ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΚΥΠΡΟΥ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ - ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΩΝ - ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ

ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ - ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
"ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ"

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Καλλιέργεια και βελτίωση της μεταγνώσης μέσω της ανάκλησης, του σχεδιασμού, της αυτορρύθμισης και της αυτοαξιολόγησης.

Συγγραφέας
Κωστούλας Προκόπιος
Α.Μ. Δ201413

Επιβλέπων Συμβουλευτικής Επιτροπής

Κυριακίδης Λεωνίδας
Καθηγητής, Τμήμα Επιστημών της Αγωγής, Πανεπιστήμιο Κύπρου

Αθήνα
Σεπτέμβριος 2016

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία
εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών
για την απόκτηση του

Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης
που απονέμει το

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στη «Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»

Εγκρίθηκε την 29η Σεπτεμβρίου 2016 από **Εξεταστική Επιτροπή** αποτελούμενη από τους :

Ονοματεπώνυμο	**Βαθμίδα**
▪ Λ. Κυριακίδη (Επιβλέπων)	Καθηγητή
▪ Θ. Ζαχαριάδη	Καθηγητή
▪ Γ. Ψυχάρη	Επικ. Καθηγητή

Η εκπόνηση της παρούσας Διπλωματική Εργασία πραγματοποιήθηκε υπό την καθοδήγηση της **Συμβουλευτική Επιτροπή** αποτελούμενη από τους:

Ονοματεπώνυμο	**Βαθμίδα**
▪ Λ. Κυριακίδη (Επιβλέπων)	Καθηγητή
▪ Θ. Ζαχαριάδη	Καθηγητή
▪ Γ. Ψυχάρη	Επικ. Καθηγητή

Στην οικογένειά μου

και σε όσους με στήριξαν έμπρακτα

Περιεχόμενα

Περίληψη-Abstract.....8

Κεφάλαιο 1ο

1.1 Εισαγωγή 11

1.2 Ο Σκοπός της Έρευνας.....13

1.3 Η Μεθοδολογία της Έρευνας.....14

1.4 Η Σπουδαιότητα, η Σημασία και η Συνεισφορά της Έρευνας.....15

Κεφάλαιο 2ο

Θεωρητικό – Βιβλιογραφικό Πλαίσιο 17

2.1. Μεταγνώση.....18

2.1.1. Ορισμός της Μεταγνώσης.....18

2.1.2. Μεταγνωστικές Διαδικασίες.....19

2.1.3. Μορφές του Μεταγιγνώσκειν.....19

2.1.4. Μεταγνωστική Γνώση.....19

2.1.5. Μεταγνωστικές Εμπειρίες.....20

2.1.6. Μεταγνωστικές Δεξιότητες.....20

2.1.7. Μεταγνωστικό Μοντέλο του Flavell.....21

2.1.8. Άλλες Διακρίσεις της Μεταγνώσης.....22

2.2. Αυτορρύθμιση.....23

2.2.1. Αυτορρυθμιζόμενη Μάθηση.....24

2.3. Μεταγνώση και Μάθηση.....25

2.3.1. Διάκριση Στρατηγικών Μάθησης και Μεταγνωστικών Στρατηγικών (Δεξιοτήτων) 25

- Στρατηγικές Μάθησης.....25
- Μεταγνωστικές Στρατηγικές.....25

2.3.2. Μεταγνωστικές Στρατηγικές κατά την Εκπαιδευτική Διαδικασία.....28

2.3.3. Ανάπτυξη Μεταγνωστικών Στρατηγικών.....28

2.3.4. Μεταγνώση και Μαθηματική Εκπαίδευση. Η Έννοια του Μαθηματικού Προβλήματος και η Επίλυσή του.....31
2.3.5. Μεταγνωστικές δεξιότητες κατά την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων..33
- Η Συμβολή του Schoenfeld.....35
- Το Μοντέλο του Schoenfeld.....36

2.3.6. Τεχνικές για την ανάπτυξη μεταγνωστικών στρατηγικών.....37
2.4. Αξιολόγηση και Αυτοαξιολόγηση.....39
2.4.1 Ορισμός Αξιολόγησης.....40
2.4.2 Είδη Αξιολόγησης της Επίδοσης των Μαθητών.....41
2.4.3 Λειτουργίες της Αξιολόγησης.....42
2.4.4 Ορισμοί και διαφορές της διαμορφωτικής και της συγκριτικής αξιολόγησης.....43
2.5.1 Ορισμός Αυτοαξιολόγησης.....47
2.5.2 Λειτουργίες της Αυτοαξιολόγησης.....50
2.5.3 Προετοιμασία των Μαθητών για Αυτοαξιολόγηση.....52
2.5.4 Εισαγωγή Αυτοαξιολόγησης.....53
2.5.5 Η σπουδαιότητα της Έρευνας.....54

Κεφάλαιο 3ο

Μεθοδολογία της έρευνας.....59

3.1 Ερευνητικό Πρόβλημα.....60
3.2 Ερευνητικά Ερωτήματα.....61
3.3 Συμμετέχοντες.....61
3.4 Εργαλείο της Έρευνας.....61
3.4.1 Ανάπτυξη του Μαθηματικού Δοκιμίου - Ερωτηματολογίου.....63
3.4.2 Αποδελτίωση του Υλικού.....65
3.4.3 Στατιστική Ανάλυση Αποτελεσμάτων.....67
3.4.4 Εφαρμογή του Μαθηματικού Δοκιμίου και Παράμβαση στην Τάξη.....70
3.4 Περιορισμοί της Έρευνας.....75

Κεφάλαιο 4ο

Αποτελέσματα της Έρευνας.....77

4.1 Δημογραφικά και Ακαδημαϊκά Χαρακτηριστικά.....78

4.2 Ακαδημαϊκές Επιδόσεις Μαθητών στα Μαθηματικά Δοκίμια.....81

4.2.1 Ακαδημαϊκές Επιδόσεις Μαθητών στα Μαθηματικά Δοκίμια-Ομάδα.....81

4.2.2 Ακαδημαϊκές Επιδόσεις Μαθητών στα Μαθηματικά Δοκίμια-Φύλο.....84

4.3 Μεταγνωστικές Επιδόσεις Μαθητών στα Μαθηματικά Δοκίμια.....88

4.3.1 Μεταγνωστικές Επιδόσεις Μαθητών στα Μαθηματικά Δοκίμια-Ομάδα.....89

4.3.2 Μεταγνωστικές Επιδόσεις Μαθητών στα Μαθηματικά Δοκίμια-Φύλο.....92

4.4 Πρόοδος Μεταγνωστικών Επιδόσεων Μαθητών.....99

Κεφάλαιο 5ο

Συμπεράσματα - Προτάσεις για Περεταίρω Έρευνα.....105

5.1 Συμπεράσματα.....106

5.2 Προτάσεις για Περεταίρω Έρευνα.....110

Βιβλιογραφικές Αναφορές.....112

Παράρτημα.....131

Περιεχόμενα Παραρτήματος.....132

1 Ερευνητικά Δοκίμια.....133

2 Αξιολόγηση Γνωστικού Περιεχομένου Ερευνητικών Δοκιμίων.....153

3 Αναλυτικοί Πίνακες της Στατιστικής Επεξεργασίας των Ερευνητικών Δεδομένων.....168

3.1 X^2 test.....168

3.2 Μη συσχετισμένος έλεγχος t-test.....171

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία διερευνάται η επίδραση της αυτοαξιολόγησης στην καλλιέργεια μεταγνωστικών στρατηγικών μαθητών Α΄ και Β΄ Λυκείου ενός σχολείου της Αττικής και στα δύο αντικείμενα των μαθηματικών, άλγεβρα και γεωμετρία. Κύριος στόχος της έρευνας είναι να διερευνήσει εάν η ενθάρρυνση των μαθητών στην αυτοαξιολόγηση συμβάλλει τελικώς στην ανάπτυξη γνωστικών και μεταγνωστικών δεξιοτήτων και, επιπλέον, εάν ενισχύει την ενεργητική στάση του ατόμου στην αντιμετώπιση μαθηματικών προβλημάτων. Μελετάται επίσης η επίδραση της αυτοαξιολόγησης σε ότι αφορά την ανάπτυξη της ενθάρρυνσης των μαθητών, την ενίσχυση των κινήτρων μάθησης, ενώ παράλληλα εξετάζονται παράμετροι όπως η βαθμίδα εκπαίδευσης στην οποία ανήκουν οι μαθητές καθώς και το φύλο τους σε συσχετισμό με την ανάπτυξη μεταγνωστικών ικανοτήτων.

Τα αποτελέσματα φανερώνουν ότι εμπλέκοντας τους μαθητές σε διαδικασίες αυτοαξιολόγησης σίγουρα προσδίδει όφελος τόσο στο γνωστικό όσο και στο μεταγνωστικό τομέα. Οι μαθητές της Α΄ Λυκείου και των δύο ομάδων, σχημάτισαν πρόοδο και στα δύο γνωστικά αντικείμενα άλγεβρα και γεωμετρία, με σαφές προβάδισμα αυτών που συμμετείχαν στην πειραματική ομάδα. Οι μαθητές της Β΄ Λυκείου και των δύο ομάδων, στο μάθημα της γεωμετρίας δεν σημείωσαν πρόοδο ούτε στο γνωστικό ούτε στο μεταγνωστικό μέρος, κάτι που δεν σχετίζεται με την παρέμβαση αλλά με την υποβάθμιση του μαθήματος στο αναλυτικό πρόγραμμα.

Η διδασκαλία αποτελεσματικών στρατηγικών σκέψης αποτελεί καθολική επιταγή των αναλυτικών προγραμμάτων εκπαίδευσης, τα οποία θα πρέπει να στοχεύουν όχι μόνο στην ακαδημαϊκή βελτίωση αλλά στη δημιουργία ενεργών πολιτών με ικανότητες κριτικής και δημιουργικής σκέψης. Η προοπτική της δημιουργίας προσανατολισμένων σε αυτή την προσέγγιση αναλυτικών προγραμμάτων σπουδών και η μεταβολή εκ βάθρων της κατεστημένης εκπαιδευτικής διαδικασίας θα είχε ως αποτέλεσμα οι μαθητές να προωθούν λύσεις βάσει της σωστής οργάνωσης των γνώσεών τους, τη χρήση αυτών των γνώσεων για να καταστρώσουν ένα επιτυχημένο σχέδιο δράσης και, τέλος, τη μεταφορά της κατοχυρωμένης γνώσης σε νέες καταστάσεις.

Λέξεις-κλειδιά: Διαμορφωτική αξιολόγηση, αυτορρύθμιση, αυτοαξιολόγηση, μεταγνωστικές στρατηγικές, αποτέλεσμα.

Abstract

The current research paper examines the impact of self-assessment on the development of metacognitive strategies of 10th and 11th graders on algebra and geometry at a school in Athens. The primary aim of the research is to explore the level of the students' metacognitive skills and their capability of developing metacognitive strategies during the solution of a problem, especially when the process of self-assessment intervenes. What is more, emphasis is put on the extent to which metacognition affects the students' performance and self-image during the materialization of specific goals. Another focal point is the impact of self-assessment on cultivating students' high morale and enhancing their learning incentives, while at the same time parameters such as their grade and gender in relation to the development of metacognitive skills are examined thoroughly.

The results show that the students of both 10th and 11th grade seem to be highly aware of their capabilities. When their action plan does not lead to success, the possibility of reconsidering it is limited. The students with a higher academic performance resorted to past experiences to deal with the impasse.

Teaching students effective thinking strategies is imperative for all educational curricula, which should aim not only at academic progress but also at the creation of active citizens with creative and critical thinking skills. The prospect of designing curricula underpinned by those characteristics and the utter transformation of the current educational status quo would result in students promoting solutions based on the correct organization of their knowledge, the use of that knowledge to come up with an effective action plan and, finally, the transfer of built knowledge to new situations.

Key-words: Formative assessment, self-regulation, self-assessment, metacognitive strategies, result.

Κεφάλαιο 1ο

Το Πρόβλημα της Έρευνας

1.1 Εισαγωγή

Ένα ζήτημα που εγείρει το ενδιαφέρον της επιστημονικής κοινότητας τα τελευταία χρόνια και χρήζει περαιτέρω διερεύνησης είναι η μελέτη της ικανότητας για την αποτελεσματική αντιμετώπιση μαθηματικών προβλημάτων από τα υποκείμενα της μάθησης (μαθητές-μαθήτριες δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης), με τη χρήση μεταγνωστικών στρατηγικών. Η έννοια της μεταγνώσης είναι συνδεδεμένη με την ενεργοποίηση μεταγνωστικών λειτουργιών για την κατασκευή νέας γνώσης χρησιμοποιώντας την προϋπάρχουσα γνώση του ατόμου (Μώκος & Καφούση, 2014). Η συμβολή της μεταγνώσης στα μαθηματικά καθώς και η ανάπτυξη μεταγνωστικών δεξιοτήτων είναι εξαιρετικά υποστηρικτική κατά τη διαδικασία επίλυσης ενός μαθηματικού προβλήματος (Schoenfeld, 1992) καθώς, όπως έχει αποδειχθεί, βοηθά τους μαθητές να έχουν βελτιωμένες επιδόσεις. Οι μεταγνωστικές δεξιότητες συνεπάγονται την ενεργητική στάση του ατόμου στην αντιμετώπιση μαθηματικών προβλημάτων και για το λόγο αυτό η ανάπτυξή τους συμβάλλει στην ενίσχυση δεξιοτήτων μάθησης και επίλυσης προβλημάτων (Kapa, 2001) ενώ παράλληλα ενισχύεται η ανάπτυξη της λογικής σκέψης. Η ερευνητική δραστηριότητα που σχετίζεται με τη διδασκαλία μεταγνωστικών στρατηγικών στη μαθηματική εκπαίδευση, προτείνει μεθόδους καλλιέργειας των δεξιοτήτων αυτών στο πλαίσιο κατάλληλων διδακτικών προσεγγίσεων προκειμένου να εκπαιδευτούν οι μαθητές να εφαρμόζουν αποτελεσματικές τεχνικές μάθησης που θα τους βοηθήσουν να αντιμετωπίζουν συγκεκριμένες καταστάσεις αλλά και να μεταφέρουν τη γνώση που αποκτήθηκε σε άλλες παρόμοιες καταστάσεις.

Πιο συγκεκριμένα, οι μεταγνωστικές στρατηγικές μπορούν να καλλιεργηθούν. Η ενασχόληση των μαθητών με αυτές ελέγχει και καθοδηγεί τη γνωστική επεξεργασία και την ανάγει σε συνειδητό επίπεδο (Κωσταρίδου – Ευκλείδη, 2005). Η πλούσια ερευνητική δραστηριότητα στο πεδίο της μεταγνώσης έχει καταδείξει πως υπάρχει ουσιαστική και θετική σχέση μεταξύ μεταγνωστικών δεξιοτήτων και αντίστοιχων ικανοτήτων μάθησης (Weinstein & Mayer, 1986) και για το λόγο αυτό, είναι απαραίτητο η μεταγνωστική διαδικασία να ενσωματωθεί στη διδακτική πρακτική. Επιπρόσθετα τα οφέλη που θα μπορούσε να έχει στους μαθητές/τριες μια τέτοιου είδους διδασκαλία, σε συνδιασμό με την παροχή κινήτρων για μάθηση και μακροπρόθεσμα οδηγούν στην θεμελίωση μιας επιτυχημένης διά βίου παιδείας (Niemi & Launonen, 2002). Η συστηματική διδασκαλία των στρατηγικών μάθησης παρέχει

ευκαιρίες στους μαθητές να γνωρίσουν και να διδαχθούν ουσιαστικά τη μεθοδολογία της μάθησης, τους τρόπους δηλαδή με τους οποίους μαθαίνουν ώστε να τους χρησιμοποιήσουν για την αύξηση των επιδόσεών τους (Livingston, 1997).

Ειδικότερα στη μαθηματική εκπαίδευση, παρατηρείται το εξής: οι μαθητές με ικανότητες μεταγνωστικών στρατηγικών, επί της ουσίας, είναι συνειδητοποιημένοι για τις ικανοτήτες μάθησης που έχουν αλλά και για τις δραστηριοτήτητες που είναι σε θέση να φέρουν επιτυχημένα εις πέρας (Lester, 1985). Εξαιτίας της πρακτικής των αναλυτικών προγραμμάτων εκπαίδευσης να μετατοπίζουν συχνά τον πυρήνα της διδασκαλίας στη εκμάθηση πολλών πληροφοριών και κανόνων αλλά όχι συστημάτων επεξεργασίας της γνώσης, σημειώνεται σε μεγάλο ποσοστό μαθητών/τριών αδυναμία να επιλύσουν αποτελεσματικά μαθηματικά προβλήματα. Αυτό συμβαίνει γιατί δεν διαθέτουν τις δεξιότητες εκείνες που θα τους επιτρέψουν να κατανοήσουν το μαθηματικό πρόβλημα, να οργανώσουν ένα σχέδιο δράσης, να το εκτελέσουν και στην πορεία να ελέγξουν αναδρομικά την όλη διαδικασία (Polya, 1945) ώστε να λάβουν ανατροφοδότηση για την αποτίμηση της πορείας τους.

Παράλληλα με τη διερεύνηση του ζητήματος των μεταγνωστικών δεξιοτήτων και στρατηγικών που αναπτύσσουν οι μαθητές ενδιαφέρον παρουσιάζει η έρευνα της αυτοαξιολόγησης, μία από τις σημαντικότερες διαδικασίες που συμβάλλουν στην ανάπτυξη μεταγνωστικών στρατηγικών. Η διαδικασία της αυτοαξιολόγησης επιτρέπει στους μαθητές να προβληματιστούν σχετικά με την ποιότητα της εργασίας τους, να αποφανθούν οι ίδιοι για τη δική τους επίδοση και να κρίνουν την προσπάθεια που έχουν καταβάλει μέχρι τώρα κατά τη διάρκεια της μαθησιακής διαδικασίας (Sluijsmans et al., 1999). Η συμβολή της αυτοαξιολόγησης έγκειται στο γεγονός ότι επιτρέπει στο μαθητή να έχει ενεργή συμμετοχή στη διδασκαλία της μάθησης, να παρακολουθεί τα στάδιά της, να εξετάζει την πρόοδό του και να οργανώνει τη γνώση του με τρόπους που θα του επιτρέψουν να ανταποκριθεί γνωστικά στις απαιτήσεις που συναντά κάθε φορά. Αυτή η αυτονόμηση του μαθητή αποδεικνύεται καταλυτική για την ανάπτυξη της αυτογνωσίας και υπευθυνότητάς του (Geeslin, 2003). Κατά συνέπεια, ενισχύεται η κριτική σκέψη των μαθητών σε θέματα εκπαίδευσης και αναπτύσσονται οι μεταγνωστικές τους δεξιότητες (Dann, 2002). Όλα τα παραπάνω συνηγορούν στο γεγονός ότι η αυτοαξιολόγηση αποτελεί μια εν είδει μαθητοκεντρική μέθοδο και πως η εμμενής, δια βίου εφαρμογή της στη διδακτική πρακτική μπορεί να συντελέσει στη δημιουργία αυτορρυθμιζόμενων μαθητών, ικανών να κατανοήσουν, να επεξεργαστούν, να μετατρέψουν και να ανακτήσουν την αποκτηθείσα γνώση

(Boekaerts & Corno, 2003), εν ολίγοις, να ανταποκριθούν σε ένα ολοένα μεταβαλλόμενο και απαιτητικό κοινωνικό πλαίσιο.

Παρά την αποδεδειγμένη από πληθώρα ερευνών συμβολή της αυτοαξιολόγησης στη διδασκαλία και τα οφέλη της στην ανάπτυξη των μεταγνωστικών στρατηγικών των μαθητών, αποτελεί δεδομένο της κοινής πείρας ότι η εκπαιδευτική διαδικασία επικεντρώνεται σε ανελαστικές τεχνικές μάθησης και αποσκοπεί στην απομνημόνευση της γνώσης μέσω της χρήσης στερεοτυπικών μοντέλων διδασκαλίας. Το εκπαιδευτικό σύστημα επιλέγει να βασίζεται σε μια «ανταλλακτική» μάθηση, στο πλαίσιο της οποίας η απλή θεωρητική κατάρτισή του μαθητή επιβραβεύεται στο τέλος της χρονιάς με υψηλές βαθμολογίες ή με την εισαγωγή του σε κάποιο ίδρυμα τριτοβάθμιας εκπαίδευσης. Αυτή η εκπαιδευτική διαδικασία δεν αναπτύσσει τις ικανότητες των μαθητών με τρόπο που να τους επιτρέπει να συμβαδίσουν και να ανταπεξέλθουν στις τεράστιες κοινωνικές, οικονομικές και τεχνολογικές αλλαγές. Υπάρχει ανάγκη παρέμβασης και αναδιαμόρφωσης των Προγραμμάτων Σπουδών με στόχο να προωθείται η δημιουργία μαθητών που είναι ικανοί να χρησιμοποιούν στρατηγικά τις γνώσεις τους τόσο για την επίτευξη γνωστικών στόχων όσο και για τη μεταφορά αυτών των γνώσεων στις πτυχές της καθημερινής τους ζωής, δίνοντας με αυτόν τον τρόπο απαντήσεις βιώσιμες και εμπνευσμένες σε νέα προβλήματα. Στόχος μιας αποτελεσματικής εκπαιδευτικής διαδικασίας θα έπρεπε να αποτελεί η ανάπτυξη ενός ρεπερτορίου διαδικασιών σκέψης και η δημιουργία περιβάλλοντος σαφώς προσανατολισμένου στη διδασκαλία στρατηγικών μάθησης (Borkowski & Muthukrishna, 1992). Το κυρίαρχο εκπαιδευτικό σύστημα φαίνεται, ωστόσο, να επικεντρώνεται στη διδασκαλία θεωρητικών γνώσεων και κανόνων αλλά πάσχει στο να παρέχει ένα αξιόπιστο σύστημα ελέγχου και παρακολούθησης της γνώσης.

1.2 Ο Σκοπός της Έρευνας

Κύριος στόχος της έρευνας που ακολουθεί είναι να εξετάσει το βαθμό στον οποίο επιδρά η εισαγωγή της διαδικασίας της αυτοαξιολόγησης στην ενίσχυση των γνωστικών και μεταγνωστικών δεξιοτήτων των μαθητών σε γνωστικούς τομείς των μαθηματικών την άλγεβρα και τη γεωμετρία όπως, επίσης, και στην ικανότητα ανάπτυξης μεταγνωστικών στρατηγικών κατά τη διαδικασία επίλυσης ενός προβλήματος. Μελετάται επίσης η επίδραση της αυτοαξιολόγησης σε ότι αφορά την

ανάπτυξη της ενθάρρυνσης των μαθητών, την ενίσχυση των κινήτρων μάθησης, ενώ παράλληλα εξετάζονται παράμετροι όπως η βαθμίδα εκπαίδευσης στην οποία ανήκουν οι μαθητές καθώς και το φύλο τους σε συσχετισμό με την ανάπτυξη μεταγνωστικών ικανοτήτων.

1.3 Η μεθοδολογία της Έρευνας

Η έρευνα που πραγματοποιήθηκε σε μαθητές της Α' και Β' τάξης του Λυκείου σε σχολείο της Αθήνας. Η επιλογή του σχολείου και των συγκεκριμένων τμημάτων έγινε βάσει προσβασιμότητας. Το δείγμα της έρευνας χωρίστηκε με τρόπο τυχαίο σε δύο ομάδες, οι οποίες αποτέλεσαν αντίστοιχα την πειραματική ομάδα και την ομάδα ελέγχου. Στην Α΄ Λυκείου είχαμε πρόσβαση σε δύο τμήματα των 27 μαθητών και στα δύο γνωστικά αντικείμενα άλγεβρα και γεωμετρία, ενώ στη Β΄ Λυκείου, σε δύο τμήματα των 21 μαθητών αντίστοιχα, μόνο στο μάθημα της γεωμετρίας. Λόγω του μικρού δείγματος, συνολικά 96 μαθητές, της τυχαίας επιλογής των συμμετεχόντων, αφού το δείγμα προέκυψε βάσει προσβασιμότητας, επίσης η παρέμβαση πραγματοποιήθηκε μόνο από έναν εκπαιδευτικό, μπορούμε να χαρακτηρίσουμε την παρούσα έρευνα ως ψευδοπειραματική. Η χρονική διάρκεια της παρέμβασης ήταν το δεύτερο τετράμηνο του ακαδημαϊκού έτους 2015-2016. Για τη διεξαγωγή της έρευνας χρησιμποιήσαμε χρησιμοποιήθηκε ένας συνδιασμός μαθηματικού δοκιμίου και ερωτηματολογίου, ένα ερευνητικό δοκίμιο που αναπτύχθηκε κατάλληλα για τους σκοπούς της πειράματικής έρευνας και ακολούθησε η επεξεργασία των αποτελεσμάτων με τη χρήση του λογισμικού προγράμματος S.P.S.S.. Ο χώρος της έρευνας ήταν η σχολική αίθουσα, όπου διεξήχθη το μάθημα. Τα μέσα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν το σχολικό εγχειρίδιο, ηλεκτρονικός υπολογιστής, διαδραστικός πίνακας, ερευνητικά δοκίμια που συμπλήρωσαν οι μαθητές στην αρχή και στο τέλος της έρευνας, καθώς και η διαδυκτιακή πλατφόρμα που διαθέτει το Σχολείο για ασύγχρονη επικοινωνία με τους μαθητές.

Αναλυτικότερα, ως προς τη διάρθρωσή της η εργασία αναπτύσεται σε πέντε κεφάλαια, όπου στο πρώτο κεφάλαιο διατυπώνονται ο στόχος και η σπουδαιότητα της ερευνητικής εργασίας. Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στις θεωρητικές βάσεις της μεταγνώσης, στις μεταγνωστικές στρατηγικές και στις διαδικασίες αξιολόγησης και αυτοαξιολόγησης. Στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφεται η μεθοδολογία

της έρευνας, δηλαδή παρουσιάζονται το προς μελέτη δείγμα και τα χαρακτηριστικά του καθώς και τα μέσα διεξαγωγής της έρευνας. Στο τέταρτο κεφάλαιο καταγράφονται οι απαντήσεις που δόθηκαν από το δείγμα και παρουσιάζονται συνολικά τα αποτελέσματα. Στο πέμπτο κεφάλαιο αναπτύσσονται οι περιορισμοί και τα συμπεράσματα της έρευνας, καθώς και προτάσεις για περαιτέρω έρευνα. Ακολουθούν οι βιβλιογραφικές αναφορές και τέλος το παράρτημα, στο οποίο περιλαμβάνονται τα μαθηματικά δοκίμια που χρησιμοποιήθηκαν, οι φόρμες αξιολόγησής τους καθώς και οι πίνακες που προέκυψαν από την επεξεργασία των αποτελεσμάτων.

1.4 Η Σπουδαιότητα, η Σημασία και η Συνεισφορά της Έρευνας

Στην τυπική εκπαίδευση δεν συναντούμε απόπειρες διδασκαλίας των μεθόδων επίλυσης προβλημάτων και αυτό γιατί η γνώση και κατανόηση των διαδικασιών επίλυσης είναι περιορισμένη (Jonassen, 2000b). Ευελπιστούμε στη μελλοντική δημιουργία εξειδικευμένων αναλυτικών προγραμμάτων σπουδών που θα προετοιμάζουν τους μαθητές να λειτουργούν εντός του κοινωνικού πλαισίου και να διαχειρίζονται με τρόπο υπεύθυνο τη ζωή τους. Επιδιωκώμενος στόχος είναι οι μαθητές μαθήτριες να ενισχύουν την αυτοβελτίωσή τους όχι μόνο σε ακαδημαϊκό αλλά και σε κοινωνικό και πολιτισμικό επίπεδο

Μελετώντας όσα παρατίθενται κατά την βιβλιογραφική ανασκόπηση, προκύπτει ότι, η μεταγνώση και η χρήση μεταγνωστικών στρατηγικών είναι όντως μια διαδικασία που αναδύεται αργά και ίσως δημιουργεί ορισμένες δυσκολίες στους μαθητές να σκέφτονται για τις γνωστικές τους λειτουργιές, κάτι που υποστηρίζουν και οι Brown et al (1983), Tang & Ginsburg (1999), Veenman, Van Hout- Wolters & Afflerbach (2006) και Panaoura et al (2003).

Τα αποτελέσματα φανερώνουν ότι εμπλέκοντας τους μαθητές σε διαδικασίες αυτοαξιολόγησης σίγουρα προσδίδει όφελος τόσο στο γνωστικό όσο και στο μεταγνωστικό τομέα. Οι μαθητές της Α΄ Λυκείου και των δύο ομάδων, σχημάτισαν πρόοδο και στα δύο γνωστικά αντικείμενα άλγεβρα και γεωμετρία, με σαφές προβάδισμα αυτών που συμμετείχαν στην πειραματική ομάδα. Οι μαθητές της Β΄ Λυκείου και των δύο ομάδων, στο μάθημα της γεωμετρίας δεν σημείωσαν πρόοδο ούτε στο γνωστικό ούτε στο μεταγνωστικό μέρος, κάτι που δεν σχετίζεται με την παρέμβαση αλλά με την υποβάθμιση του μαθήματος στο αναλυτικό πρόγραμμα. Συμβαδίζουν

επίσης με τη διαπίστωση προηγούμενων ερευνών ότι οι μαθητές με καλύτερη επίδοση στα μαθηματικά έχουν περισσότερο ανεπτυγμένες μεταγνωστικές δεξιότητες (Goos & Galbraith, 1996). Η ειδοποιός διαφορά των μαθητών με υψηλή επίδοση στα μαθηματικά και αυτών με χαμηλότερη, είναι η ανεπτυγμένη δεξιότητα των πρώτων να ρυθμίζουν τις γνωστικές τους διαδικασίες και όχι η καθαυτή γνώση των διαδικασιών.

Κλείνοντας, θα θέλαμε να τονίσουμε ότι με το σχεδιασμό της παρακάτω μελέτης επιδιώκουμε την αποσαφήνιση ενός από τα αδιευκρίνιστα ζητήματα της εκπαιδευτικής διαδικασίας που αφορά την αποτελεσματικότητα και επάρκεια των αναλυτικών προγραμμάτων διδασκαλίας που εφαρμόζονται. Επίσης επιδιώκουμε να τονίσουμε την ανάγκη παρέμβασης σε αυτά με σκοπό την αναδιαμόρφωσή τους..

Κεφάλαιο 2ο

Θεωρητικό – Βιβλιογραφικό Πλαίσιο

2.1 Μεταγνώση

2.1.1 Ορισμός της Μεταγνώσης

Αν επιχειρούσαμε να δώσουμε ένα σύντομο ορισμό της έννοιας του «μεταγιγνώσκειν», θα σημειώναμε πως η μεταγνώση αναφέρεται στην επίγνωση του τρόπου λειτουργίας της σκέψης μας και των τρόπων που χρησιμοποιούμε για να επεξεργαστούμε την ήδη αποκτηθείσα γνώση. Είναι, πιο απλά, η επίγνωση του τι ξέρουμε και τι δεν ξέρουμε, η γνώση μας για τη γνωστική διαδικασία (αντίληψη, προσοχή, μνήμη, σκέψη, γλώσσα, μάθηση). Σύμφωνα με την Κωσταρίδου - Ευκλείδη (1997), η μεταγνωστική πλευρά της σκέψης είναι αυτή που επανατροφοδοτεί το γνωστικό σύστημα για τα αποτελέσματα της σκέψης ή των επιμέρους βημάτων της και επιτρέπει το σχεδιασμό και τη ρύθμιση της συμπεριφοράς, όπου είναι απαραίτητο, όταν η τρέχουσα δράση αποτυγχάνει να εκπληρώσει το στόχο της.

Ο όρος αρχικά χρησιμοποιήθηκε για να χαρακτηρίσει τις αλλαγές που συμβαίνουν στη διαδικασία του αυτοστοχασμού (self reflection) κατά τη διάρκεια της πρώιμης ανάπτυξης (Brown 1978; Flavell & Wellman, 1977). Μια δεκαετία αργότερα ο Flavell (1976) τον χρησιμοποίησε προκειμένου να ερμηνεύσει εξελικτικά φαινόμενα στους τρόπους μάθησης και οργάνωσης της γνώσης στη μνήμη. Ο ίδιος όρισε τη μεταγνώση ως «τη γνώση κάποιου σχετικά με τις γνωστικές του διαδικασίες και τα προϊόντα ή οτιδήποτε σχετίζεται με αυτά» (Desoete et. al., 2001). Το συνθετικό «μετα-» αναφέρεται σε μια γνώση ή λειτουργία που αναπτύσσεται σε δεύτερο επίπεδο και υπό αυτή την έννοια χρησιμοποιείται και ο όρος μεταγνώση (Adrian & Robert, 1997). Πρόκειται, λοιπόν, για γνώση δευτέρου επιπέδου, καθώς αναφέρεται στην επίγνωση του ατόμου για την ίδια του τη γνώση αλλά και τη συμπεριφορά του ως λύτη προβλημάτων. Με άλλα λόγια, είναι η γνώση που διαθέτει το άτομο για τις γνωστικές του λειτουργίες και τα προϊόντα αυτής, με συνέπεια την ενεργή παρέμβαση, παρακολούθηση, διόρθωση και συντονισμό των λειτουργιών ώστε να επιτευχθεί κάποιος στόχος (Ευκλείδη, 1992).

Περιγράφει, επιπλέον, τη δυνατότητα του ατόμου να προσδιορίζει τη φύση του προβλήματος και να το αναλύει στα δομικά του στοιχεία, να οργανώνει ένα σχέδιο δράσης, να το υλοποιεί και να επανέρχεται με διορθωτικές παρεμβάσεις συντονίζοντας τη δράση του (Meadows, 1996 στο Ματσαγγούρας, 2000). Τέλος, περιλαμβάνει διαδικαστικές δεξιότητες σχετικά με την παρακολούθηση και την αυτορρύθμιση των

γνωστικών δεξιοτήτων (Desoete et al, 2001, Schneider & Artelt, 2010, Mokos & Kafoussi, 2013).

2.1.2 Μεταγνωστικές Διαδικασίες

Οι μεταγνωστικές διαδικασίες λαμβάνουν χώρα όταν αναλογιζόμαστε εάν γνωρίζουμε κάτι (μεταγνωστική γνώση), σε ποιες ενέργειες θα προβούμε για να κατανοήσουμε και να μάθουμε κάτι (μεταγνωστικές δραστηριότητες) και ποια είναι η τρέχουσα γνωστική μας κατάσταση (μεταγνωστική εμπειρία) (Flavell, 1976). Οι μεταγνωστικές διεργασίες δεν είναι απαραίτητα συνειδητές. Παρόλα αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν προμελετημένα από τη στιγμή που το άτομο γίνει ενήμερο για αυτές και για την χρησιμότητα τους (Dermitzaki & Kiosseoglou, 2004).

2.1.3 Μορφές του Μεταγιγνώσκειν

Η μεταγνώση μπορεί να λάβει διάφορες μορφές · Η πρώτη διάκριση σε *μεταγνωστική γνώση* και *μεταγνωστικές εμπειρίες* έγινε από τον Flavell (1979) και υπονοούσε πως η ύπαρξη της μεταγνωστικής γνώσης εξυπηρετούσε μέσω των στρατηγικών τη λειτουργία του ελέγχου του γιγνώσκειν (Flavell, 1979). Μολαταύτα, μεταγενέστερες έρευνες κατέδειξαν πως η δηλωτική γνώση των στρατηγικών δεν σημαίνει απαραίτητα και τη χρήση τους, και ως εκ τούτου ήταν αναγκαία για την περαιτέρω διερεύνησή τους μία τρίτη κατηγορία του μεταγιγνώσκειν, αυτή των *μεταγνωστικών δεξιοτήτων* (Schneider, 1985, Butterfield et al., 1995, Κουτσελίνη – Ιωαννίδου, 1995). Η μεταγνωστική γνώση και οι μεταγνωστικές δεξιότητες συμπίπτουν με τη δηλωτική και διαδικαστική γνώση, ενώ οι μεταγνωστικές εμπειρίες αναφέρονται στα διάφορα αισθήματα (feelings) που βιώνει το άτομο όταν ασχολείται με ένα γνωστικό έργο (Δημητρίου & Ευκλείδη, 1988).

2.1.4 Μεταγνωστική Γνώση

Η μεταγνωστική γνώση αναφέρεται σε όλους εκείνους τους παράγοντες και τις μεταβλητές που εμπλέκονται σε κάθε γνωστικό εγχείρημα, που δρουν και αλληλεπιδρούν με τρόπο που να επηρεάζει την πορεία και την έκβαση των γνωστικών

λειτουργιών (Flavell, 1999). Πρόκειται, ειδικότερα, για την αποθηκευμένη γνώση και τις πεποιθήσεις κάποιου για τον εαυτό του, για τη φύση άλλων ατόμων ως γνωστικά όντα, τις ενέργειες που θα επιλέξει μέσα σε διαφορετικά πλαίσια και τις μεταγνωστικές στρατηγικές του για τον έλεγχο της προόδου των γνωστικών λειτουργιών.

2.1.5 Μεταγνωστικές Εμπειρίες

Οι μεταγνωστικές εμπειρίες περιγράφουν ένα σύνολο επιμέρους στοιχείων που αναφέρονται σε εσωτερικές διεργασίες του ατόμου και αφορούν αισθήματα ή/και συναισθήματα που εμφανίζονται σε διάφορες χρονικές στιγμές στη διαδικασία επίτευξης ενός εγχειρήματος. Πρόκειται για εμπειρίες θυμικές ή γνωστικές κατά τη διάρκεια της γνωστικής επεξεργασίας. Είναι οι διεργασίες που βοηθούν το άτομο να λάβει σημαντικές αποφάσεις ελέγχου, απαραίτητες για να ρυθμιστεί η γνωστική επεξεργασία, να εκτιμήσει τις χρονικές απαιτήσεις ενός έργου, το βαθμό δυσκολίας του, καθώς και τα συναισθήματα που συνοδεύουν την προσπάθειά του, όπως για παράδειγμα συναισθήματα ικανοποίησης, χαράς, λύπης κ.α.. Οι μεταγνωστικές εμπειρίες συνιστούν την παρακολούθηση του έργου και της γνωστικής επεξεργασίας μέσα από την οπτική του ίδιου του ατόμου που δρα. Η διαφορά τους από τη μεταγνωστική γνώση έγκειται στο ότι βρίσκονται πολύ πιο κοντά στην πραγματική γνωστική επεξεργασία από χρονική άποψη και είναι παρούσες στη βραχύχρονη μνήμη σε αντίθεση με τη μεταγνωστική γνώση που ανακαλείται από τη μακρόχρονη (Efklides, 2001).

2.1.6 Μεταγνωστικές Δεξιότητες

Οι μεταγνωστικές δεξιότητες, με τη σειρά τους, είναι διαδικασίες ή στρατηγικές που εφαρμόζονται σκόπιμα για τη ρύθμιση της γνωστικής επεξεργασίας και της δράσης ή συμπεριφοράς εν γένει. Όπως σημειώνεται από την Κωσταρίδου – Ευκλείδη (2011), «αφορούν στον έλεγχο του γιγνώσκειν αντίθετα από τις μεταγνωστικές εμπειρίες και τη μεταγνωστική γνώση που αποτελούν εκφάνσεις της διεργασίας παρακολούθησης του γιγνώσκειν». Στις μεταγνωστικές δεξιότητες συμπεριλαμβάνονται ενέργειες όπως ο προσανατολισμός, ο σχεδιασμός, η παρακολούθηση, η ρύθμιση, η εξέταση της ορθότητας του αποτελέσματος, η αξιολόγηση και η ανακεφαλαίωση/αυτό-

αναλογισμός. Είναι διαδικαστικού τύπου, που σημαίνει ότι καταγράφουν το «πώς», δηλαδή τις διαδικασίες που εφαρμόζονται επί του γιγνώσκειν. Παραδείγματα μεταγνωστικών δεξιοτήτων λογίζονται οι ερωτήσεις που θέτουμε στον εαυτό μας για να ελέγξουμε το κατά πόσο κατανοούμε τα δεδομένα ενός προβλήματος καθώς και ο συνειδητός έλεγχος - σχεδιασμός της πορείας της λύσης του προβλήματος. Οι μεταγνωστικές δεξιότητες καλλιεργούνται μέσα από την άσκηση και αποσκοπούν στον έλεγχο και την καθοδήγηση της γνωστικής επεξεργασίας σε συνειδητό επίπεδο. Από κοινού με τις υπόλοιπες μεταγνωστικές ικανότητες μπορούν να συμβάλλουν στην δομή και την ανάπτυξη του γνωστικού συστήματος, ιδιαίτερα των ατόμων ηλικίας 12 – 16 ετών (Μαριδάκη – Κασσωτάκη, 2004). Στη βιβλιογραφία αναφέρονται δύο κατηγορίες μεταγνωστικών δεξιοτήτων (Ματσαγγούρας, 2006). Στην πρώτη κατηγορία ανήκουν οι απλούστερες μεταγνωστικές δεξιότητες που αναπτύσσει αυτόματα ο μαθητής μέσα από τη γνωστική δραστηριότητα (π.χ. η διαδικασία της αυτοδιόρθωσης). Στη δεύτερη κατηγορία ανήκουν πολυπλοκότερες δεξιότητες που δεν αναπτύσσονται αυτόματα (π.χ. η συστηματική καθοδήγηση της νοητικής διεργασίας για την επίλυση προβλήματος). Για το λόγο αυτό είναι ανάγκη η ανάπτυξή τους να αποτελέσει συνειδητή και συστηματική επιδίωξη της εκπαίδευσης (Κουτσελίνη, 1995).

2.1.7 Μεταγνωστικό Μοντέλο του Flavell

Διευρύνοντας την έννοια του μεταγιγνώσκειν, ο John Flavell συμπεριλαμβάνει στον ορισμό του τη *μεταγνωστική γνώση* και *τη ρύθμιση της γνωστικής λειτουργίας* (Panaoura et. al., 2003).

Στο μοντέλο που διαμορφώθηκε από τον ίδιο προτείνονται τέσσερις τάξεις φαινομένων και οι μορφές της μεταξύ τους αλληλεπίδρασης. Έχουμε, επομένως: α) τη *μεταγνωστική γνώση*, δηλαδή, γνώση ή/και πεποιθήσεις που σχετίζονται με τους παράγοντες που επηρεάζουν τις γνωστικές δραστηριότητες,

β) τις *μεταγνωστικές εμπειρίες* που αναφέρονται στην εσωτερική αντίδραση ενός ατόμου σχετικά με τη δική του μεταγνωστική γνώση, τους στόχους ή τις στρατηγικές,

γ) τα *έργα* και τους *στόχους* της γνωστικής δραστηριότητας. Η γνώση των έργων και των στόχων είναι οι εμπειρίες και οι γνώσεις του ατόμου σχετικά με τη γνωστική του συμπεριφορά, δηλαδή τις γνωστικές και μεταγνωστικές του λειτουργίες. Είναι η

αποθηκευμένη γνώση για την προσέγγιση της λύσης ενός προβλήματος καθώς και η γνώση σχετικά με το πέρας της διαδικασίας.

δ) τις *στρατηγικές*, τις διεργασίες με άλλα λόγια ελέγχου των στρατηγικών για την επίτευξη ενός στόχου (Flavell, 1979). Η γνώση των στρατηγικών αναφέρεται στην ενημερότητα που έχει κάποιος σχετικά με τις μεθόδους και τις πράξεις που θα ακολουθήσει προς την επίτευξη ενός στόχου και συμπεριλαμβάνει στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων και σχέδια δράσης

2.1.8 Άλλες Διακρίσεις της Μεταγνώσης

Σύμφωνα με τον Flavell (1976), η μεταγνώση συνίσταται σε δύο μέρη, την παρακολούθηση (monitoring) και τη ρύθμιση (regulation). Έκτοτε, αρκετοί ήταν οι ερευνητές (Baker & Brown, 1984; Brown, 1987; Brown, Bransford, Ferrara, & Champione, 1983; Cross & Paris, 1988; Jacobs & Paris, 1987; Kluwe, 1987; McLain, Gridley, & McIntoch, 1991; Otero & Campanario, 1992; Schoenfeld, 1987) που, χρησιμοποιώντας διαφορετικούς ορισμούς, επίσης υποστήριξαν ότι η μεταγνώση περιλαμβάνει κυρίως δυο λειτουργίες: τη «γνωστική επίγνωση» και τη «γνωστική ρύθμιση». Αργότερα, η Brown (1987) διέκρινε τη μεταγνώση σε δύο κατηγορίες. Η πρώτη σχετίζεται με τη γνώση της γνωστικής λειτουργίας, η οποία με τη σειρά της περιλαμβάνει τον αναστοχασμό των γνωστικών δεξιοτήτων και δραστηριοτήτων. Η δεύτερη σχετίζεται με το μηχανισμό αυτό-παρακολούθησης που ενεργοποιείται κατά τη διάρκεια της διαδικασίας της μάθησης ή της επίλυσης προβλημάτων.

Όπως προαναφέραμε, η μεταγνώση σχετίζεται με τη γνώση και την κατανόηση του ατόμου για τις δυνατότητες της ίδιας της σκέψης του, του προσωπικού του συστήματος επεξεργασίας πληροφοριών και οικοδόμησης της γνώσης. Σχετίζεται, δηλαδή, με την επίγνωση και τον έλεγχο που έχει κάποιος επί των ιδίων σκέψεων και δραστηριοτήτων. Υπό αυτή την έννοια, όταν αναφέρεται στη γνώση που έχουμε για τις ίδιες τις γνωστικές μας διαδικασίες, εμπεριέχει και τον αυτοέλεγχο (self – monitoring), την αυτοδιόρθωση (self – regulation) και την αξιολόγηση (evaluation).

Οι Osman & Hannafin (1992) σημειώνουν επιπλέον υποκατηγορίες της μεταγνώσης, όπως είναι ενδεικτικά η *μεταμνήμη*, η γνώση δηλαδή στρατηγικών συμπεριφορών και συστημάτων μνήμης, η *μετακατανόηση*, η επίγνωση δηλαδή του αν κατανοούμε κάτι και ποιες διαδικασίες επικουρούν στην επανορθωτική διαδικασία

κατανόησης, η *μεταπροσοχή*, η *μεταγλώσσα* κ.α. Σημαντική έννοια της μεταγνώσης είναι η *μεταφορά* (transfer), η οποία περιγράφει την εφαρμογή μιας γνωστής στρατηγικής σε μία νέα κατάσταση.

Η μελέτη των γνωστικών και μεταγνωστικών ικανοτήτων έχει μεγάλη σημασία σε θέματα μάθησης και διδασκαλίας καθώς εμπλέκει την έννοια της αυτορρύθμισης και της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης. Η αυτορρύθμιση θεωρείται ως μια ιδιαιτέρως σημαντική δεξιότητα που καθορίζει σε μεγάλο βαθμό το επίπεδο σχολικής ετοιμότητας των μαθητών (Brock et al., 2009).

2.2 Αυτορρύθμιση

Αυτορρύθμιση είναι η ικανότητα του ατόμου να ελέγχει τη συμπεριφορά του ώστε να κατακτήσει τους στόχους του (Bandura, 1986). Είναι μια σύνθετη δεξιότητα που ενσωματώνει συμπεριφορικά, γνωστικά, βουλητικά χαρακτηριστικά και θεωρείται από τα σημαντικότερα αναπτυξιακά επιτεύγματα (Kendall, 1990). Υπάρχει πληθώρα ορισμών για την έννοια της αυτορρύθμισης, ωστόσο, τα βασικά σημεία θεωρούνται η ικανότητα του ατόμου να θέτει τους δικούς του στόχους, να επιστρατεύει τις κατάλληλες στρατηγικές ώστε να εκπληρώσει αυτούς τους στόχους και να αξιολογεί το αποτέλεσμα (Bandura, 1986).

Κατά τους Boekaerts & Simons (1995), η αυτορρύθμιση θεωρείται συνώνυμο των μεταγνωστικών στρατηγικών. Αναφέρεται σε διαδικασίες που συντονίζουν τη γνωστική λειτουργία (Boekaerts, 1999) και σχετίζεται με τη δυνατότητα των μαθητών να χρησιμοποιούν τις γνώσεις μεταγνωστικών στρατηγικών για την επίτευξη γνωστικών στόχων, για την παρακολούθηση και την αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας της στρατηγικής τους, ειδικά όταν πρόκειται για την υπέρβαση γνωστικών εμποδίων (Panaoura & Philippou, 2007). Η δεύτερη διάσταση της μεταγνώσης , η μεταγνωστική ρύθμιση αναφέρεται σε διαδικασίες που συντονίζουν τη γνωστική λειτουργία. Όπως υποστηρίζεται από τους DeCorte, Verschaffel kai Op't Eynde (2000), η αυτορρύθμιση αποτελεί ένα χαρακτηριστικό της αποτελεσματικής μάθησης και της επίλυσης προβλήματος. Είναι η ικανότητα να χρησιμοποιεί κανείς στρατηγικά τις μεταγνωστικές του γνώσεις για την επίτευξη γνωστικών στόχων.

