ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΚΥΠΡΟΥ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ - ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΩΝ - ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ

ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ – ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ»

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Διασχίζοντας σύνορα μεταξύ διαφορετικών πρακτικών: Διαδικασίες επαγγελματικής μάθησης μελλοντικών εκπαιδευτικών κατά τον σχεδιασμό διερευνητικών δραστηριοτήτων που βασίζονται σε χώρους εργασίας

Χάλιου Αικατερίνη
Δ201320

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

Ψυχάρης Γεώργιος

Αθήνα
Ιανουάριος 2017

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία

εκπονήθηκε στα πλαίσια σπουδών

για την απόκτηση του

Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

που απονέμει το

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών

Στη

«Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»

Εγκρίθηκε την 13η Ιανουαρίου 2017 από **Εξεταστική Επιτροπή** αποτελούμενη από τους:

Ονοματεπώνυμο	**Βαθμίδα**
• Γ. Ψυχάρη (Επιβλέπων)	Επίκ. Καθηγητή
• Θ. Ζαχαριάδη	Καθηγητή
• Δ. Πόταρη	Καθηγήτρια

Η εκπόνηση της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας πραγματοποιήθηκε υπό την καθοδήγηση της **Συμβουλευτικής επιτροπής** αποτελούμενης από τους:

Ονοματεπώνυμο	**Βαθμίδα**
• Γ. Ψυχάρη (Επιβλέπων)	Επίκ. Καθηγητή
• Θ. Ζαχαριάδη	Καθηγητή
• Δ. Πόταρη	Καθηγήτρια

Ευχαριστίες

Για την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω για τη συνεργασία, τη βοήθεια και την καθοδήγησή τους τον επιβλέπων καθηγητή μου Γεώργιο Ψυχάρη, Επίκουρο Καθηγητή ΕΚΠΑ και τα μέλη της Συμβουλευτικής μου Επιτροπής, καθηγήτρια Δέσποινα Πόταρη, Καθηγήτρια ΕΚΠΑ και καθηγητή Θεοδόσιο Ζαχαριάδη, Καθηγητή ΕΚΠΑ.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω:

- όλους τους καθηγητές και καθηγήτριες του μεταπτυχιακού προγράμματος σπουδών για τις γνώσεις και τα εφόδια που μου προσέφεραν στη διάρκεια των χρόνων φοίτησής μου.

- τη γραμματεία του μεταπτυχιακού προγράμματος και ιδιαίτερα στις κυρίες Διονυσία Μπακογιάννη και Ελένη Κλη για τη βοήθειά τους καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

- όλους τους συμφοιτητές μου με τους οποίους μοιραστήκαμε στιγμές χαράς, απογοήτευσης και αγωνίας, και οι οποίοι ομόρφυναν τα χρόνια αυτά, με βοήθησαν και μου συμπαραστάθηκαν στις όποιες δυσκολίες.

- τους συμφοιτητές μου Κατερίνα, Ελένη, Γιάννη και Νίκη που μου παρείχαν το απαραίτητο υλικό για την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον άντρα μου Δημήτρη, τους γονείς μου Σπύρο και Μαρία και τον αδερφό μου Μπάμπη για την υπομονή, τη στήριξη και τη βοήθειά τους τόσο κατά τη διάρκεια των σπουδών μου, όσο και σε κάθε άλλο βήμα μου.

Στους γονείς μου Σπύρο και Μαρία,

στον άντρα μου Δημήτρη

και στον αδερφό μου Μπάμπη,

που με στηρίζουν και είναι δίπλα μου σε κάθε μου επιλογή

Περίληψη

Τα νέα προγράμματα επιμόρφωσης των καθηγητών Μαθηματικών προσανατολίζονται όλο και περισσότερο στην εισαγωγή καινοτόμων πρακτικών στη διδασκαλία, όπως είναι η εφαρμογή των ευρημάτων της έρευνας στο σχεδιασμό, την ανάλυση και την αναθεώρηση δραστηριοτήτων, καθώς και η εισαγωγή ρεαλιστικών πλαισίων, όπως είναι ο χώρος εργασίας. Στα πλαίσια αυτής της φιλοσοφίας, το ευρωπαϊκό πρόγραμμα Mascil παρέχει το πλαίσιο για την ενσωμάτωση πρακτικών που βασίζονται στο χώρο εργασίας και προάγουν τη διερεύνηση και τη διερευνητική μάθηση. Κατά το σχεδιασμό τέτοιων δραστηριοτήτων, οι καθηγητές Μαθηματικών εμπλέκονται στη δημιουργία συνδέσεων μεταξύ της διδασκαλίας και πρακτικών που σχετίζονται με χώρους εργασίας άλλων κοινωνικών/επαγγελματικών ομάδων. Η διαδικασία αυτή χαρακτηρίζεται ως 'πέρασμα συνόρων' και με τον τρόπο αυτό οι εκπαιδευτικοί αποκομίζουν διαφορετικά είδη γνώσης που συμβάλλουν στην επαγγελματική τους εξέλιξη.

Στην παρούσα έρευνα θα μελετηθεί: (α) αν και πώς επηρεάζεται ο διδακτικός σχεδιασμός μελλοντικών εκπαιδευτικών όταν σχεδιάζουν δραστηριότητες που συνδέουν την διδασκαλία των μαθηματικών με τον χώρο εργασίας και (β) ποιες διαδικασίες μάθησης εμφανίζονται καθώς οι μελλοντικοί εκπαιδευτικοί μεταβαίνουν από την διδασκαλία στη σχολική τάξη στον χώρο εργασίας και αντίστροφα.

Λέξεις κλειδιά: *πέρασμα συνόρων, χώρος εργασίας, διαδικασίες μάθησης, σύστημα δραστηριότητας*

Abstract

Educational programs targeting mathematics teaching development are more and more oriented to the introduction of innovative practices in teaching, such as the implementation of research findings in the design, the analysis and the review of activities, and the introduction of realistic contexts such as the workplace. Under this philosophy, the European program Mascil (*http://www.mascil-project.eu/*) *provides a framework for integrating inquiry-based learning and workplace in the teaching of mathematics by engaging teachers in cycles of designing classroom activities, implementing them in classroom and reflecting on their experiences. When designing such activities, mathematics teachers get involved in the creation of connections between teaching and practices associated with different workplace contexts and professional situations. This process is characterized as "boundary crossing" and thus teachers acquire different kinds of knowledge that contribute to their professional development.*

In this paper we investigate: a) whether and how prospective teachers' designs are affected when designing activities that connect mathematics teaching with workplace and b) what learning processes appear while prospective teachers move from teaching in classroom to workplace and backwards.

Key words: *boundary crossing, workplace, learning processes, activity systems*

Περιεχόμενα

Περίληψη 8
1. Εισαγωγή 13
2. Θεωρητικό Πλαίσιο 15
2.1 Πολιτισμική-Ιστορική Θεωρία Δραστηριότητας 15
2.1.1 Βασικές αρχές της Θεωρίας δραστηριότητας 16
2.2 Συνοριακά αντικείμενα / Πέρασμα συνόρων 18
2.2.1 Πέρασμα συνόρων 19
2.2.2 Συνοριακά αντικείμενα 20
2.2.3 Πέρασμα Συνόρων: Μηχανισμοί μάθησης 21
2.3 Ρεαλιστικά Μαθηματικά / Διερευνητική Μάθηση 27
2.3.1 Ρεαλιστικά Μαθηματικά 27
2.3.2 Χώρος εργασίας 30
2.3.3 Διερευνητική Μάθηση 31
3. Μεθοδολογία 33
3.1 Στόχοι της έρευνας – Ερευνητικά ερωτήματα 33
3.2 Πλαίσιο έρευνας - Συμμετέχοντες 33
3.3 Δεδομένα 34
3.4 Ανάλυση δεδομένων 35
4. Αποτελέσματα 36
4.1 Δραστηριότητα «Σεισμολογία» 36
4.1.1 Βασική ιδέα 36
4.1.2 Διδακτικοί Στόχοι 36
4.1.3 Πλαίσιο δραστηριότητας / Ο χώρος εργασίας 37
4.1.4 Ανάλυση της δραστηριότητας 37
4.1.5 Εφαρμογή 41
4.1.6 Τα εμπλεκόμενα συστήματα δραστηριότητας 43
4.1.7 Διαδικασίες περάσματος συνόρων και μηχανισμοί μάθησης 45
4.1.8 Σύνοψη 48
4.2 Δραστηριότητα «Βιομηχανία Υαλουργίας» 48
4.2.1 Βασική ιδέα 48
4.2.2 Στόχοι της δραστηριότητας 49
4.2.3 Πλαίσιο δραστηριότητας / Ο χώρος εργασίας 49
4.2.4 Ανάλυση της δραστηριότητας 51

4.2.5 Εφαρμογή 55
4.2.6 Εμπλεκόμενα συστήματα δραστηριότητας 56
4.2.7 Διαδικασίες περάσματος συνόρων και μηχανισμοί μάθησης..... 58
4.2.8 Σύνοψη 65
4.3 Δραστηριότητα «Βενζινάδικο»..... 65
4.3.1 Βασική ιδέα 65
4.3.2 Στόχοι της δραστηριότητας 66
4.3.3 Πλαίσιο δραστηριότητας / Ο χώρος εργασίας..... 66
4.3.4 Ανάλυση δραστηριότητας 67
4.3.5 Εφαρμογή 70
4.3.6 Εμπλεκόμενα συστήματα δραστηριότητας 70
4.3.7 Διαδικασίες περάσματος συνόρων και μηχανισμοί μάθησης..... 73
4.3.8 Σύνοψη 79
5. Συζήτηση - Συμπεράσματα..... 80
Βιβλιογραφία 83

1. Εισαγωγή

Τα μαθηματικά διδάσκονται συνήθως στο σχολείο χωρίς να δίνεται έμφαση στις εφαρμογές τους, με την προσδοκία ότι οι μαθητές θα μπορέσουν στο μέλλον να κάνουν τις απαραίτητες συνδέσεις και αφαιρετικές διαδικασίες ώστε να αξιοποιήσουν τις μαθηματικές τους γνώσεις στο πλαίσια του χώρου εργασίας. Κάτι τέτοιο όμως ενέχει μεγάλη δυσκολία, καθώς α) η πρόκληση, οι στρατηγικές και η επιχειρηματολογία που εμπλέκονται στην πορεία εφαρμογής της γνώσης παραμένουν αδιαφανείς για τους μαθητές και συχνά η μάθηση εμφανίζεται χωρίς νόημα, β) η έρευνα δείχνει ότι η απλή μεταφορά των σχολικών μαθηματικών σε διάφορα πεδία πρακτικής είναι δύσκολη και συχνά αδύνατη, γ) η διδασκαλία που δεν αξιοποιεί πιθανά πεδία εφαρμογής της γνώσης οδηγεί σε έλλειψη ενδιαφέροντος από την πλευρά των μαθητών και δ) η γνώση στο χώρο εργασίας απαιτεί συνδυασμό ικανοτήτων που σχετίζονται με την τεχνολογία, τα μαθηματικά και τις φυσικές επιστήμες, δεδομένου ότι τα μαθηματικά στο σχολείο αποτελούν αντικείμενο μελέτης αυτά καθεαυτά, ενώ στο χώρο εργασίας χρησιμοποιούνται ως εργαλείο διαμεσολάβησης (Wake, 2014).

Σύμφωνα με τη θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών (Freudenthal, 1983), οι μαθητές θα πρέπει να είναι ενεργοί συμμετέχοντες της εκπαιδευτικής διαδικασίας αναπτύσσοντας οι ίδιοι μαθηματικά εργαλεία και θεωρήσεις. Έτσι, τα μαθηματικά δε θα έπρεπε να μαθαίνονται ως ένα κλειστό σύστημα, αλλά ως μία δραστηριότητα μαθηματικοποίησης της πραγματικότητας. Η διερευνητική διδασκαλία που βασίζεται σε αυθεντικά πλαίσια χώρων εργασίας μπορεί να προκαλέσει το ενδιαφέρον των μαθητών για μάθηση, να ενισχύσει την κατανόηση στα μαθηματικά και να συμβάλλει στη δημιουργία αντίστοιχων ικανοτήτων, κάνοντας έτσι πιο εύκολη τη μεταφορά της γνώσης από το σχολικό πλαίσιο στο πλαίσιο του χώρου εργασίας.

Επιπλέον, η σύνδεση σχολείου και χώρου εργασίας θεωρείται πρόσφορη για τους εκπαιδευτικούς τόσο της πρωτοβάθμιας όσο και της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Συγκεκριμένα, οι εκπαιδευτικοί που διδάσκουν στο λύκειο έρχονται αντιμέτωποι με την ανάγκη των μαθητών να λάβουν αποφάσεις για την μετέπειτα επαγγελματική τους πορεία και άρα χρειάζεται να γνωρίσουν μελλοντικά επαγγέλματα όπως αυτά είναι στην πραγματικότητα. Από την άλλη, είναι σημαντικό οι μαθητές των μικρότερων βαθμίδων εκπαίδευσης να δουν την εφαρμογή των μαθηματικών στις δραστηριότητες της καθημερινής ζωής, ώστε να αποκτήσουν μια βαθύτερη γνώση του χώρου εργασίας μέσω των μαθηματικών σε μια φάση της ζωής τους που συγκροτούν τη γνώση του κόσμου. Έτσι, ενδέχεται να αποκτήσουν μια πιο θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά και ενδιαφέρον για τους τομείς όπου βρίσκουν εφαρμογή.

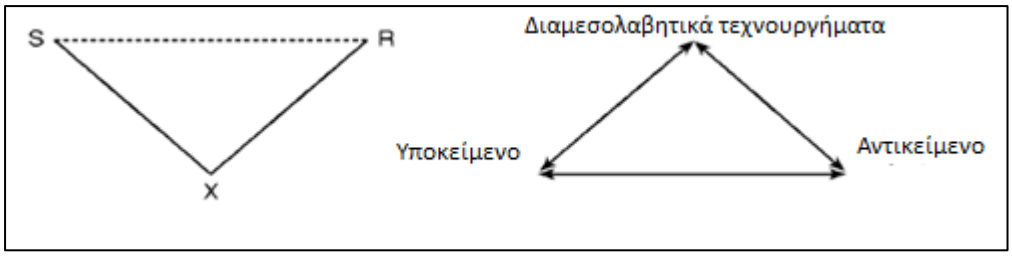
Οι χώροι εργασίας εισάγονται στο σχολείο ως πλαίσιο διερευνητικών δραστηριοτήτων. Προβλήματα βγαλμένα από κάποιον εργασιακό τομέα τίθενται στους μαθητές και αυτοί καλούνται να πάρουν το ρόλο του αντίστοιχου επαγγελματία, να μοντελοποιήσουν το πρόβλημα με οριζόντια μαθηματικοποίηση και στη συνέχεια να διερευνήσουν, να κάνουν εικασίες και τέλος να εμβαθύνουν με κάθετη μαθηματικοποίηση (Freudenthal, 1991). Για να γίνει αυτό όμως, ο εκπαιδευτικός πρέπει να αλλάξει το ρόλο του από παθητικό εφαρμοστή του προγράμματος σπουδών σε συνδιαμορφωτή της καθημερινής σχολικής πρακτικής. Ο ενεργός ρόλος του συνίσταται στην επινόηση δραστηριοτήτων αυτής της μορφής, στην εφαρμογή τους στην πράξη, καθώς και στον επανασχεδιασμό τους με βάση τα ευρήματα από την υλοποίηση. Έτσι, σε μία διερευνητική δραστηριότητα που εμπλέκει χώρους εργασίας ο εκπαιδευτικός πρέπει να σκεφτεί το συνδυασμό και χώρων-εννοιών, πώς οι έννοιες αυτές περιγράφονται στα επίσημα προγράμματα σπουδών και τι διαφορετικό θα μπορούσε να αναδείξει ο σχεδιασμός του (Καλογερία, Μάλλιαρης & Ψυχάρης, 2015).

Υπό το πρίσμα όλων των πάρα πάνω η παρούσα διπλωματική μελετά τον τρόπο που επηρεάζεται ο διδακτικός σχεδιασμός των εκπαιδευτικών κατά το σχεδιασμό τέτοιων δραστηριοτήτων, καθώς και τις διαδικασίες μάθησης που αναπτύσσονται κατά το πέρασμα από τη διδασκαλία στη σχολική τάξη στο χώρο εργασίας και αντίστροφα. Όταν δηλαδή οι εκπαιδευτικοί περνούν αμφίδρομα τα σύνορα/όρια που υπάρχουν μεταξύ των δύο διαφορετικών χώρων (διδασκαλία μαθηματικών-χώρος εργασίας). Όταν αναφερόμαστε σε μηχανισμούς μάθησης βέβαια, χρησιμοποιούμε τον όρο με μία ιδιαιτέρως ευρεία έννοια, που περιλαμβάνει καινούργιες αντιλήψεις, ανάπτυξη της ατομικής ταυτότητας, αλλαγή πρακτικών, αλλά και θεσμική ανάπτυξη.

2. Θεωρητικό Πλαίσιο

2.1 Πολιτισμική-Ιστορική Θεωρία Δραστηριότητας

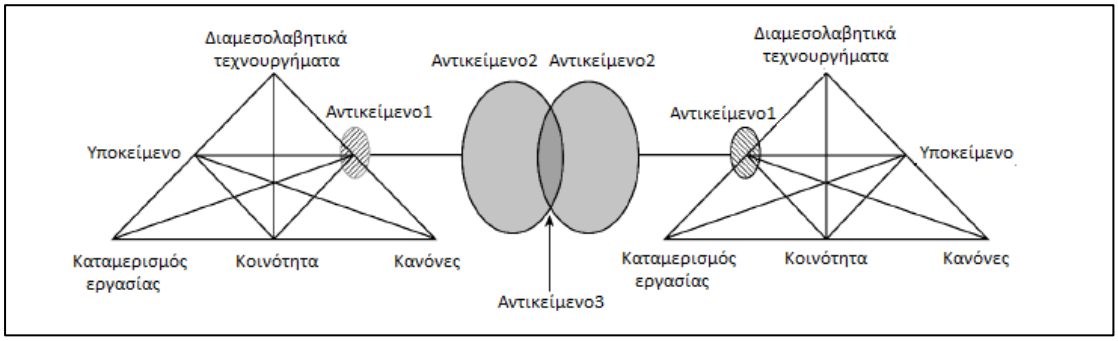
Η Πολιτισμική-Ιστορική Θεωρία Δραστηριότητας (Caltural-Historical Activity Theory) άρχισε από τον Lev Vygotsky (1978) τη δεκαετία του 1920 και του 1930 και εξελίχθηκε μέσω τριών γενεών έρευνας (Engeström, 1996, στο Engeström, 2001). Η πρώτη γενιά επικεντρώνεται στη δραστηριότητα του ατόμου και δημιούργησε την έννοια της διαμεσολάβησης (mediation). Η ιδέα αυτή αναπαρίσταται στο διάσημο τριγωνικό μοντέλο του Vygotsky (1978, p.40), στο οποίο η υπό συνθήκες άμεση σύνδεση μεταξύ του ερεθίσματος (stimulus-S) και της απόκρισης (response-R) αποκαθίσταται μέσω μίας «σύνθετης πράξης διαμεσολάβησης» (X) (εικ. 1α). Η ιδέα του Vygotsky για την πολιτισμική διαμεσολάβηση των ενεργειών εκφράζεται κοινώς με την τριάδα υποκείμενο (subject), αντικείμενο (object), διαμεσολαβητικό τεχνούργημα (mediating artifact) (εικ. 1β).



Εικόνα 1 α) Το τριγωνικό μοντέλο διαμεσολάβησης του Vygotsky, β) η κοινή του αναπαράσταση

Η δεύτερη γενιά έρευνας μετατρέπει την ιδέα αυτή σε ένα συλλογικό μοντέλο δραστηριότητας (Leont'ev, 1981), κάνοντας σαφή τη διαφορά μεταξύ μιας ατομικής *ενέργειας (action)* και μιας συλλογικής *δραστηριότητας* (*activity*). Η διαφορά αυτή γίνεται εμφανής μέσω του παραδείγματος που έδωσε ο Leont'ev για το πρωτόγονο συλλογικό κυνήγι. Με κίνητρο το φαγητό ή την ένδυση, ο κάθε κυνηγός συμμετέχει με κάποιο τρόπο. Ένας κυνηγός για παράδειγμα τρομάζει μία αγέλη ζώων με σκοπό να την κατευθύνει προς κάποια ενέδρα. Η πράξη αυτή από μόνη της όμως έχει ως αποτέλεσμα μόνο το τρόμαγμα των ζώων και όχι την επίτευξη του αρχικού στόχου, που είναι η απόκτηση τροφής ή δέρματος. Για να φτάσει εκεί, χρειάζεται να συμπληρωθεί από τις ενέργειες και των άλλων μελών της ομάδας. Οι διαδικασίες που εκτελούν τα μέλη της ομάδας στις οποίες το κίνητρο και το αντικείμενο του αποτελέσματος δεν συμπίπτουν, ονομάζονται ενέργειες. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, η δραστηριότητα του κυνηγού είναι το κυνήγι, ενώ η ενέργειά του είναι το τρόμαγμα των ζώων (Sannino, 2011). Επεκτείνοντας το παράδειγμα του Leont'ev, μπορούμε να πούμε ότι η ομάδα των κυνηγών είναι αυτό που ο Engeström (2001) ονομάζει σύστημα δραστηριότητας. Το σύστημα δραστηριότητας,

που αποτελεί κεντρική έννοια της Θεωρίας Δραστηριότητας, είναι συλλογικό, χρησιμοποιεί εργαλεία, χρειάζεται ένα κίνητρο και ένα αντικείμενο (καθένα από τα δύο τρίγωνα αποτελεί ένα σύστημα δραστηριότητας, εικ.2). Μία άλλη έννοια που διαχωρίζεται και αποκτά διαφορετικό νόημα είναι αυτή της λειτουργίας. Η λειτουργία είναι ο τρόπος μέσω του οποίου η ενέργεια εκτελείται και εξαρτάται αποκλειστικά από τα διαθέσιμα όργανα και εργαλεία. Με διαφορετικό εξοπλισμό, η ενέργεια εκτελείται με εντελώς διαφορετικό τρόπο, παρ' όλο που το επιθυμητό αποτέλεσμα μπορεί να είναι το ίδιο.



Εικόνα 2 Δύο αλληλεπιδρόντα συστήματα δραστηριότητας ως ελάχιστο μοντέλο της τρίτης γενιάς της Θεωρίας Δραστηριότητας

Στην τρίτη γενιά της Θεωρίας Δραστηριότητας, το βασικό μοντέλο επεκτείνεται ώστε να περιλαμβάνει τουλάχιστον δύο συστήματα δραστηριότητας (Εικ. 2). Στην Εικόνα 2, το αντικείμενο από μέρος κάθε συστήματος δραστηριότητας (αντικείμενο 1) αποκτάει νόημα στο πλαίσιο και των δύο συστημάτων δραστηριότητας (αντικείμενο 2) , ώσπου να θεωρηθεί κοινό αντικείμενο που κατασκευάστηκε και από τα δύο συστήματα (αντικείμενο 3).

2.1.1 Βασικές αρχές της Θεωρίας δραστηριότητας

Η θεωρία της δραστηριότητας μπορεί να συνοψιστεί με τη βοήθεια πέντε αρχών. Η πρώτη αρχή είναι ότι *το σύστημα δραστηριότητας*, όπως περιγράφηκε παραπάνω, υπό το πρίσμα των σχέσεών του με τα άλλα συστήματα δραστηριότητας ενός δικτύου συστημάτων, *αποτελεί την πρωταρχική μονάδα ανάλυσης*. Στοχευμένες ατομικές και ομαδικές ενέργειες, καθώς επίσης και αυτοματοποιημένες λειτουργίες αποτελούν σχετικά ανεξάρτητες αλλά υποδεέστερες μονάδες ανάλυσης, οι οποίες εν τέλει γίνονται κατανοητές μόνο όταν ερμηνεύονται υπό το πρίσμα ολόκληρου του συστήματος δραστηριότητας. Τα συστήματα δραστηριότητας συνειδητοποιούν και αναπαράγουν τους εαυτούς τους με τη δημιουργία τέτοιων ενεργειών και λειτουργιών.

Η δεύτερη αρχή είναι η *πολυφωνία* (multi-voicedness) των συστημάτων δραστηριότητας. Ένα σύστημα δραστηριότητας είναι πάντα μία κοινότητα, με

πολλαπλές απόψεις, παραδόσεις και ενδιαφέροντα. Ο καταμερισμός των εργασιών σε μία δραστηριότητα δημιουργεί διαφορετικές θέσεις για τους συμμετέχοντες, οι οποίοι φέρουν τις δικές τους ξεχωριστές ιστορίες, ενώ το σύστημα από τη μεριά του ενέχει πολλαπλά στρώματα και πτυχές ιστορίας αποτυπωμένα στα τεχνουργήματα, στους κανόνες και στις συμβάσεις του. Η πολυφωνία αυξάνεται πολλαπλασιαστικά στα δίκτυα αλληλεπιδρόντων συστημάτων δραστηριότητας και αποτελεί πηγή τόσο προβλημάτων όσο και καινοτομιών, απαιτώντας ερμηνευτικές ενέργειες και διαπραγμάτευση.

Η τρίτη αρχή είναι *η ιστορικότητα* (historicity). Τα συστήματα δραστηριότητας σχηματίζονται και μετασχηματίζονται επί μακρές χρονικές περιόδους και τα προβλήματα και οι δυνατότητές τους μπορούν να γίνουν κατανοητά μόνο σε σχέση με την ιστορία τους. Η ίδια η ιστορία πρέπει να μελετηθεί ως τοπική ιστορία της δραστηριότητας και των αντικειμένων, και ως ιστορία των θεωρητικών ιδεών και εργαλείων που έχουν συνεισφέρει στο να αποκτήσει σχήμα η δραστηριότητα.

Η τέταρτη αρχή είναι *ο κεντρικός ρόλος των αντιφάσεων* (contradictions) ως πηγή αλλαγών και ανάπτυξης. Οι αντιφάσεις δεν είναι το ίδιο με τα προβλήματα ή τις συγκρούσεις. Για την ακρίβεια είναι ιστορικά συσσωρευτικές δομικές εντάσεις στο εσωτερικό και μεταξύ των συστημάτων δραστηριότητας. Οι δραστηριότητες είναι ανοιχτά συστήματα. Όταν ένα σύστημα δραστηριότητας υιοθετεί ένα καινούργιο στοιχείο (για παράδειγμα μία νέα τεχνολογία ή ένα νέο αντικείμενο), συχνά δημιουργείται μία αντίφαση όπου κάποιο παλιό στοιχείο αντιτίθεται στο καινούργιο. Τέτοιες αντιφάσεις προκαλούν μεν διαταραχές και συγκρούσεις, αλλά δημιουργούν επίσης καινοτόμες προσπάθειες για αλλαγή της δραστηριότητας.

Τέλος, η πέμπτη αρχή αναφέρεται στην *δυνατότητα ύπαρξης εκτεταμένων μετασχηματισμών* στα συστήματα δραστηριότητας. Τα συστήματα δραστηριότητας κινούνται σε σχετικά μεγάλους κύκλους ποιοτικών μετασχηματισμών. Καθώς οι αντιφάσεις εντείνονται, κάποιοι μεμονωμένοι συμμετέχοντες αρχίζουν να αμφισβητούν τις καθιερωμένες νόρμες και να αποκλίνουν από αυτές. Σε ορισμένες περιπτώσεις αυτό μπορεί να εξελιχθεί σε συνεργατική ενόραση και συλλογική προσπάθεια για αλλαγή. Ένας εκτεταμένος μετασχηματισμός επιτυγχάνεται όταν το αντικείμενο και το κίνητρο της δραστηριότητας αποκτήσουν έννοια εκ νέου ώστε να περιλαμβάνουν ευρύτερο φάσμα δυνατοτήτων από ό, τι στην προηγούμενη κατάσταση της δραστηριότητας (Engeström, 2001).

Η Πολιτισμική-Ιστορική θεωρία Δραστηριότητας αποτελεί το βασικό θεωρητικό πλαίσιο στο οποίο βασίζεται η ανάλυση της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας. Δύο συστήματα δραστηριότητας συναντώνται, αυτό της διδασκαλίας των μαθηματικών και αυτό του χώρου εργασίας, και αποτελούν πρωταρχική μονάδα ανάλυσης. Εξετάζουμε προσεχτικά τα εργαλεία, τους κανόνες, τον καταμερισμό της εργασίας, τις πρακτικές και τα διαμεσολαβητικά μέσα που χρησιμοποιούν και

αναλύουμε τις ενέργειες και τις λειτουργίες που επιτελούνται για την ολοκλήρωση της δραστηριότητας του κάθε συστήματος ξεχωριστά, αλλά και της κοινής τους δραστηριότητας.

2.2 Συνοριακά αντικείμενα / Πέρασμα συνόρων

« Έχω επίγνωση του εαυτού μου και γίνομαι ο εαυτός μου μόνο αποκαλύπτοντας τον εαυτό μου σε κάποιον άλλο, μέσω κάποιου άλλου, και με τη βοήθεια κάποιου άλλου … Κάθε εσωτερική εμπειρία καταλήγει σε σύνορο.»

Bakhtin (1984, p. 287)

Σύμφωνα με τους Akkerman και Bakker (2011), ένα σύνορο μπορεί να θεωρηθεί ως μια κοινωνικο-πολιτισμική διαφορά που οδηγεί σε ασυνέχεια στη δράση και την αλληλεπίδραση. Τα σύνορα όμως ταυτόχρονα εμφανίζουν μία ομοιότητα και συνέχεια, με την έννοια ότι εντός της ασυνέχειας που παρουσιάζεται, δύο ή περισσότερες πλευρές σχετίζονται με κάποιον τρόπο. Έτσι, αντιμετωπίζονται ως ευκαιρίες μάθησης και εξέλιξης, καθώς όπως ρητά αναφέρει και ο Wenger (1998), η μάθηση στα σύνορα είναι απαραίτητη αν οι κοινότητες που εφαρμόζουν διαφορετικές πρακτικές δε θέλουν να χάσουν το δυναμισμό τους και να αποξενωθούν (Akkerman κ.ά., 2011). Στην τρίτη γενιά της Πολιτισμικής Ιστορικής Θωριάς Δραστηριότητας, τα σύνορα, με τη μορφή των αντιφάσεων μεταξύ των δύο συστημάτων δραστηριότητας, είναι ζωτικής σημασίας για την αλλαγή και την ανάπτυξη, και η μάθηση αντιμετωπίζεται ως μία διαδικασία που αποτελείται από διαφορετικές οπτικές και συνιστώσες.

Τα σύνορα μπορούν πάντα να γίνουν αντιληπτά μεταξύ δύο ή περισσότερων συστημάτων δραστηριότητας, και επομένως το σύνορο που βρίσκεται μεταξύ τους αντιπροσωπεύει τις πολιτισμικές διαφορές και τα πιθανά προβλήματα στην αλληλεπίδραση που έχουν. Ταυτόχρονα όμως, αντιπροσωπεύει την αξία που έχει η εγκαθίδρυση της επικοινωνίας και η γεφύρωση τους χάσματος ώστε να υπάρξει συνεργασία μεταξύ των διαφορετικών συστημάτων. Το σύνορο, ως ενδιάμεσο «έδαφος», ανήκει ταυτόχρονα και στις δύο πλευρές αλλά και στην καθεμία ξεχωριστά. Αυτό είναι κυρίως το χαρακτηριστικό που εξηγεί πώς το σύνορο συγχρόνως χωρίζει αλλά και ενώνει τα διαφορετικά συστήματα δραστηριότητας (Kerosuo, 2001 στο Akkerman κ.ά., 2011). Ωστόσο, βλέποντάς το από μία εντελώς διαφορετική οπτική, το σύνορο δεν ανήκει σε κανένα από τα συστήματα, καθώς είναι το μεταξύ τους «έδαφος», όπου η δράση ξεφεύγει από τις πρακτικές της καθεμιάς πλευράς και απαιτείται υπέρβαση του συνόρου ώστε να διατυπωθούν νοήματα και έννοιες των διαφορετικών κοινοτήτων που εμπλέκονται. Γίνεται έτσι αντιληπτό πώς δημιουργείται η ανάγκη για διάλογο και διαπραγμάτευση ώστε να δημιουργηθεί κάτι καινούργιο που εμπλέκει τις πρακτικές των διαφορετικών συστημάτων δραστηριότητας.

Με ποιον τρόπο όμως αποκαθίσταται η συνέχεια στη δράση και αλληλεπίδραση των διαφορετικών συστημάτων; Δύο είναι οι κυρίαρχες έννοιες για την περιγραφή του τρόπου αυτού: το πέρασμα των συνόρων και τα συνοριακά αντικείμενα. Το πέρασμα των συνόρων αναφέρεται στην αλληλεπίδραση και στις μεταβάσεις ενός ατόμου μεταξύ των δύο πλευρών που σχετίζονται μεταξύ τους (Suchman, 1994), ενώ η έννοια των συνοριακών αντικειμένων αναφέρεται σε τεχνουργήματα που λειτουργούν ως γέφυρες (Star, 1989).

2.2.1 Πέρασμα συνόρων

Η έννοια «πέρασμα συνόρων» αναφέρεται σε συνεχείς και αμφίπλευρες ενέργειες και αλληλεπιδράσεις μεταξύ δύο ή περισσότερων συστημάτων δραστηριότητας, που επηρεάζουν εν τέλει όχι μόνο το άτομο που δρα στα διαφορετικά συστήματα, αλλά ολόκληρες τις κοινωνικές ομάδες και τις πρακτικές τους. Σύμφωνα με τους Engeström, Engeström και Kärkkäinen (1995), ο όρος «πέρασμα συνόρων» αναφέρεται «στη διαπραγμάτευση και το συνδυασμό συστατικών από διαφορετικά περιεχόμενα ώστε να επιτευχθούν υβριδικές καταστάσεις». Καθότι τα σύνορα ορίστηκαν ως κοινωνικο-πολιτισμικές διαφορές που προκαλούν ασυνέχεια στη δράση και την αλληλεπίδραση ατόμων που ανήκουν σε διαφορετικές ομάδες, είναι σημαντικό να δει κανείς πώς αυτά τα άτομα περνούν τα σύνορα ώστε να αποκατασταθεί η συνέχεια στη δράση.

