποιεί ως εκ τούτου την έννοια της *εκτίμησης* και της *σύγκρισης*, με μερική αντίληψη αυτών, καθώς καταλαβαίνει τι κάνει κάθε φορά, αλλά δεν το θεωρεί μαθηματικά. Εμφανίζεται, έτσι, και η διαδικασία της σύγκρισης, αλλά και της εκτίμησης/προσέγγισης. Για παράδειγμα, ο Αγγειοπλάστης, χρησιμοποιώντας το ξύλο (διαφανής ρόλος) ως οδηγό για να φτιάξει τα αντικείμενα ίδια, παρότι, δεν φαίνεται να κατανοεί τη δράση του αυτή ως σύγκριση, έχοντας έτσι μερική αντίληψη της άμεσης χρήσης αυτών. Επίσης, μέσα από συγκρίσεις με αντικείμενα δοσμένης χωρητικότητας, έχει καταφέρει να εκτιμήσει τις σωστές διαστάσεις του τελικού αντικειμένου, όταν πρόκειται για παράδειγμα για μία κανάτα που πρέπει να χωράει ένα κιλό κρασί. Χρησιμοποιεί ως εκ τούτου τις διαδικασίες του υπολογισμού και της εκτίμησης άμεσα, με μερική αντίληψη αυτών, καθώς καταλαβαίνει τι κάνει κάθε φορά, αλλά δεν το θεωρεί μαθηματικά. Η Κεραμίστρια χρησιμοποιεί, επίσης, τις μαθηματικές έννοιες της σύγκρισης μέσω σχετικών θέσεων, για το που θα τοποθετήσει στοιχεία του προσώπου (αυτιά, μύτη, στόμα κλπ) στα αγάλματα, με ταυτόχρονη μερική αντίληψή αυτού.

Η Κεραμίστρια επίσης κάνει άμεση μέτρηση μέσω του *μιλιμετρέ χαρτιού*, όταν μετράει πόσους πόντους έχει σε κάθε κουτάκι, παρουσιάζοντας μερική αντίληψη αυτού. Επίσης, άμεση χρήση της μέτρησης κάνει με τη βοήθεια των πηχακίων κατά τη χρήση του πλάστη (διαφανής ρόλος), με μερική αντίληψη αυτού. Ακόμα, άμεση χρήση της μέτρησης κάνει μέσω του κομπάσου, με το οποίο ουσιαστικά μετράει τα πόδια και τα χέρια (και τα λοιπά αντίστοιχα μέρη του σώματος του αγάλματος) να είναι ίσα, ώστε να ισορροπεί η μία πλευρά με την άλλη, κάνοντας ουσιαστικά μεταφορά μήκους. Η ίδια έχει πλήρη αντίληψη της έννοια της μεταφοράς μήκους/μεγέθους, αλλά μερική αντίληψη της μέτρησης. Άμεση χρήση μέτρησης κάνει και όταν τοποθετεί ίδιου πάχους πηχάκια δεξιά αριστερά από την μπάλα πηλού την οποία θα μετατρέψει με τη βοήθεια του πλάστη σε φύλλο, έχοντας μερική αντίληψη αυτού, καθώς ξέρει ότι το φύλο θα έχει το πάχος των δυο πηχακίων, αλλά δεν το αναγνωρίζει ως μαθηματικά. Επίσης, άμεσα χρησιμοποιεί τη μέτρηση μέσω των καλουπιών, καθώς έχει διάφορα μεγέθη από αυτά, αλλά στην χορωδία χρησιμοποιεί το ίδιο συγκεκριμένο μέγεθος σε όλα (δηλαδή ως μονάδα μέτρησης), ώστε να κάνει όλα τα κάτω μέρη να έχουν το ίδιο μέγεθος (όγκο), μη έχοντας παράλληλα αντίληψη αυτού. Γίνεται όμως και έμμεση μέτρηση μέσω της χρήσης του εργαλείου της φιλιέρας (μη διαφανής ρόλος). Για παράδειγμα, στη φιλιέρα, ουσιαστικά η απόσταση που έχει ο κύλινδρος από την επιφάνεια του τραπεζιού, θα είναι ακριβώς το πάχος του υπό κατασκευή φύλλου (μερική αντίληψη εκ μέρους της Κεραμίστριας).

-Υπολογισμοί/πράξεις

Στις στρατηγικές εμφανίζονται, ακόμα, και οι διαδικασίες του *υπολογισμού* και των *πράξεων*. Η Κεραμίστρια χρησιμοποιεί τον υπολογισμό και τις πράξεις (κυρίως πολλαπλασιασμό) άμεσα κατά την κλίμακας στην κατασκευή ενός αντικειμένου, αλλά και κατά τη συγκριτική μέτρηση με τον κομπάσο, έχοντας στην αρχή πλήρη και μετά μερική αντίληψη. Ο Αγγειοπλάστης, από την άλλη, τα χρησιμοποιεί άμεσα όταν φτιάχνει ένα τιμολόγιο, έχοντας κι αυτός πλήρη αντίληψη σχετικά.

Ρόλος εργαλείων-χρήση μαθηματικών

Όπως προκύπτει, όσον αφορά στα χρησιμοποιούμενα εργαλεία, τα μαθηματικά εργαλεία περιλαμβάνουν μιλιμετρέ φύλλα, προσχέδια και προπλάσματα, ενώ τα μη μαθηματικά περιλαμβάνουν τον τροχό, τη φιλιέρα, το ζυμωτήριο, το καλούπι, το γρανάζι, αλλά και τα χέρια (παλάμες, δάχτυλα, χούφτες, καμπούρα), τα ξυλάκια, το μέτρο, τον χάρακα, το ξύλο, ο πλάστης, το πινέλο και το σκαλιστήρι. Η *έμμεση χρήση* έγκειται στα *μη διαφανή ρόλου* εργαλεία του τροχού, της φιλιέρας, του ζυμωτηρίου, του καλουπιού και του γραναζιού, καθώς αυτά εξαναγκάζουν τους συμμετέχοντες να κάνουν μαθηματικά. Οι έμμεσα χρησιμοποιούμενες μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες που αντιστοιχούν στον τροχό είναι η συμμετρία, η περιστροφή και η σπείρα, στο ζυμωτήριο είναι ο κύκλος και ο κύλινδρος, στο καλούπι είναι η σφαίρα, στη φιλιέρα είναι η μέτρηση και το επίπεδο, ενώ στο γρανάζι είναι το μοτίβο και η παραλληλία. Όλα τα υπόλοιπα εργαλεία (μιλιμετρέ φύλλα, προσχέδια και προπλάσματα, χέρια, ξυλάκια, μέτρο, χάρακας, ξύλο, πλάστης, πινέλο, σκαλιστήρι) εμφανίζονται με *διαφανή ρόλο*, καθιστώντας τη χρήση των μαθηματικών (μέτρηση, σύγκριση, στερεά και επίπεδα σχήματα, παραλληλία κ.α.) εκ μέρους των συμμετεχόντων *άμεση*. Άμεσα χρησιμοποιούνται και τα μαθηματικά που εμφανίζονται χωρίς τη χρήση κάποιου εργαλείου, όπως η οπτικοποίηση, η χρήση και εξαγωγή αλγορίθμου, το ορθογώνιο σύστημα αξόνων, οι υπολογισμοί/πράξεις κ.α.

Αναγνώριση

Σχετικά με την αναγνώριση των μαθηματικών εκ μέρους των συμμετεχόντων προκύπτει ότι ο Αγγειοπλάστης εμφανίζει *μη αντίληψη* για την έμμεση χρήση επίπεδων σχημάτων, την άμεση και έμμεση χρήση της παραλληλίας, την μέτρηση με τη χούφτα, τον όγκο, το ορθογώνιο σύστημα αξόνων, την ομοιότητα και την έμμεση χρήση συμμετρίας και της σπείρας, καθώς τα χρησιμοποιεί εν αγνοία του. *Μερική* είναι η αντίληψή του για την άμεση χρήση επίπεδων σχημάτων (κυκλικός δίσκος), για τους μετασχηματισμούς, την περιστροφή, άμεση χρήση στερεών σχημάτων (κώνου και κυλίνδρου), τη μεγέθυνση, τη συσχέτιση διαστάσεων-όγκου/εμβαδού, την αναλογία, την οπτικοποίηση, τις στρατηγικές επίλυσης, τη μέτρηση με άτυπες μονάδες μέτρησης, την εκτίμηση, τη σύγκριση με το ξύλο. Σε αυτά, αναγνωρίζει την πρακτική του αλλά όχι και τη μαθηματική της φύση. Τέλος, *πλήρης* είναι η αντίληψή του σχετικά με τη μέτρηση με μέτρο και οι υπολογισμοί/πράξεις, όπου συνειδητοποιεί πλήρως ότι χρησιμοποιεί τα συγκεκριμένα μαθηματικά. Αντίστοιχα για την Κεραμίστρια, *μη αντίληψη* εμφανίζεται σχετικά με έννοιες της υπερβολικής γεωμετρίας, της άμεσης μέτρησης με καλούπι και της επιφάνειας. *Μερική* εμφανίζεται η αντίληψή της σχετικά με τα επίπεδα και στερεά σχήματα (κύλινδρος, ορθογώνιο, σπείρα, σφαίρα), και με λοιπές γεωμετρικές έννοιες (τον όγκο, το επίπεδο, το εμβαδό, το ορθογώνιο σύστημα αξόνων), σχετικά με τις σχέσεις όπως η συμμετρία, η μεγέθυνση, η σχέση κυρτό-κοίλο, η παραλληλία, η ομοιότητα αλλά και σχετικά με τις διαδικασίες της οπτικοποίησης, της σύνθεση επικόλλησης, των στρατηγικών επίλυσης, της μέτρησης με το μιλιμετρέ, τον κομπάσο και τη φιλιέρα, της σύγκρισης. Τέλος, *πλήρη* αντίληψη παρουσιάζει σχετικά με τη χρυσή τομή, τη μεταφορά μήκους και τη μεταφορά κλίμακας.

4. ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Η παρούσα έρευνα δείχνει έντονη μαθηματική παρουσία στην κατασκευή και διακόσμηση των πήλινων αντικειμένων στον χώρο της Κεραμικής Τέχνης, συμφωνώντας έτσι με το σύνολο της βιβλιογραφίας μας, όπως για παράδειγμα τις έρευνες των Gerdes (1986, 1988, 1996), Washburn and Crowe (1988), Millroy (1991), Barton (1996), Stathopoulou (2007), Mukhopadhyay (2009), Hogan και Morony (2002). Μέσα από αυτήν αναδεικνύονται τα «κρυμμένα» μαθηματικά που χρησιμοποιούνται κατά την κεραμική πρακτική, και μέσα στην παραδοσιακή αυτή μορφή εμφανίζονται, εκτός της γνώσης των καλλιτεχνών-τεχνιτών για τα χρησιμοποιούμενα υλικά, μία μαθηματική γνώση σχετική με μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες, για την οποία κάνει λόγο ο Gerdes (1986, 1988, 1996). Η διερεύνηση του «κεραμικού» τρόπου κατασκευής και διακόσμησης δηλώνει τη μαθηματική σκέψη των καλλιτεχνών-τεχνιτών, επιβεβαιώνοντας τους Ascher και D'Ambrosio (1994), παρά το διαφορετικό εκπαιδευτικό υπόβαθρο του καθενός, καθώς η μεν Κεραμίστρια έχει δεχθεί την τυπική εκπαίδευση, ενώ ο Αγγειοπλάστης αντίθετα είναι «ένας απλός τύπος» κατά τον χαρακτηρισμό της Jean Lave (1988). Ειδικά στην περίπτωση του Αγγειοπλάστη, προδίδεται η έλλειψη γνώσης του των «επίσημων» μαθηματικών, καθώς για παράδειγμα ο ίδιος αδυνατούσε να χαρακτηρίσει τις γραμμές που χάρασσε κατά τη διακόσμηση με τριγωνικά μοτίβα ως «παράλληλες», κάτι που συμφωνεί με τον Mukhopadhyay (2009).