Μελέτες των τελευταίων ετών φαίνεται να δίνουν ιδιαίτερη βαρύτητα σε ότι ονομάζουν αυτό–ρυθμιζόμενη μάθηση (self – regulating learning) (Boekaerts, 1997,

DeCorte et al., 2000), καθώς νέες προσεγγίσεις μεταφέρουν την ευθύνη της μάθησης στους μαθητές και προάγουν χαρακτηριστικά μεγαλύτερης ευλυγισίας στα εκπαιδευτικά συστήματα αποσκοπώντας στην ανάπτυξη αυτόνομης ή δια βίου μάθησης (Τζεκάκη, 2007). Πιο αναλυτικά, η αυτορρύθμιση για τον Bandura περιλαμβάνει τρεις επιμέρους διαδικασίες: α) αυτοπαρατηρηση (self – observation), β) αυτοαξιολόγηση (self - evaluation) και γ) αυτοαντίδραση (self - reaction). Η λειτουργία κάθε μιας από τις επιμέρους αυτές διαδικασίες εξαρτάται από την ύπαρξη αυτού το οποίο οι Harackieviz και Sanson (2000) ονομάζουν «σκοπό – στόχο». Ο σκοπός – στόχος είναι η γνωστική απεικόνιση της συγκεκριμένης συμπεριφοράς (ενέργειας) ή επίδοσης που το άτομο επιθυμεί να παρουσιάσει και των παραμέτρων που έχουν σχέση με αυτές για την επίτευξή του. Ο σκοπός – στόχος λειτουργεί ως άμεσος στόχος (βραχυπρόθεσμος) της αυτορρυθμιστικής λειτουργίας.

Υποστηρίζεται από τον Whitman (1990) ότι η αυτορρύθμιση επηρεάζει πολλές πτυχές της καθημερινής ζωής και έχει κεντρικό ρόλο στην ανάπτυξη των δεξιοτήτων που απαιτούνται για τη μάθηση. Πιστεύεται πλέον ότι οι μαθητές διαμορφώνουν τα δικά τους νοήματα, θέτουν στόχους και επιλέγουν κατάλληλες στρατηγικές προκειμένου να τους υλοποιήσουν σε αντίθεση με την άποψη που τους ήθελε παθητικούς αποδέκτες εξωτερικών πληροφοριών (Pintrich, 2004).

2.2.1 Αυτορρυθμιζόμενη Μάθηση

Η αυτορρυθμιζόμενη μάθηση θεωρείται μια εσωτερική ενεργητική διαδικασία και αυτό που έχει σημασία για τους μελετητές της είναι το κατά πόσο ένας μαθητής εμφανίζει πρωτοβουλία, επιμονή και προσαρμοστικές ικανότητες. Αυτές οι ικανότητες που ενεργοποιούν εσωτερικά τους μαθητές είναι απόρροια εσωτερικών κινήτρων αλλά και μεταγνωστικών στρατηγικών (Zimmerman, 2008). Δεξιότητες των ατόμων που χαρακτηρίζονται ως αυτορρυθμιζόμενα είναι μεταξύ άλλων η χρήση γνωστικών στρατηγικών που τους βοηθούν να κατανοήσουν, να μετατρέψουν, να οργανώσουν, να επεξεργαστούν και να ανακτήσουν την πληροφορία. Ταυτόχρονα, υπολογίζουν και ελέγχουν τον χρόνο που απαιτεί ένα μαθησιακό έργο και έχουν την δυνατότητα να διαχειριστούν τα κατάλληλα εκπαιδευτικά περιβάλλοντα. Τέλος, οι μαθητές αυτοί, αποδεικνύονται πιο προσηλωμένοι στις σχολικές τους υποχρεώσεις αφού είναι ικανοί να παραμείνουν πιο συγκεντρωμένοι και να αγνοήσουν ένα πλήθος παράλληλων

δραστηριοτήτων, ενδεχομένων περισσότερο ευχάριστων που δεν σχετίζονται όμως με τα μαθησιακά τους καθήκοντα (Boekaerts & Corno, 2005).

2.3 Μεταγνώση και Μάθηση

Ο Flavell υποστήριξε πως η μεταγνώση είναι απαραίτητη για μια επιτυχή μάθηση και πως ο καλός μαθητής νοείται ως εκείνος που έχει μεταγνωστική γνώση σχετικά με τον εαυτό του ως μαθητή, τη φύση της γνωστικής δραστηριότητας και τις απαραίτητες στρατηγικές προκειμένου να επιτευχθούν οι στόχοι του (Μώκος και Καφούση, 2014).

2.3.1 Διάκριση Στρατηγικών Μάθησης και Μεταγνωστικών Στρατηγικών (Δεξιοτήτων)

- **Στρατηγικές Μάθησης**

Πρόκειται για τεχνικές, αρχές ή κανόνες που διευκολύνουν την απόκτηση, το χειρισμό, την ενσωμάτωση, την αποθήκευση και την ανάκτηση πληροφοριών σε άλλα πλαίσια και καταστάσεις (Alley & Deshler, 1979). Αποτελούν κανόνες ευρύτερης εφαρμογής που χρησιμοποιούνται για την οργάνωση μιας σειράς νοητικών διεργασιών. Είναι τα εργαλεία, οι τεχνικές που χρησιμοποιούμε για να βοηθήσουμε τον εαυτό μας στην κατανόηση και εκμάθηση νέων δεξιοτήτων που ενσωματώνονται στις προϋπάρχουσες και μπορούμε να τις ανακαλέσουμε όποτε είναι απαραίτητο (Sturomski, 1997, Νταβού, 2000).

- **Μεταγνωστικές Στρατηγικές**

Οι μεταγνωστικές δεξιότητες ή στρατηγικές αφορούν στον έλεγχο του γιγνώσκειν είναι διαδικασίες ή στρατηγικές που σκόπιμα εφαρμόζονται για τη ρύθμιση της γνωστικής επεξεργασίας και της δράσης ή της συμπεριφοράς. Οι μεταγνωστικές στρατηγικές καλλιεργούνται μέσα από τη άσκηση και αποσκοπούν στον έλεγχο και καθοδήγηση της γνωστικής επεξεργασίας σε συνειδητό επίπεδο (Κωσταρίδου – Ευκλείδη, 2005). Συνδέουν μια νέα πληροφορία με την προηγούμενη γνώση.

Πρόκειται για τη σκόπιμη επιλογή στρατηγικών σκέψης και το σχεδιασμό, τον έλεγχο και την αξιολόγηση των στρατηγικών σκέψης (Dirkes, 1985, 1988). Επιπρόσθετα, οι μεταγνωστικές δεξιότητες αναφέρονται ως η στρατηγική ανάπτυξης των μεταγνωστικών συμπεριφορών. Πρόκειται για τη διάκριση του «τι γνωρίζει και τι δεν γνωρίζει ένα άτομο», την παράθεση αυτών που σκέφτεται, την καταγραφή της πορείας της σκέψης, το σχεδιασμό και την αυτορρύθμιση της μάθησης, την ανακεφαλαίωση των διαδικασιών της σκέψης και την αξιολόγηση του εαυτού του (Blakey & Spence, 1990).

Ο Sternberg (1986) αναφέρει διαδικασίες ως «μεταγνωστικά συστατικά» στη θεωρία για τη νοημοσύνη. Οι μεταγνωστικές στρατηγικές είναι διαδικασίες οι οποίες ελέγχουν τα γνωστικά «συστατικά» και δημιουργούν αναδράσεις από αυτά. Ειδικότερα, περιλαμβάνουν σχεδιασμό, παρακολούθηση και αξιολόγηση των δραστηριοτήτων στη επίλυση των προβλημάτων (Βοσνιάδου, 2004, Borkowski et al., 1987). Οι μεταγνωστικές δεξιότητες είναι εφικτό να διδαχθούν. Πρόκειται για το σχεδιασμό, την παρακολούθηση και τη ρύθμιση ενός έργου. Αποτελούν τον πυρήνα της αυτορρυθμιζόμενης μάθησης και της επιτυχημένης δια βίου μάθησης. Η αποτελεσματικότητα της μάθησης είναι συνάρτηση της χρήσης των κατάλληλων γνωστικών και μεταγνωστικών εργαλείων (Niemi & Launonen, 2002).

Οι περισσότερες έρευνες για τη μεταγνώση στοχεύουν στην απόδειξη της ύπαρξης ουσιαστικής και θετικής σχέσης μεταξύ μεταγνωστικών δεξιοτήτων και αντίστοιχων ικανοτήτων απόκτησης γνώσης. Οι Weinstein & Mayer (1986) απέδειξαν πως η καλλιέργεια μεταγνωστικών δεξιοτήτων είναι απαραίτητο στοιχείο μιας αποτελεσματικής διδασκαλίας και θεμελιώνει κάθε προσπάθεια αυτοβελτίωσης των μαθητών, της αυτομόρφωσης του ατόμου και της δια βίου παιδείας. Αντίστοιχες έρευνες που εντοπίζουν θετική συσχέτιση ανάμεσα στη διδακτική διαδικασία και την καλλιέργεια μεταγνωστικών στρατηγικών, παρατηρούν πως η ικανότητα των μαθητών να εξηγούν και να αναγνωρίζουν τις κατευθυνόμενες προς ένα στόχο γνωστικές τους δραστηριότητες αποτελούν αντανάκλαση και πρόγνωση των αντίστοιχων γνωστικών τους επιτευγμάτων (Quike & Winter, 1994)

Από την ανασκόπηση της σχετικής βιβλιογραφίας, προκύπτει ότι η μεταγνώση δεν αφορά μόνο τον τρόπο με τον οποίο σκεφτόμαστε, αλλά και τον τρόπο και εκείνα που είμαστε σε θέση να μάθουμε. Η μεταγνωστική διαδικασία στη διδακτική πρακτική αφορά την ανάπτυξη ενός σχεδίου δράσης, την επεξεργασία αυτού του σχεδίου και τέλος, στην εκτίμηση της λύσης (Polya, 1957). Παράλληλα, συνακολουθούν ο έλεγχος

της μάθησης και η ικανότητα επιλογής και διαχείρισης της επιλεχθείσας στρατηγικής προς εκπλήρωση του γνωστικού έργου. Κατά τη διαδικασία του ελέγχου της μάθησης, οι μαθητές: α) οργανώνουν τις κινήσεις τους και τον απαιτούμενο χρόνο, β) εντοπίζουν και διορθώνουν σφάλματα στον τρόπο σκέψης τους, γ) διερωτώνται για ζητήματα σχετικά με το εγχείρημα και αυτοαξιολογούνται και τέλος, δ) προσδιορίζουν τι εντέλει γνωρίζουν και τι όχι. Με τη σειρά της, η επιλογή και διαχείριση της στρατηγικής περιλαμβάνει α) την ανασκόπηση και επιλογή των απαραίτητων πληροφοριών, β) τη μεταξύ τους σύνδεση, γ) τον έλεγχο της προόδου της στρατηγικής και δ) την αξιολόγηση και διόρθωση των ενεργειών που ακολουθήθηκαν.

Τα επιμέρους βήματα που απαρτίζουν αυτές τις διαδικασίες διασφαλίζουν στους μαθητές καλύτερες επιδόσεις, κίνητρα για μόρφωση αλλά και για αυτομόρφωση, δεδομένου ότι η προσωπική εμπλοκή στη διαδικασία της μάθησης αυξάνεται. Η μεταγνώση εφοδιάζει το μαθητή με ικανότητες μεταξύ των οποίων ο συντονισμός των γνωστικών λειτουργιών και των αποτελεσμάτων τους, η επιλογή και τροποποίηση ενός σχεδίου δράσης ή η επινόηση αποτελεσματικών στρατηγικών για την επίλυση προβλημάτων.

Συμπερασματικά, λοιπόν, η μεταγνώση συμβάλλει στη δημιουργία μαθητών οι οποίοι θα είναι ικανοί μελλοντικά να ανταποκριθούν με επιτυχία στον ταχύτατο πολλαπλασιασμό των γνώσεων (Costa, 1984) μέσω της οργάνωσης και του ελέγχου της σκέψης τους, της επιλογής κατάλληλων στρατηγικών και τεχνικών για το πρόβλημα που τους απασχολεί τις οποίες θα είναι έτοιμοι να προσαρμόσουν στις απαιτήσεις της εκάστοτε πρόκλησης. Οι μαθητές καλούνται να ανακαλύψουν τη γνώση με τη δική τους προσωπική συμβολή, χρησιμοποιώντας ενεργητικές και βιωματικές μεθόδους και όχι υιοθετώντας άκαμπτα και πανομοιότυπα σχέδια δράσης. Αποτελεί κοινό τόπο στην επιστημονική κοινότητα πως οι μεταγνωστικές δεξιότητες μπορούν και θα έπρεπε να διδάσκονται στην τάξη καθώς συμβάλλουν σημαντικά στην πρόοδο των μαθητών και της ανεξάρτητης και αυτόνομης μάθησης (Angelo, 1995, Costa, 1986, Spring, 1985). Είναι διαδικασίες που επιτρέπουν στους μαθητές να παρακολουθούν, να ελέγχουν και να αξιολογούν την πορεία των ενεργειών τους, επομένως, να κατανοούν πώς μαθαίνουν. Προς αυτή την κατεύθυνση, έρευνες έχουν καταλήξει στο συμπέρασμα ότι τέτοιου είδους στρατηγικές μπορούν να καθοδηγήσουν συνειδητά τη σκέψη του ατόμου στη σωστή επιτέλεση ενός έργου (Pressley et al., 1985).

2.3.2 Μεταγνωστικές Στρατηγικές κατά την Εκπαιδευτική Διαδικασία

Κατά τη διάρκεια της εκπαιδευτικής διαδικασίας, οι μαθητές καλούνται να επιλύσουν προβλήματα που θα τους βοηθήσουν στην σταδιακή οικοδόμηση και κατάκτηση της γνώσης. Παράλληλα, στον κάθε μαθητή ξεχωριστά επισυμβαίνουν διάφορες διαδικασίες (σκέψεις, συναισθήματα, συμπεριφορές), οι οποίες ονομάζονται στρατηγικές μάθησης και ρόλος τους είναι να επικουρούν τους μαθητές να οργανώσουν τις ενέργειές τους ώστε να διευκολύνουν τη διαδικασία μάθησης. Η πορεία προς την επίτευξη ενός στόχου προϋποθέτει τη συλλειτουργία τόσο γνωστικών όσο και μεταγνωστικών διεργασιών. Οι γνωστικές λειτουργίες κατευθύνονται προς το πέρας ενός εγχειρήματος και άρα την επίτευξη ενός στόχου, ενώ οι μεταγνωστικές προϋποθέτουν ένα σύνολο γνώσεων, στάσεων και συμπεριφορών που έχει το άτομο για τον εαυτό του και το γνωστικό στόχο. Πιο αναλυτικά, όπως αναφέρουν οι Μώκος & Καφούση (2014), οι μεταγνωστικές στρατηγικές δίνουν τη δυνατότητα στους μαθητές να προσδιορίσουν το μαθησιακό τους στόχο, το βαθμό δυσκολίας του και ανάλογα να τροποποιήσουν τις υπάρχουσες γνώσεις και στρατηγικές ώστε να χειριστούν πιο αποτελεσματικά το πρόβλημα και να οικοδομήσουν τη νέα γνώση. Για να γίνει αυτό, είναι απαραίτητο το άτομο να έχει επίγνωση των δυνατοτήτων του στα διάφορα ζητήματα που του ζητείται να επιλύσει και των διαθέσιμων μεθόδων για την προσέγγισή τους (μεταγνωστική παρακολούθηση).

2.3.3 Ανάπτυξη Μεταγνωστικών Στρατηγικών

Από τα όσα προαναφέραμε για τη σπουδαιότητα της μεταγνώσης στην εκπαιδευτική διαδικασία, συνάγεται το συμπέρασμα πως η καλλιέργεια μεταγνωστικών στρατηγικών στη μάθηση αποδεικνύεται ιδιαίτερα αποτελεσματική καθώς «συμβάλλουν στην ενεργοποίηση της υπάρχουσας γνώσης, στη συσχέτισή της με τις εκπαιδευτικές εμπειρίες, στην ανάπτυξη ουσιαστικών κινήτρων για τους μαθητές, στην ποιοτική οικοδόμηση της νέας γνώσης και επακόλουθα, στην εφαρμογή αξιολόγηση και αναθεώρησή της» (Τσιρίκος & Πονηρού, 2010). Για τους παραπάνω λόγους, τα σύγχρονα Προγράμματα Σπουδών λαμβάνουν υπόψη τα θεωρητικά και ερευνητικά δεδομένα και προάγουν την ανάπτυξη τέτοιου είδους στρατηγικών μέσω

της διδασκαλίας, η οποία θα πρέπει να περιλαμβάνει άμεσες και έμμεσες υποδείξεις προς τους μαθητές.

Στην εγχώρια και διεθνή βιβλιογραφία (Slife, Weiss, & Bell, 1985, Swanson, Christie, & Rubadeau, 1993, Vauras, Kinnunen & Rauhanummi, 1999, Παπαντωνίου, Ευκλείδη & Κιοσέογλου 2004, Metallidou & Efklides 2000, Adey, Robertson & Venville 2002) συναντούμε συγκεκριμένες τεχνικές που χρησιμοποιούνται κατά τη διδακτική πράξη και στοχεύουν στην ανάπτυξη και ενίσχυση των μεταγνωστικών δεξιοτήτων. Είναι, επομένως, γενικά παραδεκτό πως σε αυτή την κατεύθυνση συμβάλλουν τεχνικές όπως:

- Ερωτήσεις κατανόησης, π.χ. «Τι πραγματεύεται το προς επίλυση πρόβλημα;»
- Κατασκευή συνδέσεων ανάμεσα στην παλιά και τη νέα γνώση, π.χ. «Ποιες είναι οι ομοιότητες/διαφορές ανάμεσα σε αυτό το πρόβλημα και σε άλλα που έχουμε λύσει στο παρελθόν;»
- Χρήση κατάλληλων στρατηγικών για τη λύση προβλημάτων
- Στοχασμός πάνω στη διαδικασία και τη λύση, π.χ. «Τι έκανα λάθος;», «Η λύση έχει νόημα;»

Στο ίδιο πνεύμα, οι Pressley et. al. (1992) προτείνουν τα εξής:
Οι εκπαιδευτικοί είναι εκείνοι που θα πρέπει να θέσουν τους μαθησιακούς στόχους, λαμβάνοντας υπόψη το επίπεδο κατανόησης των μαθητών. Μπορούν, επίσης, να αποτελέσουν οι ίδιοι μοντέλο χρήσης στρατηγικών με το σκέφτονται φωναχτά, εξηγώντας τρόπους επίλυσης προβλημάτων. Ρόλος του κάθε διδάσκοντα είναι να καθοδηγεί και να υποστηρίζει τη μάθηση χρησιμοποιώντας τις δικές του μεταγνωστικές δεξιότητες. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω α) της εφαρμογής συγκεκριμένου σχεδίου κατά τη διδασκαλία, β) της αναζήτησης απαντήσεων σε ζητήματα που δεν γνωρίζει, γ) της αυτοαξιολόγησης και του εντοπισμού των αδυναμιών του, δ) της αξιολόγησης του έργου του που ζητά από τους μαθητές και ε) του εντοπισμού των ιδεών που εκφράζουν οι μαθητές στις εισηγήσεις τους.

Επιπλέον, θα πρέπει να υποστηρίζουν τη μάθηση των μαθητών βοηθώντας να συνδέσουν τη νέα γνώση με προγενέστερες εμπειρίες, να τους παρέχουν ανατροφοδότηση για την εξέλιξη του σχεδίου δράσης τους και να ενθαρρύνουν τον αναστοχασμό της μέχρι τώρα πορείας των μαθητών μέσω ερωτήσεων και ανάπτυξης του διαλόγου.

Η επιλογή των ερωτήσεων παίζει καθοριστικό ρόλο, καθώς διαμορφώνουν το γνωστικό πλαίσιο στο οποίο θα κινηθεί ο μαθητής. Είναι σημαντικό οι ερωτήσεις να τίθενται εκατέρωθεν · οι μαθητές θα πρέπει να διερωτώνται κατά την επαφή τους με ένα πρόβλημα ώστε να διευκολύνουν την κατανόησή του. Από την άλλη, οι διδάσκοντες, μέσω ερωτήσεων, βοηθούν το κοινό τους να επεξηγήσει νέες έννοιες, να προβλέψει αποτελέσματα και να αναζητήσει αιτίες. Ακόμη και στην περίπτωση εσφαλμένων απαντήσεων, η άμεση επέμβαση του καθηγητή για διόρθωση δεν αποδεικνύεται βοηθητική στην καλλιέργεια μεταγνωστικών στρατηγικών. Αντ' αυτού, πρέπει να ζητείται από το μαθητή να δικαιολογήσει το σκεπτικό του για να φανεί κατά πόσο κατέχει το νόημα των εννοιών που χρησιμοποιεί.

Αντίστοιχα, οι στρατηγικές που επιλέγονται θα πρέπει να συμβαδίζουν με τις ανάγκες των μαθητών και με το περιεχόμενο της μάθησης. Με το σχεδιασμό σωστής στρατηγικής οι μαθητές οργανώνουν τον τρόπο με τον οποίο θα κινηθούν, προβλέπουν τις δυσκολίες που θα συναντήσουν στο γνωστικό τους έργο, φροντίζουν να μειώσουν τις πιθανότητες λανθασμένων ενεργειών και φτάνουν συνειδητά στη λύση του προβλήματος ή στην εύρεση της απάντησης. Ως αποτέλεσμα, μαθαίνουν να λειτουργούν με συγκεκριμένο πλάνο και κατανοούν πώς φτάνουν στη γνώση. Η χρήση άκαμπτων, στερεοτυπικών σχεδίων δράσης, περιορίζουν το εύρος της σκέψης των μαθητών. Αντίθετα, η ενθάρρυνση της συζήτησης στο πλαίσιο της τάξης, η από κοινού διατύπωση προβληματισμών, ιδεών και συμπερασμάτων και, τέλος, η αξιολόγηση της πορείας και της στρατηγικής που επιλέχθηκε μπορούν να συμβάλλουν στη δόμηση και όχι στην αντιγραφή της γνώσης.

Έργο του δασκάλου είναι και η επανεξέταση των ιδεών και σκέψεων του μαθητή. Παροτρύνοντας τους μαθητές να αναλογιστούν το σκεπτικό τους φωναχτά ενώπιον της υπόλοιπης τάξης ή, σε άλλη περίπτωση, να διατυπώσουν απόψεις σχετικά με τον τρόπο σκέψης των συμμαθητών τους, ο δάσκαλος τους βοηθά να γίνουν καλοί ακροατές των σκέψεών τους αλλά και των σκέψεων των άλλων.

Σημαντικό, επίσης, είναι να εντοπίζουν οι εκπαιδευτικοί, από κοινού με τους μαθητές, τις ήδη γνωστές στους τελευταίους έννοιες και να τις χρησιμοποιούν εποικοδομητικά και παραγωγικά κατά τη διαδικασία του μαθήματος. Οι δραστηριότητες με τις οποίες θα καταπιαστεί ο μαθητής θα πρέπει να είναι ενδιαφέρουσες και να δημιουργούν κίνητρα για ενασχόληση μαζί τους.

Μεταγνωστικές στρατηγικές καλλιεργούνται και μέσω του σχεδιασμού και της αυτορρύθμισης της μαθησιακής διαδικασίας. Ο εκπαιδευτικός σχεδιάζει ανοικτές

δραστηριότητες με τη χρήση των οποίων οι μαθητές καλούνται να μάθουν με τον δικό τους τρόπο και ρυθμό. Ενδείκνυται η χρήση πηγών (π.χ. άρθρα, εικόνες ή άλλα κείμενα) και η επεξεργασία τους από τους μαθητές.

Τέλος, η αυτοαξιολόγηση είναι πολύ σημαντική μεταγνωστική στρατηγική. Οι μαθητές πρέπει να είναι σε θέση μόνοι τους να αναγνωρίζουν τι έχουν μάθει από μια μαθησιακή διαδικασία. Ένας τρόπος αυτοαξιολόγησης είναι τα διαγράμματα KWL, στα οποία ο μαθητής καλείται μόνος του να συμπληρώσει τι ήξερε πριν το μάθημα, τι ήθελε να μάθει από το μάθημα και τι τελικώς έμαθε.

Στόχος μιας αποτελεσματικής εκπαιδευτικής διαδικασίας θα έπρεπε να αποτελεί η ανάπτυξη ενός ρεπερτορίου διαδικασιών σκέψης, τις οποίες οι μαθητές να είναι σε θέση να ανακαλούν, όποτε καλούνται να επιλύσουν κάποιο πρόβλημα. Παράλληλα, με την πρόοδο των μαθητών που επιφέρει η διδασκαλία μεταγνωστικών στρατηγικών, σημαντικό είναι και το πλεονέκτημα που παρέχεται στους διδάσκοντες να οικοδομήσουν ευέλικτα και δημιουργικά περιβάλλοντα τάξης σαφώς προσανατολισμένα στη διδασκαλία στρατηγικών μάθησης (Borkowski & Muthukrishna, 1992). Όπως παρατηρεί ο Παππάς (1996), οι μεταγνωστικές δεξιότητες είναι ικανές να στηρίξουν αποτελεσματικά τους εκπαιδευτικούς στη διδακτική πράξη, αρκεί να τις προσεγγίσουν με υπευθυνότητα , να τις επεξεργαστούν με σοβαρότητα, να τις εφαρμόσουν με πολλαπλούς τρόπους και σε όλα τα επίπεδα της μαθησιακής διαδικασίας, διευκολύνοντας ουσιαστικά τους μαθητές να κατακτούν νέες γνώσεις, «μαθαίνοντας πώς να μαθαίνουν» σε έναν κόσμο και μια κοινωνία που διαρκώς επιβαρύνεται με νέα προβλήματα που απαιτούν λύσεις βιώσιμες και με έμπνευση.

Καταλήγοντας, ο ρόλος και η σημασία της μεταγνώσης στην εκπαιδευτική διαδικασία αποδεικνύεται σημαντική, τόσο για τη γνώση που αποκτά ο ίδιος ο μαθητής, όσο και για τη γνώση που αποκτά ο εκπαιδευτικός σχετικά με το γνωστικό επίπεδο και τις δυνατότητες των μαθητών.

2.3.4 Μεταγνώση και Μαθηματική Εκπαίδευση

Η Εννοια του Μαθηματικού Προβλήματος και η Επίλυσή του

Ο προσδιορισμός της έννοιας του μαθηματικού προβλήματος και της επίλυσής του, αποδεικνύεται δύσκολο έργο αφού στη βιβλιογραφία υπάρχει πληθώρα ορισμών,

συχνά αντικρουόμενων μεταξύ τους. Ο Schoenfeld (1990), δίνει έναν διπλό ορισμό για το πρόβλημα, σύμφωνα με τον οποίο πρόβλημα λογίζεται:

- στη μεν μαθηματική ορολογία, οτιδήποτε απαιτείται να γίνει ή απαιτεί την πράξη κάποιας ενέργειας
- μια ενέργεια περίπλοκη ή δύσκολη.

Η έννοια του προβλήματος διαφέρει επίσης από άτομο σε άτομο (Schoenfeld, 1987), δεδομένου ότι υπάρχουν διαφοροποιήσεις στο πόσο προκλητικό και απαιτητικό φαντάζει ένα πρόβλημα στα μάτια αυτού που καλείται να το επιλύσει. Η επίλυση ενός προβλήματος προϋποθέτει μια αλληλεπίδραση μεταξύ της εμπειρίας ενός ατόμου και των απαιτήσεων μιας δραστηριότητας.

Η επίλυση του μαθηματικού προβλήματος με τη σειρά της, αποτελεί μια σύνθετη γνωστική διαδικασία που περιλαμβάνει έναν αριθμό από διαδικασίες και στρατηγικές. Η επίλυση προβλήματος έχει δύο στάδια, την αναπαράσταση του προβλήματος και τη λύση του (Blum & Niss, 1991).

Στην αποσαφήνιση των παραπάνω ορισμών, ιδιαίτερα αξιόλογη θεωρείται η συνεισφορά του Polya και η διδασκαλία του πάνω στην επίλυση προβλημάτων. Ο Polya (1945) πίστευε πως η ικανότητα επίλυσης ενός προβλήματος δεν είναι εσωτερική και έμφυτη, αλλά, αντιθέτως, διαθέτει δυναμική ανάπτυξης. Υποστήριξε, επιπρόσθετα, ότι ο τρόπος που οι μαθητές μαθαίνουν μαθηματικά επηρεάζεται σημαντικά από τους εκπαιδευτικούς ενώ αξιοσημείωτη ήταν και η διαπίστωση ότι οι μάθηση είναι συνάρτηση των ευκαιριών που δίνονται σε κάθε μαθητή. Οι ικανότητες επίλυσης ενός προβλήματος δεν αναπτύσσονται αυτόματα · χρειάζονται καλλιέργεια και, σε δεύτερο επίπεδο, εξάσκηση (Hiebert, 2003).

Ο Polya (1945) αποδόμησε τη διαδικασία επίλυσης ενός προβλήματος, αναλύοντάς τη σε τέσσερα στάδια. Στόχος του ήταν να παρακινήσει τους εκπαιδευτικούς να οργανώσουν τις γνώσεις και τις ικανότητες των μαθητών γύρω από αυτά τα τέσσερα σημεία ώστε να τους εκπαιδεύσουν επαρκώς στην επίλυση προβλημάτων. Πιο αναλυτικά, τα επιμέρους στάδια είναι τα ακόλουθα:

1. Κατανόηση του προβλήματος, εντοπισμός δηλαδή των ζητουμένων του προβλήματος.
2. Δημιουργία σχεδίου. Προϋποθέτει τη λογική σύνδεση των δεδομένων του προβλήματος με αυτό που ζητείται ώστε να βρεθεί η λύση του.

3. Εκτέλεση του σχεδίου. Περιλαμβάνει, επιπρόσθετα, τον έλεγχο της προόδου του σχεδίου για την αποφυγή σφαλμάτων.
4. Έλεγχος. Με το πέρας της διαδικασίας, είναι απαραίτητη μία ματιά προς τα πίσω της διαδικασίας ώστε να εξεταστεί η λύση την οποία προτείνει ο μαθητή.

Σημαντική δυσλειτουργία του μοντέλου μπορεί να επιφέρει η μη επιτυχής ολοκλήρωση του πρώτου σταδίου. Η μη ολοκληρωμένη κατανόηση του προβλήματος αποτελεί τη μεγαλύτερη ανεπάρκεια στην επίλυση προβλημάτων (Polya, 1945).
Το τελευταίο στάδιο στην παραπάνω διαδικασία είναι, από την άλλη, κι αυτό βαρύνουσας σημασίας, δεδομένου ότι παρέχει την ευκαιρία στους μαθητές να ελέγξουν για λάθη και μακροπρόθεσμα να συνδέσουν το πρόβλημα που μόλις έλυσαν με άλλα προβλήματα. Η τεχνική του ελέγχου βοηθά τους μαθητές στην επέκταση και μεταφορά της γνώσης και των ικανοτήτων τους σε νέες καταστάσεις. Δίνει στο μαθητή την εντύπωση ότι «κανένα πρόβλημα δεν εξαντλείται εντελώς και ότι πάντα υπάρχει η πιθανότητα καλύτερης κατανόησης της λύσης του προβλήματος» (Polya, 1945).

2.3.5 Μεταγνωστικές Δεξιότητες κατά την Επίλυση Μαθηματικών Προβλημάτων

Η επίλυση προβλήματος είναι η ενεργητική διαδικασία προσπάθειας μετασχηματισμού της αρχικής κατάστασης ενός προβλήματος στην επιθυμητή κατάσταση (Davidson et. al., 1994). Η παραπάνω διαδικασία φαίνεται να αποτελεί την πιο σημαντική γνωστική δραστηριότητα ενός ατόμου. Παρόλα αυτά, στην τυπική εκπαίδευση δεν συναντούμε απόπειρες διδασκαλίας των μεθόδων επίλυσης προβλημάτων, κυρίως επειδή η γνώση και η κατανόηση των διαδικασιών επίλυσης είναι περιορισμένες και το ενδιαφέρον για τη μελέτη τους μικρό (Jonassen, 2000b).

Τα τελευταία χρόνια, ερευνητικό ενδιαφέρον φαίνεται πως έχει κερδίσει η συσχέτιση της μεταγνώσης με τη μαθηματική επίδοση, δεδομένου ότι σχετικές έρευνες διαπιστώνουν τη θετική επίδραση που έχει η διδασκαλία μεταγνωστικών στρατηγικών στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων (Carr et. al., 1994, Carr & Jessup, 1995). Οι γνωστικές και μεταγνωστικές στρατηγικές παίζουν ουσιαστικό ρόλο στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων (Garofalo & Lester, 1985, Montague, 1992, 1995, 1997, Schoenfeld, 1985, 1987, 1992). Οι μεταγνωστικές λειτουργίες μπορεί να ενισχύσουν την ικανότητα των μαθητών να γίνουν καλύτεροι λύτες προβλημάτων (Kapa, 2001),

καθώς κατευθύνουν τις γνωστικές λειτουργίες ενός ατόμου και υποστηρίζουν την αντιληπτική μάθηση (Mevarech & Kapa, 1996). Ο βαθμός στον οποίο οι μαθητές ελέγχουν και παρακολουθούν τις στρατηγικές που χρησιμοποιούν είναι ο παράγοντας εκείνος που καθορίζει την ικανότητα τους να λύνουν προβλήματα. Όπως προτείνει ο Kapa (2001), «το μεταγνωστικό επίπεδο στηρίζει το γνωστικό, με την ενεργοποίηση παραγόντων όπως είναι η παρακολούθηση και ο έλεγχος κατά τη διάρκεια επίλυσης ενός μαθηματικού προβλήματος». Ο Montague (1992), εντοπίζει τρεις μεταγνωστικές στρατηγικές που υποστηρίζουν τις παραπάνω λειτουργίες. Πρόκειται για α) την αυτοδιδασκαλία (self – instruction), τη λειτουργία δηλαδή εκείνη που βοηθά το μαθητή να προσδιορίσει τα συστατικά του προβλήματος πριν προχωρήσει στη λύση του, β) την αυτοερώτηση (self – question) που καθοδηγείται από τον αυτοδιάλογο (self – dialogue), μια ανάλυση δηλαδή των μεθόδων και ενεργειών για τη λύση και γ) την αυτοπαρακολούθηση (self – monitoring), η οποία βοηθά και παροτρύνει το μαθητή να ελέγξει την όλη διαδικασία και να παρακολουθεί τις επιδόσεις του (Mokos & Kafousi, 2013).

Οι μαθητές που διαθέτουν ικανότητες μεταγνωστικών στρατηγικών ουσιαστικά έχουν επίγνωση των ικανοτήτων μάθησης που διαθέτουν αλλά και των δραστηριοτήτων που μπορούν να φέρουν εις πέρας. Επιπλέον, γνωρίζουν ποιες στρατηγικές είναι αποτελεσματικές και τις χρησιμοποιούν σε διάφορες δραστηριότητες, έχουν την ικανότητα να αυτορρυθμίζουν τη μάθησή τους και, τέλος, χρησιμοποιούν αποτελεσματικές στρατηγικές επανατροφοδότησης. Όπως υποστηρίζει ο Lester (1985), το αποτέλεσμα της όλης μαθηματικής συμπεριφοράς του ατόμου σχετίζεται με την ύπαρξη ή όχι παραγωγικής μεταγνώσης, δηλαδή μεταγνωστικών δεξιοτήτων, οι οποίες ενεργοποιούνται σε συγκεκριμένες συνθήκες για τη λύση ενός προβλήματος: επιλογή κατάλληλης στρατηγικής, ανάκληση σχετικών πληροφοριών από τη μνήμη, σύνδεση με τα δεδομένα του προβλήματος, δημιουργία υποθέσεων, προετοιμασία σχεδίου δράσης, δοκιμή και τέλος, αξιολόγηση του σχεδίου.

Το ερευνητικό ενδιαφέρον για τη μεταγνώση ξεκίνησε με την ενασχόληση και μελέτη γνωστικών διαδικασιών όπως η κατανόηση, η προσοχή και η μνήμη. Το 1976, ο Flavell ήταν εκείνος που εντόπισε τρεις παράγοντες που συνδέονται με τη μεταγνώση: το *άτομο,* τα *έργα* και τη *στρατηγική*. Αργότερα, οι Garofalo και Lester (1985), αναλύοντας αυτούς τους παράγοντες σε συσχετισμό με τα μαθηματικά σημειώνουν πως ο πρώτος παράγοντας, *το άτομο*, συμπεριλαμβάνει πεποιθήσεις, συναισθήματα και στάσεις του υποκειμένου που επηρεάζουν τη γνωστική του

συμπεριφορά (Schoenfeld, 1987). Οι πεποιθήσεις διαμορφώθηκαν από τη μαθηματική διδασκαλία και ένα σύνολο άλλων παραγόντων και έχουν συνέπεια στη μαθηματική συμπεριφορά. Ο δεύτερος παράγοντας, *τα έργα*, αναφέρεται στη γνώση για τις απαιτήσεις του αντικειμένου του προβλήματος και τέλος, *η στρατηγική* αφορά την επιλογή ορθής και κατάλληλης για το πρόβλημα στρατηγικής, της οποίας τη λειτουργικότητα γνώριζε το άτομο. Οι αλληλεπιδράσεις των τριών μεταβλητών είναι αυτές που συναποτελούν τη νοητική συμπεριφορά του ατόμου (Lester, 1985).

- **Η Συμβολή του Schoenfeld**

Ο Schoenfeld (1987) πίστευε πως «η μεταγνώση έχει τη δυνατότητα να αυξήσει τη σημασία της μάθησης», και πως «η δημιουργία μιας "μαθηματικής κουλτούρας" στην τάξη θα ενθάρρυνε τους μαθητές να σκεφτούν τα μαθηματικά ως ένα αναπόσπαστο μέρος της καθημερινής τους ζωής και θα προήγαγε την δυνατότητά τους να κάνουν διασυνδέσεις ανάμεσα σε μαθηματικές έννοιες σε διαφορετικά περιβάλλοντα».

Σύμφωνα με τον ίδιο, η μεταγνώση στη διδασκαλία των μαθηματικών παρουσιάζεται μέσα από τρεις παράγοντες: οι *απόψεις και οι διαισθήσεις* απέναντι στα μαθηματικά, οι *γνώσεις για τις γνώσεις* που απέκτησα και η *αυτογνωσία (αυτορρύθμιση)*, η δυνατότητα, δηλαδή, να ελέγχω τη διαδικασία της μάθησης:

- Οι *απόψεις και οι διαισθήσεις* αναφέρονται στις αντιλήψεις των μαθητών κατά τη μαθηματική τους δραστηριότητα. Ο Schoenfeld, μέσα από μια κονστρουκτιβιστική σκοπιά, κάνει επί της ουσίας λόγο για την κατασκευή πλαισίων εργασίας που στηρίζονται σε πρότερες εμπειρίες των μαθητών και διαμορφώνουν τις πεποιθήσεις τους για τα μαθηματικά.
- Η *γνώση των διαδικασιών σκέψης* μπορεί να χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά για τη λύση ενός προβλήματος. Όπως χαρακτηριστικά σημειώνει ο Schoenfeld, η προσέγγιση ενός μαθητή σε ένα δύσκολο πρόβλημα και ο βαθμός κατανόησης του τρόπου με τον οποίο θα λύσει το πρόβλημα εκφράζουν το βαθμό στον οποίο μπορεί να αποτιμήσει ρεαλιστικά το τι είναι ικανός να μάθει.
- Η μεταγνώση διέπει τη διαδικασία της *αυτορρύθμισης* και για το λόγο αυτό προτείνεται μέσα από το παραπάνω μοντέλο μια διαχειριστική προσέγγιση (management). Οι θέσεις αυτής της προσέγγισης περιλαμβάνουν: α) την

κατανόηση των ζητουμένων ενός προβλήματος β) το σχεδιασμό πλάνου γ) την παρατήρηση και καταγραφή του βαθμού εξέλιξης της λύσης του προβλήματος και δ) την κατανομή των δεδομένων, δηλαδή ποιες ενέργειες θα πραγματοποιηθούν για τη λύση του προβλήματος (Schoenfeld, 1987).

Η συμβολή του Schoenfeld στη μελέτη της μεταγνώσης στη μαθηματική εκπαίδευση, ανάγεται και στην εισαγωγή μιας θεωρίας αλληλεπίδρασης μεταξύ γνωστικών και μεταγνωστικών διαδικασιών των μαθητών ενόσω λύνουν μαθηματικά προβλήματα.

- **Το Μοντέλο του Schoenfeld**

Το 1985 ανέπτυξε ένα μοντέλο τεσσάρων σταδίων στο οποίο εμπλέκονται: *πόροι/πηγές* (μαθηματική γνώση), *ευρετικές (heuristics)*, δηλαδή μέθοδοι για την επίλυση ενός προβλήματος, *έλεγχος*, και τα *συστήματα πεποιθήσεων*.

- *Πόροι* είναι σύνολο των γνώσεων που ένα άτομο είναι ικανό να φέρει σε μια συγκεκριμένη μαθηματική κατάσταση.
- *Ευρετικές* είναι εμπειρικοί κανόνες για την αποτελεσματική επίλυση προβλημάτων.
- Ο *έλεγχος* ασχολείται με τη σωστή διαχείριση και κατανομή των πόρων κατά την διάρκεια της επίλυσης προβλημάτων. Αναφέρεται στην ανάπτυξη ενός συστήματος αποφάσεων που αφορούν το προγραμματισμό, την παρακολούθηση και την αξιολόγηση των λύσεων.
- Τα *συστήματα πεποιθήσεων* είναι η προοπτική, η αντίληψη που έχει κάποιος για τα μαθηματικά. Αυτές καθορίζουν τον τρόπο προσέγγισης ενός προβλήματος, τις τεχνικές που πρέπει να εφαρμοστούν και τον απαιτούμενο χρόνο για τη διεκπεραίωση του προβλήματος. Οι πεποιθήσεις διαμορφώνουν το πλαίσιο μέσα στο οποίο λειτουργούν οι πόροι, οι ευρετικές και ο έλεγχος.

Στο πλαίσιο του κυρίαρχου επιστημονικού παραδείγματος, η διδασκαλία των μαθηματικών φαίνεται να δίνει μεγαλύτερη βαρύτητα στις δύο πρώτες πτυχές. Παρόλα αυτά, η αποτυχία των μαθητών στη λύση μαθηματικών προβλημάτων εντοπίζεται στη δυσλειτουργία των δύο τελευταίων. Με άλλα λόγια, ενώ οι μαθητές κατέχουν την απαιτούμενη μαθηματική γνώση, αποτυγχάνουν να τη χρησιμοποιήσουν καθώς

αδυνατούν να την ελέγχουν και να την παρακολουθούν (Schoenfeld, 1992). Οι μεταγνωστικές διαδικασίες επικεντρώνονται στην ικανότητα των μαθητών να παρακολουθούν και να ρυθμίζουν οι ίδιοι τις γνωστικές τους διαδικασίες που χρησιμοποιούν κατά τη διάρκεια της επίλυσης προβλήματος (Schoenfeld, 1992). Έτσι οι μεταγνωστικές στρατηγικές είναι απαραίτητες γιατί επιτρέπουν στους μαθητές να αντιμετωπίσουν με επιτυχία νέες καταστάσεις.

2.3.6 Τεχνικές για την Ανάπτυξη Μεταγνωστικών Στρατηγικών

Όπως προαναφέρθηκε, η διδασκαλία των μαθηματικών στην τάξη συχνά επικεντρώνεται στη μαθηματική γνώση παραγνωρίζοντας το ρόλο της μεταγνώσης στην επίλυση προβλήματος. Όπως σημειώνει η Livingston (1997), η διδασκαλία των στρατηγικών μάθησης με συστηματικό τρόπο δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να μαθαίνουν τη μεθοδολογία της μάθησης για την αποτελεσματική αύξηση της επίδοσής τους. Υπάρχει, λοιπόν, ανάγκη για σχεδιασμό και εφαρμογή προγραμμάτων διδασκαλίας που δίνουν σαφώς έμφαση στην κατανόηση των εννοιών των προβλημάτων και την παρακολούθηση των στρατηγικών επιλογής.

Οι Blakey & Spence (1990) προτείνουν τις ακόλουθες στρατηγικές για την ανάπτυξη και βελτίωση των μεταγνωστικών ικανοτήτων:

1. <u>Ο προσδιορισμός «τι γνωρίζεις και τι δεν γνωρίζεις».</u> Στην αρχή της ερευνητικής τους δραστηριότητας, οι μαθητές θα πρέπει να καταγράψουν τις γνώσεις που ήδη έχουν και τις γνώσεις που θα ήθελαν να αποκτήσουν. Καθώς η διερεύνηση τους προχωράει, θα πρέπει να ελέγξουν, να αποσαφηνίσουν και να επεκτείνουν ή να αντικαταστήσουν με πιο ακριβείς πληροφορίες, κάθε μία από τις αρχικές δηλώσεις τους.

2. <u>Μιλώντας για τη σκέψη</u>. Κατά τη διάρκεια του σχεδιασμού της επίλυσης προβλημάτων, οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να περιγράφουν τον τρόπο σκέψης τους, έτσι ώστε οι μαθητές να μπορούν να παρακολουθήσουν την πορεία της αποδεικτικής διαδικασίας, να αναπτύξουν το δικό τους τρόπο σκέψης και να εξοικειωθούν με τις έννοιες ώστε να αναπτύξουν και το απαραίτητο λεξιλόγιο.

3. <u>Καταγραφή της πορείας της σκέψης</u>. Ένα άλλο μέσο για την ανάπτυξη της μεταγνώσης είναι η καταγραφή σημειώσεων από τους μαθητές για τον τρόπο σκέψης τους, για τις γνώσεις που αποκόμισαν μέσα από ασάφειες και αντιφάσεις, καθώς και σχόλια για τον τρόπο αντιμετώπισης των δυσκολιών.

4. Σχεδιασμός και αυτορρύθμιση της μάθησης. Οι μαθητές πρέπει να είναι οι ίδιοι υπεύθυνοι για το σχεδιασμό και τη ρύθμιση της μάθησης τους. Μπορούν να διδαχθούν να κάνουν σχέδια για τις δραστηριότητες μάθησης, την εκτίμηση του χρόνου, την οργάνωση υλικών, καθώς και τις διαδικασίες προγραμματισμού που απαιτούνται για την ολοκλήρωση μιας δραστηριότητας.

5. Απολογισμός της διαδικασίας σκέψης. Στο τέλος της διαδικασίας θα πρέπει η συζήτηση με τους μαθητές να επικεντρώνονται στις διαδικασίες σκέψης έτσι ώστε να μπορέσουν να συνειδητοποιήσουν ποιες στρατηγικές μπορούν να μεταφέρουν και να εφαρμόσουν αποτελεσματικά και σε άλλες καταστάσεις μάθησης. Προς αυτή την κατεύθυνση, αποδεικνύεται βοηθητική μια μέθοδος τριών βημάτων: στην πρώτη φάση της ανακεφαλαίωσης, ο εκπαιδευτικός καθοδηγεί τους μαθητές να επανεξετάσουν τη δραστηριότητα, τη συλλογή δεδομένων σχετικά με τις διαδικασίες σκέψης και συναισθημάτων. Στη συνέχεια, κατατάσσουν τις σχετικές ιδέες, και εντοπίζουν της στρατηγικές που χρησιμοποιήθηκαν. Τέλος, αξιολογούν την επιτυχία τους, απορρίπτοντας ακατάλληλες στρατηγικές, εντοπίζουν εκείνες που είναι σημαντικές για μελλοντική χρήση, και αναζητούν εναλλακτικές προσεγγίσεις.

6. Αυτο-αξιολόγηση. Η αυτό-αξιολόγηση μπορεί να είναι καθοδηγούμενη ή να γίνει σταδιακά. Η καθοδηγούμενη αυτο-αξιολόγηση εμπειριών μπορεί να εισαχθεί μέσω μεμονωμένων συνεδριάσεων και καταστάσεων ελέγχου με έμφαση στις διαδικασίες σκέψης, ενώ η σταδιακή αυτο-αξιολόγηση θα εφαρμοστεί πιο ανεξάρτητα. Η επίλυση προβλημάτων παρέχει, ευκαιρίες για την ανάπτυξη μεταγνωστικών στρατηγικών. Οι εκπαιδευτικοί πρέπει να εστιάσουν την προσοχή των μαθητών τους στο πώς θα εκπληρώσουν τα καθήκοντά τους. Εκτός από τους στόχους περιεχόμενου πρέπει να καθιερώνονται και στόχοι διαδικασίας και να αξιολογούνται μαζί με τους μαθητές, ώστε να ανακαλύψουν ότι η κατανόηση και η μεταφορά των διαδικασιών σκέψης βελτιώνει τη μάθηση.

Για την επιτυχή και ολοκληρωμένη εκπαίδευση των μαθητών στην επίλυση προβλημάτων, δεν αρκεί μόνο η διδασκαλία στρατηγικών όπως ο καθορισμός του προβλήματος, ο σχεδιασμός και υλοποίηση ενός σχεδίου δράσης, οι δοκιμές και ο έλεγχος της λύσης · εξίσου σημαντικό είναι να τους διδάξουμε πότε πρέπει να εφαρμόζουν αυτές τις στρατηγικές.