Στην αρθογραφία γίνεται συχνά αναφορά στην ασαφή και διφορούμενη θέση των ατόμων που καλούνται να περάσουν τα σύνορα μεταξύ των διαφορετικών συστημάτων δραστηριότητας. Όροι που έχουν χρησιμοποιηθεί για να γίνει αναφορά στα άτομα αυτά είναι «μεσάζοντες», «διασχιστές συνόρων» και «εργαζόμενοι στα σύνορα» (Akkerman κ.ά., 2011). Κατά κόρον επισημαίνεται στην έρευνα η διττή θέση στην οποία βρίσκονται, καθώς ανήκουν ταυτόχρονα και στα δύο εμπλεκόμενα συστήματα, χωρίς όμως να ανήκουν εξ ολοκλήρου σε κανένα από αυτά. Ο ρόλος τους είναι να γεφυρώσουν τους δύο διαφορετικούς κόσμους, εκπροσωπώντας όμως και υπερτονίζοντας την διαφορετικότητά τους. Είναι έτσι πιθανό να μείνουν στο περιθώριο, χωρίς να γίνουν πραγματικά μέλη κανενός από τα εμπλεκόμενα συστήματα. Στην έρευνά τους οι Fisher και Atkinson (2002), αναφέρονται στο πέρασμα των συνόρων που επιτελείται από τους διευθυντές ινστιτούτων εμπορίου, οι οποίοι καλούνται να γεφυρώσουν το χάσμα μεταξύ βιομηχανίας και πανεπιστημίου. Στην προσπάθειά τους αυτή, συχνά δέχονται κριτική τόσο από τη μία όσο και από την άλλη κοινότητα: Από τους πανεπιστημιακούς κατηγορούνται ότι είναι πολύ επηρεασμένοι από το βιομηχανικό χώρο, ενώ από τη βιομηχανία ότι είναι πολύ ακαδημαϊκοί (Akkerman κ.ά., 2011). Τον κίνδυνο να μην γίνουν αποδεκτά από τις εμπλεκόμενες κοινότητες τα άτομα που περνούν τα σύνορα επισημαίνουν και πολλοί άλλοι ερευνητές, όπως ο Collinson (2006), οι A. Edwards, Lunt και Stamou (2010), ο Tanggaard (2007) και οι Williams, Corbin και McNamara (2007). Ωστόσο, ο Jones (2010), μελετώντας αρχιτέκτονες να «διασχίζουν σύνορα», υποστήριξε ότι τα άτομα αυτά μπορούν να γίνουν επίσης αποδέκτες τεράστιας εκτίμησης για τον καινοτόμο ρόλο που έχουν να μεταβάλλουν τις καθιερωμένες πρακτικές. Σύμφωνα με το Wenger (1998), η θέση

τους είναι πολύτιμη, καθώς είναι αυτοί που μπορούν να συστήσουν στοιχεία των πρακτικών της μίας ομάδας στην άλλη. (Akkerman κ.ά. , 2011).

2.2.2 Συνοριακά αντικείμενα

Στο πέρασμα των συνόρων σημαντικό ρόλο εκτός από τους ανθρώπους παίζουν και τα αντικείμενα. Τα συνοριακά αντικείμενα είναι τεχνουργήματα που βοηθούν στη διευκρίνιση νοημάτων και την παρουσίαση διαφορετικών οπτικών. Σύμφωνα με τον ορισμό των Star και Griesemer (1989), τα συνοριακά αντικείμενα έχουν διαφορετικά νοήματα σε διαφορετικές κοινότητες, αλλά συγχρόνως έχουν μία δομή που τα κάνει να είναι αναγνωρίσιμα σε όλες αυτές τις κοινότητες:

«…(τα συνοριακά αντικείμενα) βρίσκονται ταυτοχρόνως στους κόσμους που τέμνονται ικανοποιώντας τις απαιτήσεις σε πληροφορίες καθενός από αυτούς… είναι ταυτόχρονα αρκετά εύπλαστα ώστε να προσαρμόζονται στις τοπικές ανάγκες των διαφόρων πλευρών που τα κατέχουν, αλλά και αρκετά στιβαρά ώστε να διατηρούν μία κοινή ταυτότητα σε όλες τις πλευρές. Είναι ασθενώς δομημένα όταν είναι σε κοινή χρήση, αλλά αποκτούν ισχυρή δομή όταν χρησιμοποιούνται μονομερώς από το ένα σύστημα. Αυτά τα αντικείμενα μπορεί να είναι αφηρημένα ή διακριτά. Έχουν διαφορετική σημασία σε διαφορετικούς κοινωνικούς κόσμους, αλλά η δομή τους είναι αρκετά κοινή σε παραπάνω από έναν κόσμους ώστε να είναι αναγνωρίσιμα, ένα μέσο μετάφρασης.» (σελ.393)

Τα συνοριακά αντικείμενα λοιπόν δίνουν τη δυνατότητα σε διαφορετικές ομάδες να εργαστούν μαζί, επιτρέποντας μία εμπρός-πίσω κίνηση από τις δομημένες πρακτικές εργασίας της κοινότητας στις αδόμητες πρακτικές συνεργασίας μεταξύ των κοινοτήτων, και αντίστροφα (Star, 2010). Έτσι, σύμφωνα με τους Star και Griesemer (1989), συνιστούν ένα «μέσο μετάφρασης» σε καταστάσεις όπου απαιτούνται σχέσεις και συνεργασία μεταξύ διαφορετικών συστημάτων δραστηριότητας. Υποκαθιστούν με τον τρόπο αυτό μέρος της επικοινωνίας και μεταφέρουν διαφορετικές ερμηνείες και οπτικές (Akkerman κ.ά., 2011).

Παρόλα αυτά, ο ρόλος των συνοριακών αντικειμένων δεν είναι τόσο απλός και ευκρινής. Δεν έχουν τη δυνατότητα να καταστήσουν πλήρως δυνατή την επικοινωνία και συνεργασία μεταξύ των συστημάτων, και έχουν επικοινωνιακό ρόλο σε ένα βαθμό μόνο. Τα τεχνουργήματα αυτά αποτελούν επί της ουσίας τη συνένωση διαφορετικών προοπτικών και αποκτούν σημασία μόνο όταν συναντώνται οι πρακτικές των διαφορετικών συστημάτων. Κάτι τέτοιο μπορεί εύκολα να παραβλεφθεί και τα αντικείμενα να χάσουν έτσι τη σημασία τους (Wenger, 1998 στο Akkerman κ.ά., 2011). Παρόμοιο κίνδυνο περιγράφει και η Star (2010), η οποία επισημαίνει πως το ρίσκο με τα συνοριακά αντικείμενα είναι πως τα αντιλαμβανόμαστε ως αυτάρκη αντικείμενα λόγω της υλικοτεχνικής τους δομής. Τέλος, ένα τεχνούργημα μπορεί να παίξει το ρόλο συνοριακού αντικειμένου και να

επιτρέψει την επικοινωνία και συνεργασία μεταξύ διαφορετικών πλευρών σε κάποιες περιπτώσεις, ο ρόλος αυτός όμως μπορεί να αλλάξει μέσα στο χρόνο και να χάσει τη λειτουργία αυτή.

Για να κατανοήσει κανείς τα χαρακτηριστικά που πρέπει να έχει ένα αντικείμενο για να είναι συνοριακό, μπορεί να το δει σύμφωνα με τους Christiansen και Varnes (2007) ως μετατοπίσεις αλλά και ως υποχρεωτικό πέρασμα μεταξύ των συστημάτων (Akkerman κ.ά., 2011), ενώ σύμφωνα με τους Williams και Wake (2007), ως μαύρα κουτιά που προσφέρουν επικοινωνία και διαμεσολάβηση μεταξύ διαφορετικών πρακτικών, αλλά και δυνατότητες για μάθηση όταν τα μαύρα αυτά κουτιά ανοιχτούν ή μελετηθούν προσεχτικά.

2.2.3 Πέρασμα Συνόρων: Μηχανισμοί μάθησης

Όπως αναφέρθηκε στα προηγούμενα, το πέρασμα των συνόρων ενέχει τη δυνατότητα για μάθηση. Τι είδους μάθηση όμως και με ποιους τρόπους αυτή επιτυγχάνεται; Όταν μιλάμε για μάθηση στα σύνορα, χρησιμοποιούμε τον όρο με μία ιδιαιτέρως ευρεία έννοια. Αναφερόμαστε σε καινούργιες αντιλήψεις, ανάπτυξη της ατομικής ταυτότητας, αλλαγή πρακτικών, αλλά και θεσμική ανάπτυξη. Οι Akkerman και Bakker(2011), με μία ανασκόπηση της βιβλιογραφίας στο πέρασμα συνόρων, εντοπίζουν τέσσερις μηχανισμούς με τους οποίους επιτυγχάνεται η μάθηση: προσδιορισμός ταυτότητας, συντονισμός, αναστοχασμός και μετασχηματισμός. Ας δούμε αναλυτικά τι είναι ο καθένας από αυτούς τους μηχανισμούς και πώς επιτυγχάνεται η μάθηση μέσω αυτού.

Προσδιορισμός Ταυτότητας (identification): Ο προσδιορισμός ταυτότητας αναφέρεται στη γνώση των διαφορετικών πρακτικών υπό το πρίσμα η μία της άλλης. Είναι ένας μηχανισμός μάθησης που εμπεριέχει αμφισβήτηση του πυρήνα της ταυτότητας των διαφορετικών συστημάτων που συναντώνται, καθώς οι γραμμές που οριοθετούν τις πρακτικές της κάθε κοινότητας έχουν καταστεί ασαφείς και τα σύνορα έχουν ξεπεραστεί ή έχουν αλλοτριωθεί. Έτσι, οι κοινότητες οδηγούνται σε αναθεώρηση της ταυτότητάς τους, κυρίως μέσω δύο μηχανισμών: την *ετερότητα (othering*) και τη *θεμιτή συνύπαρξη (legitimating coexistence)*.

Στη μεν πρώτη περίπτωση, ο προσδιορισμός ταυτότητας γίνεται ορίζοντας μία πρακτική υπό το πρίσμα μίας άλλης και οριοθετώντας πώς η μία διαφέρει από την άλλη. Ο Considine (2006) τονίζει πως «αυτό που θεσπίζει το σύστημα ως σύστημα είναι οι διακρίσεις που χρησιμοποιούν τα μέλη του, ή που βάζουν άλλους να χρησιμοποιήσουν, για να ορίσουν τους εαυτούς τους, και αυτό συνήθως γίνεται εμφανές στα όρια του συστήματος με κάποιο άλλο σύστημα» (σελ.257). Για παράδειγμα έδειξε πως διαδικασίες προσδιορισμού ταυτότητας συμβαίνουν όταν αναφερόμαστε σε θεσμικές ταυτότητες, δείχνοντας πως οι διευθυντές και οι

εργαζόμενοι των πανεπιστημίων δεν μπορούσαν να εξηγήσουν τι κάνουν ξεχωριστά από τα άλλα συστήματα (Akkerman κ.ά., 2011).

Ο δεύτερος μηχανισμός προσδιορισμού ταυτότητας, η θεμιτή συνύπαρξη, αναφέρεται σε άτομα που δουλεύουν ταυτόχρονα σε διαφορετικές ομάδες και στο γεγονός ότι πρέπει να προσέχουν ώστε οι διαφορετικές συμμετοχές τους να ακολουθούν την κάθε ομάδα και να γίνονται αποδεκτές από τους άλλους στις αντίστοιχες ομάδες. Στη βιβλιογραφία έχουν αναφερθεί τόσο περιπτώσεις που η προσπάθεια για προσδιορισμό ταυτότητας αποτυγχάνει, για παράδειγμα στην έρευνα των Hong και O (2009), όσο και περιπτώσεις όπου έχουν γίνει επιτυχείς προσπάθειες προσδιορισμού ταυτότητας, όπως στην έρευνα των Huemer, Becerra, και Lunnan (2004) όπου περιγράφεται πώς άτομα που δρουν σε διαφορετικές οργανώσεις μπορούν επιτυχώς να ταυτοποιήσουν τις διαφορετικές οργανωτικές τους ταυτότητες, αλλά και τις ταυτότητες που μοιράζονται μεταξύ τους στα πλαίσια ενός δικτύου δραστηριότητας. Τέλος, αυτό που οι Bakker και Akkerman (2011) επισημαίνουν είναι πως η θεμιτή συνύπαρξη ενέχει μία έντονα πολιτική και ευαίσθητη χροιά για αυτούς που εμπλέκονται. Οι Timmons και Tanner (2004) περιγράφουν πώς ένα επάγγελμα που απειλείται από την εμφάνιση κάποιου παρόμοιου επαγγέλματος μπορεί να διατηρηθεί ζωντανό, αναδιαμορφώνοντας την ταυτότητά του υπό το πρίσμα του νέου αυτού επαγγέλματος.

Το χαρακτηριστικό γνώρισμα των διαδικασιών προσδιορισμού ταυτότητας είναι ότι τα σύνορα μεταξύ των διαφορετικών πρακτικών συναντώνται και ανακατασκευάζονται, χωρίς απαραίτητα να ξεπεραστούν οι ασυνέχειες. Η δυνατότητα για μάθηση έγκειται στην ανανεωμένη νοηματοδότηση των διαφορετικών πρακτικών και των ταυτοτήτων που σχετίζονται.

Συντονισμός (coordination): Ο συντονισμός, ως μηχανισμός μάθησης στα σύνορα, αναφέρεται στην αναζήτηση αποτελεσματικών μέσων και διαδικασιών για την επίτευξη συνεργασίας μεταξύ διαφορετικών πρακτικών όταν γίνεται κάποια κατανεμημένη εργασία, χωρίς όμως να υπάρχει απαραίτητα συναίνεση από όλες τις πλευρές (Star, 2010). Στις περιπτώσεις αυτές βέβαια, ο διάλογος υπάρχει μόνο στο βαθμό όπου διατηρείται η ροή των εργασιών. Γενικά, μπορούμε να διακρίνουμε τέσσερις διαδικασίες όπου εντοπίζονται φαινόμενα συντονισμού κατά το πέρασμα συνόρων.

Αρχικά, απαιτείται μία *επικοινωνιακή σύνδεση(communicative connection)* μεταξύ των διαφορετικών πλευρών. Αυτή συχνά επιτυγχάνεται με τεχνουργήματα και μέσα που λειτουργούν ως συνοριακά αντικείμενα. Τα μέσα επικοινωνίας αυτά, γίνονται αντιληπτά και είναι κατανοητά από όλα τα συστήματα δραστηριότητας που συνεργάζονται, ωστόσο μεταφράζονται διαφορετικά από το καθένα από αυτά. Οι Roth και McGinn (1998), για παράδειγμα, περιγράφουν τη λειτουργία της καρτέλας βαθμολογίας ενός μαθητή ως συνοριακό αντικείμενο που επιτρέπει την

συνάρθρωση του σχολείου και των πανεπιστημίων. Οι βαθμοί στο σχολείο σχετίζονται με το απολυτήριο και την αποφοίτηση, ενώ στο πανεπιστήμιο αφορούν την αποδοχή στο ίδρυμα και την πιθανότητα για μελλοντική επιτυχία.

Το δεύτερο που απαιτείται είναι *προσπάθειες για μετάφραση(efforts of translation)* μεταξύ των διαφορετικών κόσμων. Η μετάφραση αυτή μπορεί να γίνει με χρήση συνοριακών αντικειμένων και είναι άμεσα συνδεδεμένη με την προαναφερθείσα ασάφεια των συνόρων. Συνεπάγεται την ύπαρξη ενός κοινού εδάφους αλλά και ποικιλίας αντιλήψεων.

Τρίτη προϋπόθεση για να υπάρξει ο μηχανισμός του συντονισμού είναι *η ενίσχυση της διαπερατότητας των συνόρων (enhancing boundary permeability)*, έτσι ώστε κάποιος να μην αντιλαμβάνεται καν τις διαφορετικές πρακτικές, απλά και μόνο επειδή οι ενέργειες και η αλληλεπίδραση γίνεται ομαλά, χωρίς ασυνέχειες. Πώς μπορεί όμως να ενισχυθεί η διαπερατότητα των συνόρων; Ένας τρόπος είναι με το συνεχές πέρασμα σε διαφορετικές πρακτικές ή αλλιώς με τη συνεχή εναλλαγή ρόλων. Ένας άλλος τρόπος είναι μέσω κάποιων τελετών ή τελετουργικών (π.χ. αλλαγή ρούχων ή αλλαγή της φωνής) (Ashforth, Kreiner, & Fugate, 2000; Shumate & Fulk, 2004 στο Akkerman κ.ά., 2011).

Η τέταρτη διαδικασία του συντονισμού είναι η *δημιουργία ρουτίνας (routinization)*, με την έννοια ότι βρίσκονται διεργασίες μέσω των οποίων ο συντονισμός επιτελείται ως αυτοματοποιημένη πρακτική. Σύμφωνα με τη μελέτη περίπτωσης σε μηχανικούς των Lutters και Ackerman (2007), τα συνοριακά αντικείμενα, αν και ενισχύουν την τυποποίηση και τη δημιουργία ρουτίνας, παραμένουν αρκετά εύπλαστα κατά τη χρήση τους και να στηρίζονται στις κείμενες ερμηνείες των ανθρώπων σε σχέση με τις τρέχουσες και τις ιστορικές σχέσεις μεταξύ των ομάδων (Akkerman κ.ά., 2011).

Οι τέσσερις αυτές διαδικασίες συντονισμού φανερώνουν πώς αυτός ο μηχανισμός μάθησης του περάσματος των συνόρων διαφέρει από τον προσδιορισμό ταυτότητας. Η δυνατότητα για μάθηση εδώ έγκειται στην υπέρβαση των συνόρων και όχι στην ανακατασκευή τους, με την έννοια ότι η συνέχεια αποκαθίσταται, διευκολύνοντας τη μελλοντική αβίαστη κίνηση μεταξύ των διαφορετικών πλευρών (Akkerman κ.ά., 2011).

Αναστοχασμός (reflection): ο μηχανισμός αυτός αναφέρεται στο ρόλο που παίζει το πέρασμα των συνόρων στο να κατανοήσει κανείς και να ερμηνεύσει τις διαφορές μεταξύ των πρακτικών, να επεκτείνει δηλαδή τις προοπτικές του. Περνώντας τα σύνορα μαθαίνει κάτι καινούργιο τόσο για τη δική του πρακτική όσο και για την πρακτική των άλλων. Οι Williams και Wake (2007), για παράδειγμα, περιγράφουν πώς οι ίδιοι ανακάλυψαν τις διαφορές των μαθηματικών στο σχολείο και των μαθηματικών στο χώρο εργασίας, καθώς σε επισκέψεις σε χώρους εργασίας με

τους φοιτητές τους, αναγνώρισαν διαφορετικούς κανόνες και συμβάσεις. Στις επισκέψεις τους αυτές επισήμαναν και μία χαρακτηριστική διαδικασία του αντικατοπτρισμού, τη δυνατότητα να βλέπει κανείς με την οπτική του άλλου. Χαρακτηριστικά αναφέρουν πως οι εργαζόμενοι, που πολλές φορές δεν είχαν κατανοήσει πως η δραστηριότητά τους ενείχε μαθηματικό χαρακτήρα, χρειάστηκε να αντιμετωπίσουν την κατάσταση με την οπτική των ερευνητών, και να δουν με τον τρόπο αυτό τα πράγματα από μία καινούργια, πιο μαθηματική σκοπιά (σελ. 340). Έτσι, η αναστοχαστική επίδραση των ορίων συνεπάγεται σύμφωνα με τους Boland και Tenkasi (1995) τη *δυνατότητα του ατόμου να μαθαίνει μέσα από τις πρακτικές και γνώσεις των άλλων (perspective taking).* Συγκεκριμένα αναφέρουν: «Η διαδικασία του να λαμβάνεις τον άλλο υπόψη, υπό το πρίσμα της γνώσης που προκύπτει από τον αναστοχασμό της δικής σου οπτικής, ονομάζεται λήψη προοπτικής» (σελ. 362). Εκτός όμως από τη λήψη προοπτικής, μιλούν και για τη διαδικασία της *μάθησης του ατόμου μέσα από τη συνειδητοποίηση και γνωστοποίηση των δικών του πρακτικών και γνώσεων (perspective making).* Όπως είναι λογικό, ο όρος αυτός αναφέρεται στην ρητή διατύπωση της γνώσης και της αντίληψης της κάθε πλευράς για κάποιο θέμα. Σε σύμπνοια με τα παραπάνω, οι Hoyles, Bakker, Kent, και Noss (2007) τονίζουν πως το πέρασμα των συνόρων επιτυγχάνεται όταν τα συνοριακά αντικείμενα διευκολύνουν την επικοινωνία μεταξύ των διαφορετικών συστημάτων δραστηριότητας, αποκαλύπτοντας τη γνώση και τις υποθέσεις που χρησιμοποιούνται για την ερμηνεία και τη χρήση του ίδιου του αντικειμένου.

Καταλαβαίνουμε από τα παραπάνω πως τόσο η δημιουργία όσο και η λήψη προοπτικής είναι διαδικασίες δημιουργικές και βασίζονται στο διάλογο. Άμεση συνέπειά τους είναι ο εμπλουτισμός του τρόπου που τα άτομα αντιλαμβάνονται τον κόσμο, αλληλο-εμπλουτίζοντας τις ταυτότητές τους. Κάτι τέτοιο όμως μοιάζει με τη διαδικασία του προσδιορισμού ταυτότητας. Ειδοποιός διαφορά των δύο μηχανισμών είναι η εστίασή τους. Εκεί όπου ο προσδιορισμός ταυτότητας αντιπροσωπεύει μία εστίαση σε ανανεωμένες πρακτικές και ανακατασκευή της τρέχουσας ταυτότητας ή ταυτοτήτων, ο αναστοχασμός έχει ως αποτέλεσμα μία διευρυμένη σειρά προοπτικών και τη δημιουργία έτσι μίας εξ ολοκλήρου καινούργιας ταυτότητας που επηρεάζει τη μελλοντική δραστηριότητα της ομάδας(Akkerman κ.ά., 2011).

Μετασχηματισμός (transformation): Ο τελευταίος αυτός μηχανισμός αναφέρεται στη συνεργασία και την από κοινού ανάπτυξη νέων πρακτικών. Οδηγεί σε προφανείς αλλαγές στις πρακτικές, και πιθανώς στη δημιουργία μιας ενδιάμεσης πρακτικής που ονομάζεται συνοριακή πρακτική. Απαραίτητη προϋπόθεση για την ύπαρξη του μηχανισμού του μετασχηματισμού είναι η *αντιπαράθεση(confrontation)* για κάποιο πρόβλημα ή έλλειψη, που αναγκάζει τα εμπλεκόμενα συστήματα να αναθεωρήσουν τις τρέχουσες πρακτικές τους. Οι Akkerman, Admiraal, Simons και

Niessen (2006), σε συμφωνία με τους Buxton, Carlone και Carlone (2005), τονίζουν πως πολλές φορές τα συνοριακά αντικείμενα χάνουν τις ιδιότητές τους καθώς δεν είναι φανερές οι πολιτισμικές διαφορές των ομάδων που συναντώνται. Όπως επισημαίνουν, δεν θα πρέπει να θεωρείται δεδομένη η νοηματοδοτική δυνατότητα της διαφορετικότητας, καθώς μόνο η ύπαρξη ασυνεχειών στη δράση οδηγεί σε επαναδιαπραγμάτευση των νοημάτων. Η αντιπαράθεση συνεπάγεται την αντιμετώπιση ασυνεχειών που δεν είναι εύκολα να ξεπεραστούν (Akkerman κ.ά., 2011) και μπορεί να προκληθεί από κάποια διαταραχή στην τρέχουσα ροή των εργασιών ή από την εμφάνιση μιας τρίτης προοπτικής.

Μία δεύτερη διαδικασία του μετασχηματισμού είναι η *αναγνώριση ενός κοινού χώρου για το πρόβλημα (recognizing a common problem space)*. Ο μετασχηματισμός των τρεχουσών πρακτικών δεν είναι αυθαίρετος. Βασίζεται και κατευθύνεται προς τον κοινό προβληματικό χώρο που συνδέει τις εμπλεκόμενες πρακτικές. Ως εκ τούτου, τα σύνορα και το πέρασμά τους διαμεσολαβούν για την επίτευξη μιας εσκεμμένης αλλαγής. Η ειδοποιός διαφορά με τον συντονισμό, είναι ότι ενώ στο συντονισμό ο διάλογος υπάρχει σε ελάχιστο για βαθμό, όσο απαιτείται για να συνεχιστεί η συλλογική εργασία, στο μετασχηματισμό ο διάλογος είναι το κέντρο του ενδιαφέροντος.

Μια τρίτη διαδικασία του μετασχηματισμού είναι η *υβριδιοποίηση (hybridization)*. Δεδομένου ενός προβληματικού χώρου, οι πρακτικές που μπορούν να διασχίσουν τα σύνορά τους, συμμετέχουν σε μια δημιουργική διαδικασία από την οποία δημιουργείται κάτι υβριδικό, δηλαδή μία νέα πολιτισμική μορφή. Στην υβριδιοποίηση συστατικά από διάφορα πλαίσια συνδυάζονται σε κάτι νέο και άγνωστο, το οποίο μπορεί να πάρει τη μορφή νέων εργαλείων και σημάτων, όπως μια νέα αντίληψη (Engeström κ.ά., 1995, στο Akkerman κ.ά., 2011) ή ένα αναλυτικό μοντέλο (Postlewaite, 2007, στο Akkerman κ.ά., 2011). Το αποτέλεσμα της υβριδιοποίησης μπορεί επίσης να πάρει τη μορφή μίας εντελώς καινούργιας πρακτικής και τη δημιουργία τελικά ενός νέου χώρου με τα δικά του σύνορα.

Μία τέταρτη διαδικασία που συναντάμε στις περιγραφές του μηχανισμού του μετασχηματισμού είναι η *αποκρυστάλλωση (crystallization)* αυτού που δημιουργείται, καθώς είναι άλλο πράγμα να δημιουργήσει κανείς κάτι υβριδικό και άλλο να το εντάξει στην πρακτική του. Επιτυγχάνεται είτε μέσω αυτού που ο Wenger (1998) ονομάζει πραγμοποίηση (reification), είτε μέσω της ανάπτυξης νέων διεργασιών και ρουτινών που ενσωματώνουν τη νέα γνώση. Αν και στην έρευνα επισημαίνεται η σπουδαιότητα της αποκρυστάλλωσης, σπάνια γίνεται αντιληπτή, πράγμα που δείχνει πόσο δύσκολο είναι να γίνει μετασχηματισμός των πρακτικών στα σύνορα (Akkerman κ.ά., 2011).

Η πέμπτη διαδικασία που βρίσκουμε στο μετασχηματισμό είναι *η διατήρηση της μοναδικότητας των πρακτικών που συναντώνται (maintaining uniqueness of the*

intersecting practices), πράγμα που ίσως φαίνεται αντικρουόμενο με την υβριδιοποίηση. Στην πραγματικότητα πρέπει να υπάρχει μία ισορροπία μεταξύ της δημιουργίας και της σύνδεσης με ένα νέο υβριδικό πεδίο από τη μία και της διατήρησης της εγκαθιδρυμένης γνώσης και πρακτικής στο υπάρχον, οικείο πεδίο από την άλλη (Palmer, 1999, στο Akkerman κ.ά., 2011). Κατ' αυτό τον τρόπο φαίνεται πως ο μετασχηματισμός σε τροποποιημένες ή νέες πρακτικές συνοδεύεται από ενίσχυση των καθιερωμένων πρακτικών, όπως συμβαίνει στις διαδικασίες προσδιορισμού ταυτότητας.

Μια τελευταία διαδικασία που απαιτείται για το μετασχηματισμό είναι η *συνεχής από κοινού εργασία στα σύνορα (continuous joint work at the boundary),* η οποία είναι απαραίτητη για τη διατήρηση της παραγωγικότητας του περάσματος των συνόρων. Αυτό είναι το σημείο όπου ο μετασχηματισμός είναι σχεδόν αντίθετος με το μηχανισμό του συντονισμού, ο οποίος, όπως αναφέραμε, επικεντρώνεται στην εύρεση τρόπου να διασχιστούν οι πρακτικές χωρίς ιδιαίτερη προσπάθεια. Περισσότερο από κάθε άλλο μηχανισμό, ο μετασχηματισμός απαιτεί πραγματικό διάλογο και συνεργασία, ενώ σε αντίθεση με τους άλλους μηχανισμούς, μπορεί να οδηγήσει σε νέες, ενδιάμεσες πρακτικές. Οι διάφορες διαδικασίες του μετασχηματισμού δείχνουν πόσο δύσκολο είναι να επιτευχθεί, αλλά σε περίπτωση επιτυχίας, συνεπάγεται σημαντικές επιπτώσεις ικανές να διατηρηθούν, πράγμα που τον καθιστά τον πλέον επιθυμητό στόχο όταν μιλάμε για μάθηση στα σύνορα.

Οι παραπάνω μηχανισμοί μάθησης και οι διαδικασίες μέσω των οποίων επιτελούνται συνοψίζονται στον παρακάτω πίνακα:

Μηχανισμοί μάθησης	**Χαρακτηριστικές διαδικασίες**
Προσδιορισμός ταυτότητας (identification)	Ετερότητα (othering) Θεμιτή συνύπαρξη (legitimating coexistence)
Συντονισμός (coordination)	Επικοινωνιακή σύνδεση (communicative connection) Προσπάθεια για μετάφραση (efforts of translation) Ενίσχυση διαπερατότητας συνόρων (increasing boundary permeability) Δημιουργία ρουτίνας (routinization)
Αναστοχασμός (reflection)	Γνωστοποίηση πρακτικών και γνώσεων (perspective making) Μάθηση πρακτικών και γνώσεων (perspective taking)
Μετασχηματισμός	Αντιπαράθεση (confrontation)

(transformation)	Αναγνώριση κοινού χώρου για το πρόβλημα (recognizing shared problem space) Υβριδιοποίηση (hybridization) Αποκρυστάλλωση (crystallization) Διατήρηση μοναδικότητας πρακτικών που συναντώνται (maintaining uniqueness of the intersecting practices) Συνεχής από κοινού εργασία στα σύνορα (continuous joint work at the boundary)

Πίνακας 1Οι μηχανισμοί μάθησης και οι διαδικασίες μέσω των οποίων επιτελούνται

Στην παρούσα διπλωματική εξετάζουμε κατά πόσο γίνεται πέρασμα των συνόρων των εμπλεκόμενων συστημάτων δραστηριότητας κατά το σχεδιασμό από μελλοντικούς εκπαιδευτικούς διερευνητικών δραστηριοτήτων που βασίζονται σε χώρους εργασίας. Επισημαίνουμε ποια άτομα διασχίζουν τα σύνορα (boundary crossers) και σε ποιες στιγμές αυτό συμβαίνει, ενώ ταυτόχρονα υπογραμμίζουμε το ρόλο των συνοριακών αντικειμένων (boundary objects) ως μέσα μετάφρασης και επικοινωνίας. Επιπλέον, εντοπίζουμε τους μηχανισμούς μάθησης που αναπτύσσονται, περιγράφοντας τις ενέργειες των εκπαιδευτικών και των εργαζομένων στον εκάστοτε χώρο εργασίας, καθώς επίσης και τις διεργασίες με τις οποίες εμφανίζεται κάθε μηχανισμός.

2.3 Ρεαλιστικά Μαθηματικά / Διερευνητική Μάθηση

2.3.1 Ρεαλιστικά Μαθηματικά

Τα Ρεαλιστικά Μαθηματικά αποτελούν ένα ρεύμα στο χώρο της διδασκαλίας των Μαθηματικών. Χαρακτηριστικό τους γνώρισμα είναι ότι στην διαδικασία της μάθησης εξέχουσα θέση καταλαμβάνουν πλούσιες, «ρεαλιστικές καταστάσεις», οι οποίες εξυπηρετούν ως πηγές ανάπτυξης μαθηματικών εννοιών, εργαλείων και διαδικασιών, καθώς επίσης και ως πλαίσιο στο οποίο οι μαθητές θα μπορούν αργότερα να εφαρμόσουν τις μαθηματικές τους γνώσεις, αφού τις έχουν κάνει πιο επίσημες, γενικές και λιγότερο εξειδικευμένες.

Στα Ρεαλιστικά Μαθηματικά, όπως προαναφέραμε, κυρίαρχο ρόλο παίζουν οι «ρεαλιστικές καταστάσεις», με μία ευρύτερη όμως έννοια. Όταν λέμε «ρεαλιστικές», δεν εννοούμε μόνο καταστάσεις του πραγματικού κόσμου. Αντίθετα, αναφερόμαστε σε καταστάσεις που οι μαθητές μπορούν να φανταστούν, να τις κάνουν πραγματικές στο μυαλό τους. Έτσι, στα Ρεαλιστικά Μαθηματικά τα προβλήματα που παρουσιάζονται στους μαθητές μπορούν να προέρχονται από τον πραγματικό κόσμο, από τα τυπικά μαθηματικά, ακόμα και από τον κόσμο των

παραμυθιών , αρκεί να μπορούν να γίνουν πραγματικότητα στο μυαλό των μαθητών.

Τα Ρεαλιστικά Μαθηματικά αναπτύχθηκαν από τον Hans Freudental (1905-1990), ο οποίος αντιλήφθηκε τα μειονεκτήματα της πρόσληψης από τους μαθητές έτοιμων μαθηματικών, με τη μορφή κανόνων και επαναληπτικών διαδικασιών. Σε συνδυασμό με τις εμπειρικές πηγές, όπως είναι τα σχολικά βιβλία, οι συζητήσεις με δασκάλους και η παρακολούθηση μαθητών, ο Freudental (1983) εισήγαγε τη μέθοδο της διδακτικής φαινομενολογίας. Περιγράφοντας μαθηματικές έννοιες, δομές και ιδέες σε σχέση με τα οποία έχουν δημιουργηθεί διάφορα μαθηματικά αντικείμενα, λαμβάνοντας ταυτόχρονα υπόψη τις διαδικασίες μάθησης των μαθητών, κατέληξε σε θεωρητικές αναθεωρήσεις του σώματος των νοητικών μαθηματικών αντικειμένων και συνέβαλε έτσι στην ανάπτυξη της θεωρίας των Ρεαλιστικών Μαθηματικών. Οι μαθητές θα πρέπει να είναι ενεργοί συμμετέχοντες της εκπαιδευτικής διαδικασίας, αναπτύσσοντας οι ίδιοι μαθηματικά εργαλεία και θεωρήσεις. Έτσι, σύμφωνα με τον ίδιο, τα μαθηματικά δε θα έπρεπε να μαθαίνονται ως ένα κλειστό σύστημα, αλλά ως μία δραστηριότητα μαθηματικοποίησης της πραγματικότητας, και αν είναι δυνατόν, ακόμα και ως διαδικασία μαθηματικοποίησης των μαθηματικών.