Η γεωμετρία, φαίνεται να πλαισιώνει «a priori» όλον τον χώρο και την πρακτική των καλλιτεχνών-τεχνιτών του πηλού. Οι σχέσεις μεταξύ αυτής, των αριθμών και της κεραμικής τέχνης εμφανίζονται μέσα από την πλούσια σε κανόνες, δομές και μοτίβα δημιουργική εργασία των καλλιτεχνών-τεχνιτών. Τα ευρύματά μας συμφωνούν με στοιχεία που αναφέρουν μεταξύ άλλων ο Wake (2013), οι Williams και Wake (2001α), η Nicol (2002), η Millroy (1991), το The Australian Association of Mathematics Teachers and the Australian Industry Group (2014), ο Smith (1999), ο Cucker (2013), ο Hopper (2000) κ.α. Συγκεκριμένα, εμφανίζουν ως σημαντικά χαρακτηριστικά της μαθηματικής σκέψης των καλλιτεχνών-τεχνιτών την οπτικοποίηση με σημαντικά την ανασύνθεση και επικόλληση, τις στρατηγικές επίλυσης προβλήματος με σημαντικά την χρήση αλγορίθμου, τη δοκιμή και πλάνη, την επαλήθευση, τη γενίκευση, τη χρήση μετρήσεων, υπολογισμών και εκτιμήσεων και τη μοντελοποίηση μέσω της χρήσης σχεδιαγραμμάτων, προσχεδίων με κλίμακα και προπλασμάτων. Επίσης και τη χρήση γεωμετρικών και χωρικών εννοιών, σχέσεων όπως η αναλογία, η ισότητα, τα μοτίβα, η συμμετρία κ.α. Πολλά, μάλιστα, από τα μαθηματικά που χρησιμοποιούν οι καλλιτέχνες-τεχνίτες, ειδικά στην περίπτωση της Κεραμίστριας, μοιράζονται τη συμβατική εικόνα των μαθηματικών που είχαμε έως τώρα, κάτι το οποίο συμφωνεί με την Millroy (1991).

4.1 Καίρια μαθηματικά στην πρακτική των δυο συμμετεχόντων

Τα αποτελέσματα αναδεικνύουν το εκάστοτε τελικό αντικείμενο ως τη βέλτιστη δυνατή λύση στο σχεδιαστικό-κατασκευαστικό πρόβλημα των καλλιτεχνών-τεχνιτών (Gerdes, 1988). Για την επίτευξη αυτού γίνεται χρήση αλγορίθμων η οποία μάλιστα

στηρίζεται απόλυτα στη διαδικασία της οπτικοποίησης, καθώς και οι δυο πρέπει να κάνουν νοητικές εικόνες των αποτελεσμάτων που θα προκύψουν ανάλογα με τις δράσεις και κινήσεις τους. Είναι στενά συνδεδεμένη με τη γεωμετρία καθώς πρόκειται για σύνθεση όγκων και τρισδιάστατα αντικείμενα. Ο χαρακτηρισμός «βέλτιστη» έχει αξία, καθώς η Κεραμίστρια κάνει συνεχώς δοκιμές, προσχέδια, προπλάσματα για να καταφέρει να φτιάξει το τελικό αντικείμενο όπως το θέλει να είναι – σωστό, ακριβές και όμορφο, ενώ ο Αγγειοπλάστης κάνει συνεχώς παραγωγή του ίδιου αντικειμένου και κάθε φορά προσπαθεί να το κάνει όλο και πιο σωστό και ίδιο με τα προηγουμένως κατασκευασμένα. Έτσι, φαίνεται να εντοπίζονται πολλές κοινές διανοητικές δομές με τη γεωμετρία, όπως για παράδειγμα στοιχεία και αρχές που αφορούν την αλγοριθμική σκέψη ή τη μοντελοποίηση της μορφής, που είναι συμπεριφοριστικοί αλγόριθμοι, τα οποία επιβεβαιώνουν την Bickley-Green (1995).

Οι καλλιτέχνες – τεχνίτες, λοιπόν, χρησιμοποιούν συγκεκριμένες ακολουθίες βημάτων κατά την εργασία τους, όχι μόνο συνολικά από την αρχή της προετοιμασίας του πηλού μέχρι και την πώληση του αντικειμένου, αλλά και σε επιμέρους δράσεις που ακολουθούν, οι οποίες είναι όλες εξαρτώμενες από τον χειρισμό όγκων τρισδιάστατων αντικειμένων, για την απόδοση μορφής σε αυτά. Η Κεραμίστρια, για παράδειγμα, συνήθως πρώτα σχεδιάζει σε μιλιμετρέ χαρτί ένα προσχέδιο του επιθυμητού αντικειμένου, μετά κατασκευάζει ένα πρόπλασμα για να ελέγξει πως της βγαίνει το σχήμα και στη συνέχεια προβαίνει στην κατασκευή του τελικού αντικειμένου – πρώτα μοντελοποιεί δηλαδή το τελικό αντικείμενο- όπου ξεκινάει πάντα από την βάση του και μετά το χτίζει με λωρίδες προς τα πάνω. Ο Αγγειοπλάστης, από την άλλη, αφού φτιάξει και ζυμώσει τον πηλό, τον κόβει στις επιθυμητές διαστάσεις. Μετά κάνει την κατασκευή του αντικειμένου στον τροχό, όπου επιλέγει συγκεκριμένη ακολουθία κινήσεων («τα πιασίματα» που λέει ο ίδιος) ανάλογα με το τι αντικείμενο θέλει να φτιάξει (ψηλό και κλειστό ή χαμηλό και ανοιχτό).

Έντονη είναι και η διαδικασία της ανασύνθεσης και επικόλλησης που χρησιμοποιείται στην πρακτική των δυο καλλιτεχνών-τεχνιτών. Αυτό συμβαίνει ειδικά στην περίπτωση της Κεραμίστριας, όταν θέλει να αντιγράψει ένα δοσμένο αντικείμενο το οποίο αναλύει σε επιμέρους γεωμετρικά σχήματα ή όταν θέλει να κατασκευάσει κάποια δικά της έργα, όπως το «χωνί» το οποίο αποτελείται από την σύνθεση τριών διαφορετικών αντικειμένων, κάτι που συμφωνεί με τον Bruter (2012).

Ειδικά όσον αφορά τα σχεδιαγράμματα και προσχέδια με κλίμακα, στην ουσία η Κεραμίστρια τα χρησιμοποιεί για να οπτικοποιήσει το πρόβλημα και να βρει μέσω αυτού την επιθυμητή λύση, μια διεργασία στην οποία αναφέρεται ο Bishop (1983) αναγνωρίζοντας τις δύο ικανότητες οπτικοποίησης, την οπτική επεξεργασία και την ερμηνεία σχηματικών πληροφοριών (σ. 177). Όταν, μάλιστα, φτιάχνει πρώτα το μικρό κοχυλάκι και μετά το μεγάλο κοχύλι, ουσιαστικά πρόκειται για μια εικόνα που αναπαριστά την έννοια της αναλογίας, κάτι το οποίο συμφωνεί με τις *εικόνες μοτίβου* (pattern images) της Presmeg (1986, σελ. 43-44). Η ίδια, λοιπόν, γνωρίζει πώς να χειριστεί αυτά τα μαθηματικά εργαλεία και πώς να τα ερμηνεύσει (το «επί 3» που λέει) ώστε να πάρει τις λεπτομέρειες/πληροφορίες που χρειάζεται για να λύσει το πρόβλημά

της. Μάλιστα η ευελιξία της είναι εμφανής καθώς αυτό που έχει κάνει, ουσιαστικά, είναι να πάρει το κομπάσο που είναι ένα εργαλείο για τη μεταφορά μήκους και να το μετατρέψει σε έναν τρισδιάστατο κάναβο για τη μεγέθυνση τρισδιάστατων αντικειμένων, κάτι που συμφωνεί με την Millroy (1991) περί ευελιξίας. Κατανοεί, λοιπόν, πλήρως τον τρόπο χρήσης της μαθηματικής αυτής έννοιας και του εργαλείου αυτού. Έτσι, η χρήση της κλίμακας και των σχεδιαγραμμάτων-προσχεδίων, αλλά και αυτή του κομπάσου ως κάναβο, για τη μεγέθυνση των αντικειμένων υποδεικνύει τη χρήση παρόμοιων πρακτικών με τις σχολικές. Φαίνεται ότι η ίδια ενσωματώνει τις πρακτικές που είχε μάθει από το σχολείο μέσα στις εργασιακές πρακτικές της, επιβεβαιώνοντας έτσι τους Magajna και Monaghan (2003).

Το ίδιο ισχύει και για τη διαδικασία οπτικοποίησης του Αγγειοπλάστη σε πολύ μεγάλο βαθμό, καθώς σε αυτήν βασίζεται για να κατασκευάσει τα αντικείμενα στον τροχό, «νιώθοντας» αν και πόσος πηλός του περισσεύει και μέχρι πόσο πρέπει να τραβήξει ή ανοίξει το αντικείμενο. Ακόμα, το τι κίνηση πρέπει να κάνει το χέρι του στον κάθετο άξονα ώστε με την περιστροφή του αντικειμένου πάνω στον τροχό να προκληθεί το σχέδιο που επιθυμεί, αλλά και το πόσο πρέπει να στρίψει τον τροχό, ώστε να του βγουν «όσο γίνεται ακριβώς και ίδια» τα μοτίβα κατά το στάδιο της διακόσμησης. Γενικά, σημαντική είναι η πολύ καλή αίσθηση της συσχέτισης των διαστάσεων και του μεγέθους (όγκου/εμβαδού) του υπό κατασκευή αντικειμένου εκ μέρους και των δυο καλλιτεχνών-τεχνιτών.

Επιπλέον, η δημιουργία αντικειμένων όπως η ψευδόσφαιρα (χωνί) και οι γραντζουνιστές παράλληλες γραμμούλες που «πατάνε η μία πάνω στην άλλη» στο άνοιγμα αυτής εκ μέρους της Κεραμίστριας, αλλά και ο τόρος κατά την σπειροειδή κατασκευή του αντικειμένου στον τροχό, επιβεβαιώνουν επίσης τον Hopper (200), αλλά και την Bickley-Green (1995) και την αναφορά της σχετικά με το ότι πολλοί καλλιτέχνες δημιουργούν μορφές που ανήκουν σε μη-Ευκλείδειες γεωμετρίες.

Επιπλέον, στην πρακτική των καλλιτεχνών-τεχνιτών που διερευνήσαμε εντοπίστηκαν και οι έξι δραστηριότητες του Bishop (1988):

Αρίθμηση (Counting). Η αρίθμηση εμφανίζεται, για παράδειγμα, όταν ο Αγγειοπλάστης χρησιμοποιεί τρία μεγέθη ξυλακίων για να φτιάξει τρία συγκεκριμένα μεγέθη γλαστρών ή στη χρήση της καμπούρας όπου ουσιαστικά αριθμεί πόσες καμπούρες χωράνε στην περιφέρεια του χείλους. Το ίδιο συμβαίνει και με τα τριγωνάκια με τα οποία διακοσμεί το αγγείο που είδαμε, όπου ξεκινάει και μετράει και κάνει όσα του χωρέσουν, αφήνοντας το τελευταίο να του βγει όσο 'ναι, αλλά και στο γέμισμα αυτών, όπου προσέχει να του βγουν πάνω κάτω το ίδιο πλήθος παράλληλων γραμμούλων. Επίσης, η Κεραμίστρια αριθμεί τρία μεγέθη καλουπιών, και προσαρμόζει την επιλογή της ανάλογα το μέγεθος που θέλει να δώσει στο μέρος ενός αντικειμένου.

