ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ - ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΩΝ - ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ

ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ - ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
"ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ"

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Επαγγελματική μάθηση εκπαιδευτικών κατά το σχεδιασμό, την εφαρμογή και την αποτίμηση διερευνητικών δραστηριοτήτων που συνδέουν τα μαθηματικά με χώρους εργασίας

Αναστασίου Ιωάννα
Δ201319

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ
Ψυχάρης Γεώργιος

Αθήνα, Δεκέμβριος 2017

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία

εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών

για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

που απονέμει το

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στη

«Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»

Εγκρίθηκε την 14η Δεκεμβρίου 2017 από **Εξεταστική Επιτροπή** αποτελούμενη από τους :

Ονοματεπώνυμο	**Βαθμίδα**
▪ Γ. Ψυχάρη (Επιβλέπων)	Επικ. Καθηγητή
▪ Δ. Πόταρη	Καθηγήτρια
▪ Χ. Σακονίδη	Καθηγητή

Η εκπόνηση της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας πραγματοποιήθηκε υπό την καθοδήγηση της **Συμβουλευτικής Επιτροπής** αποτελούμενη από τους:

Ονοματεπώνυμο	**Βαθμίδα**
▪ Γ. Ψυχάρη (Επιβλέπων)	Επικ. Καθηγητή
▪ Δ. Πόταρη	Καθηγήτρια
▪ Χ. Σακονίδη	Καθηγητή

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον κ. Ψυχάρη Γεώργιο που μου έκανε την τιμή να είναι ο επιβλέπων καθηγητής μου. Οι πολύτιμες συμβουλές του, η βοήθειά του και η καθοδήγησή του σε όλα τα στάδια της παρούσας εργασίας ήταν πολύτιμα.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω πολύ την καθηγήτρια κ. Πόταρη Δέσποινα και τον καθηγητή κ. Σακονίδη Χαράλαμπο για την τιμή που μου έκαναν να συμμετάσχουν στη τριμελή επιτροπή.

Κρίνω απαραίτητο να εκφράσω τις ευχαριστίες μου σε όλους τους υπόλοιπους καθηγητές και καθηγήτριες του μεταπτυχιακού προγράμματος σπουδών για τις γνώσεις και τις δεξιότητες που μου προσέφεραν κατά τη διάρκεια του, καθώς και στη γραμματεία του μεταπτυχιακού προγράμματος για την άψογη εξυπηρέτηση όλων των φοιτητών.

Ευχαριστώ τους εκπαιδευτικούς του Βαρβάκειου Πρότυπου Πειραματικού Γυμνασίου που συμμετείχαν στην παρούσα έρευνα και μου έδωσαν το υλικό των παρεμβάσεων.

Επιπλέον θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαιτέρως τους συμφοιτητές μου για όλα όσα περάσαμε μαζί και όλους τους φίλους μου για τη στήριξή τους και τις συμβουλές τους σε όλη τη διάρκεια του μεταπτυχιακού μου.

Τέλος ευχαριστώ και ευγνωμονώ τους γονείς μου, τον αδερφό μου και τα υπόλοιπα συγγενικά πρόσωπα που είναι δίπλα μου σε κάθε μου βήμα και με στηρίζουν ώστε να καταφέρω να πραγματοποιήσω όλα τα όνειρά μου.

Στους γονείς μου, στον αδερφό μου
και σε αγαπημένα πρόσωπα, συγγενείς και φίλους,
που με στηρίζουν έμπρακτα
και είναι δίπλα μου σε κάθε μου επιλογή

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή..... 8

2. Περίληψη-Abstract.....10-11

3. Θεωρητικό Πλαίσιο .....

3.1 Ο ρόλος της γνώσης του εκπαιδευτικού στο σχεδιασμό της διδασκαλίας…….....12
3.2 Η δημιουργία μονάδων διδασκαλίας.....15
3.3 Το μοντέλο παραμέτρων του Saxe……19
3.4 Η διερευνητική μάθηση και η μοντελοποίηση.....22
3.5 Ρεαλιστικά μαθηματικά και χώρος εργασίας.....25
3.6 Η επαγγελματική μάθηση των εκπαιδευτικών…....28

4 Μεθοδολογία.....

4.1 Στόχοι της έρευνας και ερευνητικά ερωτήματα.....32
4.2 Πλαίσιο της έρευνας και συμμετέχοντες.....33
4.3 Συλλογή Δεδομένων…….....36
4.4 Πλαίσιο σχεδιασμού δραστηριοτήτων……38

4.4.1 «Για μια μέρα… Σεισμολόγοι!»……
4.4.1.1 Χώρος εργασίας/ Πλαίσιο εφαρμογής…38
4.4.2 «Εύρεση στοιχείων σεισμού»……
4.4.2.1 Χώρος εργασίας/ Πλαίσιο εφαρμογής…40
4.4.3 «Για μια μέρα… Εμπειρογνώμονες!»……
4.4.3.1 Χώρος εργασίας/ Πλαίσιο εφαρμογής…41

4.5 Περιγραφή Δραστηριοτήτων.....42

4.5.1 Δραστηριότητα της εκπαιδευτικού Κ1……42
4.5.2 Δραστηριότητα του εκπαιδευτικού Κ2……43
4.5.3 Κοινή δραστηριότητα των εκπαιδευτικών Κ1-Κ2……45

4.5 Ανάλυση Δεδομένων ……47

5 Αποτελέσματα .....

5.1 Εισαγωγή.....49
5.2 Ανάλυση Παρέμβασης της Εκπαιδευτικού Κ1 49
5.2.1 Οι στόχοι του σχεδιασμού και οι δυσκολίες της εφαρμογής…….....49
5.2.2 Οι επιρροές των στόχων και των πόρων της εκπαιδευτικού κατά το σχεδιασμό…….....50
5.2.3 Οι επιρροές και οι αλληλεπιδράσεις της εκπαιδευτικού κατά την υλοποίηση……56
5.2.4 Η αποτίμηση της εφαρμογής και η κατάταξη των λειτουργικών σταθερών……..……..59
5.3 Ανάλυση Παρέμβασης του Εκπαιδευτικού Κ2 65
5.3.1 Οι στόχοι του σχεδιασμού και οι δυσκολίες της εφαρμογής ……...……65
5.3.2 Οι επιρροές των στόχων και των πόρων του εκπαιδευτικού κατά το σχεδιασμό…….....66
5.3.3 Οι επιρροές και οι αλληλεπιδράσεις του εκπαιδευτικού κατά την υλοποίηση …… ……...70
5.3.4 Η αποτίμηση της εφαρμογής και η κατάταξη των λειτουργικών σταθερών ……72
5.4 Ανάλυση Κοινής Παρέμβασης των Εκπαιδευτικών.....77
5.4.1 Οι στόχοι του σχεδιασμού και οι δυσκολίες της εφαρμογής…….....77
5.4.2 Οι επιρροές των στόχων και των πόρων των εκπαιδευτικών κατά το σχεδιασμό.....78
5.4.3 Οι επιρροές και οι αλληλεπιδράσεις των εκπαιδευτικών κατά την υλοποίηση. ……81
5.4.4 Η αποτίμηση της εφαρμογής και η κατάταξη των λειτουργικών σταθερών ……..……86

6 Συζήτηση- Συμπεράσματα.....92

6.1 Συμπεράσματα 1ου Ερευνητικού Ερωτήματος……93
6.2 Συμπεράσματα 2ου Ερευνητικού Ερωτήματος ……95
6.3 Περιορισμοί, συνεισφορά και περεταίρω έρευνα…….97

7 Βιβλιογραφία……98

7.1 Ξένη Βιβλιογραφία……98
7.2 Ελληνική Βιβλιογραφία……101

«Δεν παύει ποτέ να με εκπλήσσει το γεγονός ότι τα μαθηματικά, αποτέλεσμα της φαντασίας του ανθρώπου, είναι απόλυτα εναρμονισμένα με την πραγματικότητα!»

(Albert Einstein)

1 Εισαγωγή

Η διαισθητική σκέψη και αντίληψη των μαθηματικών εννοιών κατά τη μάθηση και τη διδασκαλία τους οδηγεί το μαθητή σε λύσεις που δεν θα ήταν ίσως εφικτές μόνο με την αναλυτική σκέψη, σε εικασίες και υποθέσεις άξιες ελέγχου και διερεύνησης. Όταν η διερευνητική διδασκαλία λοιπόν συνδυαστεί με αυθεντικά πλαίσια χώρων εργασίας είναι εφικτό όχι μόνο να ενισχύσει την κατανόηση των μαθητών στα μαθηματικά μέσω της διαίσθησης, αλλά και να προκαλέσει το ενδιαφέρον τους για μάθηση. Μπορεί επίσης να συμβάλλει στη συνδυαστική σκέψη των μαθητών αλλά και στη δημιουργία αντίστοιχων ικανοτήτων για την αξιοποίηση των μαθηματικών γνώσεων εκτός τάξης, κάνοντας έτσι πιο εύκολη τη μεταφορά της γνώσης από το σχολικό πλαίσιο στο πλαίσιο του χώρου εργασίας, δηλαδή σε ένα πλαίσιο διερευνητικών δραστηριοτήτων. Οι κατανοήσεις μας σχετικά με την φύση της μαθηματικής δραστηριότητας στον χώρο εργασίας προέρχονται από μια σειρά ερευνητικών μελετών (Hoyles & Noss, 2001), οι οποίες υποδεικνύουν ότι οι μαθηματικές έννοιες και διεργασίες είναι συνυφασμένες με στοιχεία πρακτικής και επαγγελματικής εμπειρογνωμοσύνης.

Σ' αυτό το πλαίσιο, σημαντικό ρόλο κατέχει ο εκπαιδευτικός ο οποίος επινοεί αλλά και κατασκευάζει δραστηριότητες αυτής της μορφής, με προβλήματα βγαλμένα από διαφορετικούς εργασιακούς χώρους. Η πρόκληση για τον εκπαιδευτικό στην περίπτωση αυτή είναι η σύνδεση των καταστάσεων, των συστημάτων συμβόλων, των τεχνολογικών μέσων, των εργαλείων ενός εργασιακού χώρου, των κανόνων ή των παραμέτρων του κάθε χώρου και των προσωπικών ή των επαγγελματικών γνώσεων με στόχο να βοηθήσει τους μαθητές να κατανοήσουν τις συνθήκες εργασίας (Triantafillou, Psycharis, Potari et al., 2016). Ο εκπαιδευτικός είναι υπεύθυνος για την εφαρμογή τους στην τάξη, καθώς εκείνος δελεάζει τους μαθητές για να ασχοληθούν με τέτοιου είδους δραστηριότητες, ασυνήθιστες σε σχολικές τάξεις, αλλά και τους εντάσσει σε κάθε εργασιακό χώρο. Μέσα από τα ερωτήματα που θα θέσει στους μαθητές, θα τους δώσει τη δυνατότητα να αναλάβουν ενεργό ρόλο ως επαγγελματίες στον εκάστοτε εργασιακό χώρο και να αντιμετωπίσουν προβλήματα με τα οποία έρχονται καθημερινά αντιμέτωποι στον εργασιακό τους χώρο βασιζόμενοι στις μαθηματικές τους γνώσεις. Συνεπώς, ο εκπαιδευτικός είναι ιδιαίτερα προσεκτικός κατά τη δημιουργία του υλικού γι' αυτές τις δραστηριότητες (π.χ. φύλλο εργασίας, αρχείο λογισμικού), καθώς αυτή επηρεάζεται από μια σειρά παραμέτρων που σχετίζονται τόσο με την ίδια τη δραστηριότητα όσο και με το έμψυχο υλικό της τάξης (Καλογερία, Μάλλιαρης & Ψυχάρης, 2015). Στηριζόμενος στα αποτελέσματα που προέρχονται από την υλοποίηση τέτοιων δραστηριοτήτων, είναι αναγκαίο να τις επανασχεδιάζει σύμφωνα όχι μόνο με τις αδυναμίες που εμφανίζονται κατά την εφαρμογή τους, αλλά και με τις ανάγκες και τις ιδιαιτερότητες που έχουν οι μαθητές της τάξης στην οποία θα εφαρμόζονται κάθε φορά.

Στόχος της παρούσας εργασίας, είναι να ερευνήσει τον τρόπο συνεργασίας των εκπαιδευτικών κατά το σχεδιασμό τέτοιων δραστηριοτήτων, αλλά και το εάν οι εκπαιδευτικοί διαφοροποιούν τον αρχικό σχεδιασμό τους κατά τη διδασκαλία στην τάξη, ανάλογα με τις ανάγκες των μαθητών τους. Για να επιτευχθεί ένας τέτοιου είδους σχεδιασμός κρίνεται απαραίτητο τόσο ο εκπαιδευτικός να αναπτύσσεται επαγγελματικά μέσα από τον πειραματισμό και το συνεχή αναστοχασμό των πράξεών του, όσο και να παρακολουθεί προγράμματα κατάρτισης σχετικά με την ενσωμάτωση των νέων τεχνολογιών στη διδασκαλία του (Gueudet & Trouche, 2011). Συχνά, οι αλλαγές στον τρόπο παρουσίασης μιας δραστηριότητας αποτρέπονται από την έλλειψη αυτοπεποίθησης του εκπαιδευτικού, καθώς και από την ελλιπή κατάρτισή του για τα ψηφιακά μέσα (Gueudet & Trouche, 2011), τα οποία χρησιμοποιεί συνήθως ως βοηθητικά εργαλεία για να συνδέσει τα μαθηματικά με τον εκάστοτε χώρο εργασίας.

Δίνουμε ιδιαίτερη σημασία, λοιπόν, στο πώς ο εκπαιδευτικός παρουσιάζει το πρόβλημα στους μαθητές του, αλλά και στα εργαλεία που τους παρέχει για να εργασθούν με σκοπό να προσεγγίσουν έννοιες του σχολικού Προγράμματος Σπουδών (Π.Σ.) των μαθηματικών με τέτοιου είδους πρακτικές, πρωτότυπες σε σχολικές τάξεις. Σκοπεύουμε να αναλύσουμε τη διδακτική διαχείριση των εκπαιδευτικών κατά το σχεδιασμό, τη διερεύνηση και τον πειραματισμό, τον τρόπο δηλαδή που χρησιμοποιούν τις μαθηματικές τους γνώσεις για να δημιουργήσουν μια διερευνητική δραστηριότητα που σχετίζεται με κάποιον χώρο εργασίας. Γίνεται επιπλέον μια προσέγγιση των παραγόντων που διαμορφώνουν τον σχεδιασμό δύο εκπαιδευτικών ίδιας ειδικότητας που ξεκινούν από την ίδια αρχική ιδέα στον ίδιο χώρο εργασίας, αλλά και τις πιθανές τροποποιήσεις του μετά την εφαρμογή των δικών τους δραστηριοτήτων. Καθώς η έρευνα δείχνει ότι η απλή μεταφορά των σχολικών μαθηματικών σε διάφορα πεδία πρακτικής είναι δύσκολη και συχνά αδύνατη, δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στην ερμηνεία και στη συζήτηση των αποτελεσμάτων που καταγράφονται από τις εφαρμογές που εξετάζουμε.

Η παρούσα έρευνα εμφανίζει καινοτομία στο γεγονός ότι μελετάει τον τρόπο που σχεδιάζονται και αξιοποιούνται διδακτικά προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι μαθητές ως επαγγελματίες, χρησιμοποιώντας στην επίλυσή τους μαθηματικές έννοιες του σχολικού Π.Σ. σε συνδυασμό με τη διερευνητική μάθηση. Τέλος, το ερώτημα που προκύπτει άμεσα και θα μπορούσε να αποτελέσει μελλοντική έρευνα, είναι σχετικά με το κατά πόσον ο σχεδιασμός και η διδακτική διαχείριση των συγκεκριμένων εκπαιδευτικών διέπονται από πρακτικές που μπορούν να εφαρμοσθούν με παρόμοιο τρόπο σε ίδιου τύπου δραστηριότητες.

2 Περίληψη

Με την παρούσα εργασία εξετάζουμε τον τρόπο που δύο εκπαιδευτικοί οι οποίοι διδάσκουν μαθηματικά στο ίδιο σχολείο (γυμνάσιο) συνεργάζονται για το σχεδιασμό δραστηριοτήτων διερευνητικής μάθησης που βασίζονται σε αυθεντικούς χώρους εργασίας. Οι εκπαιδευτικοί συμμετείχαν στο ευρωπαϊκό πρόγραμμα Mascil που στόχευε στην ενσωμάτωση πρακτικών που σχετίζονται με τον χώρο εργασίας κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών στην τάξη και προάγουν τη διερεύνηση και τη διερευνητική μάθηση. Θα μελετήσουμε πώς οι εκπαιδευτικοί διαμορφώνουν τις πηγές που χρησιμοποιούν κατά τον σχεδιασμό δραστηριοτήτων, ποια ζητήματα ανακύπτουν κατά την εφαρμογή των δραστηριοτήτων στην τάξη και πώς τα διαχειρίζονται οι εκπαιδευτικοί, όπως και το τι μαθαίνουν ως επαγγελματίες μέσα από αυτές τις εμπειρίες. Μέσα από τη συνεργασία των εκπαιδευτικών κατά τη διάρκεια του σχεδιασμού, της διδασκαλίας και του αναστοχασμού διερευνητικών δραστηριοτήτων παρουσιάζονται οι διαφορετικές προσεγγίσεις τους για την μαθηματική έννοια που εξετάζουν κάθε φορά και με αυτόν τον τρόπο βελτιώνεται και το επίπεδο γνώσεων τους γι' αυτήν.

Λέξεις Κλειδιά: Δραστηριότητες διερευνητικής μάθησης, αυθεντικοί χώροι εργασίας, συνεργασία εκπαιδευτικών, επαγγελματική μάθηση εκπαιδευτικών

Abstract

In this paper we examine how two teachers who taught mathematics at the same school (high school) work together to design exploratory learning activities based on authentic workplace. Teachers were participating in the European Mascil program aimed at integrating practices related with the workplace in teaching of mathematics in the classroom and promote exploration and exploratory learning. We will study how teachers form the sources that use in planning activities, which issues arising in the implementation of activities in the classroom and how teachers manage them, such as what they learn as professionals through these experiences. Through the collaboration of teachers during the designing, teaching and reflection of exploratory activities, they present their different approaches to the mathematical concept that they are examining each time, thus improving their level of knowledge about it.

Key words: Inquiry based learning, authentic workplace, collaboration between teachers, professional learning of teachers

3 Θεωρητικό Πλαίσιο

3.1. Ο ρόλος της γνώσης του εκπαιδευτικού στο σχεδιασμό της διδασκαλίας

Η στάση του εκπαιδευτικού στο σχολείο απέναντι στα μαθηματικά, απέναντι στους μαθητές του, απέναντι στη μάθηση ως μια ανθρώπινη διαδικασία, και πάνω απ' όλα η στάση του απέναντι στο δικό του επίπεδο μάθησης κατέχει σημαντικό ρόλο στο σχεδιασμό της διδασκαλίας του. Η συνειδητοποίηση αυτή, ωθεί τον εκπαιδευτικό να σχεδιάσει στοχευμένα τη διδασκαλία του όχι μόνο για να μεταδώσει στους μαθητές του μαθηματικές πληροφορίες και γνώσεις, αλλά και για να τους μεταλαμπαδεύσει την πρωτοτυπία, την ανεξαρτησία της σκέψης, την πρωτοβουλία, την ενεργητικότητα και τη δημιουργικότητα. Για να επιτευχθούν όλα τα παραπάνω, αλλά και για να αυξηθούν οι επιδόσεις των μαθητών στα μαθηματικά, ο σχεδιασμός αυτός είναι αναγκαίο να οδηγεί στην κατανόηση και αποδοχή ξεκάθαρων και εφικτών στόχων. Όμως, καθώς η μάθηση αποτελεί προσωπική υπόθεση του μαθητή η οποία κατασκευάζεται μέσα από προβληματικές καταστάσεις, είναι απαραίτητο όπως αναφέρει η Orit Zaslavsky (2008), να συνδυαστεί η «ορθή» μαθηματική γνώση που οφείλει να έχει κάθε εκπαιδευτικός με την παιδαγωγική του σε βάθος για να κατανοήσει πώς οι μαθητές φτάνουν στη γνώση και πώς η προϋπάρχουσα γνώση των μαθητών επηρεάζει την κατασκευή της νέας.

Ο σχεδιασμός λοιπόν μιας διερευνητικού τύπου δραστηριότητας μετασχηματίζεται από τις επιλογές, τα ερεθίσματα και τις αποφάσεις του εκπαιδευτικού που φαίνεται να οριοθετούνται από το τι θεωρεί ο ίδιος ως μαθηματική δραστηριότητα και περιλαμβάνει:

- Το περιεχόμενο που πρέπει να διδαχθεί
- Τους διδακτικούς στόχους που πρέπει να πραγματοποιηθούν
- Τις προαπαιτούμενες γνώσεις των μαθητών και των εκπαιδευτικών
- Τις τεχνικές κινητοποίησης των μαθητών
- Συγκεκριμένα βήματα και δραστηριότητες για τους μαθητές
- Τα υλικά που απαιτούνται
- Διαδικασίες αξιολόγησης για τον έλεγχο της μάθησης των μαθητών.

Οπότε ο τρόπος σχεδιασμού ενός εκπαιδευτικού είναι τόσο σημαντικός, όσο είναι και ο ρόλος των εργαλείων που επιλέγει κατά το σχεδιασμό του. Αυτό συμβαίνει επειδή τα εργαλεία μπορούν να διευκολύνουν ή να δυσκολέψουν το μαθητή να μοντελοποιήσει το φαινόμενο με το οποίο

ασχολείται, καθώς και να διαμορφώσουν τις δομές της δραστηριότητας σύμφωνα με τους Hoyles και Noss (Doorman et al., 2012).

Συνεπώς, είναι επιτακτική ανάγκη ο εκπαιδευτικός να χρησιμοποιήσει στη διδασκαλία του πολλούς και διαφορετικούς τρόπους διδασκαλίας και μάθησης, αφού οι μαθητές μαθαίνουν με διαφορετικό τρόπο. Στόχος του είναι δηλαδή η αξιοποίηση περισσότερων βιωματικών προσεγγίσεων μέσα από ρεαλιστικές δραστηριότητες, που συνδέονται άμεσα με την καθημερινότητα των μαθητών, καθώς και η μετατροπή των μεθόδων που χρησιμοποιεί ήδη σε περισσότερο συνεργατικές, διαθεματικές, διερευνητικές και μαθητοκεντρικές. Ο προσεκτικός αυτός σχεδιασμός και η ενσωμάτωση ρεαλιστικών διερευνητικών δραστηριοτήτων στη διδακτική διαδικασία χρησιμοποιώντας τα κατάλληλα εργαλεία, βοηθάει το διδάσκοντα να ελαττώσει αρκετά τον απαιτούμενο χρόνο για την κατανόηση και κατάκτηση της γνώσης δύσκολων μαθηματικών εννοιών, να επιτύχει γρηγορότερα τους επιδιωκόμενους διδακτικούς στόχους του, να κινητοποιήσει τους μαθητές του για να συμμετέχουν στη επίλυσή τους και να τους πείσει για την χρησιμότητα των μαθηματικών στην καθημερινή ζωή.

Μια συνέπεια από έναν στοχευμένο σχεδιασμό μιας δραστηριότητας είναι η δημιουργία μιας τάξης με ομαλή λειτουργία, η οποία συμβάλλει στην κατανόηση και στην αποδοχή ξεκάθαρων και εφικτών στόχων αυξάνοντας έτσι την επίδοση των μαθητών. Αυτό έχει ιδιαίτερη σημασία, επειδή στα μαθηματικά το να μπορεί κάποιος να χρησιμοποιεί τη γνώση, καθώς επίσης και να γνωρίζει πώς να κατακτάει τη γνώση, είναι πολύ πιο σημαντικό από το να κατακτάει μόνο τη γνώση. Γι’ αυτό το λόγο θα πρέπει κατά το σχεδιασμό να ληφθούν υπόψη οι γνώσεις, οι ανάγκες και οι δυνατότητες των μαθητών, έτσι ώστε η προβληματική κατάσταση που θα τεθεί στους μαθητές να είναι δύσκολη αλλά όχι αρκετά περίπλοκη ώστε να τους αποθαρρύνει (Bruder & Prescott, 2013).

Ο εκπαιδευτικός επιλέγει το πλαίσιο μιας δραστηριότητας σύμφωνα με τις μαθηματικές ιδιότητες που περικλείει και τις δυνατότητες που του παρέχει με σκοπό να επιτευχθεί η βέλτιστη κατανόησή τους από τους μαθητές. Ωστόσο κάθε εκπαιδευτικός έχει τη δική του προσωπικότητα, τις δικές του πεποιθήσεις για το ρόλο του σχολείου, οι οποίες καθορίζουν τη στάση και τη συμπεριφορά του μέσα στην τάξη. Στόχος του είναι η δημιουργία κατάλληλου κλίματος στην τάξη που θα εισάγει ομαλά τους μαθητές του στη μαθηματική κουλτούρα. Σ’ αυτό το κλίμα, ο εκπαιδευτικός μπορεί να συνδυάσει τα ρεαλιστικά προβλήματα διερευνητικού χαρακτήρα με προβλήματα που αντιμετωπίζει καθημερινά ένας εργαζόμενος στον εργασιακό του χώρο. Με αυτό τον τρόπο, δίνει στους μαθητές του τα κατάλληλα εφόδια καθιστώντας τους ικανούς να σκεφτούν σαν εμπειρογνώμονες και να αντιμετωπίσουν τα προβλήματα που τους δίνονται, τα οποία σχετίζονται με χώρους εργασίας και είναι πολύ σημαντικά για την μαθηματική παιδεία (Bruder & Prescott, 2013).

Ο διδακτικός χειρισμός του εκπαιδευτικού καθώς και οι αδυναμίες που εμφανίζονται στον τρόπο εφαρμογής μιας δραστηριότητας καθορίζουν την

πορεία της σε μεγάλο βαθμό. Αρχικά, ο εκπαιδευτικός αναλαμβάνει καθήκοντα σχεδιαστή μιας δραστηριότητας, η οποία να είναι πλούσια σε ευκαιρίες για νοηματοδότηση, ενώ ταυτόχρονα βρίσκει τρόπο για να προκαλέσει το ενδιαφέρον των μαθητών κατά την εφαρμογή της. Στην πορεία, αναλαμβάνει οργανωτικό και συντονιστικό ρόλο, προσπαθώντας να αναδείξει όλες τις αρχές της διερευνητικής μάθησης και του εκάστοτε χώρου εργασίας, με σκοπό να επιτευχθεί η επιθυμητή μάθηση μέσα από τις δραστηριότητες που έχει σχεδιάσει και να διεξαχθεί ομαλά η εκπαιδευτική διαδικασία. Συνεπώς, μια λανθασμένη διαχείριση του εκπαιδευτικού δεν είναι απόρροια μόνο των διδακτικών πρακτικών του, αλλά μπορεί να προέρχεται και από την ελλειμματική γνώση μαθηματικών εννοιών, δηλαδή από τη μη επαρκή ή λανθασμένη κατανόηση ιδεών, από τη σύγχυση ενός μαθηματικού αντικειμένου με τις αναπαραστάσεις του (Moyer, 2001). Μπορεί επίσης να οφείλεται στο ότι δεν δίνεται σαφή απάντηση στα ερωτήματα που εμφανίζονται σχετικά με το αν οι εργαζόμενοι του εκάστοτε χώρου εργασίας χρησιμοποιούν στρατηγικές που έμαθαν στο σχολείο, στην ικανότητά τους να διακρίνουν ασυνέχεια μεταξύ των σχολικών μαθηματικών και της εργασιακής πρακτικής τους, αλλά και στον τρόπο που ερμηνεύουν τις σχετικές με τα μαθηματικά δράσεις τους με νοήματα που έμαθαν στο σχολείο ή μέσα στη δουλειά τους ή από το συνδυασμό τους (Monaghan, 2003). Οι Gueudet και Trouche (2011) αναφέρουν ότι η έλλειψη αυτοπεποίθησης του εκπαιδευτικού και η ελλιπή κατάρτισή του για τα ψηφιακά μέσα αποτελούν δύο λόγους που συνήθως δυσκολεύουν τους εκπαιδευτικούς να δημιουργήσουν μια νέα μονάδα διδασκαλίας (document), καθώς γι' αυτήν απαιτείται η ανάπτυξη ενός νέου πόρου (resource) από ένα σύνολο πηγών που έχουν ήδη συλλεχθεί, τροποποιηθεί και συνδυαστεί ξανά και ενός σχήματος (scheme) χρήσης αυτής της πηγής (Documentational genesis).

Η επιλογή συγκεκριμένων παραδειγμάτων σε διερευνητικές διδασκαλίες από τον εκπαιδευτικό μπορεί να διευκολύνει ή να εμποδίσει τη μάθηση των μαθητών (Zodik & Zaslavsky, 2008), καθώς και ο τρόπος με τον οποίο θα αναδειχθούν οι μαθηματικές έννοιες με τις οποίες ασχολούνται οι μαθητές. Αφού ο εκπαιδευτικός γνωρίσει το κοινωνικό και το γνωστικό υπόβαθρο των μαθητών του, διαλέγει κατάλληλα παραδείγματα μαθηματικών εννοιών που θα ενσωματώνει καθημερινά στη διδασκαλία του. Η επιλογή αυτή των παραδειγμάτων έχει ιδιαίτερη σημασία, αφού αυτό πού «βλέπει» ο μαθητής σε κάθε παράδειγμα αλλά και στο σύνολο των παραδειγμάτων, εξαρτάται από το εννοιολογικό πλαίσιο και τις δραστηριότητες που γίνονται μέσα στην τάξη και τα πλαισιώνουν, σύμφωνα με την Zaslavsky. Οπότε, οι ενέργειες του εκπαιδευτικού κατέχουν πρωταρχικό ρόλο για να αποβάλλουν οι μαθητές εσφαλμένες εντυπώσεις που πιθανότατα έχουν δημιουργήσει για ορισμένες έννοιες, για να εμπεδώσουν καλύτερα και να αναγνωρίσουν σημαντικές ιδιότητες μαθηματικών αντικειμένων, αλλά και για να τους δοθούν κίνητρα να χρησιμοποιούν ήδη γνωστά παραδείγματα κατά την αξιολόγηση ή κατασκευή μιας μαθηματικής απόδειξης. Γι' αυτό είναι απαραίτητο να αναπροσαρμόζει τα

γνωστά παραδείγματα ανάλογα με τις δυσκολίες που έχουν οι μαθητές για να μεταδίδεται σωστά το μαθηματικό τους μήνυμα. Η μετάδοση αυτή του ορθού μηνύματος, δημιουργεί τις προϋποθέσεις σύμφωνα με τις οποίες οι μαθητές κατασκευάζουν δικά τους παραδείγματα, ωθούνται να μάθουν ενεργά, να πάρουν πρωτοβουλίες για τον τρόπο δράσης τους και δεν παραμένουν παθητικοί ακροατές, καταλήγοντας έτσι γρήγορα στη γενίκευση διάφορων ισχυρισμών. Κατά τη γενίκευση αυτή, οι μαθητές δεν αντιλαμβάνονται πάντοτε τις μαθηματικές έννοιες που χρησιμοποιούν και όπως φαίνεται και στις έρευνες των Millroy (1992) και Smith (1999), το συμπέρασμα στο οποίο καταλήγουν ότι εάν δεν υπάρχουν υπολογισμοί, δεν υπάρχουν μαθηματικά είναι λανθασμένο. Αυτό συμβαίνει επειδή η αίσθηση του χώρου, η δημιουργία ενός μοντέλου, η κατανόηση των περιορισμών του, η ικανότητα αξιολόγησης, κριτικής και μοντελοποίησης με την χρήση μαθηματικών εννοιών, η αναγνώριση λάθους, η σύγκριση ενός παρόμοιου προβλήματος το οποίο έχει ήδη λυθεί αποτελούν εξίσου μαθηματικές δεξιότητες (Nicol, 2002). Μάλιστα το να επιτευχθεί η κατανόηση για το είδος των μαθηματικών που χρησιμοποιούνται στα διάφορα εργασιακά πλαίσια, θα βοηθήσει τους μαθητές να αναπτύξουν μαθηματικά μοντέλα. Στους περισσότερους χώρους εργασίας οι εργαζόμενοι βασιζόμενοι στην πρακτική και την εμπειρία τους, αυτοματοποιούν τις ενέργειες τους και συνήθως τις κάνουν υποσυνείδητα χωρίς να αντιλαμβάνονται αυτά τα μαθηματικά μοντέλα.

Θα παρατηρήσουμε λοιπόν με ποιο τρόπο ο εκπαιδευτικός προσπαθεί να συνδέσει διαφορετικές μαθηματικές έννοιες δημιουργώντας ταυτόχρονα ένα περιβάλλον μάθησης που να υποστηρίζει την εννοιολογική εμπέδωση. Η εμπέδωση αυτή, θα είναι ιδιαίτερα χρήσιμη σε επόμενες δραστηριότητες, καθώς ο εκπαιδευτικός θα καταφέρει να αναδείξει τα συμπεράσματά του. Έτσι, θα βοηθήσει τους μαθητές του να τα «εξελίξουν» μέσα από τη συσχέτιση που θα κάνουν της προκύπτουσας κάθε φοράς γνώσης με την προηγούμενη, είτε σταδιακά είτε με γνωστική σύγκρουση (Dreyfus, 2012).

3.2. Η δημιουργία μονάδων διδασκαλίας

Οι Verillon και Rabardel (1995) ανέπτυξαν μια σφαιρική προσέγγιση διαχωρίζοντας τα τεχνουργήματα (artefacts), ως προϊόντα των περασμένων ανθρώπινων ενεργειών του ατόμου, διαθέσιμα για οποιαδήποτε περαιτέρω δραστηριότητα, και τα εργαλεία (instruments), ως μεμονωμένες κατασκευές, μικτές οντότητες κατασκευασμένες από τεχνουργήματα και σχήματα χρήσης (schemes of utilization). Ένα τεχνούργημα είναι δηλαδή ένα πολιτιστικό και

κοινωνικό μέσο που παρέχεται από την ανθρώπινη δραστηριότητα και προσφέρεται για τη διαμεσολάβηση μιας άλλης ανθρώπινης δραστηριότητας, ενώ το υποκείμενο που ασχολείται με αυτήν αναπτύσσει μια ιδιοποίηση του τεχνουργήματος. Ο Rabardel ξεχωρίζει το τεχνούργημα από το εργαλείο, καθώς θεωρεί ότι το δεύτερο «χτίζεται» από το τεχνούργημα της δραστηριότητας ενός υποκειμένου. Ένα σχήμα χρήσης ορίστηκε από τον Gerard Vergnaud (1998) ως μια αμετάβλητη οργάνωση της πορείας μιας οριστικοποιημένης δραστηριότητας, που ενσωματώνει τις γνώσεις, δομημένες από λειτουργικές σταθερές (operational invariants), ως αποτέλεσμα και ταυτόχρονα οδηγό μιας δραστηριότητας. Αποτελεί με πιο απλά λόγια μια αναλλοίωτη μορφή της οργάνωσης της γνώσης που προκύπτει μέσα από δραστηριότητες με τις οποίες έχει εμπλακεί το άτομο και τις έχει κατακτήσει. Η δημιουργία ενός εργαλείου (instrumental genesis), δηλαδή μιας ατομικής δομής που συνδέει τα τεχνουργήματα και τα σχήματα χρήσης περιγράφεται ως μια διαδικασία από την ισότητα:

Εργαλείο = Τεχνούργημα + Σχήμα Χρήσης

Ο Verillon και ο Rabardel (1995) πρότειναν να ξεχωρίσουν μέσα σε αυτή τη δημιουργία δύο διαδικασίες: η πρώτη παρουσιάζεται όταν το τεχνούργημα επηρεάζει και διαμορφώνει τη δραστηριότητα του χρήστη (Instrumentation), ενώ η δεύτερη όταν ο χρήστης διαμορφώνει το τεχνούργημα (Instrumentalisation). Συνεπώς, η αλληλεπίδραση μεταξύ αυτών των δύο διαδικασιών αποτελεί την παραπάνω διαδικασία δημιουργίας. Αυτή η νέα προοπτική για τα εργαλεία έχει ενσωματωθεί στον τομέα της μαθηματικής εκπαίδευσης σύμφωνα με τους Guin και Trouche (1999), όπου η συγκεκριμένη προσέγγιση για τη δημιουργία ενός εργαλείου (instrumental approach), ήρθε σε αρμονία με άλλες θεωρητικές προσεγγίσεις στον τομέα (Artigue, 2002) και έδωσε νέα αξία για την κατανόηση των μαθησιακών διαδικασιών. Είναι χρήσιμο λοιπόν να επανεξετάζεται συνεχώς η ευθύνη του εκπαιδευτικού για την παρακολούθηση της διαδικασίας δημιουργίας των μαθητών ενός εργαλείου. Η έννοια της ενορχήστρωσης της διαδικασίας για τη δημιουργία ενός εργαλείου (instrumental orchestration), όπως σημειώνουν οι Guin και Trouche (2002) και οι Trouche και Drijvers (2010), καθορίζεται ως διδακτική διαχείριση των τεχνουργημάτων. Αυτό συμβαίνει επειδή διατίθενται σε ένα συγκεκριμένο περιβάλλον από τον εκπαιδευτικό, για την αντιμετώπιση μιας δεδομένης μαθηματικής δραστηριότητας και εμφανίζεται ως αναγκαιότητα για την ανάλυση της εργασίας του εκπαιδευτικού με την δραστηριότητα, τόσο εκτός τάξης στην προετοιμασία της διδασκαλίας, όσο και εντός τάξης κατά την εφαρμογή.