Αργότερα, ο Freudental (1991) ασχολήθηκε με τη διάκριση του Treffers (1987α) σε οριζόντια και κάθετη μαθηματικοποίηση. Στην οριζόντια μαθηματικοποίηση οι μαθητές χρησιμοποιούν μαθηματικά εργαλεία για να οργανώσουν και να λύσουν προβλήματα της καθημερινότητας, διαδικασία που απαιτεί τη μετάβαση από τον πραγματικό κόσμο στον κόσμο των συμβόλων. Η κάθετη μαθηματικοποίηση αναφέρεται στη διαδικασία της αναδιοργάνωσης εντός του μαθηματικού συστήματος και καταλήγει σε συνδέσεις μεταξύ των εννοιών και των μεθοδολογιών. Αφορά την κίνηση εντός του αφηρημένου κόσμου των συμβόλων. Οι δύο μορφές μαθηματικοποίησης είναι στενά συνδεδεμένες και θεωρούνται εξίσου σημαντικές. Ωστόσο, ο υπερτονισμός της ρεαλιστικότητας, μπορεί να οδηγήσει σε παραγκωνισμό της κάθετης μαθηματικοποίησης.

Τα Ρεαλιστικά Μαθηματικά διέπονται από έξι βασικές αρχές, οι περισσότερες από τις οποίες διατυπώθηκαν αρχικά από τον Treffers (1978) και στο πέρασμα των χρόνων αναδιαμορφώθηκαν. Η *αρχή της δραστηριότητας (activity principle)* σημαίνει ότι στα Ρεαλιστικά Μαθηματικά οι μαθητές αντιμετωπίζονται ως ενεργοί συμμετέχοντες στη διαδικασία της μάθησης. Επίσης τονίζεται το γεγονός ότι τα μαθηματικά μαθαίνονται καλύτερα κάνοντας μαθηματικά, πράγμα το οποίο αντικατοπτρίζεται ιδιαιτέρως στην αντίληψη των μαθηματικών από τον Freudental ως ανθρώπινη δραστηριότητα, καθώς επίσης και στην ιδέα της μαθηματικοποίησης.

Η *αρχή της ρεαλιστικότητας (reality principle)* μπορεί να επισημανθεί στα Ρεαλιστικά Μαθηματικά με δύο τρόπους. Πρώτον, εκφράζει τη σπουδαιότητα του

στόχου η μαθηματική εκπαίδευση να περιλαμβάνει την ικανότητα των μαθητών να εφαρμόζουν τα μαθηματικά για να λύνουν προβλήματα της καθημερινής ζωής. Δεύτερον, σημαίνει ότι η μαθηματική εκπαίδευση θα πρέπει να έχει ως αφετηρία προβλήματα που έχουν νόημα για τους μαθητές, που τους δίνουν τη δυνατότητα να προσδώσουν νόημα στις μαθηματικές δομές που αναπτύσσουν κατά τη λύση προβλημάτων. Αντί να ξεκινά η διδασκαλία με αφηρημένες έννοιες και ορισμούς που θα εφαρμοστούν εν καιρώ, στα Ρεαλιστικά Μαθηματικά η διδασκαλία ξεκινά με προβλήματα σε πλούσιο πλαίσιο που απαιτούν μαθηματική οργάνωση ή, με άλλα λόγια, προβλήματα που μπορούν να μαθηματικοποιηθούν και να βάλουν τους μαθητές στη διαδικασία εύρεσης ανεπίσημων λύσεων που σχετίζονται με το συγκεκριμένο πλαίσιο, ως ένα πρώτο βήμα της μαθησιακής διαδικασίας.

Η *αρχή των επιπέδων (level principle)* σημαίνει ότι οι μαθητές περνούν διάφορα στάδια κατανόησης: από ανεπίσημες λύσεις που σχετίζονται με το πλαίσιο του προβλήματος, κάνοντας σχηματικοποιήσεις και συνδέσεις, αποκτούν αντίληψη για το πώς οι έννοιες και οι στρατηγικές σχετίζονται. Για τη γεφύρωση του χάσματος μεταξύ των ανεπίσημων και των επίσημων μαθηματικών σημαντικό ρόλο παίζουν τα μοντέλα. Για να γίνει αυτό, τα μοντέλα μετατρέπονται από μοντέλα μίας συγκεκριμένης κατάστασης σε μοντέλα για όλες τις ισοδύναμες καταστάσεις (Gravemeijer, 1994; Van den Heuvel-Panhuizen, 2003, στο Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014).

Η *αρχή της αλληλοσύνδεσης (interactivity principle)* σημαίνει ότι οι διαφορετικοί τομείς των μαθηματικών, όπως είναι η αριθμητική, η γεωμετρία, οι μετρήσεις και η διαχείριση δεδομένων δε θεωρούνται ανεξάρτητα κεφάλαια της διδακτέας ύλης, αλλά αντίθετα θεωρούνται στενά συνδεδεμένα. Στους μαθητές δίνονται προβλήματα στα οποία μπορούν να χρησιμοποιήσουν πολλά διαφορετικά μαθηματικά εργαλεία και γνώσεις.

Η *αρχή της αλληλεπίδρασης (interactivity principle)* αναφέρεται στο γεγονός ότι η μάθηση των μαθηματικών δεν είναι μόνο ατομική, αλλά επίσης ομαδική δραστηριότητα. Ως εκ τούτου, τα Ρεαλιστικά Μαθηματικά ευνοούν τις συζητήσεις στο σύνολο της τάξεις και προάγουν την ομαδική εργασία, πράγμα που δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να μοιραστούν τις μεθοδολογίες και τις επινοήσεις τους. Επιπλέον, η αλληλεπίδραση ενισχύει τον αναστοχασμό, με αποτέλεσμα οι μαθητές να κατανοούν σε μεγαλύτερο βαθμό.

Η *αρχή της καθοδήγησης (guidance principle)* αναφέρεται στην ιδέα της «καθοδηγούμενης επανεφεύρεσης» των μαθηματικών του Freudental. Σύμφωνα με αυτή, οι εκπαιδευτικοί θα έπρεπε να έχουν προνοητικό ρόλο στην μάθηση των μαθητών και τα εκπαιδευτικά προγράμματα θα έπρεπε να περιέχουν σενάρια που μπορούν να λειτουργήσουν ως μοχλός για να επιτευχθούν αλλαγές στην κατανόηση των μαθητών. Για το λόγο αυτό, τα προγράμματα διδασκαλίες θα έπρεπε να

στηρίζονται σε μακροπρόθεσμες και συνεκτικές τροχιές διδασκαλίας-μάθησης (Van den Heuvel-Panhuizen, κ. ά., 2014).

2.3.2 Χώρος εργασίας

Ένα από τα ρεαλιστικά πλαίσια που χρησιμοποιείται κατά κόρον στα Ρεαλιστικά Μαθηματικά είναι ο χώρος εργασίας. Προβλήματα βγαλμένα από κάποιον εργασιακό τομέα τίθενται στους μαθητές και αυτοί καλούνται να πάρουν το ρόλο του αντίστοιχου επαγγελματία, να μοντελοποιήσουν το πρόβλημα με οριζόντια μαθηματικοποίηση και στη συνέχεια να διερευνήσουν, να κάνουν εικασίες και τέλος να εμβαθύνουν με κάθετη μαθηματικοποίηση.

Στα πλαίσια αυτής της διαδικασίας, ο εκπαιδευτικός καλείται πρώτος να γνωρίσει τα συστήματα δραστηριότητας του εν λόγω εργασιακού χώρου, τις ρουτίνες, τα εργαλεία, τις ενέργειες, τον καταμερισμό εργασίας τους, προκειμένου να ανακαλύψει τα μαθηματικά που υπάρχουν, καθώς πολλές φορές είναι κρυμμένα σε αυτό που ο Latour (1999) ονομάζει «μαύρα κουτιά»:

«ο τρόπος με τον οποίο η επιστημονική και τεχνική εργασία γίνεται αόρατη μέσω της ίδιας της επιτυχίας της. Όταν ένα μηχάνημα λειτουργεί με επιτυχία, όταν κάποιο θέμα διευθετείται, κάποιος χρειάζεται να επικεντρωθεί μόνο στην είσοδο και την έξοδό του και όχι σε ολόκληρη την πολυπλοκότητά του. Έτσι, παραδόξως, όσο η επιστήμη και η τεχνολογία επιτυγχάνουν, τόσο πιο αδιαφανείς γίνονται.» (σελ.304)

Με την πρακτική και με την εμπειρία, οι ενέργειες αυτοματοποιούνται ως λειτουργίες και γίνονται υποσυνείδητα. Αυτή η διαδικασία αποτελεί τη βάση για το σχηματισμό τεχνικών μαύρων κουτιών, τα οποία από τη μία κρύβουν και από την άλλη δημιουργούν τα μαθηματικά στο χώρο εργασίας. Ο Leont'ev (1978, στο Williams & Wake, 2007) επισημαίνει πως οι λειτουργίες είναι διαθέσιμες εξαιτίας της εκτέλεσης των ενεργειών σε προηγούμενες δραστηριότητες: δεν έχει σημασία για την τρέχουσα ενέργεια η λειτουργία που χρησιμοποιείται, αρκεί που είναι διαθέσιμη, αλλά είναι διαθέσιμη η συγκεκριμένη λειτουργία μόνο αν έχει αναπτυχθεί νωρίτερα. Σε στιγμές «κλονισμού» (breakdown), όπως η περίπτωση μιας βλάβης, αυτό που ήταν απλώς ρουτίνα και διαδικαστικό γίνεται το αντικείμενο της προσοχής, και κατά συνέπεια συνειδητή ενέργεια. Για τη δημιουργία των μαύρων κουτιών ο Latour (1993, 1999) αναφέρεται στο μηχανισμό της *αποκρυστάλλωσης* με την έννοια που προαναφέραμε, ενώ χρησιμοποιεί τον όρο «κλονισμός» για την περιγραφή του τρόπου με τον οποίο τα μαύρα αυτά κουτιά ανοίγουν.

Εν κατακλείδι, οι Williams κ.ά. (2007) επισημαίνουν δύο διαφορετικές διαδικασίες δημιουργίας μαύρων κουτιών. Η πρώτη αποκρυσταλλώνει το μαθηματικό έργο της προϋπάρχουσας δραστηριότητας σε όργανα και εργαλεία. Αυτά χρησιμεύουν ως

συνοριακά αντικείμενα μεταξύ των μαθηματικών που έχουν εφαρμοστεί ιστορικά κατά το σχεδιασμό των εργαλείων αυτών και της τρέχουσας χρήσης τους από τους εργαζόμενους: υπάρχει μία κατανομή των μαθηματικών στο χρόνο. Κατά συνέπεια, η εργασία στην οποία χρησιμοποιούνται εργαλεία χρησιμοποιεί ένα μαθηματικό είδος που διαμεσολαβείται από ιδιοσυγκρασιακές συμβάσεις: η μαθηματική προέλευση και σημασία τους μπορεί ακόμα και να χαθούν στο *χρόνο*. Το δεύτερο είδος μαύρων κουτιών περιλαμβάνει τους εργαζόμενους που ανήκουν σε υποσυστήματα περισσότερο ή λιγότερο απομονωμένα εντός του ευρύτερου συστήματος του καταμερισμού της εργασίας που διέπεται από κανόνες: μπορεί να υπάρχουν συνοριακά αντικείμενα που ελέγχουν ή ρυθμίζουν τους κανόνες αυτούς. Έτσι φαίνεται να αποκρυσταλλώνεται η δουλειά «οριζόντια», σε έναν καταμερισμό της εργασίας κατά μήκος του (κοινωνικού) *χώρου*, δηλαδή κατά μήκος των συνόρων εντός του παρόντος συστήματος.

Έτσι, είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι πολλές φορές το κρύψιμο των μαθηματικών σε μαύρα κουτιά σηματοδοτεί μία αυξανόμενα «μαθηματική» κοινωνική ζωή, ακόμη και αν οι εργαζόμενοι και οι επαγγελματίες θεωρούν πως τα μαθηματικά προοδευτικά χάνονται ή εξαφανίζονται από το χώρο εργασίας (Straesser, 2000, στο Williams κ.α. 2007).

2.3.3 Διερευνητική Μάθηση

«Πες μου και θα ξεχάσω, δείξε μου και θα θυμάμαι, ενέπλεξέ με και θα καταλάβω»

(Κινέζικη παροιμία)

Η Διερευνητική μάθηση είναι μία μέθοδος διδασκαλίας που αναπτύχθηκε τη δεκαετία του 1960, στον αντίποδα των κλασικών μεθόδων διδασκαλίας που απαιτούσαν την απομνημόνευση κανόνων και μεθοδολογιών από τους μαθητές. Είναι μία μέθοδος ενεργούς μάθησης, που βασίζεται στη διερεύνηση, τον πειραματισμό και τη διατύπωση εικασιών από τους μαθητές. Η πρόοδός τους αξιολογείται από το πόσο καλά αναπτύσσουν ικανότητες πειραματισμού και ανάλυσης, ενώ η μάθηση βασίζεται στις ερωτήσεις των μαθητών, οι οποίοι εργάζονται ανεξάρτητα για την επίλυση προβλημάτων, χωρίς να βασίζονται στην ακριβή καθοδήγηση του δασκάλου. Οι δάσκαλοι από τη μεριά τους αντιμετωπίζονται ως διαμεσολαβητές της μάθησης και όχι ως πηγές γνώσης, και επομένως η δουλειά τους δεν είναι να παρέχουν τη γνώση, αλλά αντίθετα να βοηθούν τους μαθητές να την ανακαλύψουν μόνοι τους.

Η διερευνητική μάθηση προάγει την απόκτηση πληροφοριών πέρα από την απομνημόνευση και στοχεύει στο να κατανοούν και να αιτιολογούν οι μαθητές τη γνώση που αναπτύσσουν. Είναι ενεργητική μάθηση και παρέχει στους μαθητές την ευκαιρία να ενασχοληθούν με επιστημονικές δραστηριότητες (Edelson, Gordin &

Pea, 1999). Αυτή η ενασχόληση οδηγεί σε καταστάσεις λιγότερο κατευθυνόμενες, στις οποίες οι μαθητές σχεδιάζουν τη μάθησή τους με τη διερεύνηση. Η διερεύνηση είναι ακριβώς η ουσία της συγκεκριμένης μεθόδου διδασκαλίας, με τους μαθητές να θέτουν τις δικές τους ερωτήσεις και να διατυπώνουν εικασίες.

Ο Hakkarainen (2002) υποστηρίζει ότι η διερευνητική μάθηση οδηγεί σε μαθητές που διατυπώνουν τις δικές τους διαισθητικές θεωρίες εξηγώντας τις απαντήσεις των ερευνητικών τους ερωτημάτων. Ωστόσο, πολλοί ερευνητές όπως οι Kirschner, Sweller και Clark (2006) αντιτίθενται στην έλλειψη καθοδήγησης που διέπει τη συγκεκριμένη μέθοδο διδασκαλίας, γιατί επιβαρύνεται η εργασιακή μνήμη. Υπάρχουν όμως διαφορετικοί τύποι διερευνητικής μάθησης ανάλογα με το βαθμό της καθοδήγησης. Οι Kremer και Schlüter (2006) επισήμαναν τρεις διαφορετικές εκδοχές της διερεύνησης:

Δομημένη Διερεύνηση (structured inquiry): Ο δάσκαλος δίνει στους μαθητές ένα πρόβλημα ή ερώτημα προς λύση, καθώς επίσης και την κατάλληλη μέθοδο και τα υλικά για να το λύσουν.

Καθοδηγούμενη Διερεύνηση (guided inquiry): Ο δάσκαλος παρέχει στους μαθητές τα προβλήματα ή ερωτήματα και τα απαραίτητα υλικά. Οι μαθητές πρέπει μόνοι τους να βρουν τις κατάλληλες μεθόδους και στρατηγικές επίλυσης.

Ανοιχτή Διερεύνηση (open inquiry): Οι μαθητές πρέπει να βρουν προβλήματα ή ερωτήματα που θα ήθελαν να λύσουν και να απαντήσουν. Επίσης επιλέγουν τις μεθόδους και τα υλικά που θα ήθελαν να χρησιμοποιήσουν.

Ο ρόλος του δασκάλου στη διαδικασία της μάθησης είναι όπως προαναφέραμε επικουρικός, με την έννοια ότι δε δίνει έτοιμη γνώση, αλλά βοηθά τους μαθητές να την ανακαλύψουν μόνοι τους μέσω της διερεύνησης. Οι δραστηριότητες που τους δίνουν πρέπει να βασίζονται σε προϋπάρχουσα γνώση και να προάγουν τη δημιουργία νέας. Στα πλαίσια της φιλοσοφίας αυτής αναπτύχθηκε το ευρωπαϊκό πρόγραμμα Mascil (http://www.mascil-project.eu) που παρέχει το πλαίσιο για την ενσωμάτωση πρακτικών που βασίζονται στο χώρο εργασίας και προάγουν τη διερεύνηση και τη διερευνητική μάθηση. Κατά το σχεδιασμό τέτοιων δραστηριοτήτων, οι καθηγητές μαθηματικών εμπλέκονται στη δημιουργία συνδέσεων μεταξύ της διδασκαλίας και πρακτικών που σχετίζονται με χώρους εργασίας άλλων κοινωνικών/επαγγελματικών ομάδων, με αποτέλεσμα να αποκομίζουν διαφορετικά είδη γνώσης μέσω της διαδικασίας του «περάσματος συνόρων».

3. Μεθοδολογία

3.1 Στόχοι της έρευνας – Ερευνητικά ερωτήματα

Με την παρούσα διπλωματική μελετάται ο σχεδιασμός διερευνητικών δραστηριοτήτων που συνδέουν τη διδασκαλία των μαθηματικών με χώρους εργασίας από μελλοντικούς εκπαιδευτικούς. Πιο συγκεκριμένα, υπό το πρίσμα της Πολιτισμικής Ιστορικής Θεωρίας Δραστηριότητας, εξετάζονται οι ενέργειες που ακολουθούν ώστε να δημιουργήσουν μία δραστηριότητα που στόχο έχει τη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών μέσω της εφαρμογής τους σε κάποιο επαγγελματικό πλαίσιο. Επιπλέον, διερευνάται ο τρόπος που αλληλεπιδρούν τα δύο συστήματα δραστηριότητας (διδασκαλία μαθηματικών – χώρος εργασίας), αν και πώς (πέρασμα συνόρων, συνοριακά αντικείμενα) επιτυγχάνεται επικοινωνία και συνεργασία μεταξύ τους. Τέλος, εξετάζεται αν κατά τη συνεύρεση αυτή και μέσω της αλληλεπίδρασης των δύο συστημάτων εμφανίζεται κάποιο είδος μάθησης, με την έννοια της αναθεώρησης των ταυτοτήτων των συστημάτων, της δημιουργίας νέων ταυτοτήτων ή ακόμα και τη δημιουργία νέων, ενδιάμεσων πρακτικών.

Σύμφωνα με τα παραπάνω και με βάση τα αποτελέσματα της υπάρχουσας έρευνας, προέκυψαν τα εξής ερευνητικά ερωτήματα:

Ε.Ε.1: Αν και πώς επηρεάζεται ο διδακτικός σχεδιασμός μελλοντικών εκπαιδευτικών όταν σχεδιάζουν δραστηριότητες που συνδέουν την διδασκαλία των μαθηματικών με τον χώρο εργασίας

Ε.Ε.2: Ποιες διαδικασίες μάθησης εμφανίζονται καθώς οι μελλοντικοί εκπαιδευτικοί μεταβαίνουν από την διδασκαλία στη σχολική τάξη στον χώρο εργασίας και αντίστροφα.

3.2 Πλαίσιο έρευνας - Συμμετέχοντες

Για τη συγκεκριμένη διπλωματική έγινε ανάλυση τριών δραστηριοτήτων που σχεδιάστηκαν από τρεις ομάδες μελλοντικών εκπαιδευτικών, φοιτητών μεταπτυχιακού προγράμματος στη Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών. Οι δραστηριότητες αυτές βασίζονται σε χώρους εργασίας και σαν στόχο έχουν να προάγουν τη διερευνητική μάθηση. Σχεδιάστηκαν και εφαρμόστηκαν από τους μελλοντικούς εκπαιδευτικούς ως εργασία στα πλαίσια μαθήματος του μεταπτυχιακού προγράμματος που έχει ως αντικείμενο την ενσωμάτωση της τεχνολογίας στη διδακτική των μαθηματικών. Οι εκπαιδευτικοί έπρεπε να σχεδιάσουν μία δραστηριότητα βασιζόμενοι στην έρευνα, να θέσουν το θεωρητικό τους πλαίσιο (που για όλους ήταν α ρεαλιστικά μαθηματικά και η διερευνητική μάθηση) και εν συνεχεία να θέσουν τα ερευνητικά τους ερωτήματα. Η εργασία περιελάμβανε την εφαρμογή της δραστηριότητας σε σχολικό περιβάλλον, καθώς

και την ανάλυσή της από τους εκπαιδευτικούς με άξονα τα ερευνητικά τους ερωτήματα.

Έγινε ανάλυση των δραστηριοτήτων: α) Σεισμολογία, που σχεδιάστηκε και εφαρμόστηκε από δύο εκπαιδευτικούς (Γ., Ε.) με χρήση στοιχείων σεισμολογίας που συνέλεξαν από το διαδίκτυο, β) Βιομηχανία Υαλουργίας, που σχεδιάστηκε από δύο εκπαιδευτικούς (Κ., Μ.) σε συνεργασία με έναν εργαζόμενο σε εργοστάσιο παραγωγής γυαλιού, γ) Βενζινάδικο, που σχεδιάστηκε και εφαρμόστηκε από τρεις εκπαιδευτικούς (Μ., Ν., Ε.), ο ένας από τους οποίους εργαζόταν συγχρόνως σε βενζινάδικο. Η επιλογή των συγκεκριμένων δραστηριοτήτων έγινε για να υπάρχει μία διαβάθμιση στο βαθμό εμπλοκής των εκπαιδευτικών με το χώρο εργασίας, έτσι ώστε να μελετηθεί κατά πόσο η διαβάθμιση αυτή θα επηρέαζε τα ευρήματα της έρευνάς μας. Στην πρώτη δραστηριότητα οι εκπαιδευτικοί βρίσκουν κάποιες πληροφορίες μόνο για το άλλο σύστημα από διαδικτυακές πηγές, στη δεύτερη οι εκπαιδευτικοί έρχονται σε επαφή με ένα εργαζόμενο από το σύστημα του χώρου εργασίας και ανταλλάσουν πληροφορίες σχετικά με τις πρακτικές τους με απώτερο σκοπό να γνωρίσει το ένα σύστημα την ταυτότητα του άλλου, ενώ στην τρίτη δραστηριότητα ο εκπαιδευτικός είναι ταυτόχρονα μέλος και των δύο εμπλεκόμενων συστημάτων δραστηριότητας.

3.3 Δεδομένα

Οι δραστηριότητες που μελετώνται στη συγκεκριμένη διπλωματική εργασία εκπονήθηκαν κατά το έτος 2014 – 2015 στα πλαίσια μαθήματος του Μεταπτυχιακού προγράμματος σπουδών. Δεδομένου πως αποτέλεσαν εργασίες των μελλοντικών εκπαιδευτικών είχε γίνει από τους ίδιους συλλογή κάποιων δεδομένων και καταγραφή της εφαρμογής της δραστηριότητας.

Για την κάθε δραστηριότητα, τα δεδομένα που αναλύθηκαν ήταν ατομικά ημερολόγια των εκπαιδευτικών όπου κατέγραφαν την πορεία σχεδιασμού της δραστηριότητας, τους προβληματισμούς, τα διδακτικά τους διλήμματα και αποτίμηση της εφαρμογής, τα φύλλα εργασίας που δόθηκαν στους μαθητές κατά την εφαρμογή των δραστηριοτήτων, η ανάλυση των δραστηριοτήτων από τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς, και τέλος ημιδομημένες μαγνητοφωνημένες συνεντεύξεις των εκπαιδευτικών.

Το σύνολο των δεδομένων υπήρχε εκ των προτέρων, εκτός από τις συνεντεύξεις που έγιναν για την εξυπηρέτηση των σκοπών της παρούσας εργασίας και οι οποίες απομαγνητοφωνήθηκαν για να γίνει η ανάλυσή τους. Μετά την ανάλυση των ήδη υπαρχόντων δεδομένων και αφού καταγράφηκαν τα εμπλεκόμενα συστήματα, οι πρακτικές τους και ο τρόπος που αλληλεπίδρασαν, έγιναν συνεντεύξεις με τους εκπαιδευτικούς επικεντρωμένες στο σχεδιασμό της δραστηριότητας. Ζητήθηκαν λεπτομέρειες για τα διδακτικά τους διλήμματα και διευκρινίσεις για τις επιλογές

που έκαναν, καθώς και επεξήγηση για τον τρόπο που χρησιμοποίησαν τα συνοριακά αντικείμενα που είχαμε εντοπίσει, δηλαδή τεχνουργήματα και αντικείμενα που συνέβαλαν στην επικοινωνία των δύο συστημάτων. Επίσης, οι εκπαιδευτικοί ρωτήθηκαν για την αποτίμηση της εμπειρίας τους και για τις γνώσεις που θεωρούν ότι αποκόμισαν.

3.4 Ανάλυση δεδομένων

Η ανάλυση των δεδομένων έγινε σύμφωνα με τη βιβλιογραφική επισκόπηση και με βάση την τρίτη γενιά της Πολιτισμικής Ιστορικής Θεωρίας Δραστηριότητας και συγκεκριμένα το επεκταμένο μοντέλο του Engeström (2001) όπου αλληλεπιδρούν (τουλάχιστον) δύο συστήματα δραστηριότητας, όπως παρουσιάστηκε αναλυτικότερα στο θεωρητικό πλαίσιο της παρούσας εργασίας.

Πιο συγκεκριμένα, σε κάθε δραστηριότητα που αναλύθηκε αλληλεπιδρούν δύο συστήματα δραστηριότητας: αυτό της διδασκαλίας των μαθηματικών και αυτό του χώρου εργασίας. Για κάθε σύστημα έγινε σε πρώτο επίπεδο ανάλυση του διδακτικού σχεδιασμού ως προς τους στόχους. Εντοπίστηκαν τα διλήμματα των εκπαιδευτικών και εν συνεχεία μελετήθηκαν οι επιλογές τους. Η ανάλυση έγινε με άξονα τις απαιτήσεις της παρούσας διπλωματικής, δηλαδή με έμφαση στα σημεία που επηρέαζαν τη ρεαλιστικότητα της δραστηριότητας.

Σε δεύτερο επίπεδο έγινε ανάλυση του καταμερισμού εργασίας, των κανόνων και τα εργαλείων που χρησιμοποιούνται σε κάθε σύστημα, καθώς επίσης και του τρόπου που αλληλεπίδρασαν μεταξύ τους με εντοπισμό κρίσιμων συμβάντων που έδειχναν πώς οι εκπαιδευτικοί και οι εργαζόμενοι πέρασαν ή επιχείρησαν να περάσουν τα σύνορα προκειμένου να συνεργαστούν. Εξετάστηκε επίσης ο ρόλος τεχνουργημάτων που λειτούργησαν ως συνοριακά αντικείμενα και ο τρόπος που χρησιμοποιήθηκαν στην εφαρμογή της δραστηριότητας.

Σε τρίτο επίπεδο η ανάλυση επικεντρώθηκε στους μηχανισμούς μάθησης που αναπτύχθηκαν και στις διαδικασίες μέσω των οποίων αυτοί εμφανίστηκαν, σύμφωνα με την κατηγοριοποίηση των Akkerman και Bakker (2011) που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Η ανάλυση έγινε λαμβάνοντας υπόψη τον βαθμό εμπλοκής των δύο συστημάτων και τον τρόπο που οι εκπαιδευτικοί ενσωμάτωσαν το χώρο εργασίας στη διδασκαλία των μαθηματικών, διατηρώντας ή όχι τη ρεαλιστικότητα του πλαισίου και με τον εντοπισμό και πάλι κρίσιμων συμβάντων από το υλικό που προϋπήρχε αλλά και από τις συνεντεύξεις.

4. Αποτελέσματα

4.1 Δραστηριότητα «Σεισμολογία»

4.1.1 Βασική ιδέα

Για το σχεδιασμό και την εφαρμογή της δραστηριότητας αυτής συνεργάστηκαν δύο εκπαιδευτικοί (στη συνέχεια αναφέρονται ως Ε. και Γ.) και όπως αναφέρουν οι ίδιοι «Η εφαρμογή και ο σχεδιασμός διδασκαλίας που προτείνουμε έχουν δομηθεί πάνω σε τρεις άξονες: Α. στη Διερευνητική Μάθηση (Maass & Artigue, 2013), Β. στα Ρεαλιστικά Μαθηματικά στην Εκπαίδευση (Freudenthal, 1991) και Γ. στη γεφύρωση του κενού που υπάρχει ανάμεσα στα Μαθηματικά στο χώρο εργασίας και την εκπαίδευση (Williams & Wake, 2007)».

Ο χώρος εργασίας στον οποίο βασίστηκε η δραστηριότητα ήταν η σεισμολογία και οι μαθητές θα έπρεπε να πάρουν το ρόλο των ειδικών που διαθέτει το Γεωλογικό Ινστιτούτο για την τοποθέτηση των σεισμογράφων, έτσι ώστε να εντοπίσουν τη θέση ενός σεισμογράφου που είχε καταστραφεί κατά τον τελευταίο σεισμό.

Το μαθηματικό αντικείμενο της παρέμβασης αφορά την έννοια του κύκλου ως γεωμετρικού τόπου. Πιο συγκεκριμένα, από πλευράς Γεωμετρίας εξετάζεται ο κύκλος ως γεωμετρικός τόπος σημείων που προκύπτουν από ένα μετασχηματισμό, ενώ από πλευράς Άλγεβρας εξετάζεται ο κύκλος ως γεωμετρικός τόπος των σημείων που πληρούν μία ιδιότητα η οποία εκφράζεται μέσα από την αναλυτική εξίσωση του κύκλου ($x^2 + y^2 = \rho^2$).

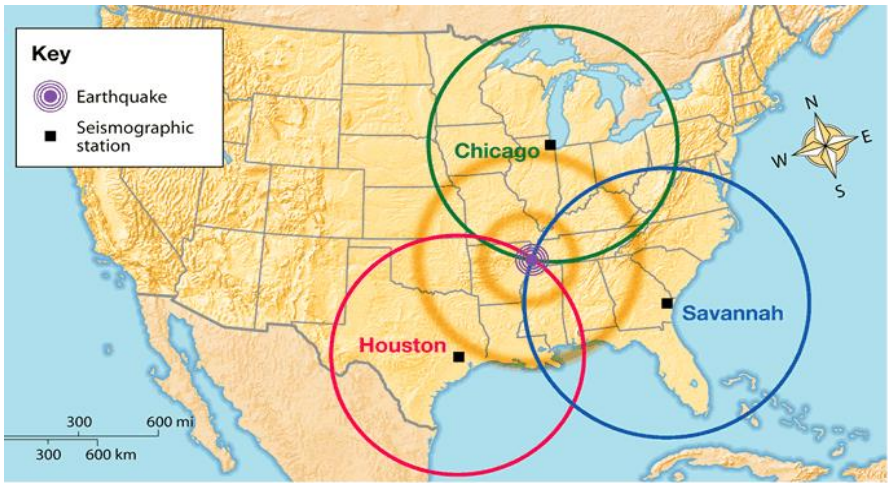
4.1.2 Διδακτικοί Στόχοι

Οι διδακτικοί στόχοι των εκπαιδευτικών για το σχεδιασμό της συγκεκριμένης δραστηριότητας ήταν οι μαθητές:

- Να ανακαλύψουν τα μαθηματικά που βρίσκονται μέσα στο χώρο εργασίας (σεισμολογία)
- Να συνδέσουν τα μαθηματικά με τη σεισμολογία και να μεταφερθούν από το ένα πλαίσιο στο άλλο
- Να δουν τη χρησιμότητα των μαθηματικών μέσα από μία ρεαλιστική εφαρμογή
- Να συνδέσουν το σχήμα του κύκλου με την έννοια του γεωμετρικού τόπου ως μετασχηματισμού αλλά και ως συνόλου σημείων με μια συγκεκριμένη ιδιότητα
- Να αντιληφθούν τη διττή έννοια που κρύβεται πίσω από την εξίσωση του κύκλου $x^2+y^2=\rho^2$ (τα x, y είναι ταυτόχρονα πλευρές ορθογωνίου τριγώνου αλλά και συντεταγμένες ενός τυχαίου σημείου του κύκλου)

4.1.3 Πλαίσιο δραστηριότητας / Ο χώρος εργασίας

Ο χώρος εργασίας που αποτέλεσε πλαίσιο της συγκεκριμένης δραστηριότητας είναι η σεισμολογία και συγκεκριμένα ο τρόπος με τον οποίο υπολογίζεται το επίκεντρο ενός σεισμού. Ένα εργαλείο που χρησιμοποιείται για την καταγραφή σεισμών είναι ο σεισμογράφος. Όταν συμβαίνει ένας σεισμός, ο σεισμογράφος ενεργοποιείται και υπολογίζει την απόσταση ανάμεσα σε αυτόν και το επίκεντρο του σεισμού. Όμως, δεν μπορεί να εντοπίσει προς ποια κατεύθυνση έχει συμβεί ο σεισμός. Έτσι καταγράφει έναν κύκλο με κέντρο την τοποθεσία όπου βρίσκεται ο σεισμογράφος και ακτίνα ίση με την απόσταση από το επίκεντρο. Με τον τρόπο αυτό ωστόσο, δεν μπορούμε να γνωρίζουμε το ακριβές σημείο στο οποίο βρίσκεται το επίκεντρο. Για το λόγο αυτό, στην καταγραφή κάθε σεισμού χρησιμοποιούνται τρεις σεισμογράφοι και ακολουθείται η μέθοδος της τριγωνοποίησης, καθώς οι τρεις κύκλοι έχουν ένα μοναδικό σημείο τομής, το οποίο και καταδεικνύει το επίκεντρο του σεισμού (Εικ. 3).



Εικόνα 3 Εύρεση επίκεντρου σεισμού με τριγωνοποίηση.