Ανακεφαλαιώνοντας, διαπιστώνεται από έρευνες που έχουν γίνει πως η μεταγνώση σχετίζεται άμεσα με τη διαδικασία επίλυσης ενός μαθηματικού προβλήματος. Εχει μεγάλη σημασία στην εκπαίδευση να βοηθήσουμε τους μαθητές να

καλλιεργήσουν τις μεταγνωστικές τους ικανότητες και αυτό μπορεί να συμβεί αν εκπαιδευτούν να παρακολουθούν τις γνωστικές τους διεργασίες. Χαρακτηριστικά των μαθητών που ανταπεξέρχονται επαρκώς στις απαιτήσεις ενός μαθηματικού προβλήματος είναι η ικανότητά τους να προσδιορίζουν συγκεκριμένους στόχους, να προσπαθούν να κατανοήσουν έννοιες και σχέσεις, να παρακολουθούν και να ελέγχουν τη σκέψη τους και, τέλος, να αξιολογούν και να επιλέγουν τις πράξεις τους βάσει της αποτελεσματικότητας τους προς τη λύση του προβλήματος. Επομένως, η μελέτη αυτή της σχέσης μεταγνώσης – μαθηματικής εκπαίδευσης μας δίνει τη δυνατότητα να κατανοήσουμε το βαθμό εξοικείωσης των μαθητών με ερωτήματα μεταγνωστικού τύπου, την ευχέρειά τους να σχεδιάζουν και να χρησιμοποιούν μεταγνωστικές στρατηγικές καθώς επίσης και το βαθμό στον οποίο μπορούν να αναπτύξουν μεταγνωστικές ικανότητες μέσα σε ένα κατάλληλα διαμορφωμένο μαθηματικό περιβάλλον που προάγει και διδάσκει μεταγνωστικές δεξιότητες προετοιμάζοντας έτσι τους μαθητές να ανταπεξέλθουν στις σύγχρονες αυξημένες κοινωνικές απαιτήσεις.

2.4 Αξιολόγηση και Αυτοαξιολόγηση

Η διαδικασία της αξιολόγησης των μαθητών μπορεί να αποδειχθεί πολύτιμο εργαλείο υποστήριξης της μάθησης και να αποτελέσει μηχανισμό προσωπικής ενδυνάμωσης (Broadfoot & Black, 2004). Ειδικότερα, η διαμορφωτική αξιολόγηση φαίνεται να μονοπωλεί το ενδιαφέρον των ερευνητών τις τελευταίες δεκαετίες, οι οποίοι επικεντρώνονται σε πρακτικές αξιολόγησης που στόχο έχουν να υποβοηθήσουν τη μάθηση και τη διδακτική πρακτική (Black & Wiliam, 2009, Wiliam, 2011, Earl, 2003).

Όπως αναφέρθηκε αμέσως παραπάνω, μία από τις τεχνικές για την ανάπτυξη και βελτίωση των μεταγνωστικών δεξιοτήτων είναι η αυτοαξιολόγηση (SSA), η οποία θεωρείται απαραίτητο συστατικό της διαμορφωτικής αξιολόγησης (Andrade & Valcheva, 2009). Η διαδικασία της αυτοαξιολόγησης μιας εκ των πλέον σημαντικών τεχνικών διδασκαλίας, συμβάλλει ουσιαστικά στη δημιουργία αυτορρυθμιζόμενων μαθητών καθώς του βοηθά να αντιληφθούν ότι η κατανόηση των τρόπων σκέψης βελτιώνει τη μάθηση. Πριν, λοιπόν, μεταβούμε στη μεθοδολογία της έρευνας σκόπιμο είναι να εκθέσουμε μερικά στοιχεία για τις διαδικασίες της αξιολόγησης και αυτοαξιολόγησης.

2.4.1 Ορισμός Αξιολόγησης

Ως αξιολόγηση ορίζεται κάθε διαδικασία που δίνει πληροφορίες για τη σκέψη, την επίδοση και την πρόοδο των μαθητών (Crooks, 2001). Είναι μια συνεχής και οργανωμένη διαδικασία και συνδέεται άμεσα με την αποτελεσματικότητα της διδασκαλίας συμβάλλοντας στην τροποποίηση για τη βελτίωση της μάθησης. Στη μαθηματική εκπαίδευση η αξιολόγηση των μαθητών αποτελεί ιδιαίτερα σημαντική πρακτική και εξυπηρετεί πληθώρα εκπαιδευτικών στόχων (Broadfoot, 1992, Brookhart, 2003, Gipps, 1994, Pellegrino et. al., 2001, Torrance & Pryor, 1998). Είναι το μέσο που παρέχει, αφενός στους μαθητές και αφετέρου στους εκπαιδευτικούς και τους γονείς, πληροφορίες σχετικά με τη μάθηση των μαθητών και την πορεία αυτής μακροπρόθεσμα.

Η αξιολόγηση σύμφωνα με τον Scriven (1967), ορίζεται ως μια μεθοδολογική και ενιαία διαδικασία ανεξάρτητα από το προς αξιολόγηση αντικείμενο ενώ ο Rowntree (1987) συμπληρώνει ότι αποτελεί μια φυσική και αυτόματη δραστηριότητα που διέπει κάθε πτυχή της ζωής μας.

Οι Black & William (1998) σημειώνουν ότι η αξιολόγηση περιλαμβάνει όλες τις δραστηριότητες των εκπαιδευτικών και των μαθητών (αυτοαξιολόγηση και αξιολόγηση των συμμαθητών) με στόχο τη συλλογή πληροφοριών για τη μάθηση, οι οποίες χρησιμεύουν ως ανατροφοδότηση για την τροποποίηση των διαδικασιών διδασκαλίας και μάθησης. Υπό αυτή την έννοια, διαφέρει από την αξιολόγηση που εξυπηρετεί τον έλεγχο της υπευθυνότητας, της ταξινόμησης ή την πιστοποίηση της ικανότητας.

Για τον ίδιο το μαθητή, η διαδικασία της αξιολόγησης γίνεται μέρος των μαθημάτων του και παίζει σπουδαίο ρόλο στη διαμόρφωση της μαθησιακής του ζωής και των σχέσεων που οικοδομεί με τον εκπαιδευτικό και τους υπόλοιπους συμμαθητές (Black & William, 1998, Crooks, 1988).

2.4.2 Είδη Αξιολόγησης της Επίδοσης των Μαθητών

Σύμφωνα με τους Bloom, Hastings & Madaus (1971), υπάρχουν τρεις τύποι αξιολόγησης: α) η *αρχική ή διαγνωστική αξιολόγηση*, β) η *διαμορφωτική – σταδιακή* αξιολόγηση και γ) η *τελική ή συνολική αξιολόγηση*.

Η *αρχική ή διαγνωστική αξιολόγηση* αποσκοπεί στον προσδιορισμό του επιπέδου των γνώσεων, των ενδιαφερόντων και των πιθανών προβλημάτων του μαθητή. Ο εκπαιδευτικός επιχειρεί να προσαρμόσει τις μαθησιακές του διαδικασίες στο επίπεδο του κάθε μαθητή και στις δυνατότητες και ιδιαιτερότητές του (Κωνσταντίνου, 2000). Αυτονόητο είναι ότι προκειμένου να αξιοποιηθούν στην πράξη τα αποτελέσματα της διαγνωστικής αξιολόγησης, θα πρέπει να είναι εφικτή η εφαρμογή εξατομικευμένης διδασκαλίας.

Η *διαμορφωτική αξιολόγηση* είναι ενημερωτικού χαρακτήρα και στόχο έχει την παρακολούθηση της πορείας του μαθητή για την επίτευξη συγκεκριμένου εκπαιδευτικού σκοπού. Κατά την παραπάνω διαδικασία, επιχειρείται η απόκτηση των αναγκαίων εκείνων στοιχείων που απαιτούνται για να τροποποιηθεί το πρόγραμμα διδασκαλίας και οι μέθοδοι αυτής ώστε να καταστεί δυνατή η επίτευξη του εκπαιδευτικού σκοπού (Anderson & Faust, 1975).

Κατά την *τελική αξιολόγηση*, εκτιμάται η συνολική επίτευξη των εκπαιδευτικών στόχων σε σχέση με τον αρχικώς ορισθέντα εκπαιδευτικό σκοπό. Εκτός της αρχικής αξιολόγησης, η οποία είναι κυρίως διαγνωστικού χαρακτήρα, η διαδικασία θα πρέπει να αξιολογείται συνεχώς ούτως ώστε ο εκπαιδευτικός να γνωρίζει σε κάθε διδακτικό στάδιο τόσο εάν επιτεύχθηκε ο εκπαιδευτικός στόχος αλλά και αν είναι σε θέση να χρησιμοποιήσει τα στοιχεία που συνέλεξε σε επόμενους εκπαιδευτικούς σχεδιασμούς.

Σε κάθε είδος αξιολόγησης αντιστοιχούν διαφορετικές λειτουργίες που εκφράζουν τους διαφορετικούς τρόπους αντίληψης της έννοιας της αξιολόγησης (Ματσαγγούρας, 2004). Ειδικότερα, η διαμορφωτική αξιολόγηση συνδέεται με την παιδαγωγική λειτουργία, αφού έχει ανατροφοδοτικό χαρακτήρα και ενδιαφέρεται για τις αιτίες που οδήγησαν στο συγκεκριμένο αποτέλεσμα, με σκοπό βελτιωτικές εκπαιδευτικές παρεμβάσεις. Η συνολική ή τελική αξιολόγηση δεν αναζητά μόνο τις αιτίες του τελικού αποτελέσματος, αλλά και τα στοιχεία που προκύπτουν και αξιοποιούνται κυρίως για τη λήψη πολιτικών και διοικητικών αποφάσεων για το εκπαιδευτικό σύστημα και την κατάταξη των μαθητών (Μανωλάκος, 2010).

2.4.3 Λειτουργίες της Αξιολόγησης

Η αξιολόγηση αποτελεί μια διαδικασία, η οποία εμφανίζεται σε μαθησιακά περιβάλλοντα, ενσωματώνεται σε αυτά και διαμορφώνεται από τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του εκπαιδευτικού και της τάξης του. Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με τους Stiggins & Conklin (1992), για τη δημιουργία ενός περιβάλλοντος αξιολόγησης καθοριστικό ρόλο παίζει μια σειρά παραγόντων που σχετίζονται με:

- τους σκοπούς της αξιολόγησης
- τις μεθόδους για την εφαρμογή της
- τα κριτήρια επιλογής των μεθόδων και η ποιότητά τους
- την ανατροφοδότηση που θα παρέξει στον εκπαιδευτικό και το μαθητή
- τις αντιλήψεις του ίδιου του εκπαιδευτικού για τους μαθητές του
- το πολιτικό περιβάλλον της αξιολόγησης.

Από τις παραπάνω παραμέτρους, είναι σημαντικό να διευκρινίζεται ο σκοπός της αξιολόγησης, δεδομένου ότι αυτός είναι που θα καθορίσει την επιλογή των κατάλληλων μεθόδων και εργαλείων. Όπως διαπιστώνεται από σχετικές μελέτες, η επιλογή της λειτουργίας της αξιολόγησης δεν προσκρούει στη διαδικασία της αξιολόγησης καθεαυτή αλλά επηρεάζει τις παραμέτρους της διαδικασίας όπως είναι η τα κριτήρια, οι στόχοι της αξιολόγησης και τα πρότυπα.

Ανατρέχοντας στη σχετική βιβλιογραφία, διαπιστώνουμε ότι η αξιολόγηση υπηρετεί δύο βασικούς σκοπούς της εκπαιδευτικής διαδικασίας: το *διαμορφωτικό (διαμορφωτική αξιολόγηση)* και το *συγκριτικό (συγκριτική αξιολόγηση)* .

Η *διαμορφωτική αξιολόγηση* έχει σκοπό την παροχή πληροφοριών σχετικά με την υπό αξιολόγηση διαδικασία και τη χρήση αυτών για βελτιωτικούς σκοπούς .

Η *συγκριτική αξιολόγηση* από την άλλη, συγκεντρώνει και παρέχει πληροφορίες που αφορούν την απόρριψη, υιοθέτηση, συνέχιση ή επέκταση της διαδικασίας αξιολόγησης καθεαυτής (Scriven, 1967).

Η διευκρίνιση του σκοπού που θα εξυπηρετήσει μια διαδικασία αξιολόγησης, είναι απαραίτητη για την ορθή επιλογή και χρήση των διαδικασιών και μεθόδων της διαδικασίας.

Πρέπει να υπογραμμιστεί εδώ ότι οι προαναφερόμενοι κύριοι σκοποί της αξιολόγησης ορμώνται από διαφορετικές προσεγγίσεις και υποθέσεις κι έχουν αποτέλεσμα σε διαφορετικές πρακτικές εφαρμογές. Ο σκοπός της αξιολόγησης

ασφαλώς διαμορφώνει τον προγραμματισμό, την κατασκευή και τη διοίκηση των οργάνων αξιολόγησης καθώς επίσης και τις διαδικασίες καταγραφής και κοινοποίησης των αποτελεσμάτων. Η επίτευξη των δύο σκοπών με έναν μηχανισμό δεν είναι δυνατή (Harlen & James, 1997; Black & Wiliam, 1998; Kyriakides & Campbell, 2003; Kyriakides, Demetriou & Charalampous, 2006).

2.4.4 Ορισμοί και Διαφορές της Διαμορφωτικής και της Συγκριτικής Αξιολόγησης

Διατρέχοντας τη σχετική βιβλιογραφία, συναντούμε μια πληθώρα ορισμών σχετικά με τα δύο αυτά είδη αξιολόγησης οι οποίοι σαφώς υποδεικνύουν και τις μεταξύ τους διαφορές. Πιο αναλυτικά:

Η διαμορφωτική αξιολόγηση αποτελεί μια διαδικασία που χρησιμοποιείται από τους εκπαιδευτικούς και τους μαθητές κατά τη διδασκαλία και παρέχει ανατροφοδότηση για την αναπροσαρμογή της τρέχουσας διδασκαλίας και μάθησης. Στόχος είναι να βελτιωθούν τα επιτεύγματα των μαθητών σε σχέση με τους διδακτικούς στόχους που έχουν τεθεί (Popham, 2008). Αυτού του είδους η αξιολόγηση αφορά την αξία ενός εκπαιδευτικού προγράμματος δίνοντας τη χρονική ευχέρεια στο προσωπικό του προγράμματος να πραγματοποιήσει αλλαγές με στόχο τη βελτίωση και αποτελεσματικότητά του. Οι Black & William (1998), στον ορισμό που προτείνουν δίνουν έμφαση στη σχέση εκπαιδευτικού – μαθητή και την τοποθετούν στο κέντρο της διαμορφωτικής αξιολόγησης, σημειώνοντας πως η διαδικασία αυτή αποτελεί μια μέθοδο που αντανακλά όλες τις διδακτικές πρακτικές που λαμβάνουν χώρα στο πλαίσιο της τάξης από τον εκπαιδευτικό και / ή από το μαθητή και εμπλέκουν αμφότερους στη διαδικασία αυτή.

Άλλοι ορισμοί με τη σειρά τους δίνουν έμφαση και στην επίδραση της διαμορφωτικής αξιολόγησης στην αναπροσαρμογή της διδασκαλίας με βάση τις ανάγκες των μαθητών. Έτσι, οι Van De Walle et al. (2013) ορίζουν τη διαμορφωτική αξιολόγηση ως «μια συντρέχουσα με τη διδασκαλία διαδικασία αξιολόγησης, η οποία ελέγχει και ρυθμίζει ποιος μαθαίνει και ποιος όχι και που βοηθά τους εκπαιδευτικούς να οργανώσουν την επόμενή τους διδασκαλία». Ο William (2007) συμπληρώνει ότι «για να είναι (μία αξιολόγηση) διαμορφωτική, πρέπει να περιλαμβάνει μια συνταγή για μελλοντικές δράσεις».

Επιπρόσθετα, κεντρικό σημείο σε μερικούς από τους ορισμούς που έχουν δοθεί κατά καιρούς αποτελεί ο ρόλος της ανατροφοδότησης (feedback). Όπως επισημαίνεται σε αυτούς, η διαμορφωτική αξιολόγηση είναι μια διαδικασία κατά την οποία συλλέγονται στοιχεία για τη μάθηση των μαθητών και η διδασκαλία τροποποιείται σε σχέση με την ανατροφοδότηση που θα δοθεί (Cauley & McMillan, 2010). Ο Sadler (1998) αναφέρει ότι η διαμορφωτική αξιολόγηση στοχεύει στην παροχή ανατροφοδότησης για την επίδοση των μαθητών, για τη βελτίωση και επιτάχυνση της μάθησής τους. Επομένως, μια καθοριστική επίδραση αυτής της αξιολόγησης στη μάθηση είναι η εποικοδομητική ανατροφοδότηση για τους μαθητές, ως προς το τι μαθαίνουν, πού κάνουν λάθη και πού δημιουργούνται παρανοήσεις (Hattie, 2009).

Συμπερασματικά, για να χαρακτηριστεί μια αξιολόγηση διαμορφωτική, απαραίτητο συστατικό της διαδικασίας είναι η ανατροφοδότηση, η οποία στην ουσία επισημαίνει τα βήματα που πρέπει να γίνουν στην υπό αξιολόγηση διαδικασία μέχρι να φτάσει να πληροί τα δεδομένα ενός προτύπου. Η ανατροφοδότηση που δίνεται μπορεί να είναι είτε περιγραφική είτε αξιολογική, θετική ή αρνητική. Μπορεί να δοθεί από τον ίδιο τον καθηγητή στους μαθητές του, είναι καλύτερο όμως οι ίδιοι οι μαθητές να αξιολογήσουν την ποιότητα της δουλειάς τους.

Η συγκριτική αξιολόγηση, από την άλλη, αφορά ουσιαστικά στην αξία ενός ώριμου και ολοκληρωμένου εκπαιδευτικού προγράμματος. Στόχος ήταν να βοηθήσει τους αρμόδιους να αποφασίσουν για τη συνέχεια της λειτουργίας ή σε αντίθετη περίπτωση για την παύση ενός εκπαιδευτικού προγράμματος (Scriven, 1967).

Οι έρευνες για την αποτελεσματικότητα των δύο μορφών της αξιολόγησης συντείνουν στη διαπίστωση ότι η διαμορφωτική αξιολόγηση αποδεικνύεται πιο σημαντική καθώς αξιολογεί την πρόοδο των μαθητών προς τους αντικειμενικούς στόχους της μάθησης σε αντίθεση με τη συγκριτική αξιολόγηση που εξετάζει και συγκρίνει την πρόοδο ενός μαθητή με την πρόοδο των υπολοίπων (Cameron & Pierce, 1994, Kluger & DeNisi, 1996). Οι Black & William (1988) συνηγορώντας υπέρ του διαμορφωτικού σκοπού της αξιολόγησης σημειώνουν χαρακτηριστικά:

«Χρησιμοποιούμε το γενικό όρο αξιολόγηση για να αναφερθούμε σε όλες εκείνες τις δραστηριότητες που πραγματοποιούνται εκ μέρους των εκπαιδευτικών αλλά και των μαθητών, όταν αξιολογούν τον εαυτό τους (αυτοαξιολόγηση) και παρέχουν πληροφορίες ως ανατροφοδότηση για τη βελτίωση της διδασκαλίας και της μάθησης. Τέτοια αξιολόγηση γίνεται διαμορφωτική αξιολόγηση όταν τα στοιχεία

χρησιμοποιούνται πραγματικά για να προσαρμόσουν τη διδασκαλία στις ανάγκες των μαθητών».

Η διαμορφωτική αξιολόγηση, επιπλέον, χρησιμοποιείται προκειμένου να προσδιοριστούν οι δυνατότητες και αδυναμίες του κάθε μαθητή (διαγνωστική πτυχή της αξιολόγησης) και σε επόμενη φάση να βοηθήσει τους εκπαιδευτικούς να σχεδιάσουν εξατομικευμένα προγράμματα παρέμβασης που θα περιλαμβάνουν τα κατάλληλα βήματα προς την επιτυχή βελτίωση του εκπαιδευτικού έργου (πτυχή επέμβασης). Είναι συνεχής αξιολόγηση από και προς τον εκπαιδευτικό, προς το μαθητή και τους γονείς (Shavelson, 2006). Για το λόγο αυτό, και δοθείσης της διαπίστωσης αρκετών ερευνών που θέλουν τη διαμορφωτική αξιολόγηση να δίνει έμφαση στις αλληλεπιδράσεις μεταξύ εκπαιδευτικών και μαθητών και μεταξύ των μελών μιας τάξης, διαμορφώθηκε μία τάση στις σύγχρονες θεωρίες της μάθησης να δίνουν περισσότερη έμφαση σε αυτού του είδους την αξιολόγηση που αναμειγνύει τη γνώση και την κοινωνική αλληλεπίδραση σε ένα λειτουργικό θεωρητικό πλαίσιο (Gipps et al., 1995, Boud, 1995, Black et al., 2003, Hall & Burke, 2004).

Πολλοί είναι εκείνοι οι ερευνητές οι οποίοι παρομοίασαν τη διαμορφωτική διαδικασία αξιολόγησης με έναν κύκλο (Black & William, 1998, Gipps, 1994) · από τη μεριά των μαθητών, διαμορφωτικό στόχο αποτελεί η σύγκριση της ιδανικής και της πραγματικής απόδοσης στην πράξη ώστε να καλύψουν ενδεχόμενα μαθησιακά κενά, στην πορεία, η σύγκριση της ιδανικής και βελτιωμένης απόδοσης, και ούτω καθεξής. Στην πορεία προς τη βελτίωσή τους οι μαθητές είναι απαραίτητο να ανταποκριθούν σε τρία πράγματα. Αρχικά, οι μαθητές καλούνται να αναπτύξουν ένα πλαίσιο για τους στόχους μάθησής τους. Σε πρώτο επίπεδο, οι στόχοι τίθενται από τους εκπαιδευτικούς αλλά στην πορεία μέσω της μάθησης θα εσωτερικοποιηθούν και από τους ίδιους τους μαθητές. Δεύτερον, είναι σημαντικό οι μαθητές να αναπτύξουν ικανότητες να ελέγχουν την πορεία τους και να τη συγκρίνουν πραγματικά με την επιθυμητή απόδοση. Τέλος, θα πρέπει να μάθουν να λειτουργούν με τρόπους που καλύπτουν στην πράξη τα μαθησιακά τους κενά και τους βοηθούν στον καθορισμό των στόχων μάθησης. Υπεύθυνοι για την ανατροφοδότηση των μαθητών προς αυτό το στόχο είναι οι εκπαιδευτικοί ενώ όλη η παραπάνω διαδικασία καλείται ορισμένες φορές «διαμορφωτική αξιολόγηση». Πρωταγωνιστής της παραπάνω διαδικασίας, ανεξάρτητα από το εάν πρόκειται για ένα μαθητοκεντρικό ή όχι πλαίσιο, είναι αναμφισβήτητα ο μαθητής επειδή μόνο αυτός μπορεί να αναλάβει να πραγματοποιήσει τις ενέργειες που απαιτούνται ώστε να βελτιώσει την απόδοσή του. Η ίδια η διαδικασία της αξιολόγησης

αποτελεί μέρος της μάθησης καθώς είναι εκείνη που θα βοηθήσει το μαθητή να εντοπίσει τα πρότυπα της ποιοτικής εργασίας και να δουλέψει προς την ικανοποίησή τους. Ο Crooks (1988) σημειώνει πως η αυξανόμενη διαμορφωτική αξιολόγηση συνεπάγεται θετική εξέλιξη των δεξιοτήτων των μαθητών, οι οποίες περιλαμβάνουν:

- παγίωση ή εκ νέου ενεργοποίηση της προαπαιτούμενης γνώσης πριν την εισαγωγή νέας γνώσης
- εντοπισμό των σημαντικών παραμέτρων ενός ζητήματος και συγκέντρωση της προσοχής σε αυτές
- ενθάρρυνση των ενεργών στρατηγικών μάθησης
- παροχή ευκαιριών στους μαθητές για περαιτέρω ανάπτυξη των δεξιοτήτων πρακτικής εφαρμογής της μάθησης
- διορθωτική ανατροφοδότηση στα αποτελέσματα
- παρακολούθηση της προόδου της γνώσης
- ανάπτυξη δεξιοτήτων αυτοαξιολόγησης
- ενθάρρυνση στην επιλογή νέων δραστηριοτήτων μάθησης ώστε να βελτιώσουν οι μαθητές την απόδοσή τους
- αίσθηση ολοκλήρωσης που προκύπτει από την ενεργό συμμετοχή των μαθητών στη διαδικασία μάθησης.

Από την άλλη μεριά, η συγκριτική αξιολόγηση επικεντρώνεται με τρόπο συστηματικό στα συνολικά επιτεύγματα του μαθητή (DES/WO, 1988). Εξυπηρετεί στόχους με διαφορετικό προσανατολισμό που προσβλέπουν σε λειτουργίες όπως ο έλεγχος των τάσεων των μαθητών κατά τη διάρκεια ενός σχολικού έτους, των μεταβολών αυτών των τάσεων καθώς και τη σύγκριση του επιπέδου των μαθητών με μαθητές άλλης χώρας. Επιπρόσθετα, αποτελεί ένα εργαλείο για το διαχωρισμό και την ταξινόμηση των μαθητών για ενδεχόμενη επιλογή τους από εκπαιδευτικούς και εργοδότες κατά τη διάρκεια της περαιτέρω φοίτησής τους (Κυριακίδης & Τηλεμάχου, 2004).

Οι τρέχουσες αξιολογήσεις επικεντρώνονται στη συγκριτική αξιολόγηση παρά στη διαμορφωτική αξιολόγηση. Είναι περιορισμένες στο πεδίο, και δίνουν έμφαση στη μάθηση για την αξιολόγηση και όχι στη μάθηση για την μάθηση καθεαυτή. Παράλληλα, παραγνωρίζουν τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά του κάθε μαθητή και τους προετοιμάζουν για μικρής διάρκειας μαθησιακά επιτεύγματα, όπως οι εξετάσεις στο

σχολείο, δίνοντας λιγότερη σημασία στις γνώσεις που θα εφοδιάσουν τους μαθητές με ικανότητες προγραμματισμού για το μέλλον.

Μολονότι έχει αναγνωριστεί η συμβολή της διαμορφωτικής αξιολόγησης στη μάθηση και τις ευκαιρίες που δημιουργεί, η εφαρμογή της σε εκπαιδευτικά προγράμματα φαίνεται να πάσχει (Gipps, 1994, Stiggins, 1999, Shepard, 2000, Popham, 2006) αφού εξακολουθούν να μετατοπίζουν το κέντρο βάρους της αξιολόγησης σε μια εκ του αποτελέσματος θεώρησης του εκπαιδευτικού προγράμματος (Earl & Katz, 2000, Lock & Munby, 2000). Γίνεται προσπάθεια να ενημερωθούν και επιμορφωθούν οι εκπαιδευτικοί σχετικά με συμβολή της διαμορφωτικής αξιολόγησης ώστε να την ενσωματώσουν στην καθημερινή πρακτική αξιολόγησης στο πλαίσιο της τάξης. Παράλληλα, δίνεται έμφαση στις δεξιότητες που πρέπει να έχει ένας εκπαιδευτικός ώστε να εφαρμόσει επιτυχημένα τη διαμορφωτική αξιολόγηση και να τη μετατρέψει σε ένα χρήσιμο μέσο στην προσπάθειά του για αποτελεσματική μάθηση.

2.5.1 Ορισμός Αυτοαξιολόγησης

Η αυτοαξιολόγηση ορίζεται ως μια διαδικασία διαμορφωτικής αξιολόγησης, κατά την οποία οι μαθητές προβληματίζονται σχετικά με την ποιότητα της εργασίας τους, κρίνουν το βαθμό στον οποίο αντανακλά συγκεκριμένους και σαφείς στόχους ή κριτήρια, και αναθεωρούν αναλόγως (Andrade & Valtcheva, 2008). Είναι η διαδικασία κατά την οποία οι μαθητές βγάζουν συμπεράσματα αναφορικά με τη δική τους επίδοση, δηλαδή κρίνουν τις επιτυχίες και τα αποτελέσματα της προσπάθειας που έχουν καταβάλει καθ' όλη τη διάρκεια της μαθησιακής διαδικασίας (Sluijsmans et al., 1999).

Ο Γρόσδος (2006), σημειώνει ότι πρόκειται για «αξιολόγηση που προέρχεται από το μαθητή, ο οποίος συμμετέχει στο σχεδιασμό της εκπαιδευτικής διαδικασίας, θέτει στόχους, κρίνει και σχολιάζει». Η αυτοαξιολόγηση βοηθά το μαθητή να αυτονομηθεί και να αποκτήσει επίγνωση των στόχων ενός εκπαιδευτικού προγράμματος, να κάνει υποθέσεις και να σχεδιάζει τα κατάλληλα βήματα για την επίτευξη αυτών των στόχων και για τη βελτίωση της επίδοσής του.

Σε έναν πιο διευρυμένο ορισμό, η αυτοαξιολόγηση συμπεριλαμβάνει τη συμμετοχή των εκπαιδευτικών μιας σχολικής μονάδας στην αξιολόγησή της έτσι ώστε να αναπτυχθεί και να βελτιωθεί το επίπεδό της (MacBeath, 2001).

Σύμφωνα με τον MacBeath (2001), τα βασικά αξιώματα της φιλοσοφίας ενός πλαισίου αυτοαξιολόγησης είναι τέσσερα:

I. Η μάθηση ανήκει στη φύση του ανθρώπου.
II. Η εξέλιξη και η αλλαγή είναι εσωτερική ανάγκη.
III. Η αντίδραση είναι σημαντική για την ατομική μάθηση και την εξέλιξη των οργανισμών.
IV. Οι άνθρωποι αφοσιώνονται σε ό, τι έχουν οι ίδιοι δημιουργήσει.

Στο επίκεντρο της παραπάνω φιλοσοφίας βρίσκεται η μάθηση. Εγγενές και απαραίτητο στοιχείο της βελτίωσης της μάθησης αποτελεί η αυτοαξιολόγηση.

Η αυτοαξιολόγηση αποτελεί ουσιαστικά μία κρίση του ίδιου του μαθητή για τη δική του επάρκεια. Για τους Rolheiser & Ross (2003), η αυτοαξιολόγηση είναι κρίση για ητν ποιότητα της δουλειάς σου, βασισμένη σε ενδείξεις και σαφή κριτήρια, με σκοπό να δουλεύεις καλύτερα στο μέλλον. Τέλος, η αυτοαξιολόγηση προάγει την ανάπτυξη κριτικής σκέψης και υπευθυνότητας (ΥΠΕΠΘ-ΠΙ, 2002).

Οι Ross et. Al (1998a) διακρίνουν τέσσερα γενικά στάδια για τη διδασκαλία των μαθητών να αυτοαξιολογούνται:

1. Το πρώτο στάδιο περιλαμβάνει την εμπλοκή των μαθητών στον προσδιορισμό εκείνων των κριτηρίων που θα χρησιμοποιηθούν για την εκτίμηση της απόδοσής τους. Η συμμετοχή των μαθητών στον καθορισμό των κριτηρίων αξιολόγησης αρχίζει με μια διαπραγμάτευση. Η δημιουργία ενός κοινού συνόλου, το οποίο οι μαθητές αντιλαμβάνονται ως σημαντικό για αυτούς, θεωρείται ότι παρέχει επιτυχώς κίνητρα στους μαθητές, περισσότερο από την επιβολή των σχολικών στόχων. Αυτό προκύπτει και από διάφορες μελέτες που έχουν γίνει σε χώρους εργασίας, οι οποίες δείχνουν ότι η ανάμειξη των υπαλλήλων στη λήψη αποφάσεων για την εργασία τους αυξάνει την ικανοποίηση και τη δέσμευση για το στόχο. Εκτός από την αύξηση της δέσμευσης των μαθητών για την υλοποίηση των εκπαιδευτικών στόχων, η διαπραγμάτευση των προθέσεων επιτρέπει στους εκπαιδευτές να βοηθήσουν τους μαθητών τους στην επιλογή στόχων που να είναι συγκεκριμένοι, άμεσοι και δύσκολοι καθώς αυτά τα χαρακτηριστικά απαιτούν μεγαλύτερη

προσπάθεια εκ μέρους των μαθητών. Δημιουργεί, επιπλέον, τις συνθήκες να επηρεαστούν οι εκπαιδευτικοί προσανατολισμοί των μαθητών, μια μακροπρόθεσμη προσπάθεια καθοδήγησης, η οποία αποδεικνύεται ιδιαίτερα έγκαιρη σε ένα πλαίσιο συνεταιριστικής εκμάθησης.

2. Κατά το δεύτερο στάδιο οι μαθητές μαθαίνουν πώς να εφαρμόσουν τα κριτήρια στην εργασία τους. Δεδομένου ότι οι μαθητές είχαν συμμετοχή στη διαπραγμάτευση που περιγράψαμε στο στάδιο 1, τότε τα κριτήρια που επιλέχθηκαν είναι ένα σύνολο προσωπικών και σχολικών στόχων. Επειδή, όμως, οι στόχοι δεν είναι εξ ολοκλήρου δικοί τους, θα πρέπει, μέσω παραδειγμάτων, να διαπιστώσουν τι σημαίνουν στην πράξη. Μέσω των παραδειγμάτων αυτών, οι μαθητές θα κατανοήσουν τη σημασία που έχουν τα κριτήρια για τους ίδιους, προσωπικά.
3. Στο τρίτο στάδιο παρέχεται στους μαθητές ανατροφοδότηση μέσα από τις αυτοαξιολογήσεις τους. Η διαδικασία των δύο πρώτων σταδίων, δηλαδή ο καθορισμός των κριτηρίων και η εφαρμογή τους, είναι πιθανόν να είναι ατελής. Ρόλος των εκπαιδευτικών είναι να βοηθήσουν τους μαθητές να κατανοήσουν εκ νέου τα κριτήρια μέσα από την παρεχόμενη ανατροφοδότηση. Η ανατροφοδότηση μπορεί να προέρχεται από διαφορετικές πηγές (εκπαιδευτικός, συνομήλικοι, οι ίδιοι οι μαθητές) και παρέχει δεδομένα *προς σύγκριση*, γεγονός που ενισχύει την ανάπτυξη δεξιοτήτων σωστής αυτοαξιολόγησης.
4. Στο τέταρτο και τελευταίο στάδιο, οι μαθητές αναπτύσσουν παραγωγικούς στόχους και σχέδια δράσης. Το δυσκολότερο έργο στη διδασκαλία της αυτοαξιολόγησης είναι ο σχεδιασμός τρόπων που παρέχουν στους μαθητές υποστήριξη στη χρήση δεδομένων αυτοαξιολόγησης για να θέσουν καινούριους στόχους. Χωρίς τη συμβολή του δασκάλου, οι μαθητές δεν μπορούν να είναι βέβαιοι για την επιτυχία των στόχων τους. Επιπλέον, οι εκπαιδευτικοί μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές να συνδέσουν τα επίπεδα απόδοσής τους με συγκεκριμένες στρατηγικές εκμάθησης που υιοθέτησαν και την προσπάθεια που έχουν καταβάλει. Τέλος, μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές να αναπτύξουν βιώσιμα σχέδια δράσης στα οποία οι εφικτοί στόχοι καθίστανται λειτουργικοί ως σύνολο συγκεκριμένων σκοπών δράσης.

Σε μελέτες που έχουν διεξάγει οι Ross et al. (1998c), έχουν καταδειχθεί ορισμένα οφέλη που μπορούν να αποκομίσουν οι μαθητές από τη διαδικασία της αυτοαξιολόγησης. Συγκεκριμένα, η συμβολή της αυτοαξιολόγησης είναι εμφανής στο πεδίο των κινήτρων και αυτό γιατί φαίνεται πως οι μαθητές που έχουν διδαχθεί τις δεξιότητες αυτοαξιολόγησης είναι πιθανότερο να εμμείνουν στις δύσκολες δραστηριότητες, να είναι πιο σίγουροι για τις ικανότητές τους και να παίρνουν μεγαλύτερη ευθύνη για τις εργασίες τους. Ακόμη, επηρεάζεται θετικά η στάση των μαθητών απέναντι στην αξιολόγηση αφού πλέον συμμετέχουν και οι ίδιοι στην όλη διαδικασία και με τον καιρό δεν τους τρομοκρατεί στον ίδιο βαθμό. Όταν, μάλιστα, η αυτοαξιολόγηση συνεισφέρει στον τελικό βαθμό τους, οι μαθητές είναι πιθανότερο να τη χαρακτηρίσουν ως δίκαιη και σημαντική για αυτούς. Γενικά, οι μαθητές αντιμετωπίζουν την αυτοαξιολόγηση θετικότερα από άλλα είδη αξιολόγησης καθώς θεωρούν ότι είναι δικαιότερη από άλλα είδη αξιολόγησης, οι προσδοκίες τους καθίστανται πιο σαφείς, ενώ τους προσφέρεται το πλεονέκτημα της ανατροφοδότησης, το οποίο μπορούν να χρησιμοποιήσουν για να βελτιώσουν την ποιότητα της εργασίας τους (Ross et al., 1998b).

Η αυτοαξιολόγηση μπορεί να λειτουργήσει αποτελεσματικά ως συμπλήρωμα των εξετάσεων και της αξιολόγησης από το διδάσκοντα. Η ακρίβεια της μεθόδου αυξάνεται όταν η αξιολόγηση γίνεται σε σχέση με σαφώς προσδιορισμένα κριτήρια επιτυχίας ή / και όταν η αξιολόγηση σχετίζεται με κάποια εμπειρία. Το σημαντικότερο, όμως, πλεονέκτημα της χρήσης της αυτοαξιολόγησης είναι ότι προάγει την ανάπτυξη κινήτρων και επίγνωσης. Βοηθά, με άλλα λόγια, τους μαθητές να εκτιμήσουν τις αρετές τους, να αναγνωρίσουν τις αδυναμίες τους και προσανατολίσουν τη μάθηση πιο αποτελεσματικά.

2.5.2 Λειτουργίες της Αυτοαξιολόγησης

Η συμβολή της αυτοαξιολόγησης έγκειται στην ενεργή συμμετοχή των μαθητών στη διδασκαλία της μάθησης κι αυτό γιατί καθίσταται ο ίδιος υπεύθυνος για τη μαθησιακή διαδικασία, αναγνωρίζει τα στάδια της προόδου της και λειτουργεί σε ένα περιβάλλον όπου του επιτρέπεται να κάνη λάθη. Ως εκ τούτου, η αυτοαξιολόγηση φέρει χαρακτηριστικά μαθητοκεντρικής μεθόδου (Stiggins, 1994 στο Lambert & Lines, 2000) επειδή ενισχύει το ρόλο των μαθητών και τους καθιστά πρωταγωνιστές της

μαθησιακής διαδικασίας. Όπως επισημαίνει και ο Geeslin, (2003), «τους δίνει την ευκαιρία να συμμετέχουν ενεργά στην επίβλεψη και αξιολόγηση της δικής τους προόδου». Επιπλέον, συνεισφέρει στην βελτίωση της αυτό – εικόνας του αναπτύσσοντας, παράλληλα την υπευθυνότητα και αυτογνωσία του. Τέλος, συμβάλλει στην καλύτερη ανατροφοδότησή του αφού εξασφαλίζει πληροφορίες για το βαθμό επίτευξης ενός σκοπού και όχι για τη θέση του ανάμεσα σε άλλους μαθητές. Ανατροφοδότηση επισυμβαίνει στους εκπαιδευτικούς και στο εκπαιδευτικό σύστημα. Περαιτέρω, αναφορικά με τις λειτουργίες της αυτοαξιολόγησης, κρίνεται σκόπιμο να σημειώσουμε ότι η σχετική έρευνα αποκαλύπτει χαρακτηριστικά πολυεπίπεδης διαδικασίας κι αυτό γιατί συμβάλει σε πολλούς τομείς της εκπαίδευσης και της μάθησης. Ο Dann (2002), παρατηρεί ότι η αυτοαξιολόγηση μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως εργαλείο τόσο για διαμορφωτική όσο και για αθροιστική αξιολόγηση, να εφοδιάσει τους μαθητές με πληροφορίες για ενδεχόμενα μαθησιακά κενά αλλά και να επαναπροσδιορίσει νέους στόχους. Επίσης, μπορεί να ενισχύσει τη σκέψη των μαθητών σε θέματα εκπαίδευσής τους αναπτύσσοντας με τον τρόπο αυτό τις μεταγνωστικές τους δεξιότητες καθώς και να αποτελέσει κίνητρο για εκπαιδευτές και εκπαιδευόμενους ώστε να δουλέψουν πάνω σε εργασίες των μαθητών. Τέλος, σύμφωνα με τον Dann, η διαδικασία αυτοαξιολόγησης πρέπει να είναι διηνεκής και ισόβια, να αποτελεί δηλαδή συνεχές κομμάτι της μαθησιακής διαδικασίας.

Όπως υποστηρίζει όμως ο Parker (2005), η διαδικασία αυτοαξιολόγησης μπορεί να καταστεί αναποτελεσματική για μία σειρά λόγων όπως φερ' ειπείν το γεγονός ότι οι μαθητές δεν γνωρίζουν επαρκώς τη διαδικασία ή ότι δεν αναγνωρίζουν και δεν αξιολογούν κατάλληλα τους στόχους της. Επίσης, η πιθανότητα να μην εκφέρουν αντικειμενική άποψη, καθώς είναι οι ίδιοι αυτοί που κρίνονται, αποτελεί σοβαρό μειονέκτημα της όλης διαδικασίας. Εν όψει των παραπάνω η αυτοαξιολόγηση παρίσταται ως διαδικασία ακατάλληλη όταν αποτελεί κριτήριο για να αποφασιστεί αν κάποιος θα γίνει δεκτός σε ένα εκπαιδευτικό ίδρυμα, σε θέση εργασίας κ.ο.κ.

Συνοψίζοντας, η αυτοαξιολόγηση αποτελεί αναμφισβήτητα ένα χρήσιμο εργαλείο στα χέρια των μαθητών, που έχει όμως προεκτάσεις και στους εκπαιδευτικούς. Παρέχει μέσω της αυτοκριτικής, την επιβεβαίωση ότι ο εκπαιδευτικός επιτελεί το έργο του σε επιστημονική βάση, η οποία σε βάθος χρόνου χρησιμεύει στη διαρκή αυτοβελτίωσή του (Νημά & Καψάλης, 2002). Σε επίπεδο μαθητών, ενθαρρύνει και ενισχύει τα κίνητρα μάθησης καθιστώντας τους υπεύθυνους για τον έλεγχο και την παρακολούθηση της προόδου και των επιδόσεών τους. Επιπρόσθετα, έχουν ευκαιρίες

να εξελίξουν και να καλυτερεύσουν τη μάθησή τους χωρίς το κριτήριο της βαθμολόγησης ως τελικό στόχο αλλά της συνολικότερης απόδοσής τους στην τάξη (Geeslin, 2003).

2.5.3 Προετοιμασία των Μαθητών για Αυτοαξιολόγηση

Για την αποτελεσματικότητα των διαδικασιών της αξιολόγησης και της αυτοαξιολόγησης, είναι απαραίτητο ο εκπαιδευτικός να δημιουργήσει το κατάλληλο κλίμα εντός της τάξης. Αυτό σημαίνει ότι οι μαθητές πρέπει να επιβραβεύονται για τις επιτυχίες που σημειώνουν και τα επιμέρους επιτεύγματα όπως οι σωστές και γρήγορες απαντήσεις, η υψηλή βαθμολογία και ο περιορισμός των λαθών εντοπίζονται και προάγονται. Επιπλέον, οι εκπαιδευτικοί να ενθαρρύνουν τους νέους ακόμη και σε περιπτώσεις όπου σφάλουν ή ζητούν βοήθεια καθώς οι δυσκολίες με τις οποίες έρχονται αντιμέτωποι αποτελούν κομμάτι της μαθησιακής διαδικασίας και εξασφαλίζουν και αυτές γνώση.

Χρήσιμο είναι οι εκπαιδευτικοί να προχωρούν σε μοντελοποίηση της διαδικασίας, δηλαδή τη σχηματοποίηση της με τρόπο που να γίνεται αντιληπτή στους μαθητές και τους βοηθά στην εξοικείωσή τους με τα βήματα που πρέπει να ακολουθήσουν. Για παράδειγμα, η διαδικασία της διόρθωσης θα πρέπει να γίνεται φωναχτά και να επιδέχεται συζήτησης εποικοδομητικού διαλόγου. Ακόμη, οι καθηγητές μπορούν να επιδεικνύουν στους μαθητές ολοκληρωμένες εργασίες διαφορετικής ποιότητας ούτως ώστε να γίνεται σύγκριση της ποιότητας και των κριτηρίων επιτυχίας ή να επιδεικνύουν εργασίες εν εξελίξει προκειμένου να βοηθήσουν τους μαθητές να εντοπίσουν το στάδιο στο οποίο βρίσκονται και με ποιον τρόπο θα προχωρήσει η εργασία στη συνέχεια.

Παράγοντα επιτυχίας της διαδικασίας μπορεί να αποτελέσει και η εφαρμογή της σε κάποιο ανεξάρτητο έργο. Αυτό πραγματοποιείται μέσω της επίδειξης δειγμάτων παλαιότερων εργασιών ή δειγμάτων εργασιών που κατασκεύασε ο εκπαιδευτικός στα οποία οι μαθητές θα εφαρμόσουν συγκεκριμένα κριτήρια ξεκινώντας από τα πιο εύκολα και προχωρώντας σταδιακά στα πιο δύσκολα. Τέλος, παρουσιάζονται τα δείγματα στην τάξη και ζητείται να συμπληρώσουν τη λίστα ελέγχου. Με το πέρας της διαδικασίας ο εκπαιδευτικός διορθώνει ενδεχόμενες παραλείψεις ή παρανοήσεις.

Ιδιαίτερα βοηθητική έχει αποδειχτεί και η διαδικασία της ετερο – αξιολόγησης, δηλαδή η εφαρμογή της διαδικασίας της αξιολόγησης στην εργασία άλλου συμμαθητή και η οποία συνήθως προετοιμάζει καλύτερα τους μαθητές να προχωρήσουν σε αυτοαξιολόγηση. Σημαντικό είναι να επισημάνουμε στους μαθητές ότι στόχος της διαδικασίας είναι να βοηθήσουν τους συμμαθητές να βελτιωθούν και όχι να μετρήσουν τα λάθη του. Ακολουθούνται τα ίδια βήματα όπως στην αξιολόγηση δειγμάτων εργασιών και επιπλέον, παρέχονται βοηθητικά έντυπα για ανατροφοδότηση στους μαθητές.

Τα παραπάνω βήματα αποτελούν στάδια προετοιμασίας των μαθητών για τη διαδικασία της αυτοαξιολόγησης, η οποία πλέον αναμένεται περισσότερο αποτελεσματική.

2.5.4 Εισαγωγή Αυτοαξιολόγησης

Κατά την εισαγωγή της διαδικασίας της αυτοαξιολόγησης, σημαντικό είναι να υπογραμμίζεται και πάλι ο σκοπός αυτής, δηλαδή ο εντοπισμός λαθών και η διόρθωσή τους ώστε να διαγνώσουν οι μαθητές τα προβληματικά τους σημεία. Αρχικά, ο εκπαιδευτικός εφαρμόζει απλές στρατηγικές αυτοαξιολόγησης προκειμένου να ελέγξει το βαθμό κατανόησης των μαθητών σε ένα γνωστικό αντικείμενο. Παρακάτω αναφέρονται ενδεικτικά ορισμένες από αυτές.

Πιο συγκεκριμένα, βοηθητική αποδεικνύεται η σύνθεση μιας λίστας μάθησης, στην οποία ζητείται από τους μαθητές να σημειώσουν τι θυμούνται από το παραδοθέν μάθημα, να παραθέσουν παραδείγματα αυτών που έμαθαν και να σημειώσουν ερωτήσεις που τους προβλημάτισαν ή θεώρησαν δύσκολες.

Άλλες στρατηγικές αποτελούν «η παλάμη των 5», «ο σηματοδότης», «τα καπέλα της σκέψης», «η πράσινη/κόκκινη κάρτα» κ.α.

Οι παραπάνω μέθοδοι επιφέρουν καλύτερα αποτελέσματα όταν το κλίμα εντός της τάξης χαρακτηρίζεται από εμπιστοσύνη και στο οποίο οι μαθητές γνωρίζουν ότι δεν υπάρχει πρόβλημα να δηλώσουν ότι δεν έχουν καταλάβει κάτι. Στην περίπτωση που έχουν απορίες, πρέπει να γνωρίζουν ότι θα τους παρασχεθεί βοήθεια ενώ αν κάποιοι μαθητές δεν αντιμετωπίσουν προβλήματα στην κατανόηση μπορούν να είναι εκείνοι που θα προσφέρουν αυτή τη βοήθεια.