Μια νέα διαλεκτική μεταξύ πόρων (resources) και μονάδων διδασκαλίας (documents) αντικαθιστά το τεχνούργημα (Gueudet & Trouche 2009). Στη νέα αυτή προσέγγιση των μονάδων διδασκαλίας της συγκεκριμένης προοπτικής για τη δουλειά των εκπαιδευτικών (documentational approach)

αναπτύσσονται μονάδες διδασκαλίας από ένα σύνολο πόρων, με μια συγκεκριμένη σύσταση, για μια δεδομένη κατηγορία καταστάσεων (documentational genesis). Η έννοια του πόρου (resource) φαίνεται σημαντική για να περιγράψει «με τι ασχολείται ο εκπαιδευτικός» και να γίνει κατανοητό ποια είναι η δραστηριότητα των πηγών (sources) των εκπαιδευτικών, σύμφωνα με την Jill Adler (2000). Η δημιουργία αυτή δεν πρέπει να θεωρείται ότι είναι ένας μετασχηματισμός ενός συνόλου πόρων είτε ως εισαγωγή είτε ως αποτέλεσμα μιας διδασκαλίας, αλλά είναι μια συνεχής διαδικασία. Οι Rabardel και Bourmaud (2003) ισχυρίζονται ότι ο σχεδιασμός από τον εκπαιδευτικό συνεχίζεται κατά την χρήση των πόρων τόσο μέσα όσο και έξω από την τάξη. Θεωρούμε επομένως ότι μια μονάδα διδασκαλίας που αναπτύχθηκε από ένα σύνολο πόρων παρέχει νέους πόρους, οι οποίοι μπορούν να ενταχθούν σε ένα νέο σύνολο πόρων, το οποίο θα οδηγήσει σε μια νέα μονάδα διδασκαλίας. Ο σχεδιασμός δηλαδή μονάδων διδασκαλίας συνεχίζεται στον χρόνο μέσα από την χρήση τους, καθώς μια μονάδα διδασκαλίας μπορεί να αποτελέσει πηγή για την ανάπτυξη μιας νέας μονάδας. Συνεπώς, το σύστημα μονάδων διδασκαλίας που δομεί και επαναδομεί ένας εκπαιδευτικός μέσα στον χρόνο προσφέρεται ως πεδίο μελέτης του σχεδιασμού και της πρακτικής του. Λόγω αυτής της διαδικασίας, μιλάμε για τη διαλεκτική σχέση μεταξύ πόρων και μονάδων διδασκαλίας.

Κρίσιμο αποτελεί το ζήτημα της ιδιοποίησης του υλικού από τον εκπαιδευτικό. Αυτό περιλαμβάνει την ενεργή εμπλοκή του σε διαδικασίες προσαρμογής, τροποποιήσεων και μετασχηματισμών, ανάλογα με το διδακτικό του σχεδιασμό, τις επαγγελματικές του εμπειρίες, όπως για παράδειγμα τη συμμετοχή του σε κοινότητες και την εμπειρία της χρήσης του υλικού στην διδασκαλία του (Laborde, 2001). Η εργασία του εκπαιδευτικού για την προετοιμασία της διδασκαλίας περιγράφεται ως μια διαδικασία αλληλεπίδρασης με ένα σύνολο από διαθέσιμους πόρους, (π.χ. σχολικά βιβλία, αρχεία λογισμικού, σημειώσεις ή φύλλα εργασίας) που οδηγούν στη δημιουργία μονάδων διδασκαλίας και ευρύτερα στη δημιουργία συστημάτων μονάδων διδασκαλίας (documentation systems) (Gueudet & Trouche, 2009). Χρησιμοποιούμε τον όρο «πόροι» για να τονίσουμε την ποικιλία των τεχνουργημάτων που θεωρούμε, π.χ. ένα βιβλίο, ένα λογισμικό, ένα φύλλο μαθητή, μια συζήτηση με έναν συνάδελφο, δίνοντας έμφαση στο γεγονός ότι ένας πόρος δεν απομονώνεται ποτέ, επειδή ανήκει πάντα σε ένα σύνολο πόρων. Συνεπώς, η ανάπτυξη ενός νέου πόρου προέρχεται από ένα σύνολο πηγών που συλλέχθηκαν, τροποποιήθηκαν και συνδυάστηκαν ξανά και ενός σχήματος χρήσης (scheme of utilization) αυτής της πηγής και μπορούμε να την αναπαραστήσουμε με την εξής ισότητα:

Μονάδα Διδασκαλίας = Πόροι + Σχήμα Χρήσης

Ένα σχήμα χρήσης ενσωματώνει την πρακτική, δηλαδή το πώς ο εκπαιδευτικός θα χρησιμοποιήσει το επιλεγμένο υλικό στη διδασκαλία του και

τη γνώση του όσον αφορά τα μαθηματικά, τη διδασκαλία, τους μαθητές, την τεχνολογία. Τα σχήματα χρήσης αναφέρονται στις συνήθεις ενέργειες του εκπαιδευτικού, στο πώς εκείνος λοιπόν χρησιμοποιεί έναν πόρο στη διδασκαλία του και στις λειτουργικές σταθερές, την μη εμφανή εκφραζόμενη γνώση του εκπαιδευτικού, που έχει δομηθεί σε διαφορετικά πλαίσια χρήσης του πόρου και καθορίζει τις επιλογές του. Ένα τέτοιο σχέδιο χρήσης ενός συνόλου πόρων συμπεριλαμβάνει τόσο ένα παρατηρήσιμο μέρος (observal part) όσο και αόρατες πτυχές (invisible aspects). Οι αόρατες πτυχές είναι οι λειτουργικές σταθερές (operational invariants), η γνωστική δομή (cognitive structure) που καθοδηγεί τη δράση. Το παρατηρούμενο μέρος αντιστοιχεί στις κανονικότητες της δράσης του εκπαιδευτικού για την ίδια κατηγορία καταστάσεων μέσα από διαφορετικά γενικά πλαίσια, το οποίο ονομάζουμε συνήθειες (usages). Διακρίνουμε μεταξύ των χρήσεων (utilizations) πότε ένας εκπαιδευτικός επικαλείται έναν πόρο μια φορά, ή μερικές φορές, αλλά χωρίς να αναπτύξει μια σταθερή συμπεριφορά για μια δεδομένη κατηγορία καταστάσεων και τις συνήθειες που αντιστοιχούν σε μια σταθερή οργάνωση δραστηριότητας και αποτελούν μέρος ενός σχήματος. Έτσι μπορούμε να αναπαραστήσουμε με περισσότερη ακρίβεια την παραπάνω ισότητα ως εξής:

Μονάδα Διδασκαλίας = Πόροι + Συνήθειες + Λειτουργικές Σταθερές

Προκειμένου να αρχίσει η περιγραφή ενός σχήματος, η δράση του δασκάλου θα πρέπει να παρατηρείται μακροπρόθεσμα (Gueudet & Trouche, 2009). Οι κανονικότητες που εντοπίζονται σε διάφορα γεγονότα που αντιστοιχούν σε μια δεδομένη κατηγορία καταστάσεων επιτρέπουν την περιγραφή των συνηθειών, και κυρίως των κανόνων δράσης (rules of action), ενώ ο ερευνητής προσπαθεί να ξεχωρίσει τις λειτουργικές σταθερές από τις συνήθειες. Το κυριότερο χαρακτηριστικό της συγκεκριμένης διαδικασίας που ενίσχυσε την αξιοποίησή της στην μελέτη όχι μόνο του διδακτικού σχεδιασμού του εκπαιδευτικού, αλλά και της επαγγελματικής του εξέλιξης (Gueudet & Trouche, 2011) είναι ότι μια μονάδα διδασκαλίας κατέχει στοιχεία πρακτικής και γνώσης, αφού μπορεί να περιγραφεί ως σύνθεση ενός πόρου και των σχημάτων χρήσης του.

Εξετάζοντας ένα σύνολο πόρων ή μια μονάδα διδασκαλίας λαμβάνουμε υπόψη μας τρία αλληλένδετα στοιχεία:

- *Η συνιστώσα του υλικού* (π.χ. χαρτί, ηλεκτρονικός υπολογιστής, USB)
- *Η συνιστώσα του μαθηματικού περιεχομένου* (π.χ. σχετικές έννοιες, μαθηματικές δραστηριότητες και τεχνικές)
- *Η συνιστώσα του διδακτικού περιεχομένου* (π.χ. οργανωτικά στοιχεία, που κυμαίνονται από την χαρτογράφηση καθ' όλη τη διάρκεια του έτους έως τον προγραμματισμό μιας μόνο διδακτικής ώρας).

Η δημιουργία λοιπόν μιας μονάδας διδασκαλίας αναπτύσσεται σε ένα πεδίο αλληλεπιδράσεων:

- αλληλεπιδράσεις μεταξύ των εκπαιδευτικών και των πόρων (instrumentation vs instrumentalisation),
- αλληλεπιδράσεις μεταξύ του εκπαιδευτικού και των μαθητών,
- αλληλεπιδράσεις μεταξύ του εκπαιδευτικού και των συναδέλφων.

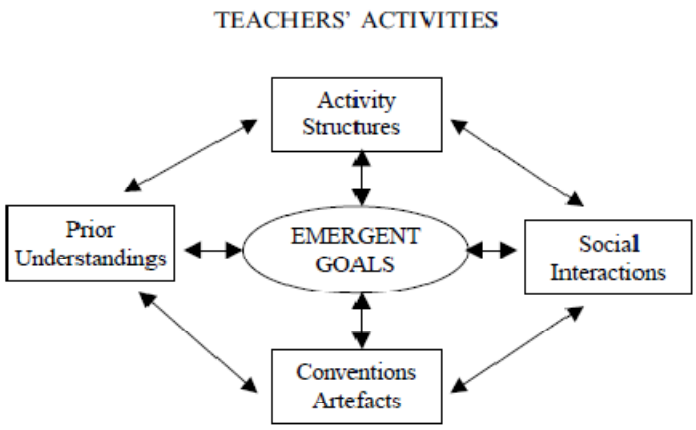
Αυτός ο τελευταίος τύπος αλληλεπιδράσεων πρέπει σίγουρα να εξεταστεί προσεκτικά, αφού η ψηφιοποίηση των πόρων δίνει νέες ευκαιρίες, για την επικοινωνία και την ανταλλαγή τους ανάμεσα στους συναδέλφους, όπως παραδείγματος χάρη οι λίστες ηλεκτρονικού ταχυδρομείου, τα ιστολόγια, οι ιστότοποι. Το πλαίσιο της κοινότητας πρακτικής (community of practice) αναφέρει ο Etienne Wenger (1998) ότι φαίνεται συνεπώς ιδιαίτερα χρήσιμο για να περιγράψει τις νέες μορφές ασχολίας των εκπαιδευτικών σε κοινές εργασίες, με αποτέλεσμα τους κοινούς πόρους. Συνεπώς, η συγκεκριμένη προσέγγιση για τη δημιουργία μιας μονάδας διδασκαλίας ευνοεί ιδιαίτερα την εξέλιξη της σκέψης των εκπαιδευτικών μέσα από την εργασία τους στις μονάδες διδασκαλίας (documentation work), τόσο ατομικά όσο και συλλογικά (Gueudet & Trouche 2010).

Με τη βοήθεια της διαδικασίας αυτής, θα μελετήσουμε τόσο το πώς οι πηγές επηρεάζουν τη δραστηριότητα του εκπαιδευτικού, όσο και το πώς ο εκπαιδευτικός διαμορφώνει τις πηγές του με σκοπό να αναδείξει μαθηματικές έννοιες μέσα από το ρεαλιστικό πλαίσιο των χώρων εργασίας. Επιπλέον, θα εξετάσουμε τον τρόπο που οι εκπαιδευτικοί δημιουργούν εργαλεία, πώς τα χρησιμοποιούν στις διδασκαλίες τους αλλά και εάν τελικά βοηθάνε τους μαθητές να αποκτήσουν βαθύτερη γνώση των εννοιών.

3.3. Το μοντέλο παραμέτρων του Saxe

Ο εκπαιδευτικός όταν σχεδιάζει μια διδασκαλία βασίζεται σε στόχους, που συχνά μπορεί να είναι και υποσυνείδητοι, οι οποίοι αναδύονται μέσα από αυτήν (emergent goals). Ο όρος «στόχοι» στο μοντέλο των τεσσάρων παραμέτρων του Saxe για την πρακτική των εκπαιδευτικών μπορεί να προκαλέσει σύγχυση επειδή η χρήση του όρου από τον ίδιο είναι κάπως διαφορετική από την καθημερινή του χρήση, με την οποία συνήθως εννοούμε τα συνειδητά επιθυμητά αποτελέσματα. Σε μια διδασκαλία όμως, ο όρος «στόχοι» μπορεί να εξομοιωθεί με τους διδακτικούς στόχους ή σκοπούς (Monaghan, 2004). Οπότε είναι καλύτερο να σκεφτόμαστε τους

«αναδυόμενους στόχους» του Saxe ως μικρούς και συχνά ασυνείδητους στόχους του εκπαιδευτικού που δημιουργούνται και εξαφανίζονται, παραδείγματος χάρη «πρέπει να κάνουμε αυτό». Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία, οι αναδυόμενοι στόχοι χωρίζονται σε τέσσερις κατηγορίες (Saxe's Four Parameter Model) οι οποίες συσχετίζονται μεταξύ τους και παρουσιάζονται στο παρακάτω σχήμα.



Η πρώτη παράμετρος **"δομές δραστηριότητας" (activity structures)** αποτελείται από τις γενικές δραστηριότητες που πρέπει να επιτευχθούν κατά την πρακτική και δραστηριότητες που συνδέονται με τα κίνητρα, διευκρινίζοντας ότι η δραστηριότητα ενός μαθηματικού μαθήματος είναι μια μη τετριμμένη διαδικασία. Σημειώνεται ότι ο εκπαιδευτικός έχει την εμπειρία να αναγνωρίσει πότε μια μαθηματική δραστηριότητα μπορεί να προκαλέσει πρόβλημα στην μάθηση των μαθητών μέσα από την πρακτική τους στο σχολείο. Μια δεύτερη πτυχή της δομής δραστηριότητας είναι ο «κύκλος δραστηριότητας» ενός μαθήματος, δηλαδή οι διαδικασίες που ακολουθούνται κάθε φορά, με συγκεκριμένη σειρά από τον εκπαιδευτικό, μέχρι να επιτευχθεί η επιθυμητή μάθηση. Η Magajna (2001) σχολιάζοντας διδασκαλίες μαθηματικών, σημειώνει ότι «Η δομή μιας δραστηριότητας που παρατηρείται, αποτελείται από πολλούς εμφωλιασμένους κύκλους, ενώ ο σημαντικότερος είναι ο κύκλος των πρακτικών ασκήσεων και των ασκήσεων που μοιάζουν με θεωρητικές εξηγήσεις.»

Η επόμενη παράμετρος, οι **"κοινωνικές αλληλεπιδράσεις" (social interactions)** ασχολείται με τις σχέσεις μεταξύ των συμμετεχόντων στα μαθήματα, δηλαδή του εκπαιδευτικού και των μαθητών και με τον τρόπο που οι σχέσεις αυτές μπορούν να επηρεάσουν τους στόχους των συμμετεχόντων. Όπως σημειώνεται από ορισμένες έρευνες υποδεικνύεται ότι ο εκπαιδευτικός εισέρχεται σε νέες κοινωνικές σχέσεις με τους μαθητές, καθώς τους καθοδηγεί κατά τη διάρκεια μαθημάτων που εμπεριέχουν τεχνολογία, με σκοπό να ανακαλύψουν μόνοι τους τη γνώση. Αν συμβαίνει αυτό, τότε αυτές οι νέες

κοινωνικές σχέσεις επηρεάζουν τους αναδυόμενους στόχους του εκπαιδευτικού και παρατηρούνται στις διαλογικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητών.

Οι παράμετροι των **"συμβάσεων και των τεχνουργημάτων" (conventions and artifacts)** αναφέρονται στα πολιτιστικά αντικείμενα και εντάσσονται στους στόχους που αναδύονται από πολιτιστικές πρακτικές ανάλογα με τις ανάγκες που προκύπτουν με την πάροδο των χρόνων (Saxe, 1991). Λέγοντας τεχνούργημα, εννοούμε οποιοδήποτε πολιτιστικό ή κοινωνικό μέσο παρέχεται από ανθρώπινη δραστηριότητα και εμφανίζεται ως αποτέλεσμα μιας προπαρασκευαστικής ή διερευνητικής διαδικασίας. Στην περίπτωση του εκπαιδευτικού που χρησιμοποιεί διερευνητικές δραστηριότητες στα μαθήματά του, ένα προφανές τεχνούργημα-εργαλείο που εξετάζεται είναι το φύλλο εργασίας ή το υλικό που χρησιμοποιεί. Αυτό συμβαίνει καθώς τα εργαλεία που χρησιμοποιεί κάποιος μεταμορφώνουν τον τρόπο δουλειάς και σκέψης τόσο του ίδιου του εκπαιδευτικού όσο και των μαθητών του.

Η παράμετρος της **"προηγούμενης γνώσης"** (**prior understandings**) εστιάζει στη γνώση του μαθηματικού περιεχομένου του εκπαιδευτικού, αλλά αυτό είναι μόνο ένα μικρό μέρος της εστίασης. Οι προηγούμενες κατανοήσεις αφορούν επίσης τις παιδαγωγικές γνώσεις του εκπαιδευτικού και τους θεσμικούς κανόνες. Επειδή τα διαφορετικά επίπεδα εμπειρίας τόσο του εκπαιδευτικού όσο και των μαθητών σημαίνουν ότι οι συμμετέχοντες στην πράξη έχουν πολλές φορές διαφορετικές αριθμητικές- μαθηματικές αντιλήψεις στα ίδια προβλήματα που σχετίζονται με την πρακτική, κατά συνέπεια οι στόχοι τους θα διαφέρουν.

Οι παραπάνω παράμετροι εμφανίζουν συχνά αλληλεπιδράσεις μεταξύ τους, οι οποίες γίνονται εμφανείς σε ενέργειες του εκπαιδευτικού κατά τον σχεδιασμό ή την επίλυση δραστηριοτήτων (Monaghan, 2004). Πιο συγκεκριμένα, οι δομές δραστηριότητας είναι συνυφασμένες με τις κοινωνικές αλληλεπιδράσεις τόσο στις προσπάθειες διατήρησης μιας καθιερωμένης πρακτικής από τον εκπαιδευτικό κατά τη διάρκεια διαφορετικών διδασκαλιών όσο και σε περιπτώσεις όπου οι καθιερωμένες πρακτικές τους αλλάζουν. Οι δραστηριότητες που συνηθίζει ο εκπαιδευτικός να δίνει στους μαθητές του, είναι κατά κύριο λόγο δραστηριότητες του σχολικού βιβλίου που τις ελέγχει. Οι δομές δραστηριότητας επίσης συσχετίζονται με την παράμετρο των συμβάσεων και των τεχνουργημάτων, καθώς τα σχολικά εγχειρίδια και τα φύλλα εργασίας που δίνονται στους μαθητές είναι τεχνουργήματα. Ένας άλλος δεσμός μεταξύ των δομών της δραστηριότητας και της παραμέτρου των συμβάσεων και των τεχνουργημάτων είναι ο τρόπος γραφής των μαθηματικών. Χωρίς την χρήση της τεχνολογίας, ο εκπαιδευτικός εντός των ορίων της αποδεκτής μαθηματικής πρακτικής, δεν είναι υποχρεωμένος να ακολουθήσει συγκεκριμένες συμβάσεις για τον τρόπο γραφής των μαθηματικών, σε αντίθεση με μια διερευνητική διδασκαλία. Τέλος, οι δομές δραστηριότητας συσχετίζονται με την προηγούμενη γνώση ενός

εκπαιδευτικού. Για παράδειγμα, πραγματοποιούνται μαθηματικές διαδικασίες που ο εκπαιδευτικός δεν αναγνωρίζει ως μαθηματικά, όπως ο υπολογισμός του επικέντρου ενός σεισμικού γεγονότος. Αυτό συμβαίνει συνήθως επειδή τέτοιες μαθηματικές διαδικασίες δεν ανήκουν στην προηγούμενη κατανόηση του εκπαιδευτικού για τα σχολικά μαθηματικά στο ακαδημαϊκό πλαίσιο που έχει συνηθίσει.

Έχοντας υπόψη όλα τα παραπάνω, θεωρούμε χρήσιμο να εξετάσουμε το μοντέλο των τεσσάρων παραμέτρων του Saxe μέσα από την πρακτική των εκπαιδευτικών, πώς συνδέεται με τους στόχους τους και πώς χρησιμοποιείται για να δείξει τις διαφορετικές διαστάσεις των δραστηριοτήτων τους. Θα προσπαθήσουμε να εντοπίσουμε τις παράμετροι των δομών δραστηριότητας, των τεχνουργημάτων και της προηγούμενης κατανόησης στα παρακάτω προβλήματα διερευνητικής διδασκαλίας που σχετίζονται με χώρους εργασίας. Θα ερευνήσουμε επίσης τον τρόπο χρήσης ενός εργαλείου, με την ευρύτερη έννοια του εργαλείου ως μέσο διαμεσολάβησης, η οποία είναι συνδεδεμένη με τον εκπαιδευτικό των μαθηματικών.

3.4. Η διερευνητική μάθηση και η μοντελοποίηση

Στη διδασκαλία των επιστημών εμφανίζονται δύο μεθοδολογικές προσεγγίσεις: η Συμπερασματική μέθοδος και η Επαγωγική (European Commission, 2007). Στην πρώτη, ο εκπαιδευτικός αναφέρει τα προβλήματα και τη μεθοδολογία τους και στη συνέχεια παρουσιάζει ο ίδιος τα αποτελέσματά τους και δίνει παραδείγματα για την καλύτερη κατανόηση, ενώ ο μαθητής πρέπει να είναι ικανός να αντιληφθεί τις αφηρημένες αυτές έννοιες. Στη δεύτερη μέθοδο κυρίαρχη θέση κατέχει η παρατήρηση, το πείραμα και η καθοδήγηση του εκπαιδευτικού με σκοπό ο μαθητής να δημιουργήσει τη γνώση από μόνος του. Η μέθοδος αυτή εξελίχθηκε με τα χρόνια και σήμερα αναφέρεται με τον όρο Διερευνητική μάθηση (inquiry-based-learning→IBL). Είναι δηλαδή η διαδικασία κατά την οποία ένας μαθητευόμενος επιστήμονας αποκτάει γνώση της επιστήμης και των διαδικασιών που την διέπουν μέσω άμεσης επαφής και αναφέρεται σε τρεις βασικές κατηγορίες:

- στο τι κάνουν οι επιστήμονες,
- στο πώς μαθαίνουν οι μαθητές και
- στις παιδαγωγικές προσεγγίσεις που χρησιμοποιούν οι εκπαιδευτικοί.

Πιο συγκεκριμένα στα σχολικά μαθηματικά, η επαγωγική προσέγγιση σχετίζεται με διδακτικές μεθόδους που προτρέπουν τους μαθητές να διερευνούν καταστάσεις, να αναπτύσσουν δικούς τους τρόπους επίλυσης προβλημάτων, να εικάζουν και να διατυπώνουν τα δικά τους ερωτήματα. Οι μαθητές λοιπόν, θέτουν ερωτήματα, εξερευνούν, εμπλέκονται, επεκτείνουν, συνεργάζονται (Artigue & Blomhoej, 2013) και μέσα από τη διερεύνησή τους γίνονται ικανοί να τεκμηριώσουν τις απαντήσεις τους βασιζόμενοι στις ενδείξεις που έχουν προκύψει από την έρευνά τους. Στόχος λοιπόν της διερευνητικής μάθησης είναι ο μαθητής να εμπλακεί ενεργά στη γνωστική διαδικασία και να μάθει πώς να μαθαίνει μόνος του. Η Roxana Moreno (2006) αναφέρει ότι ο μαθητής αποκτάει βαθιά γνώση μιας έννοιας όταν ο εκπαιδευτικός χρησιμοποιεί αυστηρά καθοδηγούμενη μάθηση, ενώ ο Paul Kirschner (2005) επισημαίνει ότι έχουμε καλύτερα αποτελέσματα στη διερευνητική μάθηση όταν οι μαθητές έχουν προγενέστερη γνώση του θέματος με το οποίο θα ασχοληθούν (European Commission, 2007). Συνεπώς, ο τρόπος που ο εκπαιδευτικός θα εντάξει τους μαθητές του στη γνωστική διαδικασία επηρεάζει το κατά πόσο θα αποκτήσουν βαθύτερη γνώση μιας έννοιας.

Οι Kremer και Schluter (2006) παρουσιάζουν τη διερευνητική διδασκαλία ως ένα μέσο για την εισαγωγή των μαθητών στην επιστήμη και τη διακρίνουν σε τρεις κατηγορίες στρατηγικής (Bruder & Prescott, 2013). Η πρώτη κατηγορία είναι η δομημένη διερεύνηση (Structural Inquiry) κατά την οποία ο εκπαιδευτικός έχει σχεδιάσει με κατάλληλο τρόπο μια δραστηριότητα και τους δίνει τα αναγκαία εργαλεία και τις επιθυμητές μεθόδους για την επίλυσή της. Η δεύτερη κατηγορία, η κατευθυνόμενη διερεύνηση (Guided Inquiry), όπου ο εκπαιδευτικός σχεδιάζει κατάλληλα μια δραστηριότητα και παρέχει τα αναγκαία εργαλεία αφήνοντας την ευθύνη για την επίλυσή της στο μαθητή. Τελευταία είναι η ανοικτή διερεύνηση (Open Inquiry) στην οποία ο εκπαιδευτικός έχει ρόλο παρατηρητή, καθώς ο μαθητής σχεδιάζει το φύλλο εργασίας της δραστηριότητας, θέτει δικά του ερωτήματα, κάνει εικασίες και παίρνει αποφάσεις για τα υλικά και τις μεθόδους επίλυσης που θα χρησιμοποιήσει.

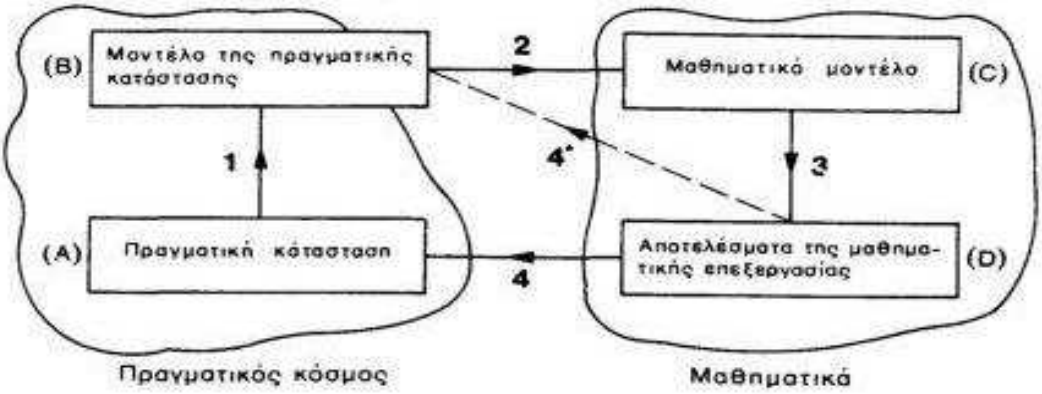
Μεγάλο ρόλο λοιπόν, σε αυτές τις στρατηγικές, παίζει ο τρόπος που ο εκπαιδευτικός σχεδιάζει και παρουσιάζει το πρόβλημα στους μαθητές αλλά και τα εργαλεία που έχει επιλέξει και τους τα παρέχει για να εργασθούν. Οι διερευνητικές δραστηριότητες που δίνονται στους μαθητές σχεδιάζονται και υλοποιούνται έχοντας ως βάση την προϋπάρχουσα γνώση και με σκοπό να προάγουν τη δημιουργία νέας, γεγονός που τις καθιστά αποτελεσματικές. Η διερευνητική μάθηση έχει παρουσιάσει θετικά αποτελέσματα σε μαθητές που δεν ανταποκρίνονταν στις παραδοσιακές μεθόδους διδασκαλίας και κυρίως σε εκείνους που είχαν χαμηλά επίπεδα αυτοεκτίμησης ή προέρχονταν από μη προνομιούχα περιβάλλοντα τόσο στην πρωτοβάθμια όσο και στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση (European Commission, 2007). Παρ' όλες αυτές τις θετικές επιπτώσεις της, πολλοί εκπαιδευτικοί δεν επιλέγουν να την

εντάξουν στη διδασκαλία τους. Αυτό συμβαίνει είτε γιατί σαν μέθοδος είναι χρονοβόρα και συνεπώς έρχεται σε σύγκρουση με τις πολλές απαιτήσεις του εκάστοτε σχολικού Προγράμματος Σπουδών, είτε γιατί ο ρόλος του εκπαιδευτικού σ' αυτήν είναι κυρίως καθοδηγητικός και έτσι χάνει τον κυρίαρχο ρόλο που κατέχει σε μια δασκαλοκεντρική μάθηση. Γι' αυτό το λόγο θεωρείται σημαντικό το εγχείρημα της διδασκαλίας των μαθηματικών διαμέσου της διαδικασίας της μοντελοποίησης, το οποίο ανατρέπει τη συμβατική διδασκαλία λόγω των πολλών παραγόντων που επεμβαίνουν, οι περισσότεροι άγνωστοι σε ένα "παραδοσιακό" μάθημα. Δημιουργείται έτσι η ανάγκη για τη διαμόρφωση μιας διδακτικής προσέγγισης που θα βοηθήσει στην επίλυση τέτοιων προβλημάτων (Κλαουδάτος Νικόλαος, 1992) και γι' αυτό επιλέξαμε να μελετήσουμε τέτοιες προσεγγίσεις στην παρούσα εργασία.

Πιο συγκεκριμένα, η μοντελοποίηση είναι η διαδικασία κατά την οποία δημιουργούνται αφηρημένα, εννοιολογικά, γραφικά ή και μαθηματικά μοντέλα. Κατά τη διαδικασία της μοντελοποίησης, το ζητούμενο της μάθησης δεν εμφανίζεται μόνο στην απόκτηση ενός μοντέλου αλλά και στην ανάπτυξη κατάλληλων γνωστικών εργαλείων που επιτρέπουν τις πρακτικές της μοντελοποίησης. Ένα μοντέλο, δεν αποτελεί ακριβές αντίγραφο, αλλά αναπαριστά κάποιες πτυχές της δομής, των ιδιοτήτων ή της συμπεριφοράς αυτού που αναπαριστά. Τα διδακτικά μοντέλα προκύπτουν μέσω διαδικασιών διδακτικού μετασχηματισμού των επιστημονικών μοντέλων και θεωριών. Η προσέγγιση που ωθεί τους μαθητές να εκφράζονται και να σκέφτονται με όρους μοντέλων και όχι με μαθηματικά σύμβολα ή γλωσσικές εκφράσεις ενισχύει την κατανόησή τους και όχι την στείρα απομνημόνευση (Βοσνιάδου, 1998). Οπότε, η μαθηματική μοντελοποίηση έχει ιδιαίτερη σημασία στη διδασκαλία, καθώς είναι η μέθοδος που εξομοιώνουμε τις καταστάσεις της καθημερινής ζωής με μαθηματικές έννοιες και σύμβολα για να προβλέψουμε τη μελλοντική τους συμπεριφορά ή για να διερευνήσουμε για τις λύσεις ενός προβλήματος και απαιτεί συνήθως μεγάλες ποσότητες από πληροφορίες συμπιεσμένων αριθμητικών δεδομένων.

Ο "κύκλος" της μοντελοποίησης είναι ένα κυκλικό διάγραμμα κατά το οποίο αναπτύσσεται ένα μοντέλο της πραγματικής κατάστασης που θέλουμε να μοντελοποιήσουμε, το οποίο στη συνέχεια μετατρέπεται σε μαθηματικό μοντέλο, επεξεργάζεται μαθηματικά και στο τέλος ερμηνεύονται τα αποτελέσματα από την εφαρμογή του.

Ο «κύκλος» της μοντελοποίησης



όπου:

1. Η διαδικασία της ανάπτυξης του μοντέλου της πραγματικής κατάστασης
2. Μαθηματικοποίηση
3. Μαθηματική επεξεργασία
4. Ερμηνεία των αποτελεσμάτων, εφαρμογή

Κρίθηκε λοιπόν αναγκαίο να μελετήσουμε στη συγκεκριμένη εργασία τον τρόπο που μοντελοποιούνται και σχεδιάζονται δραστηριότητες που προσεγγίζουν έννοιες του σχολικού Προγράμματος Σπουδών (Π.Σ.) των μαθηματικών με τέτοιου είδους διερευνητικές πρακτικές, ασυνήθιστες σε σχολικές τάξεις. Θα μελετήσουμε επίσης το εάν τέτοιες προσεγγίσεις βοηθούν τους μαθητές στην κατανόηση εννοιών και σε ποιο βαθμό αυτό επιτυγχάνεται.