4.1.4 Ανάλυση της δραστηριότητας

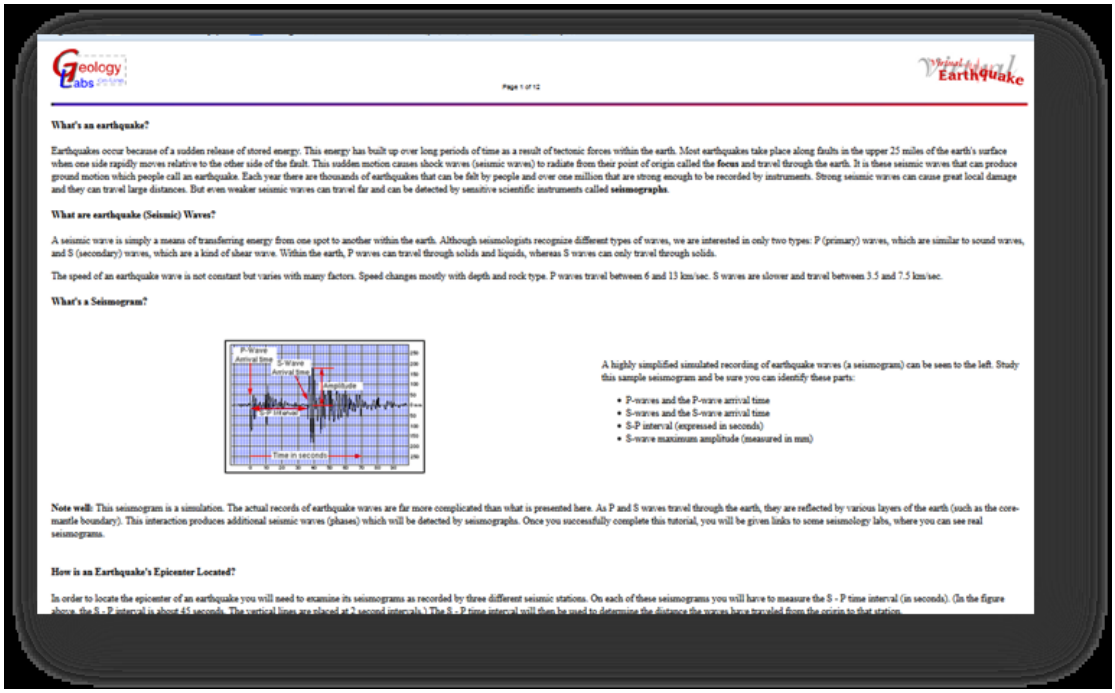
Στη συγκεκριμένη δραστηριότητα οι εκπαιδευτικοί δεν είχαν κάποια σχέση με τον χώρο εργασίας που συμπεριέλαβαν. Στην προσπάθειά τους να βρουν κάποιο χώρο εργασίας που περιελάμβανε μαθηματικά ώστε να τον εντάξουν στη δραστηριότητά τους αναζήτησαν πληροφορίες στο διαδίκτυο. Βλέποντας διαγράμματα που απεικόνιζαν το επίκεντρο ενός σεισμούς ως σημείο τομής τριών κύκλων (εικ.3), αποφάσισαν να εξετάσουν τι αναπαριστάνουν οι κύκλοι αυτοί και πώς στην πραγματικότητα εντοπίζεται το επίκεντρο ενός σεισμού. Για να το πετύχουν αυτό ήρθαν σε τηλεφωνική επαφή με το Ινστιτούτο σεισμολογίας Ελλάδας, όπου τους εξήγησαν τον τρόπο λειτουργίας των σεισμογράφων: Για τον εντοπισμό του επίκεντρου ενός σεισμού χρησιμοποιούνται τρεις σεισμογράφοι. Ο καθένας αυτό

που κάνει είναι να μετρήσει την απόστασή του από το επίκεντρο του σεισμού. Δημιουργείται έτσι κύκλος με κέντρο τον σεισμογράφο και ακτίνας ίσης με την απόσταση αυτή. Επίκεντρο του σεισμού είναι το σημείο τομής των τριών κύκλων, που είναι μοναδικό.

Δεδομένου του μαθηματικού αντικειμένου (γεωμετρικός τόπος) που ήθελαν να διδάξουν με τη δραστηριότητα, οι εκπαιδευτικοί έψαξαν τρόπους να το ενσωματώσουν στη σεισμολογία. Έτσι έφτιαξαν μία δραστηριότητα με πλαίσιο τους σεισμούς και τον τρόπο εντοπισμού του επίκεντρου. Στην προσπάθειά τους αυτή ωστόσο δεν ήταν προτεραιότητά τους η διατήρηση της ρεαλιστικότητας του πλαισίου, καθώς έγιναν αρκετές συμβάσεις και απλουστεύσεις. Μία από αυτές ήταν η παραδοχή πως δεν υπήρχε καμία πληροφορία (αρχειακά έγγραφα, δορυφόρος, κ.ά.) που να δείχνει τη θέση του δορυφόρου, πράγμα που στην πραγματικότητα είναι αδύνατον να συμβεί.

Ένας από τους στόχους που είχαν θέσει οι εκπαιδευτικοί για το σχεδιασμό της συγκεκριμένης δραστηριότητας ήταν να συνδέσουν οι μαθητές τα μαθηματικά με το χώρο της σεισμολογίας και να αποκτήσουν μία θετική στάση απέναντι στην επιστήμη. Για να εξετάσουν κατά πόσο θα επιτυγχανόταν κάτι τέτοιο με την εφαρμογή της δραστηριότητας, αποφάσισαν να δημιουργήσουν δύο ερωτηματολόγια με τα οποία θα έλεγχαν τη στάση των μαθητών απέναντι στη σεισμολογία καθώς και τις γνώσεις τους γύρο από το μαθηματικό αντικείμενο που πραγματευόταν η δραστηριότητα (ο κύκλος ως γεωμετρικός τόπος), τα οποία οι μαθητές θα απαντούσαν ένα πριν και ένα μετά την εφαρμογή της δραστηριότητας. Στις ερωτήσεις που δόθηκαν πριν την εφαρμογή της δραστηριότητας αποφάσισαν να συμπεριλάβουν και άσχετες ερωτήσεις ώστε οι μαθητές να μην είναι υποψιασμένοι για το μαθηματικό αντικείμενο της δραστηριότητας έτσι ώστε αυτό να προκύψει σαν αποτέλεσμα της διερευνητικής διαδικασίας.

Το επόμενο βήμα περιελάμβανε την εισαγωγή των μαθητών στο χώρο της σεισμολογίας. Αποφάσισαν για να γίνει πιο ενδιαφέρον και ελκυστικό το κομμάτι αυτό, να αναθέσουν στους μαθητές να επισκεφθούν διάφορες ιστοσελίδες σχετικές με τη σεισμολογία ώστε να μάθουν πληροφορίες και να εξοικειωθούν με το χώρο εργασίας. Επίσης, θέλησαν να ψάξουν και για κάποιον ιστότοπο που απευθύνεται σε σπουδαστές σεισμολογίας και θα μπορούσε να έχει ταυτόχρονα και εκπαιδευτικό χαρακτήρα. Κατέληξαν έτσι στο blog science courseware (http://www.sciencecourseware.org/VirtualEarthquake/VQuakeExecute.html), το οποίο είναι διαδραστικό και με το οποίο οι μαθητές θα μπορούσαν να δημιουργήσουν μόνοι τους και να μελετήσουν έναν σεισμό (εικ. 4). Έτσι, θα μεταφέρονταν νοητικά στο χώρο εργασίας και θα αναλάμβαναν το ρόλο ενός σεισμολόγου, πράγμα που θα βοηθούσε να εξοικειωθούν περισσότερο αλλά και να αποκτήσουν επιπλέον ενδιαφέρον.



Page 1 of 12

What's an earthquake?

Earthquakes occur because of a sudden release of stored energy. This energy has built up over long periods of time as a result of tectonic forces within the earth. Most earthquakes take place along faults in the upper 25 miles of the earth's surface when one side rapidly moves relative to the other side of the fault. This sudden motion causes shock waves (seismic waves) to radiate from their point of origin called the **focus** and travel through the earth. It is these seismic waves that can produce ground motion which people call an earthquake. Each year there are thousands of earthquakes that can be felt by people and over one million that are strong enough to be recorded by instruments. Strong seismic waves can cause great local damage and they can travel large distances. But even weaker seismic waves can travel far and can be detected by sensitive scientific instruments called **seismographs**.

What are earthquake (Seismic) Waves?

A seismic wave is simply a means of transferring energy from one spot to another within the earth. Although seismologists recognize different types of waves, we are interested in only two types: P (primary) waves, which are similar to sound waves, and S (secondary) waves, which are a kind of shear wave. Within the earth, P waves can travel through solids and liquids, whereas S waves can only travel through solids.

The speed of an earthquake wave is not constant but varies with many factors. Speed changes mostly with depth and rock type. P waves travel between 6 and 13 km/sec. S waves are slower and travel between 3.5 and 7.5 km/sec.

What's a Seismogram?

A highly simplified simulated recording of earthquake waves (a seismogram) can be seen to the left. Study this sample seismogram and be sure you can identify these parts:

- P-waves and the P-wave arrival time
- S-waves and the S-wave arrival time
- S-P interval (expressed in seconds)
- S-wave maximum amplitude (measured in mm)

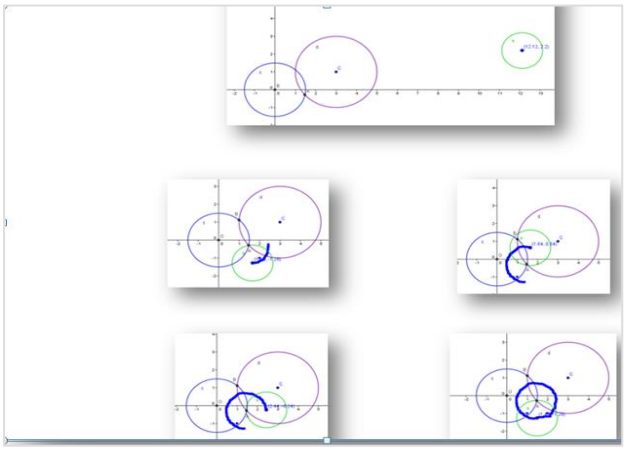
Note well: This seismogram is a simulation. The actual records of earthquake waves are far more complicated than what is presented here. As P and S waves travel through the earth, they are reflected by various layers of the earth (such as the core-mantle boundary). This interaction produces additional seismic waves (phases) which will be detected by seismographs. Once you successfully complete this tutorial, you will be given links to some seismology labs, where you can see real seismograms.

How is an Earthquake's Epicenter Located?

In order to locate the epicenter of an earthquake you will need to examine its seismograms as recorded by three different seismic stations. On each of these seismograms you will have to measure the S - P time interval (in seconds). (In the figure above, the S - P interval is about 45 seconds. The vertical lines are placed at 2 second intervals.) The S - P time interval will then be used to determine the distance the waves have traveled from the epicenter to that station.

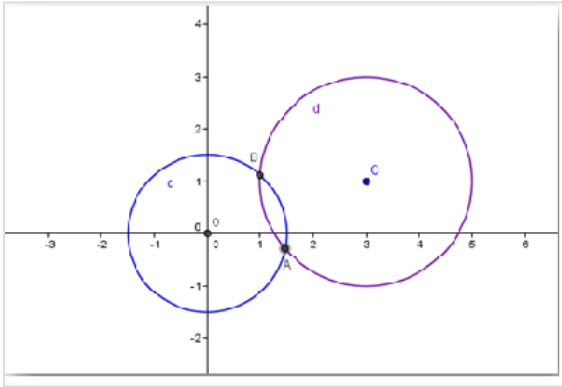
Εικόνα 4 Το διαδραστικό blog science courseware

Στη συνέχεια, έφτιαξαν το ένα από τα δύο αρχεία Geogebra που χρησιμοποίησαν στην κεντρική φάση της δραστηριότητας. Κατέληξαν στη χρήση του συγκεκριμένου ψηφιακού εργαλείου καθώς ήταν ιδανικό για την παρουσίαση τόσο γεωμετρικών όσο και αλγεβρικών δομημάτων, όπως απαιτούσε η προς σχεδιασμό δραστηριότητα. Στο αρχείο αυτό αποφάσισαν να αναπαραστήσουν τους δύο σεισμογράφους με τους αντίστοιχους κύκλους που έχουν καταγράψει, καθώς και να επισημάνουν ένα από τα σημεία τομής τους ως επίκεντρο του σεισμού. Οι μαθητές θα έπρεπε να βρουν τα πιθανά σημεία τοποθέτησης του τρίτου σεισμογράφου. Σκοπός ήταν να ανακαλύψουν οι μαθητές πως ο τρίτος σεισμογράφος θα μπορούσε να είναι τοποθετημένος σε ένα άπειρο πλήθος σημείο κατά μήκος της περιφέρειας ενός κύκλου (εικ. 5).

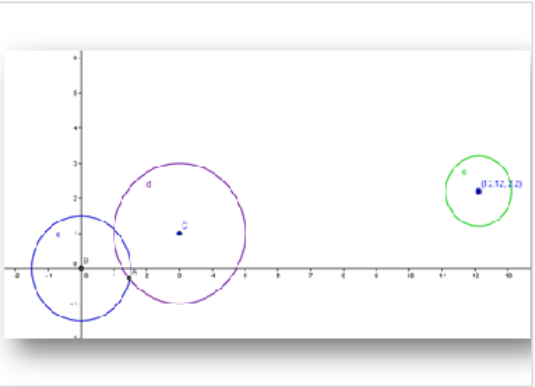


Εικόνα 5 Οι τρεις σεισμογράφοι με χρήση του ψηφιακού εργαλείου Geogebra

Σημαντικό δίλημμα στο σημείο αυτό ήταν αν θα έπρεπε να δίνεται σε κάποιο σημείο της οθόνης ο τρίτος κύκλος ως αναπαράσταση του τρίτου σεισμογράφου (εικ. 6β) ή αν θα έπρεπε ο τρίτος κύκλος να απουσιάζει πλήρως ώστε να τον σχεδιάσουν εξαρχής οι μαθητές (εικ.6α). Σύμφωνα με τους εκπαιδευτικούς, ο πρώτος τρόπος θα οδηγούσε τους μαθητές σε μία δυναμική επίλυση του προβλήματος, και θα επιτυγχανόταν ο επιθυμητός στόχος, να εμφανιστεί δηλαδή ο γεωμετρικός τόπος ως μετασχηματισμός. Αυτό γιατί το σημείο τοποθέτησης του τρίτου κύκλου θα προέκυπτε από το σύρσιμό του σε μία κατάλληλη θέση, και στη συνέχεια το σύνολο των πιθανών θέσεών του θα εμφανιζόταν σαν αποτέλεσμα της εγγραφής τις οθόνης όλων των πιθανών κέντρων (χρήση της εντολής «ίχνος» του Geogebra που μας δίνει τη δυνατότητα να εμφανίζεται στην οθόνη το ίχνος του αντικείμενου που μετακινούμε). Έτσι, θα δημιουργούταν ένας κύκλος με κέντρο το επίκεντρο του σεισμού. Ο σεισμογράφος θα μπορούσε να ήταν τοποθετημένος σε οποιοδήποτε σημείο της περιφέρειας του κύκλου αυτού (εικ. 5, μπλε κύκλος). Αν χρησιμοποιούταν ο δεύτερος τρόπος δηλαδή η πλήρης απουσία του τρίτου σεισμογράφου-κύκλου από την οθόνη, οι εκπαιδευτικοί ανέμενα πως η επίλυση θα ήταν πιο πολύ αλγεβρική-λογική και σχετίζεται με μια πιο 'στατική' αναπαράσταση του προβλήματος: αν σκεφτούμε ότι ο τρίτος σεισμογράφος μετέδωσε ακτίνα ίση με 1 και η περιφέρεια του κύκλου που σχηματίστηκε περνά από το επίκεντρο, τότε ο πιθανός τόπος όπου μπορεί να βρίσκεται το κέντρο του θα είναι όλα τα σημεία που απέχουν από το επίκεντρο κατά ακτίνα ίση με ένα. Δηλαδή πρόκειται για έναν κύκλο ακτίνας ένα που έχει ως κέντρο το επίκεντρο του σεισμού.



Εικόνα 6α Απουσία τρίτου κύκλου-σεισμογράφου



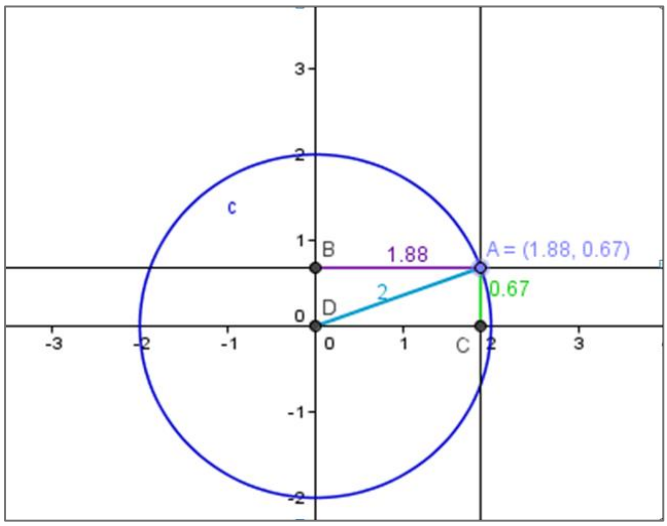
Εικ.6β Εμφάνιση τρίτου κύκλου-σεισμογράφου

Αποφάσισαν να δώσουν το πρόβλημα με τον πρώτο τρόπο, δηλαδή με την εμφάνιση του τρίτου κύκλου σε κάποιο σημείο του επιπέδου, καθώς θεώρησαν ότι έτσι εξυπηρετούνταν καλύτερα οι στόχοι της δραστηριότητας.

Στη συνέχεια αποφάσισαν να φέρουν τους μαθητές αντιμέτωπους με τη διττή έννοια που κρύβεται πίσω από την εξίσωση του κύκλου $x^2+y^2=\rho^2$ (τα x, y είναι ταυτόχρονα πλευρές ορθογωνίου τριγώνου αλλά και συντεταγμένες ενός τυχαίου σημείου του

κύκλου). Για να γίνει αυτό θεώρησαν πως θα πρέπει να υπάρχει και πάλι δυναμική αναπαράσταση και έτσι δημιούργησαν το δεύτερο αρχείο Geogebra. Ο χώρος εργασίας πλέον είναι απών, πράγμα που κάνει σαφές πως δεν ήταν προτεραιότητα για τους εκπαιδευτικούς η απόλυτη σύνδεση της δραστηριότητας με κάποιο ρεαλιστικό πλαίσιο. Στο αρχείο αυτό δημιούργησαν έναν κύκλος με ένα σημείο του να κινείται κατά μήκος της περιφέρειάς του. Για να γίνει πιο εμφανές το ζητούμενό τους φρόντισαν κατά την διάρκεια της κίνησης να εμφανίζονται στην οθόνη οι συντεταγμένες του σημείου καθώς και οι προβολές στους άξονες της ακτίνας που διέρχεται από το σημείο αυτό (εικ.7). Οι μαθητές, βάσει καθοδήγησης από τους ίδιους, θα έπρεπε να αναγνωρίσουν τα σταθερά και μεταβλητά μεγέθη που απεικονίζονταν και να αναγνωρίσουν τι ακριβώς αναπαριστούσαν.

Τέλος, ο σχεδιασμός τους προέβλεπε συζήτηση πάνω στα ευρήματα της δραστηριότητας και συμπλήρωση του δεύτερου ερωτηματολογίου ώστε να γίνει αποτίμηση της όλης εφαρμογής και να δουν τι αντίκτυπο είχε στους μαθητές η διαφορετικότητα και η ρεαλιστικότητα της δραστηριότητας.



Εικόνα 7 Το δεύτερο αρχείο Geogebra που χρησιμοποιήθηκε

4.1.5 Εφαρμογή

Η εφαρμογή της δραστηριότητας έγινε σε τρεις φάσεις και συμμετείχαν δύο μαθητές της Α Λυκείου. Τους δόθηκαν φύλλα εργασίας με ερωτήματα προς απάντηση και εργάστηκαν σε ηλεκτρονικούς υπολογιστές ο καθένας μόνος του αλλά σε ορισμένα σημεία και σε συνεργασία.

Φάση 1: Η πρώτη φάση της δραστηριότητας περιελάμβανε δύο ερωτηματολόγια. Ένα δόθηκε στην αρχή και ένα στο τέλος της παρέμβασης και στόχο είχαν αφενός μεν να καταγράψουν τις στάσεις των μαθητών απέναντι στη σεισμολογία, αφετέρου

δε να εξετάσουν τις γνώσεις και τις αντιλήψεις των μαθητών πάνω στις έννοιες του κύκλου και του γεωμετρικού τόπου πριν και μετά την παρέμβαση.

Φάση 2: Οι εκπαιδευτικοί εισήγαγαν τους μαθητές στο χώρο της σεισμολογίας μέσα από προεπιλεγμένες σχετικές ιστοσελίδες (π.χ. γεωδυναμικό ινστιτούτο) και συζήτηση για τις αρχές λειτουργίας ενός σεισμογράφου. Οι μαθητές είδαν εικόνες των μηχανημάτων, διαγράμματα που απεικονίζουν σεισμούς, ενημερώθηκαν για μεγέθη και τρόπους μέτρησης σεισμών, αλλά κυρίως για τον τρόπο εντοπισμού του επίκεντρου του σεισμού με τη διαδικασία της τριγωνοποίησης από καταγραφές τριών σεισμογράφων ταυτόχρονα. Επίσης πλοηγήθηκαν στο διαδίκτυο στον διαδραστικό ιστότοπο *blog science courseware* όπου μπορεί κανείς να δημιουργήσει έναν τεχνητό σεισμό και με βάση συγκεκριμένες πληροφορίες που δίνονται να υπολογίσει το επίκεντρο και το μέγεθός του.

Φάση 3: Στην τρίτη και κυριότερη φάση της δραστηριότητας δόθηκαν στους μαθητές δύο φύλλα εργασίας με δραστηριότητες που εκτελέστηκαν με χρήση του ψηφιακού εργαλείου Geogebra.
Η πρώτη δραστηριότητα αποτελεί μια σύνδεση των Μαθηματικών με τη Σεισμολογία ενώ επιπλέον πραγματεύεται τη διδασκαλία του κύκλου ως γεωμετρικού τόπου που προκύπτει από έναν μετασχηματισμό. Μετά από μία συνοπτική επεξήγηση του τρόπου που καταγράφεται το επίκεντρο ενός σεισμού, ζητείται από τους μαθητές να εντοπίσουν τη θέση ενός σεισμογράφου που έχει καταστραφεί. Στην προσπάθειά τους αυτή έχουν ως δεδομένα το επίκεντρο του τελευταίου καταγεγραμμένου σεισμού και τη θέση των δύο άλλων σεισμογράφων. Οι δύο εκπαιδευτικοί είχαν σχεδιάσει σε αρχείο Geogebra δύο κύκλους, τα κέντρα των οποίων καταδείκνυαν τη θέση των δύο σεισμογράφων. Ένα από τα δύο σημεία τομής τους είχε σημανθεί ως επίκεντρο του σεισμού. Οι μαθητές θα έπρεπε μέσα από διερεύνηση να εντοπίσουν πως τα πιθανά σημεία τοποθέτησης του τρίτου σεισμογράφου είναι σημεία της περιφέρειας κύκλου με συγκεκριμένη ακτίνα και κέντρο το επίκεντρο του σεισμού.
Στη δεύτερη δραστηριότητα η επαφή με το χώρο εργασίας παύει να υφίσταται και τα ερωτήματα βασίζονται μεν στη διερεύνηση αλλά είναι καθαρά μαθηματικού περιεχομένου. Χρησιμοποιείται και πάλι ένα ειδικά διαμορφωμένο αρχείο Geogebra όπου εμφανίζεται ένας κύκλος καθώς και ένα σημείο του Α που έχει την ιδιότητα να κινείται πάνω στον κύκλο. Επιπρόσθετα, είναι σχεδιασμένη η ακτίνα του κύκλου που έχει το ένα άκρο της στο Α, καθώς και τα ευθύγραμμα τμήματα που διέρχονται από το Α και είναι κάθετα στους άξονες. Στην οθόνη είναι εμφανείς οι συντεταγμένες του Α και τα μήκη των προαναφερθέντων ευθύγραμμων τμημάτων. Καθώς το Α κινείται πάνω στον κύκλο αλλάζουν οι τιμές που εκφράζουν τις συντεταγμένες του, καθώς επίσης οι τιμές των μηκών των τμημάτων που ενώνουν το Α με τις προβολές του πάνω στους άξονες. Οι μαθητές καλούνται να μετακινήσουν το Α πάνω στον κύκλο και να εντοπίσουν τα μεγέθη που μένουν

σταθερά και αυτά που μεταβάλλονται, με απώτερο σκοπό να κατανοήσουν πως η σχέση $x^2+y^2=\rho^2$ εκφράζει ταυτόχρονα τις συντεταγμένες τυχαίου σημείου του κύκλου και τις πλευρές ορθογωνίου τριγώνου.

4.1.6 Τα εμπλεκόμενα συστήματα δραστηριότητας

Στη συγκεκριμένη δραστηριότητα τα συστήματα που ενεπλάκησαν ήταν αυτό της διδασκαλίας των μαθηματικών και της σεισμολογίας. Δεδομένου ότι δεν ήταν προτεραιότητα των εκπαιδευτικών η παρουσία του χώρου εργασίας και η ρεαλιστικότητα της δραστηριότητας, μπορούμε να πούμε πως η εμπλοκή των δύο συστημάτων έγινε σε πολύ μικρό βαθμό, χωρίς να υπάρξουν πολλά σημεία όπου περάστηκαν τα σύνορα. Οι πληροφορίες για τους σεισμούς και τους σεισμογράφους συλλέχθηκαν κατά κύριο λόγο από τον έναν από τους δύο εκπαιδευτικούς, ο οποίος ήταν επί της ουσίας και αυτός που επιχείρησε να διασχίσει τα σύνορα και να γνωρίσει τις πρακτικές του συστήματος του χώρου εργασίας ώστε να μπορέσει, αποκωδικοποιώντας τες, να τις ενσωματώσει στη διδακτική τους πρακτική.

Ακολουθεί πίνακας με συνοπτική παρουσίαση των δύο εμπλεκόμενων συστημάτων δραστηριότητας:

	Διδασκαλία Μαθηματικών	**Χώρος εργασίας***
Υποκείμενο (subject)	Ομάδα μελλοντικών εκπαιδευτικών	Εργαζόμενοι στο Γεωδυναμικό Ινστιτούτο
Αντικείμενο (object)	Σχεδιασμός και εφαρμογή διερευνητικής δραστηριότητας που βασίζεται σε χώρο εργασίας	Παρακολούθηση σεισμικότητας Ελληνικού χώρου και ενημέρωση Πολιτείας
Εργαλεία (tools)	Πρόγραμμα σπουδών, σχολικά εγχειρίδια, ερευνητικά άρθρα, φύλλα ερωτήσεων, φύλλο εργασίας, ψηφιακό εργαλείο Geogebra, προσωπική εμπειρία	Σταθεροί και φορητοί σεισμογράφοι, ψηφιακοί επιταχυνσιογράφοι, σταθερά GPS, δίκτυο παρακολούθησης tsunami
Κοινότητα (community)	Εκπαιδευτική κοινότητα (σχολείο, πρόγραμμα μεταπτυχιακών σπουδών)	Κοινότητα του χώρου εργασίας (διευθυντής, ερευνητές, πανεπιστημιακής

		εκπαίδευσης ειδικό επιστημονικό προσωπικό, τεχνικό και διοικητικό προσωπικό
Κανόνες (rules)	Οι μελλοντικοί εκπαιδευτικοί σχεδίασαν τη δραστηριότητα με βάση τις απαιτήσεις του μεταπτυχιακού μαθήματος που παρακολουθούσαν. Η δραστηριότητα περιελάμβανε το χώρο εργασίας, απαιτούσε διερεύνηση, προήγαγε τη διαθεματικότητα και είχε στόχο την πρόκληση ενδιαφέροντος στους μαθητές Οι μαθητές δούλευαν σε ομάδες, συμμετείχαν ενεργά, πειραματίζονταν και διασταύρωσαν τις απαντήσεις τους επιβεβαιώνοντάς τες	Οι σταθμοί παρακολούθησης λειτουργούν σε 24ωρη βάση. Οι σεισμοί καταγράφονται, αναλύονται με ακρίβεια τα χαρακτηριστικά τους (μέγεθος, επίκεντρο, εστιακό βάθος) Αξιολογείται η σεισμική δράση Ενημερώνεται η πολιτεία και ο επίσημος ιστότοπος του Γεωδυναμικού Ινστιτούτου
Καταμερισμός εργασίας (division of labor)	Τα δύο μέλη της ομάδας σχεδίασαν και εφάρμοσαν από κοινού τη δραστηριότητα Κάθε εκπαιδευτικός ανέλαβε την επόπτευση μίας ομάδας μαθητών	Η εργασία είναι καταμερισμένη και κάθε τμήμα εκτελεί το μέρος που του αναλογεί Κάθε ομάδα εργασίας εργάζεται συνεργατικά και από κοινού Οι εργαζόμενοι λογοδοτούν στο διευθυντή και αυτός στην Πολιτεία

Πίνακας 2 Τα δύο εμπλεκόμενα συστήματα δραστηριότητας

**Πηγή πληροφοριών: http://www.gein.noa.gr/el/*

Μέλημα των εκπαιδευτικών στη συγκεκριμένη δραστηριότητα ήταν να εισάγουν στη δραστηριότητά τους κάποια στοιχεία από ένα ρεαλιστικό πλαίσιο από το χώρο εργασίας, αφού είχαν ήδη βρει το μαθηματικό αντικείμενο που ήθελαν να πραγματευτούν, και όχι να σχεδιάσουν μία δραστηριότητα εξ ολοκλήρου βασισμένη στις αυθεντικές πρακτικές που χρησιμοποιούνται στο χώρο εργασίας. Για το λόγο αυτό, και αφού θεώρησαν πως ο χώρος της σεισμολογίας ήταν πρόσφορος, αναζήτησαν πληροφορίες σε ιστοσελίδες και βιβλιογραφία σχετικά με τον τρόπο λειτουργίας των σεισμογράφων. Σε αυτό τους βοήθησε και η τηλεφωνική επικοινωνία με κάποιον ειδικό του χώρου. Ωστόσο η επαφή τους με το χώρο εργασίας περιορίστηκε σε αυτό το βαθμό, επομένως μπορούμε να πούμε πως η αλληλεπίδραση των δύο συστημάτων ήταν ελάχιστη κατά το σχεδιασμό της δραστηριότητας.

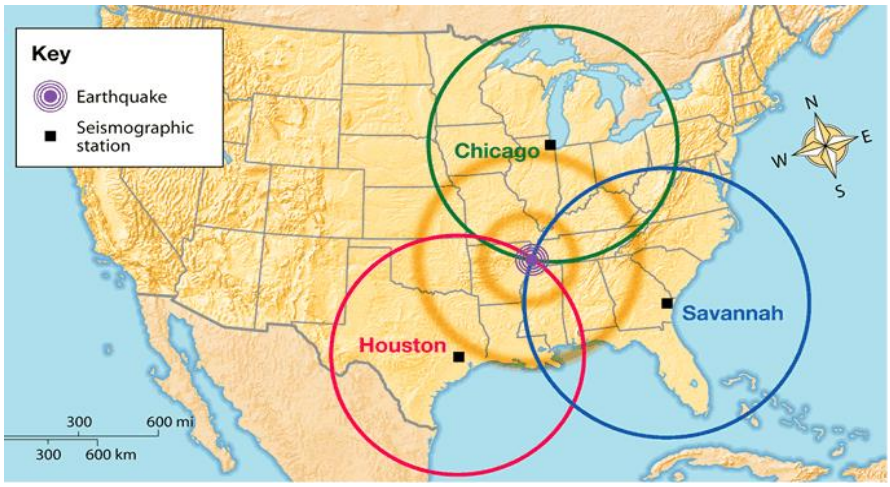
Παρόλα αυτά, η δραστηριότητα περιελάμβανε κάποια στοιχεία σεισμολογίας, καθώς ο σχεδιασμός της βασίστηκε στην αναπαράσταση της γνήσιας πρακτικής που χρησιμοποιείται κατά τον εντοπισμό του επίκεντρου ενός σεισμού με τη χρήση τριών σεισμογράφων. Αυτό είναι όμως και το σημείο όπου σταματά η παρουσία του χώρου εργασίας στη δραστηριότητα διδασκαλίας των μαθηματικών, καθώς στη συνέχεια οι εκπαιδευτικοί θεωρούν πως έχει γίνει η αφαιρετική διαδικασία από τους μαθητές σε τέτοιο βαθμό που πλέον μπορούν να απομακρυνθούν από το ρεαλιστικό πλαίσιο και να επικεντρωθούν στην κάθετη μαθηματικοποίηση:

«…στη δική μας παρέμβαση ο χώρος εργασίας εμφανίζεται από την αρχή αυτής και σταματά με την πραγματοποίηση της Οριζόντιας Μαθηματικοποίησης. Από εκεί και μετά, οι μαθητές έχουν φτάσει σε ένα τέτοιο σημείο αφαίρεσης που τους επιτρέπει να εργάζονται έξω από το αναφορικό πλαίσιο της δραστηριότητας, μέσα από Κάθετη Μαθηματικοποίηση.» (ανάλυση δραστηριότητας από τους εκπαιδευτικούς)

4.1.7 Διαδικασίες περάσματος συνόρων και μηχανισμοί μάθησης

Όπως προαναφέρθηκε, τα δύο συστήματα συνυπήρξαν και αλληλεπίδρασαν σε πολύ μικρό βαθμό. Παρ’ όλα αυτά όμως υπήρξαν στιγμές όπου εντοπίστηκαν διαδικασίες περάσματος των συνόρων. Συγκεκριμένα, οι δύο εκπαιδευτικοί ψάχνοντας πληροφορίες για τον χώρο της σεισμολογίας ήρθαν σε επαφή με έναν υπάλληλο του Γεωλογικού Ινστιτούτου Ελλάδας, ο οποίος τους εξήγησε τον τρόπο λειτουργίας των σεισμογράφων, αποκαλύπτοντάς τους λεπτομέρειες για τις γνήσιες πρακτικές που ακολουθούνται στο χώρο εργασίας. Έτσι, οι εκπαιδευτικοί προσπάθησαν να γνωρίσουν κάποια στοιχεία των πρακτικών που εφαρμόζονται στο έτερο σύστημα δραστηριότητας και στοιχεία της ταυτότητάς του. Σε αυτό βοήθησαν και κάποια αντικείμενα, όπως το διάγραμμα απεικόνισης των σεισμογράφων και του επίκεντρου του σεισμού (εικ. 8), που έπαιξαν το ρόλο συνοριακών αντικειμένων και προήγαγαν την επικοινωνία των δύο συστημάτων.

Το σύστημα του χώρου εργασίας δεν είχε κανένα λόγο να εμπλακεί στη δραστηριότητα, οπότε δεν υπήρξε πέρασμα συνόρων από τη μεριά του συστήματος αυτού, ούτε επηρεάστηκε κάπως.



Εικόνα 8 Το διάγραμμα απεικόνισης των σεισμών έπαιξε το ρόλο συνοριακού αντικειμένου

Θα λέγαμε πως δεν αναπτύχθηκαν μηχανισμοί μάθησης σε μεγάλη έκταση, δεδομένου του μικρού βαθμού αλληλεπίδρασης μεταξύ των δύο συστημάτων. Αναλυτικά, εμφανίζονται οι μηχανισμοί μάθησης:

Προσδιορισμός ταυτότητας

Ο μηχανισμός του προσδιορισμού ταυτότητας εμφανίζεται μέσω της διαδικασίας της *ετερότητας* όταν τα δύο συστήματα γνωρίζουν τις πρακτικές τους και νοηματοδοτούν εκ νέου την ταυτότητά τους το ένα υπό το πρίσμα του άλλου. Το αποτέλεσμά του είναι ο αναπροσδιορισμός της ταυτότητας των συστημάτων και η ανακατασκευή των συνόρων τους, ενώ δε συνεπάγεται απαραίτητα την υπέρβαση των ασυνεχειών.