Το επόμενο βήμα για τον εκπαιδευτικό είναι να ελέγξει κατά πόσο πληρούνται τα κριτήρια επιτυχίας που είχε αρχικά ορίσει. Για να το πετύχει αυτό, χρησιμοποιεί ορισμένα βοηθητικά εργαλεία, όπως λόγου χάρη οι λίστες ελέγχου (checklists) ή οι πίνακες διαβαθμισμένων κριτηρίων/ρουμπρίκες (rubrics). Πρόκειται για περιγραφικά όργανα αξιολόγησης της επίδοσης των μαθητών ή των αποτελεσμάτων των εργασιών τους. Αποτελούν τα βασικά εργαλεία για να κριθεί ένα έργο αφού προσδιορίζουν τις προσδοκίες για αναμενόμενη απόδοση, υπογραμμίζουν αυτό που είναι σημαντικό για τη μάθηση και παρέχουν ανατροφοδότηση στους μαθητές σχετικά με τα περιθώρια και τους τρόπους βελτίωσης.

Το τελευταίο στάδιο της διαδικασίας περιλαμβάνει τον αναστοχασμό των μαθητών για τη διαδικασία και τα αντικείμενα της μάθησης. Τα πιο συνηθισμένα εργαλεία για το έργο αυτό, είναι το αναστοχαστικό ημερολόγιο, όπου οι μαθητές κάνοντας μια αναδρομή σε προηγούμενα στάδια της διδασκαλίας, σημειώνουν τι ήταν αυτό που έμαθαν, αν το βρήκαν ενδιαφέρον, τι τους προκάλεσε μεγαλύτερη δυσκολία κ.ο.κ., και οι ερωτήσεις αναστοχασμού όπως για παράδειγμα «τι έμαθα σήμερα;», «πώς μπορώ να το χρησιμοποιήσω στην πράξη;», «ποιες απορίες έχω ακόμα;» κ.α., στις οποίες του ζητείται να απαντήσει είτε γραπτώς είτε προφορικώς.

2.5.5 Η Σπουδαιότητα της Έρευνας

Η παρούσα έρευνα σχεδιάστηκε με στόχο να μελετήσει τη συμβολή της διαδικασίας της αυτοαξιολόγησης, της διδακτικής εκείνης πρακτικής που έχει συνδεθεί άρρηκτα με τη βελτίωση της μάθησης και επάρκειας του μαθητή, στην καλλιέργεια κινήτρων μάθησης και αυτοβελτίωσης του μαθητή (Weinstein & Mayer, 1986), με άλλα λόγια, στην ανάπτυξη μεταγνωστικών στρατηγικών. Αποτελεί κοινό κτήμα πολλών επιστημονικών τομέων ότι οι μεταγνωστικές δεξιότητες και κατ' επέκταση οι μεταγνωστικές στρατηγικές συμβάλλουν στην πρόοδο των μαθητών και της ανεξάρτητης και αυτόνομης μάθησης και για το λόγο αυτό μπορούν –και θα έπρεπε- να διδάσκονται στην τάξη (Niemi & Launonen, 2002). Αποδελτιώνοντας τα αποτελέσματα της μελέτης που πραγματοποιήσαμε, μεταφέραμε τις συσχετίσεις που προέκυψαν σε επίπεδο μακρο – κοινωνικό και καταγράψαμε τη συμβολή που θα μπορούσαν να έχουν τα συμπεράσματά της τόσο σε θεωρητικό επίπεδο όσο και σε επίπεδο πρακτικής εφαρμογής.

Συγκεκριμένα, τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την έρευνά μας θα μπορούσαν να συμβάλλουν στην ανάπτυξη και καθιέρωση μιας ευρύτερης ενιαίας θεωρητικής βάσης, η οποία αποκρυσταλλώνει ζητήματα σχετικά με την έννοια της αυτοαξιολόγησης, τη σωστή εφαρμογή της διαδικασίας αλλά και τους τρόπους που λαμβάνει χώρα στο πλαίσιο της σχολικής αίθουσας. Επιπλέον, είναι σημαντικό να διευκρινιστεί σε μεγαλύτερο βαθμό ο συσχετισμός της αυτοαξιολόγησης με την καλλιέργεια μεταγνωστικών δεξιοτήτων και στρατηγικών και να καταδειχθεί με σαφήνεια ότι προάγει την ανάπτυξη κριτικής σκέψης και υπευθυνότητας. Χρήσιμο, ακόμη, θα ήταν να γενικεύσουμε και να μεταφέρουμε τα αποτελέσματα της μελέτης μας σε περισσότερα γνωστικά αντικείμενα πέραν των μαθηματικών προκειμένου τα ευρήματα να επικουρήσουν τη δόμηση πιο αποδοτικών συστημάτων διδασκαλίας και να αναπτύξουν μεταγνωστικά τους μαθητές σε πολλά επίπεδα. Η καλλιέργεια μεταγνωστικών δεξιοτήτων και η ανάπτυξη μεταγνωστικών στρατηγικών διασφαλίζουν την καλύτερη απόδοση των μαθητών και τους παρέχουν κίνητρα για μόρφωση και αυτομόρφωση (Weinstein & Mayer 1986). Ως εκ τούτου, θα χαρακτηρίζαμε επιτακτική την ανάγκη της αλλαγής του εκπαιδευτικού πλαισίου και του εκπαιδευτικού συστήματος με τη μεταφορά της ευθύνης της μάθησης στους ίδιους τους μαθητές (Τζεκάκη, 2007), και αυτό επιτυγχάνεται μόνο μέσω της παρέμβασης στο κυρίαρχο εκπαιδευτικό μοντέλο και του σχεδιασμού βελτιωμένων Προγραμμάτων Σπουδών. Το εκπαιδευτικό σύστημα –και κατ' επέκταση τα Προγράμματα Σπουδών- θα πρέπει να χαρακτηρίζεται από μεγαλύτερη ευλυγισία και να προάγει σε σταθερή βάση τη δημιουργία μαθητών που χρησιμοποιούν μεταγνωστικές στρατηγικές για την επίτευξη γνωστικών στόχων ή την υπέρβαση γνωστικών εμποδίων με εκ νέου σχεδιασμό μεταγνωστικών στρατηγικών. Η ανάπτυξη των μεταγνωστικών δεξιοτήτων των μαθητών συμβάλλουν στην ανάπτυξη αυτόνομης ή δια βίου μάθησης και για το λόγο αυτό θα έπρεπε να αποτελούν απαραίτητα στοιχεία μιας αποτελεσματικής διδασκαλίας. Με τον τρόπο αυτό, οι μαθητές που προετοιμάζουν τα σχολεία μας, θα καθίστανται ικανοί να ανταποκριθούν μελλοντικά στους ταχύτατους ρυθμούς πολλαπλασιασμού της γνώσης (Costa, 1984) και να ανταπεξέλθουν σε ότι προστάζουν οι ολοένα αυξανόμενες κοινωνικές απαιτήσεις.

Τέλος, παράλληλα με την αναδιαμόρφωση των Προγραμμάτων Σπουδών, απαραίτητο συστατικό μιας επιτυχημένης διδασκαλίας αποτελεί και η σωστή προετοιμασία των εκπαιδευτικών. Η επιμόρφωσή τους στον πεδίο της καλλιέργειας της μεταγνώσης και της προετοιμασίας ολοκληρωμένων μαθητών θα τους βοηθήσει να

διδάξουν με τρόπο που αναπτύσσει τις ικανότητες των μαθητών να διαχειρίζονται αποτελεσματικά τις γνώσεις τους.

Οι μαθητές δεν θα πρέπει να εγκλωβίζονται σε στείρα περιβάλλοντα μάθησης που προωθούν μια θεωρητική κατάρτιση απλώς για τη βαθμολογική επιβράβευση στο τέλος της χρονιάς. Αντ' αυτού, θα πρέπει να τους παρασχεθούν όλα τα εφόδια ώστε να οδηγούν μόνοι τους τη σκέψη τους στη σωστή επιτέλεση ενός έργου.

Σημείο κλειδί στην ενασχόλησή μας με τη μεταγνώση και την αυτοαξιολόγηση ήταν η σκέψη της ενσωμάτωσης των πλεονεκτημάτων που θα μπορούσε να επιφέρει μια εκπαιδευτική διαδικασία με μεταγνωστική διάσταση και σε άλλους τομείς της καθημερινής ζωής των μαθητών. Η επίγνωση των γνώσεών μας αλλά και των ελλειμμάτων της γνώσης μας φαντάζει θεμελιώδης για την αποτελεσματική λειτουργία ενός ατόμου στο πλαίσιο κοινωνικών απαιτήσεων. Η σημασία της μεταγνώσης είναι προφανής σε τομείς της γνώσης όπου απαιτείται στρατηγική σκέψη ενώ η διδασκαλία μεταγνωστικών στρατηγικών από πρώιμο ακόμη στάδιο συμβάλλει στην ενίσχυση της δημιουργικής απόδοσης του ατόμου καθώς και στη καθιέρωση ενός πεδίου λήψης βέλτιστων αποφάσεων. Η διδασκαλία αποτελεσματικών στρατηγικών σκέψης αποτελεί καθολική επιταγή των αναλυτικών προγραμμάτων εκπαίδευσης, τα οποία θα πρέπει να στοχεύουν όχι μόνο στην ακαδημαϊκή βελτίωση αλλά στη διαμόρφωαη ενεργών πολιτών με ικανότητες κριτικής και δημιουργικής σκέψης. Η προοπτική της δημιουργίας προσανατολισμένων σε αυτή την προσέγγιση αναλυτικών προγραμμάτων σπουδών και η μεταβολή εκ βάθρων της κατεστημένης εκπαιδευτικής διαδικασίας θα είχε ως αποτέλεσμα οι μαθητές να προωθούν λύσεις βάσει της σωστής οργάνωσης των γνώσεών τους, τη χρήση αυτών των γνώσεων για να καταστρώσουν ένα επιτυχημένο σχέδιο δράσης και, τέλος, τη μεταφορά της κατοχυρωμένης γνώσης σε νέες καταστάσεις. Το ενδιαφέρον μας για τα δύο αυτά σημαντικά θεωρητικά ζητήματα στο σχεδιασμό της διδακτικής πρακτικής, εκκινείται από την προοπτική της παρέμβασης στα σύγχρονα εκπαιδευτικά αναλυτικά προγράμματα και στοχεύει στο να προβάλλει τους δυσλειτουργικούς παράγοντες της σύγχρονης διδασκαλίας, αποκύημα των οποίων είναι οι ελλείψεις στη δόμηση της γνώσης των μαθητών.

Σκόπιμο είναι να αναφέρουμε στο σημείο αυτό ορισμένους περιοριστικούς παράγοντες στο σχεδιασμό της έρευνας οι οποίοι σχετίζονται με τα μέσα για τη διεξαγωγή της, τον απαιτούμενο χρόνο για την υλοποίησή της καθώς και το μέγεθος

των δειγμάτων που πήραν μέρος στην έρευνα. Πιο συγκεκριμένα, ως προς τη χρήση πινάκων διαβαθμισμένων κριτηρίων (rubrics) στη διαδικασία της αυτοαξιολόγησης, υποστηρίζεται πως μπορούν να προωθήσουν τη μάθηση των μαθητών, όπως επίσης, και να οδηγήσουν σε θετικές αλλαγές στην κατάρτιση των μαθητών (Panadero et al., 2012, Panadero & Jonsson, 2013). Ωστόσο, είναι αρκετές εκείνες οι μελέτες που προτείνουν πως οι σχετικές έρευνες για τη χρήση αυτών των πινάκων για διαμορφωτικούς σκοπούς δεν καταφέρνουν να παρουσιάσουν πειστικά αποτελέσματα ως προς το αν η χρήση τους συμβάλλει όντως στη βελτίωση της απόδοσης των μαθητών (e.g., Jonsson & Svingby, 2007, Panadero & Jonsson, 2013). Αυτό μπορεί να αποδοθεί στον τρόπο με τον οποίο σχεδιάστηκαν οι έρευνες, καθώς οι περισσότερες είτε ήταν ψευδο – πειραματικές, είτε έπασχαν ως προς την αντιπροσωπευτικότητα και το μέγεθος του δείγματος (Panadero et al., 2015). Ακόμη, άλλες έρευνες που εξέτασαν το ίδιο επιχείρημα υπέρ της χρήση των πινάκων, οδηγήθηκαν σε ασαφή αποτελέσματα (Andrade, Wang, Du, & Akawi, 2009; Jonsson & Svingby, 2007; Schafer, Swanson, Bené, & Newberry, 2001): παρά τη διαπίστωση μερικών ερευνών, ότι η μάθηση των μαθητών εξελίσσεται και βελτιώνεται μέσω της δημιουργίας ή / και χρήσης πινάκων (e.g. Andrade & Du, 2005, Hafner & Hafner, 2003, McCormick, Dooley, Lindner, & Cummins, 2007), υπάρχει και μια πληθώρα άλλων που, στον αντίλογο των παραπάνω συμπερασμάτων, παρατηρεί πώς η διαμεσολάβηση της χρήσης πινάκων δεν εγγυάται ουσιαστική διαφορά στην ποιότητα της εργασίας των μαθητών (Reitmeier & Vrchota, 2009). Και σε αυτή την περίπτωση, οι μελέτες που πραγματοποιήθηκαν ήταν ψευδοπειραματικές και περιελάμβαναν μικρά δείγματα, συνήθως ανεπαρκή να υποστηρίξουν τα αποτελέσματα τους. Η αιτία για την ύπαρξη αντικρουόμενων ευρημάτων οφείλεται, επιπρόσθετα, στο γεγονός ότι δεν υπήρχε κοινό πλαίσιο για την εισαγωγή της παραπάνω τεχνικής στη διδασκαλία και δεν παρείχετο υποστήριξη στους διδάσκοντες στην προσπάθειά τους να εισαγάγουν την αυτοαξιολόγηση στη διδακτική τους πρακτική. Υποστηρίζεται, επιπλέον, ότι η διαδικασία της αυτοαξιολόγησης, επιτρέπει στους μαθητές να ρυθμίσουν οι ίδιοι τη μάθησή τους μέσω της άσκησης μεταγνωστικού ελέγχου στην εργασία τους (Panadero & Alonso-Tapia, 2013). Παρόλα αυτά, πρόσφατες μετα – αναλύσεις αποκαλύπτουν ότι οι εμπειρικές μελέτες που διενεργήθηκαν δεν μπόρεσαν να καταδείξουν συνεπή και σταθερά αποτελέσματα της αυτοαξιολόγησης στη μάθηση των μαθητών, με αποτέλεσμα να γεννώνται ερωτήματα που αμφισβητούν την αξία της στη διδακτική πρακτική (e.g., Andrade, 2010, Brown & Harris, 2013, Panadero et al., 2015), και υπογραμμίζουν την ανάγκη για βαθύτερη

διερεύνηση των συνθηκών κάτω από τις οποίες οι διάφορες μορφές της αυτοαξιολόγησης προάγουν τη μάθηση.

Μολονότι τα ερευνητικά δεδομένα σχετικά με τις πρακτικές που σχετίζονται με τη διαμορφωτική αξιολόγηση, υπογραμμίζουν την αποτελεσματικότητα της στον τομέα της μάθησης, αντεπιχειρήματα ποσοτικής φύσης έρχονται να αμφισβητήσουν τη συμβολή της διαμορφωτικής αξιολόγησης (Bennett, 2011) και να τονίσουν την ανάγκη για υψηλότερου επιπέδου μελέτες που θα ενδυναμώσουν τα ευρήματα για την αξιολόγηση και αυτοαξιολόγηση και τη συμβολή τους στη μάθηση. Τέλος, υπάρχουν ευρήματα που αποδεικνύουν ότι οι διδάσκοντες στην Κύπρο αντιμετωπίζουν θετικά την έννοια της διαμορφωτικής αξιολόγησης (Kyriakides & Campbell, 1999), αλλά μόνο ελάχιστοι την ενσωματώνουν στη διδασκαλία τους και ακόμη λιγότεροι χρησιμοποιούν αυτοαξιολόγηση (Creemers et al., 2013). Αυτή η διαπίστωση έρχεται να ενισχύσει τα αποτελέσματα της παγκόσμιας ερευνητικής δραστηριότητας που θέλει την πρακτική της αξιολόγησης εντός της τάξης να είναι ακόμη προσανατολισμένη στο αποτέλεσμα (Herman, Osmundson, Ayala, Schneider, & Timms, 2006; Lock & Munby, 2000).

Κεφάλαιο 3ο

Μεθοδολογία της Έρευνας

Η μεθοδολογία της έρευνας είναι μελέτη περίπτωσης και εξετάσθηκε μέσω ποσοτικών μεθόδων έρευνας. Πιο συγκεκριμένα για να απαντήσουμε στα ερευνητικά ερωτήματα επιλέξαμε την μέθοδο της πειραματικής έρευνας. Στην επιλογή αυτή καταλήξαμε καθώς μπορούμε να εστιάσουμε σε μια μεταβλητή, την ανεξάρτητη, ενώ παράλληλα μπορούμε να διατηρήσουμε σταθερές τις ελεγχόμενες μεταβλητές, ώστε να μην επηρεαστεί το τελικό αποτέλεσμα. Επίσης μας δίνεται η δυνατότητα να παρατηρήσουμε και να μετρήσουμε με ακρίβεια και αντικειμενικότητα τις επιπτώσεις της μεταβολής της ανεξάρτητης μεταβλητής στην εξαρτημένη μεταβλητή, ώστε να προσδιορίσουμε την ποσοτική σχέση ανάμεσα στις δύο αυτές μεταβλητές.

Η επιλογή της ποσοτικής έρευνας και του ερωτηματολογίου μας βοήθησε να μελετήσουμε ένα ικανοποιητικό αριθμό περιπτώσεων. Αν και γενικά, η ποσοτική έρευνα μας επιτρέπει να γενικεύσουμε τα αποτελέσματά μας, στη συγκεκριμένη έρευνα λόγω του γεγονότος ότι μελετάμε μόνο την περίπτωση των μαθητών ενός σχολείου, αυτό δεν είναι εφικτό.

3.1 Ερευνητικό πρόβλημα

Σκοπός της παρούσης έρευνας είναι να διερευνήσει εάν η ενθάρρυνση των μαθητών στην αυτοαξιολόγηση συμβάλλει τελικώς στην ανάπτυξη γνωστικών και μεταγνωστικών δεξιοτήτων και επιπλέον, εάν ενισχύει την ενεργητική στάση του ατόμου στην αντιμετώπιση μαθηματικών προβλημάτων. Επιπρόσθετα, μελετάμε την αξιοποίηση ευκαιριών που τους παρέχουμε με την εκπαιδευτική διαδικασία, ώστε οι μαθητές να εξελίξουν και να βελτιώσουν τις γνωστικές και μεταγνωστικές ικανότητές τους χωρίς να αποτελεί απότερο στόχο η συγκριτική αξιολόγησή τους, αλλά η συνολικότερη απόδοσή τους. Έτσι λοιπόν μελετάμε τη βελτίωση και την εξέλιξη μεταγνωστικών στρατηγικών, γνωστική διαδικασία δευτέρου επιπέδου, καθώς αναφέρεται στην επίγνωση του μαθητή για την ίδια του τη γνώση αλλά και τη συμπεριφορά του στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Με αυτό τον τρόπο επιχειρείται η αξιολόγηση της διεύρυνσης της γνώσης που έχει το άτομο γύρω από τις γνωστικές λειτουργίες, την ενεργή παρέμβαση, παρακολούθηση, διόρθωση και συντονισμό των λειτουργιών του, ώστε να επιτευχθεί ο εκάστοτε επιθυμητός στόχος.

3.2 Ερευνητικά Ερωτήματα

Η έρευνα εστιάζει στα παρακάτω ερευνητικά ερωτήματα:

Συμβάλλει η ενθάρρυνση των μαθητών στην αυτοαξιολόγηση στην ανάπτυξη γνωστικών και μεταγνωστικών δεξιοτήτων, ενισχύοντας με αυτόν το τρόπο την ενεργητική στάση του ατόμου στην αντιμετώπιση μαθηματικών προβλημάτων;

Πόσο καθοριστικό είναι το επίπεδο των μεταγνωστικών δεξιοτήτων που κατέχουν οι μαθητές στην εξέλιξή τους όταν εφαρμόζονται διαδικασίες αυτοαξιολόγησης;

Τι είδους συσχέτιση παρατηρείται μεταξύ της ηλικίας και του φύλου των μαθητών στην εξέλιξη των μεταγνωστικών τους ικανοτήτων;

3.3 Συμμετέχοντες

Οι συμμετέχοντες που έλαβαν μέρος στην έρευνα είναι 96 μαθητές και μαθήτριες (54 αγόρια, 42 κορίτσια) Α΄ και Β΄ Γενικού Λυκείου ενός σχολείου της Αθήνας. Η χρονική διάρκεια της παρέμβασης ήταν το δεύτερο τετράμηνο του ακαδημαϊκού έτους 2015-2016. Η επιλογή του σχολείου και των συγκεκριμένων τμημάτων έγινε βάσει προσβασιμότητας. Το δείγμα της έρευνας χωρίστηκε με τυχαίο τρόπο σε δύο ομάδες, οι οποίες αποτέλεσαν αντίστοιχα την πειραματική ομάδα και την ομάδα ελέγχου, όπως αυτό περιγράφεται στην παράγραφο 3.4.4..

Στην Α΄ Λυκείου είχαμε πρόσβαση σε δύο τμήματα των 27 μαθητών και στα δύο γνωστικά αντικείμενα Άλγεβρα και Γεωμετρία, ενώ στη Β΄ Λυκείου, σε δύο τμήματα των 21 μαθητών, μόνο στο μάθημα της Γεωμετρίας. Ένας ακόμη λόγος επιλογής του δείγματος που αφορά την ηλικιακή προτίμηση σχετίζεται με το γεγονός ότι μαθητές ηλικίας μεγαλύτερης των 10 ετών, μπορούν να κατανοούν καλύτερα ερωτήματα μεταγνωστικού τύπου, Focant et al (2006).

3.4 Εργαλείο της Έρευνας

Χρησιμοποιήσαμε ένα συνδιασμό μαθηματικού δοκιμίου και ερωτηματολογίου. Το ερευνητικό δοκίμιο αναπτύχθηκε κατάλληλα για τους σκοπούς

της πειραματικής έρευνας. Σύμφωνα με τους Cohen, Manion, & Morrison, (2008), σελ. 439 «ο τρόπος διατύπωσης του ερωτηματολογίου είναι υψίστης σημασίας και ο προκαταρκτικός έλεγχος είναι σημαντικός για την επιτυχία του». Σχεδιάζοντας τα ερωτηματολόγια προέκυψε πληθώρα προβλημάτων και δυσκολιών.

Τα στενά χρονικά πλαίσια αποτελούσαν μία σημαντική δυσκολία, αφού η έρευνα έπρεπε να πραγματοποιηθεί κατά τη διάρκεια του δευτέρου τετραμήνου, καθώς τότε μπορούμε να υποθέσουμε ότι οι μαθητές συμπεριφέρονται με μεγαλύτερη ομοιογένεια και έχουν εδραιώσει αρτιότερη σχέση με τον εκπαιδευτικό. Λόγω των χρονοβόρων διαδικασιών στα διάφορα στάδια της έγκρισης της εφαρμογής των ερευνητικών δοκιμίων, δεν είχαμε τη δυνατότητα δοκιμαστικής περιόδου.

Ο σχεδιασμός των ερευνητικών δοκιμίων έγινε με βάση την τρέχουσα ύλη και ήταν σύμφωνα με τις οδηγίες του αναλυτικού προγράμματος. Για τις ανάγκες της έρευνας αποφασίσαμε ότι στα μαθηματικά δοκίμια δεν έπρεπε να δώσουμε έμφαση στην επιλογή δύσκολων και επίπονων μαθηματικών προβλημάτων. Αφενός, γιατί το αντικείμενο της έρευνας αυτής δεν είναι το γνωστικό αντικείμενο των μαθηματικών και αφετέρου, γιατί θέλαμε όλοι οι μαθητές να αντιμετωπίσουν με ευκολία και θετική διάθεση τα μαθηματικά προβλήματα και να μην έχουν αρνητική στάση, θεωρώντας ότι τους υποβάλλαμε σε ένα ακόμα διαγώνισμα. Αντίθετα, θέλαμε να θεωρήσουν τη διαδικασία ως αφορμή για συζήτηση πάνω σε ένα μαθηματικό πρόβλημα, και να εκφράσουν ελεύθερα τη γνώμη τους.

Αρχικά, πριν από τη λήξη του πρώτου τετραμήνου 14 έως 18/12/2015 (πριν τις διακοπές Χριστουγέννων) πραγματοποιήσαμε πιλοτική εφαρμογή του μαθηματικού δοκιμίου σε ένα σύνολο έξι μαθητών των οποίων, η επιλογή έγινε με την μέθοδο του διαθέσιμου δείγματος. Στην πιλοτική αυτή εφαρμογή εξετάσαμε το χρόνο που απαιτήθηκε για την συμπλήρωσή του. Εξετάσαμε ακόμη εάν οι οδηγίες συμπλήρωσης ήταν σαφής, εάν υπήρχαν ασαφώς διατυπωμένες ερωτήσεις και εάν η εμφάνισή του ήταν καλή. Από αυτή την πιλοτική εφαρμογή προέκυψε ότι ο χρόνος συμπλήρωσης ήταν περίπου 90 λεπτά, η εμφάνιση του ερωτηματολογίου ήταν καλή και ο τρόπος διατύπωσης των ερωτήσεων ήταν σαφής και κατανοητός και από τους έξι μαθητές.

Τα ερευνητικά μαθηματικά δοκίμια συμπληρώθηκαν από τους μαθητές σε δύο φάσεις και στις δύο ομάδες, πειραματική/ελέγχου, στο τέλος του πρώτου τετραμήνου, 10 έως 20 Ιανουαρίου 2016 και στο τέλος του δευτέρου τετραμήνου 18 έως 22 Απριλίου 2016. Οι μαθητές απάντησαν συνολικά σε έξι δοκίμια:

- Αρχικό δοκίμιο (Pre test) Α΄ Λυκείου Άλγεβρα, Γεωμετρία και Β’ Λυκείου

Γεωμετρία.

- Τελικό δοκίμιο (Post test) Α΄ Λυκείου Άλγεβρα, Γεωμετρία και Β' Λυκείου Γεωμετρία.

Σην Α΄ Λυκείου, είχαμε πρόσβαση και στα δύο αντικείμενα, άλγεβρα και γεωμετρία, ενώ στη Β΄ Λυκείου μόνο γεωμετρία.

Τα αρχικά δοκίμια των δύο τάξεων περιείχαν τις παρακάτω ενότητες:

- Για την Α΄ Λυκείου
  1. Άλγεβρα: 1) Επίλυση ρητών εξισώσεων, 2) επίλυση εξισώσεων με απόλυτες τιμές, 3) Επίλυση-διερεύνηση εξισώσεων $2^{ου}$ βαθμού με παράμετρο.
  2. Γεωμετρία: Στοιχεία τριγώνων, σύγκριση τριγώνων, εφαπτόμενα τμήματα.
- Για την Β' Λυκείου, Γεωμετρία: Μετρικές σχέσεις σε τρίγωνα.

Αντίστοιχα τα τελικά δοκίμια των δύο τάξεων περιείχαν τις ενότητες:

- Για την Α΄ Λυκείου
  1. Άλγεβρα: Ακολουθίες (Αριθμητική-Γεωμετρική πρόοδος).
  2. Γεωμετρία: Παραλληλόγραμμα, εφαρμογές των παραλληλογράμμων στα τρίγωνα.
- Για την Β' Λυκείου Γεωμετρία: Κανονικά πολύγωνα, μέτρηση κύκλου.

3.4.1 Ανάπτυξη του Μαθηματικού Δοκιμίου-Ερωτηματολογίου

Το γνωστικό περιεχόμενο των μαθηματικών δοκιμίων οργανώθηκε σε τρία μέρη. Στο πρώτο μέρος οι μαθητές καλούνται διαβάζοντας την ερώτηση να προβλέψουν την ορθότητα ή όχι της λύσης που πρόκειται να δώσουν, χωρίς όμως να μπουν στη διαδικασία λύσης της άσκησης. Στη συνέχεια λύνουν την άσκηση όπως θα έκαναν σε μια συμβατική διαδικασία και στο τέλος αφού ολοκληρώσουν την προσπάθεια επίλυσης, αξιολογούν τη διαδικασία που ακολούθησαν. Τόσο στην πρόβλεψη (prediction) όσο και στην αξιολόγηση (evaluation) της προσπάθειάς τους οι μαθητές είχαν να επιλέξουν κάθε φορά από τέσσερεις δυνατές απαντήσεις. Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζουμε ένα παράδειγμα τέτοιου ερευνητικού δοκιμίου.

Α΄ μέρος

Δίνεται η εξίσωση:

$$\frac{4x}{x^2-x}=\frac{4}{x^2-1}-\frac{x}{x+1}$$

Νομίζεις ότι μπορείς να προσδιορίσεις σωστά τις λύσεις της εξίσωσης;

Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

- ☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης.
- ☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης.
- ☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης.
- ☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης.

Β΄ μέρος

Να λύσεις την εξίσωση:

$$\frac{4x}{x^2-x}=\frac{4}{x^2-1}-\frac{x}{x+1}$$

Γ΄ μέρος

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή;

Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

- ☐ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- ☐ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- ☐ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.
- ☐ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

3.4.2 Αποδελτίωση του Υλικού

Για την αξιοποίηση των αποτελεσμάτων που μας έδωσαν οι μαθητές εργαστήκαμε σε δύο φάσεις,

Αρχικά ασχοληθήκαμε με την αξιολόγηση του γνωστικού αντικειμένου των μαθηματικών δοκιμίων και στη συνέχεια αξιοποιήσαμε το μεταγνωστικό τους περιεχόμενο.

Για την αξιολόγηση της λύσης κάθε μαθηματικού προβλήματος, η οποία μπορεί να έγινε και με περισσότερους από έναν διαφορετικούς τρόπους, χωρίσαμε τη διαδικασία σε βήματα και στη συνέχεια κωδικοποιήσαμε τις απαντήσεις χρησιμοποιώντας κλίμακα δεύτερης τάξης. Συγκεκριμένα όταν η λύση που έχει κάνει ο μαθητής είναι σωστή σημειώναμε 1, ενώ σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση σημειώναμε 0. Το σύνολο των βημάτων που χρησιμοποιήσαμε ανά δοκίμιο παρατίθεται στο Παράρτημα στις σελίδες 157-167.

Για παράδειγμα, ένα ερώτημα που ζητήθηκε να απαντήσουν οι μαθητές είναι το ακόλουθο:

Ερώτημα 1

Να προσδιορίσετε, αν υπάρχουν τις τιμές της παραμέτρου $\lambda \in R$, ώστε η εξίσωση $\lambda x^2 - (\lambda + 3)x + \lambda = 0$, να έχει πραγματικές ρίζες.

Ένα τρόπος συγκέντρωσης της απαιτούμενης πληροφορίας από τις απαντήσεις του μαθητή ήταν η παρακάτω πρότυπη αποδελτίωση:

Σημειώνουμε 1, αν διέκρινε τις περιπτώσεις $\lambda \neq 0, \lambda = 0$, διαφορετικά σημειώνουμε 0 σε οποιοδήποτε άλλο αποτέλεσμα.

Σημειώνουμε 1, αν για $\lambda = 0$ τότε $x = 0$, διαφορετικά 0 σε οποιοδήποτε άλλο αποτέλεσμα.

Σημειώνουμε 1, αν για $\lambda \neq 0$, $\Delta = -3\lambda^2 + 6\lambda + 9$, διαφορετικά σημειώνουμε 0 σε οποιοδήποτε άλλο αποτέλεσμα.

Σημειώνουμε 1, αν μελέτησε σωστά το πρόσημο της διακρίνουσας, 0 διαφορετικά σημειώνουμε 0 σε οποιοδήποτε άλλο αποτέλεσμα.

Σημειώνουμε 1, αν απάντησε $\lambda \in [-1,0) \cup (0,3]$, διαφορετικά σημειώνουμε 0 σε οποιοδήποτε άλλο αποτέλεσμα.

Σημειώνουμε 1, αν απάντησε τελικά όταν $\lambda \in [-1,3]$ έχει πραγματικές ρίζες , διαφορετικά σημειώνουμε 0 σε οποιοδήποτε άλλο αποτέλεσμα.

Συνεχίσαμε με την αποδελτίωση των αποτελεσμάτων του ερωτηματολογίου που αναφέρονται στο μεταγνωστικό μέρος του ερευνητικού δοκιμίου. Σε κάθε δοκίμιο έχουμε συμπεριλάβει δύο ερωτηματολόγια. Στο πρώτο ερωτηματολόγιο ο μαθητής συμπληρώνει την πρόβλεψη που κάνει για την ορθότητα της λύσης που σκοπεύει να δώσει στο συγκεκριμένο μαθηματικό πρόβλημα, πριν ο μαθητής εμπλακεί με τη λύση. Στο δεύτερο ερωτηματολόγιο ο μαθητής συμπληρώνει την αξιολόγηση για την ορθότητα της λύσης που ακολούθησε στο συγκεκριμένο μαθηματικό πρόβλημα αμέσως μετά τη λύση. Για την αποδελτίωση των αποτελεσμάτων χρησιμοποιήσαμε κλίμακα τέταρτης τάξης, ακολουθώντας την παρακάτω διαδικασία:

Αρχικά:

Εάν ο μαθητής σημειώσει «Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης», καταγράφουμε την τιμή 1.

Εάν ο μαθητής σημειώσει «Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης», καταγράφουμε την τιμή 2.

Εάν ο μαθητής σημειώσει «Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης». καταγράφουμε την τιμή 3.

Εάν ο μαθητής σημειώσει «Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης». καταγράφουμε την τιμή 4.

Τελικά:

Εάν ο μαθητής σημειώσει «Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση», καταγράφουμε την τιμή 1.

Εάν ο μαθητής σημειώσει «Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση», καταγράφουμε την τιμή 2.

Εάν ο μαθητής σημειώσει «Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση», καταγράφουμε την τιμή 3.

Εάν ο μαθητής σημειώσει «Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση», καταγράφουμε την τιμή 4.

3.4.3 Στατιστική Ανάλυση Αποτελεσμάτων

Η επεξεργασία των αποτελεσμάτων των δοκιμίων, έγινε με το στατιστικό πρόγραμμα S.P.S.S.. Αξίζει να σημειωθεί ότι, καθώς ο στόχος της έρευνας είναι η μελέτη των μεταγνωστικών ικανοτήτων των μαθητών, οι επιδόσεις και των δύο τάξεων του δείγματός μας που αναφέρονται στο γνωστικό μέρος συμπεριλήφθηκαν στο ίδιο υπολογιστικό φύλλο.

Σκοπός είναι να συγκρίνουμε την πρόβλεψη και την αξιολόγηση (prediction-evaluation) των μαθητών, σε σχέση με τις πραγματικές τους ικανότητες (result). Έτσι ακολουθήσαμε για κάθε ένα από τα ερωτήματα των δοκιμίων, δύο συσχετίσεις. Για παράδειγμα στο μάθημα της άλγεβρας στο αρχικό ερευνητικό δοκίμιο, αν ο μαθητής έχει προβλέψει ότι είναι πολύ σίγουρος ότι η απάντηση που έδωσε είναι σωστή, και επομένως έχουμε καταχωρήσει τον αριθμό 1 στη στήλη prediction και πράγματι έχει απαντήσει σωστά, άρα έχουμε καταχωρήσει 1 στη στήλη result, τότε στη στήλη mc_algebra_pred_res καταχωρούμε την τιμή 2.

Αν ένας μαθητής έχει προβλέψει ότι είναι πολύ σίγουρος ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση, άρα έχουμε καταχωρήσει τον αριθμό 4 στη στήλη prediction και έχει απαντήσει λάθος άρα έχουμε καταχωρήσει 0 στη στήλη result, τότε στη στήλη mc_algebra_pred_res καταχωρούμε την τιμή 2.

Αν ένας μαθητής έχει προβλέψει ότι είναι πολύ σίγουρος ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση, άρα έχουμε καταχωρήσει τον αριθμό 4 στη στήλη prediction και έχει απαντήσει σωστά άρα έχουμε καταχωρήσει 1 στη στήλη result, τότε στη στήλη mc_algebra_pred_res καταχωρούμε την τιμή 0.

Αν ένας μαθητής έχει προβλέψει ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση, άρα έχουμε καταχωρήσει τον αριθμό 1 στη στήλη prediction και έχει απαντήσει λάθος, άρα έχουμε καταχωρήσει 0 στη στήλη result, τότε στη στήλη mc_algebra_pred_res καταχωρούμε την τιμή 0.

Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση δηλαδή αν ο μαθητής έχει προβλέψει, νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση ή νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση, άρα έχουμε καταχωρήσει τον αριθμό 2 ή 3 στη στήλη prediction και έχει απαντήσει σωστά άρα έχουμε καταχωρήσει 1 στη στήλη result ή έχει απαντήσει λάθος και έχουμε καταχωρήσει 0, τότε στη στήλη mc_algebra_pred_res καταχωρούμε την τιμή 1.

Συνοπτικά: (1,1)=2, (4,0)=2, (1,0)=0, (4,1)=0, (2,1)=1, (3,1)=1, (2,0)=1 και (3,0)=1.

Εξαιτίας του μεγάλου όγκου των δεδομένων της ανάλυσης (42 πίνακες) είναι δύσκολη η εξαγωγή συμπερασμάτων από αυτούς. Για το λόγο αυτό για κάθε ένα από τα ερευνητικά δοκίμια προσδιορίσαμε το μέσο όρο των παραπάνω απαντήσεων, προκύπτοντας με αυτό τον τρόπο η συσχέτιση prediction-result, ανάμεσα στο πρώτο μέρος του ερωτηματολογίου και στο αποτέλεσμα του γνωστικού μέρους. Παραθέτουμε, στη διάθεση όποιου ενδιαφέρεται, τους αναλυτικούς πίνακες στο παράρτημα της εργασίας.

Αντίστοιχη καταγραφή κάναμε και στο δεύτερο μέρος του ερευνητικού δοκιμίου, για της συσχέτιση αποτελέσματος και αξιολόγησης (result-evaluation).

Αν ένας μαθητής έχει προβλέψει ότι είναι πολύ σίγουρος ότι μπορεί να υπολογίσει σωστά την λύση της εξίσωσης, άρα έχουμε καταχωρήσει τον αριθμό 1 στη στήλη evaluation και έχει απαντήσει σωστά άρα έχουμε καταχωρήσει 1 στη στήλη result, τότε στη στήλη mc_algebra_pred_res καταχωρούμε την τιμή 2.

Αν ένας μαθητής έχει προβλέψει ότι είναι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορεί να υπολογίσει σωστά την λύση της εξίσωσης, άρα έχουμε καταχωρήσει τον αριθμό 4 στη στήλη evaluation και έχει απαντήσει λάθος άρα έχουμε καταχωρήσει 0 στη στήλη result, τότε στη στήλη mc_algebra_pred_res καταχωρούμε την τιμή 2.

Αν ένας μαθητής έχει προβλέψει ότι είναι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορεί να υπολογίσει σωστά την λύση της εξίσωσης, άρα έχουμε καταχωρήσει τον αριθμό 4 στη στήλη evaluation και έχει απαντήσει σωστά άρα έχουμε καταχωρήσει 1 στη στήλη result, τότε στη στήλη mc_algebra_pred_res καταχωρούμε την τιμή 0.

Αν ένας μαθητής έχει προβλέψει ότι είναι πολύ σίγουρος ότι μπορεί να υπολογίσει σωστά την λύση της εξίσωσης, άρα έχουμε καταχωρήσει τον αριθμό 1 στη στήλη evaluation και έχει απαντήσει λάθος, άρα έχουμε καταχωρήσει 0 στη στήλη result, τότε στη στήλη mc_algebra_pred_res καταχωρούμε την τιμή 0.

Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση δηλαδή αν ο μαθητής έχει προβλέψει νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης ή νομίζω ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης. άρα έχουμε καταχωρήσει τον αριθμό 2 ή 3 στη στήλη prediction και έχει απαντήσει σωστά άρα έχουμε καταχωρήσει 1 στη στήλη result ή έχει απαντήσει λάθος και έχουμε καταχωρήσει 0, τότε στη στήλη mc_algebra_res_eval καταχωρούμε την τιμή 1.

Συνοπτικά: (1,1)=2, (4,0)=2, (1,0)=0, (4,1)=0, (2,1)=1, (3,1)=1, (2,0)=1 και (3,0)=1.

Αντίστοιχα προσδιορίσαμε το μέσο όρο των παραπάνω απαντήσεων, έχοντας με αυτό τον τρόπο τη συσχέτιση prediction-result, ανάμεσα στο δεύτερο μέρος του

ερωτηματολογίου και στο αποτέλεσμα του γνωστικού μέρους. Στο παράρτημα στις σελίδες 168-189 μπορούμε να δούμε τους αναλυτικούς πίνακες αυτών των αποτελεσμάτων.

Για τον έλεγχο της εγκυρότητας του ερωτηματολογίου που συμπεριλαμβάνονται στο γνωστικό μερος του ερυνητικού δοκιμίου χρησιμοποιήσαμε ανάλυση παραγόντων. Η παραγοντική ανάλυση σύμφωνα με τους Ρούσσος, Π., & Τσαούσης, Γ. (2011), είναι μια στατιστική τεχνική η οποία χρησιμοποιείται για να εντοπίζει ή να επιβεβαιώνει την ύπαρξη ενός σχετικά μικρού αριθμού παραγόντων, οι οποίοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να αναπαραστήσουν σχέσεις ανάμεσα σε σύνολα πολλών αλληλοσυσχετιζόμενων μεταβλητών. Η παραγοντική ανάλυση με τον προσδιορισμό των μη άμεσα παρατηρήσιμων παραγόντων αποσκοπεί στο να απλοποιήσει την περιγραφή, επεξήγηση και κατανόηση πολύπλοκων φαινομένων ή συνόλων δεδομένων και να συμβάλει στην πιο αποτελεσματική ερμηνεία των συνόλων και των συσχετίσεων των μεταβλητών. Υπάρχουν δύο είδη παραγοντικής ανάλυσης, η πρώτη είναι η διερευνητική στην οποία διερευνούνται οι σχέσεις μεταξύ διαφόρων μεταβλητών χωρίς να εξετάζεται αν τα δεδομένα ταιριάζουν με ένα προκαθορισμένο μοντέλο και η δεύτερη είναι η επιβεβαιωτική κατά την οποία διατυπώνεται μια αρχική υπόθεση, ένα μοντέλο, και εξετάζεται κατά πόσο τα δεδομένα της έρευνας επιβεβαιώνουν το μοντέλο αυτό. Στη συνέχεια θα ασχοληθούμε με την διερευνητική παραγοντική ανάλυση και τις δυνατότητες που μας προσφέρει το SPSS. Η διερευνητική ανάλυση παραγόντων είναι ουσιαστικά μια τεχνική μείωσης δεδομένων. Για να μπορέσουμε να τη χρησιμοποιήσουμε πρέπει να ισχύουν ορισμένες προϋποθέσεις, όπως οι δηλώσεις μας να είναι σε ισοδιαστιμική κλίμακα, να έχουμε μεγάλο δείγμα, τουλάχιστον 100 άτομα και το μέγεθος του δείγματος να είναι το πενταπλάσιο από τις ερωτήσεις μας.

Στην παρούσα έρευνα το μέγεθος του δείγματος είναι 96 μαθητές, οριακά μικρότερο των 100. Τα αποτελέσματα των παραγοντικών αναλύσεων για κάθε δοκίμιο μας δίνουν τη δυνατότητα να θεωρήσουμε ότι κάθε ένα από αυτά ερμηνεύεται από ένα παράγοντα. Ωστόσο από το Pre test algebra a έχουμε αφαιρέσει τις δύο πρώτες στήλες V16, V17, που αναφέρονται σε πολύ απλές παραγοντοποιήσεις και όλοι οι μαθητές έχουν ανταποκριθεί σωστά. Από το Post test algebra a, αφαιρέσαμε τη στήλη V37 που αναφέρεται σε απλή καταγραφή του τύπου του ν-οστού όρου αριθμητικής προόδου και όλοι οι μαθητές ανταποκρίθηκαν θετικά. Από το Pre test Geometry a έχουμε αφαιρέσει

δύο στήλες V60, V62, που αναφέρονται σε συγκρίσεις ορθογωνίων τριγώνων και όλοι οι μαθητές έχουν ανταποκριθεί σωστά. Στο pre test b geometry δύο βήματα που αντιστοιχούν στις στήλες V17, V18 έχουν κοντινές φορτίσεις.

3.4.4 Εφαρμογή του Δοκιμίου και Παρέμβαση στην Τάξη

Καθώς ο στόχος μας είναι να διερευνήσουμε την ανάπτυξη μεταγνωστικών δυνατοτήτων των μαθητών στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων, όταν εφαρμόζονται στοχευμένα τεχνικές αυτοαξιολόγησης μπορούμε να λάβουμε υπόψη τρία βασικά στοιχεία της μεταγνωστικής διαδικασίας, τα οποία διακρίνονται: α) στην ανάπτυξη ενός σχεδίου δράσης, β) στην επεξεργασία του σχεδίου δράσης και γ) στην εκτίμηση (Polya 1957).

Ο χρόνος διεξαγωγής της πειραματικής διαδικασίας, όπως έχει ήδη αναφερθεί, είναι το δεύτερο τετράμηνο του ακαδημαϊκού έτους 2015-2016, (21 Φεβρουαρίου-24 Ιουνίου, πρακτικά όμως αφαιρώντας την περίοδο των επαναληπτικών εξετάσεων, η παρέμβαση ολοκληρώθηκε στις 11 Μαΐου). Η παρέμβασή μας λοιπόν στην πειραματική ομάδα, σχεδιάστηκε με κριτήριο να οργανώσουμε τους μαθητές με βάση προηγούμενα στοιχεία της μεταγνωστικής διαδικασίας, λαμβάνοντας υπόψη δεδομένα προηγούμενων ερευνών. Για να γίνει αποτελεσματικότερη η διαδικασά της αξιολόγησης και της αυτοαξιολόγησης, θεωρήσαμε απαραίτητο να δημιουργήσουμε κατάλληλο κλίμα εντός της τάξης. Αυτό σημαίνει ότι επιβραβεύαμε τους μαθητές για τις επιτυχίες που σημειώναν και για επιμέρους επιτεύγματα όπως οι σωστές και γρήγορες απαντήσεις, όμως ενθαρρύναμε τους μαθητές και σε περιπτώσεις όπου σφάλουν ή ζητούν βοήθεια καθώς οι δυσκολίες με τις οποίες έρχονται αντιμέτωποι αποτελούν κομμάτι της μαθησιακής διαδικασίας και εξασφαλίζουν και αυτές γνώση.

Προχωρήσαμε σε μοντελοποίηση της διαδικασίας, δηλαδή τη σχηματοποίηση της με τρόπο που γίνεται αντιληπτή στους μαθητές και τους βοηθά στην εξοικείωσή τους με τα βήματα που πρέπει να ακολουθήσουν. Για παράδειγμα, η διαδικασία της διόρθωσης γινόταν φωναχτά ώστε να επιδέχεται συζήτησης εποικοδομητικού διαλόγου. Ακόμη επιδεικνύαμε στους μαθητές ολοκληρωμένες εργασίες διαφορετικής ποιότητας ούτως ώστε να γίνεται σύγκριση της ποιότητας και των κριτηρίων επιτυχίας, καθώς και εργασίες εν εξελίξει προκειμένου να βοηθήσουμε τους μαθητές να

εντοπίσουν το στάδιο στο οποίο βρίσκονται και με ποιον τρόπο θα προχωρήσουν την εργασία τους στη συνέχεια.

Παράγοντα επιτυχίας της διαδικασίας μπορεί να αποτελέσει και η εφαρμογή της σε κάποιο ανεξάρτητο έργο. Κάτι τέτοιο το πραγματοποιήσαμε μέσω της επίδειξης δειγμάτων παλαιότερων εργασιών ή δειγμάτων εργασιών που κατασκεύασαμε εμείς και στη συνέχεια οι μαθητές εφάρμοσαν συγκεκριμένα κριτήρια ξεκινώντας από τα πιο εύκολα και προχωρώντας σταδιακά στα πιο δύσκολα. Τέλος, παρουσιάσαμε δείγματα εργασιών στην τάξη και ζητήσαμε να συμπληρώσουν λίστα ελέγχου. Με το πέρας της διαδικασίας διορθώσαμε ενδεχόμενες παραλείψεις ή παρανοήσεις.

Ιδιαίτερα βοηθητική έχει αποδειχτεί και η διαδικασία της ετερο – αξιολόγησης, δηλαδή η εφαρμογή της διαδικασίας της αξιολόγησης στην εργασία άλλου συμμαθητή και η οποία συνήθως προετοιμάζει καλύτερα τους μαθητές να προχωρήσουν σε αυτοαξιολόγηση. Σημαντικό είναι να επισημάνουμε στους μαθητές ότι στόχος της διαδικασίας είναι να βοηθήσουν τους συμμαθητές να βελτιωθούν και όχι να μετρήσουν τα λάθη του. Ακολουθούνται τα ίδια βήματα όπως στην αξιολόγηση δειγμάτων εργασιών και επιπλέον, παρέχονται βοηθητικά έντυπα για ανατροφοδότηση στους μαθητές.

Τα παραπάνω βήματα αποτέλεσαν στάδια προετοιμασίας των μαθητών για τη διαδικασία της αυτοαξιολόγησης, αναμένοντας να είναι περισσότερο αποτελεσματική.