3.5. Ρεαλιστικά μαθηματικά και χώρος εργασίας

Σημαντικό ρόλο στη διαμόρφωση θετικής στάσης για τα μαθηματικά κατέχει η βιωματική μάθηση με την αξιοποίηση μαθηματικών και μη μαθηματικών εμπειριών, καθώς και η συνεργατική μάθηση. Μ' αυτά τα είδη μάθησης επιτυγχάνεται η ενεργή συμμετοχή των μαθητών και τους δίνεται η δυνατότητα να αναπτύξουν δεξιότητες και να ανταλλάξουν απόψεις μεταξύ τους. Αυτή η ενασχόληση των μαθητών με πραγματικές καταστάσεις, ακόμα και μέσα από καταστάσεις προσομοίωσης, όπως στην περίπτωσή μας, προσελκύει το ενδιαφέρον των μαθητών και τους δίνει μια ικανοποιητική απάντηση στο συχνό ερώτημά τους: «Γιατί μαθαίνουμε τα μαθηματικά;» Τέτοιου είδους δραστηριότητες βέβαια που συσχετίζουν μαθηματικές έννοιες με τις εφαρμογές τους στην καθημερινή ζωή, που συνδέουν δηλαδή το συγκεκριμένο με το αφηρημένο στάδιο σκέψης, συντελούν στη βαθύτερη

κατανόηση μιας έννοιας αλλά επηρεάζουν και το μαθητή ως προς τις αντιλήψεις, τις προσδοκίες και τα συναισθήματά του.

Τα ρεαλιστικά μαθηματικά είναι μια θεωρία διδασκαλίας και μάθησης, που δεν είναι καινούρια, η οποία θεμελιώθηκε στο Ινστιτούτο Freudental της Ολλανδίας. Σύμφωνα με την θεωρητική του Freudental τα μαθηματικά είναι μια ανθρώπινη δραστηριότητα, οπότε θα πρέπει να συνδέονται με την πραγματικότητα, να έχουν σχέση με την κοινωνία και να είναι κατανοητά στους μαθητές. Η ρεαλιστική μαθηματική εκπαίδευση εφαρμόζεται όλο και περισσότερο με την πάροδο των χρόνων και δεν χρησιμοποιεί την πραγματικότητα μόνο για εφαρμογές, αλλά η πραγματικότητα αποτελεί πηγή σχηματισμού εννοιών (Freudental, 1983), δηλαδή χρησιμοποιείται η πραγματικότητα ως βάση για τη διαδικασία της μάθησης . Με τον όρο «ρεαλιστική» εκπαίδευση δεν αναφερόμαστε μόνο σε δραστηριότητες που αφορούν πραγματικές καταστάσεις αλλά και σε οποιεσδήποτε δραστηριότητες σχετίζονται με πραγματικές καταστάσεις που μπορούν να προσομοιωθούν με τεχνολογικά μέσα ή σε δραστηριότητες από την καθημερινή ζωή, που μπορούν να γίνουν πραγματικές στο μυαλό των μαθητών. Σ' αυτές τις δραστηριότητες, οι μαθητές μετατρέπονται από παθητικοί αποδέκτες σε ενεργητικοί κατασκευαστές της γνώσης. Έτσι, ανακαλύπτουν τα μαθηματικά μέσα από ένα ενθαρρυντικό περιβάλλον μάθησης, όπως αναφέρει ο Freudental, ενώ ο εκπαιδευτικός εμφανίζεται ως ενθαρρυντικός συντονιστής και συνδιαμορφωτής της γνώσης. Σύμφωνα με τον Freudental τα μαθηματικά είναι μια δραστηριότητα επίλυσης προβλημάτων, μια δραστηριότητα οργάνωσης ενός πραγματικού ή ενός μαθηματικού προβλήματος, η οποία ονομάζεται μαθηματικοποίηση. Η διαδικασία αυτή είναι άμεσα συνδεδεμένη με την κατανόηση των μαθηματικών και σκοπεύει είτε να επιτευχθεί η εννοιολογική κατανόηση μιας έννοιας είτε να ενισχυθεί γνωστικά μια έννοια μέσω της επίλυσης αυτής.

Ο Adri Treffers (1978) διέκρινε την μαθηματικοποίηση σε δύο κατηγορίες στενά συνδεδεμένες μεταξύ τους, την οριζόντια και την κάθετη (Van Den Heuvel-Panhuizen, 2003).Στην οριζόντια μαθηματικοποίηση πραγματοποιείται μετάβαση από τον πραγματικό κόσμο στον κόσμο των μαθηματικών συμβόλων και εννοιών, καθώς οι μαθητές αναζητούν κατάλληλα μαθηματικά εργαλεία για να τα χρησιμοποιήσουν με σκοπό να επιλύσουν κάποιο καθημερινό πρόβλημα, μετατρέποντας τα πραγματικά δεδομένα σε μαθηματικές σχέσεις και συμβολισμούς. Στην κάθετη μαθηματικοποίηση το μαθηματικό πρόβλημα που έχει δημιουργηθεί, αναδιοργανώνεται και επεξεργάζεται με ενδεδειγμένα μαθηματικά εργαλεία για να δημιουργήσει νέες σχέσεις μεταξύ των εννοιών και να ανακαλύψει νέα δεδομένα, πραγματοποιείται λοιπόν εντός του κόσμου των συμβόλων. Έτσι, δημιουργείται μια νέα μαθηματική πραγματικότητα, η οποία αναπτύσσεται μαζί με συναφή τεχνικές και εργαλεία σημειωτικής.

Παρόλο που τα ρεαλιστικά μαθηματικά με όλα τα παραπάνω χαρακτηριστικά εμφανίζονται εδώ και πολλά χρόνια, πρόσφατα έχουν αρχίσει

έρευνες για το πώς αυτά συνδυάζονται με χώρους εργασίας και πώς αξιοποιούνται από τους εκπαιδευτικούς. Πιο συγκεκριμένα, ο χώρος εργασίας προσφέρει πλαίσια που είναι δυνατό να αξιοποιηθούν για την εισαγωγή νέων αυθεντικών πρακτικών στην τάξη (Wake, 2014). Γι' αυτό το ενδιαφέρον της μαθηματικής εκπαίδευσης έχει στραφεί στη συσχέτιση των άτυπων μαθηματικών που υπάρχουν «κρυμμένα» στους εργασιακούς χώρους με τα τυπικά μαθηματικά του σχολείου. Στην άτυπη εκπαίδευση η μάθηση πηγάζει από την προσωπική αναζήτηση του μαθητή, αναπτύσσεται μέσα από τις προσωπικές του εμπειρίες και στην περίπτωσή μας συνδυάζεται με καταστάσεις της πραγματικής ζωής, οπότε οι έννοιες γίνονται πιο κατανοητές από τους εμπλεκόμενους. Συνεπώς, η άτυπη μάθηση μπορεί να αποτελέσει ψυχολογικό κίνητρο για την εμπλοκή των μαθητών κάθε ηλικίας στη διαδικασία της μάθησης και να τους βοηθήσει να ανταπεξέλθουν και στην τυπική εκπαίδευση. Για τη γεφύρωση αυτή του χάσματος μεταξύ των άτυπων και των τυπικών μαθηματικών σημαντικό ρόλο έχουν τα μοντέλα. Για να γίνει αυτό, τα μοντέλα μετατρέπονται από μοντέλα μίας συγκεκριμένης κατάστασης σε μοντέλα για όλες τις ισοδύναμες καταστάσεις (Van den Heuvel-Panhuizen, 2003). Ο όρος μοντέλο σχετίζεται τόσο με την κατάσταση όσο και με τα μαθηματικά που αναπτύσσουν οι μαθητές μέσα σ' αυτήν, κατά την επίλυση ενός προβλήματος.

Ο εκπαιδευτικός λοιπόν ωθεί τους μαθητές του, καθώς υποδύονται τον εκάστοτε επαγγελματία, να συνδυάζουν τις γνώσεις τους, είτε είναι μαθηματικές είτε βιωματικές, με σκοπό να ανταπεξέρχονται στις διερευνητικές δραστηριότητες. Έτσι, αρχικά προσπαθούν να μοντελοποιήσουν τα προβλήματα που εμφανίζονται σε αυτές, χρησιμοποιώντας την οριζόντια μαθηματικοποίηση και έπειτα την κάθετη μαθηματικοποίηση για να τα επεξεργαστούν, να διερευνήσουν τις παραμέτρους τους και να τα επιλύσουν. Γι' αυτό το λόγο οι μαθηματικές πρακτικές που συνδέουν τα μαθηματικά στον χώρο εργασίας με τα τυπικά μαθηματικά του σχολείου είναι σημαντικό να αναδειχθούν από τους εκπαιδευτικούς (Triantafillou & Potari, 2010). Σημαντικά αναδεικνύονται επιπλέον, τα εργαλεία που εμφανίζονται ενσωματωμένα στην εργασιακή δραστηριότητα και διατηρούν μια ιδιοσυγκρασιακή φύση χωρίς να την καθορίζουν πλήρως (Triantafillou & Potari, 2010). Συνεπώς, φαίνεται ο σπουδαίος ρόλος που διαδραματίζει το πλαίσιο του εκάστοτε χώρου εργασίας κατά το σχηματισμό και τη λειτουργία των μαθηματικών μέσα σε αυτό, δικαιολογώντας έτσι την διαφορετικότητά τους από το σχολείο. Τα μαθηματικά στο σχολείο διδάσκονται συνήθως απομονωμένα χωρίς κάποιο πλαίσιο να τα ''αγκαλιάζει'', δηλαδή αποτελούν αντικείμενο μελέτης αυτά καθαυτά, ενώ στον χώρο εργασίας χρησιμοποιούνται ως εργαλείο διαμεσολαβημένης δράσης (Wake, 2014). Αυτή η απόσταση δημιουργεί δυσκολίες στους εργαζόμενους, καθώς τις περισσότερες φορές που χρησιμοποιούν μαθηματικές έννοιες κατά την εργασία τους, δε μπορούν ούτε να τις κατανοήσουν αλλά ούτε και να τις αναγνωρίσουν (Nicol, 2002), παρά το γεγονός ότι τα εργασιακά μαθηματικά

είναι συνήθως βασικού επιπέδου. Οι δυσκολίες για την αναγνώριση τους ποικίλουν από τις εκπαιδευμένες ή μη ικανότητες των εκπαιδευτικών, αφού είναι συνήθως τόσο ενσωματωμένα στην εργασιακή κουλτούρα που δεν διακρίνονται ως μαθηματικά. Η Eva Sorensen (2000) αναφέρει ότι τα μαθηματικά είναι παντού στις ζωές μας, αλλά δεν είναι ορατά πουθενά (Nicol, 2002). Ένας βασικός λόγος που οδηγεί στην αόρατη αυτή φύση των μαθηματικών είναι το γεγονός ότι αρκετά συχνά τα μαθηματικά υπάρχουν ενσωματωμένα στα διάφορα τεχνολογικά μέσα και εργαλεία που χρησιμοποιούνται στους χώρους εργασίας.

Απόρροια αυτού είναι η γέννηση ερωτημάτων στον εκπαιδευτικό σχετικά με τον βαθμό στον οποίο οι δραστηριότητες ενός εργασιακού χώρου συνδυάζουν μαθηματικά στοιχεία, τον τρόπο με τον οποίο αυτά σχετίζονται με τη γνώση του εργαζομένου και τον τρόπο που τα εργαλεία και οι τεχνολογίες διαμορφώνουν τη σχέση μεταξύ αυτών και των επαγγελματικών γνώσεων. Με αυτά τα ερωτήματα θα ασχοληθούμε μέσα από την παρατήρηση δύο εκπαιδευτικών που προσεγγίζουν διερευνητικές δραστηριότητες που αφορούν χώρους εργασίας κατά τη συμμετοχή τους σε ένα πρόγραμμα επαγγελματικής εξέλιξης.

3.6. Η επαγγελματική μάθηση των εκπαιδευτικών

- **Ο ρόλος του εκπαιδευτικού στον τρόπο παρουσίασης**

Το ερώτημα που απασχόλησε τον Freudental το 1973 «Πώς πρέπει να παρουσιάσουμε στους μαθητές μια δραστηριότητα ώστε να έχει νόημα γι' αυτούς, δηλαδή να έχει την αίσθηση της πραγματικότητας;», απασχολεί και σήμερα αρκετούς εκπαιδευτικούς. Γι' αυτό το λόγο ιδιαίτερη σημασία δίνεται όχι μόνο στο πλαίσιο μέσα στο οποίο διατυπώνεται ένα τέτοιο πρόβλημα και στον τρόπο που αυτό διαμορφώνεται, αλλά και σε όλες τις πτυχές που επηρεάζουν το σχεδιασμό του, τη μαθηματική και διδακτική δραστηριότητα για την επίλυσή του. Η μαθηματική δραστηριότητα αφορά την οργάνωση των δραστηριοτήτων των μαθητών κατά την επίλυση ενός προβλήματος, ενώ η διδακτική δραστηριότητα σχετίζεται με το τυπικό που ακολουθείται κατά την επίλυση, για παράδειγμα ατομική ή ομαδική εργασία, καθώς και με το ρόλο του εκπαιδευτικού. Ο ρόλος του σχετίζεται με τον τρόπο που ζητάει να αιτιολογηθεί η επίλυση ενός προβλήματος, τις προσεγγίσεις και τις στρατηγικές που χρησιμοποιεί, τα μέσα που παρακινεί τους μαθητές του, καθώς και τα κριτήρια με τα οποία τους αξιολογεί.

Κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας ο εκπαιδευτικός οργανώνει τις ενέργειες των μαθητών, ενώ η κοινωνική ενορχήστρωση των μαθητών είναι

τέτοια που να επιτρέπει την αλληλεπίδραση, τη συζήτηση, τη διαπραγμάτευση και τη μεταξύ τους συνεργασία. Σκοπός του είναι να παρεμβαίνει κατά τη διδασκαλία για να προβληματίσει τους μαθητές, να τους δώσει τον απαραίτητο χρόνο για να επιχειρηματολογήσουν αλλά και για να μοιραστούν τις σκέψεις τους με τους συμμαθητές τους, προκειμένου να φτάσουν στην επίλυση του προβλήματος που τους έχει δοθεί. Επίσης, είναι υπεύθυνος για τον έλεγχο της ορθότητας του συμπεράσματος στο οποίο κατέληξε η τάξη. Σύμφωνα με τον Neber (2001), η διαδικασία της ανακάλυψης της λύσης μιας δραστηριότητας θα πρέπει να καθοδηγείται από τον εκπαιδευτικό μόνο όταν έχει φτάσει σε αδιέξοδο. Όπως αναφέρει και ο Koeno Gravemeijer (1999) τις περισσότερες φορές δίνεται έμφαση στο να δοθεί η σωστή απάντηση και όχι στο συλλογισμό σχετικά με την κατάσταση της πραγματικής ζωής που αναπαριστάται από το πρόβλημα. Η πρόκληση εδώ για τους εκπαιδευτικούς, είναι το να γεφυρώσουν το χάσμα μεταξύ του σχολείου και των εκτός σχολικού περιβάλλοντος εμπειριών, ενώ η πρόκληση για τους μαθητές είναι να επανεξετάσουν τη δική τους άποψη σχετικά με τα μαθηματικά του σχολείου και όχι μόνο. Επιρροή για τους εκπαιδευτικούς αποτελεί ο τρόπος που τους δίδαξαν οι δάσκαλοί τους, καθώς νομίζουν ότι βαδίζοντας στα χνάρια τους οδηγούνται σε ασφαλή και σίγουρα διδακτικά μονοπάτια. Συνεπώς, οι εκπαιδευτικοί δεν παίρνουν εύκολα πρωτοβουλία για να αλλάξουν τον συνηθισμένο- δοκιμασμένο τρόπο διδασκαλίας τους και να ενσωματώσουν σ' αυτόν καθημερινά προβλήματα μέσα από τα οποία οι μαθητές θα διερευνούν προβληματικές καταστάσεις.

Η διδασκαλία δραστηριοτήτων μέσα από διερευνητικές εφαρμογές στο πλαίσιο ενός χώρου εργασίας καθιστά τα μαθηματικά πιο κατανοητά και ελκυστικά σε μεγαλύτερο αριθμό μαθητών. Επειδή το πρόγραμμα σπουδών των μαθηματικών του ελληνικού εκπαιδευτικού συστήματος περιέχει ελάχιστα παραδείγματα διερευνητικών δραστηριοτήτων που χρησιμοποιούν στρατηγικές επίλυσης προβλημάτων που αφορούν χώρους εργασίας, τίθεται θέμα για τον επαναπροσδιορισμό του προς αυτή την κατεύθυνση (Triantafillou & Potari, 2010). Με την ενεργή συμμετοχή του εκπαιδευτικού σ' αυτό τον επαναπροσδιορισμό, ο ρόλος του μετατρέπεται σε επαγγελματία που κατασκευάζει, εφευρίσκει, αναπτύσσει και σχεδιάζει την πρακτική του σχολείου και όχι σε απλό εκτελεστή εντολών. Οπότε κατά τη διαδικασία του σχεδιασμού και της εφαρμογής ο εκπαιδευτικός αλλάζει συνεχώς ρόλο με στόχο να κατανοήσει το πώς μαθαίνουν οι μαθητές του. Η κατανόηση αυτή σε συνδυασμό με το πλαίσιο μέσα στο οποίο γίνεται η διδασκαλία της μαθηματικής έννοιας μεταβάλλουν τον τρόπο και την αιτία που επιλέγει, χρησιμοποιεί και προβάλλει συγκεκριμένες αναπαραστάσεις στη διδασκαλία του (Moyer, 2001). Η χρήση αναπαραστάσεων αποτελεί, όπως παρατηρήθηκε, έναν τρόπο για να γίνουν πιο κατανοητές και εύκολα διαχειρίσιμες οι μαθηματικές έννοιες, ενώ προκύπτει ότι η εσωτερίκευση της γνώσης επιτυγχάνεται όταν ο μαθητής έχει τη δυνατότητα να δει, να ακούσει, να αισθανθεί το αντικείμενο προς μάθηση (Cobb et al, 1992). Είναι προφανές

ότι τα μαθηματικά δεν εμφανίζονται μόνο με τη μορφή μετρήσεων και υπολογισμών ποσοτήτων (Nicol, 2002), όπως γίνεται συνήθως. Σε διδασκαλίες διερευνητικού χαρακτήρα, οι ιδέες και οι απαντήσεις των μαθητών οδηγούν την πορεία ενός μαθήματος και το μετασχηματίζουν ανά πάσα στιγμή, σε αντίθεση με την παραδοσιακή διδασκαλία που είναι τις περισσότερες φορές αναμενόμενη και έχει ήδη επιλέξει τη μέθοδο με την οποία θα διαχειριστεί οποιοδήποτε εμπόδιο παρουσιαστεί από το σχεδιασμό της. Συνεπώς, μέσα από αυτήν την καθοδηγητική διαδικασία και με την χρήση των αναπαραστάσεων, οι μαθητές αναγνωρίζουν, κατανοούν και διαχειρίζονται την πολυπλοκότητα της μαθηματικής σκέψης και επιτρέπουν στους άλλους να αποτιμήσουν το βαθμό πρόσβασης τους σε αυτήν (Cobb et al, 1992).

- **Ο ρόλος της (αυτό)βελτίωσης μέσα από τη συνεργασία των εκπαιδευτικών**

Σε διδασκαλίες διερευνητικού χαρακτήρα που αφορούν χώρους εργασίας είναι ωφέλιμο οι εκπαιδευτικοί να δουλεύουν συνεργατικά τόσο με τους μαθητές τους κατά την εφαρμογή τους όσο και μεταξύ τους κατά τον σχεδιασμό τους. Μια πρόσφατη έρευνα των Krainer και Wood (2008) διαφωτίζει τη σημασία των ομάδων, των δικτύων και των κοινοτήτων για την εκπαίδευση των εκπαιδευτικών. Δεχόμαστε ότι οι επαναλαμβανόμενες δράσεις στις οποίες εμπλέκονται άνθρωποι για να κάνουν και όχι για να μάθουν μαθηματικά είναι οι μαθηματικές πρακτικές. Η αιτιολόγηση δηλαδή επιχειρημάτων, η αποτελεσματική χρήση γραφικών συμβόλων, και η γενίκευση είναι παραδείγματα μαθηματικών πρακτικών που μπορούν να χρησιμοποιηθούν με διαφορετικό τρόπο από κάθε εκπαιδευτικό, αφού οι πεποιθήσεις και οι γνώσεις τους ποικίλλουν. Όταν αυτές λοιπόν σχεδιαστούν κατάλληλα και συνδυαστούν από τους εκπαιδευτικούς με αυθεντικές πρακτικές, οι οποίες μπορούν να προέλθουν από οποιοδήποτε χώρο εργασίας, τότε επιτυγχάνεται ευκολότερα η μάθηση των μαθητών. Γι' αυτό το λόγο, είναι επιθυμητή η δυνατότητα συνεργασίας του σε κοινότητες πρακτικής ίδιων ή διαφορετικών ειδικοτήτων, στο πλαίσιο των οποίων κάθε εκπαιδευτικός καθίσταται δια βίου μανθάνων μέσα από τη συνεχή ανάμειξή του. Η συμμετοχή του στις κοινότητες αυτές, λοιπόν, τον βοηθάει να αναπτύσσεται, να βελτιώνεται και να αποκτάει γνώση τόσο για τη μάθηση των μαθητών όσο και για τη μάθηση των ίδιων των εκπαιδευτικών (Grossman et al, 2001). Έτσι, δίνεται η δυνατότητα στον εκπαιδευτικό να εξελίσσεται συνεχώς, να παίρνει πρωτοβουλίες, να εφαρμόζει νέες παιδαγωγικές ιδέες είτε μόνος του είτε συνεργατικά με τους συναδέλφους του και να τις εξελίσσει ανάλογα με τις ιδιαιτερότητες των μαθητών του. Οι Kahle et al. (2000) σημειώνουν ότι η σχέση μεταξύ της επαγγελματικής ανάπτυξης των εκπαιδευτικών και της εφαρμογής της διερευνητικής μάθησης είναι ωφέλιμη

και ότι η προοπτική της επαγγελματικής εξέλιξης είναι κινητήρια δύναμη ώστε οι εκπαιδευτικοί να εμπλακούν και να βελτιώσουν τις πρακτικές τους. Όλες οι μελέτες αναγνωρίζουν τη σπουδαιότητα του πλαισίου και επικεντρώνονται σε μεγάλο βαθμό στις πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών και στις μορφές γνώσης τους. Οι Joubert et al. (2010) τονίζουν το πόσο διαφορετικά μπορεί να σχεδιαστεί και να παρουσιαστεί το ίδιο μάθημα, ανάλογα με τις πρακτικές και τις γνώσεις του κάθε εκπαιδευτικού. Αναλύουν λοιπόν διάφορα μοντέλα για εκπαιδευτικούς στη συνεχιζόμενη επαγγελματική εξέλιξή τους και επισημαίνουν τη σημασία που έχει ο πειραματισμός κάθε εκπαιδευτικού στη δική του τάξη, καθώς και το να έχει χρόνο μακριά από το σχολείο για σκέψη και συζήτηση (Geudet, 2011). Κρίνεται απαραίτητη λοιπόν, η συνεχής επαγγελματική ανάπτυξη του εκπαιδευτικού με σκοπό να αποκτήσει τις απαραίτητες δεξιότητες και να καταστεί ικανός να καθοδηγεί τους μαθητές του στη βαθύτερη κατανόηση των εννοιών με τις οποίες ασχολούνται κάθε φορά.

- **Ο ρόλος του αναστοχασμού των εκπαιδευτικών**

Ο αναστοχασμός είναι η διαδικασία κατά την οποία ο εκπαιδευτικός μπορεί να κατανοήσει, να ερμηνεύσει και να επεκτείνει τις πρακτικές του. Μέσα από αυτή, επιτυγχάνεται τόσο η μάθηση και η γνώση των πρακτικών του ίδιου του ατόμου, όσο και η συνειδητοποίηση και η γνωστοποίηση των τεχνικών άλλων συναδέλφων. Στην φάση λοιπόν του αναστοχασμού, ο εκπαιδευτικός μελετάει την αποτελεσματικότητα μιας τέτοιου είδους διδασκαλίας και παρατηρεί το πόσο αυτή εξαρτάται από τις αναπαραστάσεις που έχει επιλέξει αλλά και από την κατανόηση τους από την πλευρά των μαθητών. Στο στάδιο αυτό, ο εκπαιδευτικός ελέγχει εάν οι μαθητές του αποκτούν τη μαθηματική κατανόηση των εργασιών τους, αφού έχουν μπει στο ρόλο του επαγγελματία και παρατηρεί εάν θα επικοινωνήσουν την χρήση των μαθηματικών. Σημαντικό ρόλο στην αναγνώριση των απαιτήσεων που έχει το κάθε επάγγελμα από τον εργαζόμενο διαδραματίζει και το είδος των ερωτήσεων που κάνουν οι εκπαιδευτικοί στους μαθητές που έχουν αναλάβει το ρόλο του εκάστοτε επαγγελματία. Καθώς οι ερωτήσεις αυτές ερεθίζουν την μαθηματική σκέψη και δράση των μαθητών, οι εκπαιδευτικοί προσέχουν να είναι καλά στοχευμένες (Nicol, 2002). Κατά τη διαδικασία του αναστοχασμού γίνεται επίσης ένας επαναπροσδιορισμός της δραστηριότητας που έχει ως στόχο τη βελτίωση της διδασκαλίας και μάθησης. Αυτό συμβαίνει γιατί κατά το σχεδιασμό τους χρησιμοποιούν γνώσεις και από άλλες ειδικότητες με σκοπό να προσεγγίσουν περισσότερο τον κάθε επαγγελματικό χώρο. Αυτή η συνεργασία με την πάροδο του χρόνου είναι ικανή, εάν βασίζεται σε συνεργατικές κοινότητες εκπαιδευτικών, να οδηγήσει στην επαγγελματική τους εξέλιξη, όπως αναφέρουν οι Joubert και Southerland (Wake, 2014). Έτσι οι εκπαιδευτικοί αποκομίζουν διαφορετικά είδη γνώσης που συμβάλλουν στην επαγγελματική τους εξέλιξη. Η εφαρμογή αυτού του είδους της διερευνητικής μάθησης

αποτελεί μια πρόκληση για τους εκπαιδευτικούς ως προς την επαγγελματική τους εξέλιξη, καθώς τους δίνει τη δυνατότητα να εξελίξουν τον τρόπο διδασκαλίας τους και αποτελεί ένα μέσο βελτίωσης τους.

Τέλος, η επαγγελματική εξέλιξη και η συνεχής μεταβολή προς το καλύτερο τόσο των πρακτικών όσο και των συνθηκών εργασίας αποτελεί στόχο κάθε επαγγελματία, πόσο μάλλον ενός εκπαιδευτικού. Όπως αναφέρει ο Joao Pedro da Ponte (2008) η συγκεκριμένη εξέλιξη του εκπαιδευτικού επιτυγχάνεται μέσα από προϋπηρεσιακή και ενδοϋπηρεσιακή εκπαίδευση. Οι ειδικές γνώσεις που είναι απαραίτητες στους εκπαιδευτικούς σχετικά με τον εκάστοτε χώρο εργασίας και οι μαθηματικές έννοιες που είναι συνήθως κρυμμένες σε ιδιόμορφους συμβολισμούς και εργασιακούς κανόνες καθιστούν ιδιαίτερα σημαντικό τον τρόπο που ο εκπαιδευτικός θα τις συνδέσει με την παιδαγωγική γνώση του περιεχομένου. Έτσι, τα προβλήματα θα παρουσιαστούν στους μαθητές με κατάλληλο τρόπο για να μην αποκοπούν από το πλαίσιο αναφοράς τους και να μην χάσουν το νόημά τους.

Την παραπάνω δυσκολία θα μελετήσουμε στην έρευνά μας, δηλαδή το πώς μεταφέρονται αυθεντικά προβλήματα από εργασιακούς χώρους στη σχολική τάξη. Θα εξετάσουμε επίσης εάν αυτή μπορεί να ξεπεραστεί εξαιτίας των γνώσεων του εκπαιδευτικού από την εμπειρία προηγούμενων εφαρμογών και της δεξιότητάς του να μετασχηματίσει τις γνώσεις αυτές, λαμβάνοντας υπόψη τις διαφορετικές γνωστικές ικανότητες των μαθητών του.

4. Μεθοδολογία

4.1. Στόχοι της έρευνας και ερευνητικά ερωτήματα

Με την παρούσα διπλωματική εργασία μελετάται ο τρόπος που σχεδιάζονται και αξιοποιούνται διδακτικά προβλήματα που αντιμετωπίζουν επαγγελματίες, χρησιμοποιώντας στην επίλυσή τους μαθηματικές έννοιες του σχολικού Προγράμματος Σπουδών σε συνδυασμό με τη διερευνητική μάθηση. Δίνεται έμφαση στη συνεργασία μεταξύ των εκπαιδευτικών και πιο συγκεκριμένα των καθηγητών μαθηματικών, κατά το σχεδιασμό και την εφαρμογή τέτοιων δραστηριοτήτων μέσα από έναν χώρο εργασίας. Διερευνούνται επίσης, η εμφάνιση και η αντιμετώπιση μη αναμενόμενων καταστάσεων, καθώς και το εάν οι εκπαιδευτικοί διαφοροποιούν τον αρχικό σχεδιασμό τους κατά τη διδασκαλία στην τάξη με βάση την εμπειρία

εφαρμογής. Η εμπλοκή των εκπαιδευτικών με τη δημιουργία πηγών και υλικών, καθώς και οι παράγοντες που επηρεάζουν το σχεδιασμό τους καθορίζουν την πορεία του σχεδιασμού και της εφαρμογής μιας δραστηριότητας. Η παρατήρηση της υλοποίησης των σχεδιασμένων δραστηριοτήτων και ο αναστοχασμός των εκπαιδευτικών βοηθάνε ιδιαίτερα στη αναπροσαρμογή του σχεδιασμού τους. Μέσα από αυτή την αναπροσαρμογή εμφανίζεται βελτίωση στη διδασκαλία τους κυρίως σε δύο τομείς, στα λειτουργικά στοιχεία του σχεδιασμού που εξασφαλίζουν την επίτευξη των επιθυμητών διδακτικών στόχων και στο ρόλο του πλαισίου που συμβάλλει στη σύνδεση των σχολικών μαθηματικών με ρεαλιστικές καταστάσεις. Συνδυάζοντας λοιπόν τους παραπάνω στόχους με τη βιβλιογραφική ανασκόπηση, καταλήξαμε στα εξής ερευνητικά ερωτήματα, εντοπίζοντας ταυτόχρονα κάποιους άξονες παρατήρησής τους:

(a) Από ποιους παράγοντες επηρεάζεται η δημιουργία πηγών και υλικού των εκπαιδευτικών κατά το σχεδιασμό, την εφαρμογή και την αποτίμηση διερευνητικών δραστηριοτήτων που συνδέουν μαθηματικά με χώρους εργασίας;

    i. Πώς επηρέασε το διδακτικό σχεδιασμό η συμμετοχή των εκπαιδευτικών σε ένα πρόγραμμα επαγγελματικής ανάπτυξης;

    ii. Πώς η εμπειρία εφαρμογής μιας δραστηριότητας επηρέασε το σχεδιασμό και την εφαρμογή μιας επόμενης;

(b) Ποια είναι τα στοιχεία της επαγγελματικής μάθησης των εκπαιδευτικών κατά το σχεδιασμό, την εφαρμογή και την αποτίμηση διερευνητικών δραστηριοτήτων που συνδέουν μαθηματικά με χώρους εργασίας;

4.2. Πλαίσιο της έρευνας και Συμμετέχοντες

Η έρευνα αποτελεί μελέτη περίπτωσης δύο Ελλήνων καθηγητών μαθηματικών που σχεδίασαν και εφάρμοσαν σε σχολικές τάξεις δραστηριότητες στα πλαίσια του ερευνητικού προγράμματος «Ανακαλύπτοντας τα Μαθηματικά και τις Φυσικές Επιστήμες στην καθημερινή

ζωή και στους χώρους εργασίας» (mascil) και πραγματοποιήθηκε υπό όρους ποιοτικής μεθοδολογίας. Το παραπάνω ερευνητικό πρόγραμμα στοχεύει στην επαγγελματική ανάπτυξη των εκπαιδευτικών, γι' αυτό και πραγματοποιήθηκαν συναντήσεις επαγγελματικής εξέλιξης (Professional Development Meetings) με εκπαιδευτικούς διαφορετικών ειδικοτήτων με σκοπό να τους βοηθήσουν στο σχεδιασμό και την εφαρμογή τέτοιου είδους δραστηριοτήτων. Είναι ένα διεθνές πρόγραμμα που εφαρμόζεται σε 13 Ευρωπαϊκές χώρες. Στην Ελλάδα η έρευνα διεξάγεται από το Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών και από το Ίδρυμα Τεχνολογίας και Έρευνας στην Κρήτη. Οι συναντήσεις που μελετάμε πραγματοποιήθηκαν όλες στο Μαθηματικό τμήμα του Πανεπιστημίου Αθηνών και αποτελούν εργασίες μιας από τις ομάδες του mascil που έχουν δημιουργηθεί στην Ελλάδα. Πραγματοποιήθηκαν οκτώ συναντήσεις, όπου η διάρκεια της κάθε συνάντησης ήταν περίπου δύο ώρες. Ο ερευνητής-συντονιστής ήταν υπεύθυνος για την οργάνωση των συναντήσεων αλλά και των δεκατεσσάρων εκπαιδευτικών διαφορετικών ειδικοτήτων που συμμετείχαν σ' αυτές. Τις συναντήσεις παρακολούθησαν επιστήμονες-ερευνητές από το Μαθηματικό τμήμα του Πανεπιστημίου Αθηνών με στόχο την επιστημονική αξιολόγηση των αποτελεσμάτων από τις παρεμβάσεις που θα σχεδιαστούν. Στη διάρκειά τους, οι εκπαιδευτικοί αντάλλασαν ιδέες σχετικά με το σχεδιασμό και την εφαρμογή δραστηριοτήτων που σχετίζονται με την φιλοσοφία του προγράμματος mascil αλλά και με τους προβληματισμούς τους για τη μεταξύ τους συνεργασία. Κάθε εκπαιδευτικός που συμμετείχε έπρεπε να σχεδιάσει και να υλοποιήσει δύο δραστηριότητες. Η πρώτη δραστηριότητα σχεδιαζόταν και υλοποιούνταν ατομικά από κάθε εκπαιδευτικό, ενώ η δεύτερη από μια ομάδα εκπαιδευτικών ίδιας ή διαφορετικής ειδικότητας. Στις αρχικές συναντήσεις επαγγελματικής εξέλιξης ο ερευνητής πληροφόρησε τους εκπαιδευτικούς για την φιλοσοφία του προγράμματος και τους εισήγαγε στο πλαίσιο των μαθηματικών που περιέχονται στους χώρους εργασίας. Στην πορεία, πραγματοποιήθηκαν συναντήσεις πριν και μετά το σχεδιασμό και την εφαρμογή κάθε δραστηριότητας, όπου έγιναν παρουσιάσεις από τους εκπαιδευτικούς και συζήτηση μεταξύ τους, αλλά και με τον ερευνητή-συντονιστή, σχετικά με τις δραστηριότητες που υλοποίησαν οι ίδιοι.