Τοποθέτηση (Locating). Η τοποθέτηση είναι κυρίαρχη στον χώρο της Κεραμικής Τέχνης. Έντονη παρουσιάζεται η οπτική εξερεύνηση του χώρου, καθώς και η απόδοση νοήματος και ο συμβολισμός σε αυτό το περιβάλλον. Για παράδειγμα, σημαντική έννοια εδώ είναι η συσχέτιση των διαστάσεων και του μεγέθους, υπό την έννοια του όγκου ή εμβαδού, των αντικειμένων. Σημειώνουμε, ακόμα, τη χρήση προσχεδίων και

προπλασμάτων εκ μέρους της Κεραμίστριας και την έννοια του κεντραρίσματος στον τροχό που τονίζει ο Αγγειοπλάστης.

Μέτρηση (Measuring). Η έννοια της μέτρησης κατέχει έντονη παρουσία στον χώρο. Εκτός της χρήσης τυπικών μονάδων μέτρησης, όπως το μέτρο και ο χάρακας, βλέπουμε και τη δημιουργία άτυπων μονάδων εκ μέρους των καλλιτεχνών-τεχνιτών, όπως τα χέρια τους (παλάμες, δάχτυλα, χούφτες, «καμπούρα») για την ποσότητα του πηλού, το ξύλο για τη σύγκριση των διαστάσεων του υπό κατασκευή αγγείου, τα ξυλάκια για το πάχος του φύλλου πηλού, ή τα καλούπια για την ισότητα των όγκων κάποιων μερών σε συγκεκριμένες ομάδες αντικειμένων.

Σχεδιασμός (Designing). Και οι δυο συμμετέχοντες σχεδιάζουν διαφόρων ειδών μοτίβα. Η Κεραμίστρια επιπλέον σχεδιάζει σε βοηθητικά χαρτιά τύπου μιλιμετρέ προσχέδια των αντικειμένων που πρόκειται να κατασκευάσει.

Παιχνίδι (Playing). Η έννοια του παιχνιδιού εμφανίστηκε, όταν για παράδειγμα, ο Αγγειοπλάστης όντας μικρός όταν μάθαινε την τέχνη αυτή, του ήταν πιο εύκολο να τη μάθει, διότι ως παιδί το έβλεπε σαν παιχνίδι, αντίθετα με τους μεγάλους που όταν τους χαλάει κάτι ή δεν βγαίνει σωστό στην κατασκευή του αγγείου νευριάζουν και τα παρατάνε. Η Κεραμίστρια αναφέρει ότι οι μαθητές της δεν ενδιαφέρονται για πολύ σοβαρή και ακριβή δουλειά, αλλά περισσότερο για να περάσουν με ενδιαφέροντα και ψυχαγωγικό τρόπο την ώρα τους.

Επεξήγηση (Explaining). Σχετικά με την επεξήγηση, για παράδειγμα έχουμε την Κεραμίστρια η οποία εξηγεί στους μαθητές της πώς να κατασκευάζουν εξ' αρχής ή να αντιγράφουν ένα έργο, χρησιμοποιώντας μάλιστα μαθηματικές διαδικασίες και έννοιες, όπως η ανάλυση σε επιμέρους, η κλίμακα, οι τρεις άξονες στον χώρο κ.α. Ο Αγγειοπλάστης, επίσης, αναφέρει ότι έμαθε μέσα από τις εξηγήσεις και συμβουλές του πατέρα του την τέχνη που κάνει.

Αντίθετα από την αναφερόμενη δυσκολία που προκύπτει σχετικά με το ότι δεν μπορεί κανείς να δει ή να ακούσει τα μαθηματικά (Emmer, 2005), στην περίπτωση παραδείγματος χάριν των σφαιρικών καλουπιών της Κεραμίστριας, αλλά και του τροχού του Αγγειοπλάστη, κατά κάποιον τρόπο αυτό είναι δυνατό. Κατά μία έννοια, όχι μόνο μπορεί να τα δει, αλλά ειδικά στην περίπτωση της συμμετρίας κατά την κατασκευή στον τροχό μπορεί και να την παράγει μόνος του με τα ίδια του τα χέρια.

Κάτι επίσης ενδιαφέρον το οποίο εμφανίζεται σχετικά, είναι μία αισθητική διάσταση στην έμμεση χρήση της συμμετρίας κατά την τεχνική του τροχού, ένα όπως φαίνεται κατ' εξοχήν μαθηματικό αντικείμενο υπό την καθοριστική αυτή φύση της συμμετρίας. Συγκεκριμένα, η Κεραμίστρια αναφέρει ότι ο τροχός είναι διαλογισμός, εξηγώντας το υπέροχο αίσθημα που νιώθει εκείνη τη στιγμή «λόγω της φυγόκεντρου», κάτι το οποίο συμφωνεί με τις αναφορές του Kline (1953) περί συναισθημάτων και ομορφιάς, αντίθετα από τις συνήθειες ενστάσεις ότι τα μαθηματικά δεν προκαλούν κανένα συναίσθημα (Emmer, 2005).

4.2 Η σημασία του πλαισίου και των στόχων

Συμφωνώντας με την Stathopoulou (2007), βλέπουμε ότι τα μαθηματικά που αναπτύσσουν οι καλλιτέχνες-τεχνίτες είναι ανάλογα με τις ανάγκες, τις απαιτήσεις που αντιμετωπίζει ο καθένας τους και είναι έντονα επηρεασμένα από το πλαίσιο του χώρου του εργαστηρίου τους, επιβεβαιώνοντας, έτσι, μεταξύ άλλων την Millroy (1991), τους Magajna και Monaghan (2003), την Naresh (2009), και την Lave (1988). Μάλιστα, σημαντικό ρόλο εκτός από το πλαίσιο, διαδραματίζει και το εκπαιδευτικό υπόβαθρο του καθενός, όχι μόνο στη χρήση αλλά και στην αναγνώριση των μαθηματικών, όπως θα σχολιάσουμε παρακάτω στη σύγκριση των πρακτικών των δυο συμμετεχόντων.

Φαίνεται ότι μεγάλο ρόλο όσον αφορά στην εμφάνιση, επιλογή και χρήση των μαθηματικών ιδεών και τεχνικών στον χώρο της Κεραμικής Τέχνης εμφανίζεται να έχουν οι εργασιακοί στόχοι των καλλιτεχνών-τεχνιτών, η κρίση σχετικά με την ακρίβεια και την ορθότητα που απαιτείται κάθε φορά, καθώς και η ερμηνεία και αξιολόγηση των μαθηματικών και μη δράσεών τους, επιβεβαιώνοντας έτσι τους Hogan και Morony (2002). Οι καλλιτέχνες-τεχνίτες έχουν πλήρως καθορισμένους τους σκοπούς και στόχους σε κάθε δραστηριότητά τους, υπό την έννοια ότι ξέρουν εξ αρχής τι αντικείμενο θα δημιουργήσουν (ειδικά στην περίπτωση του αγγειοπλάστη). Σύμφωνα με τους στόχους αυτούς γίνεται η επιλογή και εφαρμογή μαθηματικών ιδεών και τεχνικών. Για παράδειγμα, η Κεραμίστρια χρησιμοποιεί τα σχεδιαγράμματα με κλίμακα και προπλάσματα για να κάνει πιο ακριβές το τελικό αντικείμενο, ενώ ο Αγγειοπλάστης εφαρμόζει άτυπες μετρήσεις παλάμες και ξύλο, για να κάνει πιο γρήγορη τη δουλειά του.

Όσον αφορά πιο συγκεκριμένα στην κρίση του πόση ακρίβεια απαιτείται κάθε φορά στη δημιουργία του αντικειμένου, αυτή αφορά στη μορφή σχήματος, στις μετρήσεις των διαστάσεων, στη χρήση προσχεδίων με κλίμακα και στην αυστηρή τήρηση αυτών. Για παράδειγμα, η Κεραμίστρια εργάζεται με πολύ μεγάλη ακρίβεια όταν πρόκειται για παραγγελία και πιο χαλαρά όταν πρόκειται για δική της δουλειά, τηρώντας σε κάθε περίπτωση αυστηρά τη μεταφορά κλίμακας, ενώ ο Αγγειοπλάστης πάντα δρα κάτω από τη συνθήκη «ακρίβειας στο περίπου», αυξάνοντας το επίπεδο ακρίβειας της εργασίας του όταν πρόκειται για αντικείμενο συγκεκριμένης χωρητικότητας (κανάτα με 1 κιλό κρασί). Ενδιαφέρον είναι το γεγονός ότι και οι δυο κάνουν πάντα ερμηνεία και αξιολόγηση του τι κάνουν. Για παράδειγμα, η Κεραμίστρια ελέγχει αν το άνοιγμα του ροδιού, πηγαίνει σωστά, τόσο όσο πρέπει, κοιτάζοντας αν η συνολική διάμετρος και το ύψος είναι το καθένα ξεχωριστά. Επιπλέον, η αξιολόγηση του έργου σε κάθε στάδιο κατασκευής αποτελεί μία σημαντική συμβουλή προς τους μαθητές της, προτρέποντάς τους να ελέγχουν αν το αντικείμενο «στέκει» και στους τρεις άξονες στον χώρο. Επίσης, ο Αγγειοπλάστης έχει συνεχώς το ξύλο για οδηγό του, ώστε μέσα στη διάρκεια της κατασκευής του αντικειμένου στον τροχό, να ελέγχει διαρκώς το συνολικό και επιμέρους ύψος και πλάτος του αντικειμένου.

Σχετικά με το ότι το πλαίσιο εργασίας του καθενός διαμορφώνει τον τρόπο εργασίας τους, φαίνεται ότι οι περιορισμοί και οι παράμετροι των προβλημάτων που θέτονται στον κεραμικό χώρο παίζουν τον ρόλο τους, αλλά οι μέθοδοι αναζήτησης,

και οι βασικές έννοιες και διαδικασίες είναι ίδιες με τις αντίστοιχες μαθηματικές επιβεβαιώνοντας την Bickley-Green (1995). Για παράδειγμα, η Κεραμίστρια δουλεύει πάντα υπό το σκεπτικό ότι «πρέπει να ντύσει το κενό». Αυτό αποτελεί περιορισμό, αλλά οι μέθοδοι που χρησιμοποιεί είναι μαθηματικές. Στην περίπτωση του Αγγειοπλάστη, ο τροχός είναι ένα μηχάνημα που διαμορφώνει όλο το πλαίσιο εργασίας του. Τα πάντα γίνονται για να είναι πιο εύκολη η διαδικασία στον τροχό και παράλληλα τα πάντα δημιουργούνται μέσα από τον τροχό.