Χαρακτηριστικό απόσπασμα όπου εντοπίζεται ο μηχανισμός του προσδιορισμού ταυτότητας είναι:

«Διάβασα για το πώς λειτουργούν οι σεισμογράφοι και πιο συγκεκριμένα για την Μέθοδο Τριγωνισμού (Triangulation Method), άρχισα να αναρωτιέμαι πώς αυτό θα μπορούσε αυτό να ενταχθεί σε μια δραστηριότητα Μαθηματικών.» (συνέντευξη Ε.)

Όπου φαίνεται η προσπάθεια της εκπαιδευτικού να γνωρίσει το άλλο σύστημα δραστηριότητας μαθαίνοντας για τις πρακτικές και τα εργαλεία που χρησιμοποιούν. Στη συνέχεια προσπάθησε να ανακαλύψει τα κρυμμένα μαθηματικά (black-boxed) και να τα εκφράσει με μορφή διαχειρίσιμη, που θα μπορούσε να ενταχθεί στη δραστηριότητα:

Δείγμα της ανακατασκευής της ταυτότητας των εκπαιδευτικών είναι οι απαντήσεις σε σχετικές ερωτήσεις:

«Ναι έμαθα πολλά πράγματα, τόσο σε επίπεδο διδασκαλίας όσο και σε επιστημονικό επίπεδο. Αν το ξανακάναμε, υπό ιδανικές συνθήκες , θα προσπαθούσαμε ο χώρος εργασίας να είναι παρόν και σε μια δεύτερη δραστηριότητα και να είναι όλα όσο το δυνατόν πιο ρεαλιστικά», (συνέντευξη Ε.)

«Αυτό που μου άφησε η εμπειρία είναι η επίγνωση της προσωπικής δουλειάς που χρειάζεται για την προετοιμασία τέτοιων δραστηριοτήτων αλλά και ο τρόπος με τον οποίο ερευνούμε για να τις δημιουργήσουμε» (συνέντευξη Ε.)

Εδώ φαίνεται να γίνεται μία αποτίμηση της όλης εμπειρίας, όπου ο εκπαιδευτικός επισημαίνει πως πλέον έχει βαθύτερη επίγνωση των διαδικασιών που απαιτούνται για το σχεδιασμό μιας διερευνητικής δραστηριότητας που περιλαμβάνει χώρους εργασίας, τις οποίες και σκέφτεται να εντάξει στις διδακτικές του πρακτικές.

Συντονισμός

Ο συντονισμός, ως μηχανισμός μάθησης στα σύνορα, αναφέρεται στην αναζήτηση αποτελεσματικών μέσων και διαδικασιών για την επίτευξη συνεργασίας μεταξύ διαφορετικών πρακτικών χωρίς όμως να υπάρχει απαραίτητα συναίνεση από όλες τις πλευρές, με το διάλογο να υπάρχει μόνο στο βαθμό όπου διατηρείται η ροή των εργασιών. Σημαντικός είναι ο ρόλος των συνοριακών αντικειμένων. Θα λέγαμε πως στη δραστηριότητα αυτή εμφανίστηκε μέσω της επικοινωνιακής σύνδεσης και των προσπαθειών για μετάφραση που έγιναν από την πλευρά των εκπαιδευτικών. Χαρακτηριστικά είναι τα παρακάτω αποσπάσματα:

«Προσπαθήσαμε να μάθουμε πώς το εντοπίζουν στην πραγματικότητα. Μία από τις επίσημες πηγές μας ήταν το ινστιτούτο σεισμολογίας (στην Ελλάδα) με το οποίο είχαμε και τηλεφωνική επαφή.» (συνέντευξη Ε.)

«Βλέποντας την αναπαράσταση των σεισμογράφων με κύκλο, σκεφτήκαμε πως θα ήταν χρήσιμο να τη χρησιμοποιήσουμε για την εισαγωγή του χώρου εργασίας.» (συνέντευξη Γ.)

Άλλοι μηχανισμοί μάθησης

Οι εκπαιδευτικοί στη μεγαλύτερη έκταση της δραστηριότητας δεν χρησιμοποίησαν στοιχεία του χώρου εργασίας. Έτσι, λόγω της περιορισμένης αλληλεπίδρασης των δύο συστημάτων, θα λέγαμε πως δεν αναπτύχθηκε κάποιος από τους άλλους μηχανισμούς μάθησης, όπως ο αναστοχασμός ή ο μετασχηματισμός. Οι μηχανισμοί αυτοί άλλωστε απαιτούν τη συνεργασία των δύο συστημάτων και την εκούσια συνύπαρξή τους. Στη συγκεκριμένη δραστηριότητα ωστόσο, το σύστημα του χώρου εργασίας εμφανίστηκε μόνο με το ρόλο του παρόχου πληροφοριών και αυτό σε πολύ μικρό βαθμό, ενώ το σύστημα της διδασκαλίας μαθηματικών εν γνώσει του επέλεξε να μην το εμπλέξει σε μεγάλο βαθμό.

«Έπρεπε να βρούμε περισσότερα στοιχεία για τη σεισμολογία που να υποστηρίξουν την άσκηση. Δεν βρήκαμε περισσότερα στοιχεία από όσα ήδη έχουμε.» (ατομικό ημερολόγιο Γ.)

«Δεν είναι και εντελώς ρεαλιστικό το πλαίσιο της δραστηριότητας! Δεν βρήκαμε περισσότερα στοιχεία από όσα έχω ήδη βρει στο ιντερνέτ ενώ ο προβληματισμός μας για την αληθοφάνεια της δραστηριότητας εξακολουθεί να υφίσταται.» (ατομικό ημερολόγιο Ε.)

Συνέπεια αυτού λοιπόν ήταν και η περιορισμένη εμφάνιση μηχανισμών μάθησης.

4.1.8 Σύνοψη

Η επιλογή να μην είναι ιδιαιτέρως παρών ο χώρος εργασίας έγινε γιατί πρότερος στόχος των εκπαιδευτικών ήταν η διδασκαλία των εννοιών που είχαν κατά νου. Η ενσωμάτωση του πλαισίου του χώρου εργασίας θα έκανε πιο ευχάριστη και ενδιαφέρουσα τη δραστηριότητα για τους μαθητές, αλλά για αυτούς δεν ήταν προτεραιότητα η παρουσία του. Αν και αναγνώρισαν τη χρησιμότητα και τη συνεισφορά του ρεαλιστικού πλαισίου στην αντιμετώπιση της δραστηριότητας από τους μαθητές («Όταν την έφτιαξα, θεώρησα ότι αυτό θα την έκανε πιο ενδιαφέρουσα κι ελκυστική για τα παιδιά.», συνέντευξη Ε.), ο παραγκωνισμός του χώρου εργασίας ήταν συνειδητή επιλογή και δείχνει ολοφάνερα πως το σύστημα της διδασκαλίας μαθηματικών ήταν αυτό που υπερίσχυσε κάνοντας εκπτώσεις και συμβάσεις στο σχεδιασμό της δραστηριότητας που εν τέλει επηρέαζαν τη ρεαλιστικότητά της.

4.2 Δραστηριότητα «Βιομηχανία Υαλουργίας»

4.2.1 Βασική ιδέα

Στη δραστηριότητα αυτή εργάστηκε μία ομάδα δύο μελλοντικών εκπαιδευτικών (στη συνέχεια της ανάλυσης αναφέρονται ως Κ. και Μ.). Ο χώρος εργασίας που περιέλαβαν στη δραστηριότητά τους ήταν ένα εργοστάσιο υαλουργίας και συγκεκριμένα το Τμήμα Παραγωγής του. Παίρνοντας την ιδέα από τον ιστότοπο του Mascil-project, σχεδίασαν μία δραστηριότητα σχετικά με τον βέλτιστο τρόπο εκτέλεσης μίας παραγγελίας μπουκαλιών από το Τμήμα παραγωγής του εργοστασίου. Πιο συγκεκριμένα, οι μαθητές ανέλαβαν τον ρόλο εργαζομένων του τμήματος παραγωγής, δέχτηκαν μία παραγγελία από το εμπορικό τμήμα και κλήθηκαν να προγραμματίσουν την εκτέλεσή της στις μηχανές παραγωγής φιαλών που διαθέτει το εργοστάσιο, με στόχο την κατά το δυνατόν αμεσότερη παράδοση στον πελάτη.

Το μαθηματικό αντικείμενο που πραγματεύεται η δραστηριότητα είναι ο Γραμμικός προγραμματισμός, καθώς και η γραφική απεικόνιση δεδομένων. Ο γραμμικός προγραμματισμός είναι το μαθηματικό αντικείμενο που βρίσκει εφαρμογή στο εργοστάσιο παραγωγής γυαλιού και συγκεκριμένα στο Τμήμα Παραγωγής του. Οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποίησαν βασικές αρχές και γνώσεις του γραμμικού

προγραμματισμού για να σχεδιάσουν τη δραστηριότητα και για να τις αναδείξουν στη διδασκαλία τους.

Επίσης έγινε γραφική απεικόνιση των αποτελεσμάτων της διερεύνησης των μαθητών προκειμένου να αναδειχθούν οι πολλαπλοί τρόποι με τους οποίους μπορούν να αναπαρασταθούν τα δεδομένα, καθώς και η αλληλεξάρτηση και συμμεταβολή των μεγεθών.

4.2.2 Στόχοι της δραστηριότητας

Κατά το σχεδιασμό της δραστηριότητας από τους εκπαιδευτικούς τέθηκαν οι εξής στόχοι:

- Να γίνει διάχυση διερευνητικής διδασκαλίας και μάθησης
- Να γίνει σύνδεση της διδασκαλίας των Μαθηματικών με το χώρο εργασίας, με απώτερο σκοπό τα Μαθηματικά να αποκτήσουν νόημα για τους μαθητές.
- Να εμπλακούν οι μαθητές σε διερευνήσεις «παίζοντας» το ρόλο ενός επαγγελματία/επιστήμονα και έτσι να δουν/αποκτήσουν/εξασκήσουν ικανότητες χρήσιμες για τη μελλοντική επαγγελματική και προσωπική τους ζωή ως ενεργοί πολίτες.
- Να δουν οι μαθητές τις βασικές αρχές του γραμμικού προγραμματισμού
- Να αναδειχθούν οι πολλαπλοί τρόποι αναπαράστασης δεδομένων
- Να νοηματοδοθεί η έννοια της αλληλεξάρτησης και συμμεταβολής μεγεθών

4.2.3 Πλαίσιο δραστηριότητας / Ο χώρος εργασίας

Όπως προαναφέρθηκε ο χώρος εργασίας στον οποίο βασίστηκε η δραστηριότητα ήταν ένα εργοστάσιο υαλουργίας στην Αθήνα. Το εργοστάσιο λειτουργεί σε εικοσιτετράωρη βάση και παράγει διάφορα είδη φιαλών για αναψυκτικά, χυμούς και αλκοολούχα ποτά. Το τμήμα παραγγελιών δέχεται παραγγελίες από τους πελάτες του εργοστασίου, τις οποίες στη συνέχεια μεταβιβάζει στο τμήμα παραγωγής. Οι υπεύθυνοι του τμήματος αυτού καλούνται να σχεδιάσουν το βέλτιστο τρόπο εκτέλεσης της παραγγελίας, δηλαδή να κατανείμουν τις φιάλες στις ανάλογες μηχανές ώστε να πετύχουν την ταχύτερη δυνατή εκτέλεση της παραγγελίας. Η παραγωγικότητα κρίνεται από την ταχύτητα με την οποία θα εκτελεστεί η παραγγελία ώστε να παραδοθεί στο συντομότερο δυνατό χρονικό διάστημα, από την ελαχιστοποίηση του κόστους, αλλά και από την σωστή κατανομή της παραγγελίας στις μηχανές ώστε να υπάρχουν ανά πάσα στιγμή μηχανές διαθέσιμες για νεότερες παραγγελίες. Για το λόγο αυτό οι υπάλληλοι καλούνται να κάνουν την κατάλληλη επιλογή μηχανών για την κατανομή των φιαλών προς εκτέλεση. Η επιλογή των μηχανών εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά των φιαλών, όπως το μέγεθος και η χωρητικότητα, αλλά και από τα χαρακτηριστικά της παραγγελίας (εικ. 9). Γίνεται κατά κύριο λόγο αυτοματοποιημένα από έτοιμους αλγόριθμους που χρησιμοποιούνται στα υπολογιστικά συστήματα της εταιρίας.

Κρίσιμα σημεία για την επιλογή είναι ότι το κάθε είδος φιάλης μπορεί να παράγεται ταυτόχρονα από δύο μηχανές αν κριθεί απαραίτητο για τη βελτιστοποίηση του χρόνου, ενώ κάποιες φορές απαιτείται κάποιο είδος φιάλης να περάσει σειριακά από δύο διαφορετικές μηχανές για να ολοκληρωθεί η κατασκευή του.

Εικόνα 9 Χαρακτηριστικά φιαλών

Μετά το σχεδιασμό αρχίζει η εκτέλεση της παραγγελίας, η οποία μπαίνει στη γραμμή παραγωγής. Τα μπουκάλια παράγονται και βγαίνουν σε σειρές πάνω σε κυλιόμενες ταινίες (στη γραμμή, γι' αυτό και στο λεξιλόγιο των εργαζομένων υπάρχει η φράση «γραμμή παραγωγής»), για να καταλήξουν στο τμήμα συσκευασίας (εικ. 10). Οι εργαζόμενοι του τμήματος παραγωγής είναι υπεύθυνοι για το χειρισμό των μηχανών και τον έλεγχο της συνεχούς λειτουργίας τους, ενώ η αποδοτικότητά τους κρίνεται και αξιολογείται από το διευθυντή παραγωγής, με κριτήρια όπως η ταχύτητα εκτέλεσης της παραγγελίας, η ποιότητα των φιαλών, και η ελαχιστοποίηση του κόστος.

Εικόνα 10 Γραμμή παραγωγής στο εργοστάσιο υαλουργίας

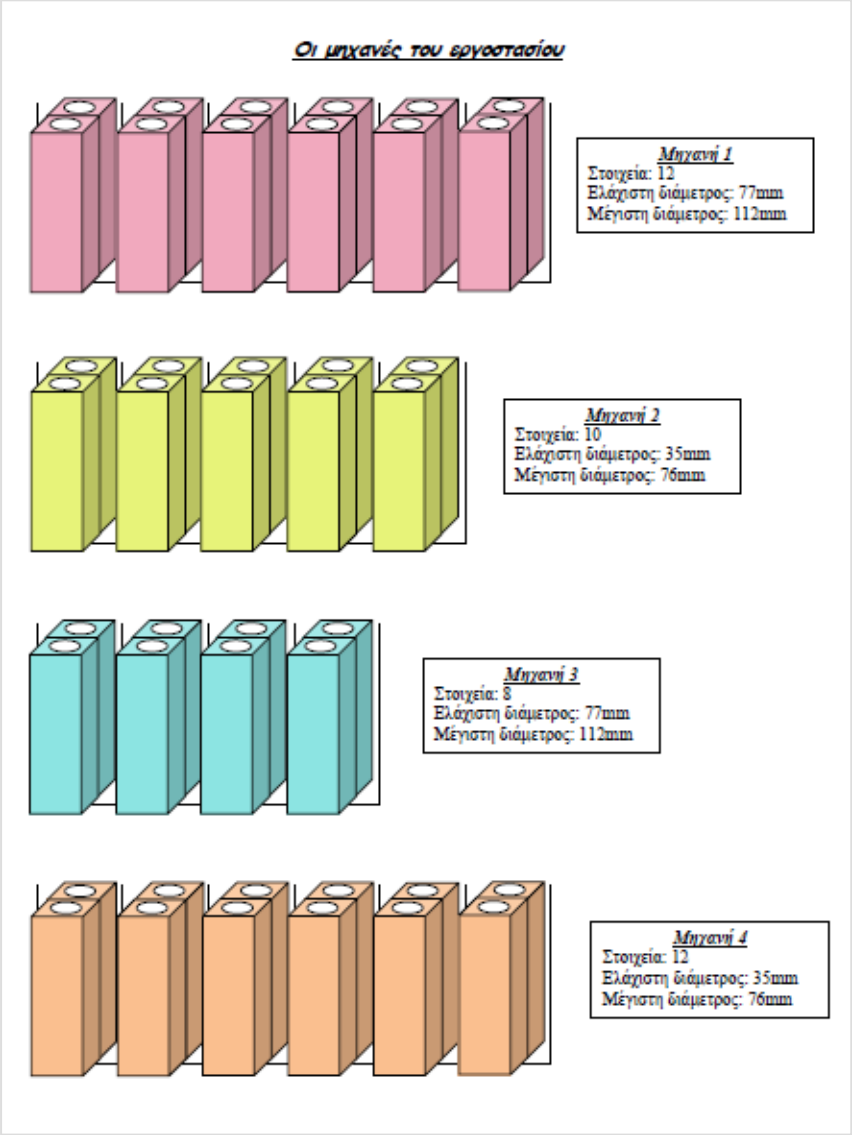
4.2.4 Ανάλυση της δραστηριότητας

Στην πρώτη φάση της δραστηριότητας αποφασίστηκε να γίνει μία εισαγωγική παρουσίαση στους μαθητές. Το υλικό για την παρουσίαση συλλέχθηκε από το διαδίκτυο και από φυλλάδια του εργοστασίου, ενώ οι εκπαιδευτικοί προσπάθησαν να συμπεριλάβουν γενικές και εγκυκλοπαιδικές πληροφορίες που αφορούσαν τα πλεονεκτήματα της χρήσης γυαλιού, τα περιβαλλοντικά οφέλη από την ανακύκλωσή του και ιστορική αναδρομή για τις τεχνικές παρασκευής του, με σκοπό να προσελκύσουν το ενδιαφέρον των μαθητών. Αποφάσισαν να παρουσιάσουν τις πληροφορίες με power point και να μην τις μοιράσουν τυπωμένες στους μαθητές για να είναι η διαδικασία πιο ευχάριστη και για να εμπλακούν όλοι οι μαθητές σε συζητήσεις.

Για το σχεδιασμό της δεύτερης και κυριότερης φάσης της δραστηριότητας οι δύο εκπαιδευτικοί συνεργάστηκαν με έναν εργαζόμενο του τμήματος παραγωγής του εργοστασίου υαλουργίας, ο οποίος επί της ουσίας έθεσε και το πλαίσιο της δραστηριότητας. Ο εργαζόμενος περιέγραψε λεπτομερώς τον τρόπο λειτουργίας του εργοστασίου, καθώς και τη διαδικασία που ακολουθείται για την εκτέλεση των παραγγελιών (βλ. υποπαράγραφο πλαίσιο δραστηριότητας/ο χώρος εργασίας), επισημαίνοντας πως το μαθηματικό αντικείμενο που εμπλέκεται είναι ο γραμμικός προγραμματισμός. Επιπλέον, παρείχε στους εκπαιδευτικούς τις απαραίτητες πληροφορίες για τις φιάλες που παράγει το εργοστάσιο και για τις μηχανές και τα εργαλεία που χρησιμοποιούνται στην παραγωγική διαδικασία, δίνοντάς τους καρτέλες με τα στοιχεία των φιαλών (εικ. 11) και εγχειρίδιο με τα χαρακτηριστικά λειτουργίας των μηχανών.

Στην προσπάθειά τους να διατηρήσουν τη ρεαλιστικότητα, οι εκπαιδευτικοί σχεδίασαν τις εργασίες με βάση τις ενέργειες που ακολουθούνται πραγματικά στο εργοστάσιο. Έτσι, μετά από μελέτη των φιαλών που παράγονται και των χαρακτηριστικών της κάθε μηχανής, δημιούργησαν μία παραγγελία τεσσάρων διαφορετικών φιαλών την οποία και θα καλούνταν να εκτελέσουν οι μαθητές. Η επιλογή των φιαλών τις παραγγελίας έγινε με τρόπο ώστε τα δύο είδη να μπορούν να παραχθούν από δύο μηχανές, ενώ τα άλλα δύο να μπορούν να παραχθούν από δύο άλλες μηχανές, με διαφορετική όμως ταχύτητα στην καθεμία. Επέλεξαν να δώσουν στους μαθητές φυλλάδιο με το σύνολο των φιαλών που παράγει το εργοστάσιο και με τα χαρακτηριστικά της κάθε μηχανής, ώστε να εντοπίσουν μόνοι τους οι μαθητές ποια στοιχεία ήταν απαραίτητα για την επιλογή των κατάλληλων μηχανών. Κατά το σχεδιασμό υπήρξε ιδιαίτερη δυσκολία στο σημείο αυτό, καθώς οι μαθητές ήταν μικροί ηλικιακά και χωρίς καμία γνώση στο γραμμικό προγραμματισμό. Έτσι, έπρεπε να γίνουν απλουστεύσεις στις παραγγελίες και στον τρόπο προσέγγισης των ερωτημάτων και της διερεύνησης, χωρίς όμως να επηρεαστεί η ρεαλιστικότητα του προβλήματος. Αντικείμενο προβληματισμού ήταν

αν απαιτούταν το προϊόν να περάσει από δύο μηχανές για να ολοκληρωθεί η παραγωγή του και αν θα μπορούσε η ποσότητα της παραγγελίας για κάθε φιάλη να παράγεται ταυτόχρονα σε δύο μηχανές, κάτι που στην πραγματικότητα συμβαίνει στην παραγωγική διαδικασία. Αποφάσισαν να μην επιτρέπεται η παραγωγή ενός είδους φιαλών από δύο μηχανές ταυτόχρονα, καθώς και ότι η παραγωγή κάθε φιάλης θα ολοκληρωνόταν σε μία μηχανή.



Εικόνα 11 Καρτέλα με τα στοιχεία των μηχανών

Προκειμένου οι μαθητές να μπορούν να εμπλακούν σε διερεύνηση και πειραματισμό, αποφασίστηκε να χρησιμοποιηθούν ειδικά διαμορφωμένα αρχεία excel. Ένας λόγος ήταν να αποφευχθεί η ανάλωση σε αριθμητικές πράξεις, καθώς δεν ήταν αυτός ο στόχος της δραστηριότητας. Έτσι, σχεδιάστηκε το πρώτο αρχείο το οποίο υπολόγιζε τις ημέρες που απαιτούνταν για την παραγωγή της κάθε φιάλης από την κάθε μηχανή (εικ. 12).

ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑ		
Είδος	Περιεχόμενο (ολική Χωρητικότητα)	Ποσότητα
Φιάλες μπύρας	275ml	3000000
Φιάλες μπύρας	500ml	5000000
Φιάλες κρασιού	750ml	2000000
Φιάλες κρασιού	2000ml	1500000
Φιάλες αναψυκτικού	250ml	2500000
Φιάλες αναψυκτικού	330ml	4000000
Φιάλες λικέρ	700ml	3000000
Φιάλες νερού	1000ml	2000000

Αφού έχετε κάνει μια πρώτη επεξεργασία της παραγγελίας συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα ως εξής:

- Στις **κίτρινες στήλες** συμπληρώστε τα στοιχεία των φιαλών που μπορούν να παρασκευαστούν είτε στη μηχανή M1, είτε στη μηχανή M3

- Στις **γαλάζιες και ροζ** στήλες γράψτε τους μαθηματικούς τύπους που θα σας βοηθήσουν να κάνετε τους υπολογισμούς που σας ζητούνται

Είδος φιάλης - Κωδικός	ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΑΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΟ	ΜΗΧΑΝΗ M1			ΜΗΧΑΝΗ M3		
		Σε 1 λεπτό (bpm)	Σε 24 ώρες	Απαιτούμενες ημέρες (με στρογγυλοποίηση)	Σε 1 λεπτό (bpm)	Σε 24 ώρες	Απαιτούμενες ημέρες (με στρογγυλοποίηση)

Εικόνα 12 Το αρχείο excel για τον υπολογισμό των ημερών παραγωγής στην κάθε μηχανή

Αυτό στο χώρο εργασίας γίνεται αυτοματοποιημένα και είναι ενσωματωμένο στο πρόγραμμα που χρησιμοποιεί ο ηλεκτρονικός υπολογιστής για την κατανομή των παραγγελιών. Στόχος ήταν να εντοπίσουν μόνοι τους οι μαθητές την εξάρτηση των ημερών παραγωγής από την ταχύτητα παραγωγής της μηχανής, καθώς το ίδιο είδος φιάλης απαιτούσε διαφορετικό αριθμό ημερών στη μία και στην άλλη μηχανή (εικ. 13), με απώτερο σκοπό να κατανοήσουν την έννοια της συμμεταβολής των μεγεθών.

Μηχανές M_1 - M_3		
Κωδικός φιάλης	Απαιτούμενες ημέρες	
	M1	M3
72980-1	7	10
72008-1	10	15
16005-3	13	20
0003-3	8	12

Μηχανές M_2 - M_4		
Κωδικός φιάλης	Απαιτούμενες ημέρες	
	M2	M4
2043-2	9	7
2050-2	20	17
1009-2	8	7
11893-3	12	10

Εικόνα 13 Το ίδιο είδος φιάλης απαιτεί διαφορετικό αριθμό ημερών στην κάθε μηχανή

Με βάση αυτό, οι εκπαιδευτικοί σχεδίασαν το δεύτερο αρχείο excel, με το οποίο οι μαθητές θα μπορούσαν να πειραματιστούν με τους διαφορετικούς συνδυασμούς μηχανών (εικ. 14). Να επισημάνουμε εδώ ότι στο χώρο εργασίας και αυτή η διαδικασία είναι αυτοματοποιημένη και γίνεται από τους κατάλληλα προγραμματισμένους ηλεκτρονικούς υπολογιστές. Οι εκπαιδευτικοί διαμόρφωσαν το αρχείο εξασφαλίζοντας να πληρούνται οι περιορισμοί που είχαν τεθεί (επιλογή μίας μόνο μηχανής για κάθε είδος φιάλης), αλλά ταυτόχρονα να μπορούν οι μαθητές να δοκιμάζουν όλες τις πιθανές κατανομές τις παραγγελίας και άμεσα να

βλέπουν τις απαιτούμενες ημέρες εκτέλεσής της, ώστε να μπορούν να επιλέξουν την βέλτιστη.

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ ΕΚΤΕΛΕΣΗΣ ΠΑΡΑΓΓΕΛΙΑΣ							
Είδος φιάλης	Κωδικός	Απαιτούμενες ημέρες στη μηχανή Μ1	Απαιτούμενες ημέρες στη μηχανή Μ3		Επιλογή μηχανής Μ1	Επιλογή μηχανής Μ3	
κρασί	72900-1	7	10		1	0	Ωραία! Επιλέχθηκε μια από τις δυο μηχανές!
αναψυκτικό	72000-1	10	15		1	0	Ωραία! Επιλέχθηκε μια από τις δυο μηχανές!
αλκολούχο ποτό	16005-3	13	20		1	0	Ωραία! Επιλέχθηκε μια από τις δυο μηχανές!
νερό	0-003-3	8	12		1	0	Ωραία! Επιλέχθηκε μια από τις δυο μηχανές!
		Συνολικός αριθμός απασχόλησης κάθε μηχανής			38	0	
		Απαιτούμενες ημέρες για την παράδοση των φιαλών			38		

Εικόνα 14 Στιγμιότυπο από το δεύτερο excel αρχείο που χρησιμοποιήθηκε

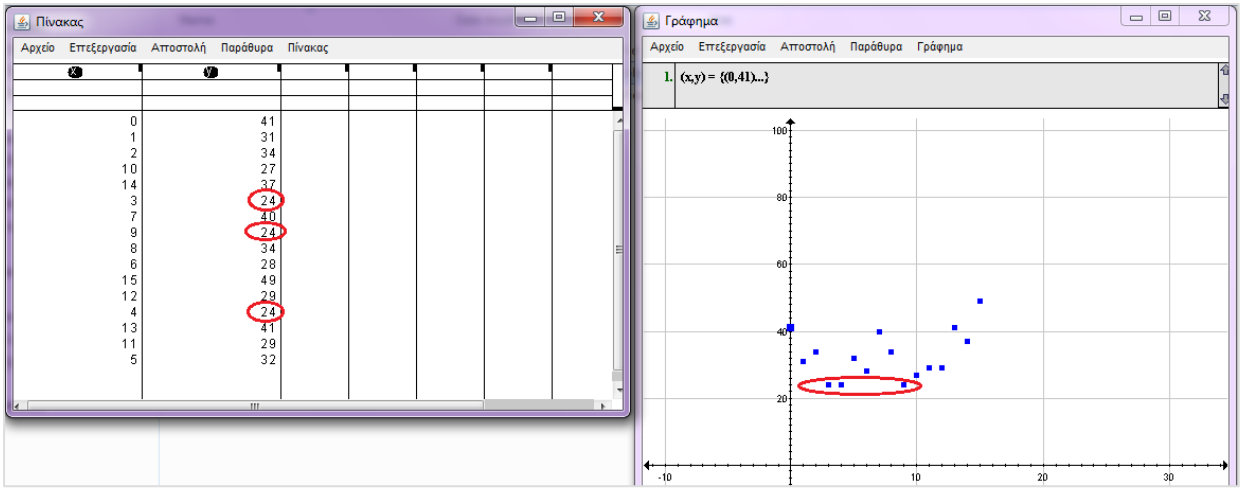
Όπως προαναφέρθηκε, οι εκπαιδευτικοί θέλησαν να τονίσουν την έννοια της συμμεταβολής μεγεθών, καθώς και τις πολλαπλές αναπαραστάσεις που μπορούμε να έχουμε στα δεδομένα. Επιδίωξαν έτσι να γίνει και γραφική αναπαράσταση των δεδομένων και των συμπερασμάτων, πράγμα ωστόσο που προκάλεσε προβληματισμό και δυσκολία. Η δυσκολία έγκειται στη φύση του προβλήματος και στο μαθηματικό αντικείμενο, καθώς δεν μπορεί να γίνει γραφική αναπαράσταση δεδομένων γραμμικού προγραμματισμού. Η λύση του συγκεκριμένου προβλήματος αφορούσε την επιλογή ή μη κάποιας μηχανής και κατά συνέπεια τις αντίστοιχες απαιτούμενες ημέρες για την εκτέλεση της παραγγελίας, δεδομένα που δεν γίνεται να παρασταθούν με κάποιο τρόπο σε δισδιάστατο σύστημα αξόνων. Λύση στο πρόβλημα δόθηκε με τη χρήση Boolean μεταβλητών που έδειχναν τη χρήση ή μη κάποιας μηχανής.

Η κάθε διατεταγμένη τετράδα από 0 και 1 θα θεωρούταν ως ένας αριθμός του δυαδικού συστήματος, τον οποίο οι μαθητές θα μετέτρεπαν στον αντίστοιχο αριθμό του δεκαδικού συστήματος και θα είχαν έτσι διαχειρίσιμα ζεύγη αριθμών που αναπαριστούσαν μία συγκεκριμένη κατανομή της παραγγελίας στις μηχανές και τις αντίστοιχες μέρες που απαιτούνταν για την εκτέλεσή της (εικ. 15).

Αριθμός δυαδικού συστήματος	Αντιστοίχιση	Αριθμός δεκαδικού συστήματος	Απαιτούμενες ημέρες για την παράδοση της παραγγελίας
1010			27
1110			37
0011			24

Εικόνα 15 Κάθε διατεταγμένη τετράδα από 0 και 1 αντιστοιχίζεται σε έναν αριθμό

Αυτό θεωρήθηκε και ως μία επιπλέον ευκαιρία για μαθηματικοποίηση. Αποφασίστηκε να χρησιμοποιηθεί το Function Probe για τη γραφική απεικόνιση και αυτό που χρειάστηκε να προετοιμάσουν οι εκπαιδευτικοί ήταν οι κλίμακες στους άξονες ώστε να είναι κατάλληλες για τα δεδομένα της δραστηριότητας (εικ. 16).



Εικόνα 16 Γραφική αναπαράσταση των δεδομένων

Τέλος, ο σχεδιασμός προέβλεπε τη συνεργασία των ομάδων για να δοθεί ο βέλτιστος τρόπος προγραμματισμού της παραγγελίας. Αυτό γιατί η παραγγελία θα έπρεπε να παραδοθεί στον πελάτη στο σύνολό της (τέσσερα είδη φιαλών), αλλά η κάθε ομάδα μαθητών έβρισκε διαφορετικό αριθμό ημερών εκτέλεσης της παραγγελίας για το ζεύγος φιαλών που είχε αναλάβει. Έτσι, χρόνος παράδοσης της παραγγελίας ήταν ο μέγιστος από τους χρόνους που βρήκαν οι ομάδες. Στο σημείο αυτό, και για να επανέλθει το ρεαλιστικό πλαίσιο του χώρου εργασίας, οι εκπαιδευτικοί επέλεξαν η ημερομηνία που δόθηκε η παραγγελία να είναι κοντά σε κάποια αργία ώστε να αναγκαστούν οι μαθητές να τη λάβουν υπόψη για την ημέρα που θα έδιναν σαν ημερομηνία παράδοσης.

4.2.5 Εφαρμογή

Η δραστηριότητα αποτελείται από τρεις φάσεις, καθεμία από τις οποίες έχει διαφορετικούς στόχους, ενώ επιπλέον διαφέρει από τις υπόλοιπες στο αντικείμενο, και στο χώρο όπου εφαρμόστηκε. Στην εφαρμογή συμμετείχαν οι 49 μαθητές δύο τμημάτων της Β’ Γυμνασίου ενός δημόσιου σχολείου.

Φάση 1: Στην πρώτη φάση οι μαθητές συγκεντρώθηκαν σε μία αίθουσα και παρακολούθησαν ειδικά διαμορφωμένα power point αρχεία με πληροφορίες για το γυαλί, την ιστορία του, τις χρήσεις του και τον τρόπο παρασκευής του. Σκοπός ήταν

να προκληθεί ενδιαφέρον στους μαθητές για το συγκεκριμένο χώρο εργασίας και να τους δημιουργηθούν ερωτήματα για το πώς συνδέονται τα Μαθηματικά με αυτόν. Περιελάμβανε συζήτηση με τους μαθητές και την διατύπωση ερωτήσεων και απορριών.