Συγκεκριμένα στην παρούσα διπλωματική, έγινε ανάλυση του σχεδιασμού, της εφαρμογής και της αποτίμησης διδακτικών προβλημάτων που αντιμετωπίζουν επαγγελματίες, χρησιμοποιώντας στην επίλυσή τους μαθηματικές έννοιες του σχολικού προγράμματος σπουδών σε συνδυασμό με τη διερευνητική μάθηση. Οι εκπαιδευτικοί που συμμετείχαν έπρεπε να σχεδιάσουν αρχικά μια δραστηριότητα μόνοι τους, να θέσουν το ερευνητικό τους πλαίσιο (ρεαλιστικά μαθηματικά- διερευνητική μάθηση- χώρος εργασίας) και να σχηματίσουν τα ερωτήματά τους. Οι αρχικές ατομικές δραστηριότητες σχεδιάστηκαν και υλοποιήθηκαν την ίδια περίοδο, ενώ οι επόμενες ομαδικές πραγματοποιήθηκαν τέσσερις μήνες αργότερα. Όλες οι δραστηριότητες υλοποιήθηκαν σε σχολικό περιβάλλον και πραγματοποιήθηκε ο

αναστοχασμός τους αργότερα. Η έρευνα στηρίχθηκε σε δεδομένα από τις τρεις αυτές φάσεις, του σχεδιασμού, της υλοποίησης και τέλος της αποτίμησης των όσων έγιναν. Κατά τις δραστηριότητες αυτές αρχικά παρουσιάστηκε στους μαθητές το πλαίσιο ενός χώρου εργασίας και ξεκίνησε η διδασκαλία-σεμινάριο. Έπειτα οι μαθητές χωρίστηκαν σε ομάδες όπου εργάστηκαν στα φύλλα εργασίας τους με σκοπό να χρησιμοποιήσουν όλα τα διαθέσιμα εργαλεία, έντυπα και ηλεκτρονικά, προκειμένου να αποφανθούν με πραγματικά δεδομένα για μια υποθετική κατάσταση, οικοδομώντας έτσι μαθηματικώς τεκμηριωμένα επιχειρήματα. Στην πρώτη δραστηριότητα που αναλύουμε οι ομάδες των μαθητών αποτελούνταν από τέσσερα άτομα, στη δεύτερη από δύο ή τρία άτομα, ενώ στην τρίτη ήταν διμελείς.

Οι συμμετέχοντες εκπαιδευτικοί των εφαρμογών είναι μια γυναίκα και ένας άντρας μαθηματικός που διδάσκουν σε πρότυπο πειραματικό σχολείο της Αθήνας. Στην αρχική δραστηριότητα οι εκπαιδευτικοί δούλεψαν μόνοι τους κατά την εφαρμογή και το σχεδιασμό της, αλλά αντάλλαξαν σχετικές πληροφορίες μεταξύ τους κατά τη διάρκεια των συναντήσεων, ενώ στη δεύτερη δούλεψαν ομαδικά. Για λόγους ηθικής δεοντολογίας και ερευνητικής συνέπειας, δεν χρησιμοποιούνται τα πραγματικά ονόματα των καθηγητών και του ερευνητή που συμμετείχαν στην παρούσα έρευνα. Για το λόγο αυτό, θα αναφέρονται ως Κ1 η πρώτη εκπαιδευτικός και ως Κ2 ο δεύτερος εκπαιδευτικός, ενώ ο ερευνητής ως Ε. Η εκπαιδευτικός Κ1 εργάζεται ως μαθηματικός στον χώρο της εκπαίδευσης για είκοσι τρία χρόνια, έχει αποκτήσει ένα μεταπτυχιακό σχετικό με την αξιοποίηση των νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση, είναι επιμορφωτής Β' επιπέδου και συμμετείχε στην ομάδα των εκπαιδευτικών, διαφορετικών ειδικοτήτων, που παρακολούθησαν τις συναντήσεις επαγγελματικής εξέλιξης. Ο εκπαιδευτικός Κ2 βρίσκεται τέσσερα χρόνια ως μαθηματικός στο συγκεκριμένο Πρότυπο Πειραματικό σχολείο αλλά έχει εμπειρία χρόνων στον χώρο της εκπαίδευσης, τόσο στη δημόσια όσο και στην ιδιωτική. Έχει εργασθεί επίσης στον χώρο της παράλληλης εκπαίδευσης και στο υπουργείο για λίγα χρόνια. Είναι επιμορφωτής Β' επιπέδου και συμμετείχε στην ομάδα των εκπαιδευτικών, που παρακολούθησαν τις συναντήσεις επαγγελματικής εξέλιξης.

Οι δραστηριότητες που αναλύθηκαν ήταν οι εξής: 1) «Για μια μέρα… Σεισμολόγοι!», η οποία εφαρμόσθηκε από την πρώτη εκπαιδευτικό σε μαθητές Α΄ γυμνασίου του πρότυπου πειραματικού σχολείου που εργάζονται οι εκπαιδευτικοί, 2) «Εύρεση στοιχείων σεισμού», η οποία εφαρμόσθηκε από τον δεύτερο εκπαιδευτικό σε μαθητές Β΄ γυμνασίου στο τμήμα του σχολικού ομίλου: ''Απέναντι σε μαθηματικές προκλήσεις'' και 3) «Για μια μέρα… Εμπειρογνώμονες!», η οποία εφαρμόσθηκε και από τους δύο εκπαιδευτικούς μαζί στον όμιλο μαθηματικών σε μαθητές Β΄ και Γ΄ γυμνασίου τόσο του σχολείου τους, όσο και όμορων σχολείων. Η σύνδεση του χώρου εργασίας, χώρος εκπαίδευσης των σεισμολόγων και των εμπειρογνωμόνων τροχαίων ατυχημάτων αντίστοιχα, με τη σχολική τάξη έγινε κυρίως μέσω της χρήσης ηλεκτρονικών πηγών και πηγών προσομοίωσης. Οι συναντήσεις, ο

σχεδιασμός και η εφαρμογή των δραστηριοτήτων πραγματοποιήθηκαν κατά τη διάρκεια του σχολικού και ακαδημαϊκού έτους 2014-2015.

Ο ερευνητής συντόνιζε και υποστήριζε τις δράσεις των εκπαιδευτικών όταν ήταν απαραίτητο κατά το σχεδιασμό τους, ενώ ήταν παρατηρητής κατά την εφαρμογή τους. Επιπλέον, ο ερευνητής ήταν συντονιστής και στις συναντήσεις επαγγελματικής εξέλιξης κατά τις οποίες έθετε κρίσιμες ερωτήσεις τόσο κατά τη διάρκεια του σχεδιασμού των δραστηριοτήτων όσο και αργότερα για να προκαλέσει τον αναστοχασμό των εκπαιδευτικών κατά την αποτίμηση της διδασκαλίας τους. Εκτός από τον ερευνητή, σημαντικό ρόλο για την επιρροή των εκπαιδευτικών έπαιξε και η μεταξύ τους αλληλεπίδραση σε αυτές τις συναντήσεις.

4.3. Συλλογή δεδομένων

Η συγκεκριμένη εργασία αναλύει το σχεδιασμό δραστηριοτήτων διερευνητικής διδασκαλίας και μάθησης στο πλαίσιο του ερευνητικού προγράμματος mascil, την εφαρμογή τους σε σχολικές αίθουσες από δύο μαθηματικούς που είναι μέλη μιας ομάδας εκπαιδευτικών που παρακολουθούν συναντήσεις επαγγελματικής εξέλιξης, καθώς και την αποτίμηση τους. Η έρευνα διήρκησε ένα σχολικό, ακαδημαϊκό έτος και κατά τη διάρκεια της συλλέχτηκαν δεδομένα σχετικά με τη συμπεριφορά των εκπαιδευτικών μέσα στην τάξη, τη συμμετοχή τους στις συναντήσεις και τις σκέψεις τους μετά την εφαρμογή των δραστηριοτήτων, ώστε να ελεγχθεί εάν υπήρξε και σε ποιο βαθμό επαγγελματική μάθηση των εκπαιδευτικών από τη συμμετοχή τους στο πρόγραμμα. Συγκεκριμένα, πραγματοποιήθηκαν οκτώ συναντήσεις της ομάδας των εκπαιδευτικών, με συντονιστή τους τον ερευνητή, στις οποίες συζητήθηκε ο τρόπος σχεδιασμού διαφόρων δραστηριοτήτων, ο τρόπος διδασκαλίας τους και στο τέλος έγινε η αποτίμηση τους από τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς. Οι συναντήσεις αυτές βιντεοσκοπήθηκαν και μέρος τους απομαγνητοφωνήθηκε. Τρεις από τις παραπάνω δραστηριότητες επιλέχθηκαν και αναλύονται παρακάτω.

Ο ερευνητής είχε βοηθητικό ρόλο μέσα από τις συναντήσεις επαγγελματικής εξέλιξης για το σχεδιασμό των δραστηριοτήτων ενώ στη συνέχεια τις παρακολούθησε κατά την εφαρμογή τους στη σχολική τάξη, έχοντας ρόλο παρατηρητή, τις κατέγραψε ψηφιακά και στη συνέχεια απομαγνητοφωνήθηκαν. Επιπλέον, κατείχε κύριο ρόλο στις συνεντεύξεις που πήρε ξεχωριστά από κάθε εκπαιδευτικό κατά την αποτίμησή τους, σχετικά με

την εμπειρία εφαρμογής τους και τις γνώσεις που αποκόμισαν οι ίδιοι. Καταγράφηκαν ψηφιακά και στη συνέχεια απομαγνητοφωνήθηκαν για να χρησιμοποιηθούν στην παρούσα διπλωματική εργασία. Το υλικό που παράχθηκε από τους εκπαιδευτικούς σε όλες τις φάσεις των δραστηριοτήτων, οι βιντεοσκοπήσεις και οι συνεντεύξεις υπήρχαν εκ των προτέρων και χρησιμοποιήθηκαν για τους σκοπούς της παρούσας εργασίας. Σε όλη τη διάρκεια της έρευνας οι διδασκαλίες και οι συνεντεύξεις με τους εκπαιδευτικούς μαγνητοφωνήθηκαν με τη σύμφωνη γνώμη τους.

Λαμβάνοντας υπόψη ότι η εξέλιξη των εκπαιδευτικών μέσα από τη δημιουργία των μονάδων διδασκαλίας (documentational geneses) επηρεάζει την μεθοδολογία τους, διακρίνουμε μέσα από αυτήν τις εξής τρεις αρχές:

- *Η αρχή της αναστοχαστικής έρευνας (reflexive investigation principle)*, σύμφωνα με την οποία η κατανόηση των μακροχρόνιων διαδικασιών ως κατασκευές μονάδων διδασκαλίας συνεπάγεται μακροπρόθεσμη παρακολούθηση, εντός και εκτός τάξης σε διαφορετικές χρονικές περιόδους. Αυτή η απαραίτητη μακρόχρονη και συνεχής παρακολούθηση των συμμετεχόντων σχετικά με την εργασία τους πριν και μετά την εφαρμογή μιας δραστηριότητας, βοηθάει τον εκπαιδευτικό να ανακαλέσει τη δική του εργασία με τη βοήθεια εργαλείων, όπως ένα ημερολόγιο που εκπλήρωσε ο ίδιος περιγράφοντας την εργασία της τεκμηρίωσης (documentation work). Επιπλέον, αυτή η παρακολούθηση συμβάλλει στη συγκέντρωση των πόρων του, των συνεντεύξεων και των παρατηρήσεων του μέσα από τις τάξεις του και τον οδηγεί στη σχεδίαση εργαλείων για την έρευνα του (Gueudet & Trouche, 2011). Έτσι, παρατηρούμε πώς οι εκπαιδευτικοί χρησιμοποιούν τις πληροφορίες που αντλούν από τις συναντήσεις επαγγελματικής εξέλιξης, τις μεταξύ τους συζητήσεις σε όλα τα στάδια της πρώτης δραστηριότητας, σχεδιασμός- εφαρμογή- αναστοχασμός, καθώς και τα στοιχεία που έχουν κρατήσει με σκοπό να σχεδιάσουν και να εφαρμόσουν από κοινού την δεύτερη δραστηριότητα.

- *Η αρχή του σχεδιασμού κατά την χρήση (design-in-use principle),* όπου σύμφωνα με τους Rabardel και Bourmaud (2003), κάθε πόρος εξελίσσεται μέσω της χρήσης του από έναν εκπαιδευτικό στην τάξη του, κατά τη διάρκεια των διαδικασιών κατασκευής ενός εργαλείου (instrumentalisation processes). Στη δική μας περίπτωση, παρακολουθούμε πώς οι εκπαιδευτικοί βελτιώνονται εφαρμόζοντας για δεύτερη φορά μια αντίστοιχου τύπου δραστηριότητα, δηλαδή διερευνητικού χαρακτήρα που σχετίζεται με έναν χώρο εργασίας. Εντοπίζουμε επίσης στοιχεία που βοηθούν τους εκπαιδευτικούς να εξελίξουν έναν πόρο μέσα από τη μεταξύ τους συνεργασία τόσο κατά το σχεδιασμό όσο και κατά την εφαρμογή μιας δραστηριότητας.

- *Η συλλογική αρχή (collective principle)* κατά την οποία η εργασία της τεκμηρίωσης δεν απομονώνεται ποτέ. Η κατανόηση και η ανάπτυξη μιας μονάδας διδασκαλίας (document) απαιτεί να εκμεταλλευτεί κανείς τις αλληλεπιδράσεις του περιβάλλοντος στο οποίο ανήκει ο εκπαιδευτικός. Μέσα από τις συνεντεύξεις λοιπόν των εκπαιδευτικών αλλά και τα βίντεο εφαρμογής, αντλούνται πληροφορίες τόσο για τη σχέση που έχει ο καθένας τους με τους συναδέλφους που συνεργάζεται και τους μαθητές του, όσο και για τα προσωπικά ερεθίσματα σχετικά με τον εργασιακό του χώρο. Η εργασία της τεκμηρίωσης ενσωματώνεται και επηρεάζεται από διάφορες συλλογές, όπως ο σχεδιασμός των εκπαιδευτικών από τη συμμετοχή τους στις συναντήσεις επαγγελματικής εξέλιξης, καθώς και από τη συμμετοχή τους ως παρατηρητές σε άλλες δραστηριότητες παρόμοιου τύπου.

Αυτές οι αρχές πλαισιώνουν την ερευνητική μεθοδολογία. Μπορούν επίσης να θεωρηθούν ως αρχές για το σχεδιασμό ενός προγράμματος κατάρτισης εκπαιδευτικών, που οργανώνεται γύρω από την εργασία της τεκμηρίωσης των εκπαιδευομένων, αφού μια τέτοια εκπαίδευση υποστηρίζει την προσωπική τους βελτίωση. Συνεπώς, μέσα από αυτό θα προτείνεται ο σχεδιασμός πόρων από τους εκπαιδευτικούς, ο τρόπος χρήσης τους και η συνεχή αναθεώρησή τους.

4.4. Πλαίσιο σχεδιασμού Δραστηριοτήτων

4.4.1«Για μια μέρα… Σεισμολόγοι!»

4.4.1.1 Χώρος εργασίας/ Πλαίσιο εφαρμογής

Ο σχεδιασμός και η εφαρμογή της συγκεκριμένης δραστηριότητας πραγματοποιήθηκε από την εκπαιδευτικό Κ1 του Βαρβάκειου Γυμνασίου και εντάχθηκε οργανικά στο αναλυτικό πρόγραμμα τόσο των μαθηματικών όσο και της γεωγραφίας της Α΄ Γυμνασίου, ως εφαρμογή και επέκταση των ενοτήτων: «Κύκλος και στοιχεία του κύκλου» και «Το εσωτερικό της Γης» αντίστοιχα. Η συγκεκριμένη δραστηριότητα επιλέχθηκε κυρίως λόγω της

διδασκαλίας που έκανε η εκπαιδευτικός στο μάθημα της γεωγραφίας ως δεύτερη ανάθεση στο ίδιο σχολείο. Το γεγονός ότι δίδασκε μαθηματικά και γεωγραφία στο ίδιο τμήμα ήταν καθοριστικό για να συνδυάσει το περιεχόμενό τους και να σχεδιάσει την δραστηριότητα με θέμα τους σεισμούς. Τη δραστηριότητα αυτή παρουσίασε στους μαθητές της με αφορμή την εμπειρία τους με ένα σεισμικό γεγονός που έλαβε χώρα πρόσφατα, με επίκεντρο την Αθήνα και το σχέδιο ετοιμότητας που εφαρμόσθηκε στο σχολείο. Εξαιτίας λοιπόν του αυξημένου ενδιαφέροντος των μαθητών τόσο για τις πληροφορίες που παρέχει η ιστοσελίδα του Γεωδυναμικού Ινστιτούτου του Αστεροσκοπείου Αθηνών μετά το συγκεκριμένο συμβάν, όσο και για την επεξεργασία δεδομένων, βάση των οποίων προκύπτουν στοιχεία που αφορούν το επίκεντρο, την ένταση και το μέγεθος ενός σεισμού, αποφασίστηκε οι μαθητές να ενταχθούν στον χώρο εργασίας της σεισμολογίας.

Οι μαθητές καλούνται να πάρουν το ρόλο μιας επιστημονικής ομάδας του Γεωδυναμικού Ινστιτούτου «Βαρβάκειος», να διερευνήσουν τις πληροφορίες και το σχετικό υλικό, όπως παραδείγματος χάρη τα βίντεο και τις καταγραφές από όργανα καταγραφής δεδομένων που τους δίνονται και να αξιοποιήσουν τις υπάρχουσες γνώσεις τους για να απαντήσουν κατά τη διάρκεια της υλοποίησης στα ερωτήματα του δοσμένου φύλλου εργασίας.

Η αρχική ιδέα του σχεδιασμού της όμως, προήλθε από τη δραστηριότητα που παρουσίασε ο γεωλόγος που συμμετείχε στην ομάδα κατά τη δεύτερη συνάντηση. Η πρόταση αυτή συζητήθηκε αρκετά από όλους τους εκπαιδευτικούς με σκοπό να γίνουν κατανοητές οι μαθηματικές έννοιες που χρησιμοποιούνται στο συγκεκριμένο χώρο εργασίας. Η εκπαιδευτικός Κ1 καθ' όλη τη διάρκεια του σχεδιασμού αλλά και πριν την εφαρμογή της αναζητούσε πληροφορίες σχετικά με τα σεισμικά φαινόμενα τόσο από το διαδίκτυο όσο και από τον γεωλόγο. Κατά τη διάρκεια του σχεδιασμού αντάλλασε πληροφορίες με τον εκπαιδευτικό Κ2, ο οποίος είχε επιλέξει να εφαρμόσει μια δραστηριότητα με το ίδιο θέμα σε άλλη τάξη και συζητούσαν τις μαθηματικές έννοιες που θα ενσωματώσουν στα φύλλα εργασίας τους. Πριν υλοποιήσει την δραστηριότητα στο τμήμα της, παρακολούθησε την εφαρμογή της αντίστοιχης δραστηριότητας του εκπαιδευτικού Κ2, παρατήρησε κάποια στοιχεία της και έκανε κάποιες αλλαγές στο δικό της σχεδιασμό σχετικές με την ενορχήστρωση της τάξης και τη δομή του φύλλου εργασίας της.

4.4.2 «Εύρεση στοιχείων σεισμού»

4.4.2.1 Χώρος εργασίας/ Πλαίσιο εφαρμογής

Ο μαθηματικός Κ2 του Βαρβάκειου Γυμνασίου σχεδίασε και υλοποίησε την διδακτική παρέμβαση σε ένα τμήμα μαθητών Β΄ Γυμνασίου που συμμετέχουν στον όμιλο του σχολείου «Απέναντι σε μαθηματικές προκλήσεις». Η παρέμβαση επιλέχθηκε γιατί θεωρήθηκε κατάλληλη για την εικονική προσομοίωση του χώρου εργασίας της σεισμολογίας μέσα στην σχολική τάξη. Ο εκπαιδευτικός επηρεάστηκε από την παρουσίαση που έκανε ο γεωλόγος που συμμετείχε στην ομάδα τόσο για την επιλογή του συγκεκριμένου χώρου εργασίας όσο και για τον σχεδιασμό της δραστηριότητας. Η θέληση του να ενσωματώσει τον χώρο της σεισμολογίας στη διδασκαλία του, τον οδήγησε στη συνεργασία με τον γεωλόγο, κυρίως για να καταφέρει να εξοικειωθεί με το πλαίσιο του χώρου της σεισμολογίας. Στη διάρκεια των συναντήσεων υπήρξε επίσης συνεργασία και αλληλεπίδραση μεταξύ των εκπαιδευτικών, η οποία του παρείχε γνώσεις και τον βοήθησε να προσαρμόσει το σχεδιασμό της δραστηριότητας έτσι ώστε να είναι πιο κοντά στην πραγματικότητα. Ο σχεδιασμός της έγινε ταυτόχρονα με το σχεδιασμό της προηγούμενης δραστηριότητας της εκπαιδευτικού Κ1. Παρόλο που οι δύο δραστηριότητες προέρχονται από την ίδια αρχική ιδέα και έχουν χρησιμοποιήσει ίδιες πηγές και υλικά, είναι εμφανές ότι έχουν διαφοροποιηθεί αρκετά τα φύλλα εργασίας των δύο εκπαιδευτικών. Αυτό συμβαίνει επειδή ο καθένας τους την εφάρμοσε σε διαφορετική τάξη, οπότε έλαβε υπόψη του το γνωστικό τους υπόβαθρο.

Οι μαθητές λοιπόν κατά την υλοποίηση της δραστηριότητας, επισκέπτονται τον διαδικτυακό τόπο του Γεωδυναμικού Ινστιτούτου του Αστεροσκοπείου Αθηνών, παρακολουθούν μικρής διάρκειας βίντεο με προσομοιώσεις και πληροφορίες ενός σεισμικού γεγονότος, τον τρόπο διάδοσης των σεισμικών κυμάτων και την διαδικασία καταγραφής τους από σταθμούς καταγραφής γεωδυναμικών φαινομένων, εργαζόμενοι σε ομάδες των δύο ή τριών ατόμων.

4.4.3 «Για μια μέρα… Εμπειρογνώμονες!»

4.4.3.1 Χώρος εργασίας/ Πλαίσιο εφαρμογής

Οι μαθηματικοί Κ1 - Κ2 παρακολούθησαν τις συναντήσεις επαγγελματικής εξέλιξης και κατά την πρώτη φάση του προγράμματος σχεδίασαν και υλοποίησαν τις προαναφερόμενες δραστηριότητες. Στις αρχικές δραστηριότητες οι εκπαιδευτικοί εργάστηκαν μόνοι τους, αλλά με δική τους πρωτοβουλία παρακολουθούσε ο ένας την πορεία του άλλου. Κατά τον αναστοχασμό τους μετά από την πρώτη εφαρμογή, αποφάσισαν ότι θα ήταν καλύτερο να δουλέψουν μαζί σε όλες τις φάσεις (σχεδιασμός- υλοποίηση- αναστοχασμός) της επόμενης δραστηριότητας. Συνεπώς, μετά την εμπειρία εφαρμογής των πρώτων δραστηριοτήτων και μια συζήτηση σχετικά με τα αποτελέσματα της υλοποίησης τους, που πραγματοποιήθηκε σε κάποια συνάντηση, αποφασίστηκε η μεταξύ τους συνεργασία.

Η τρίτη δραστηριότητα λοιπόν σχεδιάστηκε και εφαρμόσθηκε από τους εκπαιδευτικούς Κ1 - Κ2 του Βαρβάκειου Γυμνασίου σε μαθητές Β΄ και Γ΄ Γυμνασίου του ίδιου αλλά και όμορων σχολείων, στα πλαίσια του ομίλου μαθηματικών του σχολείου. Αφορμή για τον σχεδιασμό της ήταν η εξοικείωση και η αξιοποίηση από τους μαθητές των πολλαπλών αναπαραστάσεων πάνω στην έννοια της συνάρτησης, οι οποίες περιλαμβάνονται τόσο στην ύλη των μαθηματικών της Β΄ όσο και της Γ΄ γυμνασίου.

Η αρχική ιδέα του σχεδιασμού της προήλθε από την εκπαιδευτικό Κ1, η οποία βρήκε μια εφαρμογή σε ένα ευρωπαϊκό πρόγραμμα σχετικά με το φρενάρισμα. Η πρόταση αυτή συζητήθηκε με τον εκπαιδευτικό Κ2, ο οποίος είχε εμπειρία ως εμπειρογνώμονας κατά τη στρατιωτική του θητεία και αποφάσισαν να εργαστούν με τον συγκεκριμένο χώρο εργασίας. Προκειμένου να γίνουν κατανοητές στους μαθητές οι μαθηματικές έννοιες που χρησιμοποιούνται κατά την εμπειρογνωμοσύνη ενός τροχαίου ατυχήματος, οι εκπαιδευτικοί αναζήτησαν πληροφορίες από το διαδίκτυο και χρησιμοποίησαν αρκετά ηλεκτρονικά μέσα κατά την υλοποίηση της στην τάξη.

4.5. Περιγραφή δραστηριοτήτων

4.5.1 Δραστηριότητα της εκπαιδευτικού Κ1

Η εκπαιδευτικός Κ1 γνώριζε κάποιες πληροφορίες για τον χώρο της σεισμολογίας πριν από το σχεδιασμό της συγκεκριμένης δραστηριότητας μέσα από το μάθημα της γεωγραφίας που δίδασκε. Ψάχνοντας στο διαδίκτυο αλλά και με τη βοήθεια των άλλων εκπαιδευτικών, αποφάσισε αρχικά να παρουσιάσει γενικές πληροφορίες και στοιχεία που αφορούν τους σεισμούς. Η παρουσίαση του υλικού αυτού προηγείται κάθε φορά από την αντίστοιχη διερευνητική δραστηριότητα με την οποία πρέπει να ασχοληθούν οι μαθητές. Στο φύλλο εργασίας εμπλέκονται με τρεις διερευνητικές εργασίες κατά τις οποίες προσδιορίζουν το επίκεντρο, το μέγεθος, τη μακροσεισμική ένταση και τις συνέπειες στο ανθρωπογενές περιβάλλον ενός πραγματικού σεισμικού γεγονότος του Ελληνικού χώρου, εργαζόμενοι σε ομάδες των τεσσάρων ατόμων.

Πιο συγκεκριμένα, στην πρώτη δραστηριότητα δίνονται στοιχεία του Γεωδυναμικού Ινστιτούτου από ένα σεισμό που έχει συμβεί, ο γεωπολιτικός χάρτης της Νοτιοδυτικής Ελλάδας, ο χάρτης του Ενιαίου Εθνικού Σεισμολογικού Δικτύου και πληροφορίες από διαφορετικούς σταθμούς στους οποίους έγινε αισθητό το συγκεκριμένο γεγονός. Ζητείται από τους μαθητές να βρουν το πιθανό επίκεντρο του σεισμού, καθώς και την απόστασή του από έναν σταθμό παρακολούθησης, ο οποίος παρέχει πρώτος στοιχεία για το σεισμό. Στη συνέχεια, δίνονται στοιχεία από άλλους έξι σταθμούς, τα οποία πρέπει οι μαθητές να αξιοποιήσουν και να περιγράψουν τη διαδικασία που ακολούθησαν για να βρουν με περισσότερη ακρίβεια το επίκεντρο του σεισμού. Μέσα από αυτές τις ερωτήσεις, οι μαθητές καλούνται να αναγνωρίσουν τον κύκλο ως ένα γεωμετρικό τόπο αλλά και το επίκεντρο του σεισμού ως το σημείο τομής τριών ή περισσότερων κύκλων με κέντρα τους σεισμολογικούς σταθμούς που δίνονται. Στη συνέχεια, οι μαθητές χρησιμοποιούν στοιχεία από τον χάρτη του Ενιαίου Εθνικού Σεισμολογικού Δικτύου για να βρουν την κλίμακα του και έπειτα να υπολογίσουν κάποιες αποστάσεις σταθμών στον χάρτη, αξιοποιώντας τις γνώσεις τους σχετικά με την κλίμακα ενός χάρτη. Αφού υπολογίσουν με ακρίβεια πλέον πάνω στον χάρτη το επίκεντρο του σεισμού, πρέπει να βρουν μετά στο γεωπολιτικό χάρτη εάν αυτό βρίσκεται κοντά σε κάποια πόλη που ανήκει στη ζώνη της μεγάλης σεισμικότητας. Με τη βοήθεια της κλίμακας των δύο χαρτών, οι μαθητές υπολογίζουν τις θέσεις αλλά και τις αποστάσεις των σεισμολογικών σταθμών, του επικέντρου αλλά και της κοντινότερης πόλης σε αυτό. Στη δεύτερη εργασία, οι μαθητές προσδιορίζουν το μέγεθος του σεισμού με βάση την κλίμακα Richter από το νομόγραμμα Richter στηριζόμενοι στις πληροφορίες που παρέχουν οι σταθμοί όπου έγινε αισθητός. Για τον προσδιορισμό αυτό, οι μαθητές αναπτύσσουν στρατηγικές για να διαβάσουν

και να κατανοήσουν τα κωδικοποιημένα δεδομένα που αφορούν την καταγραφή των σεισμικών κυμάτων και την χρήση του νομοδιαγράμματος Richter, ελέγχουν εάν από μετρήσεις διαφορετικών σταθμών καταλήγουν στο ίδιο αποτέλεσμα και ψάχνουν να βρουν μια διαδικασία που θα τους προσφέρει μεγαλύτερη αξιοπιστία στο αποτέλεσμά τους. Στην επόμενη εργασία, δίνονται η τροποποιημένη κλίμακα Μερκάλι και ο μαθηματικός τύπος για την εύρεση της επικεντρικής έντασης της πλειόσειστης περιοχής για τον Ελλαδικό χώρο σε σχέση με το τοπικό μέγεθος. Οι μαθητές χρησιμοποιώντας τα παραπάνω στοιχεία εκτιμούν την επικεντρική ένταση και τις πιθανές συνέπειες του σεισμού που μελετάνε. Κατά την τεκμηρίωση, οι μαθητές διαπραγματεύονται τις απαντήσεις των στρατηγικών τους, ενώ κατά την αξιολόγηση διασταυρώνουν τα αποτελέσματα τους μεταξύ των ομάδων αλλά και με τα δεδομένα της ιστοσελίδας του Γεωδυναμικού Ινστιτούτου. Μέσα από αυτή τη διερεύνηση, γίνεται πιο ελκυστικό και ενδιαφέρουσα η υλοποίηση, ενώ οι μαθητές εξοικειώνονται περισσότερο με τον χώρο εργασίας.

Στο τέλος της δραστηριότητας, παρουσιάζουν μια σύντομη έκθεση με τα ευρήματά τους, όπως τους ζητείται στο φύλλο εργασίας. Μέσα από τη συγκεκριμένη δραστηριότητα, οι μαθητές έρχονται σε επαφή με τον τρόπο αξιοποίησης των μαθηματικών σε έναν άλλο επιστημονικό χώρο, τη σεισμολογία-γεωλογία και κατανοούν με αυτόν τον τρόπο την χρησιμότητα του συνδυασμού των μαθηματικών με τις φυσικές επιστήμες για την ερμηνεία φυσικών φαινομένων που μπορούν να συναντήσουν στην καθημερινή τους ζωή.

4.5.2 Δραστηριότητα του εκπαιδευτικού Κ2

Ο εκπαιδευτικός Κ2 δεν είχε κάποια σχέση με τον χώρο της σεισμολογίας πριν από το σχεδιασμό της συγκεκριμένης δραστηριότητας. Μετά από συζητήσεις που είχε κάνει με συναδέλφους, πήρε την απόφαση για να μελετήσει τις καταγραφές που αφορούν ένα σεισμικό γεγονός και την περιγραφή του. Έκανε αρχικά μια λεπτομερή παρουσίαση για στοιχεία σχετικά με το επίκεντρο, το μέγεθος, την ένταση και τις πιθανές συνέπειες ενός σεισμού, ενώ αμέσως μετά αναφέρθηκε στα είδη των κυμάτων που συνοδεύουν μια σεισμική δόνηση και στον τρόπο που διαδίδονται. Έδωσε γενικές πληροφορίες για τους σεισμογράφους, για τα σεισμογράμματα και τα στοιχεία που μπορούμε να αντλήσουμε από αυτά και στη συνέχεια εστίασε στα διαγράμματα απόστασης- χρόνου για τα δύο παραπάνω είδη κυμάτων. Μέσα από τα διαγράμματα αυτά, οι μαθητές θα ανακαλύψουν την έννοια των ανάλογων ποσών, το συντελεστή αναλογίας τους, καθώς και τον τρόπο εύρεσης της απόστασης ενός σταθμού από το επίκεντρο του σεισμού με στοιχεία που θα πάρουν από την απεικόνιση του σεισμογράμματος.

Μετά την παρουσίαση ο εκπαιδευτικός βάζει τους μαθητές να εμπλακούν με δραστηριότητες που περιγράφονται σε ένα εκτενές φύλλο εργασίας στο οποίο διερευνούν μια συγκεκριμένη κατάσταση και επιλύουν το πρόβλημα που τους τίθεται ερμηνεύοντας τα ενδιάμεσα αποτελέσματά τους. Αρχικά, δίνεται ένα σεισμόγραμμα και ζητείται να καταγραφούν τα στοιχεία που αντλούνται από αυτό, σύμφωνα με όσες πληροφορίες αναφέρθηκαν και προηγουμένως στην παρουσίαση. Αμέσως μετά, υπολογίζεται το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί ανάμεσα στις αφίξεις των δύο κυμάτων, των πρωτευόντων (p-κυμάτων) και των δευτερευόντων (s-κυμάτων) που αναφέρονται, με σκοπό να ανακαλύψουν οι μαθητές με τη βοήθεια των διαγραμμάτων ότι ο χρόνος που μεσολαβεί μέχρι την άφιξη των πρωτευόντων κυμάτων είναι ανάλογος με την απόσταση του σταθμού από το επίκεντρο. Σε ανάλογο αποτέλεσμα φτάνουν και για τα δευτερεύοντα κύματα, ότι δηλαδή ο χρόνος που μεσολαβεί μέχρι την άφιξη των δευτερευόντων κυμάτων είναι ανάλογος με την απόσταση του σταθμού από το επίκεντρο, ενώ πρέπει να παρατηρηθεί ότι ο χρόνος αυτός είναι άγνωστος στους ερευνητές που βρίσκονται στον σταθμό, δηλαδή στους μαθητές.

Κατά τη διάρκεια της εφαρμογής, οι μαθητές επαναλαμβάνουν μερικές δραστηριότητες που γίνονται στον αντίστοιχο χώρο εργασίας, βασισμένοι σε αληθινά κατάλληλα διαμορφωμένα στοιχεία, συζητούν οποιαδήποτε απορία προκύπτει με τον εκπαιδευτικό, με σκοπό να καταφέρουν να υπολογίσουν την θέση του επικέντρου ενός σεισμού και το μέγεθός του. Αξιοποιούνται λοιπόν τα δοσμένα διαγράμματα για να εκτιμηθούν οι αποστάσεις του επικέντρου από τους διάσπαρτους σταθμούς καταγραφής και με τη βοήθεια του σεισμογράμματος προσδιορίζεται η απόσταση του δοσμένου σταθμού από το επίκεντρο, βάση του χρόνου που μεσολαβεί ανάμεσα στις αφίξεις των p-κυμάτων και των s-κυμάτων. Γνωρίζοντας την απόσταση του σταθμού από το επίκεντρο του σεισμού, προσδιορίζουν πάνω στον χάρτη που τους δίνεται τα πιθανά σημεία του επικέντρου. Οι μαθητές έτσι ανακαλύπτουν την έννοια του κύκλου ως γεωμετρικού τόπου, ενώ έχουν βρει αρκετά πιθανά σημεία. Χρησιμοποιούν στοιχεία και από άλλους σταθμούς, φέρνοντας από κάθε ένα σταθμό έναν κύκλο. Γίνεται σαφές ότι για την εύρεση του επικέντρου ενός σεισμικού γεγονότος χρησιμοποιούνται τουλάχιστον τρεις σεισμογράφοι, εργαλεία με τα οποία καταγράφεται ένας σεισμός, όπου κάθε σεισμογράφος διαγράφει έναν κύκλο με κέντρο την τοποθεσία του και ακτίνα ίση με την απόστασή του από το επίκεντρο. Το σημείο τομής των τριών ή περισσότερων κύκλων αποτελεί το επίκεντρο του σεισμού. Στην επόμενη δραστηριότητα, δίνεται στους μαθητές ένας πίνακας που πρέπει να συμπληρώσουν και να υπολογίσουν τις αντίστοιχες αποστάσεις του επικέντρου από διαφορετικούς σταθμούς στο σχέδιο που δίνεται με βάση την κλίμακα. Μέσα από αυτή τη δραστηριότητα μετρούν και κατασκευάζουν σχήματα υπό κλίμακα, ενώ αμέσως μετά υπολογίζουν το μέγεθος του σεισμού με βάση την ομώνυμη κλίμακα του Richter. Ελέγχουν τις μετρήσεις από άλλους σταθμούς και

προσπαθούν να βρουν τρόπο για να εξασφαλίσουν την αξιοπιστία του αποτελέσματός τους.