Από το πλαίσιο του χώρου φαίνεται να εξαρτώνται και οι τυπικές και άτυπες πρακτικές των καλλιτεχνών αυτών, καθώς για παράδειγμα ο Αγγειοπλάστης χρησιμοποιεί τις άτυπες μονάδες μέτρησης, όπως παλάμες, δάχτυλα, χούφτες, ξύλα, για να κάνει πιο γρήγορη τη δουλειά του, και η Κεραμίστρια χρησιμοποιεί άτυπα και τυπικά μαθηματικά (κλίμακα, κομπάσο) για να κάνει τα έργα της πιο όμορφα. Σημαντική είναι η εμφάνιση χρήσης άτυπων μαθηματικών, καθώς οι δυο καλλιτέχνες-τεχνίτες εφηύραν δικές τους μονάδες μέτρησης ως εργαλείο για την ακριβέστερη και συντομότερη εργασία τους, κάτι που συμφωνεί γενικά με την εθνομαθηματική προσέγγιση του D'Ambrosio (1985, 1997, 2001). Πιο συγκεκριμένα, η Κεραμίστρια, χρησιμοποιεί τον κομπάσο ως μονάδα μέτρησης, σύγκρισης και μεταφοράς μήκους στην κατασκευή των αγαλμάτων. Ακόμα, τα πηχάκια για μονάδα μέτρησης του πάχους του πήλινου φύλλου που κατασκευάζει με τον πλάστη, και ομοίως τη φιλιέρα, και το καλούπι για να κάνει τα κάτω μέρη μίας ομάδας αντικειμένων ίδια σε μέγεθος. Από την άλλη μεριά, στην περίπτωση του Αγγειοπλάστη, η χρήση άτυπων μαθηματικών είναι ακόμα πιο σημαντική, καθώς είναι βασικής σημασίας τα άτυπα μαθηματικά τα οποία χρησιμοποιεί κατά το μεγαλύτερο μέρος της εργασίας του. Για παράδειγμα, χρησιμοποιεί ως μονάδες μέτρησης τα χέρια του. Χρησιμοποιεί την παλάμη του και τα δάχτυλά του για να κόψει την απαιτούμενη ποσότητα πηλού για την τροχήλατη κατασκευή του αντικειμένου. Ακόμα, τη χούφτα του για να κατασκευάσει συγκεκριμένα τους όμοιους μεταξύ τους κουμπαράδες, αλλά και την καμπούρα για να μετρήσει το μήκος του φραμπαλιστού σχεδίου που φτιάχνει στο χείλος του αγγείου.

Επιπλέον, στην περίπτωση του φραμπαλιστού σχεδίου εμφανίστηκε, όπως και στην έρευνα της Stathopoulou (2007), η «στην τύχη» κατασκευή και επιλογή της τοποθέτησης και του μεγέθους των επιμέρους διακοσμητικών μοτίβων, στην περίπτωση του αγγειοπλάστη, καθώς είδαμε ότι αυτός ξεκινάει παίρνοντας το δεδομένο μήκος «καμπούρα», κάνει με αυτό καμπυλωτά σχεδιάκα στην περιφέρεια του χείλους του αγγείου μέχρι που να φτάσει στο σημείο όπου θα πρέπει να κάνει τελευταίο, το οποίο και θα το κάνει «όσο του βγει». Ομοίως και στη διακόσμηση με τα τριγωνάκια και τις παράλληλες γραμμούλες μέσα σε αυτά, όπου ξεκινάει και κάνει τις δυο πλευρές των τριγωνακίων, τα επόμενα τα κάνει «όσο μπορεί ίδια με αυτά», και το τελευταίο το κάνει «όσο του βγει», ενώ μέσα τα γεμίζει πάλι με το μάτι προσπαθώντας να του βγουν σε όλα το ίδιο πλήθος γραμμούλων. Επίσης ομοίως, στη διακόσμηση με κυκλικά μοτίβα κατά τη βαφή με πινέλο και μπαντανά του αντικειμένου, όπου κάνει «στην τύχη» κυκλικές κινήσεις στον καρπό του καθώς το αντικείμενο περιστρέφεται πάνω στον τροχό, μη ανησυχώντας αν θα του βγουν τέσσερα ή πέντε μοτίβα,

προσπαθώντας όμως να είναι στο περίπου ίδιο το πλήθος τους σε όλα τα αντίστοιχα αντικείμενα.

4.3 Η σημασία των εργαλείων

Τα χρησιμοποιούμενα εργαλεία φαίνεται να διαδραματίζουν πάρα πολύ σημαντικό ρόλο στη διαμεσολάβηση της μαθηματικής πρακτικής στον χώρο, είτε πρόκειται για μη μαθηματικά εργαλεία, όπως ο τροχός, η φιλιέρα, το καλούπι, το ζυμωτήριο, το γρανάζι, είτε για μαθηματικά εργαλεία, όπως το μιλιμετρέ χαρτί, τα προσχέδια, τα προπλάσματα. Για παράδειγμα, εμφανίζεται ο διαφανής ρόλος του μιλιμετρέ χαρτιού για την άμεση χρήση της κλίμακας και της αναλογίας ή ο διαφανής ρόλος άτυπων μέσων για τη μέτρηση, όπως η παλάμη, η χούφτα κλπ, όπου γίνεται άμεση χρήση αυτής. Αντίστοιχα, εμφανίζεται και ο μη διαφανής ρόλος διαφόρων εργαλείων και η έμμεση αντίστοιχα χρήση των μαθηματικών.

Εδώ, πολύ σημαντική είναι η εμφάνιση της λειτουργίας του τροχού, της φιλιέρας, του ζυμωτηρίου, του καλουπιού και του γραναζιού ως μαύρα κουτιά, επιβεβαιώνοντας έτσι τους Wake Και Williams (2007). Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι ο τροχός, που κρύβει μέσα του συμμετρία καθώς, λόγω της φύσης του, οτιδήποτε παράγεται μέσω αυτού βγαίνει αναγκαστικά συμμετρικό. Φαίνεται, έτσι, η ενσωμάτωση εννοιών όπως της περιστροφής, της οριζόντιας και κατακόρυφης μετατόπισης, το μήκος του κύκλου, κ.α. μέσα στον τρόπο λειτουργίας του, αλλά και η ενσωμάτωση μέσα στον τρόπο χρήσης του της έννοιας της περιστροφής και της συμμετρίας, στις οποίες και οφείλεται η κατασκευή των αγγείων. Η σημασία αυτού αναδεικνύεται, όταν ο Αγγειοπλάστης μας δείχνει τι θα συμβεί αν τα χέρια μας δεν είναι στη σωστή θέση, στραπατσαρίζοντας με μία μπουνιά το υπό κατασκευή αντικείμενο, αλλά και διορθώνοντάς το απλά φτιάχνοντας τη θέση των δαχτύλων του, ώστε η φυγόκεντρος να επιτελέσει το συμμετρικό της έργο.

Αντίστοιχα, η φιλιέρα, ότι και να βάλεις μέσα, θα το μετατρέψει σε μία επίπεδη επιφάνεια, με τόσο πάχος όσο αυτό που ορίζει η απόσταση του κυλίνδρου από την επιφάνεια του τραπεζιού. Έτσι, κρύβει μέσα της τις έννοιες του επίπεδου, του κυλίνδρου, της περιστροφής, της μετατόπισης, κλπ. Επίσης, το ζυμωτήριο, κρύβει μέσα του την έννοια του κύκλου και του κυλίνδρου, ως ζωτική για τη μετέπειτα κατασκευή των αντικειμένων στον τροχό, χρησιμοποιώντας τους πήλινους κυλίνδρους που βγαίνουν από αυτό το μηχάνημα. Το καλούπι, επιπλέον, κρύβει μέσα του τις έννοιες της σφαίρας και του ημισφαιρίου, επιτρέποντας έτσι τις διαδικασίες επικόλλησης και της μέτρησης μέσω αυτού με σκοπό την ισότητα.

Το γρανάζι, ακόμα, έχει μέσα του ενσωματωμένη την έννοια του μοτίβου, της περιστροφής και της παραλληλίας, καθώς το σχήμα που αυτό αφήνει με τη βοήθεια της περιστροφής του τροχού, είναι παράλληλες γραμμούλες η μία δίπλα στην άλλη. Εκτός των ίδιων των εργαλείων αυτών, μαύρα κουτιά θεωρούνται και οι επιστημονικές και τεχνολογικές θεωρίες και πρακτικές που κατέστησαν την κατασκευή των εργαλείων αυτών εφικτή και επιτυχή. Αυτός που έφτιαξε τον τροχό και την φιλιέρα και τα υπόλοιπα εργαλεία - είναι προφανές ότι - έκανε μαθηματικά.

Μέσα, λοιπόν, από αυτά τα εργαλεία οι καλλιτέχνες-τεχνίτες είναι εξαναγκασμένοι να κάνουν μαθηματικά. Ο Αγγειοπλάστης δεν παρουσιάζει καμία αντίληψη επί της έμμεσης μαθηματικής χρήσης σε κανένα από τα εργαλεία που χρησιμοποιεί, εκτός του ζυμωτηρίου όπου καταλαβαίνει το λόγο που είναι έτσι η έξοδος του μηχανήματος, καθιστώντας έτσι την αντίληψή του μερική, ενώ η Κεραμίστρια έχει μερική αντίληψη, καθώς καταλαβαίνει τον λόγο λειτουργίας τους αλλά δεν τον συνδέει με τα μαθηματικά.

Οι παρατηρήσεις μας, λοιπόν, σε γενικές γραμμές συμφωνούν με τις παρατηρήσεις περί ιδιοσυγκρασιακής φύσης των χρησιμοποιούμενων εργαλείων αλλά μη πλήρους καθορισμού της εργασιακής δραστηριότητας από αυτά στις έρευνες των Noss (2002), Williams και Wake (2007α), Triantafillou και Potari (2010) και Pozzi et al (1998). Για παράδειγμα, ο αγγειοπλάστης στην αναλογία για την ανάμειξη νερού και χώματος (χωρίς εργαλείο) ή στην μέτρηση με την παλάμη του πηλού για την κατασκευή του αγγείου (η παλάμη ως μονάδα μέτρησης) ή ακόμα και στην διακόσμηση με παράλληλες γραμμές (με το εργαλείο σκαλιστήρι), η σκέψη του πηγάζει από τη φαντασία του και την οπτικοποίησή του, την επίλυση προβλήματος – δοκιμή και λάθος, και όχι από το εργαλείο που χρησιμοποιεί. Αν και αυτό τον βοηθάει να εφαρμόσει την μαθηματική έννοια/ιδιότητα. Η Κεραμίστρια, επίσης, σκέφτεται με μαθηματικό τρόπο πριν έρθει σε επαφή με τα εργαλεία που πρόκειται να χρησιμοποιήσει. Αφού πρώτα φανταστεί το τι αντικείμενο θέλει να φτιάξει, τότε κάνει τα σχεδιαγράμματα, τα οποία την βοηθούν για να φτιάξει τα μοντελάκια, τα οποία με τη σειρά τους τη βοηθούν για να κατασκευάσει το τελικό αντικείμενο, στη διάρκεια των οποίων χρησιμοποιεί τα διάφορα εργαλεία. Δηλαδή, τα εργαλεία τα χρησιμοποιεί ως μέσο για να συνεχίσει και επεκτείνει τον μαθηματικό τρόπο σκέψης της. Μέσα από αυτά, αναδεικνύεται επίσης και η σημασία χρήσης αλλά και κατανόησης των μαθηματικών στην ποιότητα των έργων που κατασκευάζουν, συμφωνώντας με το The Australian Association of Mathematics Teachers and the Australian Industry Group (2014).

4.4 Σύγκριση των πρακτικών των δυο συμμετεχόντων

Χαρακτηριστική διαφορά μεταξύ των δυο είναι ότι η Κεραμίστρια είναι πιο «καλλιτέχνιδα», ενώ ο Αγγειοπλάστης είναι περισσότερο «τεχνίτης», κάτι που συμφωνεί με την Sinha (1979), και συνδέεται άμεσα με τον τρόπο εργασίας του καθενός (χρήση αλγορίθμων, επίπεδο ακρίβειας, χρήση άμεσων/έμμεσων και τυπικών/άτυπων μαθηματικών). Η εργασία της Κεραμίστριας είναι πιο πολύ «τέχνη» με την ελεύθερη έννοια του όρου, ενώ αυτή του Αγγειοπλάστη αποτελεί πιο πολύ παραδοσιακή τέχνη μεν (άρα είναι πιο πεπατημένο αυτό που κάνει), δουλειά δε. Όπως προαναφέραμε, το βασικό πλαίσιο της Κεραμίστριας διαμορφώνεται από την αντίληψη ότι πρέπει να ντύσει το κενό, ενώ του Αγγειοπλάστη διαμορφώνεται από τον κεντρικό ρόλο της χρήσης του τροχού. Επίσης όπως προαναφέραμε, η Κεραμίστρια χρησιμοποιεί τα μαθηματικά κυρίως για να κάνει τα έργα της πιο ακριβή – σωστά και όμορφα, ενώ ο Αγγειοπλάστης τα χρησιμοποιεί σχεδόν αναγκαστικά λόγω τροχού, καθώς όλα σχεδόν τα αντικείμενα φτιάχνονται εκεί.