Φάση 2: Στη δεύτερη φάση οι μαθητές χωρίστηκαν σε ομάδες των δύο ατόμων και ανέλαβαν το ρόλο εργαζομένων του τμήματος παραγωγής του εργοστασίου. Εργάστηκαν σε ηλεκτρονικούς υπολογιστές και τους δόθηκαν φύλλα εργασίας που τους καθοδηγούσαν αναθέτοντάς τους επιμέρους εργασίες. Έτσι οι μαθητές περνούσαν μέσα από τα στάδια που πραγματικά αντιμετωπίζουν οι υπεύθυνοι παραγωγής του εργοστασίου, διατηρώντας με τον τρόπο αυτό το ρεαλιστικό πλαίσιο της δραστηριότητας. Για τη διατήρηση της ρεαλιστικότητας του προβλήματος, οι εκπαιδευτικοί φρόντισαν ώστε τόσο οι φιάλες που συμπεριλήφθηκαν στη δραστηριότητα όσο και τα χαρακτηριστικά των μηχανών να είναι πραγματικά. Οι μαθητές κλήθηκαν να χρησιμοποιήσουν ειδικά διαμορφωμένα αρχεία excel για να βρουν τους πιθανούς τρόπους εκτέλεσης της παραγγελίας και στη συνέχεια χρησιμοποίησαν ένα αρχείο function probe με διαμορφωμένες από τους εκπαιδευτικούς κλίμακες, ώστε να παραστήσουν και γραφικά τα ευρήματά τους. Συνδυάζοντας τις απαντήσεις τους οι διαφορετικές ομάδες κατέληξαν στο βέλτιστο τρόπο εκτέλεσης της παραγγελίας. Στην περίπτωσή τους ο βέλτιστος τρόπος μεταφράστηκε ως ο ταχύτερος δυνατός, καθώς από την αρχή είχε οριστεί ως κριτήριο επιτυχίας ο κατά το δυνατόν συντομότερος χρόνος παράδοσης των φιαλών.

Φάση 3: Η τρίτη και τελευταία φάση της δραστηριότητας περιελάμβανε την επίσκεψη στο εργοστάσιο παραγωγής γυαλιού. Εκεί οι μαθητές είχαν τη δυνατότητα να δουν από κοντά όσα είχαν παρακολουθήσει στην πρώτη φάση, ενώ οι τέσσερις συμμετέχοντες στη δεύτερη φάση θέλησαν να μάθουν ποιος είναι ο πραγματικός τρόπος προγραμματισμού των παραγγελιών, κάνοντας ανάλογες συσχετίσεις με τις δικές τους ενέργειες.

4.2.6 Εμπλεκόμενα συστήματα δραστηριότητας

Στο σχεδιασμό της δραστηριότητας τα εμπλεκόμενα συστήματα δραστηριότητας είναι δύο: η διδασκαλία των μαθηματικών και ο χώρος εργασίας. Οι εκπαιδευτικοί και ο εργαζόμενος που τους βοήθησε συνεργάστηκαν περνώντας τα σύνορα των δύο συστημάτων (boundary crossers) προκειμένου να δημιουργηθεί η τελική εργασία , η οποία πραγματευόταν το γραμμικό προγραμματισμό και τη γραφική απεικόνιση δεδομένων στο πλαίσιο του συγκεκριμένου εργασιακού χώρου.
Στον Πίνακα 3 παρουσιάζονται τα δύο εμπλεκόμενα συστήματα δραστηριότητας, σύμφωνα με την ανάλυση του συστήματος δραστηριότητας από τον Engeström (2001).

	Διδασκαλία Μαθηματικών	**Χώρος εργασίας**
Υποκείμενο (subject)	Ομάδα μελλοντικών εκπαιδευτικών	Εργαζόμενοι στο Τμήμα Παραγωγής εργοστασίου υαλουργίας
Αντικείμενο (object)	Σχεδιασμός και εφαρμογή διερευνητικής δραστηριότητας που βασίζεται σε χώρο εργασίας	Παραγωγή μπουκαλιών, εκτέλεση παραγγελιών
Εργαλεία (tools)	Πρόγραμμα σπουδών, σχολικά εγχειρίδια, ερευνητικά άρθρα, φύλλο εργασίας, ψηφιακά εργαλεία (PowerPoint,Excel, Function Probe), προσωπική εμπειρία	Αυτοματοποιημένο (ηλεκτρονικό) σύστημα καταμερισμού παραγγελιών στις μηχανές, εργασιακή εμπειρία, μηχανές παραγωγής
Κοινότητα (community)	Εκπαιδευτική κοινότητα (σχολείο, πρόγραμμα μεταπτυχιακών σπουδών)	Κοινότητα του χώρου εργασίας (εργατικό δυναμικό, προϊστάμενοι)
Κανόνες (rules)	Οι μελλοντικοί εκπαιδευτικοί σχεδίασαν τη δραστηριότητα με βάση τις απαιτήσεις του μεταπτυχιακού μαθήματος που παρακολουθούσαν. Η δραστηριότητα περιελάμβανε το χώρο εργασίας, απαιτούσε διερεύνηση, προήγαγε τη διαθεματικότητα και είχε στόχο την πρόκληση ενδιαφέροντος στους μαθητές Οι μαθητές δούλευαν σε ομάδες, συμμετείχαν ενεργά, πειραματίζονταν και διασταύρωσαν τις απαντήσεις τους επιβεβαιώνοντάς τες	Ο τρόπος (σειρά) εκτέλεσης των παραγγελιών ορίζεται από τους εργαζόμενους στο Τμήμα Παραγωγής με αυτοματοποιημένες μεθόδους Οι παραγγελίες πρέπει να εκτελούνται το ταχύτερο δυνατόν, με ελάχιστο κόστος και ζημιές Οι εργαζόμενοι ακολουθούν τη διαδικασία παραγωγής χωρίς να αναλαμβάνουν πρωτοβουλίες

Καταμερισμός εργασίας (division of labor)	Τα δύο μέλη της ομάδας σχεδίασαν και εφάρμοσαν από κοινού τη δραστηριότητα Κάθε εκπαιδευτικός ανέλαβε την επόπτευση μίας ομάδας μαθητών	Η εργασία είναι καταμερισμένη και κάθε εργαζόμενος εκτελεί το μέρος που του αναλογεί Το τελικό προϊόν αξιολογείται από τους προϊσταμένους

Πίνακας 3 Τα εμπλεκόμενα συστήματα δραστηριότητας

Η αλληλεπίδραση των δύο συστημάτων ήταν έντονη σε ένα μεγάλο κομμάτι της διαδικασίας σχεδιασμού και της εφαρμογής της δραστηριότητας. Ο εργαζόμενος του εργοστασίου έκανε συζητήσεις με τους εκπαιδευτικούς, αναλύοντάς τους την παραγωγική διαδικασία και επισημαίνοντας το μαθηματικό αντικείμενο που εφαρμόζεται. Οι εκπαιδευτικοί από τη μεριά τους του περιέγραψαν τις απαιτήσεις της δραστηριότητας που καλούνταν να σχεδιάσουν, αναζητώντας τρόπους να ενσωματώσουν σε αυτήν τον εν λόγω χώρο εργασίας.

Οι εκπαιδευτικοί προσπάθησαν η δραστηριότητα να είναι μία προσομοίωση της πραγματικής διαδικασίας που ακολουθείται στο εργοστάσιο, καθώς τη σχεδίασαν με βάση την πραγματική ακολουθία ενεργειών που γίνονται για την εκτέλεση των παραγγελιών. Για να γίνει αυτό έπρεπε να γνωρίσουν τα εργαλεία και τις πρακτικές που χρησιμοποιούνται στο χώρο εργασίας, να τα αποκωδικοποιήσουν και να τα μοντελοποιήσουν σε μορφή διαχειρίσιμη από τους μαθητές. Έτσι, αυτοματοποιημένες διαδικασίες επιλογής μηχανών και καταμερισμού των παραγγελιών που λαμβάνουν χώρο στο εργοστάσιο παραγωγής γυαλιού μετατράπηκαν σε διαδικασίες διερεύνησης και μαθηματικοποίησης με χρήση των ψηφιακών εργαλείων Function Probe και Excel. Για την διατήρηση της ρεαλιστικότητας στη δραστηριότητα, ο εργαζόμενος προμήθευσε τους εκπαιδευτικούς με πραγματικά δεδομένα για τα χαρακτηριστικά των φιαλών που παράγονται στο εργοστάσιο και των μηχανών που τις παράγουν. Επιπλέον, οι εκπαιδευτικοί προσπάθησαν να γίνει καταμερισμός της εργασίας εντός των ομάδων των μαθητών, όπως ακριβώς γίνεται και στο εργοστάσιο, όπου κάθε εργαζόμενος έχει συγκεκριμένο έργο να εκτελέσει.

4.2.7 Διαδικασίες περάσματος συνόρων και μηχανισμοί μάθησης

Κατά το σχεδιασμό της δραστηριότητας από τους εκπαιδευτικούς υπήρξαν σημεία που έγινε πέρασμα των συνόρων των δύο εμπλεκόμενων συστημάτων και στα

οποία εμφανίστηκαν κάποιοι από τους μηχανισμούς μάθησης, όπως αυτοί περιγράφηκαν νωρίτερα.

Συγκεκριμένα, οι διαδικασίες περάσματος των συνόρων έγιναν κατά την επαφή των εκπαιδευτικών με τον εργαζόμενο του εργοστασίου όταν αντάλλαξαν γνώμες και πληροφορίες για τις πρακτικές που εφαρμόζονται στο εργοστάσιο και για τη διδακτική δραστηριότητα που ήθελαν να σχεδιάσουν. Επιπλέον, πέρασμα των συνόρων υπήρξε από την πλευρά των καθηγητών κατά το σχεδιασμό της δραστηριότητας, όταν αναζητούσαν πληροφορίες για την υαλουργία και τρόπους αποκωδικοποίησης και μοντελοποίησης των μαθηματικών που υπήρχαν στο άλλο σύστημα δραστηριότητας. Αν και έγινε προσπάθεια να διατηρηθεί το ρεαλιστικό πλαίσιο, έγιναν απλουστεύσεις λόγω της μικρής ηλικίας των μαθητών και ως εκ τούτου το σύστημα της διδασκαλίας των μαθηματικών υπερίσχυσε έναντι του συστήματος του χώρου εργασίας. Αυτό βέβαια είναι αναμενόμενο, δεδομένου ότι η επαφή των δύο συστημάτων έγινε επί τούτου για το σχεδιασμό της διδακτικής δραστηριότητας.

Από τα παραπάνω γίνεται σαφής ο ρόλος των εκπαιδευτικών και του εργαζομένου ως boundary crossers, ενώ κατά το πέρασμα των συνόρων χρησιμοποιούνται αντικείμενα και τεχνουργήματα που διευκολύνουν την επικοινωνία και τη συνεργασία των δύο συστημάτων (συνοριακά αντικείμενα). Τα συνοριακά αντικείμενα (boundary objects) που χρησιμοποιήθηκαν ήταν τα φυλλάδια με τα χαρακτηριστικά των φιαλών και των μηχανών παραγωγής και τα αρχεία excel και power point που έφτιαξαν οι εκπαιδευτικοί. Το κάθε σύστημα δραστηριότητας χρησιμοποιεί διαφορετικά και μεταφράζει με διαφορετικό τρόπο τις πληροφορίες που του παρέχουν τα εγχειρίδια των μηχανών και οι καρτέλες των προϊόντων παραγωγής του εργοστασίου. Έτσι, ενώ για τους εργαζόμενους αποτελούν εργαλεία για την σωστή διευθέτηση των παραγγελιών, για τους εκπαιδευτικούς παρείχαν πληροφορίες (διάμετρος φιαλών, ρυθμός παραγωγής μηχανών) που οδήγησαν στη σύνδεση διαφορετικών μεγεθών συναρτησιακά. Για τη μοντελοποίηση της παραγωγικής διαδικασίας οι εκπαιδευτικοί δημιούργησαν τεχνουργήματα όπως τα αρχεία excel και power point, με τα οποία ενσωμάτωσαν την πραγματική διαδικασία επιλογής μηχανών στη δραστηριότητά τους.

Οι μηχανισμοί μάθησης που εμφανίστηκαν παρουσιάζονται αναλυτικά στη συνέχεια:

Προσδιορισμός ταυτότητας

Ο μηχανισμός του *προσδιορισμού ταυτότητας* αναφέρεται στο να γνωρίζουν τα συστήματα τις διαφορετικές τους πρακτικές το ένα σε σχέση με το άλλο. Τα σύνορα συναντώνται και ανασχηματίζονται, χωρίς απαραίτητα να ξεπερνιούνται οι ασυνέχειες. Ο προσδιορισμός ταυτότητας γίνεται μέσω δύο διαφορετικών

διαδικασιών, της *θεμιτής συνύπαρξης* και της *ετερότητας.* Η μεν πρώτη αναφέρεται σε άτομα που δουλεύουν ταυτόχρονα σε διαφορετικές ομάδες και στο γεγονός ότι πρέπει να προσέχουν ώστε οι διαφορετικές συμμετοχές τους να ακολουθούν την κάθε ομάδα και να γίνονται αποδεκτές από τους άλλους στις αντίστοιχες ομάδες. Στη δεύτερη, ο προσδιορισμός ταυτότητας γίνεται ορίζοντας μία πρακτική υπό το πρίσμα μίας άλλης και οριοθετώντας πώς η μία διαφέρει από την άλλη.

Στη συγκεκριμένη δραστηριότητα εμφανίστηκε μέσω τις διαδικασίας τις ετερότητας, καθώς οι εκπαιδευτικοί θέλησαν να μάθουν τις πρακτικές του χώρου εργασίας ώστε να ανακαλύψουν και να μοντελοποιήσουν τα υπάρχοντα μαθηματικά. Στη διαδικασία αυτή τους βοήθησε ο εργαζόμενος στο εργοστάσιο, ο οποίος αφού ενημερώθηκε για τις γνώσεις των μαθητών και τους στόχους της δραστηριότητας, τους έδωσε τις απαραίτητες πληροφορίες:

«Πήραμε οδηγίες από τους ίδιους τους ανθρώπους του εργοστάσιου στο τμήμα παραγωγής και τις ετικέτες με όλα τα είδη μπουκαλιών που μπορούσε να παράγει το εργοστάσιο.» (ατομικό ημερολόγιο Μ.)

«Η πρακτική δηλαδή που χρησιμοποιούσαν ήταν κάποια την οποία από μόνος του ήξερε ότι χρησιμοποιούσαν τον γραμμικό προγραμματισμό. Άρχισε να μου μιλάει για τον τρόπο παραγωγής, στο λεξιλόγιό τους είναι η γραμμή παραγωγής, γιατί έχουν γραμμές παραγωγής.» (συνέντευξη Κ.)

«Έχει σημασία ξέρω γω το μέγεθος των μπουκαλιών, το εμβαδόν των μπουκαλιών, το πόσα μπουκάλια θα βάλουμε γιατί το εργοστάσιο δουλεύει 24 ώρες το 24ωρο, οπότε για να έχουν, ανάλογα με τις παραγγελίες που παίρνουν, την παραγωγή έτοιμη στην ώρα τους, πρέπει να ακολουθήσουν κάποιον προγραμματισμό. Ε, αυτό αφορούσε στον γραμμικό προγραμματισμό» (συνέντευξη Κ.)

«Εκεί έχουν κάποιες πατέντες, δηλαδή δουλεύουν λίγο με τον αυτόματο πιλότο. Παίρνουν κάποια συγκεκριμένα καλούπια. Αυτοματοποιημένα. Έχουν γίνει οι υπολογισμοί και αυτοί ξέρουν ότι ανάλογα με την παραγγελία που θα πάρουν, ότι αυτό θα πάρουμε ή εκείνο θα πάρουμε. Υπάρχει τμήμα που διαλέγει... Χρησιμοποιούν κάποιο πρόγραμμα, αλλά υπάρχει τμήμα που ασχολείται με το να φτιάξει το πρόγραμμα ας πούμε. Με ποια σειρά θα βγει η παραγωγή. Οι εργάτες ας πούμε κάτω από αυτή την ομάδα το παίρνουν έτοιμο. Αλλά υπάρχουν κάποιοι που το σχεδιάζουν.» (συνέντευξη Κ.)

Στα παραπάνω αποσπάσματα φαίνεται πώς οι εκπαιδευτικοί γνώρισαν το σύστημα του χώρου εργασίας, τις πρακτικές που εκεί εφαρμόζονται και τα εργαλεία που χρησιμοποιούνται.

Στη συνέχεια βλέπουμε ένα απόσπασμα που δείχνει τη συνεργασία των εκπαιδευτικών με τον εργαζόμενο του εργοστασίου σε μια προσπάθεια να γνωρίσει και αυτός το σύστημα της διδασκαλίας των μαθηματικών και να ανακαλύψουν πώς

θα μπορούσε ο ένας χώρος να ενσωματωθεί στον άλλον στα πλαίσια της δραστηριότητας.

« Έκανα τις συναντήσεις με το συγκεκριμένο άνθρωπο γιατί έτυχε τώρα έτυχε αυτό και ήταν σχετικός κιόλας. Δηλαδή μου είπε: ναι, στη γραμμή παραγωγής χρειάζονται γραμμικό προγραμματισμό. Ήξερε αυτός.» (συνέντευξη Κ.)

«Κρίσιμη και βασική ήταν η συνάντηση με τον άνθρωπο αυτό, καθώς μας έδωσε όλες τις πληροφορίες για τη λειτουργία του εργοστασίου, μας εξήγησε λεπτομερώς το ρόλο του Τμήματος Παραγωγής και έθεσε το πλαίσιο της εργασίας μας» (ατομικό ημερολόγιο Κ.)

Και οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί όμως μπήκαν στη διαδικασία να βρουν πληροφορίες εντός του δικού τους συστήματος δραστηριότητας, αναζητώντας στη βιβλιογραφία αλγορίθμους και ζητήματα του γραμμικού προγραμματισμού, στα πλαίσια της προσπάθειας να εναρμονίσουν το συγκεκριμένο μαθηματικό αντικείμενο με το ηλικιακό και γνωστικό επίπεδο των μαθητών.

«Επειδή ήταν ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού και απαιτεί προχωρημένα μαθηματικά σκεφτήκαμε αρχικά τρόπους να απλοποιηθεί το πρόβλημα. Βρήκαμε στη βιβλιογραφία διάφορους αλγόριθμους για το ζήτημα του προγραμματισμού ανάλογα με το πόσες μηχανές χρησιμοποιεί ένα εργοστάσιο και με το πώς κατανέμεται η παραγγελία σε αυτές. (Αν πρέπει το προϊόν να περάσει από δύο μηχανές, αν μπορεί η ποσότητα που θέλουμε να παράγεται ταυτόχρονα σε δύο μηχανές κτλ). Θέλαμε να διατηρηθεί το πρόβλημα όσο πιο ρεαλιστικό.» (ατομικό ημερολόγιο Μ.)»

Ο μηχανισμός του προσδιορισμού ταυτότητας έχει ως αποτέλεσμα την εκ νέου νοηματοδότηση των εμπλεκόμενων πρακτικών και ταυτοτήτων. Αυτό φαίνεται στα παρακάτω αποσπάσματα, όπου οι εκπαιδευτικοί αποτιμούν τα αποτελέσματα της δραστηριότητας, ενισχύοντας τις αντιλήψεις που ήδη είχαν και επισημαίνοντας πως θα ήθελαν να εντάξουν παρόμοιες δραστηριότητες στη διδακτική τους πρακτική:

Ε: Σε εσένα άφησε κάτι αυτό; Όλη αυτή η εμπειρία;
Κ: Εκείνο που ζητάω πάντα είναι να τα κάνω να αγαπάνε τα Μαθηματικά. Επομένως αφού αυτό βοήθησε κατά τη γνώμη μου να τα αγαπήσουν λίγο περισσότερο ή να τα δούνε με ποιο θετικό μάτι, αυτό με ικανοποίησε.
Ε: Έμαθες κάτι;
Κ: Αν έμαθα κάτι… Εμ… Σίγουρα έμαθα ότι, που δεν είναι βέβαια ότι δεν το πίστευα, το πίστευα, αλλά το ενίσχυσα και το είδα και εγώ, ότι όταν δίνουμε πολλές δυνατότητες στα παιδιά και δεν έχουμε έναν μόνο, μοναδικό τρόπο να διδάσκουμε, αλλά έχουμε εναλλακτικούς τρόπους, σίγουρα έχουμε πολύ καλύτερα αποτελέσματα. Αλλά αυτό το πίστευα, το πιστεύω, δηλαδή απλά ενίσχυσα αυτό που αναζητώ .
Ε: Οπότε μπορεί να επηρεάσει και τη διδακτική σου πρακτική στο μέλλον αυτή η εμπειρία;
Κ: Σίγουρα αυτό ισχύει. Με κάνει να θέλω να το ψάχνω περισσότερο.»
(συνέντευξη Κ.)

«Μέσα από αυτή την προσέγγιση διαπίστωσα ότι τελικά οι Μαθηματικοί μπορούν να ανοίξουν τελικά πτυχές της καθημερινότητας στο σχολικό περιβάλλον, ενισχύοντας έτσι την διαθεματικότητα» (ατομικό ημερολόγιο Μ.)

Συντονισμός

Ο μηχανισμός του *συντονισμού* χαρακτηρίζεται από τη χρήση μέσων και διαδικασιών για τη διατήρηση της συνεργασίας και της ροής των εργασιών μεταξύ των διαφορετικών συστημάτων. Η δυνατότητα για μάθηση έγκειται στο ξεπέρασμα των συνόρων, στη γεφύρωση των ασυνεχειών και στην αβίαστη κίνηση μεταξύ των διαφορετικών πλευρών. Κυρίαρχο ρόλο παίζουν τα συνοριακά αντικείμενα. Στη συγκεκριμένη δραστηριότητα τα συνοριακά αντικείμενα που χρησιμοποιήθηκαν, όπως η καρτέλα με τις φιάλες παραγωγής, τα εγχειρίδια λειτουργίας των μηχανών, τα αρχεία power point, excel και function probe, διευκόλυναν την *επικοινωνιακή σύνδεση* των συστημάτων και *ενίσχυσαν τη διαπερατότητα των συνόρων,* διαδικασίες στις οποίες εντοπίζεται ο μηχανισμός του αναστοχασμού. Με τον τρόπο αυτό διατηρήθηκε η συνύπαρξη και συνεργασία μεταξύ των διαφορετικών πρακτικών:

"Κάναμε κάποιες συμβάσεις γιατί εγώ δουλεύω σε Γυμνάσιο, όπου δε διδάσκονται ποτέ γραμμικό προγραμματισμό. Δεν έρχονται σε επαφή και θα ήταν λίγο δύσκολο να κατανοήσουν όλο αυτό... τους έδωσα.. είχα φτιάξει εγώ στο excel ένα προγραμματάκι, το οργάνωσα κάπως, που να δοκιμάζουν συνδυασμούς… Έψαχνα κι εγώ τι θα μπορούσα να χρησιμοποιήσω από τα υπάρχοντα προγράμματα που χρησιμοποιούμε... Και προσπαθούσα να βρω κάτι που να είναι και προσιτό στα παιδιά, να έχουν μια ιδέα γιατί είναι στο Γυμνάσιο" (συνέντευξη Κ.)

«Ξεκινήσαμε πρώτα να μιλάμε για το γυαλί, είχαμε φτιάξει ppt που έδειχνε πολλά πράγματα και περιβαλλοντικά θέματα, δηλαδή πρώτα κάναμε κουβέντες, ήταν πιο γενικό. Για να μπουν στο χώρο. Να δουν εικόνες, να δουν πώς κατασκευάζετε το γυαλί.» (συνέντευξη Κ.)

«Ήταν δύσκολο το να βάλουμε γραφική παράσταση όμως έτσι βρήκαμε μία άκρη και αυτό που είχαν βρει σε νούμερα το είδαν και γραφικά. Κατάλαβαν ποια είναι η μεγαλύτερη παραγωγή, η καλύτερη, το είδαν.» (συνέντευξη Κ.)

«Το μαθηματικό μας περιεχόμενο ήταν ο Γραμμικός Προγραμματισμός και καθώς οι μαθητές που θα απευθυνόμαστε ήταν ηλικιακά μικροί (Β΄ Γυμνασίου), έπρεπε να βρούμε τον τρόπο που θα τους εμπλέκαμε ώστε να μπορούν να ανταπεξέλθουν... Μετά από αρκετές συζητήσεις και συναντήσεις αποφασίσαμε να χρησιμοποιήσουμε ως εργαλεία λογιστικά φύλλα excel… καθώς και το περιβάλλον του Function Probe για τη γραφική αναπαράσταση των ευρημάτων τους και τη διεξαγωγή – μέσω του γραφήματος – συμπερασμάτων σχετικών με τα ζητούμενα του προβλήματος.» (ατομικό ημερολόγιο Κ.)

«Αποφασίσαμε ότι θα δώσουμε τέσσερα μικρά μπουκάλια και τέσσερα μεγάλα στην παραγγελία και η κάθε ομάδα θα ασχοληθεί με την κατανομή αυτών στις μηχανές ενώ στο τέλος θα έπρεπε να συνεργαστούν ώστε να απαντήσουν στο πρόβλημα... Για τον

πειραματισμό κάθε ομάδας χρησιμοποιήσαμε το Excel και πιο συγκεκριμένα μια μεταβλητή Boolean με μηδέν να μην στέλνουμε ένα προϊόν στη μία μηχανή και ένα να το στέλνουμε την άλλη.» (ατομικό ημερολόγιο Μ.)

Γίνεται σαφές λοιπόν ότι με τον τρόπο αυτό εκπληρώθηκε η επιτυχής επικοινωνία μεταξύ των συστημάτων, ό, τι δηλαδή ορίζει ο μηχανισμός του συντονισμού. Με τη χρήση των συνοριακών αντικειμένων, ο χώρος εργασίας μεταφέρθηκε στο χώρο της διδασκαλίας των μαθηματικών παρέχοντας το πλαίσιο για τη δραστηριότητα.

Ο μηχανισμός του συντονισμού εντοπίζεται και σε διαδικασίες *δημιουργίας ρουτίνας*, δηλαδή στην εύρεση διαδικασιών μέσω των οποίων ο συντονισμός επιτελείται ως αυτοματοποιημένη πρακτική. Κάτι τέτοιο όμως δεν υπήρξε στη συγκεκριμένη δραστηριότητα, καθώς η συνύπαρξη των δύο δραστηριοτήτων δε συνεχίστηκε πέρα από τις απαιτήσεις του σχεδιασμού της δραστηριότητας.

Αναστοχασμός

Ο μηχανισμός του αναστοχασμού χαρακτηρίζεται από την ανταλλαγή γνώσεων μεταξύ των συστημάτων και την επέκταση της οπτικής τους αναφορικά με τις εφαρμοζόμενες πρακτικές, με αποτέλεσμα να δημιουργείται νέα ταυτότητα που επηρεάζει τις μελλοντικές πρακτικές του συστήματος. Η αναστοχαστική επίδραση των ορίων συνεπάγεται τη *δυνατότητα του ατόμου να μαθαίνει μέσα από τις πρακτικές και γνώσεις των άλλων (perspective taking)* και *μέσα από τη συνειδητοποίηση και γνωστοποίηση των δικών του πρακτικών και γνώσεων (perspective making).* Στη συγκεκριμένη δραστηριότητα αυτό που επηρεάστηκε ήταν το σύστημα της διδασκαλίας μαθηματικών, καθώς οι εκπαιδευτικοί εμπλούτισαν τις γνώσεις και τη διδακτική τους πρακτική. Το σύστημα του χώρου εργασίας δεν άλλαξε κάτι όσον αφορά στις γνώσεις και στις πρακτικές του, καθώς η συμμετοχή του ήταν μόνο όση χρειάστηκε για να παρέχει το πλαίσιο της δραστηριότητας.

Χαρακτηριστικά είναι τα αποσπάσματα:

«Κ: Ενίσχυσα αυτό που αναζητώ .
Ε: Οπότε μπορεί να επηρεάσει και τη διδακτική σου πρακτική στο μέλλον αυτή η εμπειρία;
Κ: Σίγουρα αυτό ισχύει. Με κάνει να θέλω να το ψάχνω περισσότερο» (συνέντευξη Κ.)
«Ε: Θα ξαναέκανες κάτι αντίστοιχο;
Κ: Το σκεφτόμουν και για φέτος ίσως να ξαναπάμε. Δεν ξέρω βέβαια αν θα ξαναέκανα όλη την έκταση της εργασίας γιατί ήταν και χρονοβόρο και κοπιαστικό. Σίγουρα όμως έχω θετική εικόνα για όλο αυτό. Δηλαδή αν μου δοθεί η δυνατότητα και ο χρόνος, θα το ξανάκανα.» (συνέντευξη Κ.)

«Συνολικά ήταν μια ευχάριστη εμπειρία που με βοήθησε να καταλάβω ακόμη καλύτερα ότι όταν η διδασκαλία των μαθηματικών ξεφεύγει από τον βαρετό φορμαλισμό και συνδεθεί με την πραγματικότητα μπορεί να είναι ευχάριστη και ενδιαφέρουσα για τους μαθητές.

Μέσα από τέτοιες δραστηριότητες αναδεικνύεται η σπουδαιότητα των Μαθηματικών και η χρήση τους στην καθημερινότητα . Αυτό μπορεί να συμβάλλει στην αγάπη των μαθητών για την επιστήμη των Μαθηματικών. Σίγουρα είναι καλό να έχουμε τέτοιες δραστηριότητες.» (ατομικό ημερολόγιο Μ.)

Φαίνεται λοιπόν από τα παραπάνω ότι οι εκπαιδευτικοί σκέφτονται να αλλάξουν τις διδακτικές πρακτικές που εφαρμόζουν εντάσσοντας διερευνητικές δραστηριότητες που βασίζονται σε χώρους εργασίας.

Μετασχηματισμός

Ο τελευταίος και πιο πολύπλοκος μηχανισμός μάθησης είναι ο *μετασχηματισμός*. Απαιτεί από κοινού εργασία από όλα τα εμπλεκόμενα συστήματα δραστηριότητας και οδηγεί στη δημιουργία νέων, υβριδικών πρακτικών. κάτι υβριδικό και άλλο να το εντάξει στην πρακτική του.

Στην συγκεκριμένη περίπτωση τα δύο συστήματα συνεργάστηκαν μόνο όσο χρειάστηκε για την παροχή του πλαισίου της δραστηριότητας και την ανταλλαγή των απαραίτητων πληροφοριών για τις εφαρμοζόμενες πρακτικές στο χώρο εργασίας. Ως εκ τούτου, δε θα μπορούσαμε να πούμε ότι υπήρξαν σημεία όπου παρατηρήθηκε ο μηχανισμός του μετασχηματισμού, παρά μόνο ίσως στο αρχικό του στάδιο, που είναι η *αντιπαράθεση*. Η διαδικασία αυτή αναφέρεται στην αρχική φάση, όπου τα δύο συστήματα έρχονται αντιμέτωπα με το πρόβλημα, το οποίο στην προκειμένη περίπτωση είναι η ένταξη του χώρου εργασίας στη διδακτική δραστηριότητα. Αυτό φαίνεται παρακάτω:

«Η Κατερίνα είχε ένα γνωστό σε ένα εργοστάσιο παράγωγης γυαλιού αποφασίσαμε να δούμε πως τα μαθηματικά μπορεί να εμπλακούν στον προγραμματισμό της παραγωγής σε ένα τέτοιο εργοστάσιο. Προκειμένου να γίνει αυτό πήραμε οδηγίες από τους ίδιους τους ανθρώπους του εργοστάσιου στο τμήμα παραγωγής και τις ετικέτες με όλα τα είδη μπουκαλιών που μπορούσε να παράγει το εργοστάσιο.» (ατομικό ημερολόγιο Μ.)

«Δηλαδή μίλησα μαζί του, μου είπε ότι δέχονται σχολεία για να τους κάνουν ξενάγηση, μιλάνε, με βοήθησε αυτός εκεί και μαζί δουλέψαμε λιγάκι το πώς θα μπορούσα.. και σε ποιον τομέα των μαθηματικών, ο οποίος αφορούσε στον γραμμικό προγραμματισμό στην πραγματικότητα.» (συνέντευξη Κ.)

«Το δύσκολο στην φάση αυτή ήταν να αναγνωριστούν τι μαθηματικά πρέπει να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές καθώς και με ποιο τρόπο θα εισαχθεί η τεχνολογία στο παρόν task» (ατομικό ημερολόγιο Μ.)

Οι υπόλοιπες διαδικασίες του μηχανισμού απαιτούν συνεχή, από κοινού εργασία και πραγματικό διάλογο από τα δύο συστήματα ώστε να οδηγήσουν σε καινούργιες πρακτικές που τα δύο συστήματα θα ενσωματώσουν. Όμως κάτι τέτοιο, όπως ίσως ήταν αναμενόμενο, δεν προέκυψε.

4.2.8 Σύνοψη

Συνοψίζοντας, θα λέγαμε ότι υπήρξαν αρκετές στιγμές όπου παρατηρήθηκε πέρασμα των συνόρων. Τα άτομα που τα πέρασαν (boundary crossers) ήταν οι εκπαιδευτικοί που σχεδίασαν τη δραστηριότητα και ο εργαζόμενος του εργοστασίου με τον οποίο συνεργάστηκαν. Μέσω της επικοινωνίας και συνεργασίας έκαναν ενέργειες με στόχο να γεφυρώσουν το χάσμα, να γνωρίσει ο ένας τις πρακτικές του άλλου και εν τέλει να δημιουργήσουν το τελικό αντικείμενο της δραστηριότητάς τους, που ήταν η διερευνητική δραστηριότητα που είχε ως πλαίσιο το χώρο εργασίας.

Σε όλη αυτή τη διαδικασία έγινε εμφανής ο ρόλος των συνοριακών αντικειμένων ως μέσα διαμεσολάβησης που διευκόλυναν την επικοινωνία και τη συνεργασία των δύο συστημάτων δραστηριότητας. Τα αντικείμενα αυτά είχαν διαφορετική σημασία στα πλαίσια του κάθε συστήματος ξεχωριστά, ωστόσο έπαιρναν άλλη διάσταση στα σύνορα και προσέφεραν τη δυνατότητα για μετάφραση και αποκωδικοποίηση των πρακτικών εκατέρωθεν των συνόρων.

Κατά το πέρασμα των συνόρων εμφανίστηκαν οι μηχανισμοί μάθησης του προσδιορισμού ταυτότητας, του συντονισμού και του αναστοχασμού, κυρίως από το μέρος του συστήματος της διδασκαλίας των μαθηματικών, καθώς οι εκπαιδευτικοί νοηματοδότησαν εκ νέου τις ταυτότητες και τις πρακτικές τους, διεύρυναν τα όρια του συστήματός τους και ισχυροποίησαν τις θέσεις τους σχετικά με τη σημασία διερευνητικών εργασιών με ρεαλιστικό πλαίσιο. Το σύστημα του χώρου εργασίας δεν επηρεάστηκε σε μεγάλο βαθμό, καθώς η συμμετοχή του ήταν μόνο η απαιτούμενη για την προσφορά του πλαισίου της δραστηριότητα. Φάνηκε άλλωστε από τις εκπτώσεις που έγιναν στις πραγματικές πρακτικές που εφαρμόζονται στο χώρο εργασίας ότι το σύστημα που υπερίσχυσε ήταν αυτό της διδασκαλίας των Μαθηματικών.