Αφού επιλύουν το δοσμένο πρόβλημα, οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να αξιολογήσουν το βαθμό επίτευξης των στόχων τους συγκρίνοντας τα αποτελέσματά τους με πραγματικά στοιχεία του φαινομένου. Δίνεται η επικαιροποιημένη κλίμακα Mercali και ο τύπος της επικεντρικής έντασης για τον ελλαδικό χώρο, τα οποία χρησιμοποιούν για να ελέγξουν κάποιες δοσμένες εκτιμήσεις, ενώ προσπαθούν να βρουν έναν διαφορετικό τρόπο υπολογισμού των αποστάσεων του επικέντρου από τους σταθμούς χωρίς την χρήση των διαγραμμάτων των s-p κυμάτων. Τέλος, ελέγχουν τον ισχυρισμό ενός φοιτητή που κάνει την πρακτική του στο γεωδυναμικό ινστιτούτο για τον υπολογισμό του τοπικού μεγέθους ενός σεισμού και καταγράφουν τα συμπεράσματά τους.

4.5.3 Κοινή δραστηριότητα των εκπαιδευτικών Κ1-Κ2

Οι μαθητές θα κάνουν ένα ταχύρρυθμο σεμινάριο και θα αναλαμβάνουν ρόλους εμπειρογνωμόνων από την πλευρά της τροχαίας και των ασφαλιστικών εταιρειών. Μέσα από την χρήση ηλεκτρονικών πηγών προσομοίωσης και πληροφόρησης προσπαθούν να χρησιμοποιήσουν όλα τα διαθέσιμα εργαλεία, έντυπα και ηλεκτρονικά, προκειμένου να οικοδομήσουν μαθηματικώς τεκμηριωμένα επιχειρήματα. Κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσής τους, διερευνούν δοσμένες καταστάσεις, πειραματίζονται, ερμηνεύουν τα αποτελέσματά τους, ενώ ταυτόχρονα κάνουν και την τεκμηρίωσή τους. Γνωρίζουν τις έννοιες, συνθήκες και παράγοντες που προκαλούν ατυχήματα και χρησιμοποιούν τις μαθηματικές τους γνώσεις στον χώρο των εμπειρογνωμόνων με σκοπό να αποφανθούν για τέτοιες καταστάσεις.

Στο φύλλο εργασίας υπάρχουν τρεις εργασίες και η υλοποίηση έχει χωριστεί στις εξής φάσεις:

- Στην 1η φάση κατά την οποία οι μαθητές ενημερώνονται για το σενάριο και εντάσσονται στον χώρο εργασίας των εμπειρογνωμόνων. Συζητούν με τους εκπαιδευτικούς για τους περιορισμούς του συγκεκριμένου χώρου εργασίας, καθώς και για τον ρόλο των εργαζομένων.

- Στην 2η και στην 3η φάση όπου οι μαθητές εμπλέκονται σε δύο δραστηριότητες προσομοίωσης του γεγονότος, τους ζητείται να καταγράψουν και να απεικονίσουν αριθμητικά δεδομένα σε πίνακες.

Πιο συγκεκριμένα, οι μαθητές εξοικειώνονται με τις έννοιες: χρόνος αντίδρασης, απόσταση αντίδρασης, απόσταση φρεναρίσματος, συνολική απόσταση ακινητοποίησης μέσα από την εμπλοκή τους με μια διαδραστική εφαρμογή μιας ιστοσελίδας. Όλοι οι μαθητές χρησιμοποιούν την εφαρμογή εναλλάξ, μπαίνουν στο ρόλο ενός οδηγού που φρενάρει τη στιγμή που βλέπει ένα εμπόδιο και πατούν το φρένο μόλις εμφανιστεί στην οθόνη το αυτοκίνητο. Τα στοιχεία που προκύπτουν από τις επαναλήψεις του πειράματος, καταγράφονται σε ένα πίνακα. Σε κάθε επανάληψη ο οδηγός- μαθητής αυξάνει ή μειώνει την ταχύτητα του αυτοκινήτου πατώντας τα αντίστοιχα κουμπιά. Από τα αποτελέσματα του πίνακα καταλήγουν σε κάποια συμπεράσματα για τον τρόπο και τους παράγοντες που επηρεάζουν τις έννοιες με τις οποίες ασχολούνται. Για να γίνει αυτό πιο σαφές, δίνεται μια δεύτερη διαδραστική εφαρμογή για να ελέγξουν τις συνθήκες ενός φρεναρίσματος. Στόχος της εφαρμογής είναι οι μαθητές να παρατηρήσουν τον τρόπο που επηρεάζεται η απόσταση αντίδρασης, η απόσταση φρεναρίσματος και η συνολική απόσταση φρεναρίσματος από τη μεταβολή της ταχύτητας του αυτοκινήτου, το συντελεστή τριβής, τις συνθήκες του φρεναρίσματος και γενικότερα το προφίλ του οδηγού.

- Στην 4^{η} και στην 5^{η} φάση γίνονται εικασίες για τις σχέσεις μεταξύ των μεγεθών ταχύτητα-απόσταση αντίδρασης και ταχύτητα-απόσταση φρεναρίσματος. Οι μαθητές πειραματίζονται στην διαδραστική εφαρμογή αλλάζοντας κάποιους παράγοντες και συμπληρώνουν έναν πίνακα. Αυτά τα αποτελέσματα τοποθετούν στο τμήμα excel του λογισμικού geogebra και δημιουργούν γραφικές παραστάσεις που αφορούν τις συνθήκες ενός ατυχήματος κάτω από την επίδραση διαφορετικών παραγόντων, όπως για παράδειγμα γραφήματα αποστάσεων σε σχέση με τις διαφορετικές συνθήκες του οδοστρώματος (στεγνό-βρεγμένο). Μ' αυτόν τον τρόπο αντιλαμβάνονται τους τύπους των συναρτήσεων, τους κατανοούν, κάνουν εκτιμήσεις γι' αυτούς και αξιοποιούν τα γραφήματα για να τεκμηριώσουν τις εκθέσεις τους.

- Στην 6^{η} φάση οι μαθητές αναλαμβάνουν ρόλους ερευνητή, χρησιμοποιούν κατά την επεξεργασία των στοιχείων τις κατακτημένες από την σχολική τους εκπαίδευση γνώσεις και δεξιότητες και δημιουργούν μοντέλα με τη μορφή συναρτήσεων. Αξιοποιούνται έτσι οι πολλαπλές αναπαραστάσεις των μαθητών πάνω στην έννοια της συνάρτησης.

- Στην 7η φάση αξιοποιούνται τα μοντέλα για να διατυπώσουν τεκμηριωμένα συμπεράσματα στο τελικό πόρισμα που ζητείται να συμπληρωθεί. Οι μαθητές απαντούν και επιχειρηματολογούν χρησιμοποιώντας στοιχεία από τη μελέτη των γραφικών παραστάσεων που έχουν δημιουργήσει.

Είναι απαραίτητο να αναφέρουμε ότι η σύνδεση των τριών εργασιών με τον χώρο εργασίας εμφανίζεται σε κάθε φάση της διδασκαλίας, το ρεαλιστικό στοιχείο ενθουσιάζει τους μαθητές και τους εμπλέκει ευχάριστα, ενώ η διερεύνηση πραγματοποιείται μέσα από τον πειραματισμό και τις διαδραστικές εφαρμογές.

4.6. Ανάλυση δεδομένων

Η ανάλυση των δεδομένων έγινε σύμφωνα με τη βιβλιογραφική επισκόπηση και τις απαιτήσεις της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Λάβαμε υπόψη μας τα σημεία που εκφράζουν το ρεαλιστικό πλαίσιο και τον χώρο εργασίας της κάθε δραστηριότητας και τα τρία στάδια των δραστηριοτήτων, σχεδιασμός- εφαρμογή- αποτίμηση, όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 4.3 Συλλογή Δεδομένων.

Στην πρώτη φάση της ανάλυσης πραγματοποιήθηκε απομαγνητοφώνηση της διδασκαλίας των τριών δραστηριοτήτων που σχεδίασαν οι εκπαιδευτικοί και των συνεντεύξεων που έδωσαν στον ερευνητή μετά από τη συμμετοχή τους στο συγκεκριμένο πρόγραμμα. Στη συνέχεια απομαγνητοφωνήθηκαν κάποια αποσπάσματα από τις οκτώ συναντήσεις της ομάδας των εκπαιδευτικών που είχαν βιντεοσκοπηθεί από τον ερευνητή. Έγινε διασταύρωση των δεδομένων που προέκυψαν από τις απομαγνητοφωνήσεις με τις σημειώσεις που είχαν κρατήσει οι εκπαιδευτικοί κατά τη διάρκεια του προγράμματος και τις είχαν παραδώσει στον ερευνητή, έτσι ώστε να αποσαφηνιστούν κάποια αμφιλεγόμενα σημεία που είχαν εντοπιστεί κατά την απομαγνητοφώνηση. Στην ουσία έγινε μια πρώτη αξιολόγηση της πορείας της ενασχόλησης των εκπαιδευτικών με τις δραστηριότητες.

Στην πορεία, οι απομαγνητοφωνημένοι διάλογοι κάθε δραστηριότητας αναλύθηκαν βήμα-βήμα με τη μέθοδο της θεμελιωμένης θεωρίας (Grounded Theory). Κατά την ανάλυση έγινε αξονική κωδικοποίηση (Axial coding) όπου ομαδοποιήθηκαν περιστατικά και κρίσιμα συμβάντα που εμφανίστηκαν κατά την ενασχόληση και τη συνεργασία μεταξύ των εκπαιδευτικών με τις

δραστηριότητες και έτσι καταλήξαμε στη διαμόρφωση των αξόνων ανάλυσης. Η ανάλυση επικεντρώθηκε στα εργαλεία που χρησιμοποιούν οι εκπαιδευτικοί σε κάθε δραστηριότητα και στους στόχους τους σύμφωνα με το μοντέλο του Saxe. Τα κρίσιμα συμβάντα παρουσιάζονται μέσα από επεισόδια, δηλαδή αποσπάσματα διαλόγων όπου εμφανίζονται στα πλαίσια της συμμετοχής των εκπαιδευτικών στο πρόγραμμα αυτό. Τα μετέπειτα σχόλια των ίδιων των εκπαιδευτικών γύρω από τα περιστατικά αυτά επικυρώνουν ή ακυρώνουν τις υποθέσεις της έρευνας μας ή δίνουν στοιχεία σχετικά με τα ερευνητικά ερωτήματα (Maher, 2003).

Κρίνεται απαραίτητο να αναφερθεί ότι η δομή του ερευνητικού προγράμματος καθοδήγησε σε μεγάλο βαθμό τις ενέργειες των εκπαιδευτικών σε όλες τις φάσεις του. Γι' αυτό οι άξονες της κωδικοποίησης μας επηρεάστηκαν αναπόφευκτα τόσο από την μεταξύ τους αλληλεπίδραση κατά τον σχεδιασμό των δραστηριοτήτων, όσο και από την αλληλεπίδρασή τους με τους μαθητές κατά την εφαρμογή. Κατά την υλοποίηση των παραπάνω βημάτων ανάλυσης μελετήθηκαν παράλληλα τα φύλλα εργασίας τα οποία είχαν σχεδιάσει οι εκπαιδευτικοί και οι σημειώσεις που κράτησαν οι ίδιοι με τις αλλαγές που θα έκαναν, στην περίπτωση που εφάρμοζαν ξανά την ίδια δραστηριότητα στο μέλλον. Έγινε τριγωνοποίηση των δεδομένων και προέκυψαν οι εξής τελικοί άξονες ανάλυσής τους:

- Ζητήματα μάθησης και διδασκαλίας
- Εργαλεία, επιρροές και γνώσεις των εκπαιδευτικών
- Αλληλεπιδράσεις, στόχοι και επαγγελματική εξέλιξη
- Συνεργασία μεταξύ των εκπαιδευτικών

Ταυτόχρονα υλοποιήθηκε μια κατηγοριοποίηση των λειτουργικών σταθερών που χρησιμοποίησαν οι εκπαιδευτικοί στις παρεμβάσεις τους. Η ομαδοποίησή τους πρόεκυψε βάσει των επιρροών και των αλληλεπιδράσεων των εκπαιδευτικών μέσα από τη δημιουργία μονάδων διδασκαλίας. Στο τέλος, πραγματοποιήθηκε έλεγχος για το εάν οι παραπάνω άξονες απαντάνε άμεσα ή έμμεσα στα ερευνητικά ερωτήματα που αναφέρθηκαν στην ενότητα 4.1 Στόχοι της έρευνας και ερευνητικά ερωτήματα.

5. Αποτελέσματα

5.1. Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναλύσουμε τα στοιχεία τα οποία συλλέξαμε στην έρευνά μας ώστε να εξάγουμε και να καταγράψουμε τα αποτελέσματα που συνάγονται σύμφωνα με την επιλεγμένη Μέθοδο Ανάλυσης. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται με βάση τα δύο ερευνητικά ερωτήματα. Πρέπει να επισημάνουμε ότι για όλους τους εκπαιδευτικούς που συμμετείχαν τόσο στην έρευνα όσο και στις συναντήσεις επαγγελματικής εξέλιξης (Professional Development Meetings) που εξετάζουμε, ήταν μια εμπειρία πρωτόγνωρη που τους επηρέασε αρκετά και χρειάστηκαν λίγο χρόνο για να εξοικειωθούν με αυτή την κατάσταση. Συγκεκριμένα θα ασχοληθούμε αρχικά με την παρέμβαση του κάθε εκπαιδευτικού ξεχωριστά και στη συνέχεια με την κοινή παρέμβαση των δύο εκπαιδευτικών ακολουθώντας τα βασικά μας ερωτήματα.

5.2. Ανάλυση Παρέμβασης της Εκπαιδευτικού Κ1

Η δραστηριότητα αυτή σχεδιάστηκε και πραγματοποιήθηκε στην Α' Γυμνασίου από την εκπαιδευτικό μαθηματικών Κ1 που συμμετείχε στην έρευνά μας και στις συναντήσεις επαγγελματικής εξέλιξης της ομάδας, όπως παρουσιάστηκε στην ενότητα 4.5.1 «Για μια μέρα… Σεισμολόγοι!»

5.2.1 Οι στόχοι του σχεδιασμού και οι δυσκολίες της εφαρμογής

Οι διδακτικοί στόχοι του σχεδιασμού των εργασιών της συγκεκριμένης δραστηριότητας είναι οι εξής:

- η αναγνώριση της θέσης του επικέντρου ενός σεισμού, δεδομένης της απόστασης από τον σεισμολογικό σταθμό. Αυτή βρίσκεται από κύκλο με κέντρο τον σταθμό και ακτίνα την απόσταση αυτή και ως εκ τούτου τα στοιχεία ενός σταθμού δεν είναι επαρκές στοιχείο για τον προσδιορισμό του

- η αναγνώριση της αναγκαιότητας της ύπαρξης στοιχείων από τρεις τουλάχιστον σταθμούς και ο προσδιορισμός του επικέντρου μέσα από την τομή τριών κύκλων
- ο προσδιορισμός αλλά και η αξιοποίηση της κλίμακας του χάρτη ώστε να συνδυάσουν τα πραγματικά δεδομένα με τις κατασκευές τους
- η αναγνώριση διαφορετικών μορφών αξόνων και ο προσδιορισμός κατάλληλων σημείων πάνω σε αυτές (νομόγραμμα Richter)
- οι μετατροπές μονάδων μήκους (km-cm/ μm-mm)
- η ανάπτυξη κριτικής γνώσης πάνω στην χρήση της επιστημονικής πληροφορίας από κοινωνικούς φορείς
- η αξιοποίηση των γνώσεων του αναλυτικού προγράμματος, πάνω στους σεισμούς, και την εμπειρία τους από τον πρόσφατο σεισμό, προς την κατεύθυνση της εξοικείωσής τους με έναν επιστημονικό τρόπο σκέψης που συνδυάζει γνώσεις τόσο από τα μαθηματικά όσο και από τις φυσικές επιστήμες.

Οι δυσκολίες που πιστεύει η εκπαιδευτικός κατά το σχεδιασμό της δραστηριότητας ότι θα αντιμετωπίσουν οι μαθητές της στη διάρκεια της εφαρμογής της αφορούν:

- την χρήση του νομοδιαγράμματος Richter και την ακρίβεια των αποτελεσμάτων τους, αφού είναι μια νέα έννοια γι' αυτούς
- την πολυπλοκότητα των πράξεων στη διάρκεια της επεξεργασίας των πραγματικών δεδομένων, γι' αυτό προτείνεται και η χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή
- την κατανόηση των κωδικοποιημένων δεδομένων κατά την ανάγνωσή τους από τον επίσημο επιστημονικό φορέα, δηλαδή του Γεωδυναμικού Ινστιτούτου.

5.2.2 Οι επιρροές των στόχων και των πόρων της εκπαιδευτικού κατά το σχεδιασμό

Κατά τη διάρκεια της δεύτερης συνάντησης επαγγελματικής ανάπτυξης ξεκίνησε η συζήτηση για τον τρόπο με τον οποίο θα σχεδιαστούν και θα εφαρμοστούν οι δραστηριότητες από τους εκπαιδευτικούς. Στις συναντήσεις αυτές συμμετείχαν εκπαιδευτικοί από διαφορετικές ειδικότητες, οπότε θεωρήθηκε αναγκαίο να πραγματοποιηθεί ένας διάλογος μεταξύ των

συμμετεχόντων για τις ιδέες και τα θέματα με τα οποία προτίθενται να ασχοληθούν. Ταυτόχρονα ο ερευνητής, ο οποίος ήταν ο συντονιστής της συνάντησης, παρουσίασε δραστηριότητες και ιδέες που έχουν εφαρμοσθεί είτε στην Ελλάδα είτε σε χώρες του εξωτερικού στα πλαίσια του προγράμματος «Ανακαλύπτοντας τα Μαθηματικά και τις Φυσικές Επιστήμες στην καθημερινή ζωή και στους χώρους εργασίας» (mascil). Μια εκπαιδευτικός αναφέρει την ιδέα ενός συναδέλφου της γεωλόγου, ο οποίος συμμετείχε στο πρόγραμμα αλλά απουσίαζε από τη συγκεκριμένη συνάντηση λόγω υποχρεώσεων. Μετά από την πρώτη συνάντηση επαγγελματικής ανάπτυξης, γεννήθηκε στο γεωλόγο η ιδέα του σχεδιασμού μιας δραστηριότητας με θέμα τους σεισμούς για την οποία εξέφρασε ιδιαίτερο ενδιαφέρον ο ερευνητής λέγοντας:

"Η ιδέα αυτή για τους σεισμούς που λέτε είναι ιδανική γιατί εάν αυτός είναι γεωλόγος και έρθει η ιστορία και δέσει σεισμοί και από εκεί βρείτε και μαθηματικά από πίσω και φυσική υπάρχει."

Πιο συγκεκριμένα, ο γεωλόγος σκέφτηκε την εύρεση του επικέντρου ενός σεισμού από τρεις σεισμολογικούς σταθμούς επηρεασμένος από την προηγούμενη του γνώση στο αντικείμενο της σεισμολογίας που διδάσκει ο ίδιος στο σχολείο. Η εκπαιδευτικός που ανέφερε την ιδέα, ως μαθηματικός, συνδύασε την σκέψη αυτή με το μαθηματικό περιεχόμενο:

"… με την τομή των τριών κύκλων που φέρνουμε από κάθε σταθμό μπορούμε να εντοπίσουμε το σημείο του σεισμού"

επηρεάζοντας με αυτόν τον τρόπο τη δομή της δραστηριότητας αλλά και τους συμμετέχοντες της ομάδας, καθώς την βρήκαν ιδιαίτερα ενδιαφέρουσα ιδέα. Ταυτόχρονα ο ερευνητής αναφέρεται και τους παρουσιάζει συνοπτικά μια παρόμοια δραστηριότητα, την οποία έχει τοποθετήσει στο υλικό μιας πλατφόρμας επικοινωνίας με σκοπό να τους βοηθήσει στην επιλογή χώρου εργασίας. Η δραστηριότητα αυτή έχει εφαρμοσθεί σε ένα λύκειο της Αγγλίας, έχει παρουσιαστεί σε συνέδριο της Αγγλικής Μαθηματικής Εταιρείας και έχει μια καθαρά γεωμετρική προσέγγιση. Μια ακόμα εκπαιδευτικός παρατηρεί ότι έχει παρακολουθήσει μια δραστηριότητα με θέμα τους σεισμούς σε ένα εκπαιδευτικό ίδρυμα, την οποία όμως είχαν υλοποιήσει φυσικοί. Σ' αυτό ακριβώς το σημείο φαίνεται το πόσο διαφορετικά μπορεί να σχεδιαστεί και να εφαρμοσθεί μια δραστηριότητα έχοντας ως κύριο άξονα την αρχική ιδέα για τον χώρο της σεισμολογίας. Σημαντικό ρόλο σε αυτό παίζουν οι γνώσεις του εκπαιδευτικού για το αντικείμενο, οι συνήθειες του καθώς και τα εργαλεία που χρησιμοποιεί.

Ο γεωλόγος στην τρίτη συνάντηση επαγγελματικής ανάπτυξης παρουσίασε μια δραστηριότητα με θέμα τους σεισμούς, όπου είχε φτιάξει δικά του σεισμογράμματα αλλά είχε χρησιμοποιήσει στοιχεία από έναν σεισμό που

συνέβη στο παρελθόν. Επηρεασμένος από το μάθημα της γεωλογίας και της φυσικής που διδάσκει σε σχολείο δεν περιείχε αρκετά μαθηματικά στοιχεία, όπως παρατήρησε και ο ερευνητής. Αυτή τελικά αποτέλεσε πόρο για τον σχεδιασμό της δραστηριότητας από την εκπαιδευτικό της ερευνάς μας Κ1, αλλά χρησιμοποίησε το δικό της σχήμα χρήσης για να δημιουργήσει τη μονάδα διδασκαλίας της. Αυτό φάνηκε από τη συνέντευξη που έδωσε:

"Χρησιμοποιήσαμε σαν σκελετό, σαν ιδέα, κάποια πράγματα που είχε δώσει από το υλικό του ο συνάδελφος, από εκεί και πέρα όμως ότι στήσαμε δηλαδή το πού θα επικεντρώσουμε και τι θα κάνουμε ήταν καθαρά δικό μας, το πήραμε εξαρχής. Εγώ δηλαδή δούλεψα με έναν σεισμό της Κεφαλονιάς και ο Κ2 δούλεψε με έναν άλλο σεισμό αλλά χρησιμοποιήσαμε μια, δηλαδή κουβεντιάζαμε λίγο τις λογικές μας."

Από το παραπάνω απόσπασμα, είναι εμφανές ότι η συζήτηση της μαθηματικού Κ1 με τον άλλο εκπαιδευτικό Κ2 επηρέασε το διδακτικό στόχο των εκπαιδευτικών και θα μπορούσαμε να πούμε ότι αποτελεί την παράμετρο των κοινωνικών αλληλεπιδράσεων η οποία επηρεάζει τη δομή της δραστηριότητας. Η αλληλεπίδραση αυτή των εκπαιδευτικών αποτέλεσε στην πορεία το έναυσμα για τον κοινό σχεδιασμό της τελευταίας δραστηριότητας.
Ένας ακόμη λόγος που επέλεξε αυτή τη δραστηριότητα η εκπαιδευτικός Κ1 ήταν το πλαίσιο εφαρμογής της δραστηριότητας, ο τρόπος εισαγωγής του στην τάξη και οι γνώσεις που είχαν ήδη οι μαθητές από την σχολική ύλη των μαθηματικών και της γεωγραφίας, τα οποία δίδασκε η ίδια στο τμήμα της Α' Γυμνασίου που εφαρμόσθηκε. Επίσης είχε αποφασίσει να την εφαρμόσει σε σύντομο χρονικό διάστημα από την επιλογή του συγκεκριμένου θέματος στην σχολική τάξη:

"Επέλεξα τη συγκεκριμένη δραστηριότητα γιατί μπορούσε να ενταχθεί οργανικά στο αναλυτικό πρόγραμμα τόσο των Μαθηματικών όσο και της Γεωγραφίας της Α' Γυμνασίου, ως εφαρμογή και επέκταση αντίστοιχων ενοτήτων που έχω διδάξει."

Οπότε στη διάρκεια της τρίτης συνάντησης, η εκπαιδευτικός εκφράζει επίσημα την επιθυμία της να ασχοληθεί με την ιδέα των σεισμών που ανέφερε ο γεωλόγος, αλλά ταυτόχρονα εκφράζει τις αμφιβολίες της σχετικά με την ελλιπή γνώση για τον χώρο της σεισμολογίας, γεγονός που αναφέρει ξανά κατά τη συνέντευξή της:

"Ο συνάδελφος ο σεισμολόγος ήταν εξαιρετικός, δηλαδή όσες φορές επικοινώνησα με αυτόν αλλά όμως ήταν μια γνώση που δε μπορώ να την αποκτήσω σε διάρκεια ενός δίωρου… δηλαδή θεωρώ ότι ρωτούσα για κάποια πράγματα και αισθανόμουν και λίγο δύσκολα μερικές φορές, μην πω και καμιά

βλακεία τώρα, δεν είναι το αντικείμενό μου. Δηλαδή μπαίναμε σε στοιχεία ας πούμε που ήταν λίγο δύσκολα σε εμάς."

Παρά την εμπειρία της από τη διδασκαλία της Γεωγραφίας και την καλή συνεργασία που είχε με τον συνάδελφο γεωλόγο, ένιωθε ανασφάλεια κατά το σχεδιασμό, τον οποίο έκανε μόνη της, γιατί δεν ήταν σίγουρη ότι θα αναπτύξει ένα σωστό μοντέλο της πραγματικής κατάστασης που ήθελε να μοντελοποιήσει. Οι εξειδικευμένες γνώσεις του χώρου της σεισμολογίας που χρειάζονται κατά το σχεδιασμό της δραστηριότητας ήταν ο κυριότερος λόγος για την ανησυχία της. Γι' αυτό θεώρησε χρήσιμο να είχε συνεργαστεί με το γεωλόγο και όχι μόνο να παίρνει πληροφορίες και συμβουλές από αυτόν, κάτι που δε συνέβη όμως. Η συγκεκριμένη μαθηματικός είχε εμπειρία από προηγούμενες διαθεματικές εφαρμογές που είχε σχεδιάσει και υλοποιήσει η ίδια παλαιότερα σε τάξεις της:

"Βέβαια πιο πολύ επίλυση προβλήματος αλλά με την έννοια ότι έχεις ένα πρόβλημα που είναι ο υπολογισμός του επικέντρου και από εκεί και πέρα κοιτάς να δεις που θα βρεις εργαλεία, που θα βρεις στοιχεία, δηλαδή ο στόχος σου είναι αυτός! "

Η ανταπόκριση που είχαν αυτές οι δραστηριότητες από τα παιδιά, δηλαδή το περίμεναν κάθε χρόνο όπως αναφέρει, αλλά και από αυτά που της είχαν μεταφέρει, ήταν μια πολύ γόνιμη και ευχάριστη διαδικασία:

"Γενικά κάθε χρόνο προσπαθούσα ανεξαρτήτως χώρου εργασίας, είτε γυμνάσιο είτε λύκειο, πάντα αφιέρωνα μια εξωσχολική δράση τύπου προγράμματος, που να έχει σχέση με τα μαθηματικά και κάτι άλλο… Δηλαδή ήθελα τα παιδιά να δούνε εκτός αναλυτικού προγράμματος… Σαν πολιτιστικό πρόγραμμα δηλαδή εκτός ωρολογίου προγράμματος."

Η εκπαιδευτικός σκέφτεται πιθανούς τρόπους για να εντάξει την παρέμβαση στη ροή των μαθημάτων, χωρίς να φανεί κάτι εντελώς ξένο στους μαθητές. Οι σχέσεις των μαθητών με την εκπαιδευτικό, επηρεάζουν σίγουρα την επίτευξη των διδακτικών της στόχων, γι' αυτό και αποφασίζει να ακολουθήσει τη μέθοδο της καθοδηγούμενης διερεύνησης. Μ' αυτόν τον τρόπο προσπαθεί να αποκτήσουν την επιθυμητή γνώση των μαθηματικών εννοιών με τις οποίες θα ασχοληθούν μέσα από μια μη παραδοσιακή μέθοδο διδασκαλίας:

"… μην το δουν σαν κάτι εντάξει έχουμε τα μαθήματά μας και ξαφνικά σκάει και μια εφαρμογή που δεν έχει σχέση με το κανονικό μας… θεωρήσανε ότι ήταν μέσα στη ροή των μαθημάτων, απλά ήταν κάτι που τους κέντρισε το ενδιαφέρον πολύ παραπάνω από το κανονικό της τάξης. "

Ο ερευνητής προσπαθεί παράλληλα στις συναντήσεις να τους εντάξει στον χώρο εργασίας, στο ρεαλιστικό πλαίσιο της δραστηριότητας και να τους προτείνει πηγές που μπορούν να χρησιμοποιήσουν κατά το σχεδιασμό της:

"… έψαξαν αρκετές σελίδες, ψάχνοντας βρήκαν υλικό. Το ενδιαφέρον σε όλο αυτό με τους χώρους εργασίας είναι ότι ενώ στην αρχή φαίνεται ξένο και δύσκολο, όταν μπεις μέσα στην ιδέα αρχίζεις και βρίσκεις πράγματα μετά. Μπήκαν σε σελίδες με εικονικούς σεισμούς, είναι μια υπαρκτή κατάσταση και έφτιαξαν μια διαδικασία καθαρά μαθηματικοποιημένη."

Η μαθηματικοποίηση που πραγματοποιήθηκε από την εκπαιδευτικό κατά το σχεδιασμό της δραστηριότητας ενός πραγματικού σεισμικού γεγονότος σκόπευε κυρίως στην ανάπτυξη από τους μαθητές υπολογιστικών ή κατασκευαστικών δεξιοτήτων, πολύ λιγότερα φορμαλιστικά, καθώς και στην επίτευξη της εννοιολογικής κατανόησης της έννοιας του κύκλου και των στοιχείων του. Γι' αυτό και είναι αναγκαίο να έχουν καθοριστεί ξεκάθαρα πριν την μαθηματικοποίηση οι στόχοι της εκπαιδευτικού, παιδαγωγικοί και διδακτικοί. Έτσι δημιουργείται μια νέα μαθηματική πραγματικότητα μαζί με τα απαραίτητα εργαλεία και τις τεχνικές με σκοπό να επιτευχθούν οι στόχοι στον επιθυμητό βαθμό, όπως τονίζει και ο ερευνητής σε μια από τις συναντήσεις:

"… ο εκπαιδευτικός θεωρώ ότι πρέπει να ξεκαθαρίσει πάρα πολύ καλά τι ακριβώς θέλει να πετύχει από το mascil δηλαδή ποιοι είναι οι στόχοι οι εκπαιδευτικοί και να βρει μια ιδέα που να εξυπηρετεί τους στόχους αυτούς."

Αφού επέλεξε τους στόχους και την ιδέα της δραστηριότητας, το επόμενο βήμα ήταν να βρει η εκπαιδευτικός την προσωπική της προσέγγιση πάνω στο θέμα. Η προσέγγιση αυτή δεν δίνει την εικόνα που θα πάρεις από την αρχή αφού συνήθως ένα μάθημα αλλιώς το σχεδιάζεις και αλλιώς βγαίνει. Είναι επιθυμητό όμως να υπάρχει μια πολλαπλή προσέγγιση τόσο από την ίδια την εκπαιδευτικό όσο και από τα μάτια άλλων συναδέλφων πριν το εφαρμόσεις:

"…ένα μάθημα διερευνητικής μάθησης, πρέπει να είναι εξαιρετικά καλά δομημένο και σίγουρα να το έχεις συζητήσει με συναδέλφους. "

Κατά το σχεδιασμό της παρέμβασης, η εκπαιδευτικός εξετάζει και διαμορφώνει συνεχώς τους πόρους της ανάλογα με τις δυνατότητες και τις γνώσεις των μαθητών, έτσι ώστε η δραστηριότητα με την οποία θα ασχοληθούν να μην είναι αρκετά περίπλοκη. Είναι λοιπόν μια συνεχής διαδικασία κατά την οποία μια μονάδα διδασκαλίας που αναπτύχθηκε από ένα σύνολο πόρων παρέχει νέους πόρους, οι οποίοι μετασχηματίζονται και μπορούν να οδηγήσουν σε μια νέα μονάδα διδασκαλίας. Οι πολλές αυτές αλλαγές μπορούν να προέλθουν τόσο από την αλληλεπίδραση μεταξύ των

εκπαιδευτικών που συζητούν για τον σχεδιασμό της (Κ1- Γεωλόγος) όσο και από τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ της εκπαιδευτικού και των πόρων της:

"Στην αρχή όταν ξεκίνησα να φτιάξω τους σεισμούς, είχα φτιάξει ένα τελείως διαφορετικό υλικό. Μιλάω μετά με το γεωλόγο, αλλάζω, δηλαδή γινόταν αυτό το πράγμα, ναι υπήρχε αυτή η ζύμωση μέχρι τελευταίας στιγμής."

Πριν ξεκινήσει όμως τη διαμόρφωση της η εκπαιδευτικός, ασχολήθηκε αρκετά με το κοινό στο οποίο θα εφάρμοζε τη διδασκαλία, το οποίο θεώρησε ότι έπρεπε να γνωρίζει πάρα πολύ καλά. Πιο συγκεκριμένα, χρειαζόταν να είναι ενήμερη για το σε ποιο βαθμό μπορεί το κοινό αυτό να αυτενεργήσει και σε τι βαθμό ελευθερίας μπορεί να φτάσει με σκοπό να καταφέρει να ελέγξει τον χρόνο που θα χρειαστεί για να την εφαρμόσει. Από την εμπειρία που κατείχε ήδη από προηγούμενες εφαρμογές στη διερευνητική μάθηση, ήξερε ότι ήταν απαραίτητος αρκετός χρόνος και γι' αυτό έπρεπε να είναι πολύ καλά προετοιμασμένη και να έχει δομήσει πολύ καλά τη δραστηριότητα που σχεδίαζε. Στόχος της ήταν να φτάσει στα επιθυμητά αποτελέσματα για να επιτευχθούν οι διδακτικοί της στόχοι, αλλά επειδή γνώριζε ότι η ροή των πράξεων και η σκέψη των παιδιών είναι ικανή να σε βγάλει εκτός προγράμματος, ήταν απαραίτητη μια πολύ καλά δομημένη ροή της διδασκαλίας, όχι απαραίτητα με τη μορφή της κατευθυνόμενης μάθησης, αλλά να υπάρχει μια συγκεκριμένη ροή :

"Καλός σχεδιασμός και πολύ ακριβής σχεδιασμός στο πού θα το πας στον χρόνο που θες."