Η Κεραμίστρια έχει κάποιες συγκεκριμένες τεχνικές που ακολουθεί, αλλά τα αντικείμενα ποικίλουν πάρα πολύ. Επειδή η δουλειά της είναι πιο ελεύθερη, με την έννοια των αντικειμένων που παράγει, σε σχέση με τον Αγγειοπλάστη, έχει πιο γενικούς αλγορίθμους που δουλεύει, αλλά χρησιμοποιεί για παράδειγμα την κλίμακα για να της βγουν όπως πρέπει. Όπως προαναφέραμε, σημαντικό ρόλο παίζει το αν το έργο προορίζεται για παραγγελία ή αν πρόκειται για προσωπική δουλειά. Όταν τα αντικείμενα που φτιάχνει αφορούν σε παραγγελίες δουλεύει με πάρα πολύ μεγάλη ακρίβεια, χρησιμοποιώντας σε καίριο βαθμό τα μαθηματικά. Όταν πρόκειται για προσωπική δουλειά, δουλεύει πιο χαλαρά και χρησιμοποιεί, συνήθως, λιγότερα μαθηματικά, διατηρώντας όμως παραδείγματος χάριν τη μεταφορά κλίμακας και τη χρήση των προσχεδίων απλά και μόνο για να βρει το σχήμα που της αρέσει. Δηλαδή, κάθε φορά ανάλογα την περίπτωση, χρησιμοποιεί και αντίστοιχα εργαλεία.

Ο Αγγειοπλάστης από την άλλη, έχει πιο πεπατημένη οδό· είναι πιο τυποποιημένος ο τρόπος εργασίας του. Ακολουθεί πάντα τον ίδιο ακριβώς αλγόριθμο, κάνοντας τις ίδιες δράσεις, χρησιμοποιώντας τα ίδια εργαλεία, όλα με ακριβώς την ίδια ακολουθία βημάτων και κινήσεων, ξανά και ξανά. Όλα τα αντικείμενα ουσιαστικά αφορούν σε «παραγγελίες», αλλά τα φτιάχνει όσο πιο «ακριβώς» μπορεί μέσω του «στο περίπου», για να έχει όσο καλύτερη σχέση μεταξύ ποιότητας και βέλτιστου χρόνου γίνεται, καθώς κάνει «παραγωγή».

Και οι δυο καλλιτέχνες-τεχνίτες χρησιμοποιούν τα μαθηματικά για να κάνουν καλύτερα τη δουλειά τους, κάνοντας και άμεση και έμμεση χρήση αυτών, καθώς είτε δεν εμφανίζεται κάποιο εργαλείο παρά μόνο μαθηματικό ή κάποια άτυπη μονάδα μέτρησης (κλίμακα, παλάμη κλπ), είτε εμφανίζονται άλλα με διαφανή και άλλα με μη διαφανή ρόλο. Σε γενικές γραμμές, όμως, η Κεραμίστρια χρησιμοποιεί σε μεγαλύτερο βαθμό άμεσα μαθηματικά, ενώ ο Αγγειοπλάστης χρησιμοποιεί σε μεγαλύτερο βαθμό έμμεσα μαθηματικά.

Η Κεραμίστρια από τη μια, χρησιμοποιεί μαθηματικές έννοιες άμεσα γιατί την βοηθούν να κάνει την τέχνη της. Θέλει το αποτέλεσμα να είναι αισθητικά άρτιο (αναλογία, αρμονία, χρυσή τομή). Φαντάζεται, λοιπόν, κάτι και θέλει να το κατασκευάσει. Για αυτό το λόγο κάπως πρέπει να οργανώσει την πορεία της δουλειάς της και να είναι σίγουρη ότι θα βγει το ποθητό αποτέλεσμα (προσχέδια, μιλιμιτρέ χαρτί, διαστάσεις, αναλογία, συμμετρία), αντί να πάει στην τύχη. Έτσι, εκτός της έμμεσης χρήσης της μέτρησης, του επίπεδου και της σφαίρας λόγω του μη διαφανή ρόλου της φιλιέρας και του καλουπιού, κατά βάση χρησιμοποιεί άμεσα τα μαθηματικά. Σημαντική, έτσι, είναι η χρήση προσχεδίων και κλίμακας για την κατασκευή οποιουδήποτε αντικειμένου, για οποιοδήποτε σκοπό. Μάλιστα, όταν πρόκειται συγκεκριμένα για παραγγελία αυξάνεται σε μεγάλο βαθμό η χρήση των άμεσων και τυπικών ως επί το πλείστον μαθηματικών, όπως αυστηρές μετρήσεις και αξιολογήσεις σε κάθε στάδιο κατασκευής, προσχέδια με αυστηρή χρήση κλίμακας, προπλάσματα κ.λ.π. για να επιτύχει την ακρίβεια στο μέγεθος και το σχήμα του τελικού αντικειμένου. Έντονη είναι και η άμεση χρήση του ορθογώνιου συστήματος.

Ο Αγγειοπλάστης από την άλλη, χρησιμοποιεί κατά καίριο βαθμό έμμεσα μαθηματικές έννοιες γιατί τα βασικά του εργαλεία το επιβάλλουν. Έτσι, εκτός των άμεσων μαθηματικών που χρησιμοποιεί λόγω της μη χρήσης εργαλείων ή μέσω του διαφανή ρόλου τους, όπως της παλάμη, του ξύλο κλπ, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι λόγω της καίριας χρήσης του τροχού, ο οποίος ορίζει όλο το πλαίσιο εργασίας του και ο οποίος έχει μη διαφανή ρόλο, κατά το σημαντικότερο μέρος της εργασίας του χρησιμοποιεί έμμεσα τα μαθηματικά. Βέβαια μετράει, για παράδειγμα, και με το χέρι, κάτι που είναι «άμεσα μαθηματικά», αλλά σαφώς τα εργαλεία οδηγούν στην ανάδειξη σημαντικότερων εννοιών και διαδικασιών (συμμετρία, περιστροφή, παραλληλία, ομοιότητα, μέτρηση όγκου, μοτίβα). Ο ίδιος ουσιαστικά κάνει «παραγωγή», με την έννοια της επαναλαμβανόμενης κατασκευής ίδιων αντικειμένων, όπου τον ενδιαφέρει η καλύτερη σχέση ποιότητας και χρόνου. Θέλει, δηλαδή, να κατασκευάσει τα αντικείμενα όσο πιο καλά μπορεί συναρτήσει του όσο πιο γρήγορα γίνεται. Το επίπεδο ακρίβειάς του ανεβαίνει όταν πρέπει να φτιάξει μια συγκεκριμένη παραγγελία δοχείου με συγκεκριμένη χωρητικότητα, όπου εμφανίζεται έντονη η διαδικασία δοκιμής – πλάνης, επαλήθευσης και γενίκευσης.

Στη σύγκριση των δυο, ενδιαφέρουσα εμφανίζεται η δράση της μεγέθυνσης των αντικειμένων από τους καλλιτέχνες-τεχνίτες. Η Κεραμίστρια χρησιμοποιεί την κλίμακα, τα προσχέδια και τα προπλάσματα ως βοήθεια για να κάνει τη μεγέθυνση, όπου σημαντικό φυσικό εργαλείο εμφανίζεται το κομπάσο – χρησιμοποιεί δηλαδή κυρίως τυπικά μαθηματικά. Ο Αγγειοπλάστης από την άλλη για να φτιάξει τους όμοιους κουμπαράδες, χρησιμοποιεί μόνο τη μέτρηση με τη χούφτα του, παίρνοντας μίας επιπλέον χούφτα για κάθε επόμενο μέγεθος κουμπαρά – χρησιμοποιεί δηλαδή άτυπα μαθηματικά.

Όσον αφορά στην αναγνώριση των μαθηματικών πρακτικών εκ μέρους τους, καταλήγουμε σε κάποιες γενικές παρατηρήσεις. Η Κεραμίστρια από την αρχή-αρχή της έρευνας, κατά την πρώτη κιόλας τηλεφωνική επαφή, και κατά την αρχή της πρώτης μας συνάντηση, μας είπε ότι δεν παρατηρεί κάποια σύνδεση μεταξύ των δυο αντικειμένων. Κατά τη διάρκεια όμως των δύο επισκέψεων ανέφερε σε δυο τρία σημεία ότι αυτό που κάνει είναι μαθηματικά, συνοδευόμενη με ένα αίσθημα ενθουσιασμού και, όχι τόσο έκπληξης όσο, συνειδητοποίησης. Φαίνεται να έχει πιο καλή αντίληψη των μαθηματικών πρακτικών της, σε σχέση με τον Αγγειοπλάστη. Σε γενικές γραμμές κυμαίνεται από μερική αντίληψη μέχρι πλήρη αντίληψη, και σε ελάχιστες περιπτώσεις δεν εμφανίζει καθόλου αντίληψη. Συνήθως παρουσιάζει μερική αντίληψη, μπορώντας να μας εξηγήσει τι κάνει, πως το κάνει και γιατί το κάνει, αλλά φτάνει κάποιες φορές και σε πλήρη αντίληψη, όπου αντιλαμβάνεται τη μαθηματική φύση των πρακτικών της. Η πλήρης αντίληψη αφορά τις περιπτώσεις της κλίμακας, του μήκους με την έννοια του κομπάσου και της χρυσής τομής, (μετά το τέλος της έρευνας). Ακόμα και στην κλίμακα, σε κάποια σημεία φαίνεται να μην θεωρεί την ίδια την κλίμακα ως κάτι μαθηματικό, αλλά τον πολλαπλασιασμό που εκτελεί κατά την μεγέθυνση που εφαρμόζει με την κλίμακα, τον οποίο και τόνισε αρκετές φορές στην εξήγησή της, συμφωνώντας έτσι με την Millroy (1991). Όσον αφορά στον τροχό, η Κεραμίστρια αντιλαμβάνεται την έννοια της συμμετρίας, αλλά δεν τη θεωρεί κάτι το μαθηματικό.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι η ίδια γνωρίζει για τη μαθηματική φύση της Γεωμετρίας και όταν μας μιλάει για σύνθεση όγκων και τρισδιάστατα αντικείμενα φαίνεται να έχει πλήρη αντίληψη της μαθηματικής φύσης της πρακτικής της, φαίνεται πως μέσα της την έχει ξεχωρίσει αρνητικά, ίσως λόγω των εμπειριών της στο σχολείο και έτσι να μην τα δέχεται ως μαθηματικά, αναφέροντας στη συνέχεια χαρακτηριστικά «αλλά δεν βρίσκω κάποια σχέση με μαθηματικά», παρουσιάζοντας εν τέλει μερική αντίληψη. Γενικά, φαίνεται να έχει ταυτίσει ως ένα βαθμό τα μαθηματικά με την άλγεβρα και του αριθμούς. Η αντίληψή της για το αν χρησιμοποιεί μαθηματικά παρουσιάζεται άμεσα εξαρτώμενη από το τι θεωρούμε ότι είναι τα μαθηματικά, και συγκεκριμένα τι θεωρεί η ίδια ότι είναι τα μαθηματικά. Το γεγονός, φυσικά, ότι η ίδια δεν εκτιμά τα μαθηματικά, δεν της αρέσουν, δεν τα θέλει, τα απωθεί, την κάνουν να μην τα αναγνωρίζει τουλάχιστον στην αρχή της έρευνας, αλλά και κατά τη διάρκεια φαίνεται άλλοτε να δείχνει ότι ξέρει τη μαθηματική φύση της γεωμετρίας και άλλοτε να μη τη δέχεται.