4.3 Δραστηριότητα «Βενζινάδικο»

4.3.1 Βασική ιδέα

Η συγκεκριμένη δραστηριότητα σχεδιάστηκε και υλοποιήθηκε από τρεις μελλοντικούς εκπαιδευτικούς (στη συνέχεια αναφέρονται ως Μ., Ν. και Ε.). Ο χώρος εργασίας που πραγματευόταν η εργασία είναι ένα βενζινάδικο και συγκεκριμένα οι μετρήσεις που απαιτούνται από τους υπαλλήλους για την επιβεβαίωση της ποσότητας υγραερίου που παραλαμβάνουν. Στην εφαρμογή συμμετείχαν τρεις ομάδες μαθητών της Γ Γυμνασίου. Κάθε ομάδα αποτελούταν από δύο άτομα και κάθε εκπαιδευτικός ανέλαβε τον έλεγχο μίας ομάδας. Η δραστηριότητα εξελίχθηκε σύμφωνα με ένα φύλλο εργασίας που είχαν ετοιμάσει οι εκπαιδευτικοί με βάση το αντικείμενο που κάθε φορά ήθελαν να μελετήσουν. Τα μαθηματικά αντικείμενα

που πραγματεύτηκε η εργασία είναι η συμμεταβολή μεγεθών, η γραφική απεικόνιση δεδομένων, η ερμηνεία συνάρτησης και η στερεομετρία. Στην αρχή παρουσιάστηκε το πρόβλημα, δηλαδή ότι ένας υπάλληλος παρέλαβε μια συγκεκριμένη ποσότητα υγραερίου, την οποία όμως πρέπει να επαληθεύσει. Οι μαθητές καλούνται να βρουν τους τρόπους με τους οποίους θα μπορούσε να γίνει η επαλήθευση.

Οι εκπαιδευτικοί ερχόμενοι σε επαφή με το χώρο εργασίας, ανακάλυψαν τα μαθηματικά που βρίσκονταν εκεί και είτε ήταν κρυμμένα σε αυτοματοποιημένες μεθόδους και εργαλεία (black-boxed) είτε έβρισκαν άμεση εφαρμογή από τους εργαζομένους. Αφού τα αποκωδικοποίησαν και λαμβάνοντας υπόψη ηλικιακούς περιορισμούς και το αντίστοιχο γνωστικό επίπεδο των μαθητών, σχεδίασαν τη δραστηριότητα που πραγματεύεται τα μαθηματικά αντικείμενα της συμμεταβολής μεγεθών, της στερεομετρίας, της γραφικής απεικόνισης δεδομένων και της ερμηνείας συνάρτησης. Το μαθηματικό μέρος της δραστηριότητας ανέκυπτε ως ανάγκη για την αντιμετώπιση των επί μέρους προβλημάτων που αντιμετώπιζαν στην πορεία της δραστηριότητας και έπρεπε οι ίδιοι οι μαθητές να το αναγνωρίσουν.

4.3.2 Στόχοι της δραστηριότητας

Για το σχεδιασμό και την εφαρμογή της δραστηριότητας τέθηκαν από τους εκπαιδευτικούς κάποιοι στόχοι, που σχετίζονταν τόσο με τις μαθηματικές γνώσεις που ήθελαν να αποκομίσουν οι μαθητές, όσο και με την εμπλοκή των μαθητών σε διαδικασίες μαθηματικοποίησης. Πιο συγκεκριμένα, οι στόχοι ήταν οι εξής:

- Διαδικασία μαθηματικοποίησης από την πλευρά των μαθητών (εμπόδια, δυνατότητες και κατασκευή νοημάτων για τις εμπλεκόμενες μαθηματικές έννοιες).
- Σύνδεση των μαθηματικών με το χώρο εργασίας
- Συμμεταβολή μεγεθών – ανάλογα και μη ανάλογα ποσά
- Γραφική απεικόνιση δεδομένων και ερμηνεία συνάρτησης

4.3.3 Πλαίσιο δραστηριότητας / Ο χώρος εργασίας

Όπως όλοι γνωρίζουμε, η εργασία που καλούνται να εκτελέσουν οι εργαζόμενοι ενός βενζινάδικου είναι η τροφοδότηση με καύσιμα (βενζίνη, πετρέλαιο, υγραέριο) των αυτοκινήτων που το επισκέπτονται. Στόχος είναι η αμεσότερη και γρηγορότερη εξυπηρέτηση των πελατών. Η συγκεκριμένη δραστηριότητα βασίζεται στις μετρήσεις που κάνουν οι εργαζόμενοι ενός βενζινάδικου για να διαπιστώσουν τη στάθμη του υγραερίου στη δεξαμενή αποθήκευσης. Η δεξαμενή του υγραερίου είναι κυλινδρική και οριζόντια τοποθετημένη (εικ. 17). Κάθε εργαζόμενος μετρά τη στάθμη του υγραερίου στην αρχή και στο τέλος της βάρδιας του προκειμένου να ελέγχει η διεύθυνση τις αντιστοιχίες των εσόδων και της ποσότητας που πουλήθηκε, καθώς επίσης και για να γίνεται έγκαιρη ανατροφοδότηση της

δεξαμενής με υγραέριο πριν αυτό εξαντληθεί. Η μέτρηση γίνεται με τη χρήση μίας ειδικά διαβαθμισμένης ράβδου, την οποία ο υπάλληλος τοποθετεί κάθετα στον κύλινδρο και μετρά το ύψος της στάθμης. Στη συνέχεια χρησιμοποιεί ειδικό πίνακα αντιστοίχησης ύψους – όγκου και βρίσκει την ακριβή ποσότητα υγραερίου που υπάρχει στον κύλινδρο. Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται και κάθε φορά που ο προμηθευτής γεμίζει τη δεξαμενή, προκειμένου να γίνει επιβεβαίωση της ποσότητας που παραλήφθηκε. Ο ιδιοκτήτης του βενζινάδικου ελέγχει τις μετρήσεις, τις οποίες θεωρεί απαραίτητες στην περίπτωση του ανεφοδιασμού της δεξαμενής, προς αποφυγή του ενδεχομένου να τον κλέψει η εταιρία τροφοδοσίας. Ακόμα και μία μικρή διαφορά στην ποσότητα υγραερίου άλλωστε μπορεί να αντιστοιχεί σε πολύ μεγάλα ποσά, πράγμα που θα ήταν επιζήμιο για την εταιρία.

Εικόνα 17 Κυλινδρική δεξαμενή υγραερίου

4.3.4 Ανάλυση δραστηριότητας

Σημαντικό στοιχείο για το σχεδιασμό της συγκεκριμένης δραστηριότητας, και βασική διαφορά από την ομάδα της προηγούμενης, είναι ότι ο ένας από τους εκπαιδευτικούς ήταν ο ίδιος εργαζόμενος σε βενζινάδικο, επομένως ήταν αυτός που επί της ουσίας έφερε την ιδέα, αποκάλυψε τις μεθόδους και τα εργαλεία που χρησιμοποιούνται στην πραγματικότητα στο χώρο εργασίας και έθεσε το πλαίσιο της δραστηριότητας. Το πρώτο βήμα στο σχεδιασμό ήταν να ανακαλύψουν τα μαθηματικά που περιλαμβάνονται στις αυτοματοποιημένες μεθόδους μέτρησης του βενζινάδικου. Είδαν ότι υπάρχουν ανώτερα μαθηματικά, με έννοιες δυσπρόσιτες και δυσνόητες για παιδιά της Γ Γυμνασίου, όπου απευθύνονταν. Δεδομένου ότι οι μαθητές ήταν μικροί ηλικιακά, έπρεπε να κάνουν απλοποιήσεις και επιλογές ώστε να μπορέσουν να ανταπεξέλθουν. Αποφασίστηκε έτσι να δοθεί έμφαση στη διαισθητική προσέγγιση του προβλήματος και όχι στον τυπικό φορμαλισμό. Και πάλι όμως θα έπρεπε να υπάρξει μία ομαλή μετάβαση στο

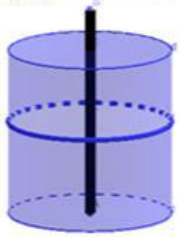
άγνωστο μαθηματικό αντικείμενο που πραγματευόταν η άσκηση, μέσω κάποιων γνωστών τους πραγμάτων.

Σε πρώτη φάση διατυπώθηκε το πρόβλημα, όπως ακριβώς είναι στις πραγματικές συνθήκες του χώρου εργασίας. Συγκεκριμένα, οι μαθητές καλούνται να δώσουν λύση στον υπάλληλο του βενζινάδικου στην προσπάθειά του να μετρήσει, με χρήση της διαβαθμισμένης ράβδου, την ποσότητα υγραερίου που παρέλαβε από τον προμηθευτή. Για να προκαλέσουν το ενδιαφέρον των μαθητών και να τους κάνουν να αντιληφθούν τη διαφορετική φύση της δραστηριότητας, εσκεμμένα οι εκπαιδευτικοί περιέλαβαν στα δεδομένα ένα μόνο αριθμητικό δεδομένο, πράγμα το οποίο δεν είναι συνηθισμένο στα προβλήματα που δίνουν. Το πρόβλημα αποφασίστηκε να δοθεί από την αρχή στους μαθητές προκειμένου να έχουν μία πρώτη επαφή με τον χώρο εργασίας.

Στο σημείο αυτό οι εκπαιδευτικοί θέλησαν να παρεμβάλουν μία μεταβατική ακολουθία ερωτημάτων, εκτός του χώρου εργασίας, η οποία θα βοηθήσει τους μαθητές να κατανοήσουν την έννοια της συμμεταβολής μεγεθών και να εντοπίσουν τα μεγέθη που σχετίζονται με τον τρόπο μεταβολής του όγκου του υγραερίου. Έτσι τους δίνουν ένα παρόμοιο πρόβλημα, με τον κύλινδρο τοποθετημένο κάθετα. Στο τέλος των ερωτημάτων αυτών ζητούν τη γραφική παράσταση ύψους – όγκου, με την οποία ολοκληρώνεται η ανάκληση των γνώσεων σχετικά με τα ανάλογα ποσά και τις συναρτήσεις που τα εκφράζουν (εικ. 18).

Δραστηριότητα 1η : Θεωρούμε ότι η δεξαμενή υγραερίου έχει σχήμα κυλίνδρου ύψους **2m** και τοποθετημένου κατακόρυφα. Αν μεταξύ 10cm και 20cm έχουμε όγκο **314 lt**, πόσος πιστεύετε θα είναι ο όγκος

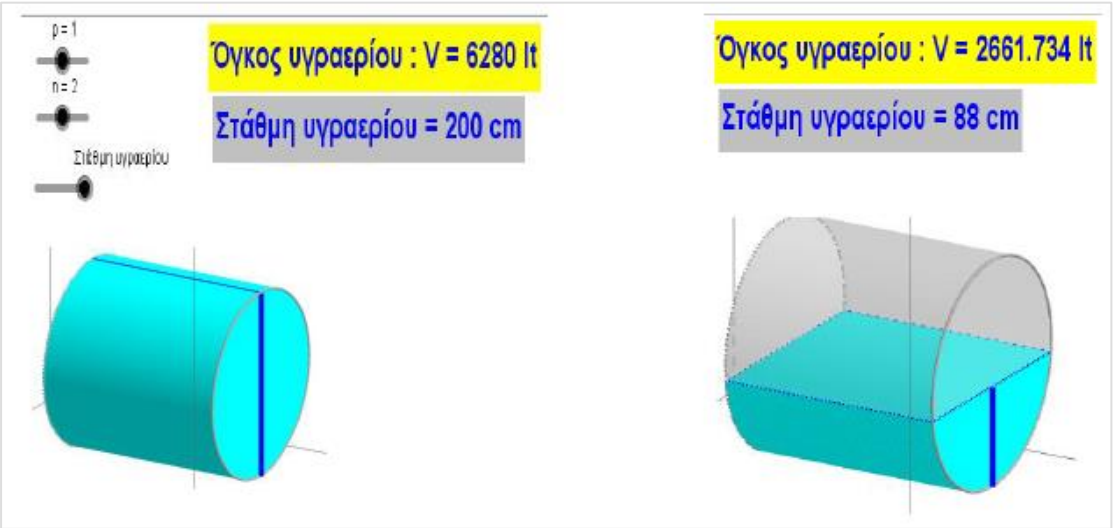
1. Μεταξύ 20 cm και 30 cm; .....
2. Μεταξύ 30 cm και 40 cm; .....
3. Μεταξύ 20 cm και 40 cm; .....
4. Μεταξύ 20 cm και 23 cm; .....



Εικόνα 18 Κατακόρυφη τοποθέτηση κυλίνδρου, μελέτη ανάλογων ποσών

Στην επόμενη ομάδα ερωτημάτων επανέρχεται το ρεαλιστικό πλαίσιο, το οποίο συμφωνούν πως θα πρέπει να τονιστεί κατά την εφαρμογή της δραστηριότητας. Ο κύλινδρος πλέον είναι τοποθετημένος οριζόντια και ζητείται από τους μαθητές να κάνουν συσχετίσεις με τον προηγούμενο τρόπο τοποθέτησής του και να εντοπίσουν εκ νέου τα μεγέθη που καθορίζουν τον τρόπο μεταβολής του όγκου, με σκοπό να προσεγγίσουν διαισθητικά τον τρόπο που ο κύλινδρος γεμίζει και αδειάζει.
Κατά την ανάπτυξη των ερωτημάτων παρατηρείται πως το ρεαλιστικό πλαίσιο του χώρου εργασίας απομακρύνεται. Αυτό οδήγησε τους εκπαιδευτικούς στην

αναζήτηση μεθόδων να το επαναφέρουν. Ταυτόχρονα, ήθελαν να βρουν έναν τρόπο ώστε οι μαθητές να δουν πραγματικά πώς μεταβάλλεται ο όγκος συναρτήσει της στάθμης του υγραερίου και να δημιουργήσουν έτσι με μεγαλύτερη ακρίβεια τη γραφική παράταση. Κατέληξαν να χρησιμοποιήσουν το Geogebra για να δημιουργήσουν έναν τρισδιάστατο οριζόντια τοποθετημένο κύλινδρο, ο οποίος γεμίζει και αδειάζει με τη χρήση δρομέα. Συγχρόνως οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να βλέπουν τις αντίστοιχες τιμές ύψους και όγκου και να τις τοποθετούν σε πίνακα τιμών και από κει στο σύστημα αξόνων (εικ. 19). Σημαντικό ρόλο στην απόφαση για τη χρήση του συγκεκριμένου ψηφιακού εργαλείου έπαιξε το γεγονός ότι και οι τρεις εκπαιδευτικοί ήταν αρκετά εξοικειωμένοι με αυτό, ωστόσο χρειάστηκε αρκετή επιπλέον μελέτη για την απεικόνιση του κυλίνδρου σε τρισδιάστατη μορφή. Τέλος, ζητήθηκε από τους μαθητές να δώσουν ερμηνεία για τη μορφή της γραφικής παράστασης, με έμφαση στα κρίσιμα σημεία της, χωρίς τη χρήση βέβαια επίσημης ορολογίας μιας και είναι άγνωστη σε τόσο μικρούς μαθητές. Στόχος εδώ ήταν η παρουσίαση της γραφικής παράστασης ως μία από τις πολλαπλές αναπαραστάσεις της συνάρτησης και η συσχέτιση της πραγματικής κατάστασης με τη συμπεριφορά της γραφικής παράστασης.



Εικόνα 19 Τρισδιάστατος κύλινδρος στο Geogebra

Στο τελευταίο κομμάτι της δραστηριότητας επανήλθε το βασικό ερώτημα, δηλαδή πώς θα μπορούσε ο υπάλληλος να επιβεβαιώσει την ποσότητα υγραερίου που παρέλαβε. Το ερώτημα αυτό σχεδιάστηκε έτσι ώστε οι μαθητές να συνδυάσουν τα συμπεράσματα των προηγούμενων ερωτημάτων και προκειμένου να δουν πώς οι μαθηματικές έννοιες και τα μαθηματικά εργαλεία μπορούν να δώσουν λύση σε προβλήματα της καθημερινότητας και του χώρου εργασίας.

4.3.5 Εφαρμογή

Η δραστηριότητα αποτελείται από τέσσερις φάσεις, οι οποίες πραγματεύονται διαφορετικά μαθηματικά αντικείμενα και εξυπηρετούν η καθεμία διαφορετικούς στόχους (βλ. υποπαράγραφο Στόχοι της δραστηριότητας). Στην εφαρμογή συμμετείχαν 6 μαθητές της Γ Γυμνασίου ενός δημόσιου σχολείου, χωρισμένοι σε ομάδες των δύο ατόμων. Χρησιμοποιήθηκαν φύλλα εργασίας αλλά και ηλεκτρονικοί υπολογιστές εφοδιασμένοι με το εκπαιδευτικό λογισμικό Geogebra.

Πρώτο μέρος: Το πρώτο μέρος της δραστηριότητας ήταν μια απλούστευση της πραγματικής κατάστασης, με τον κύλινδρο να είναι τοποθετημένος κάθετα. Οι μαθητές καλούνται να αναγνωρίσουν τη σχέση αναλογίας μεταξύ ύψους και όγκου του υγραερίου και να παραστήσουν γραφικά τα συμμεταβαλόμενα μεγέθη. Εισάγονται έτσι σταδιακά στο πραγματικό πρόβλημα που ακολουθεί στη συνέχεια όπου ο κύλινδρος τοποθετείται οριζόντια.

Δεύτερο μέρος: Αφού επανέρχεται το ρεαλιστικό πλαίσιο και ο κύλινδρος παρουσιάζεται πλέον τοποθετημένος οριζόντια, οι μαθητές καλούνται να εντοπίσουν ομοιότητες και διαφορές στη σχέση της στάθμης (ύψος) και του όγκου του υγραερίου στους δύο τρόπους τοποθέτησης. Γίνεται μία προσπάθεια να βρουν τον τρόπο που γεμίζει και αδειάζει ο κύλινδρος και να τον παραστήσουν γραφικά. Δεδομένου ότι εδώ εμπλέκονται ανώτερα Μαθηματικά, οι εκπαιδευτικοί επιδιώκουν μία διαισθητική προσέγγιση από τους μαθητές, η οποία όμως απαιτεί ανάκληση παλαιότερης γνώσης, όπως οι συμμετρίες.

Τρίτο μέρος: Στο τρίτο μέρος της δραστηριότητας χρησιμοποιείται το ψηφιακό εργαλείο Geogebra. Οι εκπαιδευτικοί έχουν ετοιμάσει ένα τρισδιάστατο οριζόντιο κύλινδρο ο οποίος γεμίζει και αδειάζει με τη χρήση δρομέα και οι αντίστοιχες τιμές όγκου και ύψους φαίνονται στην οθόνη. Έτσι οι μαθητές πρέπει να συμπληρώσουν έναν πίνακα τιμών και στη συνέχεια να φτιάξουν τη γραφική παράσταση που προκύπτει από τα ζεύγη τιμών που έχουν βρει. Μέσα από τα ερωτήματα του φύλλου εργασίας οι μαθητές καλούνται να διαβάσουν τη γραφική παράσταση και να εντοπίσουν (διαισθητικά πάντα) τα κρίσιμα σημεία και τη συμπεριφορά της.

Τέταρτο μέρος: Στο τέταρτο και τελευταίο μέρος της δραστηριότητας επανέρχεται το αρχικό ερώτημα, που είναι να δοθούν τρόποι ελέγχου της παραλαμβανόμενης ποσότητας υγραερίου από τον υπάλληλο του βενζινάδικου. Οι μαθητές εδώ πρέπει να συνδυάσουν τα συμπεράσματα όλων των προηγούμενων ερωτημάτων και να δώσουν τη δική τους λύση στο πρόβλημα του υπαλλήλου.

4.3.6 Εμπλεκόμενα συστήματα δραστηριότητας

Όπως στην προηγούμενη, έτσι και σε αυτή τη δραστηριότητα τα εμπλεκόμενα συστήματα δραστηριότητας είναι ο χώρος εργασίας και η διδασκαλία των μαθηματικών. Το άτομο που διασχίζει τα σύνορα μεταξύ των διαφορετικών

πρακτικών είναι ο μελλοντικός εκπαιδευτικός που εργάζεται ταυτόχρονα και στο βενζινάδικο, ο οποίος προσπαθεί να ενσωματώσει τις πρακτικές του χώρου εργασίας και τις διδακτικές πρακτικές στη δραστηριότητα. Αυτό φυσικά γίνεται με τις ανάλογες συμβάσεις και την κατάλληλη μοντελοποίηση από μεριάς της ομάδας των εκπαιδευτικών. Στον Πίνακα 4 φαίνονται αναλυτικά τα δύο εμπλεκόμενα συστήματα:

	Διδασκαλία Μαθηματικών	**Χώρος εργασίας**
Υποκείμενο (subject)	Ομάδα μελλοντικών εκπαιδευτικών	Εργαζόμενος στο βενζινάδικο
Αντικείμενο (object)	Σχεδιασμός και εφαρμογή διερευνητικής δραστηριότητας που βασίζεται σε χώρο εργασίας	Παραλαβή υγραερίου για το γέμισμα της δεξαμενής Τροφοδότηση με υγραέριο τα εισερχόμενα αυτοκίνητα
Εργαλεία (tools)	Πρόγραμμα σπουδών, σχολικά εγχειρίδια, ερευνητικά άρθρα, διαδίκτυο, φύλλο εργασίας, ψηφιακά εργαλεία (Geogebra), προσωπική εμπειρία	Μετρητής ενσωματωμένος στο βυτία τροφοδοσίας, ειδικά διαβαθμισμένη ράβδος μέτρησης του ύψους του υγραερίου στη δεξαμενή, πίνακας αντιστοίχησης ύψους - όγκου, προσωπική εμπειρία
Κοινότητα (community)	Εκπαιδευτική κοινότητα (σχολείο, πρόγραμμα μεταπτυχιακών σπουδών)	Κοινότητα του χώρου εργασίας (εργατικό δυναμικό, υπεύθυνος πρατηρίου)
Κανόνες (rules)	Οι μελλοντικοί εκπαιδευτικοί σχεδίασαν τη δραστηριότητα με βάση τις απαιτήσεις του μεταπτυχιακού μαθήματος που παρακολουθούσαν και με βάση τις υπάρχουσες γνώσεις των μαθητών Η δραστηριότητα περιελάμβανε το χώρο εργασίας, απαιτούσε διερεύνηση, και είχε στόχο	Οι πελάτες εξυπηρετούνται το ταχύτερο δυνατόν Η ποσότητα καυσίμου που παραλαμβάνεται μετράται με ακρίβεια για επιβεβαίωση

	την ανάδειξη της χρησιμότητας των μαθηματικών σε χώρους εκτός του σχολικού πλαισίου Οι μαθητές δούλευαν σε ομάδες, συμμετείχαν ενεργά, πειραματίζονταν και κάθε ομάδα έδωσε τη δική της απάντηση προκειμένου να λύσει το δοσμένο πρόβλημα	
Καταμερισμός εργασίας (division of labor)	Τα τρία μέλη της ομάδας σχεδίασαν από κοινού τη δραστηριότητα Κάθε εκπαιδευτικός ανέλαβε την εφαρμογή της δραστηριότητας σε μία ομάδα μαθητών και την επόπτευσή της	Η εργασία είναι προσωπική και κάθε εργαζόμενος εξυπηρετεί τους πελάτες Η μέτρηση της ποσότητας καυσίμου που παραλαμβάνεται γίνεται από τον εκάστοτε εργαζόμενο Οι μετρήσεις και η ταχύτητα των εργαζομένων αξιολογούνται από τον ιδιοκτήτη του πρατηρίου.

Πίνακας 4 Τα δύο εμπλεκόμενα συστήματα

Σε όλη τη διάρκεια του σχεδιασμού της δραστηριότητας ήταν έντονη η αλληλεπίδραση των δύο συστημάτων, πράγμα που ήταν ίσως αναπόφευκτο δεδομένου του διττού ρόλου του ενός εκπαιδευτικού, ο οποίος εργαζόταν συγχρόνως και στο βενζινάδικο. Έδωσε στους άλλους εκπαιδευτικούς όλες τις απαραίτητες πληροφορίες για τα εργαλεία και τις πρακτικές του χώρου εργασίας έτσι ώστε να ανακαλύψουν όλοι μαζί τα μαθηματικά που είναι ενσωματωμένα εκεί. Αυτό αποτέλεσε και τη βάση της δραστηριότητας, καθώς το μαθηματικό αντικείμενο προέκυψε από τον ίδιο το χώρο εργασίας.

Για το σχεδιασμό της δραστηριότητας χρειάστηκε οι εκπαιδευτικοί να επαναφέρουν και να εμβαθύνουν τις γνώσεις τους στη στερεομετρία καθώς και γνώσεις σχετικά με τον τρόπο που μεταβάλλεται ο όγκος του υγρού στον οριζόντιο κύλινδρο σε συνάρτηση με το ύψος. Αναλογιζόμενοι τις υπάρχουσες γνώσεις των μαθητών και συμβουλευόμενοι τα σχολικά εγχειρίδια και το πρόγραμμα σπουδών έκαναν αρκετές απλουστεύσεις, με αποτέλεσμα το πρόβλημα να προσεγγιστεί κυρίως

διαισθητικά και όχι φορμαλιστικά. Προσπάθησαν ωστόσο να διατηρήσουν τη ρεαλιστικότητα του προβλήματος εισάγοντας στη δραστηριότητα τα γνήσια εργαλεία του χώρου, όπως η διαβαθμισμένη ράβδος και ο πίνακας αντιστοίχησης ύψους-όγκου. Στη διατήρηση της ρεαλιστικότητας βοήθησε και το ψηφιακό εργαλείο που χρησιμοποίησαν (Geogebra) που τους έδωσε τη δυνατότητα να αναπαραστήσουν τρισδιάστατα τον οριζόντιο κύλινδρο, που ήταν και το βασικό αντικείμενο της δραστηριότητας.

4.3.7 Διαδικασίες περάσματος συνόρων και μηχανισμοί μάθησης

Η ιδιαιτερότητα στη δραστηριότητα αυτή, όπως και στις προηγούμενες, είναι ότι οι εκπαιδευτικοί προσπάθησαν να φέρουν το χώρο εργασίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών και να τον εντάξουν στα πλαίσια μιας δραστηριότητας που σχεδίασαν, χωρίς να γίνει άμεση συνύπαρξη των δύο συστημάτων δραστηριότητας. Η αλληλεπίδραση των συστημάτων έγινε στο βαθμό που χρειάστηκε ώστε να αποκωδικοποιηθούν οι πρακτικές που εφαρμόζονται στο χώρο εργασίας, να βρεθούν τα μαθηματικά που εφαρμόζονται, και να μοντελοποιηθούν σε μορφή διαχειρίσιμη από τους μαθητές. Έτσι, θα μπορούσαμε να πούμε ότι υπερίσχυσε το σύστημα της διδασκαλίας μαθηματικών έναντι του συστήματος του χώρου εργασίας, με αποτέλεσμα να υπάρξουν πολλές «εκπτώσεις» στις πρακτικές που εφαρμόζονται στον δεύτερο, ώστε να προσαρμοστούν στις ανάγκες τις διδασκαλίας και στις δυνατότητες των μαθητών.

Ακόμα και έτσι όμως, υπήρξαν διαδικασίες περάσματος των συνόρων, καθώς επίσης εμφανίστηκαν και κάποιοι από τους μηχανισμούς μάθησης όπως αυτοί αναλύθηκαν σε προηγούμενο κεφάλαιο. Το βασικό άτομο που έκανε τις μεταβάσεις μεταξύ των συστημάτων (boundary crosser) ήταν ο εκπαιδευτικός – εργαζόμενος στο βενζινάδικο, ο οποίος ανέλαβε το ρόλο να μεταφέρει τις πρακτικές του ενός συστήματος στο άλλο, να γνωστοποιήσει πτυχές των ταυτοτήτων τους και να διευκολύνει την επικοινωνία μεταξύ τους.

Επιπλέον, χρησιμοποιήθηκαν αντικείμενα και τεχνουργήματα που προήγαγαν την επικοινωνία και τη συνεργασία των δύο εμπλεκόμενων συστημάτων, που λειτούργησαν δηλαδή ως συνοριακά αντικείμενα. Τέτοια ήταν η ειδικά διαβαθμισμένη ράβδος για τη μέτρηση του ύψους της στάθμης του υγραερίου, ο πίνακας αντιστοίχησης ύψους-όγκου, και το αρχείο geogebra με τον τρισδιάστατο κύλινδρο. Η ράβδος και ο πίνακας αντιστοίχησης είναι εργαλεία της εργασίας στο χώρο του βενζινάδικου, έπαιξαν όμως σημαντικό ρόλο στην αποκωδικοποίηση των κρυμμένων μαθητών από τους εκπαιδευτικούς και στην μετατροπή τους σε διαχειρίσιμη από τους μαθητές μορφή. Αντίστοιχα, το ψηφιακό εργαλείο βοήθησε στην αναπαράσταση του χώρου εργασίας και στην ενίσχυση του ρεαλιστικού πλαισίου.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι μηχανισμοί μάθησης που αναπτύχθηκαν κατά το πέρασμα των συνόρων, με αποσπάσματα όπου εμφανίζονται:

Προσδιορισμός Ταυτότητας

Παρατηρούμε σημεία όπου λαμβάνει χώρα η διαδικασία *προσδιορισμού ταυτότητας,* τόσο με τη μορφή της *ετερότητας* όσο και με τη μορφή της *θεμιτής συνύπαρξης*. Τα δύο συστήματα γνώρισαν τις πρακτικές τους το ένα σε σχέση με το άλλο και αναπροσδιόρισαν τις ταυτότητές τους. Οι συμμετέχοντες συνάντησαν τα σύνορα, χωρίς όμως απαραίτητα να ξεπεραστούν οι υπάρχουσες ασυνέχειες.
Στη διαδικασία της ετερότητας ο προσδιορισμός ταυτότητας γίνεται ορίζοντας μία πρακτική υπό το πρίσμα μίας άλλης και οριοθετώντας πώς η μία διαφέρει από την άλλη. Χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι:

«Η μέτρηση γίνεται με τη ράβδο. Εκεί βέβαια έχουν κάποιους πίνακες που παίζουν με την πυκνότητα και τα λοιπά που εμείς δεν τα βάλαμε εδώ.» (συνέντευξη Μ.)

«Έχουν έναν πίνακα… είχαμε πίνακες για να κάνουμε την επαλήθευση… στους μαθητές δε μιλήσαμε για τον πίνακα, τους είπαμε ότι το μετράνε στα βενζινάδικα με αυτό τον τρόπο.» (συνέντευξη Μ.)

«Καταρχάς είναι σημαντικό να είσαι κοντά στο χώρο εργασίας και να ξέρεις το αντικείμενο. Τι και πώς εφαρμόζεται.» (συνέντευξη Μ.)

«Έπρεπε να βρούμε τι μαθηματικά έκρυβε ο οριζόντιος κύλινδρος μιας και η ουσιαστική διαφορά ήταν αυτή… Αρχίσαμε να το ψάχνουμε και βρήκαμε «τρελά» μαθηματικά να κρύβονται πίσω από τον τρόπο μεταβολής του όγκου μέσα σε έναν οριζόντιο κύλινδρο σε σχέση με τη μεταβολής της στάθμης. Η παρέμβαση όμως θα γινόταν σε μαθητές της Γ΄ γυμνασίου, οπότε εκεί τι θα λέγαμε;;» (ατομικό ημερολόγιο Ε.)

«Υπήρξε προβληματισμός γιατί αντιληφθήκαμε ότι πραγματικά υπάρχουν πολλά μαθηματικά που κρύβονται πίσω από το συγκεκριμένο ρεαλιστικό πρόβλημα πραγματικού χώρου εργασίας» (ατομικό ημερολόγιο Ν.)

«Τα Μαθηματικά που κρύβονταν πίσω από τον οριζόντιο κύλινδρο ήταν ανώτερα Μαθηματικά και οι εμπλεκόμενες μαθηματικές έννοιες της συνάρτησης ήταν κατάλληλες για τάξεις λυκείου και όχι γυμνασίου που εμείς θέλαμε. Έτσι θα έπρεπε να φέρουμε στα μέτρα των μαθητών το πρόβλημα αυτό.» (ατομικό ημερολόγιο Μ.)

«Ένας κατακόρυφος κύλινδρος που γεμίζει αποτελούσε ένα τετριμμένο πρόβλημα αναλόγων ποσών.... ένας οριζόντιος κύλινδρος που γεμίζει, αδειάζει, αλλάζει η στάθμη του υγρού τι είδους πρόβλημα ήταν;;;;;;;;» (ατομικό ημερολόγιο Ε.)

Σε όλα τα παραπάνω αποσπάσματα οι εκπαιδευτικοί μπαίνουν στη διαδικασία να γνωρίσουν τις πρακτικές που εφαρμόζονται στο χώρο εργασίας και να αναζητήσουν τα μαθηματικά που κρύβονται και είναι ενσωματωμένα σε εργαλεία και αυτοματοποιημένες μεθόδους. Ταυτόχρονα αντιπαραθέτουν τα ζητούμενα της διδασκαλίας τους, τις υπάρχουσες γνώσεις των μαθητών και αναζητούν τρόπους να εντάξουν το χώρο εργασίας στη διδασκαλία τους.

Ειδοποιός διαφορά των δύο δραστηριοτήτων είναι το γεγονός ότι στη συγκεκριμένη δραστηριότητα ο ένας εκπαιδευτικός εργαζόταν ταυτόχρονα και στο βενζινάδικο. Συμμετείχε έτσι και στα δύο συστήματα δραστηριότητας και ήταν το βασικό άτομο που διέσχιζε τα σύνορα. Έτσι, υπήρξαν σημεία όπου έγινε προσδιορισμός ταυτότητας μέσω της θεμιτής συνύπαρξης. Χαρακτηριστικά είναι τα αποσπάσματα:

«Εκείνο τον καιρό δούλευα σε ένα πρατήριο υγρών καυσίμων και μία από τις υποχρεώσεις μου ήταν να αναλάβω τον έλεγχο της παραλαβής ποσότητας υγραερίου . Είχα ενθουσιαστεί τότε καθώς ήταν ένα κομμάτι που μου επέτρεπε να κάνω χρήση των γνώσεών μου πάνω στα Μαθηματικά και περιείχε υπολογισμούς και μετρήσεις.» (ατομικό ημερολόγιο Μ.)