Αρχικά στο στάδιο της προετοιμασίας, το οποίο έλαβε χώρα στις αρχές της παρέμβασης, παρακινήσαμε τους μαθητές να σκεφτούν ως εξής:

- Πως θα με βοηθήσει η προηγούμενη γνώση ώστε να αντιμετωπίσουμε το συγκεκριμένο πρόβλημα;
- Με ποιον τρόπο θα πρέπει να σκεφτούμε;
- Ποιο πρέπει να είναι το πρώτο βήμα;
- Πόσο χρόνο θα αφιερώσουμε στο πρόβλημα;

Στη συνέχεια, κατά τη διάρκεια της επεξεργασίας, όπου υποκειμενικά θεωρούμε και το σημαντικότερο σημείο της παρέμβασης, ο μαθητής καλείται να ρυθμίσει τον τρόπο με τον οποίο εργάζεται, ελέγχει την δράση του και την εξέλιξή της. Στην παραπάνω διαδικασία έγινε προσπάθεια να ενεργοποιήσουμε τους μαθητές καθ΄ όλη τη διάρκεια της παρέμβασης. Στο πλαίσιο του διαθέσιμου χρόνου, υπό την πίεση του αναλυτικού προγράμματος και των υποχρεώσεων της ύλης, κατά τη διάρκεια της

εκπαιδευτικής διαδικασίας έγινε προσπάθεια να εξοικειωθούν οι μαθητές σε διαδικασίες όπως:

- Ποιες πληροφορίες θεωρούμε σημαντικές για να ανακαλέσουμε από τη μνήμη μας;
- Μήπως θα πρέπει να κινηθούμε προς άλλη κατεύθυνση;
- Να προσαρμόσουμε τον ρυθμό ανάλογα με τη δυσκολία του προβλήματος;

Τέλος καλούμε τον μαθητή να εκτιμήσει το σχέδιο δράσης και την αποτελεσματικότητά του με την ολοκλήρωση της εργασίας. Έτσι λοιπόν μετά από κάθε προσπάθεια λύσης ενός προβλήματος, τόσο κατά τη διάρκεια του μαθήματος, αλλά και στο υλικό που έπρεπε να προετοιμάσει στο σπίτι του, καλούνταν να αναστοχαστεί με βάση τα εξής ερωτήματα:

- Ήταν οι απαντήσεις μου επαρκείς;
- Είχαμε τα αναμενόμενα αποτελέσματα;
- Θα μπορούσαμε να είχαμε κάνει κάποια βήματα με διαφορετικό τρόπο;
- Μήπως χρειάζόμαστε να επαναλάβουμε κάποιες διαδικασίες ώστε να καλύψουμε τυχόν κενά κατανόησης ή διαδικασιών;

Μερικές από τις τεχνικές παρέμβασης που εφαρμόσαμε, έχοντας ως γνώμονα την ανάπτυξη των παραπάνω δεξιοτήτων, ήταν να ζητάμε τη διαδικασία επίλυσης προβλημάτων που προετοιμάζονται ως εργασία στο σπίτι, αλλά και σε προβλήματα που διαπραγματευόμασταν στην τάξη, να συμπεριλαμβάνουν οι μαθητές στη λύση που παρουσιάζουν γραπτώς ή και προφορικώς συγκεκριμένες προτάσεις που ισχύουν για αυτούς:

Σημείωσε √ στις προτάσεις που ισχύουν για σένα:

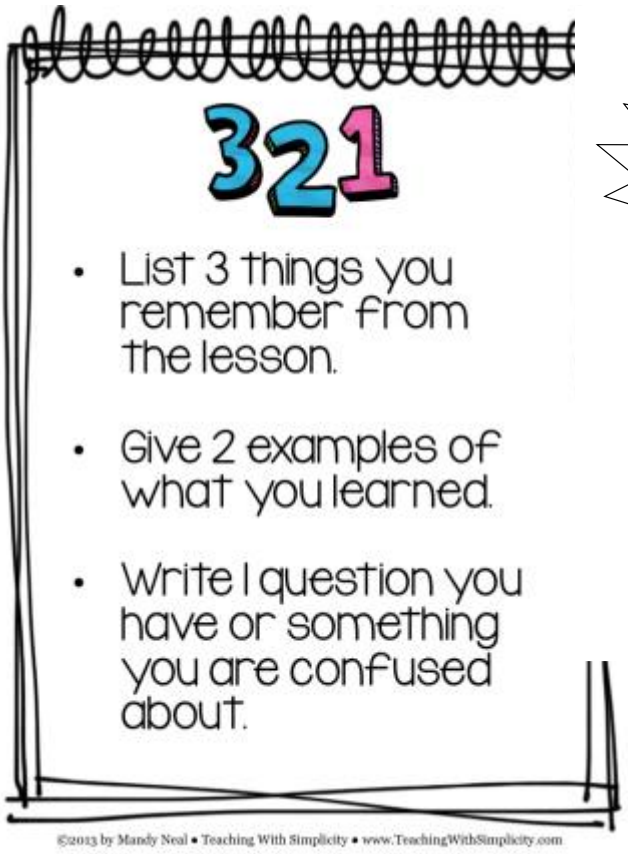
- Δυσκολεύτηκα να καταλάβω τι έπρεπε να κάνω.
- Δεν κατάλαβα τις οδηγίες.
- Ακολούθησα τις οδηγίες, αλλά βρήκα λανθασμένη απάντηση.
- Θα μπορούσα να εξηγήσω σε κάποιον άλλον πώς εργάστηκα.
- Το έργο ήταν πιο εύκολο από ότι νόμιζα ότι θα ήταν.
- Το έργο ήταν πιο δύσκολο από ότι νόμιζα ότι θα ήταν.

Ζητήσαμε από τους μαθητές να απαντήσουν σε ερωτήσεις, σημειώνοντας τις απαντήσεις τους σε ένα χαρτί ανώνυμα.

Οι μαθητές στη συνέχεια ρίχνουν τα χαρτάκια σε ένα κουτί.

Ο εκπαιδευτικός ανακατεύει και μοιράζει ξανά.

Οι μαθητές αξιολογούν την απάντηση και δίνουν ανατροφοδότηση χωρίς να ξέρουν ποιος απάντησε.



Βασικά στοιχεία μεταγνωστικεών λειτουργειών συμπεριλαμβάνουν τη θεσμοθέτηση στόχων, την καθοδήγηση της προόδου των στόχων και τον έλεγχο της μνήμης. Τι είναι όμως αυτό που κάνει τη μεταγνώση τόσο σημαντική και τι μπορούμε να κάνουμε σχετικά στην τάξη; Ο Schoenfeld (1987) στο βιβλίο του ‘ What’s all the fuss about metacognition?’ εξηγεί πως υπάρχουν τρεις τρόποι να μιλήσουμε για τη μεταγνώση: **τα πιστεύω και οι πεποιθήσεις, η γνώση και η αυτογνώση**. Ο Boud (1995) υποστηρίζει ότι η κάθε αξιολόγηση περιλαμβάνει δύο αλληλένδετες δράσεις:

- Τη γνώση και την κατανόηση των στόχων και των κριτηρίων βάσει των οποίων θα κριθεί η επίτευξη των στόχων για κάθε έργο.
- Την ικανότητα να κάνει κρίσεις για το αν το έργο πληροί τα κριτήρια ή όχι.

Η αξιολόγηση και πόσον μάλλον η αυτοαξιολόγηση είναι δεξιότητα που πρέπει να

αναπτυχθεί. Αυτό βοηθά τους καλούς μαθητές να αυξήσουν την αυτοεκτίμησή τους, δεν σημαίνει όμως ότι έμαθαν όσα μπορούσαν να μάθουν. Συχνά επίσης αποφεύγουν τους δύσκολους στόχους με φόβο την αποτυχία. Από την άλλη οι αδύναμοι μαθητές αποδέχονται την ανικανότητα τους να ανταπεξέλθουν και αποστασιοποιούνται από τη διαδικασία της μάθησης. Πιστεύουμε λοιπόν ότι η αυτοαξιολόγηση προϋποθέτει αλλαγή του κλίματος. Έτσι λοιπόν τονίζαμε διαρκώς στους μαθητές μας ότι:

- Οι δυσκολίες είναι μέρος της μαθησιακής διαδικασίας!
- Τα λάθη, η προσπάθεια για κατανόηση, το να ζητώ βοήθεια είναι ενδείξεις ότι μαθαίνω!
- Δεν πειράζει αν δυσκολεύεστε, σημαίνει ότι μαθαίνετε!
- Κανείς δεν το βρήκε δύσκολο; Σημαίνει ότι ήταν χάσιμο χρόνου αφού δεν μάθαμε κάτι!
- Δεν θέλω να ακούσω απάντηση, θέλω να δω πώς σκεφτήκατε!

Σε μία προσπάθεια μοντελοποίησης της αξιολόγησης ώστε να αναπτυχθούν κριτήρια στους μαθητές χρησιμοποιήσαμε:

- Παραδείγματα ολοκληρωμένων εργασιών διαφορετικής ποιότητας.
- Επίδειξη εργασιών σε διαφορετικά στάδια ώστε να βοηθήσουμε τους μαθητές να εντοπίσουν πώς πρέπει να προχωρά μια εργασία.

Άλλες στρατηγικές που χρησιμοποιήθηκαν κατά τη διάρκεια της εκπαιδευτικής διαδικασίας ήταν:

- Η εισήγηση, που αποσκοπούσε στη μετάδοση γνώσεων σε σύντομο χρόνο, αποτελεί μειονέκτημα το γεγονός ότι αποτελεί καθ' έδρας διδασκαλία, περιορίζει τη συμμετοχή των μαθητών, έγινε όμως προσπάθεια να είναι εμπλουτισμένη με ερωτήσεις, συζήτηση, οπότε υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ εκπαιδευτή και εκπαιδευόμενων.
- Ο Καταιγισμός ιδεών (Brainstorming) που συνίσταται στην πολυεπίπεδη εξέταση ενός ζητήματος ή μιας κεντρικής έννοιας μέσω της παρακίνησης των διδασκομένων να προβούν σε ελεύθερη, αυθόρμητη έκφραση ιδεών, ο ένας μετά τον άλλον, υπό μορφή καταιγισμού. Επιτρέπει υψηλό βαθμό συμμετοχής, ελεύθερης έκφρασης και κριτικής σκέψης από την πλευρά των μαθητών με κίνδυνο ορισμένοι να διολισθαίνουν σε επίδειξη φαντασίας. Όλες οι εκφραζόμενες ιδέες έγινε προσπάθεια να καταγράφονται χωρίς πρόωρες κρίσεις, χωρίς κριτικό σχολιασμό, κατηγοριοποιούνται και αξιολογούνται στη

συνέχεια.

- Επίδειξη, μια τεχνική κατά την οποία ο εκπαιδευτής επιδεικνύει ο ίδιος στην πράξη τα δεδομένα του γνωστικού αντικειμένου που εξετάζεται (για παράδειγμα, μια έννοια, μια διαδικασία, κτλ.). Προσπαθήσαμε ώστε να εμπλέξουμε ενεργά τους εκπαιδευόμενους ώστε οι ίδιοι να αισθανθούν, να δουν, να ακούσουν το σχετικό αντικείμενο της εκπαίδευσης, επαναλαμβάνοντας τα οποιαδήποτε βήματα έχουν εξεταστεί.
- Χρησιμοποίηση έργων άγνωστης προέλευσης καθώς οι μαθητές νιώθουν πιο άνετα να αξιολογήσουν ένα τέτοιο έργο. Χρησιμοποιήσαμε στο τέλος της παρέμβασης δείγματα εργασιών παρουσιάζοντας θέματα από εξετάσεις προηγούμενων ετών στα οποία μπορούν να εφαρμοστούν συγκεκριμένα κριτήρια.
- Προσπαθήσαμε να ξεκινήσουμε από την εφαρμογή πιο εύκολων κριτηρίων και να προχωρήσουμε σιγά, σιγά σε πιο δύσκολα.
- Παρουσιάζαμε δείγματα εργασιών στην ολομέλεια της τάξης και ζητούσαμε από όλους τους μαθητές να συμπληρώσουν τη λίστα ελέγχου. Στη συνέχεια παρουσιάζαμε τη διαδικασία αξιολόγησης διορθώνοντας τυχόν παρανοήσεις ή παραλείψεις.

3.5 Περιορισμοί της Έρευνας

Η παρούσα έρευνα αποτελεί μελέτη περίπτωσης, οπότε τα αποτελέσματα δεν είναι γενικεύσιμα. Λόγω του μικρού δείγματος, συνολικά 96 μαθητές, της τυχαίας επιλογής των συμμετεχόντων, αφού το δείγμα προέκυψε βάσει προσβασιμότητας, καθώς και ότι η παρέμβαση πραγματοποιήθηκε μόνο από έναν εκπαιδευτικό, μπορούμε να χαρακτηρίσουμε την παρούσα έρευνα ως ψευδοπειραματική. Επιπλέον πρόκειται για μαθητές Α΄ και Β΄ Λυκείου, με εδραιωμένες διαδικασίες στρατηγικής και αντιμετώπισης μαθηματικών προβλημάτων. Επίσης, η διάρκεια της παρέμβασης ήταν μικρή, μόλις ένα ακαδημαϊκό τετράμηνο και με αρκετούς περιορισμούς λόγω των δεσμεύσεων του αναλυτικού προγράμματος που έπρεπε να ακολουθήσουμε. Ένας σημαντικός περιορισμός όπου επηρεάζει την αξιοπιστία και την εγκυρότητα της έρευνας είναι η μη δυνατότητα διενέργειας της έρευνας σε κατάλληλο δείγμα μαθητών και μαθητριών, το οποίο θα προέκυπτε από δειγματοληψία.

Σο σημείο αυτό να αναφέρουμε ότι η εκπαιδευτική διαδικασία στην ομάδα ελέγχου δεν υποβαθμίστηκε. Το περιεχόμενο της διδασκαλίας και των δύο ομάδων ήταν κοινό, χρησιμοποιήσαμε τα ίδια μέσα, όπως το σχολικό εγχειρίδιο, το επιπλέον διδακτικό υλικό, τη διαδυκτιακή πλατφόρμα που διαθέτει το σχολείο μας για ασύγχρονη επικοινωνία με τους μαθητές μας. Προσπαθήσαμε και στην συγκεκριμένη ομάδα να δημιουργήσουμε κατάλληλο κλίμα, χρησιμοποιήσαμε και εδώ διαδικασίες μοντελοποίησης διαδικασιών, ώστε να αναπτύξουμε τις γνωστικές δεξιότητες των μαθητών μας. Δεν εφαρμόσαμε κριτήρια ελέγχου διαδικασιών, συμπληρώνοντας κάποια λίστα ελέγχου και δεν χρησιμοποιήσαμε καθόλου την τεχνική της ετερο – αξιολόγησης.

Ερωτηματικό που προκύπτει από την εφαρμογή της συγκεκριμένης έρευνας είναι το κατά πόσο η διαφορά στην πρόοδο που εμφάνισαν οι μαθητές που συμμετείχαν στην πειραματική ομάδα, σε σύγκριση με την ομάδα ελέγχου, διατηρείται. Σκόπιμο λοιπόν είναι να ελέγξουμε τις διαφορές των μεταγνωστικών ικανοτήτων των μαθητών που συμμετείχαν στις δύο ομάδες στην αρχή και στο τέλος του επόμενου σχολικού έτους. Η εφαρμογή της έρευνας είναι αναγκαίο να πραγματοποιηθεί σε μεγαλύτερο αριθμό μαθητών, καθώς και σε περισσότερα από ένα σχολεία και σε περισσότερους εκπαιδευτικούς. Ενδιαφέρον έχει να εξετάσουμε τα αποτελέσματα αντίστοιχης παρέμβασης σε μαθητές διαφορετικών σχολικών βαθμίδων, όπως είναι το δημοτικό και το γυμνάσιο. Επίσης η εφαρμογή της έρευνας και σε άλλα διδακτικά αντικείμενα, πέρα των μαθηματικών, θα είχε μεγάλο ενδιαφέρον καθώς στην περίπτωση αυτή καθηγητές διαφορετικών ειδικοτήτων χρησιμοποιούν διαφορετικές διαδικασίες προσέγγισης της εκπαιδευτικής διαδικασίας και επιπλέον διαφοροποιείται το ενδιαφέρων των μαθητών.

Κεφάλαιο 4ο

Αποτελέσματα της Έρευνας

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζοουμε τα ευρήματα της έρευνας και τη στατιστική ανάλυση των δεδομένων. Θα παρουσιάσουμε τα δημογραφικά χαρακτηριστικά του δείγματος και την συσχέτιση των μεταβλητών. Οι αναλυτικοί πίνακες των συχνοτήτων καθώς και άλλα σημαντικά στατιστικά στοιχεία που μας βοηθήσαν για την αξιολόγηση και ερμηνεία των αποτελεσμάτων μας παρατίθενται στο παράρτημα σελίδες 168-189.

4.1 Δημογραφικά και Ακαδημαϊκά Χαρακτηριστικά

Το δείγμα μας αποτελείτο από δύο ομάδες σε κάθε τάξη, μία ομάδα ελέγχου και μία πειραματική. Στην Α΄ Λυκείου πραγματοποιήσαμε την έρευνα σε δύο αντικείμενα, άλγεβρα και γεωμετρία, ενώ στη Β΄ Λυκείου μόνο στο μάθημα της γεωμετρίας.

Θέλοντας να ελέγξουμε τον αριθμό των αγοριών και των κοριτσιών που συμμετέχουν στην ομάδα ελέγχου και στην πειραματική ομάδα, καθώς και τον αριθμό αυτών που συμμετέχουν στην Α΄ Λυκείου και αντίστοιχα στη Β΄ Λυκείου, πραγματοποιήσαμε τον έλεγχο Chi square (x^2). Οι πίνακες των αποτελεσμάτων παρατίθενται στο Παράρτημα σελίδα 168.

Τα κορίτσια που συμμετείχαν στην ομάδα ελέγχου είναι 21 και τα αγόρια 27, καθώς επίσης στην πειραματική ομάδα είναι 21 και 27 αντίστοιχα. Στην Α΄ Λυκείου, η ομάδα ελέγχου αποτελούταν από 11 κορίτσια και 16 αγόρια, ενώ η πειραματική ομάδα αποτελούταν από 10 κορίτσια και 17 αγόρια. Στη Β΄ Λυκείου στην ομάδα ελέγχου συμμετείχαν 10 κορίτσια και 11 αγόρια, ενώ στην πειραματική 11 κορίτσια και 10 αγόρια. Τα κορίτσια στο σύνολό τους ήταν 42 και τα αγόρια 54.

Θέλοντας να ελέγξουμε τους μέσους όρους των ακαδημαϊκών επιδόσεων των μαθητών ως προς το αν διαφέρουν σημαντικά χρησιμοποιήσαμε το μη συσχετισμένο έλεγχο t. Με δεδομένο ότι το πλήθος των μαθητών του δείγματός μας είναι μικρό και συγκεκριμένα 96 μαθητές και μαθήτριες χρησιμοποιήσαμε επιπλέον τον μη παραμετρικό έλεγχο Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test για δύο ανεξάρτητες μεταβλητές, με τη βοήθεια του οποίου συγκρίναμε τους μέσους όρους κατάταξης, θεωρώντας ότι η κλίμακα είναι διατακτική και όχι ισοδιαστημική.

Οι δύο ομάδες, ελέγχου και πειραματική προέκυψε ότι ακαδημαϊκά είναι σχεδόν ισοδύναμες. Έχουμε συμπεριλάβει επιδόσεις προηγουμένων ετών στα μαθηματικά και διαπιστώσαμε ότι οι διαφορές στις επιδόσεις τους είναι μικρές. Οι αναλυτικοί πίνακες τόσο των μη συσχετισμένων ελέγχων t όσο και των μη

παραμετρικών ελέγχων Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test παρατίθενται λεπτομερώς στο Παράρτημα, σελίδες 168-189.

Συγκεκριμένα για να ελέγξουμε την ομοιογένεια του δείγματος χρησιμοποιήσαμε για μεν τους μαθητές της Α' Λυκείου τις επιδόσεις τους στα τρία τρίμηνα της γ΄ γυμνασίου, οι οποίες προέκυψαν από τον προφορικό βαθμό με τον οποίο αξιολογεί ο εκπαιδευτικός την καθημερινή προσπάθεια του μαθητή στην τάξη, τη συνέπεια παράδοσης των εργασιών στα χρονοδιαγράμματα που ο εκπαιδευτικός ορίζει καθώς και την βαθμολογία του διαγωνίσματος σε κάθε τρίμηνο και τέλος τον βαθμό των γραπτών προαγωγικών εξετάσεων. Έτσι λοιπόν προέκυψε ο μέσος όρος της βαθμολογίας, αποτελώντας στη συνέχεια αυτό που θα αποκαλούμε «προηγούμενη επίδοση». Για τους μαθητές της Β΄ Λυκείου αντίστοιχα η «προηγούμενη επίδοση» προέκυψε από τον μέσο όρο των βαθμολογιών που κατείχαν οι μαθητές από την Α΄ Λυκείου στα δύο μαθήματα, άλγεβρα και γεωμετρία. Και στη συγκεκριμένη περίπτωση λάβαμε υπόψη τις αντίστοιχες προφορικές βαθμολογίες των δύο τετραμήνων, των διαγωνισμάτων των δύο τετραμήνων καθώς επίσης και τον βαθμό του διαγωνίσματος των τελικών προαγωγικών εξετάσεων.

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα των μη συσχετισμένων ελέγχων t και των μη παραμετρικών ελέγχων, για την προηγούμενη επίδοση στο σύνολο των μαθητών του δείγματος, και ανά τάξη, με κριτήριο τη συμμετοχή τους στην ομάδα ελέγχου ή στην πειραματική ομάδα, Πίνακας 1.

Η ισοδυναμία των δύο ομάδων επαληθεύεται από τα δεδομένα που παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 1).

Πίνακας 1 Προηγούμενη ακαδημαϊκή επίδοση

	Ομάδα	N	$\bar{x}$	SD	t	p
Συνολικό δείγμα	Ομάδα Ελέγχου	48	73.45	17.43	3.76	0.084
	Πειραματική Ομάδα	48	79.30	15.315		
Μαθητές Α΄ Λυκείου	Ομάδα Ελέγχου	27	79.45	12.59	-1,253	0,709
	Πειραματική Ομάδα	27	83.9	26.06		
Μαθητές Β΄ Λυκείου	Ομάδα Ελέγχου	21	65.79	20.51	-1.418	0.164
	Πειραματική Ομάδα	21	73.93	16.49		

Με βάση τα αποτελέσματα του στατιστικού ελέγχου t, διαφαίνεται ότι δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές στο σύνολο των μαθητών (t=3.76, df=94, p=0.444) στο μέσο όρο επίδοσης της ομάδας ελέγχου (M=73.45, SD=17.43) από το μέσο όρο επίδοσης της πειραματικής ομάδας (M=79.30, SD=15.315) στην προηγούμενη ακαδημαϊκή επίδοση των μαθητών του συνολικού δείγματος, σε επίπεδο α=0.05. Χρησιμοποιώντας μη παραμετρικό έλεγχο Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test διαπιστώσαμε ότι οι δύο ομάδες των μαθητών του συνολικού δείγματος δεν διαφέρουν σημαντικά στην προηγούμενη ακαδημαϊκή επίδοση (Kolmogorov-Smirnov, z=0.816, p=0.518). Αντίστοιχα για τους μαθητές της Α΄ Λυκείου, διαπιστώσαμε ότι δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές (t= -1.253, df=52, p=0.576) στο μέσο όρο επίδοσης της ομάδας ελέγχου (M=79,45, SD=12.59) από το

μέσο όρο επίδοσης της πειραματικής ομάδας (M=83.90, SD=26.06) στην προηγούμενη ακαδημαϊκή επίδοση των μαθητών της Α΄ Λυκείου, σε επίπεδο α=0.05. Χρησιμοποιώντας μη παραμετρικό έλεγχο Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test διαπιστώνουμε ότι οι δύο ομάδες των μαθητών του συνολικού δείγματος δεν διαφέρουν σημαντικά στην προηγούμενη ακαδημαϊκή επίδοση (Kolmogorov-Smirnov, z= 0.680, p=0.744). Επιπρόσθετα για τους μαθητές της Β΄ Λυκείου με βάση τα αποτελέσματα του στατιστικού ελέγχου t, προκύπτει ότι δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές (t= -1.418, df=40, p=0.191) στο μέσο όρο επίδοσης της ομάδας ελέγχου (M=65.79, SD=20.51) από το μέσο όρο επίδοσης της πειραματικής ομάδας (M=73.93, SD=16.49) στην προηγούμενη ακαδημαϊκή επίδοση των μαθητών της Β΄ Λυκείου, σε επίπεδο α=0.05. Χρησιμοποιώντας μη παραμετρικό έλεγχο Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test διαπιστώνουμε ότι οι δύο ομάδες των μαθητών του συνολικού δείγματος δεν διαφέρουν σημαντικά στην προηγούμενη ακαδημαϊκή επίδοση (Kolmogorov-Smirnov, z=0.926, p=0.358).

Μπορούμε λοιπόν να ισχυριστούμε ότι η μέθοδος που χρησιμοποιήσαμε ήταν πειραματική διαδικασία και όχι ψευδοπειραματική.

4.2 Ακαδημαϊκές Επιδόσεις Μαθητών στα Μεταγνωστικά Δοκίμια

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα των μη συσχετισμένων ελέγχων t και μη παραμετρικών ελέγχων, για την ακαδημαϊκή επίδοση των μαθητών στα μαθηματικά δοκίμια που χρησιμοποιήσαμε στην αρχή και στο τέλος της πειραματικής διαδικασίας, στο σύνολο των μαθητών του δείγματος, και ανά τάξη, με κριτήριο τη συμμετοχή τους στην ομάδα ελέγχου ή στην πειραματική ομάδα, καθώς και το φύλο.

4.2.1 Ακαδημαϊκές Επιδόσεις Μεταγνωστικά Δοκίμια-Ομάδα

Πραγματοποιήσαμε μη συσχετισμένο έλεγχο t, καθώς και μη παραμετρικό έλεγχο Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test για δύο ανεξάρτητες μεταβλητές με σκοπό να ελέγξουμε αν οι μέσοι όροι των ακαδημαϊκών επιδόσεων του συνόλου των μαθητών διαφέρουν σημαντικά ο ένας από τον άλλο με κριτήριο τη συμμετοχή τους στην ομάδα ελέγχου ή στην πειραματική ομάδα, Πίνακας 2.

Πίνακας 2 Δοκίμια μαθηματικών, επίδοση συνόλου μαθητών-Ομάδα

	Ομάδα	N	$\bar{x}$	SD	t	p
Pre test Algebra	Ομάδα Ελέγχου	48	58.85	23.939	-0.982	0.331
	Πειραματική Ομάδα	48	65.52	25.928		
Post test Algebra	Ομάδα Ελέγχου	48	71.96	21.913	-1.485	0.143
	Πειραματική Ομάδα	48	80.30	19.223		
Pre test geometry	Ομάδα Ελέγχου	48	59.19	28.622	-2.678	**0.009**
	Πειραματική Ομάδα	48	72.98	21.300		
Post test Geometry	Ομάδα Ελέγχου	48	58.62	31.890	-1.902	0.060
	Πειραματική Ομάδα	48	82.67	81.574		

Στηριζόμενοι στα δεδομένα του Πίνακα 2 διαπιστώνουμε ότι στο μάθημα της Άλγεβρας δεν παρατηρούμε διαφορές στις επιδόσεις των μαθητών που συμμετέχουν στις δύο ομάδες ελέγχου και πειραματική. Αντίθετα στο μάθημα της γεωμετρίας υπάρχουν διαφορές στο μαθηματικό δοκίμιο που δόθηκε στους μαθητές στην αρχή της πειραματικής διαδικασίας, ενώ στο δεύτερο δεν υπάρχουν διαφορές.

Επιπρόσθετα εμφανίζεται πρόοδος στις επιδόσεις των μαθητών και των δύο ομάδων συγκρίνοντας τις επιδόσεις στο αρχικό και τελικό τεστ και στα δύο μαθήματα με εξαίρεση την ομάδα ελέγχου όπου εμφανίζει μία μικρή υποχώρηση στο μάθημα της γεωμετρίας.

Χρησιμοποιώντας μη παραμετρικό έλεγχο Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test διαπιστώνουμε ότι οι δύο ομάδες των μαθητών του συνολικού δείγματος δεν διαφέρουν σημαντικά στις ακαδημαϊκές επιδόσεις των μαθηματικών δοκιμίων. Τα αποτελέσματα των συγκεκριμένων test παρατίθενται αναλυτικά στο Παράρτημα, σελίδες 168-189.

Συνεχίζουμε παρουσιάζοντας τα αποτελέσματα των μη συσχετισμένων ελεγχων t, καθώς και μη παραμετρικού ελεγχου Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test για δύο ανεξάρτητες μεταβλητές με σκοπό να ελέγξουμε αν οι μέσοι όροι των ακαδημαϊκών επιδόσεων των μαθητών της Α΄ Λυκείου διαφέρουν σημαντικά ο ένας από τον άλλο με κριτήριο τη συμμετοχή τους στην ομάδα ελέγχου ή στην πειραματική ομάδα, Πίνακας 3.

	Ομάδα	**N**	$\bar{x}$	**SD**	**t**	**p**
Pre test Algebra	Ομάδα Ελέγχου	27	58.85	23.939	-0.982	0.6667
	Πειραματική Ομάδα	27	65.52	25.928		
Post test Algebra	Ομάδα Ελέγχου	27	71.96	21.913	-1.485	0.143
	Πειραματική Ομάδα	27	80.30	19.223		
Pre test geometry	Ομάδα Ελέγχου	27	67.74	24.302	-2.191	**0.033**
	Πειραματική Ομάδα	27	80.56	18.253		
Post test Geometry	Ομάδα Ελέγχου	27	59.59	28.853	-2.723	**0.009**
	Πειραματική Ομάδα	27	78.63	22.072		

Πίνακας 3 Α΄ Λυκείου-Δοκίμια μαθηματικών-Ομάδα

Δεν παρατηρούμε διαφορές στις επιδόσεις των μαθητών που συμμετέχουν στις δύο ομάδες ελέγχου και πειραματική. Μοναδική εξαίρεση φαίνεται να αποτελεί το τεστ στο μάθημα της γεωμετρίας που δόθηκε στην πρώτη φάση της διαδικασίας, πριν ξεκινήσει η παρέμβαση με την πειραματική ομάδα. Αντιθέτως στο δεύτερο τεστ γεωμετρίας που δόθηκε στο τέλος της διαδικασίας, οι δύο ομάδες δεν εμφανίζουν σημαντικές διαφορές.

Επιπρόσθετα διαπιστώνουμε ότι εμφανίζεται πρόοδος στις επιδόσεις των μαθητών και των δύο ομάδων συγκρίνοντας τις επιδόσεις στο αρχικό και τελικό τεστ στο μάθημα της άλγεβρας, ενώ στο μάθημα της γεωμετρίας εμφανίζεται μικρή πτώση στην αντίστοιχη σύγκριση.

Χρησιμοποιώντας μη παραμετρικό έλεγχο Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test διαπιστώνουμε ότι οι δύο ομάδες των μαθητών της Α΄ Λυκείου δεν διαφέρουν σημαντικά στις ακαδημαϊκές επιδόσεις των μαθηματικών δοκιμίων με εξαίρεση το αρχικό δοκίμιο στο μάθημα της γεωμετρίας. Τα αποτελέσματα των συγκεκριμένων test παρατίθενται αναλυτικά στο Παράρτημα, σελίδες 168-189.

4.2.2 Ακαδημαϊκές Επιδόσεις Μεταγνωστικά Δοκίμια-Φύλο

Συνεχίζουμε παρουσιάζοντας τα αποτελέσματα των μη συσχετισμένων ελεγχων t, καθώς και μη παραμετρικού έλεγχου Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test για δύο ανεξάρτητες μεταβλητές με σκοπό να ελέγξουμε αν οι μέσοι όροι των ακαδημαϊκών επιδόσεων των μαθητών της Α΄ Λυκείου διαφέρουν σημαντικά ο ένας από τον άλλο με κριτήριο αυτή τη φορά το φύλο, Πίνακας 4.

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του παρακάτω πίνακα, διαπιστώνουμε ότι σε γενικές γραμμές δεν παρατηρούνται στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ αγορών και κοριτσιών με εξαίρεση και πάλι το τεστ στο μάθημα της γεωμετρίας που δόθηκε στην πρώτη φάση της διαδικασίας, όπου παρατηρεί κανείς μία σημαντική υπεροχή των κοριτσιών.

Πίνακας 4 Α΄ Λυκείου-Δοκίμια μαθηματικών-Φύλο

	Φύλο	N	$\bar{x}$	SD	t	p
Pre test Algebra	Κορίτσι	21	68.48	22.440	1.496	0.141
	Αγόρι	33	58.18	25.949		
Post test Algebra	Κορίτσι	21	79.81	17.238	1.036	0.305
	Αγόρι	33	73.79	22.791		
Pre test geometry	Κορίτσι	21	81.81	15.826	2.284	**0.026**
	Αγόρι	33	69.27	24.500		
Post test Geometry	Κορίτσι	21	75.43	23.434	1.373	0.176
	Αγόρι	33	65.09	28.966		

Αξίζει να παρατηρήσει κανείς μία σταθερή υπεροχή των κοριτσιών στις μέσες τιμές όλων των τεστ, όμως η διακύμανση είναι μικρότερη.

Αντίστοιχα παρατηρούμε ότι εμφανίζεται πρόοδος στις επιδόσεις των μαθητών και των δύο φύλλων συγκρίνοντας τις επιδόσεις τους ανάμεσα στο αρχικό και στο τελικό τεστ για το μάθημα της άλγεβρας, ενώ στο μάθημα της γεωμετρίας εμφανίζεται μικρή πτώση στην αντίστοιχη σύγκριση.

Χρησιμοποιώντας μη παραμετρικό έλεγχο Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test διαπιστώνουμε ότι οι δύο ομάδες των μαθητών της Α΄ Λυκείου δεν διαφέρουν σημαντικά στις ακαδημαϊκές επιδόσεις των μεταγνωστικών δοκιμίων, με εξαίρεση το αρχικό δοκίμιο στο μάθημα της γεωμετρίας. Τα αποτελέσματα των συγκεκριμένων test παρατίθενται αναλυτικά στο Παράρτημα, σελίδες 168-189.

Συνεχίζουμε παρουσιάζοντας τα αποτελέσματα των μη συσχετισμένων έλεγχων t, καθώς και μη παραμετρικού έλεγχου Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test για δύο ανεξάρτητες μεταβλητές με σκοπό να ελέγξουμε αν οι μέσοι όροι των ακαδημαϊκών επιδόσεων των μαθητών της Β΄ Λυκείου διαφέρουν σημαντικά ο ένας από τον άλλο με κριτήριο τη συμμετοχή τους στην ομάδα ελέγχου ή στην πειραματική ομάδα, Πίνακας 5.

Πίνακας 5 Β΄ Λυκείου-Δοκίμια μαθηματικών-Ομάδα

	Ομάδα	**N**	$\bar{x}$	**SD**	**t**	**p**
Pre test Geometry	Ομάδα Ελέγχου	21	48.19	30.523	-1.851	0.072
	Πειραματική Ομάδα	21	63.24	21.352		
Post test Geometry	Ομάδα Ελέγχου	21	57.38	36.121	--1.095	0.280
	Πειραματική Ομάδα	21	87.86	12.222		

Αρχικά να θυμίσουμε ότι τα δεδομένα μας αφορούν μόνο το μάθημα της γεωμετρίας. Μελετώντας τον παραπάνω πίνακα μπορεί κάποιος να παρατηρήσει ότι υπάρχουν διαφορές στις επιδόσεις των μαθητών που συμμετέχουν στις δύο ομάδες ελέγχου και πειραματική στο αρχικό δοκίμιο, ενώ στο δεύτερο δοκίμιο δεν υπάρχουν διαφορές.

Επιπλέον παρατηρούμε σημαντική πρόοδο στις επιδόσεις των μαθητών και των δύο ομάδων συγκρίνοντας τις επιδόσεις στο αρχικό και τελικό τεστ στο μάθημα της γεωμετρίας, ενώ ταυτόχρονα μειώνεται η διακύμανση των αποτελεσμάτων.

Χρησιμοποιώντας μη παραμετρικό έλεγχο Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test διαπιστώνουμε ότι οι δύο ομάδες μαθητών διαφέρουν σημαντικά στο αρχικό test γεωμετρίας. Τα αποτελέσματα των συγκεκριμένων test παρατίθενται αναλυτικά στο

Παράρτημα, σελίδες 168-189.

Συνεχίζουμε παρουσιάζοντας τα αποτελέσματα των μη συσχετισμένων έλεγχων t, καθώς και μη παραμετρικού έλεγχου Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test για δύο ανεξάρτητες μεταβλητές με σκοπό να ελέγξουμε αν οι μέσοι όροι των ακαδημαϊκών επιδόσεων των μαθητών της Β΄ Λυκείου διαφέρουν σημαντικά ο ένας από τον άλλο με κριτήριο αυτή τη φορά το φύλο, Πίνακας 6.

Πίνακας 6 Β΄ Λυκείου-Δοκίμια μαθηματικών-Φύλο

	Φύλο	**N**	$\bar{x}$	**SD**	**t**	**p**
Pre test Geometry	Κορίτσι	21	54.62	27.850	-0.259	0.797
	Αγόρι	21	56.81	26.986		
Post test Geometry	Κορίτσι	21	85.38	12.221	0.913	0.367
	Αγόρι	21	59.86	38.435		

Δεν παρατηρούνται στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ αγορών και κοριτσιών και στα δύο μαθηματικά δοκίμια που αφορούν το μάθημα της γεωμετρίας. Αξίζει όμως να παρατηρήσει κανείς ότι υπάρχει πολύ μεγάλη βελτίωση στις επιδόσεις των κοριτσιών με μικρή διακύμανση, δίνοντάς μας την εικόνα ότι η επίδοσή τους στο δεύτερο δοκίμιο εμφανίζει αποτελέσματα από καλά έως άριστα και μεγάλη ομοιογένεια στον πληθυσμό των κοριτσιών. Για τα αγόρια από την άλλη πλευρά εμφανίζεται διαφορετική εικόνα με πολύ μικρή βελτίωση στο μέσο όρο και πολύ μεγάλη διακύμανση, κατά συνέπεια μας επιτρέπει να διαπιστώσουμε ότι το δείγμα των αγοριών εμφανίζει πολύ μεγάλη ανομοιογένεια.

Αντίστοιχα παρατηρούμε ότι εμφανίζεται πρόοδος στις επιδόσεις των μαθητών και των δύο φύλλων συγκρίνοντας τις επιδόσεις τους ανάμεσα στο αρχικό και στο τελικό τεστ για το μάθημα της άλγεβρας, ενώ στο μάθημα της γεωμετρίας εμφανίζεται μικρή

πτώση στην αντίστοιχη σύγκριση.

Χρησιμοποιώντας μη παραμετρικό έλεγχο Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test διαπιστώνουμε ότι οι δύο ομάδες των μαθητών της Β΄ Λυκείου δεν διαφέρουν σημαντικά στις ακαδημαϊκές επιδόσεις των μεταγνωστικών δοκιμίων στο μάθημα της γεωμετρίας. Τα αποτελέσματα των συγκεκριμένων test παρατίθενται αναλυτικά στο Παράρτημα, σελίδες 168-189.

4.3 Μεταγνωστικές Επιδόσεις Μαθητών στα Μεταγνωστικά Δοκίμια

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιάσουμε τη συμπεριφορά των μαθητών του δείγματός μας σε ότι αφορά το prediction και το evaluation σε σχέση με το result και για τα δύο αντικείμενα που διδάσκονται οι μαθητές. Να θυμηθούμε στο σημείο αυτό ότι για τη συσχέτιση της πρόβλεψης και της αξιολόγησης των μαθητών σε σχέση με το αποτέλεσμα στα ερωτήματα που απάντησαν στα μαθηματικά δοκίμια χρησιμοποιήσαμε μία τριτοβάθμια κλίμακα, για την οποία συζητήσαμε στην παράγραφο 2.9 του κεφαλαίου που αναφέρεται στη μεθοδολογία της έρευνας.

Ενδεικτικά αναφέρουμε τη διαδικασία:

Αν ένας μαθητής έχει προβλέψει ότι είναι πολύ σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση, άρα έχουμε καταχωρήσει τον αριθμό 1 στη στήλη prediction και έχει απαντήσει σωστά, άρα έχουμε καταχωρήσει 1 στη στήλη result, τότε στη στήλη mc_algebra_pred_res καταχωρούμε την τιμή 2.

Αν ένας μαθητής έχει προβλέψει ότι είναι πολύ σίγουρος ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση, άρα έχουμε καταχωρήσει τον αριθμό 4 στη στήλη prediction και έχει απαντήσει λάθος άρα έχουμε καταχωρήσει 0 στη στήλη result, τότε στη στήλη mc_algebra_pred_res καταχωρούμε την τιμή 2.

Αν ένας μαθητής έχει προβλέψει ότι είναι πολύ σίγουρος ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση, άρα έχουμε καταχωρήσει τον αριθμό 4 στη στήλη prediction και έχει απαντήσει σωστά άρα έχουμε καταχωρήσει 1 στη στήλη result, τότε στη στήλη mc_algebra_pred_res καταχωρούμε την τιμή 0.

Αν ένας μαθητής έχει προβλέψει ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση, άρα έχουμε καταχωρήσει τον αριθμό 1 στη στήλη prediction και έχει απαντήσει λάθος, άρα έχουμε καταχωρήσει 0 στη στήλη result, τότε στη στήλη mc_algebra_pred_res καταχωρούμε την τιμή 0.

Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση δηλαδή αν ο μαθητής έχει προβλέψει νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση ή νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση. άρα έχουμε καταχωρήσει τον αριθμό 2 ή 3 στη στήλη prediction και έχει απαντήσει σωστά άρα έχουμε καταχωρήσει 1 στη στήλη result ή έχει απαντήσει λάθος και έχουμε καταχωρήσει 0, τότε στη στήλη mc_algebra_pred_res καταχωρούμε την τιμή 1.

4.3.1 Μεταγνωστικές Επιδόσεις Μεταγνωστικά Δοκίμια-Ομάδα

Αρχικά θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα των μη συσχετισμένων έλεγχων t, καθώς και μη παραμετρικού έλεγχου Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test για δύο ανεξάρτητες μεταβλητές με σκοπό να ελέγξουμε αν οι μέσοι όροι των μεταγνωστικών επιδόσεων των μαθητών της Α΄ Λυκείου διαφέρουν σημαντικά ο ένας από τον άλλο με κριτήριο τη συμμετοχή τους στην ομάδα ελέγχου ή στην πειραματική ομάδα, Πίνακας 7.

Στηριζόμενοι στα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στον επόμενο πίνακα, (Πίνακας 7) δεν παρατηρούμε διαφορές στις μεταγνωστικές επιδόσεις των μαθητών που συμμετέχουν στις δύο ομάδες ελέγχου και πειραματική στο πρώτο κομμάτι της μεταγνωστικής αξιολόγησης μεταξύ της πρόβλεψης και του αποτελέσματος. Μοναδική εξαίρεση αποτελεί το αρχικό τεστ στο μάθημα της άλγεβρας. Αντιθέτως στο δεύτερο τεστ άλγεβρας που δόθηκε στο τέλος της διαδικασίας, οι δύο ομάδες δεν εμφανίζουν σημαντικές διαφορές.

Επιπρόσθετα διαπιστώνουμε ότι στο μάθημα της άλγεβρας εμφανίζεται πρόοδος στις μεταγνωστικές επιδόσεις των μαθητών της πειραματικής ομάδας, ενώ για την ομάδα ελέγχου υπάρχει μικρή μείωση δίχως μεγάλες διαφορές στις διακυμάνσεις. Για το μάθημα της γεωμετρίας παρατηρούμε αρνητική εξέλιξη και στις δύο ομάδες.

Χρησιμοποιώντας μη παραμετρικό έλεγχο Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test διαπιστώνουμε ότι οι δύο ομάδες των μαθητών του δείγματος δεν διαφέρουν σημαντικά στις μεταγνωστικές επιδόσεις των δοκιμίων. Τα αποτελέσματα

των συγκεκριμένων test παρατίθενται αναλυτικά στο Παράρτημα, σελίδες 168-189.

Πίνακας 7 Α΄ Λυκείου (Prediction-Result) -Μεταγνωστικές επιδόσεις-Ομάδα

Prediction-Result	Ομάδα	N	$\bar{x}$	SD	t	p
MC Pre test Algebra	Ομάδα Ελέγχου	27	1.278	0.3203	-0.579	0.566
	Πειραματική Ομάδα	27	1.343	0.4861		
MC Post test Algebra	Ομάδα Ελέγχου	27	1.222	0.3581	-1.853	0.069
	Πειραματική Ομάδα	27	1.416	0.4072		
MC Pre test geometry	Ομάδα Ελέγχου	27	1.204	0.3180	-1.602	0.115
	Πειραματική Ομάδα	27	1.446	0.3331		
MC Post test Geometry	Ομάδα Ελέγχου	27	1.194	0.2555	-2.361	**0.022**
	Πειραματική Ομάδα	27	1.375	0.3042		

Στηριζόμενοι στα αποτελέσματα του επόμενου πίνακα (Πίνακας 8), δεν παρατηρούμε διαφορές στις μεταγνωστικές επιδόσεις των μαθητών που συμμετέχουν στις δύο ομάδες ελέγχου και πειραματική στο δεύτερο κομμάτι της μεταγνωστικής αξιολόγησης μεταξύ του αποτελέσματος και της αξιολόγησης.

Πίνακας 8 Α΄ Λυκείου (Result-Evaluation) -Μεταγνωστικές επιδόσεις-Ομάδα

Result-Evaluation	Ομάδα	N	$\bar{x}$	SD	t	p
MC Pre test Algebra	Ομάδα Ελέγχου	27	1.454	0.2945	0.213	0.833
	Πειραματική Ομάδα	27	1.435	0.3439		
MC Post test Algebra	Ομάδα Ελέγχου	27	1.420	0.2762	-1.105	0.274
	Πειραματική Ομάδα	27	1.502	0.2711		
MC Pre test geometry	Ομάδα Ελέγχου	27	1.346	0.2884	-2.191	**0.033**
	Πειραματική Ομάδα	27	1.444	0.4082		
MC Post test Geometry	Ομάδα Ελέγχου	27	1.366	0.2920	-2.229	**0.030**
	Πειραματική Ομάδα	27	1.574	0.3880		

Μία ακόμη παρατήρηση που μπορούμε και πάλι να κάνουμε είναι ότι στο μάθημα της άλγεβρας εμφανίζεται πρόοδος στις μεταγνωστικές επιδόσεις των μαθητών της πειραματικής ομάδας ενώ για την ομάδα ελέγχου υπάρχει μικρή μείωση δίχως μεγάλες διαφορές στις διακυμάνσεις. Για το μάθημα της γεωμετρίας παρατηρούμε αρνητική εξέλιξη και στις δύο ομάδες.

Χρησιμοποιώντας μη παραμετρικό έλεγχο Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test διαπιστώνουμε ότι οι δύο ομάδες των μαθητών του δείγματος δεν διαφέρουν σημαντικά στο δεύτερο μέρος των μεταγνωστικών δοκιμίων. Τα αποτελέσματα των συγκεκριμένων test παρατίθενται αναλυτικά στο Παράρτημα, σελίδες 168-189.

4.3.2 Μεταγνωστικές Επιδόσεις Μεταγνωστικά Δοκίμια-Φύλο

Αρχικά θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα των μη συσχετισμένων έλεγχων t, καθώς και μη παραμετρικού έλεγχου Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test για δύο ανεξάρτητες μεταβλητές με σκοπό να ελέγξουμε αν οι μέσοι όροι των μεταγνωστικών επιδόσεων των μαθητών της Α΄ Λυκείου διαφέρουν σημαντικά ο ένας από τον άλλο με κριτήριο το φύλο.

- **Α΄ Λυκείου Πρόβλεψη – Αποτέλεσμα - Αξιολόγηση ως προς το Φύλο**

Στηριζόμενοι στα δεδομένα του παρακάτω πίνακα, (Πίνακας 9) διαπιστώνουμε ότι δεν παρατηρούμε διαφορές στις μεταγνωστικές επιδόσεις των αγοριών και των κοριτσιών στο πρώτο κομμάτι της μεταγνωστικής αξιολόγησης μεταξύ της πρόβλεψης και του αποτελέσματος.

Μία ακόμη παρατήρηση που μπορούμε να κάνουμε είναι ότι εμφανίζεται μείωση στις μεταγνωστικές επιδόσεις των κοριτσιών ενώ σε ότι αφορά τα αγόρια υπάρχει μικρή αύξηση στη μέση τιμή και τη διακύμανση των αποτελεσμάτων.

Χρησιμοποιώντας μη παραμετρικό έλεγχο Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test διαπιστώνουμε ότι οι δύο ομάδες των μαθητών του δείγματος δεν διαφέρουν σημαντικά στο πρώτο μέρος των μεταγνωστικών επιδόσεων των δοκιμίων. Τα αποτελέσματα των συγκεκριμένων test παρατίθενται αναλυτικά στο Παράρτημα, σελίδες 168-189.