Η αλήθεια είναι ότι τα αναλυτικά προγράμματα δεν βοηθάνε πολύ στο να κάνει ένας εκπαιδευτικός κινήσεις διερευνητικές καθ' όλη τη διάρκεια της χρονιάς. Αυτό γίνεται επειδή είναι πάρα πολύ πιεσμένα τα χρονικά περιθώρια και υπάρχει ο φόβος ότι ενδεχομένως θα απομακρυνθούν πολύ από το αναλυτικό πρόγραμμα. Συνεπώς οι διδάσκοντες είναι πολλές φορές αρνητικοί στο να το δοκιμάσουν αλλά όπως παρατήρησε η εκπαιδευτικός σε αυτό το πρόγραμμα είχαν τη δυνατότητα να το δοκιμάσουν και μάλιστα με επιτυχία. Σ' αυτό βοήθησε και η εύστοχη επιλογή των τεχνουργημάτων, των εργαλείων καθώς και των συνηθειών της, που ενσωμάτωσε στη διδασκαλία της, με σκοπό να θέσει ξεκάθαρα τους μαθηματικούς της στόχους. Όπως σημείωσε και ο ερευνητής, το φύλλο εργασίας αποτελεί το τεχνούργημα με το οποίο ασχολήθηκε περισσότερο η εκπαιδευτικός κατά το σχεδιασμό. Σ' αυτό συνδέει με κάποιο τρόπο τις διαφορετικές μαθηματικές έννοιες και καταφέρνει να επιτευχθεί η εννοιολογική τους εμπέδωση χρησιμοποιώντας τις προηγούμενες γνώσεις των μαθητών με τις καινούριες:

"Νομίζω ότι και στα φύλλα εργασίας ήταν πάρα πολύ που έγινε η ζύμωση δηλαδή τι γράφει το φύλλο εργασίας, πώς γράφει το φύλλο εργασίας, εάν το

φύλλο εργασίας δίνει μόνο οδηγίες, εάν αυτοί συμπληρώνουν μόνο στοιχεία, εάν τα στοιχεία είναι πραγματικά, πως θα τα επεξεργαστούν."

Παράλληλα με τα μαθηματικά και την παροχή γνώσεων από το γεωλόγο για τον χώρο της σεισμολογίας προσπαθεί να αναδείξει και το ρεαλιστικό πλαίσιο της δραστηριότητας. Οπότε έβαλε τα μαθηματικά με την έννοια ότι ενέπλεξε τα παιδιά στο να μπορούν να διαβάζουν πραγματικά δεδομένα, δηλαδή έπρεπε να διαβάσουν στοιχεία που ήταν από κάτι πίνακες. Πριν τα τοποθετήσει στο φύλλο εργασίας, η εκπαιδευτικός είχε μπει στη διαδικτυακή σελίδα του Γεωδυναμικού Ινστιτούτου και είχε δοκιμάσει να τα διαβάσει και εκείνη. Επειδή είχε δυσκολευτεί η ίδια στο να τα διαβάσει, αποφάσισε ότι έπρεπε να τους κατευθύνει στο ποια στοιχεία και με ποιον τρόπο ακριβώς έπρεπε να υπολογίσουν, το μέγεθος, το επίκεντρο, καθώς και μετά με ποιον τρόπο μπορούν να τα συνδυάσουν:

"Συζητάγαμε ποια πράγματα από τα γνώριμα πεδία μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε… Μετατροπές μονάδων μέτρησης, ωραία, γεωμετρικά στοιχεία κύκλων, ωραία, γραφικές παραστάσεις, ωραία… τα παιδάκια τα δικά μας αυτές τις γνώσεις έχουν. Αυτό είναι το ένα δεδομένο. Θέλουμε να μιλήσουμε για τους σεισμούς είναι το δεύτερο. Στοιχεία πού θα βρούμε; Αυτό είναι το τρίτο και πώς θα παντρέψουμε αυτά τα πράγματα."

5.2.3 Οι επιρροές και οι αλληλεπιδράσεις της εκπαιδευτικού κατά την εφαρμογή

Μετά την τρίτη συνάντηση και το σχεδιασμό της δραστηριότητας από την εκπαιδευτικό Κ1 υλοποιήθηκε η εφαρμογή της εντός του σχολικού πλαισίου. Πιο συγκεκριμένα, εφαρμόσθηκε μια διδασκαλία διάρκειας δύο συνεχόμενων διδακτικών ωρών, της γεωγραφίας και των μαθηματικών, η οποία χωρίστηκε σε τρεις φάσεις. Αρχικά στην πρώτη φάση, γίνεται μια συζήτηση με σκοπό να εντάξει τους μαθητές στο θέμα της εφαρμογής και να τους πληροφορήσει για το υλικό που θα χρησιμοποιήσουν από το Γεωδυναμικό Ινστιτούτο του Αστεροσκοπείου Αθηνών:

" Λοιπόν είμαστε σεισμολόγοι χωρισμένοι σε ομάδες και στόχος μας είναι παίρνοντας διάφορα στοιχεία και συνεργαζόμενοι με άλλους σταθμούς, να βγάλουμε κάποια συμπεράσματα που έχουν να κάνουν με ένα σεισμό, ο οποίος έχει πραγματοποιηθεί αλλά έχουν χαθεί τα συμπεράσματα που έχουν σχέση με το επίκεντρο, κάποια πράγματα που εσείς θα ανακαλύψετε για να τα

προσδιορίσουμε μετά και θα γράψουμε ένα δελτίο τύπου! Θα γίνουμε το γεωδυναμικό ινστιτούτο που βγαίνει και λέει: «Σήμερα στις τάδε του μηνός, συνέβη αυτό και αυτό με αυτά τα χαρακτηριστικά.» "

Στο παραπάνω απόσπασμα φαίνεται η πρόθεση της εκπαιδευτικού να κάνει γνωστό από την αρχή τον χώρο εργασίας με τον οποίο θα ασχοληθούν οι μαθητές αλλά και τα πραγματικά δεδομένα κάνοντας ξεκάθαρο το ρεαλιστικό πλαίσιο της δραστηριότητας. Μέσα από τη συζήτηση, η εκπαιδευτικός προσπαθεί να ανατρέξει στην προηγούμενη γνώση των μαθητών από το μάθημα της γεωγραφίας ενώ ταυτόχρονα τους δείχνει οπτικοακουστικό υλικό για να τους εξηγήσει τις έννοιες με τις οποίες θα ασχοληθούν αργότερα στο φύλλο εργασίας. Σε όλη τη διάρκεια της εφαρμογής, η εκπαιδευτικός προκαλεί το ενδιαφέρον των μαθητών με κατάλληλα ερωτήματα και υποστηρίζει τις προσπάθειες των μαθητών ενθαρρύνοντάς τους συνεχώς μετά από κάθε σωστή ενέργειά τους, έχοντας ως πρότυπο διερευνητικές διδασκαλίες που είχε κάνει πριν από τη συμμετοχή της στο συγκεκριμένο πρόγραμμα. Η αλληλεπίδραση αυτή μεταξύ της εκπαιδευτικού και των μαθητών της, τους βοηθάει στο να πραγματοποιηθεί πιο γρήγορα και με επιτυχία η διερεύνηση μιας πραγματικής κατάστασης και η κατηγοριοποίηση των γνώσεων του χώρου της σεισμολογίας:

" Δηλαδή σεισμό έχουμε μόνο στην περίπτωση που έχουμε μετακίνηση δύο τεκτονικών πλακών; Έχουμε σε άλλη περίπτωση σεισμό;"

Στη δεύτερη φάση της, η εκπαιδευτικός ασχολείται με τρεις διερευνητικές δραστηριότητες που δίνονται στους μαθητές μέσα από το φύλλο εργασίας, το οποίο θα συμπληρωθεί κατά την υλοποίησή τους. Εξαιτίας της νεαρής ηλικίας των μαθητών, πριν από κάθε διερευνητική δραστηριότητα θα προβάλλεται το αντίστοιχο υλικό, ηλεκτρονικό κυρίως, και τα αντίστοιχα όργανα καταγραφής δεδομένων προκειμένου να ενταχθούν πιο εύκολα στον εργασιακό χώρο, όπως είχε αναφέρει και ο γεωλόγος κατά την παρουσίαση της δικής του δραστηριότητας σε μια από τις συναντήσεις:

"… χρησιμοποιούσαμε την online επαφή με το γεωδυναμικό ινστιτούτο για να πάρουμε τα στοιχεία αλλά να έχουν τα παιδιά την αίσθηση ότι είναι σεισμολόγοι εκείνη την ώρα και ότι πραγματικά δουλεύουν σε έναν τέτοιο χώρο και τα πήραμε διαδικτυακά, δηλαδή το διαδίκτυο μας φέρνει πιο κοντά."

Σε αυτή την φάση γίνεται η γεφύρωση του χάσματος μεταξύ των σχολικών μαθημάτων –γεωγραφίας και μαθηματικών- και των εκτός σχολικού περιβάλλοντος εμπειριών, γεγονός που αποτελούσε έναν από τους αρχικούς στόχους τόσο του προγράμματος όσο και του ερευνητή:

“ Το επίκεντρο είναι ουσιαστικά το σημείο που είναι πάνω από την εστία αλλά είναι το σημείο της επιφάνειας. Εμείς όταν λέμε επίκεντρο εννοούμε το σημείο της επιφάνειας του φλοιού της γης. Όπως προσέξτε μια διευκρίνιση, όταν αυτό εδώ πέρα, η απόσταση αυτή είναι πάρα πολύ μεγάλη, δηλαδή είναι πάνω από 70 χιλιόμετρα, μιλάμε για σεισμούς βάθους, τότε μιλάμε για εστιακό βάθος. Όταν η απόσταση αυτή είναι μικρή, μικρότερη από 70 χιλιόμετρα, σαν και το σεισμό που έγινε και καταλάβαμε εμείς. Θυμάστε που έγινε και λέγαμε πόσο ήταν το εστιακό βάθος; ”

Κατά τη διδασκαλία η εκπαιδευτικός οργάνωνε συνεχώς τις δραστηριότητες των μαθητών, παρενέβαινε για να προβληματίσει τους μαθητές ενώ τους έδινε τον απαραίτητο χρόνο για να μοιραστούν τις σκέψεις τους με τους συμμαθητές τους. Επηρεασμένη από τις συναντήσεις επαγγελματικής εξέλιξης στις οποίες συμμετείχε, κατά τις οποίες άκουσε ιδέες για το σχεδιασμό των δραστηριοτήτων που δεν είχε σκεφθεί νωρίτερα η ίδια, έκρινε σκόπιμο να παρακολουθήσει τον εκπαιδευτικό και συνάδελφό της Κ2 κατά την υλοποίηση της δραστηριότητας των σεισμών:

“ Την ώρα που παρακολουθείς έναν συνάδελφο με τον οποίο είσαι και φίλος εάν ανιχνεύσεις κάτι που είναι δυνατό σημείο την ώρα που κάνει τη διδασκαλία, δηλαδή παρατηρείς ότι πραγματικά έχει προκαλέσει το ενδιαφέρον των παιδιών, δηλαδή είναι κάτι που υποσυνείδητα μέσα σε εισαγωγικά το κλέβεις! ”

Από το παραπάνω απόσπασμα φαίνεται η επιρροή της εκπαιδευτικού από τη διδασκαλία του Κ2, η οποία εμφανίστηκε κυρίως στην ενορχήστρωση της τάξης, δηλαδή στον τρόπο που χώρισε τους μαθητές σε ομάδες και στον τρόπο που διαχειρίστηκε τον διαθέσιμο χρόνο της. Από την εμπειρία της παρακολούθησης, η Κ1 επισήμανε κάποια σημεία στα οποία δε λειτούργησε όπως θα έπρεπε η ροή της δραστηριότητας και κάποια άλλα που βοήθησαν ιδιαίτερα στην επίτευξη των στόχων του εκπαιδευτικού, τα οποία προσπάθησε να ενσωματώσει στη δική της διδασκαλία:

“ Σου φέρνει κάτι άλλο και λες κοίταξε να δεις αυτό ναι ρε παιδί μου είναι πιο καλό αυτό, θα το δοκιμάσω με εκείνο ή ξέρω εγώ αυτό που λες μπορεί να ισχύει αλλά μήπως να το τροποποιήσουμε; Σου δίνει κάτι που μπορεί να μην το είχες σκεφτεί μέχρι τότε.”

Η επίδραση αυτή από την διδασκαλία της άλλης δραστηριότητας, οδήγησε σε μια συζήτηση των δύο εκπαιδευτικών για την τροποποίηση των προβληματικών στοιχείων της, η οποία ευνόησε αρκετά την διδάσκοντα Κ1 σε όλη τη διάρκεια της εφαρμογής αλλά και στην προσωπική της εξέλιξη:

“ Εάν κάτι δεν είναι καλό, λες αυτό πώς θα μπορούσε να είναι, το συζητάς και αυτό σε βελτιώνει σαν εκπαιδευτικό, η γνώμη μου είναι, δηλαδή αρχίζεις να αντιμετωπίζεις τα πράγματα όχι πολύ στεγανά.”

Από τις συναντήσεις με τους άλλους εκπαιδευτικούς, καθώς και από τις τοποθετήσεις του ερευνητή διαπίστωσε το πόσο σημαντική είναι η ανταλλαγή απόψεων μεταξύ συναδέλφων. Γι’ αυτόν ακριβώς το λόγο, την ενδιέφερε κατά τη διδασκαλία της να έχει διπλό ρόλο ελέγχοντας όχι μόνο σε ποιο επίπεδο επικοινωνίας είχε φτάσει με τους μαθητές της και ποια στοιχεία αποκόμισε αλλά και σε τι βαθμό είχε βελτιωθεί η ίδια από τη συγκεκριμένη εφαρμογή:

“… είναι πάρα πολύ σημαντικό να αντιμετωπίζεις, δηλαδή να βάζεις τον εαυτό σου και ακροατή και εν δυνάμει διδάσκοντα εκείνη την ώρα! ”

Στην τελευταία φάση της δραστηριότητας η εκπαιδευτικός βάζει τους μαθητές να γράψουν ένα δελτίο τύπου με τα δεδομένα που βρήκαν εισάγοντας για ακόμα μια φορά τον χώρο εργασίας στη δραστηριότητα.

5.2.4 Η αποτίμηση της εφαρμογής και η κατάταξη των λειτουργικών σταθερών

Κατά την τέταρτη συνάντηση επαγγελματικής ανάπτυξης της ομάδας των εκπαιδευτικών παρουσιάστηκαν οι αποτιμήσεις των πρώτων δραστηριοτήτων που εφαρμόσθηκαν. Η εκπαιδευτικός Κ1 ξεκινάει την αποτίμησή της αναφέροντας τα σημεία που την ξάφνιασαν είτε ευχάριστα είτε δυσάρεστα. Αμέσως μετά εξέφρασε την πεποίθησή της ότι θα έπρεπε να είχε αφήσει μεγαλύτερο βαθμό αυτονομίας στους μαθητές της κατά την επίλυση του προβλήματος και να είχε παρακολουθήσει με περισσότερη προσοχή τις αλληλεπιδράσεις και τις συζητήσεις μεταξύ των μαθητών που ήταν στην ίδια ομάδα εργασίας:

“Είδα ότι γενικά αυτό που είχε πάρα πολλή σημασία ήταν η αλληλεπίδραση μεταξύ των ομάδων και το γεγονός ότι τα παιδιά είχαν μεγάλο βαθμό ελευθερίας στο να ερευνήσουν ακόμα και εάν δεν κατέληγαν σε συγκεκριμένο αποτέλεσμα.”

Πιο αναλυτικά, το γεγονός ότι οι μαθητές κατάφεραν αρκετά γρήγορα και χωρίς ιδιαίτερη δυσκολία να οδηγηθούν στη σύνδεση της εύρεσης του σημείου του επικέντρου με το σημείο τομής τριών ή περισσοτέρων κύκλων

εξέπληξε θετικά την εκπαιδευτικό, καθώς δεν το περίμενε. Ένα ακόμα θετικό και μη αναμενόμενο στοιχείο ήταν η ενασχόληση των μαθητών με την μαθηματική έννοια της αναλογίας κατά τον προσδιορισμό των ακτινών των κύκλων, παραμερίζοντας την φορμαλιστική μορφή της κλίμακας που έχουν συνηθίσει να χρησιμοποιούν στο σχολικό πλαίσιο. Εκείνο που ξάφνιασε με δυσάρεστο τρόπο την διδάσκοντα ήταν η δυσλειτουργία μιας ομάδας με καλό ατομικό δυναμικό. Η αυτονομία του «ισχυρότερου» ατόμου της ομάδας και η ύπαρξη σχεδόν μηδενικής χημείας μεταξύ των μελών της, αφού το άτομο αυτό πήρε πρωτοβουλία και κράτησε το φύλλο εργασίας της ομάδας για να το συμπληρώσει μόνο του, χωρίς να αφήσει περιθώρια συνεργασίας, με αποτέλεσμα να μείνει αρκετά πίσω η ομάδα στην πρώτη διερευνητική δραστηριότητα. Με αφορμή αυτό το περιστατικό η εκπαιδευτικός ανέφερε ότι σε περίπτωση που εφάρμοζε ξανά την ίδια δραστηριότητα θα έκανε επιμερισμό των ρόλων μεταξύ των μελών της ομάδας. Δηλαδή θα όριζε το άτομο που θα συμπλήρωνε το φύλλο εργασίας, το άτομο που θα διαχειριζόταν το παράρτημα και τις πληροφορίες και το άτομο που θα κατέγραφε τις σκέψεις, τις διαδικασίες, τις πρακτικές της ομάδας. Η ενέργειά της αυτή οφείλεται κυρίως στην πίεση που υπάρχει εξαιτίας της έλλειψης αρκετού χρόνου, αφού η διδασκαλία πραγματοποιείται σε δύο διδακτικές ώρες. Η έλλειψη περισσότερου χρόνου δημιουργεί περιορισμούς τόσο στο διδακτικό σχεδιασμό όσο και στην διερεύνηση ή την κατανόηση των μαθητών κατά τη διδασκαλία μιας τέτοιου είδους δραστηριότητας, που όπως παρατήρησε η ίδια :

“Θεωρώ ότι η εμπειρία και η ζύμωση που έγινε (από τις συναντήσεις), για μένα δείχνει ότι αφενός είναι εφικτό, αφετέρου όμως θέλει λίγο μεγαλύτερη ευελιξία στον χρόνο που έχεις δηλαδή εάν μεν, πούμε ότι αυτή η δραστηριότητα πρέπει να ολοκληρωθεί σε ένα δίωρο, της κόβει ένα κομμάτι διερεύνησης, δηλαδή την πιέζει λίγο.”

Σύμφωνα με το παραπάνω απόσπασμα της συνέντευξης της εκπαιδευτικού Κ1, η ζύμωση που πραγματοποιήθηκε κατά τις συναντήσεις με τους συναδέλφους της βελτίωσε τόσο τον διδακτικό σχεδιασμό της όσο και την διδασκαλία της. Η συμμετοχή της αυτή σε ένα πρόγραμμα που αρχικά ήταν τελείως πρωτόγνωρο το τι θα έκαναν οι εκπαιδευτικοί, υπήρχαν αρκετά ερωτήματα σχετικά με τον χώρο εργασίας αλλά και πάρα πολλοί πειραματισμοί για το τι θα γίνει με αυτό. Στην αρχή ούτε το περιεχόμενο δεν ήταν εύκολο, ότι δηλαδή θα βρεθούν χώροι και θα φτιαχτούν αντίστοιχα προβλήματα, γεγονός που τελικά αποτέλεσε σημαντική εμπειρία για την προσωπική της επαγγελματική μάθηση. Η προσπάθειά της να φέρει εις πέρας και με επιτυχία μια διερευνητικού τύπου δραστηριότητα που συνδέει τα μαθηματικά με τον χώρο της σεισμολογίας, την ώθησε να συνεργαστεί για πρώτη φορά με έναν συνάδελφο της ίδιας ειδικότητας, δηλαδή μαθηματικό, τον εκπαιδευτικό Κ2:

"…για μένα ήταν η πρώτη φορά που συνεργάστηκα τόσο στενά με τον Κ2 και με την ειδικότητά μου με την έννοια ότι το mascil άνοιξε μια πόρτα, με την έννοια ότι οι μαθηματικοί είναι λίγο δύσκολοι σε συνεργασίες! Δηλαδή μπορούν να δουλεύουν με άλλες ειδικότητες αλλά με την ειδικότητά τους είναι δύσκολοι και θεωρώ ότι ήταν το σημαντικότερο σημείο του κέρδους στο mascil, όχι μόνο με τον Κ2 αλλά γενικά από το mascil."

Παρ' όλο που οι εκπαιδευτικοί δούλεψαν ανεξάρτητα και ο καθένας σχεδίασε και εφάρμοσε τη δική του διδασκαλία με διαφορετικό γνωστικό και διδακτικό περιεχόμενο έχοντας μοναδικό κοινό στοιχείο την αρχική ιδέα, διαπιστώθηκε τελικά ότι υπήρχε κάποιου είδους αλληλεπίδραση μεταξύ των εκπαιδευτικών που επηρέασε και τη δομή της δραστηριότητας. Σε αυτό το σημείο παρατηρούμε ότι οι κανονικότητες της δράσης ενός διδάσκοντα για την ίδια κατηγορία καταστάσεων μέσα από διαφορετικά γνωστικά πλαίσια επηρεάζονται από τις αλληλεπιδράσεις του περιβάλλοντος στο οποίο ανήκει, καθώς κατά την κατανόηση και την ανάπτυξη μιας μονάδας διδασκαλίας η εργασία της τεκμηρίωσης δεν απομονώνεται ποτέ (συλλογική αρχή). Η παρακολούθηση της διδασκαλίας του εκπαιδευτικού Κ2 επηρέασε τόσο τον διδακτικό σχεδιασμό της όσο και την διδασκαλία της στην τάξη. Αυτό συνέβη κυρίως μετά από τη συζήτηση που είχαν μεταξύ τους πριν από την εφαρμογή της δραστηριότητας της εκπαιδευτικού Κ1 αλλά και κατά τις συζητήσεις που είχαν μετά την εφαρμογή και των δύο δραστηριοτήτων τόσο εντός των συναντήσεων επαγγελματικής εξέλιξης όσο και εκτός:

"Χάναμε σε αυτό που διαπιστώσαμε την πρώτη φορά που δουλέψαμε ανεξάρτητα. Ο ένας είχε εστιάσει σε κάποια σημεία, ο άλλος σε κάποια άλλα, όταν πήγαμε να τα εφαρμόσουμε ο ένας αισθάνθηκε ότι του αλλουνού έλειπαν από τη δουλειά του και θα ήθελε πάρα πολύ να τα έχει ενσωματώσει."

Η συμμετοχή λοιπόν της εκπαιδευτικού στις συναντήσεις έφερε κοντά δύο συναδέλφους της ίδιας ειδικότητας που διδάσκουν και στο ίδιο σχολείο. Παρά το γεγονός ότι δεν συνεργάστηκαν για το σχεδιασμό και την εφαρμογή μιας κοινής δραστηριότητας με θέμα τους σεισμούς στα πλαίσια του προγράμματος, επεδίωξαν με δική τους πρωτοβουλία την μεταξύ τους ανταλλαγή πληροφοριών και εμπειριών σε όλα τα στάδια των δραστηριοτήτων εκτός των συναντήσεων (σχεδιασμός-εφαρμογή-αποτίμηση). Επιπλέον, η εκπαιδευτικός εκφράζει θετικά σχόλια μια πιθανή συνεργασία της με εκπαιδευτικό άλλης ειδικότητας, όπως παραδείγματος χάρη έναν γεωλόγο. Έκρινε ιδιαίτερα χρήσιμη τη βοήθεια που τις παρείχε ο γεωλόγος στο γνωστικό κομμάτι του χώρου εργασίας για το οποίο η ίδια ένιωθε μεγάλη ανασφάλεια κατά το σχεδιασμό, αφού είναι ένας τομέας που δεν γνωρίζει και συνεπώς δεν θα μπορεί να τον διαχειριστεί εύκολα. Θεώρησε αναγκαίο όμως τη συμμετοχή του γεωλόγου σε όλες τις φάσεις της

δραστηριότητας, αφού θα μπορούσε με αυτόν τον τρόπο να ανταπεξέλθει σε λιγότερο χρόνο και πιθανότατα με περισσότερη ακρίβεια και σαφήνεια κυρίως κατά τη διδασκαλία της. Το γεγονός ότι της παρείχε ο γεωλόγος όλες τις απαραίτητες πληροφορίες και της έλυσε οποιαδήποτε απορία είχε κατά το σχεδιασμό, την ευνόησε αρκετά αλλά δεν ήταν ικανό για να ξεπεράσει όλα τα τεχνικά- γνωστικά εμπόδια:

"Σίγουρα είναι κάτι που θα επιδιώξω τη συνεργασία με άλλους συναδέλφους με την έννοια ότι πλέον αποκόμισα το θετικό κίνητρο μέσα μου ότι οποιοσδήποτε συνάδελφος είναι στη δουλειά και κάνει αυτήν, είναι εκπαιδευτικός, σίγουρα έχει κάτι να σου πει…. Αναφορικά με τις άλλες ειδικότητες, είναι καλό αλλά θέλει πολύ περισσότερο χρόνο πρώτον, μέχρι που να συγχρωτιστείς με τη διαλογικότητα, δηλαδή να μιλήσεις την ίδια γλώσσα… υπάρχει ένα πλαίσιο που έχει άλλες, ίσως και άλλους κώδικες γνώσεις…. Όμως σε στοιχεία που ήταν καθαρά γεωλογικά, εκεί δε μπορούσαμε να εμβαθύνουμε, εκεί έπρεπε να έχουμε ένα γεωλόγο δίπλα μας την ώρα που γινόταν η εφαρμογή. Ε, και τότε ετοιμάζαμε τα φύλλα εργασίας, το συζητάγαμε με τον Κ2, θα βάλω ισοϋψείς, άμα βρεις πληροφορίες βάλε γιατί εγώ δε μπορώ να βρω. Δηλαδή κολλούσαμε σε πράγματα τεχνικά, εννοώ γνωστικά, που εάν δεν είσαι και ομάδα, εάν δεν έχεις, εάν δεν είναι και ομάδα ο άλλος δίπλα σου δεν μπορείς. "

Στο τελευταίο κομμάτι του αναστοχασμού της, αλλά καθόλου υποδεέστερο από τα προηγούμενα, αναφέρθηκε στην συζήτηση που έκανε με τα παιδιά που συμμετείχαν στη διδασκαλία αμέσως μετά την υλοποίηση των δραστηριοτήτων. Τα παιδιά είχαν καλή ανταπόκριση στη βιωματική δραστηριότητα που συμμετείχαν και τους άρεσε πάρα πολύ το «πάντρεμα» που έκαναν με τα μαθηματικά και τη γεωγραφία δουλεύοντας σε πραγματικά στοιχεία. Αυτό διαπιστώθηκε αργότερα και από τους γονείς των παιδιών, οι οποίοι πήγαν και βρήκαν στο τέλος της χρονιάς την εκπαιδευτικό με σκοπό να της μεταφέρουν την χαρά και την ευχαρίστηση των παιδιών. Αυτό προήλθε από την εμπειρία που απέκτησαν οι μαθητές στο σχολείο τους, καθώς είχαν γίνει για μια ημέρα σεισμολόγοι αναλαμβάνοντας να γράψουν και ένα επίσημο δελτίο τύπου για το Γεωδυναμικό Ινστιτούτο «Βαρβάκειος». Είχε συμβεί δηλαδή διάχυση της πληροφορίας αυτής τόσο εντός όσο και εκτός του σχολικού περιβάλλοντος, αλλά και του πώς ακριβώς είχαν δουλέψει και τα υλικά που είχαν χρησιμοποιήσει τα παιδιά της Α' Γυμνασίου:

"Μου μεταφέρθηκε το feedback από τους γονείς, ότι ήταν πολύ ωραία εμπειρία και χαρήκαμε που τα παιδιά είδαν εφαρμογή σε ένα χώρο και ήξεραν οι γονείς ότι με τα παιδιά είχαμε μπει μέσα στο γεωδυναμικό, παρατηρούσαμε τους σεισμούς και επί τόπου άναβαν σεισμοί και παίρναμε στοιχεία εκείνη την ώρα. Δηλαδή αυτό το online ήταν κάτι που τους έκανε πολύ μεγάλη εντύπωση."

- **<u>Σημεία αλλαγής- εξέλιξης:</u>**

Κατά την αποτίμηση της εφαρμογής της δραστηριότητας η εκπαιδευτικός αναφέρει ότι το χρονικό περιθώριο που είχε στη διάθεσή της για την υλοποίηση της, δεν της επέτρεψε να πραγματοποιήσει μια τηλεσυνομιλία με τον χώρο του Γεωδυναμικού Ινστιτούτου. Αυτή η τηλεσυνομιλία θα βοηθούσε τους μαθητές να εξοικειωθούν γρηγορότερα και ευκολότερα με τον χώρο της σεισμολογίας, ένας χώρος πρωτόγνωρος σε αυτούς. Εξαιτίας αυτής της έλλειψης χρόνου κατά την υλοποίηση της εφαρμογής, η εκπαιδευτικός παρατηρεί ότι σε περίπτωση που θα επαναλάμβανε την ίδια δραστηριότητα μελλοντικά, θα έκανε επιμερισμό των ρόλων μεταξύ των μελών μιας ομάδας και θα τους έδινε συγκεκριμένες αρμοδιότητες. Με αυτόν τον τρόπο θα διευκόλυνε τη συνεργασία μεταξύ των ατόμων μιας ομάδας, χωρίς να αφήσει περιθώρια σε κάποιο μέλος της να λειτουργήσει αυτόνομα και να αφήσει όλη την ομάδα πίσω στην πορεία της δραστηριότητας. Ένα ακόμα στοιχείο που θα πραγματοποιούσε διαφορετικά, ήταν ότι θα άφηνε στους μαθητές της μεγαλύτερο βαθμό αυτενέργειας, ενώ εκείνη θα παρακολουθούσε περισσότερο τις αλληλεπιδράσεις και τις συζητήσεις μεταξύ των μελών μιας ομάδας. Στην σκέψη της αυτή οδηγήθηκε από το γεγονός ότι οι μαθητές έφτασαν με ευκολία σε μαθηματικές έννοιες, όπως η τομή των τριών κύκλων για την εύρεση του επικέντρου, κάτι που δεν περίμενε να συμβεί. Επίσης, η χρήση των αναλογιών από τους μαθητές για τον προσδιορισμό των ακτίνων των κύκλων και όχι της φορμαλιστικής μορφής της κλίμακας αποτέλεσε ευχάριστη έκπληξη για την εκπαιδευτικό και έναν επιπλέον λόγο για να τους δώσει περισσότερα περιθώρια πρωτοβουλίας.

- **<u>Μάθηση εκπαιδευτικού:</u>**

Οι επιρροές και οι αλληλεπιδράσεις της εκπαιδευτικού ως προς τους στόχους που έθεσε και ως προς τους πόρους που χρησιμοποίησε τόσο κατά την πορεία του σχεδιασμού όσο και κατά τη διάρκεια της εφαρμογής συνέβαλαν στην επαγγελματική της μάθηση. Στον παρακάτω πίνακα λοιπόν κατηγοριοποιήσαμε τις λειτουργικές σταθερές που εμφανίστηκαν από την ανάλυση της πορείας της δραστηριότητας «Για μια μέρα… Σεισμολόγοι!», που σχεδίασε η εκπαιδευτικός Κ1.

Λειτουργικές Σταθερές	
Σύνδεση ρεαλιστικού πλαισίου	• Χώρος εργασίας: Σεισμολογία • Ρεαλιστικά στοιχεία δραστηριότητας • Μη οικείος ο χώρος της σεισμολογίας • Ο χώρος εργασίας και τα πραγματικά στοιχεία προσελκύουν το ενδιαφέρον των μαθητών • Χρειάζονται εξειδικευμένες γνώσεις για τον χώρο εργασίας • Οι εξειδικευμένες γνώσεις του χώρου εργασίας προκαλούν ανασφάλεια στην εκπαιδευτικό
Περιορισμοί από το διδακτικό πλαίσιο	• Ύλη μαθηματικών και γεωγραφίας Α΄ γυμνασίου • Συνδυασμός γνώσεων από την ύλη των δύο μαθημάτων- που δίδασκε η ίδια (δύο γνωστικά αντικείμενα) • Περιορισμός χρόνου διδασκαλίας- Δίωρη συνεχόμενη διδασκαλία στην σχολική τάξη • Χαρακτηριστικά και γνώσεις των μαθητών • Η εκπαιδευτικός σχεδίασε και εφάρμοσε τη δραστηριότητα • Ο επιμερισμός ρόλων μεταξύ των μελών μιας ομάδας βοηθάει στην αποτελεσματική εφαρμογή
Παράγοντες από το πρόγραμμα επαγγελματικής εξέλιξης	• Συμμετοχή σε συναντήσεις επαγγελματικής εξέλιξης • Ιστοσελίδα του Γεωδυναμικού Ινστιτούτου του Αστεροσκοπείου Αθηνών • Πλατφόρμα επικοινωνίας των συμμετεχόντων • Επιρροή από την παρουσίαση του γεωλόγου μιας δραστηριότητας • Γνώση των μαθητών μέσα από τον πειραματισμό τους • Η παρακολούθηση των αλληλεπιδράσεων και των συζητήσεων μεταξύ των συμμετεχόντων είναι συνεχής
Παιδαγωγική γνώση περιεχομένου του εκπαιδευτικού στο πλαίσιο της εμπλοκής	• Σύνδεση εργαλείων με τους παιδαγωγικούς στόχους • Οι μαθητές βρίσκουν διαφορετικό τρόπο επίλυσης ενός προβλήματος και χρησιμοποιούν διαφορετικού μαθηματικού περιεχομένου γνώσεις από αυτά που είχε σκεφτεί ο εκπαιδευτικός • Ο βαθμός αυτονομίας των μαθητών πρέπει να είναι μεγαλύτερος

	• Η επίλυση του προβλήματος που σχεδιάστηκε από την εκπαιδευτικό κρίνεται απαραίτητη πριν από την εφαρμογή του στην τάξη • Μια ομάδα μαθητών με καλό ατομικό δυναμικό δεν επιφέρει το επιθυμητό αποτέλεσμα εάν τα μέλη της δεν συνεργαστούν • Η εκπαιδευτικός μπορεί να θεωρήσει δύσκολη την πορεία εύρεσης ενός αποτελέσματος αλλά οι μαθητές να οδηγηθούν εύκολα σε αυτήν λόγω του πλαισίου • Η εμπειρία από προηγούμενες διαθεματικές εφαρμογές βοηθάει στην εύρεση εργαλείων και στοιχείων

5.3 Ανάλυση Παρέμβασης του Εκπαιδευτικού Κ2

Η παρακάτω διδακτική παρέμβαση επιλέχθηκε ως ιδέα, σχεδιάστηκε και υλοποιήθηκε από τον εκπαιδευτικό μαθηματικών Κ2 σε ένα τμήμα μαθητών της Β' Γυμνασίου στον όμιλο του σχολείου. Ο εκπαιδευτικός συμμετείχε στην έρευνά μας και στις συναντήσεις επαγγελματικής εξέλιξης της ομάδας, όπως παρουσιάστηκε στην ενότητα 4.5.2. «Εύρεση στοιχείων σεισμού.»

5.3.1 Οι στόχοι του σχεδιασμού και οι δυσκολίες της εφαρμογής

Σκοπός της δραστηριότητας είναι οι μαθητές της Β΄ Γυμνασίου

- να γνωρίσουν τις έννοιες των αναλόγων ποσών,
- να θυμηθούν την έννοια του κύκλου από προηγούμενες τάξεις και
- να ασχοληθούν με τη μελέτη και την άντληση στοιχείων από γραφικές παραστάσεις.