Από την άλλη μεριά, ο Αγγειοπλάστης δεν αναφέρεται καθόλου στην αρχή της έρευνας περί σύνδεσης μεταξύ των δυο και απλά αρχίζει να συμμετέχει σε αυτή. Κατά τη διάρκειά της, φαίνεται ότι δεν έχει αρκετά καλή αντίληψη των μαθηματικών πρακτικών του. Συνήθως κυμαίνεται μεταξύ μη και μερικής αντίληψης· μη αντίληψη καθώς πολλές φορές όταν δεν γνωρίζει την πρακτική του, και προφανώς ούτε τη μαθηματική πρακτική του ή/και δεν μπορεί να τις περιγράψει, και μερική αντίληψη, καθώς συνήθως δεν αντιλαμβάνεται τη μαθηματική φύση της εκάστοτε τέτοιας πρακτικής. Πλήρη αντίληψη παρουσιάζει μόνο στον υπολογισμό πράξεων για το τιμολόγιο και στη μέτρηση με μέτρο. Φαίνεται ότι Αγγειοπλάστης ως μέτρηση δέχεται μόνο την πρώτη αρχική μέτρηση του αντικειμένου με το μέτρο. Στη συνέχεια, όπου χρησιμοποιεί παλάμες, χούφτες κλπ, αυτά δεν τα θεωρεί ως μέτρηση αλλά ως σημάδι/θέμα πείρας/συνήθειας και μάλλον έχει ταυτίσει τη μέτρηση με το μέτρο. Μάλιστα, όσον αφορά την μέτρηση με τη χούφτα, χαρακτηριστικό είναι ότι μόνο εκείνη τη στιγμή που τον ρωτήσαμε εμείς φάνηκε να συνειδητοποιεί τι ήταν αυτό που έκανε. Αυτά επιβεβαιώνουν τους (Hogan και Morony, 2002). Φαίνεται, δηλαδή, ότι ο Αγγειοπλάστης αντιλαμβάνεται την έννοια της μέτρησης, μόνο όταν αυτή περιλαμβάνει νούμερα, ενώ όταν αυτά απουσιάζουν δεν θεωρεί ότι κάνει μέτρηση. Παρ' όλα αυτά, στην ουσία, η χρήση του ξύλου ως οδηγό στην κατασκευή των αντικειμένων στον τροχό αφορά ακριβώς τη φύση του κανόνα και διαβήτη στα μαθηματικά. Όσον αφορά στον τροχό, ο Αγγειοπλάστης δεν καταλαβαίνει ούτε την έννοια της συμμετρίας που κρύβει, ούτε τη μαθηματική του φύση. Έχει μάθει απλά έναν αλγόριθμο και τον εκτελεί, παράγοντας – θέλει δε θέλει – κάτι συμμετρικό. Στο τέλος αναγνωρίζει ως μαθηματικά, εκτός από τη μέτρηση με το μέτρο και τους υπολογισμούς για το τιμολόγιο, δηλαδή ότι έχει να κάνει με αριθμούς.

Φαίνεται ότι η Κεραμίστρια έχει τα γλωσσικά και γνωστικά εργαλεία, και το απαιτούμενο εκπαιδευτικό υπόβαθρο, για να αντιληφθεί μερικώς ή πλήρως τα περισσότερα μαθηματικά που χρησιμοποιεί. Έτσι, ενώ στην αρχή δεν αναγνώριζε τίποτα ως μαθηματικά, κατάφερε χάρη του μορφωτικού υποβάθρου της στο τέλος της έρευνας να αναγνωρίσει κάποια. Ο Αγγειοπλάστης, από την άλλη, δεν είχε τα

απαραίτητα αυτά εργαλεία και υπόβαθρο, τα οποία θα τον βοηθούσαν να αντιληφθεί τις έννοιες και διαδικασίες που πράττει και τη μαθηματική τους φύση. Έτσι, αδυνατεί να περιγράψει για παράδειγμα τις γραμμούλες ως «παράλληλες» και αντί αυτού έκανε χειρονομίες, κάτι που σχετίζεται με την έρευνα των Williams και Wake (2007β). Μη έχοντας τις απαιτούμενες βάσεις για να αναγνωρίσει κάποιο μέρος από τη μαθηματική πρακτική που χρησιμοποιεί, παρ' όλα αυτά, όχι μόνο χρησιμοποιεί, αλλά έχει εφεύρει σε μεγάλο βαθμό όπως είδαμε τα δικά του μαθηματικά.

Όπως προκύπτει από την σύγκριση των δυο καλλιτεχνών-τεχνιτών αναδεικνύεται η μεγάλη σημασία των μαθηματικών. Φαίνεται ότι σε μια καλλιτεχνική περίπτωση όπως της Κεραμίστριας τα μαθηματικά είναι «αναγκαία» συνθήκη όσο και αν νομίζουμε ότι «απλά είμαστε πολύ ταλαντούχοι καλλιτέχνες» και δεν τα χρειαζόμαστε. Στην τεχνική περίπτωση του Αγγειοπλάστη, αντίστοιχα, τα μαθηματικά εμφανίζονται επειδή τα εργαλεία το επιβάλλουν. Χωρίς αυτά το αποτέλεσμα δεν θα ήταν το επιθυμητό. Δεν θα υπήρχε καν! Σε κάθε, λοιπόν, περίπτωση φαίνεται ότι η εμφάνιση των μαθηματικών στον χώρο της Κεραμικής Τέχνης συμβαίνει κατά απόλυτο τρόπο.

4.5 Εκπαιδευτική αξία

Παίρνοντας αφορμή από τους Lave (1993) and Wenger (1998), οι οποίοι υποστηρίζουν ότι η μάθηση είναι μια διαδικασία εμπλοκής με τις διάφορες πρακτικές, θεωρούμε ότι η εμπλοκή των μαθητών στην κεραμική πρακτική έχει πολλά να τους ωφελήσει στη μάθηση των μαθηματικών. Εμπνευσμένοι από τους Gay και Cole (1967) (στο Gerdes, 1988) και Mitchelmore (1976) (στο Bishop, 1980) περί ανάπτυξης πρακτικών γεωμετρικών και χωρικών προγραμμάτων διδασκαλίας και χρήσης υλικών από τον εγχώριο πολιτισμό με δημιουργικό τρόπο από τους μαθητές, πιστεύουμε ότι η Κεραμική Τέχνη ως ένας καλλιτεχνικός παραδοσιακός εργασιακός χώρος μπορεί να αποτελέσει ένα βήμα προς την κατεύθυνση αυτή, θέτοντας στους δασκάλους ευκαιρίες με τις οποίες να δίνουν στους μαθητές τη δυνατότητα να περάσουν ομαλά από τα «πραγματικά» μαθηματικά που κάνει ένας απλός τεχνίτης στα μαθηματικά που διδάσκονται στο σχολικό αναλυτικό πρόγραμμα. Μπορεί να προσφέρει στη μαθηματική εκπαίδευση ένα πλαίσιο για την εφαρμογή τέτοιων προγραμμάτων, τα οποία να βοηθούν τους μαθητές να εμπλέκονται με ποικίλες μαθηματικές πρακτικές, μαθαίνοντας για τη φύση και χρήση των χρησιμοποιούμενων εννοιών και διαδικασιών.

Ο Αγγειοπλάστης, από μόνος του αναφέρει ότι η δουλειά αυτή «όταν είσαι μικρός σου φαίνεται σαν παιχνίδι». Οι μαθητές θα μπορούσαν παίζοντας να παράξουν μόνοι τους την έννοια της συμμετρίας κατά την κατασκευή ενός πήλινου αντικειμένου στον τροχό. Εξάλλου σε όλα τα παιδιά αρέσει να παίζουν με υλικά όπως η πλαστελίνη, ο πηλός και το χώμα, καθώς - ως παιδιά – έχουν καλλιτεχνικές και δημιουργικές ανησυχίες. Για αυτό και θεωρούμε ότι θα τους κινήσει το ενδιαφέρον κάτι τέτοιο. Διότι, έχουν την ανάγκη να πιάσουν τα υλικά της γης και να παίξουν μ' αυτά. Εκτός του ότι μαθαίνουν να δημιουργούν, μαθαίνουν και έρχονται πιο κοντά με την πολιτισμική τους παράδοση, ιστορία και λαογραφία, το σημαντικότερο είναι ότι έρχονται σε

επαφή με τη βάση τους, τη γη, μια σύνδεση η οποία θα τους κάνει να δουν τα μαθηματικά ως κάτι πιο γήινο.

Σημαντικό επίσης είναι, όπως φαίνεται από τα λεγόμενα της Κεραμίστριας, ότι «η κάθε μέθοδος έχει πάρα πολύ μεγάλο δρόμο να κάνεις και πάρα πολλά πράγματα να εφεύρεις». Δηλαδή, η κατασκευή έχει το στοιχείο της εφεύρεσης», ένα στοιχείο το οποίο είναι πολύ σημαντικό κατά την διδασκαλία των μαθηματικών και στο οποίο τα παιδιά πρέπει να εμπλακούν. Το πλάσιμο του πηλού θα τους δώσει τη χαρά της δημιουργίας μορφών, είτε χρησιμοποιώντας κάποια εργαλεία, είτε χρησιμοποιώντας μόνο τα χέρια τους. Οι διαφορετικές τεχνικές διακόσμησης, το ανακάτεμα των χρωμάτων, διεγείρει τη φαντασία τους και αναπτύσσει την οπτική τους αντίληψη.

Λόγω της έντονης σχέσης του χώρου με την οπτικοποίηση, μέσω αυτού μπορούμε να τους προσφέρουμε μία εικονική βάση των εμπλεκόμενων εννοιών, κάτι το οποίο λείπει από τις στεγνές νοητικές εικόνες που χρησιμοποιούνται συνήθως στα μαθηματικά, αφού είναι βασισμένες σε διαγράμματα, άλλους οπτικούς τρόπους αναπαράστασης εννοιών, ή ακόμα πληροφοριών γραμμένων σε μορφή κειμένου ή σε συμβολική μορφή, όπως αναφέρει ο Gutiérrez (1996). Μπορεί να προσφέρει, λοιπόν, στη δημιουργία οπτικών εικόνων (Presmeg, 1986) των εμπλεκόμενων εννοιών, κάνοντας ακόμα πιο ισχυρές τις αντίστοιχες νοητικές εικόνες στον νου των μαθητών. Καθώς μια νοητική εικόνα μπορεί να δημιουργηθεί μόνο με τη βοήθεια κάποιου εξωτερικού παράγοντα (Sutherland 1991, σ.71), πιστεύουμε ότι με τη βοήθεια αυτών που θα δουν τα παιδιά στον χώρο της Κεραμικής θα δημιουργήσουν τις αντίστοιχες νοητικές εικόνες πιο σωστές και αληθινές, δίνοντας έτσι λόγο στην ύπαρξή τους και καθιστώντας τες πραγματικές και ανθρώπινες, αντίθετα με τις αναφορές των Ascher και D'Ambrosio (1994) περί απουσίας συναισθήματος και συσχέτισής τους με κάτι το μη ανθρώπινο.

Από τα παραπάνω, σημαντική κρίνουμε ότι θα είναι η συμβολή του πλαισίου της Κεραμικής Τέχνης στην ανάπτυξη της ικανότητας της οπτικοποίησης εκ μέρους των μαθητών. Εξάλλου, ο Bishop (1973) βρήκε ότι τα παιδιά του δημοτικού σχολείου όπου η χρήση χειραπτικών υλικών κυριαρχούσε στη διαδικασία της μάθησης, έτειναν να τα πηγαίνουν καλύτερα σε τεστ χωρικών ικανοτήτων, από τα παιδιά που δεν χρησιμοποιούσαν τέτοια υλικά. Θα προσφέρει, έτσι, ένα άκρως κατάλληλο πλαίσιο για την αλληλεπίδραση μεταξύ των νοητικών εικόνων και εξωτερικών αναπαραστάσεων που απαιτείται για να επιτευχθεί μία καλύτερη κατανόηση των εννοιών και να λυθούν προβλήματα, όπως αναφέρει ο Gutiérrez (1996).