Πίνακας 9 Α΄ Λυκείου (Prediction-Result) -Μεταγνωστικές επιδόσεις-Φύλο

Prediction-Result	Φύλο	N	$\bar{x}$	SD	t	p
MC Pre test Algebra	Κορίτσι	21	1.417	0.3385	1.546	0.128
	Αγόρι	33	1.242	0.4397		
MC Post test Algebra	Κορίτσι	21	1.354	0.3922	0.528	0.600
	Αγόρι	33	1.296	0.3964		
MC Pre test geometry	Κορίτσι	21	1.349	0.2522	1.332	0.189
	Αγόρι	33	1.227	0.3676		
MC Post test Geometry	Κορίτσι	21	1.304	0.2893	1.390	0.710
	Αγόρι	33	1.273	0.2988		

Μελετώντας τον παρακάτω πίνακα, (Πίνακας 10) προκύπτει το συμπέρασμα ότι δεν υπάρχουν διαφορές στις μεταγνωστικές επιδόσεις των αγοριών και κοριτσιών στο δεύτερο κομμάτι της μεταγνωστικής αξιολόγησης μεταξύ του αποτελέσματος και της αξιολόγησης, με εξαίρεση τα αγόρια στο αρχικό δοκίμιο που δόθηκε στο μάθημα της άλγεβρας όπου εμφανίζεται οριακά διαφορά.

Μία ακόμη παρατήρηση που μπορούμε και πάλι να κάνουμε είναι τα κορίτσια εμφανίζουν πρόοδο τόσο στην άλγεβρα όσο και στη γεωμετρία, ενώ τα αγόρια εμφανίζουν ύφεση στην άλγεβρα και πρόοδο στη γεωμετρία.

Χρησιμοποιώντας μη παραμετρικό έλεγχο Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test διαπιστώνουμε ότι οι δύο ομάδες των μαθητών του δείγματος δεν διαφέρουν σημαντικά στο δεύτερο μέρος των μεταγνωστικών επιδόσεων των

δοκιμίων. Τα αποτελέσματα των συγκεκριμένων test παρατίθενται αναλυτικά στο Παράρτημα, σελίδες 168-189.

Πίνακας 10 Α΄ Λυκείου (Result-Evaluation) -Μεταγνωστικές επιδόσεις-Φύλο

Result-Evaluation	Φύλο	N	$\bar{x}$	SD	t	p
MC Pre test Algebra	Κορίτσι	21	1.452	0.2452	1.158	0.875
	Αγόρι	33	1.439	0.3592		
MC Post test Algebra	Κορίτσι	21	1.524	0.2463	1.355	0.181
	Αγόρι	33	1.421	0.2870		
MC Pre test geometry	Κορίτσι	21	1.437	0.3632	-2.191	**0.033**
	Αγόρι	33	1.369	0.3505		
MC Post test Geometry	Κορίτσι	21	1.554	0.4249	1.390	0.171
	Αγόρι	33	1.417	0.2992		

- **Β΄ Λυκείου πρόβλεψη-αποτέλεσμα-αξιολόγηση ως προς την ομάδα**

Θα συνεχίσουμε παρουσιάζοντας τα αποτελέσματα των μη συσχετισμένων έλεγχων t, καθώς και μη παραμετρικού έλεγχου Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test για δύο ανεξάρτητες μεταβλητές με σκοπό να ελέγξουμε αν οι μέσοι όροι των μεταγνωστικών επιδόσεων των μαθητών της Β΄ Λυκείου διαφέρουν σημαντικά ο ένας από τον άλλο με κριτήριο τη συμμετοχή τους στην ομάδα ελέγχου ή στην πειραματική ομάδα, Πίνακες 11, 12.

Πίνακας 11. Β΄ Λυκείου (Prediction-Result) -Μεταγνωστικές επιδόσεις-Ομάδα

Prediction-Result	Ομάδα	N	$\bar{x}$	SD	t	p
MC Pre test geometry	Ομάδα Ελέγχου	21	1.179	0.2866	-0.563	0.577
	Πειραματική Ομάδα	21	1.238	0.3911		
MC Post test Geometry	Ομάδα Ελέγχου	21	1.538	0.2459	1.554	0.128
	Πειραματική Ομάδα	21	1.390	0.3590		

Πίνακας 12 Β΄ Λυκείου (Result-Evaluation) -Μεταγνωστικές επιδόσεις-Ομάδα

Result-Evaluation	Ομάδα	N	$\bar{x}$	SD	t	p
MC Pre test geometry	Ομάδα Ελέγχου	21	1.286	0.2771	-0.977	0.334
	Πειραματική Ομάδα	21	1.381	0.3502		
MC Post test Geometry	Ομάδα Ελέγχου	21	1.748	0.1887	0.644	0.523
	Πειραματική Ομάδα	21	1.710	0.1947		

Μελετώντας τα στοιχεία που περιέχονται στους παραπάνω πίνακες, (Πίνακας 11, Πίνακας 12), δεν παρατηρούμε διαφορές στις μεταγνωστικές επιδόσεις των μαθητών που συμμετέχουν στις δύο ομάδες, ελέγχου και πειραματική και στα δύο

κομμάτια της μεταγνωστικής αξιολόγησης μεταξύ της πρόβλεψης και του αποτελέσματος, καθώς και μεταξύ αποτελέσματος και αξιολόγησης.

Επιπρόσθετα παρατηρείται πρόοδος στις μεταγνωστικές επιδόσεις των μαθητών και των δύο ομάδων, φαίνεται όμως ότι υπερτερούν οι μαθητές που συμμετέχουν στην ομάδα ελέγχου.

Συμπληρωματικά παρατηρούμε ότι στη δεύτερη συσχέτιση που έχουμε κάνει ανάμεσα στο αποτέλεσμα και την αξιολόγηση είναι ότι στο δεύτερο δοκίμιο και οι δύο ομάδες έχουν σχηματίσει πολύ μεγάλη πρόοδο.

Χρησιμοποιώντας μη παραμετρικό έλεγχο Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test διαπιστώνουμε ότι οι δύο ομάδες των μαθητών της Β΄ Λυκείου δεν διαφέρουν σημαντικά στις μεταγνωστικές επιδόσεις των δοκιμίων στο μάθημα της γεωμετρίας. Τα αποτελέσματα των συγκεκριμένων test παρατίθενται αναλυτικά στο Παράρτημα, σελίδες 168-189.

- **Β΄ Λυκείου πρόβλεψη-αποτέλεσμα-αξιολόγηση ως προς το φύλο**

Θα συνεχίσουμε παρουσιάζοντας τα αποτελέσματα των μη συσχετισμένων ελεγχων t, καθώς και μη παραμετρικού ελεγχου Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test για δύο ανεξάρτητες μεταβλητές με σκοπό να ελέγξουμε αν οι μέσοι όροι των μεταγνωστικών επιδόσεων των μαθητών της Β΄ Λυκείου διαφέρουν σημαντικά ο ένας από τον άλλο με κριτήριο το φύλο, Πίνακας 13.

Πίνακας 13 Β΄ Λυκείου (Prediction-Result) -Μεταγνωστικές επιδόσεις-Φύλο

Result-Evaluation	Φύλο	N	$\bar{x}$	SD	T	p
MC Pre test geometry	Κορίτσι	21	1.298	0.3502	-0.729	0.470
	Αγόρι	21	1.369	0.2808		
MC Post test Geometry	Κορίτσι	21	1.686	0.1389	-1.480	0.147
	Αγόρι	21	1.771	0.2261		

Πίνακας 14 Β΄ Λυκείου (Result-Evaluation) -Μεταγνωστικές επιδόσεις-Φύλο

Prediction-Result	Φύλο	N	$\bar{x}$	SD	T	p
MC Pre test geometry	Κορίτσι	21	1.214	0.3472	0.112	0.911
	Αγόρι	21	1.202	0.3411		
MC Post test Geometry	Κορίτσι	21	1.424	0.2791	-0.835	0.409
	Αγόρι	21	1.505	0.3457		

Μελετώντας τους παραπάνω πίνακες, (Πίνακας 13, Πίνακας 14) διαπιστώνουμε ότι δεν υπάρχουν διαφορές στις μεταγνωστικές επιδόσεις των αγοριών και των κοριτσιών και στα δύο κομμάτια της μεταγνωστικής αξιολόγησης, μεταξύ της πρόβλεψης και του αποτελέσματος, καθώς και μεταξύ αποτελέσματος και

αξιολόγησης.

Επιπρόσθετα εμφανίζεται πρόοδος στις μεταγνωστικές επιδόσεις των μαθητών και των δύο φύλλων, φαίνεται όμως ότι υπερτερούν τα αγόρια.

Επιπλέον διαπιστώνουμε ότι στη δεύτερη συσχέτιση που έχουμε κάνει ανάμεσα στο αποτέλεσμα και την αξιολόγηση είναι ότι στο δεύτερο δοκίμιο και οι δύο ομάδες έχουν σχηματίσει πρόοδο έναντι του πρώτου, τα αγόρια όμως εμφανίζουν πολύ μεγάλη πρόοδο.

Χρησιμοποιώντας μη παραμετρικό έλεγχο Two – Sample Kolmogorov – Smirnov Test διαπιστώνουμε ότι τα αγόρια και τα κορίτσια της Β΄ Λυκείου δεν διαφέρουν σημαντικά στις μεταγνωστικές επιδόσεις των δοκιμίων στο μάθημα της γεωμετρίας. Τα αποτελέσματα των συγκεκριμένων test παρατίθενται αναλυτικά στο Παράρτημα, σελίδες 168-189.

4.4 Πρόοδος Μεταγνωστικών Επιδόσεων Μαθητών

Στο τελικό στάδιο εξαγωγής αποτελεσμάτων θέλουμε να ελέγξουμε τις διαφορές μεταξύ της ομάδας ελέγχου και της πειραματικής ομάδας, συνεκτιμώντας την τάξη και το φύλο των μαθητών του δείγματός μας.

Για να ελέγξουμε την πρόοδο των μαθητών μετά το τέλος της παρέμβασης στις επιδόσεις που αφορούν το μεταγνωστικό τους επίπεδο θα εκτιμήσουμε τη στατιστική σημαντικότητα της διαφοράς των μέσων όρων κατάταξης των επιδόσεών τους στη συσχέτιση που έχουμε καταγράψει μεταξύ της πρόβλεψης και της αξιολόγησης σε σχέση με το αποτέλεσμα, πραγματοποιώντας απαραμετρικό έλεγχο Mann Whitney Test.

Οι αναλυτικοί πίνακες των απαραμετρικών έλεγχων Mann Whitney παρατίθενται λεπτομερώς στο Παράρτημα, σελίδες 168-189.

Στους παρακάτω πίνακες παρουσιάζεται η πρόοδος στις μεταγνωστικές δεξιότητες των μαθητών και στα δύο επίπεδα συσχέτισης, αρχικά πρόβλεψη με αποτέλεσμα και στη συνέχεια αποτέλεσμα με αξιολόγηση.

Στους πίνακες 15 και 16 πραγματοποιούμε έλεγχο των μαθητών Α΄ και Β΄ Λυκείου αντίστοιχα, ως προς το αν εμφανίζουν στατιστικά σημαντικές διαφορές στις μεταγνωστικές επιδόσεις στο τέλος της παρέμβασης. Στο πρώτο μέρος της

μεταγνωστικής αξιολόγησης συσχετίζουμε την πρόβλεψη με το αποτέλεσμα.

Πίνακας 15 Μεταγνωστικές επιδόσεις μαθητών Α΄ Λυκείου στο τέλος της παρέμβασης

Prediction-Result	Ομάδα	N	Mean Rank	Mann-Whitney U	z	p
MC Post test Algebra	Ομάδα Ελέγχου	27	23.67	261.000	-1.806	**0.041**
	Πειραματική Ομάδα	27	31.33			
MC Post test Geometry	Ομάδα Ελέγχου	27	22.81	238.000	-2.210	**0.027**
	Πειραματική Ομάδα	27	32.19			
Result-Evaluation	**Ομάδα**	**N**	**Mean Rank**	**Mann-Whitney U**	**z**	**p**
MC Post test Algebra	Ομάδα Ελέγχου	21	25.85	320.000	-0.777	0.437
	Πειραματική Ομάδα	33	29.15			
MC Post test Geometry	Ομάδα Ελέγχου	21	23.17	247.500	-2.041	**0.041**
	Πειραματική Ομάδα	33	31.83			

Μελετώντας τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα, (Πίνακας 15) παρατηρούμε ότι οι επιδόσεις των μαθητών της Α΄ Λυκείου που συμμετέχουν στην πειραματική ομάδα είναι σημαντικά καλύτερες σε σχέση με τους μαθητές της ομάδας ελέγχου, και στα δύο μαθήματα. Στο δεύτερο μέρος της μεταγνωστικής αξιολόγησης

συσχετίζουμε το αποτέλεσμα με την αξιολόγηση. Μελετώντας τα αποτελέσματα του παρακάτω πίνακα (Πίνακας 15), παρατηρούμε ότι οι επιδόσεις των μαθητών της Α΄ Λυκείου, που συμμετέχουν στην πειραματική ομάδα είναι σημαντικά καλύτερες σε σχέση με τους μαθητές της ομάδας ελέγχου στο μάθημα της γεωμετρίας. Αντίθετα στο μάθημα της άλγεβρας δεν διαπιστώνουμε στατιστικά σημαντικές διαφορές.

Πίνακας 16 Μεταγνωστικές επιδόσεις μαθητών Β΄ Λυκείου στο τέλος της παρέμβασης

Prediction-Result	**Ομάδα**	**N**	**Mean Rank**	**Mann-Whitney U**	**Z**	**p**
MC Post test Geometry	Ομάδα Ελέγχου	21	24.31	161.500	-1.500	0.134
	Πειραματική Ομάδα	21	18.69			
Result-Evaluation	**Ομάδα**	**N**	**Mean Rank**	**Mann-Whitney U**	**Z**	**p**
MC Post test Geometry	Ομάδα Ελέγχου	21	22.95	190.000	-0.781	0.435
	Πειραματική Ομάδα	21	20.05			

Μελετώντας τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα, (Πίνακας 16) παρατηρούμε ότι επιδόσεις των μαθητών της Β΄ Λυκείου στο μάθημα της γεωμετρίας που συμμετέχουν στις δύο ομάδες, ελέγχου και πειραματική δεν εμφανίζουν στατιστικά σημαντικές διαφορές σε κανένα από τα δύο μέρη της μεταγνωστικής αξιολόγησης.

Στη συνέχεια μελετούμε αν εμφανίζουν στατιστικά σημαντικές διαφορές στις μεταγνωστικές επιδόσεις στο τέλος της παρέμβασης τα κορίτσια και τα αγόρια της Α΄ Λυκείου.

Πίνακας 17 Μεταγνωστικές επιδόσεις κοριτσιών Α΄ Λυκείου στο τέλος της παρέμβασης

Prediction-Result	**Ομάδα**	**N**	**Mean Rank**	**Mann-Whitney U**	**z**	**p**
MC Post test Algebra	Ομάδα Ελέγχου	11	11.32	51.500	-0.249	0.803
	Πειραματική Ομάδα	10	10.65			
MC Post test Geometry	Ομάδα Ελέγχου	11	11.68	47.500	-0.535	0.593
	Πειραματική Ομάδα	10	10.25			
Result-Evaluation	**Ομάδα**	**N**	**Mean Rank**	**Mann-Whitney U**	**z**	**p**
MC Post test Algebra	Ομάδα Ελέγχου	11	12.14	42.500	-0.890	0.374
	Πειραματική Ομάδα	10	9.75			
MC Post test Geometry	Ομάδα Ελέγχου	11	9.91	43.000	-0.855	0.393
	Πειραματική Ομάδα	10	12.20			

Μελετώντας τα αποτελέσματα του πίνακα 17, παρατηρούμε ότι επιδόσεις των κοριτσιών της Α΄ Λυκείου που συμμετέχουν στις δύο ομάδες, ελέγχου και πειραματική δεν εμφανίζουν στατιστικά σημαντικές διαφορές σε κανένα από τα δύο μέρη της μεταγνωστικής αξιολόγησης, σε κανένα από τα δύο μαθήματα.

Πίνακας 18 Μεταγνωστικές επιδόσεις αγοριών Α΄ Λυκείου στο τέλος της παρέμβασης

Prediction-Result	**Ομάδα**	**N**	**Mean Rank**	**Mann-Whitney U**	**z**	**p**
MC Post test Algebra	Ομάδα Ελέγχου	16	12.59	65.500	-2.564	**0.010**
	Πειραματική Ομάδα	17	21.15			
MC Post test Geometry	Ομάδα Ελέγχου	16	1150	48.000	--3.216	**0.001**
	Πειραματική Ομάδα	17	22.18			
Result-Evaluation	**Ομάδα**	**N**	**Mean Rank**	**Mann-Whitney U**	**z**	**p**
MC Post test Algebra	Ομάδα Ελέγχου	16	14.16	90.500	-1.656	0.098
	Πειραματική Ομάδα	17	19.68			
MC Post test Geometry	Ομάδα Ελέγχου	16	13.75	84.000	-1.894	0.058
	Πειραματική Ομάδα	17	20.06			

Στο πρώτο μέρος της μεταγνωστικής αξιολόγησης συσχετίζουμε την πρόβλεψη

με το αποτέλεσμα. Μελετώντας τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα, (Πίνακας 18) παρατηρούμε ότι οι επιδόσεις των αγοριών της Α΄ Λυκείου που συμμετέχουν στην πειραματική ομάδα είναι σημαντικά καλύτερες σε σχέση με τους μαθητές της ομάδας ελέγχου και στα δύο μαθήματα. Στο δεύτερο μέρος της μεταγνωστικής αξιολόγησης συσχετίζουμε το αποτέλεσμα με την αξιολόγηση. Μελετώντας τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα (Πίνακας 18), παρατηρούμε ότι οι επιδόσεις των αγοριών της Α΄ Λυκείου, δεν εμφανίζουν στατιστικά σημαντικές διαφορές σε κανένα από τα δύο μαθήματα.

Στη συνέχεια μελετούμε αν εμφανίζουν στατιστικά σημαντικές διαφορές στις μεταγνωστικές επιδόσεις στο τέλος της παρέμβασης τα κορίτσια και τα αγόρια της Β΄ Λυκείου.

Πίνακας 19 Μεταγνωστικές επιδόσεις κοριτσιών Β΄ Λυκείου στο τέλος της παρέμβασης

Prediction-Result	**Ομάδα**	**N**	**Mean Rank**	**Mann-Whitney U**	**z**	**p**
MC Post test Geometry	Ομάδα Ελέγχου	10	14.30	22.000	-2.355	**0.019**
	Πειραματική Ομάδα	11	8.00			
Result-Evaluation	**Ομάδα**	**N**	**Mean Rank**	**Mann-Whitney U**	**z**	**p**
MC Post test Geometry	Ομάδα Ελέγχου	10	11.50	50.000	-0.366	0.714
	Πειραματική Ομάδα	11	10.55			

Στο πρώτο μέρος της μεταγνωστικής αξιολόγησης συσχετίζουμε την πρόβλεψη με το αποτέλεσμα. Μελετώντας τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα, (Πίνακας 19)

παρατηρούμε ότι οι επιδόσεις των κοριτσιών της Β΄ Λυκείου που συμμετέχουν στην πειραματική ομάδα είναι σημαντικά καλύτερες σε σχέση με τους μαθητές της ομάδας ελέγχου, στο μάθημα της γεωμετρίας. Στο δεύτερο μέρος της μεταγνωστικής αξιολόγησης συσχετίζουμε το αποτέλεσμα με την αξιολόγηση. Μελετώντας τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα (Πίνακας 19), παρατηρούμε ότι οι επιδόσεις των κοριτσιών της Β΄ Λυκείου στο μάθημα της γεωμετρίας δεν διαφέρουν σημαντικά..

Πίνακας 20 Μεταγνωστικές επιδόσεις αγοριών Β΄ Λυκείου στο τέλος της παρέμβασης

Prediction-Result	**Ομάδα**	**N**	**Mean Rank**	**Mann-Whitney U**	**z**	**p**
MC Post test Geometry	Κορίτσι	11	10.68	51.500	-0.250	0.803
	Αγόρι	10	11.35			
Result-Evaluation	**Ομάδα**	**N**	**Mean Rank**	**Mann-Whitney U**	**z**	**p**
MC Post test Geometry	Κορίτσι	11	11.32	51.500	-0.251	0.802
	Αγόρι	10	10.65			

Μελετώντας τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα, (Πίνακας 20) παρατηρούμε ότι επιδόσεις των αγοριών της Β΄ Λυκείου που συμμετέχουν στις δύο ομάδες, ελέγχου και πειραματική δεν εμφανίζουν στατιστικά σημαντικές διαφορές σε κανένα από τα δύο μέρη της μεταγνωστικής αξιολόγησης, στο μάθημα της γεωμετρίας.

Κεφάλαιο 5ο

Συμπεράσματα-Προτάσεις για περεταίρω έρευνα

5.1 Συμπεράσματα

Η παρούσα έρευνα σχεδιάστηκε με στόχο να μελετήσει τη συμβολή της διαδικασίας της αυτοαξιολόγησης, της διδακτικής εκείνης πρακτικής που έχει συνδεθεί άρρηκτα με τη βελτίωση της μάθησης και επάρκειας του μαθητή, στην καλλιέργεια κινήτρων μάθησης και αυτοβελτίωσης του μαθητή (Weinstein & Mayer, 1986), με άλλα λόγια, στην ανάπτυξη μεταγνωστικών στρατηγικών. Αποτελεί κοινό κτήμα πολλών επιστημονικών τομέων ότι οι μεταγνωστικές δεξιότητες και κατ' επέκταση οι μεταγνωστικές στρατηγικές συμβάλλουν στην πρόοδο των μαθητών και της ανεξάρτητης και αυτόνομης μάθησης και για το λόγο αυτό μπορούν –και θα έπρεπε- να διδάσκονται στην τάξη (Niemi & Launonen, 2002). Αποδελτιώνοντας τα αποτελέσματα της μελέτης που πραγματοποιήσαμε, μεταφέραμε τις συσχετίσεις που προέκυψαν σε επίπεδο μακρο – κοινωνικό και καταγράψαμε τη συμβολή που θα μπορούσαν να έχουν τα συμπεράσματά της τόσο σε θεωρητικό επίπεδο όσο και σε επίπεδο πρακτικής εφαρμογής.

Συγκεκριμένα, τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την έρευνά μας θα μπορούσαν να συμβάλλουν στην ανάπτυξη και καθιέρωση μιας ευρύτερης ενιαίας θεωρητικής βάσης, η οποία αποκρυσταλλώνει ζητήματα σχετικά με την έννοια της αυτοαξιολόγησης, τη σωστή εφαρμογή της διαδικασίας αλλά και τους τρόπους που λαμβάνει χώρα στο πλαίσιο της σχολικής αίθουσας. Επιπλέον, είναι σημαντικό να διευκρινιστεί σε μεγαλύτερο βαθμό ο συσχετισμός της αυτοαξιολόγησης με την καλλιέργεια μεταγνωστικών δεξιοτήτων και στρατηγικών και να καταδειχθεί με σαφήνεια ότι προάγει την ανάπτυξη κριτικής σκέψης και υπευθυνότητας.

Η εφαρμογή της πειραματικής έρευνας στο κομμάτι της αυτοαξιολόγησης των μαθητών και της σημασίας που μπορεί να έχει στην εξέλιξη και ενίσχυση της μεταγνώσης στα μαθηματικά, οδήγησε σε αρκετά ενδιαφέροντα συμπεράσματα. Δυστυχώς δεν πραγματοποιήθηκε περιγραφική στατιστική ώστε να μετρήσουμε αν το πρόγραμμα αρέσει στους μαθητές του δείγματος ή αν αισθάνονται άνετα με αυτό ή δε φοβούνται να συμμετάσχουν ή το βρίσκουν ενδιαφέρον. Ωστόσο παρουσιάστηκαν ουδέτεροι, κατά δική τους ομολογία, ως προς το αν το προτιμούν σε σχέση με ένα συμβατικό πρόγραμμα εκπαίδευσης. Η αίσθηση όμως που δόθηκε κατά τη διάρκεια της παρέμβασης στην πειραματική ομάδα είναι ότι τόσο οι διάφορες τεχνικές που χρησιμοποιήσαμε κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας, όσο και ο διαμορφωτικός ρόλος της αξιολόγησης μέσω των μεταγνωστικών τεστ, άφησε ικανοποιημένους τους

συμμετέχοντες. Μεγάλο μέρος των μαθητών θεώρησαν ότι ήταν θετικό που αφιερώσαμε ποιοτικότερο και ουσιαστικότερο χρόνο στη διδασκαλία και ότι κατανοήσαν αυτά που διδάχθηκαν. Θεώρησαν επίσης ότι τους βοήθησε να καλύψουν κενά που παρουσιάζουν στα μαθηματικά και ότι θα τους βοηθήσει στις εξετάσεις του μαθήματος και στην συνέχιση των σπουδών τους. Ανακάλυψαν επίσης ότι η διαδικασία της αυτοαξιολόγησης στα μαθηματικά πρέπει να διευρυνθεί.

Στόχος της έρευνας ήταν να εξετάσουμε τα αποτελέσματα της παρέμβασης της αυτοαξιολόγησης στην ανάπτυξη-εξέλιξη μεταγνωστικών ικανοτήτων των μαθητών. Μελετήσαμε επιπλέον το ρόλο του φύλου, του μαθηματικού αντικειμένου, άλγεβρα-γεωμετρία και της τάξης, Α΄-Β΄Λυκείου. Πριν την έναρξη της έρευνας διερευνήσαμε αν υπάρχουν ακαδημαϊκές διαφορές μεταξύ των συμμετεχόντων στις δύο ομάδες ελέγχου και πειραματική, ώστε να εξασφαλίσουμε όσο το δυνατόν αντικειμενικότερη συλλογή συμπερασμάτων. Δεδομένο όμως ήταν το μικρό και ίσως όχι αντιπροσωπευτικό δείγμα μαθητών, η συμμετοχή ενός μόνο διδάσκοντα, η πραγματοποίηση της έρευνας σε ένα μόνο σχολείο, καθώς επίσης και η περιορισμένη χρονική διάρκεια της παρέμβασης.

Συμπεριλάβαμε στην έρευνα στοιχεία επίδοσης προηγουμένων ετών στα μαθηματικά και προέκυψε ότι οι μαθητές που συμμετέχουν στην πειραματική ομάδα και στην ομάδα ελέγχου είναι σχεδόν της ίδιας δυναμικής. Αντίστοιχο συμπέρασμα προέκυψε μελετώντας το φύλο ή την τάξη που διενεργήσαμε την έρευνα. Επιπλέον καθώς οι μαθητές προέρχονται από το ίδιο σχολείο μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η διδασκαλία των μαθηματικών στις τάξεις του γυμνασίου και του λυκείου συνοδεύεται από την ίδια συνέπεια και συνοχή. Συνεχίζοντας τις αναλύσεις που αφορούν την ακαδημαϊκή εικόνα των μαθητών για το ακαδημαϊκό έτος 2015-2016 συγκρίναμε τις επιδόσεις τους σε διαγωνίσματα των δύο τετραμήνων, των τελικών εξετάσεων περιόδου Μαΐου-Ιουνίου, τις βαθμολογίες των δύο τετραμήνων, καθώς και των δύο μεταγνωστικών τεστ σε κάθε μάθημα. Παρατηρήσαμε ότι δεν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές τόσο μεταξύ αγοριών και κοριτσιών, που συμμετέχουν στην πειραματική ομάδα και στην ομάδα ελέγχου. Συγκρίνοντας τις επιδόσεις στο μάθημα της γεωμετρίας ανάμεσα στους μαθητές των δύο τάξεων παρατηρήσαμε ότι υπάρχει πολύ σημαντική διαφορά, με τους μαθητές της Β΄ Λυκείου να παρουσιάζουν πολύ μικρότερους μέσους όρους σε κάθε φάση της αξιολόγησής τους. Ελέγξαμε αν η ακαδημαϊκή επίδοση των μαθητών διαφοροποιήθηκε ανάμεσα στο αρχικό και τελικό μαθηματικό δοκίμιο στην άλγεβρα και στη γεωμετρία. Παρατηρήσαμε ότι για τους

μαθητές της Α΄ Λυκείου υπήρξε στατιστικά σημαντική βελτίωση στο γνωστικό κομμάτι των ερευνητικών δοκιμίων και στα δύο αντικειμένα. σε σχέση με το αρχικό μαθηματικό δοκίμιο. Οι επιδόσεις των μαθητών της Β΄ Λυκείου στο μάθημα της γεωμετρίας, δεν παρουσίασαν πρόοδο. Οι επιδόσεις τους ήταν και παρέμειναν σε χαμηλό επίπεδο, αντίστοιχο με αυτό που κατείχαν κατά τη διάρκεια του πρώτου τετραμήνου του ακαδημαϊκού έτους 2015-2016. Η προηγούμενη διαπίστωση δεν σχετίζεται με την παρέμβαση αλλά με την υποβάθμιση του μαθήματος στο αναλυτικό πρόγραμμα.

Στο τελικό στάδιο εξαγωγής αποτελεσμάτων σκοπός μας ήταν να ελέγξουμε την πρόοδο των μαθητών μετά το τέλος της παρέμβασης στις επιδόσεις που αφορούν το μεταγνωστικό τους επίπεδο. Για την πραγματοποίηση των παραπάνω ελέγχων μελετήσαμε τις διαφορές μεταξύ της ομάδας ελέγχου και της πειραματικής ομάδας, συνεκτιμώντας την τάξη και το φύλο των μαθητών του δείγματός μας. Οι επιδόσεις των μαθητών της Α΄ Λυκείου που συμμετέχουν στην πειραματική ομάδα είναι σημαντικά καλύτερες σε σχέση με τους μαθητές της ομάδας ελέγχου και στα δύο μαθήματα. Αντίθετα για τους μαθητές των δύο ομάδων που φοιτούν στη Β΄ Λυκείου δεν διαπιστώνουμε διαφορές. Τα αγόρια της Α΄ Λυκείου εμφανίζουν σημαντική βελτίωση στο μάθημα της άλγεβρας, κάτι που δεν συμβαίνει και στο μάθημα της γεωμετρίας. Οι μαθήτριες της Α΄ Λυκείου δεν σημειώνουν σημαντικές διαφορές σε κανένα από τα δύο αντικείμενα. Αντίθετα οι μαθήτριες της Β΄ Λυκείου στο μάθημα της γεωμετρίας εμφανίζουν καλύτερη εξέλειξη σε σύγκριση με τα αγόρια, τουλάχιστον στο πρώτο μέρος του μεταγνωστικού δοκιμίου που μελετούμε τη συσχέτιση ανάμεσα στην πρόβλεψη και το αποτέλεσμα.

Μελετώντας τα παραπάνω συγκριτικά με όσα παρατίθενται κατά την βιβλιογραφική ανασκόπηση, προκύπτει ότι, η μεταγνώση και η χρήση μεταγνωστικών στρατηγικών είναι όντως μια διαδικασία που αναδύεται αργά και ίσως δημιουργεί ορισμένες δυσκολίες στους μαθητές να σκέφτονται για τις γνωστικές τους λειτουργιές, κάτι που υποστηρίζουν και οι Brown et al (1983), Tang & Ginsburg (1999), Veenman, Van Hout- Wolters & Afflerbach (2006) και Panaoura et al (2003). Τα αποτελέσματα της έρευνας επιβεβαιώνουν τη διαπίστωση προηγούμενων ερευνών ότι τα παιδιά με καλύτερη επίδοση στα μαθηματικά έχουν πιο ανεπτυγμένες μεταγνωστικές δεξιότητες (Goos & Galbraith, 1996). Το σημαντικό όμως στοιχείο που προκύπτει από την έρευνα είναι ότι η ειδοποιός διαφορά των μαθητών με ψηλή επίδοση στα μαθηματικά και

αυτών με χαμηλότερη είναι η ανεπτυγμένη δεξιότητα των πρώτων να ρυθμίζουν τις γνωστικές τους διαδικασίες και όχι η καθαυτή γνώση των διαδικασιών. Ο μαθητής με χαμηλή επίδοση στα μαθηματικά αντιλαμβάνεται τη δυσκολία του σε κάποια μαθηματικά προβλήματα. Η επίγνωση των δυσκολίων και η γνώση του τι γνωρίζει είναι μια πτυχή της μεταγνώσης. Δεν γνωρίζει όμως τις στρατηγικές που θα το βοηθήσουν να ελέγξει τη γνωστική του συμπεριφορά έτσι ώστε να μπορεί να ξεπεράσει ένα εμπόδιο ή σε γενικότερες γραμμές να ρυθμίσει τη μάθησή του. Η απουσία αυτής της δεύτερης παραμέτρου της μεταγνώσης διαδραματίζει ουσιαστικό ρόλο στην επίδοση των μαθητών στη λύση προβλήματος. Η γνώση και η χρήση ποικιλίας στρατηγικών από το άτομο στη λύση προβλήματος είναι ένδειξη ανεπτυγμένων μεταγνωστικών στρατηγικών (Swanson, 1990).

Οι μαθητές και των δύο τάξεων του Λυκείου έδειξαν να έχουν αρκετά σαφή εικόνα των δυνατοτήτων τους. Καθόρισαν το βαθμό δυσκολίας των προβλημάτων με βάση τη γενικότερη αντίληψη που έχουν για τις δυνατότητες τους στα μαθηματικά, σε συγκεκριμένα πεδία των μαθηματικών ή ακόμη και σε ειδικότερα στοιχεία του προβλήματος, όπως είναι το είδος των αριθμών.

Όταν το σχέδιο λύσης των μαθητών δεν τα οδήγησε σε επιτυχία, οι δυνατότητες να το αναθεωρήσουν ήταν περιορισμένες. Φάνηκε ότι η μόνη στρατηγική που εφάρμοσαν για να ξεπεράσουν το εμπόδιο ήταν να ανατρέξουν στο διατύπωση του μαθηματικού προβλήματος. Αυτό είναι ένδειξη ότι η γνώση τους για τις γνωστικές τους στρατηγικές περιορίζεται στην πεποίθηση ότι η δυσκολία τους έγκειται στη μη κατανόηση του προβλήματος. Οι μαθητές με υψηλότερη επίδοση έδειξαν στοιχεία αναδρομής σε προηγούμενες εμπειρίες για να αντιμετωπίσουν το αδιέξοδο.

Επίσης, τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας επιβεβαιώνουν σε μεγάλο βαθμό αποτελέσματα ερευνών των Lucangeli et al (1998) και Mokos & Kafousi (2013) σχετικά με το ρόλο της αξιολόγησης, Η αυτοαξιολόγηση ως μεταγνωστική ικανότητα επαρκεί για την ορθή αξιολόγηση της χρησιμότητας των διαδικασιών που χρησιμοποιούνται κατά τη φάση της επίλυσης και όσο περισσότερο επιβεβαιώνεται η ορθότητα της λύσης σε σχέση με την αξιολόγηση τόσο περισσότερο φανερώνεται ένα καλό επίπεδο μεταγνωστικών γνώσεων μέσα από τις επιλογές που υιοθετηθήκαν στη φάση επίλυσης. Ωστόσο, αυτό που προέκυψε από την παρούσα έρευνα εστιάζοντας στις φάσεις επίλυσης και όχι σε όλη την διαδικασία επίλυσης είναι ότι οι στρατηγικές ελέγχου κατανόησης και αξιολόγησης χρησιμοποιήθηκαν κυρίως σε ένα μετά-επίπεδο για την ανάπτυξη μεταγνωστικών λειτουργιών παρακολούθησης για τον καλύτερο

έλεγχο των διεργασιών, κάτι που υποστηρίζουν και οι Mokos & Kafousi (2013).

Επιπλέον, ευρήματα της παρούσας έρευνας που προέκυψαν κατά τις φάσεις επίλυσης επαληθεύουν αποτελέσματα των Mohini & Ten Nai (2005) και Toit & Kotze (2009) αφού οι μαθητές που ήταν σε θέση αυτορρύθμισης είχαν την ικανότητα να εξετάζουν τα λάθη τους, να ελέγχουν την κατανόησή τους και να αξιολογούν τόσο την διαδικασία όσο και να κρίνουν το αποτέλεσμα.

Επίσης, το πλαίσιο του προβλήματος με τις φάσεις επίλυσης έτσι όπως διαμορφωθήκαν επέτρεψε στους μαθητές να αναπτύξουν τις μεταγνωστικές δεξιότητες τους στη γνώση καθώς φάνηκε ότι οι περισσότεροι μαθητές είχαν την ικανότητα να χρησιμοποιούν γνωστικές και μεταγνωστικές στρατηγικές κάτι που επιβεβαιώνει αποτελέσματα ερευνών των Carr et al (1994), Carr & Jessup (1995) και Desoete et al (2001). Επίσης, αυτό το στοιχείο φαίνεται να επιβεβαιώνει και ευρήματα των Adagideli & Ader (2013) αφού οι δεξιότητες αυτορρύθμισης εμφανίστηκαν σε αρκετές φάσεις κατά τη διάρκεια επίλυσης του προβλήματος, ωστόσο στην παρούσα έρευνα κυρίαρχο εμφανίζεται στην τελευταία φάση, evaluation, όπου οι μαθητές εμφανίζουν τις περισσότερες στρατηγικές εκτίμησης, ελέγχου κατανόησης και αξιολόγησης επιτρέποντας τους να αποφανθούν για τη μοναδικότητα του αποτελέσματος.

5.2 Προτάσεις για Περεταίρω Έρευνα

Σημείο κλειδί στην ενασχόλησή μας με τη μεταγνώση και την αυτοαξιολόγηση ήταν η σκέψη της ενσωμάτωσης των πλεονεκτημάτων που θα μπορούσε να επιφέρει μια εκπαιδευτική διαδικασία με μεταγνωστική διάσταση και σε άλλους τομείς της καθημερινής ζωής των μαθητών. Η επίγνωση των γνώσεών μας αλλά και των ελλειμμάτων της γνώσης μας φαντάζει θεμελιώδης για την αποτελεσματική λειτουργία ενός ατόμου στο πλαίσιο κοινωνικών απαιτήσεων. Η σημασία της μεταγνώσης είναι προφανής σε τομείς της γνώσης όπου απαιτείται στρατηγική σκέψη ενώ η διδασκαλία μεταγνωστικών στρατηγικών από πρώιμο ακόμη στάδιο συμβάλλει στην ενίσχυση της δημιουργικής απόδοσης του ατόμου καθώς και στη καθιέρωση ενός πεδίου λήψης βέλτιστων αποφάσεων. Η διδασκαλία αποτελεσματικών στρατηγικών σκέψης αποτελεί καθολική επιταγή των αναλυτικών προγραμμάτων εκπαίδευσης, τα οποία θα πρέπει να στοχεύουν όχι μόνο στην ακαδημαϊκή βελτίωση αλλά στη διαμόρφωαη ενεργών πολιτών με ικανότητες κριτικής και δημιουργικής σκέψης. Η προοπτική της

δημιουργίας προσανατολισμένων σε αυτή την προσέγγιση αναλυτικών προγραμμάτων σπουδών και η μεταβολή εκ βάθρων της κατεστημένης εκπαιδευτικής διαδικασίας θα είχε ως αποτέλεσμα οι μαθητές να προωθούν λύσεις βάσει της σωστής οργάνωσης των γνώσεών τους, τη χρήση αυτών των γνώσεων για να καταστρώσουν ένα επιτυχημένο σχέδιο δράσης και, τέλος, τη μεταφορά της κατοχυρωμένης γνώσης σε νέες καταστάσεις. Το ενδιαφέρον μας για τα δύο αυτά σημαντικά θεωρητικά ζητήματα στο σχεδιασμό της διδακτικής πρακτικής, εκκινείται από την προοπτική της παρέμβασης στα σύγχρονα εκπαιδευτικά αναλυτικά προγράμματα και στοχεύει στο να προβάλλει τους δυσλειτουργικούς παράγοντες της σύγχρονης διδασκαλίας, αποκύημα των οποίων είναι οι ελλείψεις στη δόμηση της γνώσης των μαθητών.

Μια μελλοντική συνέχεια της έρευνας αυτής θα μπορούσε να είναι η διερεύνηση της εφαρμογής της αυτοαξιολόγησης στη διδασκαλία των μαθηματικών, όχι μόνο στις τάξεις του Λυκείου αλλά σε όλο το φάσμα της εκπαίδευσης, καθώς η ανάπτυξη μεταγνωστικών στρατηγικών είναι μια διαδικασία που αναδύεται αργά και ίσως δημιουργεί ορισμένες δυσκολίες στους μαθητές να σκέφτονται για τις γνωστικές τους λειτουργιές. Η εμπειρία αυτή μας επιτρέπει την πρόταση ενός περισσότερο φιλόδοξου ερευνητικού προγράμματος για τη μεταγνώση και τα μαθηματικά, με τους ίδιους ερευνητικούς στόχους, με την εμπλοκή μεγαλύτερου αριθμού μαθητών αλλά και εκπαιδευτικών που θα διαθέτουν καταλληλότερη εκπαίδευση ώστε να παρέχουν πραγματικά τα εφόδια στους μαθητές, που θα τους βοηθήσουν να αναπτύξουν διαδικασίες αυτοαξιολόγησης.

Πιστεύουμε ότι η έρευνα στο χώρο της μεταγνώσης και των μαθηματικών συμβάλλει στην επίτευξη των στόχων της σύγχρονης μαθηματικής παιδείας. Κυρίος σκοπός των μαθηματικών είναι να μάθει το μαθητή να σκέφτεται. Για την επίτευξη αυτού του στόχου πρέπει να λαμβάνεται υπόψη η γνώση του ίδιου του μαθητή για τον τρόπο σκέψης του, το γνωστικό του σύστημα, τις γνωστικές του διαδικασίες. Η γνώση αυτή συμβάλλει στην ανάπτυξη της διαμορφωτικής αξιολόγησης με συνέπεια την επιλογή διδακτικών παρεμβάσεων που βοηθούν τον μαθητή να γνωρίζει τον τρόπο που σκέφτεται και μαθαίνει.

Βιβλιογραφικές αναφορές

Adey, P., Robertson, A. & Venville, G. (2002). Effects of a cognitive stimulation programme on Year 1 pupils. *British Journal of Educational Psychology, 72*, 1-25.

Adrian, F., A. & Robert, N., F., C., (1997). *An introduction to cognitive education. Theory and applications*. London and New York: Routledge.

Angelo, T. A. (1995). Beginning the dialogue:Thoughts of Promoting Critical Thinking. *Teaching of Psychology, 22*, 6-7.

Anderson, R. & Faust, G. (1975). *Educational Psychology. The Science of Instruction and Learning*. New York: Dodd, Mead & Co.

Andrade, H. L. (2010). Students as the definitive source of formative assessment: Academic self-assessment and the self-regulation of learning. In H.L. Andrade & G.J. Cizek (Eds.), *Handbook of formative assessment* (pp. 90-105). New York: Routledge.

Andrade, H., & Du, Y. (2005). Student perspectives on rubric-referenced assessment. *Practical Assessment, Research & Evaluation, 10(3)*, 1–11. Retrieved from http://pareonline.net/getvn.asp?v=10&n=3

Andrade, H., & Valtcheva, A. (2009). Promoting learning and achievement through self-assessment. *Theory into Practice, 48(1)*, 12–19.

Andrade, H., Wang, X. L., Du, Y., & Akawi, R. L. (2009). Rubric-referenced self-assessment and self-efficacy for writing. *Journal of Educational Research, 102(4)*, 287–301.

Baker, L. & Brown, A. (1984). Metacognitive skills of reading. In D. Pearson, R. Baar, M. Kamil & P. Mosenthal (Eds.), *Handbook of reading research* (pp. 353-394). New York: Academic Press.

Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Bandura, A. (1993). Perceived self-efficacy in cognitive development and functioning. *Educational Psychologist, 28*, 117-148.

Bennett, R. E. (2011). Formative assessment: a critical review. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice, 18(1),* 5-25.

Black, P., & Wiliam, D. (1998). Inside the black box: Raising standards through classroom assessment. *Phi Delta Kappan, 80(2),* 139-148.

Black, P. & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment Evaluation and Accountability, 21(1),* 5–31.

Black, P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B. & Wiliam, D. (2003). *Assessment for Learning: putting it into practice*. Buckingham: Open University Press.

Blakey, E., & Spence, S. (1990). *Developing metacognition*. Eric Reproduction Services No. ED327218. Retrieved from http://www.eric.ed.gov/PDFS/ED327218.pdf.

Bloom, S., Hastings, T. & Madaus, G. (1971). *Handbook on Formative and summative Evaluation of Student Learning.* New York: McGraw-Hill.

Blum, W. & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modeling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction, *Educational Studies in Mathematics, 22,* 37-68.

Boekaerts, M., & Simons, P. R. J. (1995). *Leren en instructie: Psychologie van de leerling en het leerproces* [Learning and instruction: The psychology of the student and the learning process]. (2nd, revised version ed.). Assen: Van Gorcum.

Boekaerts, M. (1997). Self-regulated learning: A new concept embraced by researchers, policy makers, educators, teachers, and students. *Learning and Instruction, 7*, 161–186.

Boekaerts, M. (1999). Motivated learning: The study of student x situation transactional units. *European Journal of Psychology of Education, 14(4)*, 41-55.

Boekaerts, M. & Corno, L. (2005). Self – regulation in the classroom: A perspective on assessment and intervention. *Applied Psychology: An international review, 54*, 199-231.

Borkowski, J., Carr, M., & Pressely, M. (1987). "Spontaneous" strategy use: Perspectives from metacognitive theory. *Intelligence, 11*, 61-75.

Borkowski, J. G., & Muthukrishna, N. (1992). Moving metacognition into the classroom: "Working models" and effective strategy teaching. In M. Pressley, K.R. Harris, & J. T. Guthrie (Eds.), *Promoting academic competence and literacy in school.* San Diego, CA: Academic.

Βοσνιάδου, Σ. (2004). *Εισαγωγή στην Ψυχολογία.* Τομ. Α΄. Αθήνα: Gutenberg.

Boud, D. (1995). Assessment and Learning: Contradictory or Complimentary. In P. Knight (Ed.), *Assessment for Learning in Higher Education*. London: Kogan Page.

Broadfoot, P. (1992). Exploring the forgotten continent: a traveler's tale. *Scottish Educational Review, 26(2)*, 88-96.

Broadfoot, P. & Black, P. (2004). Redefining assessment? The first ten years of assessment in education. *Assessment in Education, 11(1)*, 7-27.

Brock, S. E., Nickerson, A. B., Reeves, M. A., Jimerson, S. R., Lieberman, R. A., & Feinberg, T. A. (2009). *School crisis prevention and intervention: The PREPaRE model.* Bethesda, MD: National Association of School Psycholigists.

Brookhart, S. M. (2003). Developing Measurement Theory for Classroom Assessment Purposes and Uses. *Educational Measurement: Issues and Practice, 22(4)*, 5–12.

Brown, A. L. (1978). Knowing when, where, and how to remember: A problem of metacognition. In R. Glaser (Ed.), *Advances in instructional psychology*, Vol. 1 (pp. 77–165). Hillsdale: Erlbaum.

Brown, A. L. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. In F. Weinert & R. Kluwe (Eds.), *Metacognition, motivation, and understanding* (pp. 65-116). Hillsdate, NJ: Erlbaum.

Brown, A. L., Bransford, J. D., Ferrara, R. A., & Champione, G. C. (1983). Learning, remembering, and understanding. In J. H. Flavell & E. M. Markman (Eds.), *Handbook of child psychology* (4th ed., Vol. 3, pp. 77-166). New York: Wiley.

Brown, G. T. L., & Harris, L. R. (2013). Student self-assessment. In J. H. McMillan (Ed.). *The SAGE handbook of research on classroom assessment* (pp. 367-393). Thousand Oaks, CA: Sage.

Butterfield, E. C., Albertson, L. R. & Johnston, J. C. (1995). On the making cognitive theory more general and developmental pertinent. In F. Weinert & W. Schneider (Eds.), *Memory performance and competencies: Issues in growth and development*, pp. 181-206. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Cameron, J. & Pierce, D. P. (1994). Reinforcement, reward, and intrinsic motivation: a meta-analysis. *Review of Educational Research, 64*, 363-423.

Carr, M., Alexander, J. & Folds-Bennett, T. (1994). Metacognition and mathematics strategy use. *Applied Cognitive Psychology, 8*, 583-59.

Carr, M. & Jessup, D. L. (1995). Cognitive and metacognitive predictors of mathematics strategy use. *Learning and Instruction, 7*, 235-247.

Cauley, K. M. & McMillan, J. H. (2010). Formative assessment techniques to support student motivation and achievement. *The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas, 83(1),* 1-6.

Costa, A. L. (1986). Mediating the metacognitive. *Educational Leadership, 42,* 57-62.

Creemers, B. P. M., Kyriakides, L., & Antoniou, P. (2013). A dynamic approach to school improvement: Main features and impact. *School Leadership and Management, 33(2),* 114-132.

Crooks, T. J. (1988). The impact of classroom evaluation practices on students. *Review of Educational Research, 58,* 438-481.