Αναμένεται να δυσκολευτούν:

- στην κατασκευή των σχημάτων σε κλίμακα και
- στην αξιοποίηση των διαγραμμάτων απόστασης- χρόνου,

ενώ θα τους δημιουργηθούν ερωτήματα σχετικά

- με τις μονάδες μέτρησης του σεισμογράμματος και
- με τον προσδιορισμό του επικέντρου του σεισμού στην περίπτωση που οι τεμνόμενοι κύκλοι δεν θα συντρέξουν.

5.3.2 Οι επιρροές των στόχων και των πόρων του εκπαιδευτικού κατά το σχεδιασμό

Στην τρίτη συνάντηση επαγγελματικής ανάπτυξης παρουσιάστηκε από τον γεωλόγο η δραστηριότητα με θέμα τους σεισμούς, η οποία αποτέλεσε την αφορμή για την ιδέα του εκπαιδευτικού Κ2 να ασχοληθεί με τον χώρο της σεισμολογίας. Επειδή για το συγκεκριμένο θέμα υπήρχε ιδιαίτερο ενδιαφέρον από τους εκπαιδευτικούς, ο ερευνητής παρενέβη στη συζήτηση μεταξύ των εκπαιδευτικών και τους προέτρεψε να εφαρμόσουν την ίδια ιδέα, αφού το επιθυμούν, αλλά σε διαφορετική τάξη και με διαφορετικές μαθηματικές γνώσεις. Η εκπαιδευτικός Κ1 αποφασίζει να ασχοληθεί με το συνδυασμό των μαθημάτων της γεωγραφίας και των μαθηματικών της Α' Γυμνασίου. Ο εκπαιδευτικός Κ2 εκφράζει αντιρρήσεις γι' αυτήν την απόφαση, καθώς αναφέρει τον περιορισμό του αναλυτικού προγράμματος, ο οποίος προκαλεί και την έκπληξη του ερευνητή, αφού δεν το γνώριζε:

"Υπάρχει σαφής οδηγία στο μάθημα της Γεωγραφίας που λέει: Μην μπλέκετε τα μαθηματικά με την ύλη του μαθήματος… ακόμα και στον υπολογισμό της κλίμακας!"

Οι περιορισμοί του σχολικού Προγράμματος Σπουδών παρατηρούμε ότι για τον διδάσκοντα Κ2 αποτελούν απαραίτητη προϋπόθεση για τον σχεδιασμό μιας παρέμβασης, σε αντίθεση με την διδάσκοντα Κ1. Όπως αναφέρθηκε στις συναντήσεις από τον ερευνητή αλλά και από τους εκπαιδευτικούς, όταν σχεδιάζεται μια δραστηριότητα για διαφορετική τάξη είναι σίγουρο ότι θα χρησιμοποιηθούν όχι μόνο άλλα εργαλεία αλλά και διαφοροποιημένοι στόχοι:

"Στα ζητήματα διδασκαλίας μας ενδιαφέρουν πολύ οι διδακτικοί σας στόχοι γιατί κάθε φορά όταν εξειδικεύεται μια διδασκαλία σίγουρα οι στόχοι αλλάζουν."

Ο εκπαιδευτικός λοιπόν αποφάσισε να θέσει από την αρχή ξεκάθαρα τους στόχους του και να μην εντάξει γνώσεις από άλλο μάθημα παρά μόνο μαθηματικές γνώσεις. Οπότε αποφάσισε να σχεδιάσει μια δραστηριότητα κατάλληλη για την προσομοίωση του χώρου εργασίας της σεισμολογίας στο

περιβάλλον της σχολικής τάξης, στα πλαίσια του μαθήματος των μαθηματικών της Β΄ γυμνασίου. Αρχικά βάσει της εμπειρίας του και των δικών του αντιλήψεων όρισε τον χώρο εργασίας και έψαξε να μάθει οποιαδήποτε πληροφορία θεώρησε χρήσιμη είτε από το διαδίκτυο είτε από το συνάδελφο το γεωλόγο:

"Σαν χώρο εργασίας, θα έλεγα το αντικείμενο της εργασίας! Τι πρέπει να κάνει ο εργαζόμενος δηλαδή "

Η αλληλεπίδραση του τόσο με το υλικό που βρήκε ο ίδιος όσο και με τις πληροφορίες που άντλησε από τη δραστηριότητα που παρουσίασε ο γεωλόγος στην τρίτη συνάντηση, οδήγησε την πορεία του σχεδιασμού της. Η συνιστώσα του υλικού δηλαδή, αλλά και η διαδικασία της όπου το τεχνούργημα επηρεάζει και διαμορφώνει τη δραστηριότητα του χρήστη (instrumentation) αποτέλεσαν σημαντικό παράγοντα για το σχηματισμό των στόχων του. Αρχικά αποφάσισε ότι οι μαθητές θα έρθουν σε επαφή με τον χώρο εργασίας εικονικά και μέσα από προσομοιώσεις. Έτσι, επισκέφθηκε αρχικά ο ίδιος το δικτυακό τόπο του Γεωδυναμικού Ινστιτούτου του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών και ο χώρος εργασίας αξιοποιήθηκε με τη μορφή δεδομένων από σταθμούς καταγραφής γεωδυναμικών φαινομένων με σκοπό να ενταχθεί και το ρεαλιστικό πλαίσιο στην παρέμβαση. Έβαλε δηλαδή τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν στην υλοποίηση της δραστηριότητας το οπτικοακουστικό υλικό που διάλεξε ο ίδιος από το διαδίκτυο, όπως είχε μάθει ήδη να κάνει σε προηγούμενες εφαρμογές που είχε σχεδιάσει με αφορμή ένα πρόγραμμα επιμόρφωσης που είχε παρακολουθήσει:

"Εμένα λόγω της επιμόρφωσης του Β΄ επιπέδου αρκετές φορές κάνω δραστηριότητες και με τα παιδιά, προσπαθώ να κάνω δηλαδή. Το έχω κάνει και με τους συναδέλφους, δεν είναι το ίδιο πράγμα αλλά σε γενικές γραμμές και η Κ1 έχει κάνει την ίδια επιμόρφωση. "

Το ίδιο πρόγραμμα επιμόρφωσης είχε παρακολουθήσει και η εκπαιδευτικός Κ1, οπότε αυτό αποτέλεσε ένα επιπλέον κίνητρο για να δουλέψουν συνεργατικά στην επόμενη εφαρμογή. Φαίνεται λοιπόν ότι η γνωστική δομή και οι συνήθειες καθοδηγούν τη δράση του εκπαιδευτικού κατά το σχεδιασμό του. Επιπλέον, οι επαγγελματικές του εμπειρίες τόσο από τη συμμετοχή του σε κοινότητες όσο και από την χρήση του υλικού στη διδασκαλία του τον βοήθησαν στο να συνδέσει την διδακτική παρέμβαση με το πρόγραμμα σπουδών, το γνωστικό αντικείμενο αλλά και τον χώρο εργασίας, γεγονός που απαιτεί αρκετό χρόνο:

"Αυτό είναι που με προβλημάτισε πολύ από την αρχή με το mascil δηλαδή προκειμένου να το βάλω εγώ στην τάξη, έβαλα πολύ χρόνο και πήρα και έτοιμες ιδέες. Το πρώτο ήταν οι σεισμοί, που υπήρχε η ιδέα και απλώς έπρεπε να το περάσουμε στο τμήμα… θέλει πολλή δουλειά να το τεκμηριώσεις."

Ο εκπαιδευτικός διαλέγει με ιδιαίτερη προσοχή τα εργαλεία και τα σχήματα χρήσης που θα χρησιμοποιήσει στην εφαρμογή του στην τάξη, καθώς θεωρεί ότι αυτά θα τον βοηθήσουν να μοντελοποιήσει και να διαμορφώσει τη δομή της δραστηριότητας με τέτοιο τρόπο, έτσι ώστε να επιτευχθούν οι διδακτικοί και οι παιδαγωγικοί του στόχοι. Πιο συγκεκριμένα, δηλώνει ότι στοχεύει πάντοτε οι μαθητές του να έχουν επικοινωνία μεταξύ τους με αυστηρά μαθηματικούς όρους, κατανοητούς από το σύνολο των μαθητών, αφού το θεωρεί απαραίτητο για την ομαλή λειτουργία μιας τάξης αλλά και για τη συμμετοχή τους στην επίλυση ενός προβλήματος:

"Προσπαθώ να περάσω στα παιδιά καταρχήν την σαφήνεια και την πληρότητα στην έκφραση. Η αυστηρή μαθηματική γλώσσα που πρέπει να χρησιμοποιούν για να γίνονται κατανοητοί και να μην λένε πράγματα που τελικά απέχουν από αυτό που θέλουν να πουν."

Όταν λοιπόν γίνει η συζήτηση για την προβληματική κατάσταση που θα δοθεί στους μαθητές, θα πρέπει ο εκπαιδευτικός αρχικά να χρησιμοποιήσει ο ίδιος κατάλληλες μαθηματικές έννοιες για να τους πείσει να τις εντάξουν και αυτοί στην έκφρασή τους. Μ' αυτόν τον τρόπο θα καταφέρει να ελαττώσει αρκετά τον απαιτούμενο χρόνο που θα χρειαστούν οι μαθητές για να κατανοήσουν και να κατακτήσουν τη γνώση των εννοιών με τις οποίες θα ασχοληθούν. Ταυτόχρονα, θα πρέπει να τους ενθαρρύνει για να εμπλακούν με αυτές και να ανακαλύψουν τις μαθηματικές διαδικασίες που κρύβει ο εκάστοτε χώρος εργασίας, αφού όπως παρατηρεί ο ίδιος, δεν υπάρχει εργαζόμενος που να μην χρησιμοποιεί μαθηματικούς συλλογισμούς στο αντικείμενο της εργασίας του:

"Σε επίπεδο γενικό δε νομίζω ότι μπορεί να κάνει κάποιος μια εργασία στην οποία να αποφύγει την απαρίθμηση, τη μέτρηση… δηλαδή δεν ξέρω ποια εργασία θα είναι αυτή που στο τέλος δεν θα καταλήξει να έχει μέσα και μαθηματική γλώσσα."

Η πεποίθηση του ότι οι εργαζόμενοι ασχολούνται με μαθηματικές πρακτικές, που πολλές φορές δεν τις αντιλαμβάνονται, φαίνεται και από τα λεγόμενα του μετά την παρουσίαση του γεωλόγου στην τρίτη συνάντηση. Παραδέχτηκε ότι και ο ίδιος δεν γνώριζε τις μαθηματικές έννοιες που χρησιμοποιούνται για την εύρεση του επικέντρου ενός σεισμού. Θεώρησε οπότε ότι η επιλογή του συγκεκριμένου χώρου εργασίας θα αποτρέψει τους μαθητές να δουλέψουν για μια ακόμα φορά όπως συνηθίζουν, ακολουθώντας συγκεκριμένα βήματα για την επίλυση ενός προβλήματος:

"Γιατί έχουν μάθει τους αλγορίθμους της απάντησης, «προηγείται ο πολλαπλασιασμός και ακολουθεί η διαίρεση, μετά η πρόσθεση και η

αφαίρεση», και όταν τους πεις αυτό το πρόβλημα θα ήθελα να το λύσεις με μια παράσταση, κολλάνε!"

Γνωρίζοντας ότι οι μαθητές συνήθως δεν κάθονται να σκεφτούν εάν υπάρχει άλλη λύση στο πρόβλημά τους, ο σχεδιαστής φροντίζει ώστε να μην μαθαίνουν μόνο έναν συγκεκριμένο τρόπο και να έχουν μόνο μια κατεύθυνση, αλλά προσπαθεί να το συνδέσει με τη γνώση που διαθέτουν ήδη οι μαθητές:

"Η διερεύνηση για μένα είναι να εξετάσεις όλα τα δεδομένα που έχεις και να προσπαθήσεις να θυμηθείς εάν έχεις ξανά αντιμετωπίσει τέτοιου είδους πρόβλημα και πώς το είχες λύσει τότε."

Αρκετές φορές, ο εκπαιδευτικός κατά την επίλυση ενός προβλήματος αναγκάζεται να διαμορφώσει τις μαθηματικές έννοιες που εμπεριέχονται σ' αυτό κατά τη διαδικασία που ο χρήστης διαμορφώνει το τεχνούργημα (istrumentalisation), με αποτέλεσμα να δημιουργηθούν νέες έννοιες οι οποίες μετά από μαθηματική επεξεργασία εντάσσονται στα πλαίσια μιας θεωρίας, όπως αναφέρει ο ερευνητής:

"*Άρα μπαίνει και ένα θέμα κατά κάποιο τρόπο μιας μοντελοποίησης, πώς δηλαδή από ένα πρόβλημα χρησιμοποιούμε τα μαθηματικά σαν εργαλείο, ας πούμε."*

Επηρεασμένος ο εκπαιδευτικός από τις συμβάσεις που είχε ορίσει ο ίδιος, τις αλληλεπιδράσεις που πραγματοποιήθηκαν αλλά και από τις γνώσεις που κατείχε, κατέληξε στους τελικούς του στόχους. Σύμφωνα με αυτούς, αποφάσισε να αξιοποιήσει δεδομένα από ένα πραγματικό σεισμικό γεγονός, τα οποία οι μαθητές αντλούν διαβάζοντας το σεισμόγραμμα και τους πίνακες που τους δόθηκαν. Από τα βίντεο προσομοίωσης του φαινομένου, οι μαθητές συσχετίζουν την ταχύτητα μετάδοσης των κυμάτων με τον συντελεστή αναλογίας των ποσών απόστασης-χρόνου. Στη συνέχεια, μετρούν και κατασκευάζουν σχήματα υπό κλίμακα και έπειτα υπολογίζουν το επίκεντρο ενός σεισμού ως το σημείο τομής τριών ή περισσότερων κύκλων με σκοπό να κατανοήσουν τη διαδικασία προσδιορισμού του, καθώς και το μέγεθός του μέσα από την αξιοποίηση δοσμένων διαγραμμάτων:

"Οι μαθητές της Β΄ γυμνασίου γνωρίζουν τις έννοιες των αναλόγων ποσών και του κύκλου από προηγούμενες τάξεις και ασχολούνται με την μελέτη και την άντληση στοιχείων από γραφικές παραστάσεις."

5.3.3 Οι επιρροές και οι αλληλεπιδράσεις του εκπαιδευτικού κατά την υλοποίηση

Στην τέταρτη συνάντηση επαγγελματικής εξέλιξης της ομάδας των εκπαιδευτικών παρουσιάστηκε η δραστηριότητα σχετικά με τα σεισμικά φαινόμενα από τον διδάσκοντα Κ2, η οποία εφαρμόσθηκε σε μαθητές της Β' Γυμνασίου που συμμετείχαν στον όμιλο. Ο όμιλος του σχολείου πραγματοποιείται σε ώρες εκτός του προγράμματος του σχολείου, οπότε δεν υπήρχε κάποιος χρονικός περιορισμός στην εφαρμογή της. Λαμβάνουν μέρος συνήθως οι καλύτεροι μαθητές ως προς τις δεξιότητες και τις πρακτικές τους. Οι μαθητές που συμμετείχαν στον όμιλο ήταν κυρίως λύτες ασκήσεων, μαθητές που τους αρέσει να τους δώσεις μια καθαρά μαθηματική άσκηση του στυλ της Μαθηματικής Εταιρείας, προσπαθούν δηλαδή να την λύσουν με το μυαλό τους και όχι με χαρτί και μολύβι. Η επιλογή αυτή του εκπαιδευτικού για τον όμιλο αποδείχθηκε τελικά λανθασμένη, σύμφωνα με τα λεγόμενά του, καθώς σε δραστηριότητες όπως η συγκεκριμένη όπου έπρεπε να πάρουν μολύβι και χαρτί και να δουλέψουν ως επαγγελματίες, δεν επέφεραν τα επιθυμητά αποτελέσματα:

"Εγώ ξεκίνησα στραβά, υπερεκτίμησα μάλλον τις δυνατότητες των παιδιών, κυρίως των μαθηματικών και εν μέρει βέβαια επιβεβαιώθηκαν κάποιες υποψίες μου."

Αυτό δεν οφείλεται μόνο στην φύση των μαθητών αλλά και στο γεγονός ότι είχε αφήσει πολύ ανοιχτή τη διερεύνηση στη δραστηριότητα κατά το σχεδιασμό της, το οποίο κατάλαβε κατά τη διδασκαλία της και το παραδέχτηκε σε μια από τις συναντήσεις των εκπαιδευτικών. Θεώρησε λοιπόν ότι θα έπρεπε να το αλλάξει σε περίπτωση που θα εφάρμοζε ξανά την ίδια δραστηριότητα, αφού το σχολικό πρόγραμμα σπουδών τους υποχρεώνει να εφαρμόζουν τέτοιου είδους διερευνητικές εργασίες:

"Το αναλυτικό πρόγραμμα ουσιαστικά μας επιβάλλει να κάνουμε τέτοιου είδους εργασίες. Δηλαδή πέρα από τις καθημερινότητες, πρέπει να κάνουν τα παιδιά κάποιου είδους εργασίες και άρα πρέπει να πάρεις ώρες για να κάνεις αυτή τη δουλειά."

Αρχικά έγινε μια συζήτηση σχετικά με το ρεαλιστικό πλαίσιο και τις πληροφορίες που ήταν απαραίτητες να γνωρίζουν οι μαθητές για τον χώρο εργασίας της σεισμολογίας. Στη συνέχεια τους έδωσε το φύλλο εργασίας που είχε σχεδιάσει αφού τους χώρισε σε ομάδες και τους έκανε μια εισαγωγή για τις εργασίες με τις οποίες θα ασχοληθούν. Ο εκπαιδευτικός επέλεξε τα παιδιά του ομίλου με σκοπό να αξιοποιήσει εποικοδομητικά την προηγούμενη γνώση των μαθητών για τα ανάλογα ποσά. Το σκεπτικό του ήταν να μην τους δώσει έτοιμο τον τύπο υπολογισμού της απόστασης, αλλά να τους αναγκάσει να τον

αναζητήσουν μέσα από δοσμένα διαγράμματα. Θέλησε δηλαδή να μπορέσουν να καταλάβουν ότι η χρονική διαφορά άφιξης των κυμάτων s και p οδηγεί στον υπολογισμό της απόστασης. Οι μαθητές, όπως φάνηκε κατά την εφαρμογή, δεν ανταποκρίθηκαν σύμφωνα με τα αποτελέσματα που ανέμενε ο εκπαιδευτικός, ούτε στα διαγράμματα και τις γραφικές παραστάσεις ούτε στα ανάλογα ποσά. Αυτό δημιούργησε την έκπληξή του αλλά ταυτόχρονα συνειδητοποίησε ότι είχε βασιστεί σε μια δική του παρανόηση σχετικά με τις γνώσεις που έχουν κατακτήσει οι μαθητές από προηγούμενες τάξεις, το οποίο εξέφρασε κατά την τέταρτη συνάντηση. Ο ερευνητής βασιζόμενος στην εμπειρία του ανέφερε:

"Υπάρχει θέμα γιατί κατά το σχεδιασμό μιας δραστηριότητας θεωρούμε δεδομένες προηγούμενες γνώσεις και ειδικά αυτές των αναλόγων ποσών, πράγμα που δε συμβαίνει. Εμείς την θεωρούμε βασική γνώση αλλά δεν έρχονται αυτόματα στο μυαλό των παιδιών."

Ένα ακόμα κρίσιμο περιστατικό παρουσιάστηκε κατά τη διδασκαλία, καθώς διαπιστώθηκε ότι οι μαθητές δεν είχαν τις κατάλληλες γνώσεις για την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση από την φυσική. Όπως ανακάλυψε ο εκπαιδευτικός μετά τη διδασκαλία, το συγκεκριμένο κεφάλαιο της φυσικής είχε βγει εκτός ύλης. Συνεπώς, οι προηγούμενες γνώσεις των μαθητών σχετικά με τη γραφική παράσταση των αναλόγων ποσών και τον ορισμό της ταχύτητας δεν ήταν επαρκείς. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα οι μαθητές να δυσκολευτούν να καταλάβουν τα διαγράμματα απόστασης –χρόνου, τα οποία έπρεπε να επεξεργαστούν και να αντλήσουν στοιχεία από αυτά με αποτέλεσμα να μην προχωρήσει η δραστηριότητα με το ρυθμό που ήθελε. Θα ήταν χρήσιμο λοιπόν ο εκπαιδευτικός να είχε αφιερώσει περισσότερο χρόνο για να διερευνήσει τις προηγούμενες γνώσεις των μαθητών τόσο στα μαθηματικά όσο και στην φυσική για να μην χάσει αρκετό χρόνο προσπαθώντας να θυμηθούν γνώσεις που τελικά δεν κατείχαν. Σε όλη τη διάρκεια της εφαρμογής ο διδάσκοντας θέτει κατάλληλα ερωτήματα τόσο για να προκαλέσει το ενδιαφέρον των μαθητών όσο και για να τους καθοδηγήσει στο αποτέλεσμα που επιθυμεί. Καθ' όλη την πορεία της δραστηριότητας οι μαθητές δεν έδειξαν ιδιαίτερο ενδιαφέρον και όπως είπαν και στον εκπαιδευτικό μετά την εφαρμογή δεν είναι σίγουροι ότι θέλουν να συμμετέχουν ξανά σε αντίστοιχου τύπου δραστηριότητα. Οι στιγμές που κινητοποιούνται οι μαθητές είναι κυρίως όταν παρουσιάζεται μια κατάσταση ή ένα γεγονός με οπτικοακουστικά μέσα:

"Τι τους φαινόταν παράξενο δηλαδή στους σεισμούς ότι αυτά τα δεδομένα κύριε είναι λίγα, πρέπει να ξέρουμε κι άλλα. Έχουν υπολογιστές τώρα αυτοί και κάτι κάνουν. Δηλαδή προκειμένου να το φέρεις εσύ σε πρώτη σκέψη σε πρώτη κατάσταση, αυτοί πάνε παραπέρα και σου λένε δεν κάθονται τώρα με το μοιρογνωμόνιο, με τον κύκλο να το ζωγραφίζουν αυτοί έχουν… κάνουν αποτύπωση σε κομπιούτερ. Εσύ προσπαθείς να τους πεις ότι κάνω κύκλους

από 3-4 σημεία προκειμένου να διέλθουν όλα από το ίδιο σημείο και αυτοί σου λένε άλλα πράγματα."

Από το παραπάνω απόσπασμα είναι προφανές ότι τα μαθηματικά υπάρχουν ενσωματωμένα στα διάφορα τεχνολογικά μέσα που χρησιμοποιούν στον χώρο εργασίας της σεισμολογίας και έτσι οδηγούμαστε στην αόρατη φύση τους, επιβεβαιώνοντας τον ισχυρισμό ότι τα μαθηματικά είναι παντού στη ζωή μας αλλά δεν είναι πάντοτε ορατά. Η δραστηριότητα χρειάστηκε αρκετό χρόνο για να εξελιχθεί εξαιτίας των μη επαρκών γνώσεων των μαθητών. Στο πρώτο δίωρο μόλις που κατάφεραν να φέρουν τους κύκλους και στο δεύτερο δίωρο να πάνε να εκτιμήσουν το μέγεθος του σεισμού και την ένταση. Ο εκπαιδευτικός έχασε μια μεγάλη ευκαιρία να εξελιχθεί σε λιγότερο χρόνο η δραστηριότητα από έναν μαθητή, ο οποίος πήγε κατευθείαν στην καρδιά του προβλήματος, είπε ότι το s και το p δηλαδή η χρονική διαφορά των δύο κυμάτων οδηγεί στη λύση. Ο τρόπος όμως που το διατύπωνε δεν ήταν ορθός με αποτέλεσμα να στέλνει τους υπόλοιπους σε λάθος συμπεράσματα. Σ' αυτό το σημείο έπρεπε ο εκπαιδευτικός να διαλέξει εάν θα επιμείνει στην κατεύθυνση που είχε επιλέξει ή εάν θα το αφήσει και θα ασχοληθεί με όσα είπε ο μαθητής και εκεί έχασε την πορεία της.

5.3.4 Η αποτίμηση της εφαρμογής και η κατάταξη των λειτουργικών σταθερών

Στη διάρκεια της τέταρτης συνάντησης της ομάδας των εκπαιδευτικών παρουσίασε ο διδάσκοντας Κ2 την αποτίμηση της εφαρμογής του με θέμα τους σεισμούς. Η αποτίμηση αρχίζει με την αναφορά των μαθησιακών αποτελεσμάτων στους μαθητές και των διδακτικών στόχων και ζητημάτων από πλευράς του εκπαιδευτικού. Δεδομένου ότι ο ίδιος δεν θεώρησε πετυχημένο το σχεδιασμό του για τη συγκεκριμένη εφαρμογή βάσει των αποτελεσμάτων που είχε από αυτήν, ανέφερε τον προβληματισμό του ως προς τη μαθηματική γνώση που αποκόμισαν τα παιδιά:

"«πόσα μαθηματικά καινούρια έμαθαν τα παιδιά στη δραστηριότητα αυτή;» Εμένα εκεί είναι το ερωτηματικό μου αλλά δεν είναι απαραίτητο ότι μια δραστηριότητα θα τους δώσει κάτι καινούριο, μπορεί να είναι μια δραστηριότητα που απλώς θα αξιοποιήσει αυτό που έχεις μάθει. Δηλαδή ίσως εκεί είχα την κακή εντύπωση όταν ξεκίνησε το mascil ότι μέσα από τη δραστηριότητα θα εισαγάγουμε έννοιες που θα μάθουν για πρώτη φορά."

Η αντίληψη του εκπαιδευτικού ότι πρέπει μια δραστηριότητα να σχεδιαστεί για να εισαχθεί μια νέα έννοια, τον περιόρισε αρκετά στην επιλογή θέματος αλλά και στο σχεδιασμό της. Αυτός ο περιορισμός του καταρρίφθηκε μέσα από τη συμμετοχή του στις συναντήσεις και διαπίστωσε ότι μπορεί να δουλέψει εξίσου δημιουργικά μια δραστηριότητα όπου θα συνδυάζει ή θα αναδεικνύει γνώσεις που έχουν ήδη κατακτήσει τα παιδιά. Κατάφερε συνεπώς να συνδυάσει πλήρως το ρεαλιστικό πλαίσιο που προσφέρει το πρόγραμμα του mascil με το μαθηματικό πλαίσιο διδασκαλίας, ενώ φάνηκε ότι οι μαθητές δούλεψαν περισσότερο διαισθητικά. Από τις αντιδράσεις των μαθητών του έκρινε σκόπιμο σε μια επόμενη διδασκαλία να χρησιμοποιήσει περισσότερα οπτικοακουστικά μέσα για την αναπαράσταση μιας κατάστασης ή ενός φαινομένου, αφού παρατήρησε ότι ο βαθμός κινητοποίησής τους πολλαπλασιαζόταν. Θεώρησε επίσης απαραίτητο να χρησιμοποιήσει επιπλέον στοιχεία με σκοπό να κάνει πιο ρεαλιστικό το πρόβλημα στους μαθητές, μήπως και τους παρακινήσει να ασχοληθούν περισσότερο με τη δραστηριότητα. Μια επίσκεψη σε κάποιο εργαστήριο μελέτης γεωδυναμικών φαινομένων θα ευνοούσε ιδιαίτερα τους μαθητές, όπως ανέφερε και ο ίδιος. Ο εκπαιδευτικός εάν και είχε εμπειρία από το σχεδιασμό προηγούμενων δραστηριοτήτων, προτίμησε να δουλέψει την δοσμένη ιδέα με το έτοιμο υλικό του γεωλόγου, ψάχνοντας μόνο το είδος των μαθηματικών γνώσεων που θα ενσωματώσει σ' αυτήν:

*"**-Ερευνητής:** Ψάχνεις ιδέες για δραστηριότητες δηλαδή;*
***-Εκπαιδευτικός:** Ναι, σε ξένα site, σε ξένα πανεπιστήμια, σε μαθηματικές εταιρίες αγγλικές, αμερικάνικες, τέτοια κτλ."*

Ένα ακόμα θετικό στοιχείο που βελτίωσε την πρακτική του εκπαιδευτικού ήταν οι αλληλεπιδράσεις που συνέβησαν μεταξύ των συμμετεχόντων εκπαιδευτικών από τις διαφορετικές παρουσιάσεις που αφορούσαν το ίδιο θέμα, δηλαδή τους σεισμούς, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν κατά τις συναντήσεις. Όπως διαπιστώθηκε και από τους ίδιους, ο κάθε εκπαιδευτικός σχεδίασε τη δομή της δραστηριότητάς του με τελείως διαφορετικό τρόπο και την εφάρμοσε σύμφωνα με την δική του πρακτική και εμπειρία, με αποτέλεσμα να προσεγγίσουν τον χώρο της σεισμολογίας από πολλές διαφορετικές εκδοχές, όπως παρατηρεί και ο ερευνητής στην τέταρτη συνάντηση :

"Η ίδια εφαρμογή έχει εφαρμοσθεί πολλές φορές από συναδέλφους, οπότε εδώ μπορούμε να δούμε τα διαφορετικά σημεία στα οποία έχει εστιάσει ο καθένας"

Η βασική επιρροή όλων των εκπαιδευτικών που σχεδίασαν μια δραστηριότητα σχετική με τον χώρο εργασίας της σεισμολογίας ήταν το υλικό που παρουσίασε ο γεωλόγος κατά την τρίτη συνάντηση. Το υπάρχον αυτό

υλικό αποτέλεσε το κίνητρο για να συζητήσει με την συνάδελφό του μαθηματικό Κ1 για τις ιδέες του αλλά και για την πρακτική που προτίθεται να ακολουθήσει με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί μιας μορφής αλληλεπίδραση μεταξύ τους, παρ' όλο που δεν συνεργάστηκαν για την πρώτη εφαρμογή. Αμέσως μετά έκρινε ότι ήταν σημαντικές οι συναντήσεις γιατί παρακολουθούσε τις δουλειές των άλλων εκπαιδευτικών και τις πρακτικές τους δηλαδή τον τρόπο που προσέγγιζαν το θέμα. Αποτέλεσμα ήταν η βελτίωση της δικής του πρακτικής, αφού στην πρώτη δραστηριότητα μάλλον δεν είχαν ιδιαίτερη συνεργασία με την εκπαιδευτικό Κ1, αλλά ο καθένας έκανε μια έτοιμη εφαρμογή και την πέρασε σε διαφορετικό επίπεδο μαθητών:

*" **-Ερευνητής:** Νομίζεις ότι βοηθήθηκες εάν βοηθήθηκες σε κάτι;*
***-Εκπαιδευτικός:** Ναι, η συνεργασία και το υλικό.*
***-Ερευνητής:** Οι συζητήσεις βέβαια έχουν και το κομμάτι ότι βλέπατε τι έκαναν και άλλοι εκπαιδευτικοί.*
***-Εκπαιδευτικός:** Αυτό δε σου είπα; Το ένα είναι το υλικό και το άλλο τι βλέπαμε εκεί που βρισκόμασταν δηλαδή θεωρώ ότι και τα 3 και οι 3 άξονες είναι απαραίτητοι. Δεν είναι ότι σου δίνω ένα υλικό και άντε ξανά φέρε το μου σε λίγες μέρες, σε ένα μήνα και να δούμε τι έχει γίνει. Δηλαδή και οι δουλειές που έχουν κάνει οι συνάδελφοι που τους έβλεπα και ιδέες σου έδιναν και κίνητρο σου δίνουν"*

Η δυσκολία των μαθητών να εμπλακούν με τις έννοιες της φυσικής και με την επεξεργασία των γραφικών παραστάσεων έκανε επιτακτική την ανάγκη να γίνει μια υπενθύμιση στους μαθητές του ορισμού της ταχύτητας και της γραφικής παράστασης απόστασης – χρόνου στην ομαλή κίνηση πριν ή αμέσως μετά τις προσομοιώσεις της διάδοσης των σεισμικών κυμάτων. Στο σημείο αυτό, φαίνεται το πόσο επηρεάζουν οι προηγούμενες γνώσεις των μαθητών την παράμετρο της δομής μιας δραστηριότητας. Επίσης, ο τρόπος που οι μαθητές εργάζονταν με τα εργαλεία που τους δόθηκαν, πρωτόγνωρα γι' αυτούς αφού δεν είχαν προηγούμενη εμπειρία από τον χώρο της σεισμολογίας, εξέπληξε τον διδάσκοντα. Η ευκολία με την οποία άντλησαν στοιχεία από το σεισμόγραμμα τα παιδιά ήταν μη αναμενόμενη:

*"**-Εκπαιδευτικός:** Εδώ είχαμε εργαλεία που φαινότανε ότι δεν ξέρουν τα παιδιά πώς να τα χρησιμοποιήσουν και τελικά τα είδαμε μπροστά τους χρησιμοποιημένα.*
***-Ερευνητής:** Βρήκαν πεδίο εφαρμογής στην ουσία, το οποίο εντάξει και αυτό δεν είναι λίγο!"*

Στην τέταρτη συνάντηση της ομάδας, ο εκπαιδευτικός συζητάει με τον ερευνητή τα κυριότερα σημεία που θα άλλαζε στην περίπτωση που σχεδίαζε ξανά την ίδια δραστηριότητα βάσει του υλικού που διαθέτει από την εφαρμογή της. Μέσα από αυτή την κατανόηση της εργασίας της τεκμηρίωσης διακρίνεται

η αρχή της αναστοχαστικής έρευνας, η οποία χρειάζεται την μακροχρόνια παρακολούθηση για να επιτευχθεί η μέγιστη εξέλιξη των εργαλείων του εκπαιδευτικού. Κρίνεται απαραίτητο λοιπόν για τον διδάσκοντα να επανεξετάζεται κάθε φορά τόσο εάν η οργάνωση του μαθήματος ήταν η βέλτιστη δυνατή όσο και το εάν επιτεύχθηκαν οι αρχικοί στόχοι. Ιδιαίτερα σημαντικό θεωρείται επίσης να βρεθεί ο χρόνος για να ανταλλάξουν τις απαντήσεις τους οι μαθητές μεταξύ τους, να τις συζητήσουν αλλά και να καταλήξουν σε ένα τεκμηριωμένο ομαδικό συμπέρασμα, ακόμα και στην περίπτωση που είναι λανθασμένο:

*"-**Ερευνητής:** Οπότε από εδώ και πέρα εάν θα ξανασχεδίαζες τις δραστηριότητες ή εάν έβαζες ένα κομμάτι διερεύνησης σε αυτό που κάνεις, θα λάμβανες υπόψη σου τέτοιους παράγοντες.*
***-Εκπαιδευτικός:** Ναι, ναι.*
***-Ερευνητής:** Δηλαδή και στην οργάνωση του μαθήματος αλλά και στο ποιος ήταν ο στόχος τελικά, δηλαδή αυτές στο τέλος να παραδίδουν κάτι.*
***-Εκπαιδευτικός:** Ναι, και μάλιστα να το έχουν παραδώσει και αξιολογημένο δηλαδή να το υποστηρίξουν αυτό που έχουν βρει, όχι εγώ βρήκα αυτό και τέλος. Και αυτό θεωρώ ότι είναι και το σωστό ή να μιλήσουν εάν έχουν λίγο χρόνο, να ανταλλάξουν μεταξύ τους οι ομάδες μια κουβεντούλα και να προσπαθεί να τεκμηριώσει και ας είναι λάθος κάποιος από τους δύο."*

- **<u>Σημεία αλλαγής- εξέλιξης:</u>**

Κατά τον αναστοχασμό της δραστηριότητας ο εκπαιδευτικός θεώρησε ότι μια επίσκεψη σε κάποιο εργαστήριο μελέτης γεωδυναμικών φαινομένων θα βοηθούσε περισσότερο τους μαθητές στην ένταξη τους στον χώρο της σεισμολογίας. Μια τέτοια επίσκεψη θα κέντριζε το ενδιαφέρον τους λόγω του ρεαλιστικού πλαισίου και θα τους έκανε να ασχοληθούν με την δραστηριότητα περισσότερο. Επίσης, κατά την υλοποίηση της εφαρμογής ο εκπαιδευτικός παρατήρησε ότι ο βαθμός κινητοποίησης των μαθητών μεγαλώνει κυρίως όταν η κατάσταση που έχουν να μελετήσουν παρουσιάζεται με οπτικοακουστικά μέσα. Γι' αυτό κρίθηκε χρήσιμο να χρησιμοποιηθούν πιο πολλά οπτικοακουστικά μέσα και με διαφορετική σειρά, στην περίπτωση που θα εφαρμοζόταν ξανά η συγκεκριμένη δραστηριότητα. Είναι δηλαδή απαραίτητο πριν ή αμέσως μετά την παρουσίαση των προσομοιώσεων να υπενθυμίζονται κάθε φορά οι προηγούμενες γνώσεις των μαθητών που θα χρησιμοποιηθούν. Με την αφιέρωση περισσότερου χρόνου στη διερεύνηση των προηγούμενων γνώσεων των μαθητών, θα μπορούσε να υλοποιήσει την δραστηριότητα σε λιγότερο χρόνο. Σ' αυτό οδηγήθηκε από την παρατήρησή του ότι οι γνώσεις των μαθητών για τα ανάλογα ποσά και τον ορισμό της ταχύτητας δεν ήταν επαρκείς, σε αντίθεση με όσα είχε σκεφτεί κατά το

σχεδιασμό της δραστηριότητας. Γι' αυτό το λόγο εάν επαναλάμβανε μελλοντικά τη διδακτική του παρέμβαση, θα έβαζε τους μαθητές να εμπλακούν σε μια εργασία που θα υπενθύμιζε τον ορισμό της ταχύτητας και την γραφική παράσταση απόστασης-χρόνου με σκοπό να μην δυσκολευτούν και χάσουν χρόνο κατά την επεξεργασία των διαγραμμάτων.