Θα μπορούσαμε, λοιπόν, να χρησιμοποιήσουμε το υλικό του πηλού, για παράδειγμα στο δημοτικό, για να παίξουν τα παιδιά με αυτό, φτιάχνοντας σχήματα και μαθαίνοντας τις ιδιότητές τους, βοηθώντας έτσι στην ανάπτυξη των χωρικών ικανοτήτων τους, και στην έννοια της οπτικοποίησης, αλλά και της νοηματοδότησης των διαφόρων εμπλεκόμενων εννοιών (σχήματα και ιδιότητές τους, συμμετρία, μοτίβα, παραλληλία κλπ). Ειδικά στην περίπτωση του τροχού, οι μαθητές θα είναι σε θέση όχι απλά να δουν μπροστά τους ζωντανή την έννοια της συμμετρίας, όχι απλά να την νιώσουν, αλλά και να την παράξουν εντελώς μόνοι τους.

Επιπλέον, βλέπουμε ότι οι μαθητές της Κεραμίστριας διδάσκονται από την ίδια τη χρήση της κλίμακας, και των προσχεδίων, τη συμμετρία, το ορθογώνιο σύστημα αξόνων, αλλά και την ανάλυση σε επιμέρους γεωμετρικά σχήματα, μέσα σε ένα πολύ συγκεκριμένο και με νόημα πλαίσιο, δίνοντας έτσι ουσία στη χρήση αυτών, αντίθετα από τη συνήθη αποπλαισιωμένη γνώση που λαμβάνουν οι σημερινοί μαθητές στο σχολικό πλαίσιο, και στην οποία έχουμε αναφερθεί εκτενώς στη βιβλιογραφία μας.

Αξίζει να τονίσουμε το γεγονός ότι αν και ο Αγγειοπλάστης δεν έχει δεχθεί την τυπική εκπαίδευση, και όπως λέει ο ίδιος φαίνεται να τελείωσε το Δημοτικό «με το ζόρι», παρ' όλα αυτά μεταφέρει την κουλτούρα επάνω του, στη δουλειά του, η οποία χρησιμοποιεί τα μαθηματικά και στην οποία, μάλιστα, έχει εφεύρει ο ίδιος τα δικά του μαθηματικά. Αυτό είναι κάτι που θα δείξει στα παιδιά ότι τα μαθηματικά δεν είναι κάτι που προορίζονται μόνο για τους «εκλεκτούς», αλλά είναι κάτι στο οποίο έχουν εν γένει δικαίωμα όλοι (Mukhopadhyay, 2009), δείχνοντας ότι τα μαθηματικά ανήκουν στη πολιτισμική μας παράδοση, αλλά και καταπολεμώντας τα αισθήματα μαθηματικού άγχους και μαθηματικοφοβίας.

Η φύση του χώρου της Κεραμικής Τέχνης, κάνει την ανάδειξη των μαθηματικών μέσα σε αυτή πρωτόγνωρη και σχεδόν απίστευτη. Καθώς είναι ένας χώρος στον οποίο δεν θα περίμεναν ποτέ να εμφανιστούν τα μαθηματικά, κάτι το μη σύνηθες, αξίζει να ασχοληθούμε και να στρέψουμε την προσοχή των μαθητών σε αυτό. Βοηθώντας τους να αναγνωρίσουν την παρουσία των μαθηματικών σε ένα τέτοιο απρόσμενο πλαίσιο, θεωρούμε ότι θα ενισχυθεί η δυνατότητα κατανόησης των μαθηματικών εννοιών εκ μέρους τους και θα εκτιμήσουν τη λεγόμενη «δύναμη» των μαθηματικών στην ευρεία εφαρμογή της στον κόσμο των τεχνουργημάτων που παράγονται από τους ίδιους και τους ανθρώπους γύρω τους, όπως αναφέρουν σχετικά οι Hickman και Huckstep (2003). Έτσι, μέσω εφαρμογών στο πλαίσιο του καλλιτεχνικού αυτού χώρου εργασίας τα μαθηματικά μπορούν να γίνουν χρήσιμα, ουσιαστικά, προσβάσιμα και ελκυστικά σε ένα μεγάλο πλήθος μαθητών (Nicol, 2002).

Όπως καταλήξαμε και στη σύγκριση των δυο καλλιτεχνών-τεχνιτών φαίνεται ότι σε κάθε περίπτωση η εμφάνιση των μαθηματικών στον χώρο της Κεραμικής Τέχνης συμβαίνει κατά απόλυτο τρόπο. Τα μαθηματικά στον χώρο αυτό φαίνεται να αποτελούν ικανή και αναγκαία συνθήκη για το όμορφο, σωστό και γρήγορο αποτέλεσμα της εργασίας-τέχνης των καλλιτεχνών-τεχνιτών. Χωρίς αυτά το αποτέλεσμα δεν θα ήταν το επιθυμητό, και σε πολλές περιπτώσεις, όπως κατά την έμμεση χρήση τους μέσω του μη διαφανή ρόλου των εργαλείων, το αποτέλεσμα δεν θα υπήρχε καν. Όλα αυτά θα δείξουν στους μαθητές μας τη μεγάλη σημασία και τον καίριο ρόλο των μαθηματικών στον ιδιαίτερο, παραδοσιακό αυτό χώρο της Κεραμικής Τέχνης. Ελπίζουμε ότι μέσα από ένα τέτοιο πλαίσιο θα δοθεί η πολυπόθητη απάντηση που ζητούν οι μαθητές στο όλο και πιο συχνό ερώτημα: «Γιατί να κάνουμε μαθηματικά; Σε τι θα μας χρησιμεύσουν τα μαθηματικά;», το οποίο τονίζει η Millroy (1991).

Εν τέλει, όλα αυτά μας οδηγούν και πάλι στο σημαντικό ερώτημα «τι είναι τα μαθηματικά;» και ακόμα σημαντικότερο, στο τι διδάσκουμε στα παιδιά μας και γιατί. Αυτό πρέπει να το αναρωτηθούμε.

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Φαίνεται πως όλη η πρακτική στον χώρο της Κεραμικής Τέχνης βασίζεται σε τρία στοιχεία «κλειδιά» - τη γεωμετρία, την επίλυση προβλήματος και την οπτικοποίηση. Στην ουσία κάθε πήλινο αντικείμενο φαίνεται να αποτελεί την καλύτερη δυνατή λύση σε ένα πρόβλημα κατασκευής (Gerdes, 1988). Μέσα σε αυτά τα κατασκευαστικά προβλήματα εμφανίζεται η μαθηματική πρακτική των καλλιτεχνών-τεχνιτών.

Συγκεκριμένα, όσον αφορά στα μαθηματικά που αναδεικνύονται, διακρίνουμε αυτά σε έννοιες και διαδικασίες. Όσον αφορά στις έννοιες, συχνά εμφανίζονται γεωμετρικές έννοιες όπως επίπεδα και στερεά σχήματα, το εμβαδό, ο όγκος, το επίπεδο, η επιφάνεια, το ορθογώνιο σύστημα αξόνων, αλλά και έννοιες και μοντέλα υπερβολικής γεωμετρίας. Εμφανίζονται επιπλέον, μαθηματικές σχέσεις όπως η ισότητα, η παραλληλία, η συμμετρία, η αναλογία, η ομοιότητα, η κλίμακα, η συσχέτιση διαστάσεων-όγκου/εμβαδού, η σχέση κυρτό-κοίλο, η έννοια του μοτίβου και η χρυσή τομή. Η τελευταία έκφανση των μαθηματικών εννοιών είναι οι μετασχηματισμοί. Συγκεκριμένα οι τεχνίτες χρησιμοποιούν τις έννοιες της οριζόντιας και κατακόρυφης μετατόπισης και της περιστροφής. Ως προς τις διαδικασίες που αναδεικνύονται, εμφανίζεται αρχικά η διαδικασία της επίλυση προβλήματος που χαρακτηρίζεται αρχικά από την οπτικοποίηση, με σημαντικές εδώ την ανασύνθεση και την επικόλληση, καθώς και από διάφορες στρατηγικές επίλυσης που ακολουθούνται, οι οποίες περιλαμβάνουν εξαγωγή αλγορίθμου, ανάλυση σε επιμέρους, δοκιμές και πλάνες, επαλήθευση και γενίκευση. Ακόμα, εμφανίζεται η διαδικασία της μέτρησης με άτυπες και τυπικές μονάδες. Στις άτυπες περιλαμβάνονται τα χέρια, τα ξυλάκια, τα καλούπια, το κομπάσο και η φιλιέρα, ενώ στις τυπικές το μέτρο και ο χάρακας. Εμφανίζεται, επιπλέον η διαδικασία της σύγκρισης, της εκτίμησης/προσέγγισης, των υπολογισμών/πράξεων και της χρήσης αλγορίθμου.

Όσον αφορά στη διαμεσολάβηση της μαθηματικής πρακτικής από τα χρησιμοποιούμενα εργαλεία, αναδεικνύεται ο διαφανής και μη διαφανής ρόλος αυτών. Στον διαφανή ρόλο των εργαλείων έχουμε άμεση χρήση των μαθηματικών από τους καλλιτέχνες-τεχνίτες, όπως για παράδειγμα την άμεση χρήση της κλίμακας ή της μέτρησης μέσω της παλάμης. Στον μη διαφανή ρόλο έχουμε έμμεση χρήση των μαθηματικών από τους καλλιτέχνες-τεχνίτες, λόγω της διαμεσολάβησης των μη μαθηματικών εργαλείων του τροχού, της φιλιέρας, του ζυμωτηρίου, του καλουπιού και του γραναζιού, καθώς αυτά εξαναγκάζουν τους καλλιτέχνες-τεχνίτες, θέλουν δε θέλουν, χωρίς άλλη επιλογή δικής τους, να κάνουν μαθηματικά.

Ως προς το βαθμό στον οποίο επιτυγχάνεται η αναγνώριση της μαθηματικής πρακτικής από τους καλλιτέχνες-τεχνίτες, υπάρχουν στιγμές που χρησιμοποιούν τα μαθηματικά εν γνώσει τους (πλήρης αντίληψη), υπάρχουν και στιγμές που οι τεχνίτες χρησιμοποιούν τα μαθηματικά εν αγνοία τους (μη αντίληψη). Αυτό, όμως, που έχει ξεχωριστό ενδιαφέρον είναι ότι στις περισσότερες των περιπτώσεων οι τεχνίτες χρησιμοποιούσαν τα μαθηματικά, όχι χωρίς να το ξέρουν, αλλά χωρίς να ξέρουν ότι αυτό που χρησιμοποιούν είναι μαθηματικά. Την ενδιάμεση και ιδιάζουσα αυτή περίπτωση την χαρακτηρίζουμε μερική αντίληψη.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Βογιάτζογλου - Σακελλαροπούλου, Μ. (2015). *Παραδοσιακή κεραμική της νεότερης Ελλάδας*. Ν/Α: Παπαζήση.

Λοϊζος, Η. Ι. (2012). Η ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΑΔΑ. 2η Έκδοση. Αθήνα. ISBN 960-91873-0-7.

Τσιαφάκη, Ε. Κ. Δ. (2012). Κεραμέως παΐδες. ΚΛΗΡΟΔΟΤΗΜΑ. Εταιρεία Ανδρίων Επιστημόνων. Θεσσαλονίκη. ISBN 978-960-89087-2-7.

Ascher, M., και D'Ambrosio, U. (1994). Ethnomathematics: A dialogue. *For the learning of mathematics*, 36-43.