Crooks, T. (2001). *The validity of formative assessments*. Leeds, England: British Educational Research Association.

Γρόσδος, Σ. (2006). Περιγραφική αξιολόγηση: μια πρόταση. Αξιολόγηση ή βαθμολογία; Στο Δ. Κακανά, Κ. Μπότσογλου, Ν. Χανιωτάκης, Ε. Καβαλάρη (επιμ), *Η αξιολόγηση στην εκπαίδευση:* Παιδαγωγική και διδακτική διάσταση: 71 κείμενα για την αξιολόγηση. Θεσσαλονίκη: Αφοί Κυριακίδη, 229-234.

Cross, D., & Paris, S. (1988). Developmental and instructional analysis of children's metacognitive and reading comprehension. *Journal of Educational Psychology, 80,* 131-142.

Dann, R. (2002). *Promoting Assessment as Learning: Improving the Learning Process.* London and New York: Routledge Falmer.

Davidson, J. E., Deuser, R. & Sternberg, R. J. (1994). The role of metacognition in problem solving. In J. Metcalfe and A. P. Shimamura (Eds.), *Metacognition: Knowing about Knowing*, chapter 10, pp. 207-226. The MIT Press.

De Corte, E., Verschafel, L., & Op't Eynde, P. (2000). Self-regulation: A characteristic and a goal of mathematics education. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich, & M. Zeidner, *Handbook of self-regulation*. San Diego, CA: Academic Press.

De Corte, E.,Verschaffel, L., & Op 't Eynde P. (2000). Self-regulation: A characteristic and a goal of mathematics education. In P. Pintrich, M. Boekaerts, & M. Zeidner (Eds.), *Self-regulation: Theory, research, and applications* (pp. 687–726). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Dermitzaki, I., & Kiosseoglou, G. (2004). Self-regulation during problem solving in second-graders: Relations with students' performance and goal orientation. *Hellenic Journal of Psychology, 1*, 128-146.

DES/WO (1988). *National Curriculum Task Group on Assessment and Testing—a report*. London: DES.

Desoete, A., Roeyers, H. & Buysse, A. (2001). Metacognition and mathematical problem Solving in Grade 3. *Journal of Learning Disabilities, 34*, 435-449. doi: 10.1177/002221940103400505.

Δημητρίου, Α., & Ευκλείδη, Α. (1988). Εμπειρικός Βιωματικός Δομισμός: Αρχές και υποθέσεις μιας Νέο-πιαζετιανής θεωρίας. *Νέα Παιδεία, 51*, 36-47, *52*, 30-39.

Dirkes, M. Ann. (1985). Metacognition: Students in charge of their thinking. *Roeper Review, 8(2)*, 96-100.

Dirkes, M. Ann. (1988). Self-directed thinking in the curriculum. *Roeper Review, 11(2)*, 92-94.

Earl, L. (2003). *Assessment as learning: Using classroom assessment to maximize student learning*. Thousand Oaks, CA: Corwin Press.

Efklides, A. (2001). Metacognitive experiences in problem solving: Metacognition, motivation, and self-regulation. In A. Efklides, J. Kuhn, & R.M. Sorrentino (Eds.),

Trends and prospects in motivation research (pp. 297-323). Kluwer Academic Publishers, Netherlands.

Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In L. B. Resnick (Ed.), *The nature of intelligence*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Flavell, J., & Wellman, H. (1977). Metamemory. In R. V. Kail Jr. & J. Hagen (Eds.), *Perspectives on the development of memory and cognition* (pp. 3–33). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring. *American Psychologist, 34*, 906–911.

Flavell, J. (1999). Cognitive development: Children's knowledge about the mind. *Annual Re view of Psychology, 50*, 21-45.

Garofalo, J., & Lester, F. K. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education,16*, 163-176.

Geeslin, K. L. (2003). Student Self-Assessment in the Foreign Language Classroom: The Place of Authentic Assessment Instruments in the Spanish Language Classroom. *Hispania, 86/4*, 857-868.

Gipps, C. (1994). *Beyond Testing: Towards a Theory of Educational Assessment*. London: Routledge Falmer Press.

Gipps, C., Brown, M., McCallum, B. & McAlister, S. (1995). *Intuition or Evidence? Teachers and National Assessment of Seven Year Olds*. Buckingham: Open University Press.

Hall, K. & Burke, W. (2004). *Making Formative Assessment Work: Effective Practice in the Primary Classroom*. Maidenhead: Open University Press.

Hafner, O. C., & Hafner, P. (2003). Quantitative analysis of the rubric as an assessment tool: An empirical study of student peer-group rating. *International Journal of Science Education, 25(12),* 1509–1528.

Harackiewicz, J., and Sansone, C. (2000). Rewarding competence: The importance of goals in the study of intrinsic motivation. In Sansone, C., and Harackiewicz, J. (Eds.), *Intrinsic and Extrinsic Motivation: The Search for Optimal Motivation and Performance* (pp. 82–103). Academic Press, San Diego, CA.

Harlen, W., & James, M. J. (1997). Assessment and learning: differences and relationship between formative and summative assessment. *Assessment in Education, 4(3),* 365-380.

Hattie, K. (2009*). Visible learning: a synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. New York: Routledge.

Herman, J. L., Osmundson, E., Ayala, C., Schneider, S., & Timms, M. (2006). *The nature and impact of teachers' formative assessment practices*. CSE Technical Report #703. National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing (CRESST).

Hiebert, J. (2003). What research says about the NCTM standards. In J. Kilpatrick, W. Martin and D. Shifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 5-23). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Jacobs, J., & Paris, S. (1987). Children's metacognition about reading. Issues in definition, measurement and instruction. *Educational Psychologist, 22,* 255-278.

Jonassen, D. H. (2000b). Activity theory revisited. In D. H. Jonassen & S. L. Land, (Eds.), *Theoretical foundations of learning environments*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Jonsson, A., & Svingby, G. (2007). The use of scoring rubrics: Reliability, validity and educational consequences. *Educational Research Review, 2(2),* 130–144.

Kapa, E. (2001). A metacognitive support during the process of problem solving in a computerized enniroment. *Educational Studies in mathematics, 47,* 317-336.

Kendall, P.C. (1990). Challenges for cognitive strategy training: The case of mental retardation. *American Journal on Mental Retardation, 94,* 365-367.

Kluger, A.N. & DeNisi, A. (1996). The effects of feedback interventions on performance: a historical review, a meta-analysis, and a preliminary feedback intervention theory. *Psychological Bulletin, 119,* 254-284.

Kluwe, R. (1987). Executive decisions and the regulation of problem solving behavior. In F.E. Weinert, & R. H. Kluwe (Eds.), *Metacognition, motivation and understanding* (pp. 31-64). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Κουτσελίνη – Ιωαννίδου, Μ., (1995). Μεταγνώση: Η έννοια και η διδασκαλία της. *Νέα Παιδεία, 74*, 48-56.

Kyriakides, L., & Campbell, R. J. (1999). Primary teachers' perceptions of baseline assessment in Mathematics. *Studies in Educational Evaluation, 25(2),* 109-130.

Kyriakides, L. & Campbell, R.J. (2003). Teacher Evaluation in Cyprus: Some conceptual and methodological issues arising from Teacher and School Effectiveness Research. *Journal of Personnel Evaluation in Education, 17 (1),* 21-40.

Kyriakides, L., Demetriou, D., & Charalambous, C. (2006). Generating criteria for evaluating teachers through teacher effectiveness research. *Educational Research, 48(1),* 1–20.

Κυριακίδης Λ. & Τηλεμάχου Κ. (2004). *Σύζευξη διαμορφωτικής και συγκριτικής αξιολόγησης στα μαθηματικά με την τοποθέτηση των λαθών των μαθητών σε κλίμακα Rasch*. Παιδαγωγική Επιθεώρηση Κύπρου, 37/2004.

Κωνσταντίνου, Χ. (2000). *Η αξιολόγηση της επίδοσης του μαθητή ως Παιδαγωγική λογική και σχολική πρακτική.* Αθήνα: Gutenberg.

Κωσταρίδου-Ευκλείδη, Α. (1992). *Γνωστική Ψυχολογία.* Θεσσαλονίκη: Art of Text.

Κωσταρίδου-Ευκλείδη, Α. (1997). *Ψυχολογία της σκέψης*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Κωσταρίδου - Ευκλείδη, Α. (2005). *Μεταγνωστικές διεργασίες και Αυτορρύθμιση*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Lambert, D., Lines, D. (2000). *Understanding Assessment: Purposes, Perceptions, Practice*. London and New York: Routledge Falmer.

Lester, F. K. (1985). Methodological considerations in research on mathematical problem-solving instruction. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 41-69). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Livingston, J. A. (1997). *Metacognition: An overview*. Retrieved August 2016 from: http://gse.buffalo.edu/fas/shuell/CEP564/Metacog.html.

Lock, C. L., & Munby, H. (2000). Changing assessment practices in the classroom: A study of one teacher's change. *The Alberta Journal of Educational Research, 46(3)*, 267-279.

MacBeath, J. (2001). Η αυτοαξιολόγηση στο σχολείο. Στο Α. Ε. Χαρίσης, *Αξιολόγηση σχολικής μάθησης.* Θεσσαλονίκη: Αφοί Κυριακίδη.

Μανωλάκος, Π. (2010). Η αξιολόγηση του μαθητή. *Εφαρμοσμένη Παιδαγωγική, 3(1)*, 2-3.

Μαριδάκη – Κασσωτάκη, Κ., (2004). *Σύγχρονες Απόψεις για τη Σκέψη του Παιδιού*. Αθήνα: Γρηγόρης.

Ματσαγγούρας, Η. (2000). *Θεωρία και πράξη της διδασκαλίας, (τόμος Β΄). Στρατηγικές Διδασκαλίας. Η Κριτική Σκέψη στη Διδακτική Πράξη.* Αθήνα: Gutenberg.

Ματσαγγούρας, Η. (2004). *Στρατηγικές Διδασκαλίας*. Αθήνα: Gutenberg.

Ματσαγγούρας, Η. (2006). *Στρατηγικές διδασκαλίας. Η Κριτική Σκέψη στη Διδακτική Πράξη.* Αθήνα: Gutenberg.

McCormick, M. J., Dooley, K. E., Lindner, J. R., & Cummins, R. L. (2007). Perceived growth versus actual growth in executive leadership competencies: An application of the stair-step behaviorally anchored evaluation approach. *Journal of Agricultural Education, 48(2)*, 23–35.

McLain, K., Gridley, B., & McIntich, D. (1991). Value of a scale used to measure metacognitive reading awareness. *Journal of Educational Research, 85*, 81-87.

Metallidou, P., & Efklides, A. (2000). Metacognitive aspects of the self, cognitive ability, and affect: Their interplay and specificity. Psychology: The *Journal of the Hellenic Psychological Society, 7*, 369-385.

Mevarech, Z. R. & Kapa, E. (1996). The effects of a problem-solving based Logo environment on children's information processing components. *The British Journal of Educational Psychology, 66*, 181-195.

Montague, M. (1992). The effects of cognitive and metacognitive strategy instruction on the mathematical problem solving of middle school students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 25(4)*, 230-248.

Montague, M. (1995). Cognitive instruction and mathematics: Implications for students with learning disorders. *Focus on learning problems in mathematics, 17(2),* 39-49.

Montague, M. (1997). Cognitive strategy instruction in mathematics for students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 30*, 164-177.

Mokos. E. & Kafoussi, S. (2013). Elementary students' spontaneous metacognitive functions in different types of mathematical problems. *Journal of Research in Mathematics Education, 2(2),* 242-267. doi: 1 0.4471 /redimat.201 3.29.

Μώκος, Ε. & Καφούση, Σ. (2014). Μεταγνωστικές λειτουργίες και επίλυση μαθηματικού προβλήματος. Η περίπτωση των αυθεντικών μαθηματικών προβλημάτων. *Πρακτικά του 5ου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών, 14-16 Μαρτίου 2014*. Φλώρινα, Ελλάδα: ΕΝΕΔΙΜ.

Νημά, Α. Ε., Καψάλης, Γ. Κ. (2002). *Σύγχρονη διδακτική.* Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Πανεπιστημίου Μακεδονίας.

Niemi, H. & Launonen, A. (2002). Towards self-regulation and social navigation in virtual learning spaces. *European Conference on Educational Research, University of Lisbon, 11-14 September 2002*. Διαθέσιμο στο δικτυακό τόπο: http://www.leeds.ac.uk/educol/documents/00002589.htm (20-1-2010).

Νταβού, Μπ. (2000). *Οι διεργασίες της σκέψης στην εποχή της πληροφορίας: θέματα Γνωστικής Ψυχολογίας και Επικοινωνίας.* Αθήνα: Παπαζήση.

Otero, J., & Campanario, J. (1992). The relationship between academic achievement and metacognitive comprehension monitoring ability of Spanish secondary school students. *Educational and Psychological Measurement, 52,* 419-430.

Panadero, E. & Alonso-Tapia, J. (2013). Self-assessment: theoretical and practical connotations. When it happens, how is it acquired and what to do to develop it in our students. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology, 11(2),* 551-576.

Panadero, E., Alonso-Tapia, J., & Huertas, J. A. (2012). Rubrics and self-assessment scripts effects on self-regulation, learning and self-efficacy in secondary education. *Learning and Individual Differences, 22(6),* 806–813.

Panadero, E., Brown, G. T., & Strijbos, J. W. (2015). The Future of Student Self-Assessment: a Review of Known Unknowns and Potential Directions. *Educational Psychology Review,* 1-28. doi: 10.1007/s10648-015-9350-2.

Panadero, E., & Jonsson, A. (2013). The use of scoring rubrics for formative assessment purposes revisited: A review. *Educational Research Review, 9,* 129–144.

Panaoura, A., Philippou, G. & Christou, C. (2003). Young pupil's metacognitive ability in mathematics. In Hejny, M., Littler, G., H., Nesher, P. & Rodd, M. (Eds.). *Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education, Thematic* 75 *Group 3, Building Structures in Mathematical Knowledge, 28 February-3 March 2003,* (pp.1-9). Bellaria, Italy: ERME.

Παπαντωνίου, Γ., Ευκλείδη, Α., & Κιοσέογλου, Γ. (2004). Εγκυρότητα και αξιοπιστία της ελληνικής εκδοχής του ερωτηματολογίου «Με Ποιον Τρόπο Μαθαίνεις;» Στο Α. Ευκλείδη, Γ. Κιοσέογλου, & Γ. Θεοδωράκης (Επιμ. Έκδ.), Επιστημονική Επετηρίδα της Ψυχολογικής Εταιρείας Βορείου Ελλάδος: Τόμος 2. *Ποιοτική και ποσοτική έρευνα στην ψυχολογία* (σ. 157-181). Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Παππάς, Α. (1996). *Μαθητοκεντρική διδασκαλία.* Τόμοι 3, (3η εκδ.). Αθήνα: Βιβλία για Όλους.

Parker J. (2005). Should you Encourage Students to Assess Themselves in Practice Learning? A Guided Self-Efficacy Approach to Practice Learning Assessment. *Journal of Practice Teaching, 6/3,* 8-30.

Pellegrino, J. W., Chudowsky, N., & Glaser, R. (2001). *Knowing what students know: The science and design of educational assessment*. Washington, DC: National Academy Press.

Pintrich, P. R. (2004). A conceptual framework for assessing motivation and selfregulated learning in college students. *Educational Psychology Review, 16*, 385-407.

Popham, W. J. (2008). *Transformative assessment*. VA: ASCD.

Polya, G. (1945). *How to solve it* (2nd ed.). Princeton, NJ: Princeton University Press.

Polya, G. (1957). *How to solve it*. Garden City NY: Doubleday and Co., Inc.

Pressley, M., Forrest-Pressley, D. L., Elliot-Faust, D., Miller, G. (1985). *Children's We of Cognitive Strategies, and What to Do if They can't be Taught*. New York: Springer-Verlag.

Pressley, M., El-Dinary, P. B., Marks, M. B., Brown, R. & Stein, S. (1992). Good strategy instruction is motivating and interesting. In K.A. Renninger, S. Hidi, & A. Krapp (Eds.), *The role of interest in learning and development*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Quike, J. & Winter, Ch. (1994). «Teaching the language of learning: Towards a metacognitive approach to pupil empowerment». *British Educational Research Journal, 20*, 4.

Reitmeier, C. A., & Vrchota, D. A. (2009). Self-assessment of oral communication presentations in food science and nutrition. *Journal of Food Science Education, 8(4)*, 88–92.

Rolheiser, G. & Ross, J. A. (2003). *Student self-evaluation: what research says and what practice shows*. Center of Development and Learning. Available online: http://cdl.org/resource-library/articles/self-eval.php?type=author&id=28.

Ross, J. A., Rolheiser, C. & Hogaboam-Gray. (1998a). Student evaluation in cooperative learning: teacher cognitions. *Teachers and Teaching: theory and practice, 4 (2)*, 299-316.

Ross, J. A., Rolheiser, C. & Hogaboam-Gray. (1998b). Skills training versus action research inservice: Impact on student attitudes on self-evaluation. *Teachers and Teaching: theory and practice, 14 (5)*, 463-477.

Ross, J. A., Rolheiser, C. & Hogaboam-Gray. (1998c). *Effects of self-evaluation and training on narrative writing*. Paper presented at the Annual Meeting of CSSE, Ottawa.

Rowntree, D. (1987) *Assessing Students: How Shall We Know Them?*. London: Harper and Row.

Sadler, D. R. (1998). Formative assessment: Revisiting the territory. *Assessment in Education, 5(1)*, 77-84.

Schafer, W., Swanson, G., Bené, N., & Newberry, G. (2001). Effects of teacher knowledge of rubrics on student achievement in four content areas. *Applied Measurement in Education, 14(2)*, 151-170.

Schneider, W. (1985). Developmental trends in the metamemory-memory behavior relationship: An integrative review. Metacognition, cognition, and human performance: Vol.1. Theoritical perspectives, pp. 57-109. San Diego. CA: Academic. Σε Κωσταρίδου-Ευκλείδη, Α. (2011). *Μεταγνωστικές διεργασίες και αυτορρύθμιση*. Εκδόσεις: Πεδίο.

Schneider, W. & Artelt, C. (2010). Metacognition and mathematics education. *ZDM Mathematics Education, 42*, 149-161. doi: 10.1007/s11858-010-0240-2.

Schoenfeld, A. H., (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando, Florida: Academic Press.

Schoenfeld, A.H. (1987). What's all the fuss about metacognition? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education* (pp. 19-216). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Schoenfeld, A. H., (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan.

Scriven, M. (1967). The methodology of evaluation. In R. Tyler, R. Gagne and M. Scriven, (Eds.*), Perspectives on Curriculum Evaluation (AERA Monograph Series – Curriculum Evaluation)*. Chicago, Rand McNally and Co.\

Shavelson, R. J. (2006). *On the Integration of Formative Assessment in Teaching and Learning with Implications for Teacher Education*. Palo Alto, CA: Stanford Educational Assessment Laboratory and the University of Hawaii Curriculum Research and Development Group.

Shepard, L. A. (2000). The role of assessment in a learning culture. *Educational researcher, 29 (7),* 4-14.

Slife, B. D., Weiss, J., & Bell, T. (1985). Separability of metacognition and cognition: Problem solving in learning disabled and regular students. *Journal of Educational Psychology, 77*, 437-445.

Sluijsmans, D., Dochy, F., Moerkerke, G. (1999). Creating a Learning Environment by Using Self- Peer- and Co-Assessment. *Learning Environment Research, 1*, 293-319.

Spring H. T. (1985). Teacher decision making: A Metacognitive Approach. *Reading Teacher, 39*, 290-295.

Sternberg, R. J. (1986a). Inside intelligence. *American Scientist, 74*, 137-143.

Stiggins, R. J. (1999). Evaluating classroom assessment training in teacher education programs. Educational Measurement: *Issues and Practice, 18(1),* 23-27.

Sturomski, N. (1997). Teaching students with learning disabilities to use learning strategies. National Information Center for Children and Youth with Disabilities (NICHCY) *News Digest, 25*, 1-23.

Swanson, H. L., Christie, L., & Rubadeau, R. J. (1993). The relationship between metacognition and analogical reasoning in mentally retarded, learning disabled, average, and gifted children. *Learning Disabilities Research, 8*, 70-81.

Τζεκάκη, Μ. (2007). Πρόγραμμα με δραστηριότητες. Στο Μ. Τζεκάκη (Επιμ.) *Μικρά παιδιά μεγάλα μαθηματικά νοήματα. Προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία* (σσ. 123-146). Αθήνα: Gutenberg.

Torrance, H. & Pryor, J. (1998*). Investigating Formative Assessment. Teaching, Learning and Assessment in the Classroom*. Buckingham: Open University Press.

Τσιρίκος, Γ. & Πονηρού, Π. (2010). Οι μεταγνωστικές δεξιότητες των μαθητών στα Αναλυτικά Προγράμματα και στις διδακτικές προσεγγίσεις στη Δευτεροβάθμια Επαγγελματική ξαι Τεχνολογική Εκπαίδευση. Πρακτικά του Ελληνικού Ινστιτούτου Εφαρμοσμένης Παιδαγωγικής και Εκπαίδευσης (ΕΛΛ.Ι.Ε.Π.ΕΚ). *5ο Πανελλήνιο Συνέδριο με θέμα «Μαθαίνω πώς να μαθαίνω», 7-9 Μαιου 2010*.

Van De Walle, A. J., Karp, S. K. & Bay-Williams, M. J. (2013). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally (8th ed.*). United States of America: Pearson.

Vauras, M., Kinnunen, R., & Rauhanummi, T. (1999). The role of metacognition in the context of integrated strategy intervention. *European Journal of Psychology of Education, 14*, 555-569.

Weinstein, C. & Mayer, R. (1986). The Teaching of Learning Strategies. In M. Wittrick. (Ed.), *Handbook of Research on teaching*. New York: Macmillam Publishing Company.

Whitman, T. L. (1990). Self – regulation and mental retardation. *American Journal on Mental Retardation, 94*, 347-362.

William, A. (2007). Content then process: teacher learning communities in the service of formative assessment. In D. B. Reeves (Ed.*), Ahead of the curve: The power of assessment to transform teaching and learning* (pp. 183-204). Bloomington, IN: Solution Tree.

Wiliam, D. (2011). What is assessment for learning? *Studies in Educational Evaluation, 37*, 2–14.

ΥΠΕΠΘ-ΠΙ (2002). Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών, τομ. Α΄, Αθήνα.

Zimmerman, B. J. (2008). Investigating Self – Regulation and Motivation: Historical Background, Methodological Developments and future Prospects. *American Educational Research Journal, 45*, 166-183.

Παράρτημα

Περιεχόμενα Παραρτήματος…….....132

1 Ερευνητικά Δοκίμια…….....133

2 Αξιολόγηση Γνωστικού Περιεχομένου Ερευνητικών Δοκιμίων…….....153

3 Αναλυτικοί Πίνακες της Στατιστικής Επεξεργασίας των Ερευνητικών Δεδομένων.....168

3.1 X^2 test.....168

3.2 Μη συσχετισμένος έλεγχος t-test.....171

1 ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΔΟΚΙΜΙΑ

Ερευνητικό Δοκίμιο Α΄ Λυκείου Άλγεβρα Pre test

18/1/2016

Τμήμα: Α ….

Ονοματεπώνυμο:

……..…

ΟΔΗΓΙΕΣ: Στο Μέρος Α΄και Β αυτής τη γραπτής δοκιμασίας θα βρεις 2 ασκήσεις με διάφορα υπο-ερωτήματα. Θα εργαστείς για 60 λεπτά για να τις λύσεις. Στο χρόνο αυτό φρόντισε να λύσεις όσες πιο πολλές ασκήσεις μπορείς. Όταν συναντήσεις κάτι που δεν ξέρεις, προχώρα πιο κάτω. Όπου χρειάζονται βοηθητικές (πρόχειρες) πράξεις, να τις κάνεις στον κενό χώρο κάτω από κάθε άσκηση. Παρακαλούμε μη σβήνεις τις πρόχειρες πράξεις, γιατί δείχνουν τη σκέψη σου που αξίζει πολύ. Κάποτε η σκέψη μπορεί να είναι ορθή και οι πράξεις

Μέρος Α

1. *Διάβασε τις παρακάτω ερωτήσεις. Σε κάθε ερώτηση, βάλε √ στο κουτάκι μπροστά από τη δήλωση που λέει αυτό που νομίζεις* *<u>ΧΩΡΙΣ ΝΑ ΛΥΣΕΙΣ ΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ</u>*.

(α) Δίνεται η εξίσωση:

$$\frac{4x}{x^2-x}=\frac{4}{x^2-1}-\frac{x}{x+1}$$

Νομίζεις ότι μπορείς να προσδιορίσεις σωστά τις λύσεις της εξίσωσης;

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης.
☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης.
☐ Νομίζω ότι **<u>δεν</u>** μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης.
☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **<u>δεν</u>** μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης.

$$|x-1|-\frac{|2-2x|}{10}=1-\frac{|1-x|-10}{5}$$

Νομίζεις ότι μπορείς να προσδιορίσεις σωστά τις λύσεις της εξίσωσης;

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης.
☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης.
☐ Νομίζω ότι **<u>δεν</u>** μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης.
☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **<u>δεν</u>** μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης.

(γ) Δίνεται η εξίσωση:

$$|5x-2| = 2-5x$$

Νομίζεις ότι μπορείς να προσδιορίσεις σωστά τις λύσεις της εξίσωσης;

- ☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης.
- ☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης.
- ☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης.
- ☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά την λύση της εξίσωσης.

Μέρος Β΄

Άσκηση1η: Απαντήστε στα ερωτήματα

(β) Να λύσεις την εξίσωση:

$$|x-1| - \frac{|2-2x|}{10} = 1 - \frac{|1-x|-10}{5}$$

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

- ☐ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- ☐ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- ☐ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.
- ☐ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

(α) Να λύσεις την εξίσωση:

$$\frac{4x}{x^2-x} = \frac{4}{x^2-1} - \frac{x}{x+1}$$

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

- ☐ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- ☐ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- ☐ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.
- ☐ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

(γ) Να λύσεις την εξίσωση:

$$|5x-2| = 2-5x$$

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

- □ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- □ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- □ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.
- □ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

Ευχαριστούμε πολύ για την προσπάθειά σου.

Ερευνητικό Δοκίμιο Α΄ Λυκείου Άλγεβρα Post test

18/4/2016

Τμήμα: Α ….

Ονοματεπώνυμο:

……..…

ΟΔΗΓΙΕΣ: Στο Μέρος Α΄και Β αυτής τη γραπτής δοκιμασίας θα βρεις 2 ασκήσεις με διάφορα υπο-ερωτήματα. Θα εργαστείς για 60 λεπτά για να τις λύσεις. Στο χρόνο αυτό φρόντισε να λύσεις όσες πιο πολλές ασκήσεις μπορείς. Όταν συναντήσεις κάτι που δεν ξέρεις, προχώρα πιο κάτω. Όπου χρειάζονται βοηθητικές (πρόχειρες) πράξεις, να τις κάνεις στον κενό χώρο κάτω από κάθε άσκηση. Παρακαλούμε μη σβήνεις τις πρόχειρες πράξεις, γιατί δείχνουν τη σκέψη σου που αξίζει πολύ. Κάποτε η σκέψη μπορεί να είναι ορθή και οι πράξεις

Μέρος Α

Διάβασε τις παρακάτω ερωτήσεις. Σε κάθε ερώτηση, βάλε √ στο κουτάκι μπροστά από τη δήλωση που λέει αυτό που νομίζεις *<u>ΧΩΡΙΣ ΝΑ ΛΥΣΕΙΣ ΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ</u>*.

Δίνεται αριθμητική πρόοδος (α_ν), για την οποία γνωρίζουμε $\alpha_6 = 10$ και $S_{15} = 60$

Να υπολογίσετε:

(α) Τον πρώτο όρο α_1 και τη διαφορά ω της προόδου.

Νομίζεις ότι μπορείς να υπολογίσεις σωστά τον πρώτο όρο α_1 και τη διαφορά ω της προόδου;

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά τον πρώτο όρο α_1 και τη διαφορά ω της προόδου.

☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά τον πρώτο όρο α_1 και τη διαφορά ω της προόδου.

☐ Νομίζω ότι **<u>δεν</u>** μπορώ να υπολογίσω σωστά τον πρώτο όρο α_1 και τη διαφορά ω της προόδου.

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά τον πρώτο όρο α_1 και τη διαφορά ω της προόδου.

(b) Τον όρο α_{21}.

Νομίζεις ότι μπορείς να υπολογίσεις σωστά τον πρώτο όρο α_{21}***;***

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά τον πρώτο όρο όρο α_{21}.

☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά τον πρώτο όρο όρο α_{21}.

☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά τον πρώτο όρο όρο α_{21}.

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά τον όρο α_{21}.

(c) Ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με -62.

Νομίζεις ότι μπορείς να υπολογίσεις σωστά ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με -62***;***

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με -62.

☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά σωστά ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με -62.

☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά σωστά ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με -62.

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με -62.

(d) Το πλήθος των όρων της προόδου έχουν άθροισμα 110.

Νομίζεις ότι μπορείς να υπολογίσεις σωστά το πλήθος των όρων της προόδου έχουν άθροισμα 110;

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά το πλήθος των όρων της προόδου έχουν άθροισμα 110.

☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά το πλήθος των όρων της προόδου έχουν άθροισμα 110.

☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά σωστά το πλήθος των όρων της προόδου έχουν άθροισμα 110.

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά το πλήθος των όρων της προόδου έχουν άθροισμα 110.

(e) Το πλήθος των θετικών όρων της (α_ν).

Νομίζεις ότι μπορείς να υπολογίσεις σωστά το πλήθος των θετικών όρων της (α_ν)***;***

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά το πλήθος των θετικών όρων της (α_ν).

☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά το πλήθος των των θετικών όρων της (α_ν).

☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά σωστά το πλήθος των των θετικών όρων της (α_ν).

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά το πλήθος των των θετικών όρων της (α_ν).

(f) Το γεωμετρικό μέσο των αριθμών α_{11} και α_{16}.

Νομίζεις ότι μπορείς να υπολογίσεις σωστά το γεωμετρικό μέσο των αριθμών α_{11} ***και*** α_{16}***;***

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά το γεωμετρικό μέσο των αριθμών α_{11} και α_{16}.

☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά το γεωμετρικό μέσο των αριθμών α_{11} και α_{16}.

☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά το γεωμετρικό μέσο των αριθμών α_{11} και α_{16}.

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά το γεωμετρικό μέσο των αριθμών α_{11} και α_{16}.

Μέρος Β΄

Άσκηση1η: Απαντήστε στα ερωτήματα

(β) Δίνεται αριθμητική πρόοδος (α_ν), για την οποία γνωρίζουμε $\alpha_6 = 10$ και $S_{15} = 60$.

Να υπολογίσετε:

(a) Τον πρώτο όρο α_1 και τη διαφορά ω της προόδου.

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

□ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

□ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

(b) Τον όρο α_{21}.

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

□ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

□ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

(c) Ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με -62.

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

□ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

□ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

(e) Το πλήθος των όρων της προόδου έχουν άθροισμα 110.

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

□ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

□ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

(d) Το πλήθος των θετικών όρων της (α_ν).

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

□ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

□ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

(f) Το γεωμετρικό μέσο των αριθμών α_{11} και α_{16}.

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

□ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

□ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

Ευχαριστούμε πολύ για την προσπάθειά σου.

Ερευνητικό Δοκίμιο Α΄ Λυκείου Γεωμετρία Pre test

13/1/2016

Τμήμα: Α ….

Ονοματεπώνυμο:

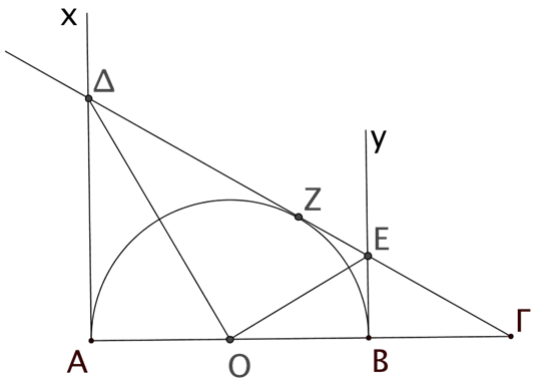
……..…

ΟΔΗΓΙΕΣ: Στο Μέρος Α ΄και Β αυτής τη γραπτής δοκιμασίας θα βρεις 2 ασκήσεις με διάφορα υπο-ερωτήματα. Θα εργαστείς για 60 λεπτά για να τις λύσεις. Στο χρόνο αυτό φρόντισε να λύσεις όσες πιο πολλές ασκήσεις μπορείς. Όταν συναντήσεις κάτι που δεν ξέρεις, προχώρα πιο κάτω. Όπου χρειάζονται βοηθητικές (πρόχειρες) πράξεις, να τις κάνεις στον κενό χώρο κάτω από κάθε άσκηση. Παρακαλούμε μη σβήνεις τις πρόχειρες πράξεις, γιατί δείχνουν τη σκέψη σου που αξίζει πολύ. Κάποτε η σκέψη μπορεί να είναι ορθή και οι πράξεις

Μέρος Α

2. *Διάβασε τις παρακάτω ερωτήσεις. Σε κάθε ερώτηση, βάλε √ στο κουτάκι μπροστά από τη δήλωση που λέει αυτό που νομίζεις* *<u>ΧΩΡΙΣ ΝΑ ΛΥΣΕΙΣ ΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ</u>*.

1) ***(α)*** Δίνεται ημικύκλιο διαμέτρου ΑΒ και οι εφαπτόμενες ημιευθείες Α*x* και Β*y*, στο ίδιο ημιεπίπεδο με το ημικύκλιο. Προεκτείνουμε την ΟΒ προς το μέρος του Β κατά ίσο τμήμα ΒΓ. Από το σημείο Γ φέρουμε εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Ζ, η οποία τέμνει τις Α*x* και Β*y* στα σημεία Δ και Ε αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:



a) $\Delta OE = 90^{\circ}$.

Νομίζεις ότι μπορείς να αποδείξεις ότι $\Delta OE = 90^{\circ}$***;***

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ αοδείξω ότι $\Delta OE = 90^{\circ}$.

☐ Νομίζω ότι μπορώ να ότι μπορώ αοδείξω ότι $\Delta OE = 90^{\circ}$.

☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να ότι μπορώ αοδείξω ότι $\Delta OE = 90^{\circ}$.

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να ότι μπορώ αοδείξω ότι $\Delta OE = 90^{\circ}$.

$OE = E\Gamma$.

Νομίζεις ότι μπορείς να αποδείξεις ότι $OE = E\Gamma$***;***

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ αποδείξω ότι $OE = E\Gamma$.

☐ Νομίζω ότι μπορώ να ότι μπορώ αποδείξω ότι $OE = E\Gamma$.

☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να ότι μπορώ αποδείξω ότι $OE = E\Gamma$.

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να ότι μπορώ αποδείξω ότι $OE = E\Gamma$.

Τα τρίγωνα ΟΕΖ και ΓΕΒ είναι ίσα

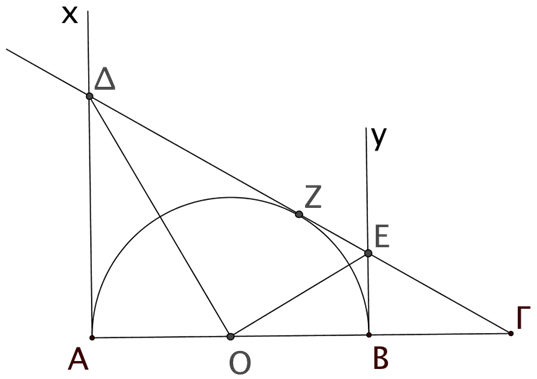
Νομίζεις ότι μπορείς να αποδείξεις ότι τα τρίγωνα ΟΕΖ και ΓΕΒ είναι ίσα;

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να αποδείξω ότι τα τρίγωνα ΟΕΖ και ΓΕΒ είναι ίσα.
☐ Νομίζω ότι μπορώ να ότι μπορώ να αποδείξω ότι τα τρίγωνα ΟΕΖ και ΓΕΒ είναι ίσα.
☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να αποδείξω ότι τα τρίγωνα ΟΕΖ και ΓΕΒ είναι ίσα.
☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να αποδείξω ότι τα τρίγωνα ΟΕΖ και ΓΕΒ είναι ίσα.

Μέρος Β΄

Άσκηση1η: Απαντήστε στα ερωτήματα

2) Δίνεται ημικύκλιο διαμέτρου ΑΒ και οι εφαπτόμενες ημιευθείες Α*x* και Β*y*, στο ίδιο ημιεπίπεδο με το ημικύκλιο. Προεκτείνουμε την ΟΒ προς το μέρος του Β κατά ίσο τμήμα ΒΓ. Από το σημείο Γ φέρουμε εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Ζ, η οποία τέμνει τις Α*x* και Β*y* στα σημεία Δ και Ε αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι $\Delta OE = 90^{\circ}$:



.

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

☐ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
☐ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
☐ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.
☐ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

(α) $\text{ΟΕ} = \text{ΕΓ}$

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

- □ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- □ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- □ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.
- □ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

Τα τρίγωνα ΟΕΖ και ΓΕΒ είναι ίσα.

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

- □ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- □ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- □ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.
- □ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

Ευχαριστούμε πολύ για την προσπάθειά σου.

Ερευνητικό Δοκίμιο Α΄ Λυκείου Γεωμετρία Post test

13/4/2016

Τμήμα: Α ….

Ονοματεπώνυμο:

……..…

ΟΔΗΓΙΕΣ: Στο Μέρος Α΄και Β αυτής τη γραπτής δοκιμασίας θα βρεις 2 ασκήσεις με διάφορα υπο-ερωτήματα. Θα εργαστείς για 60 λεπτά για να τις λύσεις. Στο χρόνο αυτό φρόντισε να λύσεις όσες πιο πολλές ασκήσεις μπορείς. Όταν συναντήσεις κάτι που δεν ξέρεις, προχώρα πιο κάτω. Όπου χρειάζονται βοηθητικές (πρόχειρες) πράξεις, να τις κάνεις στον κενό χώρο κάτω από κάθε άσκηση. Παρακαλούμε μη σβήνεις τις πρόχειρες πράξεις, γιατί δείχνουν τη σκέψη σου που αξίζει πολύ. Κάποτε η σκέψη μπορεί να είναι ορθή και οι πράξεις

Μέρος Α

3. *Διάβασε τις παρακάτω ερωτήσεις. Σε κάθε ερώτηση, βάλε √ στο κουτάκι μπροστά από τη δήλωση που λέει αυτό που νομίζεις <u>ΧΩΡΙΣ ΝΑ ΛΥΣΕΙΣ ΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ</u>.*

1) ***(α)*** Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και έστω Ε, Ζ τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΒΓ αντίστοιχα . Οι προεκτάσεις των τμημάτων ΕΖ και ΔΓ τέμνονται στο Η.

Να αποδείξετε ότι: Τα τρίγωνα ΕΒΖ και ΓΖΗ είναι ίσα.

Νομίζεις ότι μπορείς να αποδείξεις ότι τα τρίγωνα ΕΒΖ και ΓΖΗ είναι ίσα;

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να αποδείξω ότι τα τρίγωνα ΕΒΖ και ΓΖΗ είναι ίσα.
☐ Νομίζω ότι μπορώ να αποδείξω ότι τα τρίγωνα ΕΒΖ και ΓΖΗ είναι ίσα.
☐ Νομίζω ότι **<u>δεν</u>** μπορώ να αποδείξω ότι τα τρίγωνα ΕΒΖ και ΓΖΗ είναι ίσα..
☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **<u>δεν</u>** μπορώ να αποδείξω ότι τα τρίγωνα ΕΒΖ και ΓΖΗ είναι ίσα.

(β) Το τετράπλευρο ΑΓΗΕ είναι παραλληλόγραμμο.

Νομίζεις ότι μπορείς να προσδιορίσεις σωστά τις λύσεις της εξίσωσης;

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να αποδείξω ότι το τετράπλευρο ΑΓΗΕ είναι παραλληλόγραμμο.
☐ Νομίζω ότι μπορώ να αποδείξω ότι το τετράπλευρο ΑΓΗΕ είναι παραλληλόγραμμο.
☐ Νομίζω ότι **<u>δεν</u>** μπορώ να αποδείξω ότι το τετράπλευρο ΑΓΗΕ είναι παραλληλόγραμμο.
☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **<u>δεν</u>** μπορώ να αποδείξω ότι το τετράπλευρο ΑΓΗΕ είναι παραλληλόγραμμο.
☐

a) Αν η ΑΗ τέμνει τη ΒΓ στο Θ τότε:

i. Το Θ είναι βαρύκεντρο του τριγώνου ΕΓΗ

Νομίζεις ότι μπορείς να αποδείξεις σωστά ότι το Θ είναι βαρύκεντρο του τριγώνου ΕΓΗ;

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά ότι το Θ είναι βαρύκεντρο του τριγώνου ΕΓΗ.

☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά ότι το Θ είναι βαρύκεντρο του τριγώνου ΕΓΗ.

☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά ότι το Θ είναι βαρύκεντρο του τριγώνου ΕΓΗ.

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά ότι το Θ είναι βαρύκεντρο του τριγώνου ΕΓΗ.

ii. $\Gamma\Theta = \frac{A\Delta}{3}$

Νομίζεις ότι μπορείς να αποδείξεις σωστά ότι $\Gamma\Theta = \frac{A\Delta}{3}$ ***;***

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά ότι $\Gamma\Theta = \frac{A\Delta}{3}$.

☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά ότι $\Gamma\Theta = \frac{A\Delta}{3}$.

☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά ότι $\Gamma\Theta = \frac{A\Delta}{3}$.

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά $\Gamma\Theta = \frac{A\Delta}{3}$.

Μέρος Β΄

Άσκηση1η: Απαντήστε στα ερωτήματα

2) ***(β)*** Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και έστω Ε, Ζ τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΒΓ αντίστοιχα . Οι προεκτάσεις των τμημάτων ΕΖ και ΔΓ τέμνονται στο Η.

Να αποδείξετε ότι: Τα τρίγωνα ΕΒΖ και ΓΖΗ είναι ίσα.

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

□ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

□ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

Το τετράπλευρο ΑΓΗΕ είναι παραλληλόγραμμο.

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

□ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

□ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

Αν η ΑΗ τέμνει τη ΒΓ στο Θ τότε:

ii. Το Θ είναι βαρύκεντρο του τριγώνου ΕΓΗ

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

□ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

□ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

ii. $\Gamma\Theta = \frac{A\Delta}{3}$

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

- □ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- □ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- □ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.
- □ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

Ευχαριστούμε πολύ για την προσπάθειά σου.

Ερευνητικό Δοκίμιο Β΄ Λυκείου Γεωμετρία Pre test

14/1/2016

Τμήμα: Β ….

Ονοματεπώνυμο:

……..…

ΟΔΗΓΙΕΣ: Στο Μέρος Α΄και Β αυτής τη γραπτής δοκιμασίας θα βρεις 3 ασκήσεις με διάφορα υπο-ερωτήματα. Θα εργαστείς για 60 λεπτά για να τις λύσεις. Στο χρόνο αυτό φρόντισε να λύσεις όσες πιο πολλές ασκήσεις μπορείς. Όταν συναντήσεις κάτι που δεν ξέρεις, προχώρα πιο κάτω. Όπου χρειάζονται βοηθητικές (πρόχειρες) πράξεις, να τις κάνεις στον κενό χώρο κάτω από κάθε άσκηση. Παρακαλούμε μη σβήνεις τις πρόχειρες πράξεις, γιατί δείχνουν τη σκέψη σου που αξίζει πολύ. Κάποτε η σκέψη μπορεί να είναι ορθή και οι

Μέρος Α

4. *Διάβασε τις παρακάτω ερωτήσεις. Σε κάθε ερώτηση, βάλε √ στο κουτάκι μπροστά από τη δήλωση που λέει αυτό που νομίζεις* *<u>ΧΩΡΙΣ ΝΑ ΛΥΣΕΙΣ ΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ</u>*.

(α) Δίνεται τρίγωνο $\overset{\square}{\mathrm{ABΓ}}$ με $\hat{\mathrm{A}} = 60^o$, $\beta = 3,\ \gamma = 2$

Νομίζεις ότι μπορείς να υπολογίσεις σωστά την τιμή της πλευράς α;

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την τιμή της πλευράς α.
☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την τιμή της πλευράς α.
☐ Νομίζω ότι **<u>δεν</u>** μπορώ να υπολογίσω σωστά την τιμή της πλευράς α.
☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **<u>δεν</u>** μπορώ να υπολογίσω σωστά την τιμή της πλευράς α.

(β) Δίνεται τρίγωνο $\overset{\square}{\mathrm{ABΓ}}$ με $\hat{\mathrm{A}} = 60^o$, $\beta = 3,\ \gamma = 2$

Νομίζεις ότι μπορείς να βρεις το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του;

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να βρω το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του .
☐ Νομίζω ότι μπορώ να βρω το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.
☐ Νομίζω ότι **<u>δεν</u>** μπορώ να βρω το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.
☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **<u>δεν</u>** μπορώ να βρω το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.

(γ) Δίνεται τρίγωνο $\overset{\square}{\mathrm{A}\mathrm{B}\Gamma}$ με $\hat{\mathrm{A}} = 60^o$, $\beta = 3,\ \gamma = 2$

Νομίζεις ότι μπορείς να βρεις την προβολή της πλευράς ΑΓ στην ΒΓ;

- ☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την προβολή της πλευράς ΑΓ στην ΒΓ.
- ☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την προβολή της πλευράς ΑΓ στην ΒΓ.
- ☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά την την προβολή της πλευράς ΑΓ στην ΒΓ.
- ☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά την την προβολή της πλευράς ΑΓ στην ΒΓ.

(δ) Δίνεται τρίγωνο $\overset{\square}{\mathrm{A}\mathrm{B}\Gamma}$ με $\hat{\mathrm{A}} = 60^o$, $\beta = 3,\ \gamma = 2$

Νομίζεις ότι μπορείς να βρεις την προβολή της διαμέσου ΒΜ στην πλευρά ΑΓ;

- ☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την την προβολή της διαμέσου ΒΜ στην πλευρά ΑΓ.
- ☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την προβολή της διαμέσου ΒΜ στην πλευρά ΑΓ..
- ☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά την προβολή της διαμέσου ΒΜ στην πλευρά ΑΓ.
- ☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά την προβολή της διαμέσου ΒΜ στην πλευρά ΑΓ.στην ΒΓ.

Μέρος Β΄

Άσκηση1η: Απαντήστε στα ερωτήματα

(α) Δίνεται τρίγωνο $\overset{\square}{\mathrm{A}\mathrm{B}\Gamma}$ με $\hat{\mathrm{A}} = 60^o$, $\beta = 3,\ \gamma = 2$

Υπολόγισε την τιμή της πλευράς α.

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

- □ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- □ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- □ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.
- □ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

(β) Δίνεται τρίγωνο $\overset{\square}{\mathrm{A}\mathrm{B}\Gamma}$ με $\hat{\mathrm{A}} = 60^o$, $\beta = 3,\ \gamma = 2$

Βρες το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

- □ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- □ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- □ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.
- □ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

(γ) Δίνεται τρίγωνο $\overset{\square}{\mathrm{A}\mathrm{B}\Gamma}$ με $\hat{\mathrm{A}} = 60^o$, $\beta = 3,\ \gamma = 2$

Βρεις την προβολή της πλευράς ΑΓ στην ΒΓ.

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

- □ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- □ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- □ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.
- □ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

(δ) Δίνεται τρίγωνο $\overset{\square}{\mathrm{A}\mathrm{B}\Gamma}$ με $\hat{\mathrm{A}} = 60^o$, $\beta = 3,\ \gamma = 2$

Βρες την προβολή της διαμέσου ΒΜ στην πλευρά ΑΓ.

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

- □ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- □ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- □ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.
- □ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

Ευχαριστούμε πολύ για την προσπάθειά σου.

Ερευνητικό Δοκίμιο Β΄ Λυκείου Γεωμετρία Post test

20/4/2016

Τμήμα: Β ….

Ονοματεπώνυμο:

……..…

ΟΔΗΓΙΕΣ: Στο Μέρος Α΄και Β αυτής τη γραπτής δοκιμασίας θα βρεις 3 ασκήσεις με διάφορα υπο-ερωτήματα. Θα εργαστείς για 60 λεπτά για να τις λύσεις. Στο χρόνο αυτό φρόντισε να λύσεις όσες πιο πολλές ασκήσεις μπορείς. Όταν συναντήσεις κάτι που δεν ξέρεις, προχώρα πιο κάτω. Όπου χρειάζονται βοηθητικές (πρόχειρες) πράξεις, να τις κάνεις στον κενό χώρο κάτω από κάθε άσκηση. Παρακαλούμε μη σβήνεις τις πρόχειρες πράξεις, γιατί δείχνουν τη σκέψη σου που αξίζει πολύ. Κάποτε η σκέψη μπορεί να είναι ορθή και οι

Μέρος Α

5. *Διάβασε τις παρακάτω ερωτήσεις. Σε κάθε ερώτηση, βάλε √ στο κουτάκι μπροστά από τη δήλωση που λέει αυτό που νομίζεις* *<u>ΧΩΡΙΣ ΝΑ ΛΥΣΕΙΣ ΤΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ</u>*.