«Η αναζήτηση του θέματος από πραγματικό χώρο εργασίας αποδείχτηκε αρκετά εύκολη υπόθεση μια και ο Μ. εργάζεται σε πρατήριο καυσίμων. Στην πρώτη μας συνάντηση τον αφήσαμε να κάνει προτάσεις και είχε πραγματικά πολλές και πολύ καλές ιδέες. Θυμάμαι χαρακτηριστικά να μιλάει για το χώρο εργασίας του λέγοντας ότι είναι ένας χώρος «γεμάτος μαθηματικά». (ατομικό ημερολόγιο Ν.)

«Όταν είπα την ιδέα (το βενζινάδικο ως χώρο εργασίας) στις Ε. και Ν. σκεφτόμασταν πολλά… Κ μετά καθώς μιλούσα με τον υπεύθυνο για το υγραέριο μου ανέφερε ότι η δεξαμενή είναι κυλινδρική και οριζόντια.» (συνέντευξη Μ.)

Φυσικά, για να υποστηρίξουμε ότι παρατηρήθηκαν διαδικασίες προσδιορισμού ταυτότητας θα πρέπει να περιγράψουμε το αποτέλεσμα αυτών, που είναι η ανακατασκευή των ορίων και η εκ νέου νοηματοδότηση των εμπλεκόμενων πρακτικών και ταυτοτήτων. Αυτό βέβαια, θα μπορούσαμε να πούμε ότι έγινε μονόπλευρα, στο σύστημα της διδασκαλίας μαθηματικών μόνο:

«Να σας πω τη δική μου εμπειρία; Είχαμε κάνει τόσα μαθηματικά. Όταν τώρα μπαίνουμε… Και αρχίζει και γίνεται η σύνδεση και είναι αυτό που λέγαμε πιο πριν για την ανάγκη. Ότι άμα παρουσιάσεις ένα πρόβλημα και λες πώς θα το λύσουμε αυτό; Αν οι γνώσεις που έχουμε δεν μας φτάνουν, μπορεί να αυξηθεί η θέληση για περισσότερη μάθηση. Και να πεις ότι θα μάθουμε κάτι καινούριο, γιατί κάπου θα εξυπηρετήσει.» (συνέντευξη Μ.)

«Γιατί κάθε φορά βλέπουνε κάτι και λένε πού θα το χρειαστείς αυτό; Εγώ συνήθως στα ιδιαίτερα λέω πουθενά (γέλια). Αλλά και τώρα που έχω έτσι τελειώσει με τις σπουδές και τα βλέπω μόνος μου… Προσπαθείς να συνδυάσεις πράγματα και να πεις, εντάξει είμαι μαθηματικός και τι κάνω τώρα; Πώς μπορώ να τα βάλω σε εφαρμογή αυτά; Σε πρακτικό επίπεδο. Αυτά όλα φάνηκαν.» (συνέντευξη Μ.)

Συντονισμός

Στις διαδικασίες περάσματος συνόρων που πραγματοποιήθηκαν εμφανίστηκε και ο μηχανισμός μάθησης του *συντονισμού.* Υπήρξαν σημεία όπου ο εκπαιδευτικός/εργαζόμενος στο βενζινάδικο διαπέρασε τα σύνορα και υπήρξε μη επιτηδευμένη επικοινωνία ανάμεσα στα δύο εμπλεκόμενα συστήματα δραστηριότητας. Σε αυτό σημαντικό ρόλο φυσικά έπαιξαν τα συνοριακά

αντικείμενα, όπως ο πίνακας αντιστοίχισης ύψους-όγκου και η διαβαθμισμένη ράβδος. Χαρακτηριστικά αποσπάσματα, όπου ο χώρος εργασίας εισέρχεται στη διδασκαλία των μαθηματικών είναι τα παρακάτω:

«Εμείς δεν τους είχατε πει τι ακριβώς κάνουν στα βενζινάδικα. Για τον πίνακα δεν είχα μιλήσει εγώ. Τους είπαμε ότι το μετράνε στα βενζινάδικα με αυτό τον τρόπο. Έτσι ο υπάλληλος θέλει να ξέρει σε πόσα λίτρα αντιστοιχεί η κάθε ένδειξη. Θέλαμε η πρόκληση να προκύψει μέσα από τα σχολικά μαθηματικά.» (συνέντευξη Μ.)

«Θέλαμε τα παιδιά να δουν σε 3D την διαδικασία αυτή , όπως άλλωστε συμβαίνει και στο χώρο εργασίας… φτιάξαμε ένα πολύ καλό αποτέλεσμα που θα βοηθούσε εξαιρετικά τη ροή της έρευνάς μας» (ατομικό ημερολόγιο Μ.)

«Όταν το περιέγραψα στη Ε. και τη Ν., μου είπαν ναι αλλά δώσε μας να καταλάβουμε. Η Ελένη ζήτησε να έρθει και στη δουλειά. Μου λέει θα 'ρθω εκεί γιατί αν δεν το δω δεν μπορώ… Και τους εξήγησα αναλυτικά για να καταλάβουνε.» (συνέντευξη Μ.)

Στη συνέχεια ακολουθούν αποσπάσματα όπου φαίνεται πώς ο χώρος των μαθηματικών εισέρχεται στο χώρο εργασίας, με συσχετίσεις και ερμηνείες που κάνει ο εκπαιδευτικός/εργαζόμενος του βενζινάδικου.

«Είχαμε πίνακες για να κάνουμε την επαλήθευση. Βασικά είχαμε πίνακες όγκου - μάζας δηλ. της πυκνότητας. Βλέπαμε την ένδειξη σε εκατοστά, σημειώναμε σε χαρτί (η ράβδος είναι 2 μέτρα). Πηγαίναμε στον πίνακα, βλέπαμε ότι έχουμε αυτό το ύψος και σε ποια θερμοκρασία κάναμε την παραλαβή… Στους πίνακες είχε ανάλογα με το ύψος της ράβδου και θερμοκρασία και βρίσκαμε τι ποσό (όγκος αντιστοιχεί). Απλά είχαν γίνει οι μετρήσεις» (συνέντευξη Μ.)

«Γιατί φαντάζονται ότι τα ποσά μεταβάλλονται ανάλογα, που δεν ισχύει γιατί ο κύλινδρος δεν είναι κατακόρυφος. Και τους λένε αφού στο τόσο είναι …. τόσο, άρα στο τόσο είναι τόσο. Αλλά δεν πάνε ανάλογα γιατί ο κύλινδρος είναι οριζόντιος.» (συνέντευξη Μ.)

Εδώ γίνεται σαφής ο ρόλος των συνοριακών αντικειμένων ως μέσα επικοινωνίας και γεφύρωσης των ασυνεχειών μεταξύ των διαφορετικών συστημάτων, ενώ ταυτόχρονα φανερώνεται η δυνατότητα για μάθηση μέσω του μηχανισμού του συντονισμού, η οποία έγκειται στην υπέρβαση των συνόρων.

Αναστοχασμός

Σε σημεία όπου τα διαφορετικά συστήματα γνωρίζουν το ένα τις πρακτικές του άλλου αποκαλύπτοντας τις δικές τους γνώσεις και οπτικές (perspective making, perspective taking), με αποτέλεσμα να δημιουργούνται νέες ταυτότητες που επηρεάζει τις μελλοντικές πρακτικές των συστημάτων μπορούμε να εντοπίσουμε τον μηχανισμό του αναστοχασμού. Χαρακτηριστικά είναι τα ακόλουθα αποσπάσματα:

«Είχαμε κάνει τόσα μαθηματικά. Όταν τώρα μπαίνουμε… Και αρχίζει και γίνεται η σύνδεση και είναι αυτό που λέγαμε πιο πριν για την ανάγκη. Ότι άμα παρουσιάσεις ένα πρόβλημα και λες πώς θα το λύσουμε αυτό; Αν οι γνώσεις που έχουμε δεν μας φτάνουν, μπορεί να αυξηθεί η θέληση για περισσότερη μάθηση. Και να πεις ότι θα μάθουμε κάτι καινούριο, γιατί κάπου θα εξυπηρετήσει.» (συνέντευξη Μ.)

«Καθώς γεμίζει, εκεί φαίνεται πώς μεταβάλλεται με τον κυκλικό τομέα. Με βάση το ποια είναι η σχέση του κυκλικού τομέα με τον όγκο. Γιατί και στον τύπο μετά είδα ένα arctan. Μπαίνει η γωνία του ημικυκλίου, δηλαδή αυτό το εμβαδόν... Είναι το εμβαδόν του αντίστοιχου κυκλικού τομέα με το ύψος. Το ύψος είναι σταθερό. Άρα αυτό που ενδιαφέρει είναι το εμβαδόν του κυκλικού τομέα. Έχει τρελά μαθηματικά.» (συνέντευξη Μ.)

Ο μηχανισμός του αναστοχασμού διαφέρει από αυτόν του προσδιορισμού ταυτότητας ως προς την εστίαση, καθώς εδώ διευρύνονται οι υπάρχουσες πρακτικές με νέες οπτικές, οι οποίες επηρεάζουν και την μελλοντική πρακτική του συστήματος.

Όσον αφορά στο σύστημα της διδασκαλίας Μαθηματικών, οι εκπαιδευτικοί σχεδίασαν και εφάρμοσαν μία καινούργια για αυτούς, πρωτόγνωρη δραστηριότητα πέρα από τις συνηθισμένες πρακτικές τις καθαρά φορμαλιστικές και υπολογιστικές των σχολικών εγχειριδίων.

«Ξεφύγαμε από τα τετριμμένα και όχι απλά λύσε ένα πρόβλημα για να εξασκηθείς… Εδώ έπρεπε να χρησιμοποιήσουν όλες τις γνώσεις τους. Δεν τους καλέσαμε σε ένα πρόβλημα συγκεκριμένο… Έχεις ένα πρόβλημα και προσπάθησε να μου πεις τι θα κάνεις.» (συνέντευξη Μ.)

«Και η διδακτική εμπειρία μοναδική, όταν βλέπεις πώς τυπικές έννοιες της Γ΄ λυκείου προσεγγίστηκαν με ένα διαισθητικό λεξιλόγιο μαθητών της Γ΄ γυμνασίου...» (ατομικό ημερολόγιο Ε.)

Όσον αφορά στο σύστημα του χώρου εργασίας, η εφαρμοζόμενη πρακτική επηρεάστηκε μόνο σε ό, τι είχε να κάνει με τον εκπαιδευτικό/εργαζόμενο του βενζινάδικου, ο οποίος είδε τη δουλειά του με νέα οπτική και απέκτησε επιπλέον ενδιαφέρον:

«Πρώτον, θα θελα να ψάξω γιατί είναι οριζόντιες και όχι κατακόρυφες οι δεξαμενές. Ακόμα και στα βυτία παρότι δεν θα μπορούσε λόγω ύψους να είναι αλλιώς, δεν ξέρω μήπως υπάρχει και άλλος λόγος... Καθώς γεμίζει, εκεί φαίνεται πώς μεταβάλλεται με τον κυκλικό τομέα.» (συνέντευξη Μ.)

«Όταν πήγα μετά και έψαξα πώς γίνεται η μετατροπή είδα ότι πουλούσαν έτοιμα excel προσφορές σε βενζινάδικα για τη ακρίβεια. Ο original πίνακας είχε υπολογιστεί με βάση θερμοκρασία και πυκνότητα και με διαστάσεις φυσικής κ χημείας.» (συνέντευξη Μ.)

Μετασχηματισμός

Ο *μετασχηματισμός* είναι ο πλέον πολύπλοκος μηχανισμός μάθησης, που δύσκολα επιτυγχάνεται στις διαδικασίες περάσματος συνόρων. Προαπαιτούμενο για την επίτευξή του είναι η ύπαρξη κάποιας *αντιπαράθεσης* μεταξύ των εμπλεκόμενων συστημάτων και των πρακτικών τους. Στη συνέχεια πρέπει να αναγνωριστεί ένας *κοινός τόπος για το πρόβλημα* και μέσα από επικοινωνία και συνεργασία να αναπτυχθούν νέες, υβριδικές πρακτικές (*υβριδιοποίηση*). Οι πρακτικές αυτές εντάσσονται στις ήδη υπάρχουσες πρακτικές των συστημάτων δραστηριότητας και παγιώνονται (αποκρυστάλλωση), χωρίς όμως να χάνεται η ταυτότητα και η εγκαθιδρυμένη γνώση του συστήματος (*διατήρηση της μοναδικότητας των πρακτικών που συναντώνται).*

Σε ένα βαθμό μπορούμε να πούμε πως εμφανίστηκε το πρώτο στάδιο της αντιπαράθεσης, όταν οι εκπαιδευτικοί έψαχναν τρόπους να εντάξουν το χώρο εργασίας στη δραστηριότητα που σχεδίαζαν:

«Όταν ο Μάριος έριξε την ιδέα του «βενζινάδικου» πολύ γενικά κι αόριστα στην αρχή, και οι τρεις διακρίναμε – εντελώς διαισθητικά θα έλεγα - ότι χτυπήσαμε φλέβα χρυσού, χωρίς την παραμικρή ιδέα όμως πώς αυτό θα μπορούσε να εξελιχθεί και να ενταχθεί στο μάθημα αυτό. Περνούσαν μέρες και δεν μπορούσαμε να καταλήξουμε. Ο Μάριος ήδη δούλευε στο βενζινάδικο και γνώριζε το χώρο πολύ καλύτερα από εμάς...» (ατομικό ημερολόγιο Ε.)

«Εκείνο τον καιρό δούλευα σε ένα πρατήριο υγρών καυσίμων… Έτσι όταν είπα στην Ε. και τη Ν. την ιδέα, τους άρεσε πάρα πολύ. Υπήρχε όμως ένα θέμα. Τα Μαθηματικά που κρύβονταν πίσω από τον οριζόντιο κύλινδρο ήταν ανώτερα Μαθηματικά και οι εμπλεκόμενες μαθηματικές έννοιες της συνάρτησης ήταν κατάλληλες για τάξεις λυκείου και όχι γυμνασίου που εμείς θέλαμε . Έτσι θα έπρεπε να φέρουμε στα μέτρα των μαθητών το πρόβλημα αυτό. Αφού συζητήσαμε αρκετά για την δομή του φύλλου εργασίας, το επόμενο στάδιο ήταν η κατασκευή του λογισμικού. Θέλαμε τα παιδιά να δουν σε 3D την διαδικασία αυτή, όπως άλλωστε συμβαίνει και στο χώρο εργασίας.» (ατομικό ημερολόγιο Μ.)

«Τελικά προκρίθηκε η ιδέα της οριζόντιας δεξαμενής του φυσικού αερίου η οποία είναι πραγματικά εξαιρετική με απίστευτες προεκτάσεις. Υπήρξε προβληματισμός γιατί αντιληφθήκαμε ότι πραγματικά υπάρχουν πολλά μαθηματικά που κρύβονται πίσω από το συγκεκριμένο ρεαλιστικό πρόβλημα πραγματικού χώρου εργασίας. Ζητήσαμε από τον κ. Ψ. να μας δώσει κατευθύνσεις και πραγματικά η πρόταση του για «λίγο φορμαλισμό και περισσότερο διαισθητική προσέγγιση» μας βοήθησε στην οργάνωση των δραστηριοτήτων.» (ατομικό ημερολόγιο Ν.)

Οι υπόλοιπες διαδικασίες που συνιστούν το μηχανισμό του μετασχηματισμού απαιτούν συνεχή και από κοινού εργασία από τα εμπλεκόμενα συστήματα, πράγμα που δε συνέβη στα πλαίσια του σχεδιασμού της συγκεκριμένης δραστηριότητας. Τόσο οι διαδικασίες της υβριδιοποίησης όσο και της αποκρυστάλλωσης συνεπάγονται τη δημιουργία και την παγίωση νέων πρακτικών, ακόμα και τη δημιουργία ενός νέου χώρου με τα δικά του σύνορα. Κάτι τέτοιο δε συνέβη, ίσως για το λόγο που αναφέρθηκε στην αρχή της ανάλυσης, ότι δηλαδή η συνύπαρξη των

δύο συστημάτων έγινε μόνο για τις ανάγκες του σχεδιασμού της δραστηριότητας, με τους εκπαιδευτικούς επί της ουσίας να φέρνουν το σύστημα του χώρου εργασίας στο σύστημα της διδασκαλίας των μαθηματικών.

4.3.8 Σύνοψη

Εν κατακλείδι, μπορούμε να πούμε ότι κατά το σχεδιασμό της συγκεκριμένης δραστηριότητας ήταν έντονο το πέρασμα των συνόρων, δεδομένου και του διττού ρόλου του ενός εκπαιδευτικού ως εργαζόμενου και στο βενζινάδικο. Για τη γεφύρωση των ασυνεχειών στην επικοινωνία των δύο συστημάτων χρησιμοποιήθηκαν τεχνουργήματα (συνοριακά αντικείμενα), που ενώ είχαν συγκεκριμένη χρήση από το κάθε σύστημα ξεχωριστά, η χρήση τους άλλαζε στο σύνορο και γίνονταν μέσα διαμεσολάβησης και μετάφρασης (ράβδος, πίνακας αντιστοίχησης).

Οι μηχανισμοί μάθησης που εμφανίστηκαν είχαν ως αποτέλεσμα τα δύο συστήματα να αναπροσδιορίσουν την ταυτότητα και τις πρακτικές τους, και να αποκτήσουν νέες γνώσεις, να εντάξουν νέες πρακτικές διευρύνοντας έτσι τα σύνορα του κάθε συστήματος.

Το σύστημα που υπερίσχυσε έναντι του άλλου ήταν και εδώ αυτό της διδασκαλίας των μαθηματικών, με αποτέλεσμα να υπάρξουν απλουστεύσεις στις εφαρμοζόμενες πρακτικές του συστήματος του χώρου εργασίας. Ωστόσο, το γεγονός ότι ο ένας εκπαιδευτικός που συμμετείχε στο σχεδιασμό και την εφαρμογή της δραστηριότητας ήταν ο ίδιος εργαζόμενος στο βενζινάδικο και επί της ουσίας αυτός που περνούσε τα σύνορα μεταξύ των συστημάτων, επέφερε αλλαγές στην ταυτότητα και τις γνώσεις και του συστήματος του χώρου εργασίας.

5. Συζήτηση - Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετήθηκε αν και πώς επηρεάζεται ο διδακτικός σχεδιασμός μελλοντικών εκπαιδευτικών όταν σχεδιάζουν δραστηριότητες που περιλαμβάνουν χώρους εργασίας, καθώς επίσης και αν αναπτύσσονται κάποιοι μηχανισμοί μάθησης κατά την επαφή τους με το χώρο εργασίας. Για την διεξαγωγή της έρευνας επιλέχθηκαν και αναλύθηκαν τρεις δραστηριότητες που εκπονήθηκαν από τρεις ομάδες εκπαιδευτικών στα πλαίσια μαθήματος του μεταπτυχιακού προγράμματος σπουδών στο οποίο συμμετείχαν. Στην εργασία αυτή εστιάζουμε στις διδακτικές επιλογές των εκπαιδευτικών που αφορούν τη ρεαλιστικότητα της δραστηριότητας και την συμπερίληψη αυθεντικών ή όχι πρακτικών από το χώρο εργασίας, καθώς επίσης και στις διαδικασίες περάσματος συνόρων για τη συνεργασία των δύο συστημάτων. Για το λόγο αυτό διατυπώθηκαν δύο ερευνητικά ερωτήματα και η ανάλυση των δεδομένων έγινε με άξονα αυτά.

Το πρώτο ερευνητικό ερώτημα αναφέρεται στο διδακτικό σχεδιασμό των μελλοντικών εκπαιδευτικών και κατά πόσο αυτός επηρεάζεται όταν σχεδιάζουν δραστηριότητες ρεαλιστικού πλαισίου που περιλαμβάνουν κάποιο χώρο εργασίας.

Από την ανάλυση των τριών δραστηριοτήτων προέκυψε πως ο διδακτικός σχεδιασμός επηρεάστηκε σε μεγάλο βαθμό δεδομένου ότι εφάρμοσαν μία πρακτική πέρα από τις συνήθεις. Έτσι, χρειάστηκε να συμβουλευτούν τη έρευνα πάνω στα ρεαλιστικά μαθηματικά και τη διερευνητική μάθηση ώστε να μπορέσουν να εφαρμόσουν τα ευρήματά της στο σχεδιασμό τους. Αυτό έρχεται σε συμφωνία με τον Κυνηγό (2006) που τονίζει το ρόλο καινοτόμων πρακτικών στη διδασκαλία των μαθηματικών και του αναστοχασμού των εκπαιδευτικών ώστε να μετατραπούν από απλοί εφαρμοστές τις γνώσης σε ενεργούς διαμορφωτές της, καθώς επίσης και με τους Kaiser, Blömeke, Busse, Dörhmann, και König (2015), που αναφέρονται στις γνώσεις των μελλοντικών εκπαιδευτικών και τη μικρή τους διδακτική εμπειρία.

Σε όλες τις δραστηριότητες ακολουθήθηκε η διαδικασία: i)εύρεση χώρου εργασίας, ii) ανακάλυψη των ενσωματωμένων στο χώρο εργασίας μαθηματικών, iii) σχεδιασμός δραστηριότητας με βάση τα μαθηματικά αυτά, iv) αναστοχασμός του σχεδιασμού και της εφαρμογής της δραστηριότητας.

Παρατηρήθηκε ωστόσο μεγάλη διαφορά μεταξύ των ομάδων όσον αφορά το τρίτο βήμα του παραπάνω σχήματος, δηλαδή το σχεδιασμό της δραστηριότητας με βάση το χώρο εργασίας. Αν και έγιναν σε όλες τις δραστηριότητες συμβάσεις και «εκπτώσεις» ώστε να είναι το μαθηματικό αντικείμενο προσιτό στους μαθητές, ο βαθμός που αυτό έγινε ήταν αισθητά διαφορετικός στην καθεμία από τις δραστηριότητες. Σημαντικό είναι το γεγονός ότι σε κάποιες περιπτώσεις οι συμβάσεις αυτές επηρέασαν τη ρεαλιστικότητα του πλαισίου, πράγμα που δείχνει

πως υπερίσχυσε το σύστημα της διδασκαλίας των μαθηματικών καθώς προτεραιότητα και κύριο μέλημα των εκπαιδευτικών ήταν η διδασκαλία μαθηματικών αντικειμένων και όχι η μεταφορά του ρεαλιστικού πλαισίου.

Από την ανάλυση των συνεντεύξεων και των ατομικών ημερολογίων των εκπαιδευτικών προέκυψε πως οι παράγοντες που επηρέασαν τις επιλογές τους σχετικά με τις απλουστεύσεις αυτές ήταν: α) ο βαθμός εμπλοκής των εκπαιδευτικών με το σύστημα του χώρου εργασίας και εν γένει οι γνώσεις τους πάνω σε αυτό και β) το σύστημα του χώρου εργασίας αυτό καθεαυτό και η φύση των μαθηματικών που ενείχε. Έτσι, παρατηρήθηκε ότι στη δραστηριότητα που ο εκπαιδευτικός ήταν ταυτόχρονα και μέλος του συστήματος εργασίας, οι εκπαιδευτικοί προσπάθησαν να διατηρήσουν τη ρεαλιστικότητα του πλαισίου στο μέγιστο βαθμό, καθώς γνώριζαν σε βάθος τις αυθεντικές πρακτικές και εργαλεία του χώρου εργασίας και καθώς η «επαγγελματική συνείδηση» του εκπαιδευτικού-εργαζόμενου δεν του επέτρεπε να τα παραποιήσει. Αντίστοιχα, η ρεαλιστικότητα επηρεάστηκε σε μεγαλύτερο βαθμό στη δραστηριότητα που τα δύο συστήματα συνεργάστηκαν για το σχεδιασμό της, ενώ στη δραστηριότητα που οι εκπαιδευτικοί αναζήτησαν απλά πληροφορίες για το χώρο εργασίας, η παρουσία του ρεαλιστικού πλαισίου ήταν μικρή και περιορισμένη. Παρόμοια, παρατηρήθηκαν απλουστεύσεις και στις τρεις δραστηριότητες όσον αφορά στο μαθηματικό αντικείμενο που πραγματεύτηκαν σε σχέση με τα μαθηματικά που εφαρμόζονται στους χώρους εργασίας. Και στις τρεις περιπτώσεις οι συμβάσεις αυτές ήταν συνάρτηση του μαθηματικού αντικειμένου, του γνωστικού επιπέδου και της ηλικίας των μαθητών.

Το δεύτερο ερώτημα σχετίζεται με τους μηχανισμούς μάθησης που αναπτύχθηκαν κατά το σχεδιασμό των δραστηριοτήτων και κατά την αλληλεπίδραση των δύο συστημάτων δραστηριότητας.

Από την ανάλυση των δεδομένων προέκυψαν οι τέσσερις μηχανισμοί μάθησης όπως αυτοί περιγράφονται από τους Akkerman και Bakker (2011): α) προσδιορισμός ταυτότητας, β) συντονισμός, γ) αναστοχασμός, δ) μετασχηματισμός και μέσω των διαδικασιών που περιγράφουν οι ίδιοι ερευνητές. Ο βαθμός στον οποίο εμφανίζονται οι μηχανισμοί μάθησης φάνηκε και πάλι πως είναι άμεση συνάρτηση του βαθμού εμπλοκής των δύο συστημάτων, πράγμα που ίσως είναι αναμενόμενο. Έτσι, όσο μεγαλύτερη ήταν η εμπλοκή και συνύπαρξη των συστημάτων, τόσο πιο συχνή ήταν η εμφάνιση κάποιου μηχανισμού. Όπως ήταν αναμενόμενο, μέσα από την ανάλυση αναδείχθηκε ο σημαντικός ρόλος των συνοριακών αντικειμένων ως μέσα μετάφρασης και επικοινωνίας των συστημάτων. Μέσω της ενίσχυσης της διαπερατότητας των συνόρων και της συνεργασίας, τα συνοριακά αντικείμενα έδωσαν τη δυνατότητα στα δύο συστήματα να καλλιεργήσουν καινούργιες αντιλήψεις, να αναπτύξουν την ατομική τους ταυτότητα, και να διευρύνουν τις πρακτικές τους.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονιστεί το γεγονός πως οι δραστηριότητες που αναλύθηκαν στην παρούσα διπλωματική ήταν εργασίες στα πλαίσια ενός μαθήματος του μεταπτυχιακού προγράμματος σπουδών που συμμετείχαν οι εκπαιδευτικοί και οι στόχοι του μαθήματος δεν ήταν απόλυτα επικεντρωμένοι στην ενσωμάτωση του χώρου εργασίας στη διδασκαλία, αλλά περιελάμβαναν και άλλα αντικείμενα. Θα ήταν λοιπόν ενδιαφέρον να μελετηθούν τα παρόντα ερευνητικά ερωτήματα υπό ένα πλαίσιο πιο περιορισμένο και με μόνη στόχευση των εκπαιδευτικών την ενσωμάτωση των δύο συστημάτων σε μία διερευνητική δραστηριότητα. Επίσης, θα παρουσίαζε ερευνητικό ενδιαφέρον η μελέτη παρόμοιων δραστηριοτήτων όταν ο χώρος εργασίας δίνεται εκ των προτέρων από τον καθηγητή των εκπαιδευτικών (educator) μαζί με περιορισμούς για την έκταση και τον τρόπο αλληλεπίδρασης των δύο συστημάτων .

Τέλος, από την ανάλυση των δεδομένων προέκυψε πως για να γίνει σωστά η ενσωμάτωση του χώρου εργασίας σε δραστηριότητες της διδασκαλίας των μαθηματικών θα πρέπει να πληρούνται κάποιες προϋποθέσεις, όπως η προσεχτική επιλογή του χώρου εργασίας που θα χρησιμοποιηθεί, η σε βάθος επικοινωνία των δύο συστημάτων δραστηριότητας, η αποκωδικοποίηση και μοντελοποίηση των αυθεντικών πρακτικών που εφαρμόζονται στο χώρο εργασίας και ταυτόχρονα η διατήρηση της συλλογικής ταυτότητας του συστήματος της διδασκαλίας. Δεδομένου λοιπόν της δυνατότητας που δίνουν τέτοιες δραστηριότητες στους εκπαιδευτικούς για βελτίωση της επαγγελματικής τους γνώσης και εξέλιξη της επαγγελματικής τους ταυτότητα, προτείνουμε πως θα ήταν χρήσιμη η ενσωμάτωση κάποιου μαθήματος ή σεμιναρίου για την εκπαίδευση των μελλοντικών εκπαιδευτικών και την εξοικείωσή τους με το σχεδιασμό και την εφαρμογή δραστηριοτήτων που βασίζονται σε χώρους εργασίας και προάγουν τη διερευνητική μάθηση.

Βιβλιογραφία

1. Akkerman, S. F., & Bakker, A. (2011). Learning at the boundary: An introduction. *International Journal of Education Research*, *50* (2011) 1-5.

2. Akkerman, S. F., & Bakker, A. (2011). Boundary Crossing and Boundary Objects. *Review of Educational Research*, *81 (2)*, 132-169.

3. Bakker, A., & Akkerman, S.F. (2014). A boundary-crossing approach to support students' integration of statistical and work-related knowledge. *Educational Studies in Mathematics, 86,* 223-237.

4. Bruder, R., & Prescott, A. (2013). Research evidence on the benefits of IBL. *ZDM Mathematics Education, 45*, 811-822.

5. Edelson, D. C., Gordin, D.N., & Pea, R. D. (1999). Addressing the Challenges of Inquiry-based Learning Through Technology and Curriculum Design. *Journal of the Learning Sciences, 8,* 391-450.

6. Engeström, Y. (2001). Expansive Learning at Work: toward an activity theoretical reconceptualization. Journal of Education and Work, 14 (1).

7. Hann, C. (2014). Linking academic knowledge and professional experience in using statistics: a design experiment for business school students. *Educational Studies in Mathematics, 86* (2), 239-251.

8. Jurdak, M., Shahin, I. (2001). PROBLEM SOLVING ACTIVITY IN THE WORKPLACE AND THE SCHOOL: THE CASE OF CONSTRUCTING SOLIDS. *Educational Studies in Mathematics, 47* (3), 297-315.

9. Kaiser, G., Blömeke, S., Busse, A., Dörhmann, M., & König, J. (2015), Professional Knowledge of (Prospective) Mathematics Teachers – Its Structure and Development. *Proceedings of PME 38 and PME-NA 36* (1), 35-50

10. Kent, P., Noss, R., Guile, D., Hoyles C., & Bakker, A. (2007). Characterizing the Use of Mathematical Knowledge in Boundary-Crossing Situations at Work. *Mind, Culture and Activity, 14* (1-2), 64-82.

11. Kirschner, P. A., Sweller, J., Clark, R. E. (2006). Why Minimal Guidance During Instruction Does Not Work: An Analysis of the Failure of Constructivist, Discovery, Problem-Based, Experiential, and Inquiry-Based Teaching, Educational Psychologist, 41 (2), 75-86.

12. Kynigos, C., & Psycharis G. (2009). Investigating the Role of Context in Experimental Research Involving the Use of Digital media for the Learning of Mathematics: Boundary objects as Vehicles for Integration. *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 14 (3),* 265-298.

13. Matos, J. F., Powell, A., Sztajn, P., Ejersbø, L., Hovermill, J., & Matos J. F. (2009). Mathematics teachers' professional development: Processes of Learning in and from Practice, In R. Even & D. Loewenberg Ball (Eds.), *The professional education and development of teachers of mathematics* (pp. 167–184). New York: Springer.

14. Noss, R., Hoyles, C. & Pozzi, S. (2000). Working knowledge: mathematics in use, in A. Bessot, and J. Ridgway (eds.), *Education for Mathematics in the Workplace*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 17–35.

15. Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). A. Gutirrez, P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of Mathematics Education Past, Present and Future (pp 461-494)*

16. Potari, D., Psycharis, G., Spiliotopoulou, V., Triantafyllou, C., Zachariades, T., & Zoupa, A. (2016). Mathematics and science teachers' collaboration searching for common grounds. In C. Csikos, A. Raush, & J. Szitanyi (Eds.), *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp.91-98). Szeged, Hungary: PME.

17. Psycharis, G. & Potari, D. (to appear). Mathematics teachers' learning at the boundaries of teaching, research and workplace. In G. Wake, G. A. Stillman, W. Blum & M. North (Eds.) *International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (Volume: Crossing and Researching Boundaries in Mathematical Modelling Education). Springer Book Series.

18. Roth, W. M. (2014). Rules of bending, bending the rules: the geometry of electrical conduit bending in college and workplace. *Educational Studies in Mathematics*, 86, 177-192.

19. Sannino, A. (2011). Activity Theory as an activist and interventionist theory. *Theory & Psychology, 21 (5),* 571-597.

20. Star, S. L. (2010). This is not a boundary object reflections on the origin of a concept. Science, Technology, & Human Values, 35, 601-617.

21. Star, S. L., & Griesemer, J. R. (1989). Institutional ecology, "translations" and boundary objects: Amateurs and professionals in Berkley's Museum of Vertebrate Zoology, 1907-39. Social Studies of Science, 19, 387-420.

22. Swanson, D., & Williams, J. (2014). Making abstract Mathematics concrete in and out of school. Educational Studies in Mathematics, 86, 193-209.

23. Triantafillou, C. & Potari, D. (2014). Revisiting the place value concept in the

workplace context: the issue of transfer development. *Educational Studies in Mathematics, 86* (3), 337-358.

24. Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, P. (2014). Realistic Mathematics Education. *Encyclopedia of Mathematics Education*, pp 521-525.

25. Wake, G. (2014). Making sense of and with mathematics: the interface between academic mathematics and mathematics in practice. *Educational Studies in Mathematics, 86*, 271-290.

26. Williams, J., & Wake, G. (2007). Black Boxes in Workplace Mathematics. Educational Studies in Mathematics, 64 (3), 317-343.

27. Williams, J., & Wake, G. (2007). METAPHORS AND MODELS IN TRANSLATION BETWEEN COLLEGE AND WORKPLACE MATHEMATICS, *Educational Studies in Mathematics, 64* (3), 345-371.

28. Καλογερία, Ε., Μάλλιαρης, Χ. & Ψυχάρης, Γ. (2015). Συνεργατικός σχεδιασμός και εφαρμογή διερευνητικών δραστηριοτήτων που συνδέουν τα μαθηματικά με χώρους εργασίας. Στο Δ. Δεσλή, Ι. Παπαδόπουλος & Μ. Τζεκάκη (Επιμ.*) Πρακτικά του 6ου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών Διδακτικής Μαθηματικών (ΕΝΕΔΙΜ)* (σελ. 489-498). Θεσσαλονίκη: ΕΝΕΔΙΜ.

29. Κυνηγός, Χ. (2006). Το μάθημα της Διερεύνησης. Παιδαγωγική αξιοποίηση της Σύγχρονης Τεχνολογίας για τη διδακτική των Μαθηματικών: από την Έρευνα στην Σχολικά Τάξη. Εκδόσεις Ελληνικά Γράμματα. Αθήνα, Ελλάδα.