Barton, B. (2008). Cultural and social aspects of mathematics education: Responding to Bishop's challenge. In *Critical Issues in Mathematics Education* (σελ. 121-133). Springer US.

Bickley-Green, C. A. (1995). Math and art curriculum integration: A post-modern foundation. *Studies in Art Education*, 6-18.

Bishop, A. J. (1979). Visualising and mathematics in a pre-technological culture. *Educational Studies in Mathematics*, *10*(2), 135-146.

Bishop, A. J. (1980). Spatial abilities and mathematics education - A review. *Educational Studies in Mathematics*, *11*(3), 257-269.

Bishop, A. J. (1988α). *Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education* Mathematics Education Library, Kluwer Academic Publishers.

Bishop A. J. (1988β). Mathematics education in its cultural context. *Educational Studies in Mathematics, 19,* 179-191.

Boaler, J. (2002). Exploring the nature of mathematical activity: Using theory, research and working hypotheses' to broaden conceptions of mathematics knowing. *Educational Studies in Mathematics*, *51*(1-2), 3-21.

Bruter, C. P. (2012). *An Introduction to the Construction of Some Mathematical Objects* (σελ. 29-46). Springer Berlin Heidelberg.

Bruter, C. P., και Aslaksen, H. (2003). Mathematics and art: mathematical visualization in art and education. *The Mathematical Intelligencer*, *25*(4), 83-84.

Carraher, T. N., Carraher, D. W., και Schliemann, A. D. (1987). Written and oral mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 83-97.

Chehlarova, T., και Sendova, E. (2009, April). Explorations with rotational solids. In *6th Mediterranean Conference on Mathematics Education* (σελ. 22-26).

Cucker, F. (2013). *Manifold mirrors: the crossing paths of the arts and mathematics*. Cambridge University Press.

D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the learning of Mathematics*, 44-48.

D'Ambrosio, U. (1990). The role of mathematics education in building a democratic and just society. For the Learning of Mathematics, 10(3) 20-23.

D'Ambrosio, U. (1997). Where does ethnomathematics stand nowadays?. *For the Learning of Mathematics*, *17*, 13-17.

D'Ambrosio, U. (2001). What Is Ethnomathematics, and How Can It Help Children in Schools?. *Teaching children mathematics*, *7*(6), 308-10.

Ezeife, A. N. (2002). Mathematics and culture nexus: The interactions of culture and mathematics in an Aboriginal classroom. *International Education Journal*, *3*(2), 176-187.

Eisenhart, M. A. (1988). The ethnographic research tradition and mathematics education research. *Journal for Research in mathematics education*, 99-114.

Emmer, M. (2005). *Mathematics, Art and Architecture*, in Emmer, M. (eds.), *Mathematics and Culture II*, Springer Berlin Heidelberg, σελ. 3-4.

Emmer, M. (2005). *Mathland – From Topology to Virtual Architecture*, in Emmer, M. (eds.), *Mathematics and Culture II*, Springer Berlin Heidelberg, σελ. 65-78.

François, K. (2013). THE ROLE OF ETHNOMATHEMATICS WITHIN MATHEMATICS EDUCATION. *CERME 6–WORKING GROUP 8*, 1517.

Fasanelli, F., και Wilson, R. (2000). Mathematics and art III. *The Mathematical Intelligencer*, *22*(3), 80-80.

Gahamanyi, M., Andersson, I., και Bergsten, C. (2010). Using mathematics as a tool in Rwandan workplace settings: The case of taxi drivers. *CERME 6–WORKING GROUP 8*, 1484.

Gerdes, P. (1986). How to recognize hidden geometrical thinking: A contribution to the development of anthropological mathematics. *For the learning of mathematics*, *6*(2), 10-12.

Gerdes, P. (1988). On culture, geometrical thinking and mathematics education. *Educational studies in mathematics*, *19*(2), 137-162.

Gerdes, P. (1996). Ethnomathematics and mathematics education. In*International handbook of mathematics education* (σελ. 909-943). Springer Netherlands.

Guderian, D. (2005). *Mathematics in Contemporary Arts – Finite and Infinity*. in Emmer, M. (eds.), *Mathematics and Culture II*, Springer Berlin Heidelberg, σελ. 23-37.

Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework. In *PME CONFERENCE* (Vol. 1, σελ. 1-3). THE PROGRAM COMMITTEE OF THE 18TH PME CONFERENCE.

Han, G., Hwang, J., Choi, S., και Kim, G. J. (2007). AR pottery: experiencing pottery making in the augmented space. In *Virtual Reality* (σελ. 642-650). Springer Berlin Heidelberg.

Henderson, D. W., και Taimina, D. (2007). *Experiencing meanings in geometry*(σελ. 58-83). Springer New York.

Hickman, R., και Huckstep, P. (2003). Art and mathematics in education. *The Journal of Aesthetic Education*, *37*(1), 1-12.

Hogan, J., και Morony, W. (2002). Classroom teachers doing research in the workplace. In *Education for Mathematics in the Workplace* (σελ. 101-113). Springer Netherlands.

Hopper, R. (2000). *Functional pottery: Form and aesthetic in pots of purpose*. Krause Publications Craft.

Jurdak, M., και Shahin, I. (2001). Problem solving activity in the workplace and the school: the case of constructing solids. *Educational Studies in Mathematics*, *47*(3), 297-315.

Kaasila, R. (2007). Using narrative inquiry for investigating the becoming of a mathematics teacher. *ZDM*, *39*(3), 205-213.

Knoll, E., και Reid, D. (2007). Discussing beauty in mathematics and in art. *For the Learning of Mathematics*, 31-33.

Latour, B. (1999) *Pandora's Hope: Essays on the Reality of Science Studies,* Harvard Univeristy Press, Cambridge, Mass; London.

Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge, England: Cambridge University Press.

Lave, J. (1993). 'The practice of learning', in S. Chaiklin and J. Lave (ed.), *Understanding Practice: Perspectives on Activity and Context*, Cambridge University Press, Cambridge, σελ. 3–34.

Lindahl, A., και Pikirayi, I. (2010). Ceramics and change: an overview of pottery production techniques in northern South Africa and eastern Zimbabwe during the first and second millennium AD. *Archaeological and Anthropological Sciences*, 2(3), 133-149.

Magajna, Z., και Monaghan, J. (2003). Advanced mathematical thinking in a technological workplace. *Educational Studies in Mathematics*, 52(2), 101-122.

Masingila, J. O. Davidenko. S. και Prus-Wisniowska E. (1996). '*Mathematics Learning and Cambridge: Cambridge University Press. Practice in and out of School: a Framework for Connection these Experiences', Educational Studies in Mathematics*, *31*(1), 75-200.

Millroy, W. L. (1991). An ethnographic study of the mathematical ideas of a group of carpenters. *Learning and individual differences*, *3*(1), 1-25.

Moran, J. F., και Williams, K. (2005). *From Tiling the Plane to Paving Town Square*. in Emmer, M. (eds.), *Mathematics and Culture II*, Springer Berlin Heidelberg, σελ. 5-22.

Mukhopadhyay, S. (2009). The decorative impulse: ethnomathematics and Tlingit basketry. *ZDM*, *41*(1-2), 117-130.

Naresh, N. (2009) Interplay between School Mathematics and Work Place Mathematics, Proceedings of epiSTEME 3.

Nicol, C. (2002). Where's the math? Prospective teachers visit the workplace. *Educational Studies in Mathematics*, *50*(3), 289-309.

Noss, R., Hoyles, C., και Pozzi, S. (2002). Working knowledge: Mathematics in use. In *Education for mathematics in the workplace* (σελ. 17-35). Springer Netherlands.

Noss, R., Hoyles, C., και Pozzi, S. (2002). Abstraction in expertise: A study of nurses' conceptions of concentration. *Journal for Research in Mathematics Education*, 204-229.

Nunes, T., Schliemann, A. D., και Carraher, D. W. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. Cambridge University Press.

Perilli, A. (2005). *De Insana Geometria*, in Emmer, M. (eds.), *Mathematics and Culture II*, Springer Berlin Heidelberg, σελ. 39-43.

Pozzi, S., Noss, R., και Hoyles, C. (1998). Tools in practice, mathematics in use. *Educational Studies in Mathematics*, *36*(2), 105-122.

Presmeg, N. (2007). THE ROLE OF CULTURE IN TEACHING. *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics*, *1*, 435.

Rice, P. M. (1996). Recent ceramic analysis: 1. Function, style, and origins.*Journal of Archaeological Research*, *4*(2), 133-163.

Rice, P. M. (1999). On the origins of pottery. *Journal of archaeological method and theory*, *6*(1), 1-54.

Saxe, G. B. (1991). *Culture and cognitive development: Studies in mathematical understanding*. Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Scribner, S. 1984, 'Studying Working Intelligence', in Rogoff B. and Lave J. (eds.), *Everyday Cognition: Its Development in Social Context*, Harvard University Press, Cambridge MA, σελ. 9–40.

Sinha, A. (1979). Control in craft work: The case of production potters.*Qualitative Sociology*, *2*(2), 3-25.

Skibo, J. M. (2013). *Understanding pottery function* (σελ. 1-25). Springer New York.

Smith, J. P. (1999). Tracking the mathematics of automobile production: Are schools failing to prepare students for work?. *American Educational Research Journal*, *36*(4), 835-878.

Stathopoulou, C. (2007). Traditional patterns in Pyrgi of Chios: Mathematics and Community. *Nexus Network Journal*, *9*(1), 103-118.

Stathopoulou C., και Kotarinou P. (2008). Using ethnomathematical ideas for designing an Interdisciplinary project through a webquest. *InProceedings of ICME11, Eleventh International Congress on Mathematical Education,* Mexico 2008.

Strauss, A., και Corbin, J. (1998). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory*. Thousand Oaks: Sage.

Talbot, R. (2015). Manifold Mirrors: The Crossing Paths of the Arts and Mathematics. *Nexus Network Journal*, 1-4.

Teixeira, R. E. C. (2015). Patterns, mathematics and culture: the search for symmetry in Azorean sidewalks and traditional crafts.

The Australian Association of Mathematics Teachers and the Australian Industry Group (2014). *Identifying and Supporting Quantitative Skills of 21st Century Workers: Final Report.*

Tite, M. S. (1999). Pottery productionn, distribution, and consumption – the contribution of the physical sciences. *Journal of Archaeological Method and Theory*, *6*(3), 181-233.

Triantafillou, C., και Potari, D. (2010). Mathematical practices in a technological workplace: the role of tools. *Educational Studies in Mathematics*, *74*(3), 275-294.

Triantafillou, C., και Potari, D. (2014). Revisiting the place value concept in the workplace context: the issue of transfer development. *Educational Studies in Mathematics*, *86*(3), 337-358.

Van Oers, B. (2001). Educational forms of initiation in mathematical culture. Educational Studies in Mathematics, 46, 59–85.

Varela, S. L. L. (2008). Ceramics: Maya Pottery. *Encyclopedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures*, 496-504.

Wake, G. (2014). Making sense of and with mathematics: The interface between academic mathematics and mathematics in practice. *Educational Studies in Mathematics*, *86*(2), 271-290.

Washburn, D. K., και Crowe, D. W. (1988). *Symmetries of culture: Theory and practice of plane pattern analysis*. University of Washington Press.

Wenger, E.: 1998, *Communities of Practice: Learning, Meaning and Identity*, Cambridge University Press, Cambridge.

Williams, J., και Wake, G. (2007α). Black boxes in workplace mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 64(3), 317-343.

Williams, J., και Wake, G. (2007β). Metaphors and models in translation between college and workplace mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 64, 345-371.

Zevenbergen, R. (2000). Research methods for mathematics at work. In A. Bessot και J. Ridgway (Eds.), Education for mathematics in the workplace. Dordrecht: Kluwer.