Ένα κανονικό ν-γωνο είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, R) με $R = 4$, Αν επιπλέον ισχύει ότι $a_\nu = 2$,

Νομίζεις ότι μπορείς να υπολογίσεις σωστά την πλευρά λ_ν του κανονικού πολυγώνου;

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την πλευρά λ_ν του κανονικού πολυγώνου.

☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την πλευρά λ_ν του κανονικού πολυγώνου.

☐ Νομίζω ότι **<u>δεν</u>** μπορώ να υπολογίσω σωστά την πλευρά λ_ν του κανονικού πολυγώνου.

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **<u>δεν</u>** μπορώ να υπολογίσω σωστά την πλευρά λ_ν του κανονικού πολυγώνου.

Νομίζεις ότι μπορείς να βρεις το πλήθος των πλευρών του κανονικού πολυγώνου;

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να βρω το πλήθος των πλευρών του κανονικού πολυγώνου.
☐ Νομίζω ότι μπορώ να βρω το πλήθος των πλευρών του κανονικού πολυγώνου.
☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να βρω το πλήθος των πλευρών του κανονικού πολυγώνου.
☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να βρω το πλήθος των πλευρών του κανονικού πολυγώνου.

Νομίζεις ότι μπορείς να βρεις τη γωνία ω_v του κανονικού πολυγώνου;

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά τη γωνία ω_v του κανονικού πολυγώνου.
☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά τη γωνία ω_v του κανονικού πολυγώνου.
☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά τη γωνία ω_v του κανονικού πολυγώνου.
☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά τη γωνία ω_v του κανονικού πολυγώνου.

Νομίζεις ότι μπορείς να βρεις την περίμετρο του κανονικού πολυγώνου;

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την περίμετρο του κανονικού πολυγώνου.
☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά την περίμετρο του κανονικού πολυγώνου.
☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά την περίμετρο του κανονικού πολυγώνου.
☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά την περίμετρο του κανονικού πολυγώνου.

Νομίζεις ότι μπορείς να βρεις το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται μεταξύ της περιφέρειας του κύκλου και του κανονικού πολυγώνου;

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται μεταξύ της περιφέρειας του κύκλου και του κανονικού πολυγώνου.

☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται μεταξύ της περιφέρειας του κύκλου και του κανονικού πολυγώνου.

☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται μεταξύ της περιφέρειας του κύκλου και του κανονικού πολυγώνου.

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται μεταξύ της περιφέρειας του κύκλου και του κανονικού πολυγώνου.

Δύο κύκλοι (K, R) και $(\Lambda, 3R)$ εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο Α. Αν ΒΓ είναι μία κοινή εξωτερική εφαπτομένη τους, όπου Β σημείο του (K, R) και Γ σημείο του $(\Lambda, 3R)$ αντίστοιχα.

a) Νομίζεις ότι μπορείς να αποδείξεις σωστά ότι $\mathrm{K\Lambda\Gamma} = 60^\circ$ ***;***

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να αποδείξω σωστά ότι $\mathrm{K\Lambda\Gamma} = 60^\circ$.

☐ Νομίζω ότι μπορώ να αποδείξω σωστά ότι $\mathrm{K\Lambda\Gamma} = 60^\circ$.

☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να αποδείξω σωστά ότι $\mathrm{K\Lambda\Gamma} = 60^\circ$.

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** να αποδείξω σωστά ότι $\mathrm{K\Lambda\Gamma} = 60^\circ$.

b) Νομίζεις ότι μπορείς να υπολογίσεις σωστά ως συνάρτηση του R***:***

i. τα μήκη των τόξων AB, $\mathrm{A\Gamma}$ ***;***

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά τα μήκη των τόξων AB, $\mathrm{A\Gamma}$.

☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά τα μήκη των τόξων AB, $\mathrm{A\Gamma}$.

☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά τα μήκη των τόξων AB, $\mathrm{A\Gamma}$.

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά τα μήκη των τόξων AB, $\mathrm{A\Gamma}$.

c) ***Νομίζεις ότι μπορείς να υπολογίσεις σωστά ως συνάρτηση του*** R***:***

ii. ***τα μήκη των τόξων*** AB, $A\Gamma$***;***

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά τα μήκη των τόξων AB, $A\Gamma$.

☐ Νομίζω ότι μπορώ να υπολογίσω σωστά τα μήκη των τόξων AB, $A\Gamma$.

☐ Νομίζω ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά τα μήκη των τόξων AB, $A\Gamma$.

☐ Είμαι πολύ σίγουρος ότι **δεν** μπορώ να υπολογίσω σωστά τα μήκη των τόξων AB, $A\Gamma$.

Μέρος Β΄

Άσκηση1η: Απαντήστε στα ερωτήματα

(α) Δίνεται τρίγωνο $A\overset{\square}{B}\Gamma$ με $\hat{A} = 60^o$, $\beta = 3$, $\gamma = 2$

Υπολόγισε την τιμή της πλευράς α.

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

□ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

□ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

(β) Δίνεται τρίγωνο $A\overset{\square}{B}\Gamma$ με $\hat{A} = 60^o$, $\beta = 3$, $\gamma = 2$

Βρες το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

□ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.

□ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

□ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

(γ) Δίνεται τρίγωνο $\overset{\square}{\mathrm{A}\mathrm{B}\Gamma}$ με $\hat{\mathrm{A}} = 60^o$, $\beta = 3,\ \gamma = 2$

Βρεις την προβολή της πλευράς ΑΓ στην ΒΓ.

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

- □ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- □ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- □ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.
- □ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

(δ) Δίνεται τρίγωνο $\overset{\square}{\mathrm{A}\mathrm{B}\Gamma}$ με $\hat{\mathrm{A}} = 60^o$, $\beta = 3,\ \gamma = 2$

Βρες την προβολή της διαμέσου ΒΜ στην πλευρά ΑΓ.

Πιστεύεις ότι η απάντησή σου είναι σωστή; Βάλε √ στο κουτάκι που δείχνει τι πιστεύεις

- □ Ναι, είμαι σίγουρος ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- □ Νομίζω ότι αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- □ Νομίζω ότι αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.
- □ Όχι, σίγουρα αυτή **δεν** είναι η σωστή απάντηση.

Ευχαριστούμε πολύ για την προσπάθειά σου.

2 ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΓΝΩΣΤΙΚΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟΥ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΩΝ ΔΟΚΙΜΙΩΝ

Α΄ Λυκείου Άλγεβρα Pre test

Να λύσεις την εξίσωση:

$$\frac{4x}{x^2-x}=\frac{4}{x^2-1}-\frac{x}{x+1}$$

- Θέσε 1 αν παραγοντοποίησε το πολυώνυμο x^2-x, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν παραγοντοποίησε το πολυώνυμο x^2-1, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χειρίστηκε ορθά το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο $x(x-1)(x+1)$ και τους περιορισμούς $x\neq -1, x\neq 0, x\neq 1$, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν έκανε σωστά απαλοιφή παρονομαστών, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν έκανε σωστά τις πράξεις στα δύο μέλη της εξίσωσης, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν έλυσε σωστά την εξίσωση $x^3+4x^2-x=0$, 0 αν οτιδήποτε άλλο
- Θέσε 1 αν απέρριψε την τιμή $x=0$, 0 αν οτιδήποτε άλλο.

a) Να λύσεις την εξίσωση:

$$|x-1|-\frac{|2-2x|}{10}=1-\frac{|1-x|-10}{5}$$

- Θέσε 1 αν χειρίστηκε ορθά τις απόλυτες τιμές ώστε να διαπιστώσει ότι ανάγονται όλες σε μία, $x-1$, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν έκανε σωστά απαλοιφή παρονομαστών, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν έκανε σωστά τις πράξεις στα δύο μέλη της εξίσωσης, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν έλυσε σωστά την εξίσωση $|x-1|=3$, 0 αν οτιδήποτε άλλο.

Να λύσεις την εξίσωση:

$$|5x-2| = 2-5x$$

- Θέσε 1 αν διέκρινε δύο περιπτώσεις, είτε για το εσωτερικό της απόλυτης τιμής, είτε για το πολυώνυμο του δευτέρου μέλους, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χειρίστηκε ορθά την εξίσωση στη μορφή $|x| = \theta, \theta > 0$, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν έκανε έλεγξε την ορθότητα των λύσεων σε σχέση με τους περιορισμούς, 0 αν οτιδήποτε άλλο.

Να προσδιορίσετε, αν υπάρχουν τις τιμές της παραμέτρου $\lambda \in R$, ώστε η εξίσωση $\lambda x^2 - (\lambda+3)x + \lambda = 0$, να έχει πραγματικές ρίζες.

- Θέσε 1 αν διέκρινε περιπτώσεις $\lambda \neq 0, \lambda = 0$, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν για $\lambda = 0$ τότε $x = 0$, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν για $\lambda \neq 0$, $\Delta = -3\lambda^2 + 6\lambda + 9$, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν μελέτησε σωστά το πρόσημο της διακρίνουσας, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν απάντησε $\lambda \in [-1,0) \cup (0,3]$, 0 αν οτιδήποτε άλλο
- Θέσε 1 απάντησε τελικά $\lambda \in [-1,3]$ έχει πραγματικές ρίζες , 0 αν οτιδήποτε άλλο.

Α΄ Λυκείου Άλγεβρα Post test

Δίνεται αριθμητική πρόοδος (α_ν), για την οποία γνωρίζουμε $\alpha_6 = 10$ και $S_{15} = 60$

Να υπολογίσετε:

(a) Τον πρώτο όρο α_1 και τη διαφορά ω της προόδου.

(b) Τον όρο α_{21}.

(c) Ποιος όρος της προόδου είναι ίσος με -62.

(d) Το πλήθος των όρων της προόδου έχουν άθροισμα 110.

(e) Το πλήθος των θετικών όρων της (α_ν).

(f) Το γεωμετρικό μέσο των αριθμών α_{11} και α_{16}.

- Θέσε 1 αν χρησιμοποιεί τον τύπο του ν-οστού όρου , 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε αν χρησιμοποιεί τον τύπο του αθροίσματος των ν πρώτων όρων, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν έκανε σωστά επίλυση του συστήματος, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν υπολόγισε σωστά τον όρο a_{21} , 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε τον τύπο του ν-οστού όρου, 0 αν οτιδήποτε άλλο
- Θέσε 1 αν έκανε σωστά αντικατάσταση και πράξεις, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε τον τύπο του αθροίσματος, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν έκανε σωστά αντικατάσταση και πράξεις, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε την ανισοτική σχέση με τον ν-οστό όρο, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν έκανε σωστά αντικατάσταση και πράξεις, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε τον τύπο του γεωμετρικού μέσου, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν έκανε σωστά αντικατάσταση και πράξεις, 0 αν οτιδήποτε άλλο.

Δίνεται γεωμετρική πρόοδος (α_ν) για την οποία ισχύει $\alpha_{11}^2 = 5\alpha_7 \cdot \alpha_{14}$

(g) Να βρείτε τον λόγο λ της (α_ν).

(h) Αν επιπλέον οι αριθμοί $\alpha_1 + 1,\ \alpha_2 + 15,\ \alpha_3 - 35$ με τη σειρά που δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, τότε:

i. Να προσδιορίσετε τον α_1.

ii. Να υπολογίσετε το άθροισμα $\alpha_{20} + \alpha_{21} + ... + \alpha_{30}$.

- Θέσε 1 αν χρησιμοποιεί τον τύπο του ν-οστού όρου , 0 αν οτιδήποτε άλλο
- Θέσε 1 αν έκανε σωστά επίλυση της εξίσωσης, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε τον τύπο του αριθμητικού μέσου, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν έκανε σωστά αντικατάσταση και πράξεις, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν έκανε σωστά αντικατάσταση και πράξεις υπολογίζοντας το άθροισμα S_{30}, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν έκανε σωστά αντικατάσταση και πράξεις υπολογίζοντας το άθροισμα S_{11}, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν υπολόγισε σωστά τη διαφορά $S_{30} - S_{11}$, 0 αν οτιδήποτε άλλο.

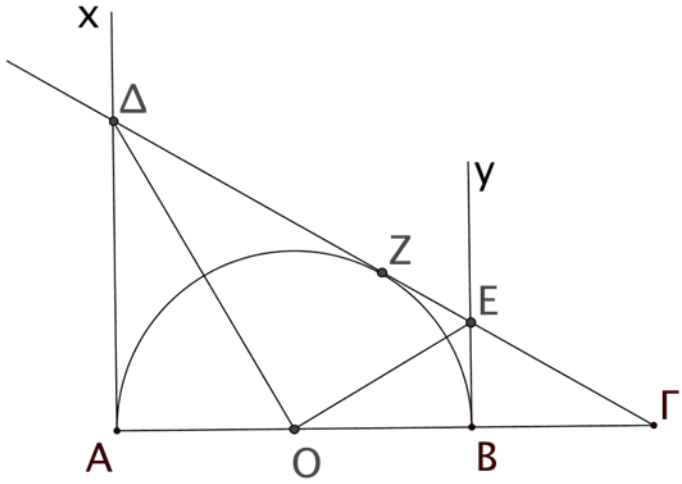
Α΄ Λυκείου Γεωμετρία Pre test

Δίνεται ημικύκλιο διαμέτρου ΑΒ και οι εφαπτόμενες ημιευθείες Α*x* και Β*y*, στο ίδιο ημιεπίπεδο με το ημικύκλιο. Προεκτείνουμε την ΟΒ προς το μέρος του Β κατά ίσο τμήμα ΒΓ. Από το σημείο Γ φέρουμε εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Ζ, η οποία τέμνει τις Α*x* και Β*y* στα σημεία Δ και Ε αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

a) $\Delta OE = 90^{\circ}$.

b) $OE = E\Gamma$.

c) Τα τρίγωνα ΟΕΖ και ΓΕΒ είναι ίσα.



- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε την ιδιότητα της διακέντρου για τη διχοτόμηση της γωνίας που σχηματίζουν οι ακτίνες , 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε την καθετότητα των εφεξής και παραπληρωματικών γωνιών, ή οτιδήποτε ισοδύναμο , 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν όρισε $EB \perp AB$ (Βy εφαπτομένη, ΟΒ ακτίνα στο σημείο επαφής), 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε κριτήριο ισοσκελότητας στο τρίγωνο ΟΕΒ ή έκανε σύγκριση των ορθογωνίων τριγώνων ΟΕΒ-ΓΒΕ, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν όρισε $OZ \perp \Delta E$ (ΔΕ εφαπτομένη, ΟΖ ακτίνα στο σημείο επαφής), 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν έκανε σύγκριση των ορθογωνίων τριγώνων ΟΕΒ-ΟΖΕ, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν έκανε χρήση της μεταβατικής ιδιότητας για την ισότητα των ευθυγράμμων τμημάτων, 0 αν οτιδήποτε άλλο.

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ<ΑΓ. Φέρουμε την διχοτόμο ΑΔ της γωνίας ΒΑΓ. Στην προέκταση της ΑΒ προς το μέρος του Β θεωρούμε σημείο Ε ώστε ΑΕ=ΑΓ . Να αποδείξετε ότι:

a) Τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΔΓ είναι ίσα.

b) Η ΑΔ είναι μεσοκάθετος της ΕΓ.

c) Η γωνία ΔΒΕ είναι μεγαλύτερη της γωνίας ΑΓΒ.

- Θέσε 1 κατασκεύασε σωστά το σχήμα, 0 αν οτιδήποτε άλλο
- Θέσε 1 αν έκανε σύγκριση των τριγώνων ΑΔΕ και ΑΔΓ, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε με σωστό τρόπο το κριτήριο ισότητας τριγώνων Π-Γ-Π, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε την ιδιότητα ότι στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΕΓ η διχοτόμος ΑΔ, άρα και η προέκτασή της είναι διάμεσος και ύψος ή έκανε σύγκριση τριγώνων ή χρησιμοποίησε την χαρακτηριστική ιδιότητα της μεσοκαθέτου για τα σημεία Α και Δ, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν αιτιολόγησε με ορθό τρόπο το ζητούμενο, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν όρισε γωνία ΕΒΔ εξωτερική του τριγώνου ΑΒΓ, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε το θεώρημα, η εξωτερική γωνία ενός τριγώνου είναι μεγαλύτερη από κάθε μία από τις απέναντι εσωτερικές , 0 αν οτιδήποτε άλλο.

Α΄ Λυκείου Γεωμετρία Post test

Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και έστω Ε, Ζ τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΒΓ αντίστοιχα . Οι προεκτάσεις των τμημάτων ΕΖ και ΔΓ τέμνονται στο Η.

Να αποδείξετε ότι:

a) Τα τρίγωνα ΕΒΖ και ΓΖΗ είναι ίσα.

b) Το τετράπλευρο ΑΓΗΕ είναι παραλληλόγραμμο.

c) Αν η ΑΗ τέμνει τη ΒΓ στο Θ τότε:

i. Το Θ είναι βαρύκεντρο του τριγώνου ΕΓΗ

ii. $\Gamma\Theta = \frac{A\Delta}{3}$

- Θέσε 1 κατασκεύασε σωστά το σχήμα, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν προσδιόρισε στο σχήμα τα τρίγωνα που θα συγκρίνει, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε χρησιμοποίησε με ορθό τρόπο το κριτήριο ισότητας Γ-Π-Γ, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν προσδιόρισε τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την παραπάνω σύγκριση, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν διαπίστωσε ότι $AE = \Gamma H$, άρα ΑΓΗΕ παραλ/μο, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν παρατήρησε ότι ΑΗ, ΕΓ διαγώνιες το παραλ/μου ΑΓΗΕ, άρα το σημείο τομής τους είναι μέσο της ΕΓ , συνεπώς η ΗΘ προεκτεινόμενη αποτελεί διάμεσο του τριγώνου ΕΗΓ, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν παρατήρησε από το ερώτημα (b) ότι ΒΖ=ΖΓ, άρα ΓΖ διάμεσος του τριγώνου ΕΓΗ, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν όρισε το σημείο τομής Θ των ΑΗ, ΓΖ ως βαρύκεντρο του τριγώνου ΕΓΗ , 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε την ιδιότητα του βαρυκέντρου $\Gamma\Theta = \frac{1}{3}\Gamma Z$, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε $\Gamma Z = \frac{1}{2}\Gamma B$, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε ΑΔ=ΓΒ, 0 αν οτιδήποτε άλλο.

- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε τη μεταβατική ιδιότητα ώστε να καταλήξει στο συμπέρασμα, 0 αν οτιδήποτε άλλο.

Α΄ Λυκείου Γεωμετρία Post test

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$, $\left(A = 90^{\circ}\right)$, με $B = 30^{\circ}$ και το ύψος του $ΑΔ$. Αν Ε, Ζ και Η είναι τα μέσα των ΑΒ, ΑΓ και ΒΓ αντίστοιχα να αποδείξετε ότι:

d) Τα τρίγωνα $ΔΕΖ$ και $ΑΕΖ$ είναι ίσα.

e) $ΕΔ \perp ΔΖ$.

f) Τα σημεία Ε και Ζ ανήκουν στο φορέα της μεσοκαθέτου του ευθυγράμμου τμήματος ΑΔ.

g) Το τετράπλευρο $ΕΗΓΖ$ είναι παραλληλόγραμμο.

- Θέσε 1 κατασκεύασε σωστά το σχήμα, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν προσδιόρισε στο σχήμα το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΓ και την διάμεσό του ΔΖ, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν προσδιόρισε στο σχήμα το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΒ και την διάμεσό του ΔΕ, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε το θεώρημα η διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου ισούται με το μισό της , 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε το κριτήριο ισότητας τριγώνων Π-Π-Π για τη σύγκριση των τριγώνων ΕΑΖ-ΕΔΖ, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν διαπίστωσε ότι τα σημεία Ε και Ζ ισαπέχουν από τα άκρα του ευθυγράμμου τμήματος ΑΔ, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν παρατήρησε ότι τα σημεία Ε, Η είναι μέσα των πλευρών ΑΒ, ΒΓ αντίστοιχα, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε το θεώρημα το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα πλευρών τριγώνου είναι ίσο και παράλληλο με το μισό της τρίτης πλευράς, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν παρατήρησε ότι $ΕΗ = ΖΓ$, 0 αν οτιδήποτε άλλο.

- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε τη μεταβατική ιδιότητα ώστε να καταλήξει στο συμπέρασμα, 0 αν οτιδήποτε άλλο.

Β΄ Λυκείου Γεωμετρία Pre test

Δίνεται τρίγωνο $A\overset{\square}{B}\Gamma$ με $\hat{A} = 60^o$, $\beta = 3$, $\gamma = 2$

a) Υπολόγισε την τιμή της πλευράς α.

b) Εξέτασε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.

c) Υπολόγισε την προβολή της πλευράς ΑΓ στην ΒΓ.

d) Υπολόγισε την προβολή της διαμέσου ΒΜ στην πλευρά ΑΓ.

- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε το νόμο συνημιτόνων , 0 αν οτιδήποτε άλλο
- Θέσε 1 αν χειρίστηκε σωστά τις πράξεις, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν συνέκρινε το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς με το άθροισμα των τετραγώνων των άλλων δύο , 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν αποτύπωσε το σχήμα του τριγώνου, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν αποτύπωσε στο σχήμα του τριγώνου σωστά τη ζητούμενη προβολή, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε τη γενίκευση του πυθαγορείου θεωρήματος για οξεία γωνία , 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χειρίστηκε σωστά τις πράξεις, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν αποτύπωσε στο σχήμα του τριγώνου σωστά τη ζητούμενη προβολή, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε το δεύτερο θεώρημα διαμέσων, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν χειρίστηκε σωστά τις πράξεις, 0 αν οτιδήποτε άλλο.

Β΄ Λυκείου Γεωμετρία Post test

Ένα κανονικό ν-γωνο είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, R) με $R = 4$, Αν επιπλέον ισχύει ότι $a_\nu = 2$, να υπολογίσετε:

a) Την πλευρά λ_ν του κανονικού πολυγώνου.

b) Το πλήθος των πλευρών του κανονικού πολυγώνου.

c) Την γωνία ω_ν του κανονικού πολυγώνου.

d) Την περίμετρο του κανονικού πολυγώνου.

e) Το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται μεταξύ της περιφέρειας του κύκλου και του κανονικού πολυγώνου.

- Θέσε 1 αν χρησιμοποίησε ορθά τον τύπο $R^2 = \alpha_\nu^2 + \frac{\lambda_\nu^2}{4}$, 0 αν οτιδήποτε άλλο
- Θέσε 1 αν υπολόγισε ότι ν=3, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν υπολόγισε ότι $\omega = 120^\circ$, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 υπολόγισε σωστά την περίμετρο, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 υπολόγισε σωστά το εμβαδόν του κυκλικού τομέα ή του κύκλου, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν υπολόγισε σωστά το εμβαδόν του τριγώνου, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν υπολόγισε σωστά τη διαφορά, 0 αν οτιδήποτε άλλο.

Δύο κύκλοι (K, R) και $(\Lambda, 3R)$ εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο Α. Αν ΒΓ είναι μία κοινή εξωτερική εφαπτομένη τους, όπου Β σημείο του (K, R) και Γ σημείο του $(\Lambda, 3R)$ αντίστοιχα τότε:

f) Να αποδείξετε ότι $K\Lambda\Gamma = 60^\circ$.

g) Να υπολογίσετε ως συνάρτηση του R:

i. τα μήκη των τόξων AB, $A\Gamma$.

ii. Την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου ΑΒΓ.

iii. Τα εμβαδά των κυκλικών τμημάτων που ορίζονται από τους κυκλικούς τομείς (ΚΑΒ) (ΛΑΓ) και τις χορδές ΑΒ, ΑΓ αντίστοιχα.

iv. Το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου ΑΒΓ

- Θέσε 1 κατασκεύασε ορθά το σχήμα, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν έφερε το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα από το σημείο Κ προς την ακτίνα ΛΓ και απέδειξε ότι ΚΛΓ=60, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν υπολόγισε ότι $\text{ΒΚΛ} = 120^{\circ}$, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν υπολόγισε σωστά το μήκος του τόξου ΑΒ, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν υπολόγισε σωστά το μήκος του τόξου ΑΓ, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν υπολόγισε σωστά το μήκος του εφαπτόμενου τμήματος ΒΓ , 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν υπολόγισε σωστά την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου ΑΒΓ, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 υπολόγισε σωστά το εμβαδόν του κυκλικού τομέα (ΚΑΒ), 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 υπολόγισε σωστά το εμβαδόν του κυκλικού τομέα (ΛΑΓ), 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν υπολόγισε σωστά το εμβαδόν του τριγώνου ΚΑΒ, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν υπολόγισε σωστά το εμβαδόν του τριγώνου ΚΑΓ, 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν υπολόγισε σωστά εμβαδόν του τραπεζίου ΚΛΓΒ , 0 αν οτιδήποτε άλλο.
- Θέσε 1 αν υπολόγισε σωστά το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου, 0 αν οτιδήποτε άλλο.

3 Αναλυτικοί Πίνακες της Στατιστικής Επεξεργασίας των Ερευνητικών Δεδομένων

3.1 X^2 test

Συνολικό Δείγμα

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
Grade * Gender	96	100,0%	0	0,0%	96	100,0%
peirama_elegxos * Gender	96	100,0%	0	0,0%	96	100,0%

Διασταύρωση στοιχείων Τάξη-Φύλο

Count

		Gender		Total
		Κορίτσι	Αγόρι	
Grade	α λυκείου	21	33	54
	β λυκείου	21	21	42
Total		42	54	96

Διασταύρωση στοιχείων Ομάδα-Φύλο

Count

		Gender		Total
		Κορίτσι	Αγόρι	
peirama_elegxos	ομάδα ελέγχου	21	27	48
	Πειραματική ομάδα	21	27	48
Total		42	54	96

Α΄ Λυκείου

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
peirama_elegxos * Gender	54	100,0%	0	0,0%	54	100,0%

Διασταύρωση στοιχείων Ομάδα-Φύλο

Count

		Gender		Total
		Κορίτσι	Αγόρι	
peirama_elegxos	ομάδα ελέγχου	11	16	27
	Πειραματική ομάδα	10	17	27
Total		21	33	54

Β΄ Λυκείου

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
peirama_elegxos * Gender	42	100,0%	0	0,0%	42	100,0%

Διασταύρωση στοιχείων Ομάδα-Φύλο

Count

		Gender		Total
		Κορίτσι	Αγόρι	
peirama_elegxos	ομάδα ελέγχου	10	11	21
	Πειραματική ομάδα	11	10	21
Total		21	21	42

3.2 Μη συσχετισμένος έλεγχος t-test

Προηγούμενη Βαθμολογία Συνολικό Δείγμα

	peirama_elegxos	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Palia_Bathmologia	ομάδα ελέγχου	48	14,69	3,486	,503
	Πειραματική ομάδα	48	15,86	3,063	,442

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means			
		Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
				Lower	Upper
Palia_Bathmologia	Equal variances assumed	-1,170	,670	-2,500	,160
	Equal variances not assumed	-1,170	,670	-2,500	,160

Προηγούμενη Βαθμολογία Κορίτσια

	peirama_elegxos	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Palia_Bathmologia	ομάδα ελέγχου	21	14,93	3,880	,847
	Πειραματική ομάδα	21	15,51	2,999	,654

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means			
		Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
				Lower	Upper
Palia_Bathmologia	Equal variances assumed	-,586	1,070	-2,748	1,577
	Equal variances not assumed	-,586	1,070	-2,753	1,581

Προηγούμενη Βαθμολογία Αγόρια

	peirama_elegxos	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Palia_Bathmologia	ομάδα ελέγχου	27	14,51	3,211	,618
	Πειραματική ομάδα	27	16,13	3,140	,604

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means			
		Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
				Lower	Upper
Palia_Bathmologia	Equal variances assumed	-1,624	,864	-3,359	,110
	Equal variances not assumed	-1,624	,864	-3,359	,110

Προηγούμενη Βαθμολογία Α΄ Λυκείου

	peirama_elegxos	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Palia_Bathmologia	ομάδα ελέγχου	27	15,89	2,517	,484
	Πειραματική ομάδα	27	16,78	2,694	,518

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means			
		Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
				Lower	Upper
Palia_Bathmologia	Equal variances assumed	-,889	,709	-2,313	,535
	Equal variances not assumed	-,889	,709	-2,313	,535

Προηγούμενη Βαθμολογία Β΄ Λυκείου

	peirama_elegxos	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Palia_Bathmologia	ομάδα ελέγχου	21	13,15	3,988	,870
	Πειραματική ομάδα	21	14,68	3,165	,691

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means			
		Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
				Lower	Upper
Palia_Bathmologia	Equal variances assumed	-1,531	1,111	-3,776	,714
	Equal variances not assumed	-1,531	1,111	-3,780	,718

Αρχική Επίδοση Γνωστικό Συνολικό Δείγμα

	peirama_elegxos	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pre_Test_Algevra_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	,5885	,23939	,04607
	Πειραματική ομάδα	27	,6552	,25928	,04990
Pre_Test_Geometria_MEAN	ομάδα ελέγχου	48	,5919	,28622	,04131
	Πειραματική ομάδα	48	,7298	,21300	,03074

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means			
		Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
				Lower	Upper
Pre_Test_Algevra_MEAN	Equal variances assumed	-,06667	,06791	-,20295	,06961
	Equal variances not assumed	-,06667	,06791	-,20297	,06963
Pre_Test_Geometria_MEAN	Equal variances assumed	-,13792	,05150	-,24016	-,03567
	Equal variances not assumed	-,13792	,05150	-,24027	-,03556

Αρχική Επίδοση Μεταγνωστικό Συνολικό Δείγμα

	peirama_elegxos	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
MC_Pre_Algevra_Pred_Res_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	1,278	,3203	,0616
	Πειραματική ομάδα	27	1,343	,4861	,0935
MC_Pre_Algevra_Res_Eval_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	1,454	,2945	,0567
	Πειραματική ομάδα	27	1,435	,3439	,0662
MC_Pre_Geometry_Pred_Res_MEAN	ομάδα ελέγχου	48	1,193	,3018	,0436
	Πειραματική ομάδα	48	1,299	,3597	,0519
MC_Pre_Geometry_Res_Eval_MEAN	ομάδα ελέγχου	48	1,319	,2821	,0407
	Πειραματική ομάδα	48	1,417	,3813	,0550

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means			
		Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
				Lower	Upper
MC_Pre_Algevra_Pred_Res_MEAN	Equal variances assumed	-,0648	,1120	-,2896	,1600
	Equal variances not assumed	-,0648	,1120	-,2905	,1608
MC_Pre_Algevra_Res_Eval_MEAN	Equal variances assumed	,0185	,0871	-,1563	,1933
	Equal variances not assumed	,0185	,0871	-,1564	,1934
MC_Pre_Geometry_Pred_Res_MEAN	Equal variances assumed	-,1059	,0678	-,2405	,0287
	Equal variances not assumed	-,1059	,0678	-,2405	,0287
MC_Pre_Geometry_Res_Eval_MEAN	Equal variances assumed	-,0972	,0685	-,2332	,0387
	Equal variances not assumed	-,0972	,0685	-,2333	,0389

Αρχική Επίδοση Μεταγνωστικό Κορίτσια

	peirama_elegxos	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pre_Test_Algevra_MEAN	ομάδα ελέγχου	11	,7327	,14492	,04370
	Πειραματική ομάδα	10	,6320	,28751	,09092
Pre_Test_Geometria_MEAN	ομάδα ελέγχου	21	,6538	,28542	,06228
	Πειραματική ομάδα	21	,7105	,24140	,05268
MC_Pre_Algevra_Pred_Res_MEAN	ομάδα ελέγχου	11	1,432	,2261	,0682
	Πειραματική ομάδα	10	1,400	,4441	,1404
MC_Pre_Algevra_Res_Eval_MEAN	ομάδα ελέγχου	11	1,500	,2236	,0674
	Πειραματική ομάδα	10	1,400	,2687	,0850
MC_Pre_Geometry_Pred_Res_MEAN	ομάδα ελέγχου	21	1,290	,2453	,0535
	Πειραματική ομάδα	21	1,274	,3653	,0797
	ομάδα ελέγχου	21	1,373	,2643	,0577

MC_Pre_Geometry_Res_Eval_MEAN	Πειραματική ομάδα	21	1,361	,4412	,0963

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means			
		Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
				Lower	Upper
Pre_Test_Algevra_MEAN	Equal variances assumed	,10073	,09791	-,10419	,30565
	Equal variances not assumed	,10073	,10087	-,11718	,31863
Pre_Test_Geometria_MEAN	Equal variances assumed	-,05667	,08157	-,22153	,10820
	Equal variances not assumed	-,05667	,08157	-,22167	,10834
MC_Pre_Algevra_Pred_Res_MEAN	Equal variances assumed	,0318	,1516	-,2854	,3491
	Equal variances not assumed	,0318	,1561	-,3052	,3688
MC_Pre_Algevra_Res_Eval_MEAN	Equal variances assumed	,1000	,1075	-,1250	,3250
	Equal variances not assumed	,1000	,1085	-,1283	,3283
MC_Pre_Geometry_Pred_Res_MEAN	Equal variances assumed	,0159	,0960	-,1782	,2099
	Equal variances not assumed	,0159	,0960	-,1790	,2108
MC_Pre_Geometry_Res_Eval_MEAN	Equal variances assumed	,0119	,1122	-,2149	,2387
	Equal variances not assumed	,0119	,1122	-,2165	,2403

Αρχική Επίδοση Μεταγνωστικό Αγόρια

	peirama_elegxos	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pre_Test_Algevra_MEAN	ομάδα ελέγχου	16	,4894	,24412	,06103
	Πειραματική ομάδα	17	,6688	,24942	,06049
Pre_Test_Geometria_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	,5437	,28270	,05440
	Πειραματική ομάδα	27	,7448	,19144	,03684
MC_Pre_Algevra_Pred_Res_MEAN	ομάδα ελέγχου	16	1,172	,3381	,0845
	Πειραματική ομάδα	17	1,309	,5194	,1260
MC_Pre_Algevra_Res_Eval_MEAN	ομάδα ελέγχου	16	1,422	,3381	,0845
	Πειραματική ομάδα	17	1,456	,3877	,0940
MC_Pre_Geometry_Pred_Res_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	1,117	,3238	,0623
	Πειραματική ομάδα	27	1,318	,3611	,0695
MC_Pre_Geometry_Res_Eval_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	1,278	,2933	,0564
	Πειραματική ομάδα	27	1,460	,3296	,0634

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means			
		Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
				Lower	Upper
Pre_Test_Algevra_MEAN	Equal variances assumed	-,17945	,08599	-,35482	-,00407
	Equal variances not assumed	-,17945	,08593	-,35472	-,00418
Pre_Test_Geometria_MEAN	Equal variances assumed	-,20111	,06571	-,33296	-,06926
	Equal variances not assumed	-,20111	,06571	-,33339	-,06883
MC_Pre_Algevra_Pred_Res_MEAN	Equal variances assumed	-,1369	,1536	-,4503	,1764
	Equal variances not assumed	-,1369	,1517	-,4479	,1740
MC_Pre_Algevra_Res_Eval_MEAN	Equal variances assumed	-,0340	,1270	-,2930	,2249
	Equal variances not assumed	-,0340	,1264	-,2919	,2239
MC_Pre_Geometry_Pred_Res_MEAN	Equal variances assumed	-,2006	,0933	-,3879	-,0133
	Equal variances not assumed	-,2006	,0933	-,3880	-,0133
MC_Pre_Geometry_Res_Eval_MEAN	Equal variances assumed	-,1821	,0849	-,3525	-,0117
	Equal variances not assumed	-,1821	,0849	-,3525	-,0117

Αρχική Επίδοση Μεταγνωστικό Α΄ Λυκείου

	peirama_elegxos	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pre_Test_Algevra_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	,5885	,23939	,04607
	Πειραματική ομάδα	27	,6552	,25928	,04990
Pre_Test_Geometria_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	,6774	,24302	,04677
	Πειραματική ομάδα	27	,8056	,18253	,03513
MC_Pre_Algevra_Pred_Res_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	1,278	,3203	,0616
	Πειραματική ομάδα	27	1,343	,4861	,0935
MC_Pre_Algevra_Res_Eval_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	1,454	,2945	,0567
	Πειραματική ομάδα	27	1,435	,3439	,0662
MC_Pre_Geometry_Pred_Res_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	1,204	,3180	,0612
	Πειραματική ομάδα	27	1,346	,3331	,0641
MC_Pre_Geometry_Res_Eval_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	1,346	,2884	,0555
	Πειραματική ομάδα	27	1,444	,4082	,0786

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means			
		Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
				Lower	Upper
Pre_Test_Algevra_MEAN	Equal variances assumed	-,06667	,06791	-,20295	,06961
	Equal variances not assumed	-,06667	,06791	-,20297	,06963
Pre_Test_Geometria_MEAN	Equal variances assumed	-,12815	,05849	-,24552	-,01077
	Equal variances not assumed	-,12815	,05849	-,24574	-,01056
MC_Pre_Algevra_Pred_Res_MEAN	Equal variances assumed	-,0648	,1120	-,2896	,1600
	Equal variances not assumed	-,0648	,1120	-,2905	,1608
MC_Pre_Algevra_Res_Eval_MEAN	Equal variances assumed	,0185	,0871	-,1563	,1933
	Equal variances not assumed	,0185	,0871	-,1564	,1934
MC_Pre_Geometry_Pred_Res_MEAN	Equal variances assumed	-,1420	,0886	-,3198	,0359
	Equal variances not assumed	-,1420	,0886	-,3198	,0359
MC_Pre_Geometry_Res_Eval_MEAN	Equal variances assumed	-,0988	,0962	-,2918	,0943
	Equal variances not assumed	-,0988	,0962	-,2923	,0948

Αρχική Επίδοση Μεταγνωστικό Β΄ Λυκείου

	peirama_elegxos	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pre_Test_Algevra_MEAN	ομάδα ελέγχου	0[a]	.	.	.
	Πειραματική ομάδα	0[a]	.	.	.
Pre_Test_Geometria_MEAN	ομάδα ελέγχου	21	,4819	,30523	,06661
	Πειραματική ομάδα	21	,6324	,21352	,04659
MC_Pre_Geometry_Pred_Res_MEAN	ομάδα ελέγχου	21	1,179	,2866	,0625
	Πειραματική ομάδα	21	1,238	,3911	,0853
MC_Pre_Geometry_Res_Eval_MEAN	ομάδα ελέγχου	21	1,286	,2771	,0605
	Πειραματική ομάδα	21	1,381	,3502	,0764

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means			
		Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
				Lower	Upper
Pre_Test_Geometria_MEAN	Equal variances assumed	-,15048	,08129	-,31476	,01381
	Equal variances not assumed	-,15048	,08129	-,31536	,01441
MC_Pre_Geometry_Pred_Res_MEAN	Equal variances assumed	-,0595	,1058	-,2734	,1543
	Equal variances not assumed	-,0595	,1058	-,2740	,1549
MC_Pre_Geometry_Res_Eval_MEAN	Equal variances assumed	-,0952	,0974	-,2922	,1017
	Equal variances not assumed	-,0952	,0974	-,2925	,1020

Τελική Επίδοση Μεταγνωστικό Συνολικό Δείγμα

	peirama_elegxos	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Post_Test_Algevra_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	,7196	,21913	,04217
	Πειραματική ομάδα	27	,8030	,19223	,03699
MC_Post_Algevra_Pred_Res_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	1,222	,3581	,0689
	Πειραματική ομάδα	27	1,416	,4072	,0784
MC_Post_Algevra_Res_Eval_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	1,420	,2762	,0532
	Πειραματική ομάδα	27	1,502	,2711	,0522
Post_Test_Geometria_MEAN	ομάδα ελέγχου	48	,5862	,31890	,04603
	Πειραματική ομάδα	48	,8267	,81574	,11774
MC_Post_Geometry_Pred_Res_MEAN	ομάδα ελέγχου	48	1,345	,3026	,0437
	Πειραματική ομάδα	48	1,382	,3257	,0470
MC_Post_Geometry_Res_Eval_MEAN	ομάδα ελέγχου	48	1,533	,3146	,0454
	Πειραματική ομάδα	48	1,633	,3225	,0466

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means			
		Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
				Lower	Upper
Post_Test_Algevra_MEAN	Equal variances assumed	-,08333	,05610	-,19590	,02924
	Equal variances not assumed	-,08333	,05610	-,19595	,02928
MC_Post_Algevra_Pred_Res_MEAN	Equal variances assumed	-,1934	,1044	-,4028	,0160
	Equal variances not assumed	-,1934	,1044	-,4029	,0161
MC_Post_Algevra_Res_Eval_MEAN	Equal variances assumed	-,0823	,0745	-,2318	,0671
	Equal variances not assumed	-,0823	,0745	-,2318	,0671
Post_Test_Geometria_MEAN	Equal variances assumed	-,24042	,12642	-,49143	,01059
	Equal variances not assumed	-,24042	,12642	-,49321	,01237
MC_Post_Geometry_Pred_Res_MEAN	Equal variances assumed	-,0370	,0642	-,1644	,0904
	Equal variances not assumed	-,0370	,0642	-,1644	,0904
MC_Post_Geometry_Res_Eval_MEAN	Equal variances assumed	-,1005	,0650	-,2296	,0286
	Equal variances not assumed	-,1005	,0650	-,2296	,0286

Τελική Επίδοση Μεταγνωστικό Κορίτσια

	peirama_elegxos	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Post_Test_Algevra_MEAN	ομάδα ελέγχου	11	,8027	,18423	,05555
	Πειραματική ομάδα	10	,7930	,16813	,05317
MC_Post_Algevra_Pred_Res_MEAN	ομάδα ελέγχου	11	1,414	,3787	,1142
	Πειραματική ομάδα	10	1,289	,4164	,1317
MC_Post_Algevra_Res_Eval_MEAN	ομάδα ελέγχου	11	1,566	,2556	,0771
	Πειραματική ομάδα	10	1,478	,2403	,0760
Post_Test_Geometria_MEAN	ομάδα ελέγχου	21	,6538	,28977	,06323
	Πειραματική ομάδα	21	,9543	1,19226	,26017
MC_Post_Geometry_Pred_Res_MEAN	ομάδα ελέγχου	21	1,444	,2656	,0580
	Πειραματική ομάδα	21	1,283	,2917	,0637
MC_Post_Geometry_Res_Eval_MEAN	ομάδα ελέγχου	21	1,571	,2685	,0586
	Πειραματική ομάδα	21	1,668	,3634	,0793

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means			
		Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
				Lower	Upper
Post_Test_Algevra_MEAN	Equal variances assumed	,00973	,07724	-,15195	,17140
	Equal variances not assumed	,00973	,07689	-,15121	,17067
MC_Post_Algevra_Pred_Res_MEAN	Equal variances assumed	,1253	,1735	-,2378	,4883
	Equal variances not assumed	,1253	,1743	-,2405	,4910
MC_Post_Algevra_Res_Eval_MEAN	Equal variances assumed	,0879	,1086	-,1393	,3151
	Equal variances not assumed	,0879	,1082	-,1387	,3144
Post_Test_Geometria_MEAN	Equal variances assumed	-,30048	,26775	-,84161	,24066
	Equal variances not assumed	-,30048	,26775	-,85524	,25429
MC_Post_Geometry_Pred_Res_MEAN	Equal variances assumed	,1607	,0861	-,0133	,3347
	Equal variances not assumed	,1607	,0861	-,0133	,3348
MC_Post_Geometry_Res_Eval_MEAN	Equal variances assumed	-,0964	,0986	-,2957	,1028
	Equal variances not assumed	-,0964	,0986	-,2962	,1034

Τελική Επίδοση Μεταγνωστικό Αγόρια

	peirama_elegxos	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Post_Test_Algevra_MEAN	ομάδα ελέγχου	16	,6625	,22817	,05704
	Πειραματική ομάδα	17	,8088	,20988	,05090
MC_Post_Algevra_Pred_Res_MEAN	ομάδα ελέγχου	16	1,090	,2846	,0712
	Πειραματική ομάδα	17	1,490	,3949	,0958
MC_Post_Algevra_Res_Eval_MEAN	ομάδα ελέγχου	16	1,319	,2497	,0624
	Πειραματική ομάδα	17	1,516	,2938	,0713
Post_Test_Geometria_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	,5337	,33570	,06461
	Πειραματική ομάδα	27	,7274	,29338	,05646
MC_Post_Geometry_Pred_Res_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	1,268	,3115	,0600
	Πειραματική ομάδα	27	1,458	,3353	,0645
MC_Post_Geometry_Res_Eval_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	1,503	,3483	,0670
	Πειραματική ομάδα	27	1,606	,2911	,0560

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means			
		Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
				Lower	Upper
Post_Test_Algevra_MEAN	Equal variances assumed	-,14632	,07625	-,30184	,00919
	Equal variances not assumed	-,14632	,07645	-,30238	,00973
MC_Post_Algevra_Pred_Res_MEAN	Equal variances assumed	-,3999	,1205	-,6457	-,1541
	Equal variances not assumed	-,3999	,1193	-,6439	-,1559
MC_Post_Algevra_Res_Eval_MEAN	Equal variances assumed	-,1969	,0952	-,3911	-,0027
	Equal variances not assumed	-,1969	,0947	-,3902	-,0036
Post_Test_Geometria_MEAN	Equal variances assumed	-,19370	,08580	-,36588	-,02153
	Equal variances not assumed	-,19370	,08580	-,36595	-,02146
MC_Post_Geometry_Pred_Res_MEAN	Equal variances assumed	-,1907	,0881	-,3675	-,0140
	Equal variances not assumed	-,1907	,0881	-,3675	-,0140
MC_Post_Geometry_Res_Eval_MEAN	Equal variances assumed	-,1037	,0874	-,2790	,0716
	Equal variances not assumed	-,1037	,0874	-,2791	,0717

Τελική Επίδοση Μεταγνωστικό Α΄ Λυκείου

	peirama_elegxos	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Post_Test_Algevra_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	,7196	,21913	,04217
	Πειραματική ομάδα	27	,8030	,19223	,03699
MC_Post_Algevra_Pred_Res_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	1,222	,3581	,0689
	Πειραματική ομάδα	27	1,416	,4072	,0784
MC_Post_Algevra_Res_Eval_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	1,420	,2762	,0532
	Πειραματική ομάδα	27	1,502	,2711	,0522
Post_Test_Geometria_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	,5959	,28853	,05553
	Πειραματική ομάδα	27	,7863	,22072	,04248
MC_Post_Geometry_Pred_Res_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	1,194	,2555	,0492
	Πειραματική ομάδα	27	1,375	,3042	,0585
MC_Post_Geometry_Res_Eval_MEAN	ομάδα ελέγχου	27	1,366	,2920	,0562
	Πειραματική ομάδα	27	1,574	,3880	,0747

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means			
		Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
				Lower	Upper
Post_Test_Algevra_MEAN	Equal variances assumed	-,08333	,05610	-,19590	,02924
	Equal variances not assumed	-,08333	,05610	-,19595	,02928
MC_Post_Algevra_Pred_Res_MEAN	Equal variances assumed	-,1934	,1044	-,4028	,0160
	Equal variances not assumed	-,1934	,1044	-,4029	,0161
MC_Post_Algevra_Res_Eval_MEAN	Equal variances assumed	-,0823	,0745	-,2318	,0671
	Equal variances not assumed	-,0823	,0745	-,2318	,0671
Post_Test_Geometria_MEAN	Equal variances assumed	-,19037	,06991	-,33066	-,05008
	Equal variances not assumed	-,19037	,06991	-,33089	-,04985
MC_Post_Geometry_Pred_Res_MEAN	Equal variances assumed	-,1806	,0765	-,3340	-,0271
	Equal variances not assumed	-,1806	,0765	-,3341	-,0270
MC_Post_Geometry_Res_Eval_MEAN	Equal variances assumed	-,2083	,0935	-,3959	-,0208
	Equal variances not assumed	-,2083	,0935	-,3962	-,0205

Τελική Επίδοση Μεταγνωστικό Β΄ Λυκείου

	peirama_elegxos	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Post_Test_Geometria_MEAN	ομάδα ελέγχου	21	,5738	,36121	,07882
	Πειραματική ομάδα	21	,8786	1,22287	,26685
MC_Post_Geometry_Pred_Res_MEAN	ομάδα ελέγχου	21	1,538	,2459	,0537
	Πειραματική ομάδα	21	1,390	,3590	,0783
MC_Post_Geometry_Res_Eval_MEAN	ομάδα ελέγχου	21	1,748	,1887	,0412
	Πειραματική ομάδα	21	1,710	,1947	,0425

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means			
		Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
				Lower	Upper
Post_Test_Geometria_MEAN	Equal variances assumed	-,30476	,27825	-,86713	,25760
	Equal variances not assumed	-,30476	,27825	-,87974	,27022
MC_Post_Geometry_Pred_Res_MEAN	Equal variances assumed	,1476	,0950	-,0443	,3395
	Equal variances not assumed	,1476	,0950	-,0451	,3403
MC_Post_Geometry_Res_Eval_MEAN	Equal variances assumed	,0381	,0592	-,0815	,1577
	Equal variances not assumed	,0381	,0592	-,0815	,1577