- **Μάθηση εκπαιδευτικού:**

Στον παρακάτω πίνακα θεματοποιήσαμε τις λειτουργικές σταθερές που εμφανίστηκαν κατά την πορεία του αναστοχασμού του εκπαιδευτικού Κ2 για τη συγκεκριμένη δραστηριότητα «Εύρεση στοιχείων σεισμού», λαμβάνοντας υπόψη τις επιρροές και τις αλληλεπιδράσεις ως προς τους στόχους και ως προς τους πόρους που χρησιμοποίησε.

Λειτουργικές Σταθερές	
Σύνδεση ρεαλιστικού πλαισίου	• Χώρος εργασίας: Σεισμολογία • Ρεαλιστικά στοιχεία δραστηριότητας • Μη οικείος ο χώρος της σεισμολογίας • Χρειάζονται εξειδικευμένες γνώσεις για τον χώρο εργασίας • Πίνακες με πραγματικά δεδομένα από σεισμικές δονήσεις
Περιορισμοί από το διδακτικό πλαίσιο	• Ύλη μαθηματικών Β΄ γυμνασίου • Ακολουθεί πιστά τις οδηγίες διδασκαλίας και τους περιορισμούς του αναλυτικού προγράμματος σπουδών • Δεν υπάρχει χρονικός περιορισμός • Ο εκπαιδευτικός σχεδίασε και εφάρμοσε τη δραστηριότητα • Εφαρμόζεται σε επιλεγμένους μαθητές που συμμετέχουν στον όμιλο (λύτες ασκήσεων) • Σύνδεση των μαθηματικών εννοιών με προηγούμενες γνωστές έννοιες της φυσικής
Παράγοντες από το πρόγραμμα επαγγελματικής εξέλιξης	• Συμμετοχή σε συναντήσεις επαγγελματικής εξέλιξης • Ιστοσελίδα του Γεωδυναμικού Ινστιτούτου του Αστεροσκοπείου Αθηνών • Πλατφόρμα επικοινωνίας των συμμετεχόντων • Επιρροή από την παρουσίαση της δραστηριότητας του γεωλόγου

	• Επιρροή από το υλικό και τη συμμετοχή του σε προηγούμενο πρόγραμμα επιμόρφωσης
Παιδαγωγική γνώση περιεχομένου του εκπαιδευτικού στο πλαίσιο της εμπλοκής	• Σύνδεση εργαλείων με τους παιδαγωγικούς στόχους • Μια επίσκεψη στον εκάστοτε εργασιακό χώρο βοηθάει περισσότερο στη μάθηση των μαθητών • Τα οπτικοακουστικά μέσα αυξάνουν το βαθμό κινητοποίησης των μαθητών • Ο έλεγχος των προηγούμενων γνώσεων των μαθητών για τα γνωστικά αντικείμενα της δραστηριότητας είναι απαραίτητος • Η γνωστική δομή, η προηγούμενη εμπειρία και οι συνήθειες καθοδηγούν το σχεδιασμό του εκπαιδευτικού • Ο εκπαιδευτικός πρέπει να παραθέτει στοχευμένα τα ζητούμενα ενός προβλήματος και να επισημαίνει συνεχώς το ρόλο της ακρίβειας στις μετρήσεις των μαθητών

5.4 Ανάλυση Κοινής Παρέμβασης των Εκπαιδευτικών

Η παρακάτω δραστηριότητα είναι απόρροια του κοινού σχεδιασμού των εκπαιδευτικών μαθηματικών Κ1 – Κ2, οι οποίοι επέλεξαν την ιδέα και την υλοποίησαν συνεργατικά με επιτυχία σε ένα τμήμα μαθητών της Β' και Γ' Γυμνασίου στον όμιλο του σχολείου, όπως αναφέρεται στην ενότητα 4.5.3. «Για μια μέρα… Εμπειρογνώμονες!»

5.4.1 Οι στόχοι του σχεδιασμού και οι δυσκολίες της εφαρμογής

Οι δυσκολίες που προβλέφθηκαν ότι θα εμφανιστούν επισημαίνονται

- στον διαχωρισμό μεταξύ των μεταβλητών χρόνος και απόσταση και μεταξύ των παραμέτρων κατάσταση οδηγού και οδοστρώματος
- στην προσέγγιση των σχέσεων ταχύτητα-απόσταση φρεναρίσματος και ταχύτητα-συνολική απόσταση ακινητοποίησης
- στην αναγνώριση των παραπάνω σχέσεων.

Από τη συγκεκριμένη δραστηριότητα οι μαθητές απέκτησαν δεξιότητες συνεργασίας μεταξύ τους τόσο σε επίπεδο ομάδας όσο και στην ολομέλεια της τάξης. Κατάφεραν επίσης να ερμηνεύσουν και να χρησιμοποιήσουν πραγματικά δεδομένα του συγκεκριμένου φαινομένου, να αντιληφθούν τις κρίσιμες έννοιες του χρόνου αντίδρασης και της απόστασης αντίδρασης, καθώς και να συνδυάσουν γνώσεις από διαφορετικά γνωστικά αντικείμενα, όπως τα μαθηματικά, η φυσική και ο χώρος εργασίας ενός εμπειρογνώμονα.

5.4.2 Οι επιρροές των στόχων και των πόρων του εκπαιδευτικού κατά το σχεδιασμό

Οι δύο μαθηματικοί της ομάδας, στην προσπάθειά τους να σχεδιάσουν μια κατάλληλη δραστηριότητα που να συνάδει με την φιλοσοφία του προγράμματος Mascil και να είναι παράλληλα εναρμονισμένη με το πρόγραμμα σπουδών και τους περιορισμούς του, προβληματίστηκαν ιδιαίτερα. Οι διδακτικοί ενδοιασμοί που αναδείχθηκαν κατά το σχεδιασμό αφορούσαν τόσο θέματα διαχείρισης χρόνου όσο και θέματα σύνδεσης της διδακτέας ύλης με το πλαίσιο του χώρου εργασίας. Μετά την εμπειρία εφαρμογής των εκπαιδευτικών από την πρώτη δραστηριότητα σχετικά με τον χώρο της σεισμολογίας, την οποία υλοποίησε ο καθένας μόνος του, αποφάσισαν κατά τη διάρκεια της πέμπτης συνάντησης να εργαστούν ως ομάδα για το σχεδιασμό της δεύτερης δραστηριότητας. Αυτό συνέβη κυρίως γιατί είδαν τελικά ότι ήταν πάρα πολύ γόνιμο, οι σκέψεις που έχει ο ένας και οι σκέψεις που έχει ο άλλος να μη βγουν εκ των υστέρων, δηλαδή μετά την εφαρμογή της δραστηριότητας αλλά να βγουν εκ των προτέρων κατά το σχεδιασμό. Αυτή η αλληλεπίδραση των σκέψεων μεταξύ των εκπαιδευτικών αποτέλεσε αφορμή για τη συνεργασία τους, όπως ανέφερε και η εκπαιδευτικός Κ1:

"Παρακολούθησε ο ένας τη δουλειά του άλλου στην πρώτη δραστηριότητα και τις συζητήσαμε και εκεί ήταν που έπεσε η ιδέα ότι την επόμενη φορά δουλεύουμε μαζί."

Αμέσως μετά από την απόφαση της συνεργασίας, ξεκίνησαν να ψάχνουν τον χώρο εργασίας με τον οποίο θα ασχοληθούν. Επειδή εργάζονταν στο ίδιο σχολείο, ήταν εύκολη η καθημερινή επικοινωνία τους. Επιπλέον, εκτός από την ίδια ειδικότητα που είχαν- τα μαθηματικά- ήταν και οι δύο επιμορφωτές Β' επιπέδου, δηλαδή είχαν ίδιες εικόνες από τη συμμετοχή τους σε προηγούμενα

προγράμματα. Ο Κ2 παρατηρεί ότι η προηγούμενη γνώση αλλά και η εμπειρία των εκπαιδευτικών τους βοήθησε να συνεργαστούν με επιτυχία:

"Εάν ήταν άλλος συνάδελφος, μπορεί να μην είχαμε την ίδια χημεία, απλώς με την Κ1 πιστεύαμε το ίδιο πράγμα, ότι πρέπει δηλαδή τα παιδιά να δουλεύουν και εμείς να τους βάζουμε."

Στο παραπάνω απόσπασμα γίνεται εμφανές ότι είχαν αποφασίσει από κοινού να χρησιμοποιήσουν την κατευθυνόμενη διερεύνηση για τη δραστηριότητά τους. Από τη στιγμή που γνώριζαν και οι δύο τα παιδιά αρκετά καλά, αφού ήταν μαθητές που συμμετείχαν στον όμιλο του σχολείου, ήξεραν δηλαδή τι μαθηματικές γνώσεις κατείχαν και μπορούσαν να προβλέψουν ποιες αλληλεπιδράσεις πιθανότατα θα πραγματοποιηθούν μεταξύ των ίδιων και των μαθητών, η μόνη ανασφάλεια που είχαν ήταν ότι δεν τους είχαν βάλει ποτέ να συνεργαστούν έτσι όπως σκόπευαν, χωρίς να γνωρίζει ο ένας μαθητής τον άλλον:

"Στο δεύτερο επειδή είχαμε δει και τις διερευνήσεις, είχαμε συζητήσει και με τον Κ2, αισθανόμουν και πιο μεγάλη ασφάλεια στον τρόπο που θα δουλέψουμε."

Το επόμενο βήμα ήταν η επιλογή των μαθηματικών εννοιών με τις οποίες θα ασχολούνταν κατά την υλοποίηση της παρέμβασης και η εύρεση μιας ιδέας που να μπορεί να τις ενσωματώσει. Έναυσμα για την αξιοποίηση των πολλαπλών αναπαραστάσεων ενός μαθητή σχετικά με την έννοια της συνάρτησης, οι οποίες περιλαμβάνονται τόσο στην ύλη της Β' όσο και στην ύλη της Γ' Γυμνασίου, υπήρξε η σκέψη της εκπαιδευτικού:

"Μου είπε η Κ1 ότι πρέπει να κάνουμε κάτι με τις καμπύλες, με τις γραφικές παραστάσεις και πώς μπορούν να αξιοποιηθούν. "

Με την άποψή της συμφώνησε ο διδάσκοντας Κ2 και στη συνέχεια συζήτησαν για το διδακτικό περιεχόμενο της παρέμβασης δίνοντας έτσι και σ' αυτήν μια μαθηματική δομή. Η εμπειρία των δύο εκπαιδευτικών από τις προηγούμενες παρεμβάσεις βοήθησε στο να σχεδιαστεί ευκολότερα και σε λιγότερο χρόνο. Πιο συγκεκριμένα, οι μαθητές θα κληθούν –ως καταγραφή αποτελεσμάτων από την πειραματική τους δραστηριότητα- να δημιουργήσουν πίνακες τιμών, να παρατηρήσουν σχέσεις, να εικάσουν τύπους συναρτήσεων, να δημιουργήσουν γραφικές παραστάσεις αλλά και να επιχειρηματολογήσουν χρησιμοποιώντας στοιχεία από μελέτη γραφικών παραστάσεων. Έχοντας θέσει τους διδακτικούς στόχους ως προς το μαθηματικό περιεχόμενο, έψαξαν να βρουν τα τεχνουργήματα που θα τους βοηθήσουν να επιλέξουν τον κατάλληλο χώρο εργασίας:

"… εγώ έψαχνα να βρω υλικό από ευρωπαϊκά προγράμματα που έχουν σχέση με τον χώρο εργασίας και κάποια στιγμή είδα μια εφαρμογή στο 'Πίζα' που ήταν ένα φρενάρισμα αλλά δεν είχε κάτι, ήταν απλά μια άσκηση αλλά μου άρεσε σαν ιδέα."

Η ιδέα του φρεναρίσματος και ο έλεγχος του από κάποιον εμπειρογνώμονα είτε της τροχαίας είτε μιας ασφαλιστικής εταιρείας αναφέρθηκε από την Κ1 ως ένας χώρος από τον οποίο είναι δυνατό να αναδειχθούν οι προαναφερόμενες μαθηματικές πρακτικές, χωρίς ακόμα να έχει βρει τα απαραίτητα εργαλεία ή να έχει ασχοληθεί ξανά με αυτό. Ο Κ2 όμως είχε εμπειρία από το στρατό, αφού ήταν προανακριτής τροχαίων ατυχημάτων και σύμφωνα με αυτό αποφασίζει το θέμα της εργασίας τους, εμπειρογνωμοσύνη σε τροχαίο. Στο συγκεκριμένο σημείο παρατηρούμε ότι η εμπειρία αυτή του εκπαιδευτικού μετασχηματίζει την δομή της δραστηριότητας, είναι εμφανής δηλαδή η διαδικασία όπου ο χρήστης διαμορφώνει το τεχνούργημα (Instrumentalisation). Στη συνέχεια, ξεκίνησε η συζήτηση για τον τρόπο με τον οποίο θα δουλέψουν στο συγκεκριμένο χώρο εργασίας. Άρχισαν να ψάχνουν για προσομοιώσεις αρχικά από site ασφαλιστικών εταιρειών στο διαδίκτυο ή κάποιο βίντεο που να δείχνει το αυτοκίνητο πώς φρενάρει πριν από τρακάρισμα, δηλαδή κάτι σαν crash tests που κάνουν οι εταιρείες, ενώ δεν είχαν καθόλου στο μυαλό τους πίνακες, τους οποίους χρησιμοποίησαν τελικά. Από προηγούμενες αναζητήσεις του εκπαιδευτικού Κ2 στο διαδίκτυο για υλικό εξέφρασε τον φόβο του για την εύρεση ηλεκτρονικών πηγών προσομοίωσης και πληροφόρησης στην ελληνική γλώσσα, γεγονός που θα δυσκόλευε το σχεδιασμό. Ευτυχώς βρήκαν υλικό και πηγές προσομοίωσης που είχε παραχθεί για εκπαιδευτικούς σκοπούς στην Κύπρο και έτσι οι μαθητές θα υιοθετούσαν το ρόλο του εμπειρογνώμονα και θα κατανοούσαν τις ενέργειες που εκτελεί στον χώρο εργασίας του σε μικρότερο χρονικό διάστημα:

"Δηλαδή ήμασταν τυχεροί ότι βρήκαμε υλικό και την ιδέα θα μπορούσε ο καθένας."

Η εκπαιδευτικός Κ1 άρχισε να πειραματίζεται βάζοντας διάφορα δεδομένα σε ένα πρόγραμμα του υπολογιστή και έλεγχαν τα αποτελέσματα, δηλαδή υπήρχε συνεχώς μια ζύμωση. Ήξεραν που ήθελαν να φτάσουν αλλά επειδή ήθελαν να τους πετύχει κιόλας, χρειάζονταν αρκετά καλό σχεδιασμό. Στο επόμενο στάδιο, θέλησαν να ενσωματώσουν το ρεαλιστικό πλαίσιο στην εφαρμογή και προσπάθησαν να πραγματοποιήσουν μια δια ζώσης συνομιλία με κάποιον εργαζόμενο του συγκεκριμένου κλάδου, η οποία δεν πραγματοποιήθηκε για τεχνικούς λόγους και κυρίως λόγω έλλειψης χρόνου. Οπότε εξαιτίας των συμβάσεων και των περιορισμών του σχολικού πλαισίου, χρησιμοποίησαν προσομοιωτικά στοιχεία στην εργασία τους κατά τέτοιο τρόπο ώστε να προκαλέσουν το ενδιαφέρον των μαθητών τους για να εμπλακούν με αυτά, επειδή δεν ήταν εύκολο να βρεθούν στον ίδιο τον χώρο εργασίας:

" Όταν κάναμε την δεύτερη εφαρμογή με το ατύχημα, θα θέλαμε πάρα πολύ να έχουμε επαφή με εμπειρογνώμονες της τροχαίας αλλά λόγω χρονικών περιορισμών και τεχνικών δυσκολιών, ήταν πάρα πολύ δύσκολο."

Από αυτή την επαφή των μαθητών με το οπτικοακουστικό υλικό, που έχουν επιλέξει οι εκπαιδευτικοί, αναμένεται να γίνουν αντιληπτές οι κρίσιμες έννοιες του χρόνου αντίδρασης και της απόστασης αντίδρασης, η σχέση των μεγεθών ταχύτητα-απόσταση αντίδρασης, ταχύτητα- απόσταση φρεναρίσματος, καθώς και η αξιοποίηση της γραφικής παράστασης μιας σχέσης για την τεκμηρίωση των εκθέσεών τους. Μέσα από συνεχείς πειραματισμούς των εκπαιδευτικών με τις προσομοιωτικές εφαρμογές, αποφάσισαν να χρησιμοποιήσουν συγκεκριμένες μετρήσεις με σκοπό να προκύψουν τα επιθυμητά σχήματα και να επιτευχθεί η εννοιολογική κατανόηση τους το συντομότερο δυνατό:

"Περιμέναμε να έχουμε όσο το δυνατόν πιο έγκυρες μετρήσεις, από το να είναι τυχαίες, γιατί θα μπορούσαμε να δώσουμε κάποιες τυχαίες, να είναι στο περίπου και να πλησιάζουν σε μια ευθεία ή να πλησιάζουν σε μια καμπύλη."

Εκείνο που ήθελαν να δείξουν στους μαθητές είναι ότι ορισμένες μεταβλητές αλληλοεξαρτώνται αλλά και ότι κάποιες άλλες παραμένουν σταθερές και ανεπηρέαστες. Πραγματικά ο χρόνος αντίδρασης είναι μια μεταβλητή που εξαρτάται από κάποια άλλη και υπάρχει και κάποια που δεν την επηρεάζει. Δηλαδή ο χρόνος αντίδρασης δεν επηρεάζει την ταχύτητα, η οποία όμως επηρεάζει το φρενάρισμα. Οπότε για να γίνει εύκολα εμφανές αυτό, διάλεξαν συγκεκριμένα παραδείγματα-μετρήσεις τα οποία ενσωμάτωσαν στη δραστηριότητα προκειμένου να διευκολυνθεί η μάθηση των παιδιών και τα αναπροσάρμοσαν ανάλογα με τις δυσκολίες που αντιμετώπισαν μέσω του πειραματισμού. Κατά την έκτη συνάντηση της ομάδας των εκπαιδευτικών γίνεται προφανές, από τα λεγόμενα του ερευνητή, ότι οι πόροι που ενσωματώθηκαν στη δραστηριότητα είναι ικανοί να μεταδώσουν το ορθό μαθηματικό μήνυμα στα παιδιά και ταυτόχρονα τους δίνουν την ευκαιρία να διερευνήσουν μέσα από τα αποτελέσματα διαφορετικών μετρήσεων:

"Οπότε εκεί πείθονταν και τα παιδιά κατά κάποιον τρόπο, ότι αυτό που ξέρουν ως συνάρτηση και είναι ένα γράφημα προκύπτει μέσα από το δεδομένο, που μπορούν να το βλέπουν και να παίρνουν οι ίδιοι τις μετρήσεις."

5.4.3 Οι επιρροές και οι αλληλεπιδράσεις των εκπαιδευτικών κατά την υλοποίηση

Η εφαρμογή της δραστηριότητας πραγματοποιήθηκε από κοινού από τους δύο σχεδιαστές, τους μαθηματικούς Κ1 και Κ2, ενώ παράλληλα την παρακολουθούσε ο ερευνητής. Οι μαθητές είχαν χωριστεί σε ομάδες των δύο ατόμων, όπου κάθε ομάδα είχε τον δικό της υπολογιστή για να δουλεύει συνεργατικά. Σε πρώτη φάση οι δύο εκπαιδευτικοί εντάσσουν τα παιδιά στο

ρεαλιστικό πλαίσιο της δραστηριότητας και τους περιγράφουν εναλλάξ και σύντομα τις εργασίες που θα πρέπει να πραγματοποιήσουν ως εμπειρογνώμονες είτε της τροχαίας είτε μιας ασφαλιστικής εταιρείας. Ο σχεδιασμός του συγκεκριμένου σεναρίου άρεσε στον ερευνητή, όπως ανέφερε και στην τελευταία συνάντηση με τους εκπαιδευτικούς:

"Είναι ένα πολύ καλό task που αξίζει να δουλευθεί και να επεκταθεί γιατί ταιριάζει πολύ στο πλαίσιο του mascil, συνδυάζει τα πάντα."

Στο φύλλο εργασίας που δίνεται, τα παιδιά θα ασχοληθούν με δραστηριότητες σχετικές με τον χώρο εργασίας, όπως παραδείγματος χάρη θα μελετήσουν την απόσταση που χρειάζεται για να κινητοποιηθεί από το φρενάρισμα ενός αυτοκινήτου, τον χρόνο που μεσολαβεί. Οι μαθητές δείχνουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για το διδακτικό περιεχόμενο της δραστηριότητας, όπως παρατηρεί και η εκπαιδευτικός Κ1:

"Θεωρώ ότι τα πραγματικά στοιχεία είναι πάρα πολύ ελκυστικό αντικείμενο και για τον εκπαιδευτικό και για το μαθητή. Δηλαδή με την έννοια ότι αισθάνεται ότι είναι εντός ζωής, εντός τάξης."

Στη δεύτερη και στην τρίτη φάση θα εμπλακούν με δραστηριότητες που προσομοιώνουν το γεγονός και θα αντλήσουν στοιχεία από τις προσομοιώσεις τα οποία θα γράψουν σε δοσμένους πίνακες. Τα προγράμματα που έχουν επιλέξει οι εκπαιδευτικοί για να ενταχθούν οι μαθητές στο ρεαλιστικό πλαίσιο προσομοιώνουν το φρενάρισμα όπως ακριβώς συμβαίνει στην πραγματικότητα. Η σύνδεση του χώρου εργασίας, χώρος εκπαίδευσης των εμπειρογνωμόνων, με την σχολική τάξη που έγινε μέσω της χρήσης ηλεκτρονικών πηγών προσομοίωσης και πληροφόρησης ήταν ιδιαίτερα πετυχημένη. Σε αυτό βοήθησε αρκετά η άψογη συνεργασία των δύο εκπαιδευτικών και ο κοινός τρόπος διδασκαλίας τους. Στη συνέχεια, οι μαθητές θα συζητήσουν με τους διδάσκοντες και θα διευκρινίσουν τις σημαντικές έννοιες με τις οποίες θα ασχοληθούν στη διάρκεια της δραστηριότητας. Έχουν τη δυνατότητα στα προγράμματα αυτά να τροποποιήσουν κάποιες παραμέτρους, όπως η ολισθηρότητα του δρόμου και η ταχύτητα του αυτοκινήτου, να πειραματιστούν με αυτές τις αλλαγές και να καταγράψουν τα αποτελέσματά τους. Σε όλη τη διάρκεια της συζήτησης και του πειραματισμού, οι διδάσκοντες συνεννοούνταν για να μην ξεφύγουν από τον αρχικό σχεδιασμό τους. Αυτό γιατί στην περίπτωση που πήγαινε η δραστηριότητα προς μια διαφορετική κατεύθυνση από τις γραφικές παραστάσεις ή από αυτό που παρουσίαζαν, δεν θα έφτανε ο χρόνος για να καταφέρουν να φτάσουν στο τελικό πόρισμα σύμφωνα και με την Κ1:

"Όλες οι ερωτήσεις ήταν στημένες έτσι ώστε να προκύψουν θέματα… όταν κάναμε μάθημα με τον Κ2 επικοινωνούσαμε, μη μας φύγει και τελείως. Ναι μεν θέλαμε να τα ανοίγουμε διερευνητικά στο βαθμό που μπορούσαμε, το maximum που μπορούσαμε να κάνουμε αλλά να μη μας φύγει. "

Επειδή όμως μια διερευνητικού τύπου δραστηριότητα χρειάζεται αρκετό χρόνο για να καταφέρουν οι εκπαιδευτικοί να εκμαιεύσουν από αυτήν τις επιθυμητές μαθηματικές έννοιες και ήθελαν να έχει και μια ροή η διδασκαλία, αποφάσισαν να την ολοκληρώσουν σε ένα δίωρο και όχι σε μικρότερα κομμάτια. Τις στιγμές που έβλεπαν ότι η συζήτηση απομακρυνόταν από τον αρχικό σχεδιασμό τους, προσπαθούσαν να βρούνε έναν τρόπο να την επαναφέρουν ώστε να μην κόψουν όμως, την εξέλιξη της σκέψης στο μυαλό των μαθητών, γιατί πιθανότατα θα τους απομάκρυναν από τους επιδιωκόμενους στόχους:

"Εάν σπάσει, μετά δύσκολα το ξανακολλάς. Κλείνει δηλαδή καλύτερα εάν έχει ενσωματωθεί όλος ο κύκλος δηλαδή. Δεν θες να κόψεις τα παιδιά τη στιγμή που παρακολουθούν, για μένα αυτό είναι το πιο επικίνδυνο σημείο της! Δηλαδή όταν ο άλλος αρχίζει και παράγει συλλογισμούς, αυτό που λέγαμε προηγουμένως, δεν θες να σταματήσεις γιατί πραγματικά αυτό θες, εκείνη τη στιγμή να δημιουργήσεις στο μυαλό του αλλουνού μια έκρηξη και να το πάει παρακάτω. "

Ο εκπαιδευτικός Κ2 στη διάρκεια του πειραματισμού με το λογισμικό του προγράμματος, βάζει αρχικά τους μαθητές να ελέγξουν με περισσότερους από έναν τρόπους ότι δύο ποσά είναι ανάλογα. Αυτό γίνεται αξιοποιώντας τις μαθηματικές γνώσεις των μαθητών τόσο από τις γραφικές παραστάσεις όσο και από τον τύπο των αναλόγων ποσών, ενώ στο τέλος τους δίνει να χρησιμοποιήσουν στοιχεία για να το δουν και γραφικά στο πρόγραμμα του υπολογιστή με στόχο να επιβεβαιώσουν το αποτέλεσμα στο οποίο είχαν καταλήξει. Με αυτό τον τρόπο γίνεται ξεκάθαρη στους μαθητές η χρήση των μαθηματικών γνώσεων που χρησιμοποιούν οι εμπειρογνώμονες στον χώρο εργασίας τους, όπως αναφέρουν και οι ίδιοι:

"Βοηθάνε τα μαθηματικά για να πάρουμε την τελική απόφαση γιατί εάν δεν ξέραμε τις συναρτήσεις και τους τύπους, δεν θα μπορούσαμε να απαντήσουμε, ούτε να δουλέψουμε γραφικά."

Οι εκπαιδευτικοί έβαλαν τους μαθητές να πειραματιστούν για αρκετή ώρα στα εργαλεία προσομοίωσης που τους έδωσαν στον υπολογιστή, κατευθύνοντας τους να δοκιμάσουν μετρήσεις με συγκεκριμένες παραμέτρους με στόχο να καταλάβουν τις σχέσεις που εμφανίζονται μεταξύ των ποσών που εξετάζουν. Η εξοικείωση των μαθητών με τους παράγοντες και τον τρόπο που επηρεάζουν την απόσταση αντίδρασης και την απόσταση φρεναρίσματος, καθώς και τη συνολική απόσταση φρεναρίσματος, βοηθάει ιδιαίτερα τους

μαθητές μετέπειτα για να κατανοήσουν και να αξιοποιήσουν τα γραφήματά τους:

"Τους ψυλλιάσαμε λίγο με τον χρόνο αντίδρασης, δηλαδή να καταλάβουν ότι εδώ αυτό παίζει ρόλο. Μετά τους αφήσαμε λιγάκι να αλλάξουν την ταχύτητα για να καταλάβουν και εδώ ότι παίζουν ρόλο. Τους έδειξα 2-3 σποτάκια μικρά βιντεάκια πώς διαδίδονται τα κύματα, animation ήτανε, και από εκεί έπρεπε να αντιληφθούν ότι μεσολαβεί χρόνος και ότι από διαφορετικό σημείο, διαφορετικός χρόνος. Δεν ήταν τόσο εύκολο δηλαδή!"

Στην τέταρτη και στην πέμπτη φάση έχοντας τα παραπάνω στοιχεία, θα προσπαθήσουν να φτιάξουν διαγράμματα με την χρήση του λογισμικού geogebra και να κάνουν εκτιμήσεις σχετικά με τις σχέσεις των μεγεθών που εμπλέκονται, ενώ στην έκτη φάση θα αναλάβουν το ρόλο του ερευνητή. Σε όλη τη διάρκεια της διδασκαλίας, οι οδηγίες των εκπαιδευτικών αλλά και οι δραστηριότητες του φύλλου εργασίας καθοδηγούν αυστηρά τους μαθητές για τις διαδικασίες που θα εκτελέσουν, παρατηρώντας συνεχώς πώς μεταβάλλονται τα γραφήματα σε κάθε περίπτωση που μεταβάλλουν μια παράμετρο:

"Από τη γραφική παράσταση, τους τραβάμε στοιχεία, άρα υποχρεωτικά θα τους οδηγήσουμε στη γραφική παράσταση. Δεν υπάρχει περίπτωση δηλαδή να κάνουν κάτι άλλο!"

Η δραστηριότητα σχεδιάστηκε από την αρχή με σκοπό να παρατηρήσουν οι εκπαιδευτικοί τις αλληλεπιδράσεις που θα συμβούν μεταξύ των μαθητών και του υλικού που θα τους δοθεί, δηλαδή των προγραμμάτων προσομοίωσης με τα οποία θα πειραματιστούν, καθώς και να ελέγξουν τον τρόπο που θα τα αξιοποιήσουν οι μαθητές. Όπως αναφέρει και ο ερευνητής, έναν εκπαιδευτικό τον ενδιαφέρει να παρακολουθήσει πώς ένας πόρος που έχει επιλέξει εξελίσσεται μέσω της χρήσης του από τον ίδιο κατά τη διάρκεια κατασκευής ενός εργαλείου (αρχή του σχεδιασμού κατά την χρήση):

"Μας ενδιαφέρει τα εργαλεία που θα χρησιμοποιήσει ένας εκπαιδευτικός να έχουν μια δυναμική και να μπορέσει να τα χρησιμοποιήσει και του χρόνου."

Στην τελευταία φάση θα τους δοθούν δεδομένα από ένα τροχαίο ατύχημα και θα πρέπει να το δουν είτε από την πλευρά της τροχαίας, δηλαδή του κατήγορου, είτε από την πλευρά του υπερασπιστή- ασφαλιστή και θα πρέπει να τεκμηριώσουν τα συμπεράσματά τους, θα χωρίσουν δηλαδή την τάξη σε δύο διαφορετικές ομάδες. Οι μισοί μαθητές θα πάρουν ένα φύλλο εργασίας με κανονικό οδόστρωμα και οι υπόλοιποι ένα φύλλο εργασίας με ολισθηρό οδόστρωμα για να καταφέρουν να έρθουν σε αντιπαράθεση. Για να φτάσουν οι μαθητές σε αυτή την αντιπαράθεση πρέπει, εκτός από πολύ καλό σχεδιασμό, οι εκπαιδευτικοί να έχουν και άψογη συνεργασία. Έτσι

αξιοποιούνται οι προηγούμενες μαθηματικές γνώσεις και οι γνώσεις των μαθητών από την φυσική αλλά και συνδέονται με τον χώρο εργασίας, σύμφωνα και με την διδάσκοντα Κ1:

"Δηλαδή υπάρχει μια διαρκής ζύμωση και επειδή αυτό το πράγμα με τον Κ2 ήταν πάρα πολύ καλή η συνεργασία που είχαμε, δηλαδή υπήρχε η ανατροπή αυτό που λέμε στο δευτερόλεπτο, δηλαδή ναι μεν αυτό, αλλά μήπως να το δούμε και έτσι; Ναι αλλά δεν ήταν όμως η ανατροπή που πραγματικά θα δημιουργούσε, που δημιούργησε τροχοπέδη. Ήταν αυτό που εμπιστεύεσαι το συνάδελφο, είναι καλοπροαίρετη δηλαδή ανατροπή!"

Το γεγονός που εξέπληξε ευχάριστα τους εκπαιδευτικούς ήταν η εμπλοκή των μαθητών στο ρόλο που τους είχε ανατεθεί με αποτέλεσμα όταν οι μαθητές βρέθηκαν στο κρίσιμο σημείο της διερεύνησης κατά τη συλλογή των στοιχείων και την οικοδόμηση της επιχειρηματολογίας για τη δημιουργία του τελικού πορίσματος, να παραβλέψουν ότι είχε λήξει η διδακτική ώρα ολοκλήρωσης της εφαρμογής. Χρησιμοποίησαν όλα τα διαθέσιμα εργαλεία- έντυπα και ηλεκτρονικά- προκειμένου να οικοδομήσουν μαθηματικά τεκμηριωμένα επιχειρήματα:

"Στο τέλος όταν φτάσαμε στην εμπειρογνωμοσύνη και είπαν ναι θα κάτσουμε γιατί θέλουμε να δούμε τι θα γίνει, νομίζω έδειξε ότι τελικά μπήκαν στο ρόλο και θέλανε, δεν είπαν άντε τελείωσε η ώρα και πάμε."

Το θετικό σχόλιο του ερευνητή στην τελευταία συνάντηση αφορούσε τη δομή της δραστηριότητας, καθώς στην επιχειρηματολογία του τελικού πορίσματος οι εκπαιδευτικοί συνέδεσαν τον χώρο εργασίας με τις γνώσεις των μαθητών από τις φυσικές επιστήμες (μαθηματικά- φυσική):

"Στο τέλος, έγινε η σύνδεση πάλι με τον χώρο εργασίας, δεν αφέθηκε, ενώ ξεκινήσατε να λέτε εδώ θα είμαστε εμπειρογνώμονες που κάπως έτσι δουλεύουμε. Μετά ήταν πολύ ωραίο ότι στο τέλος ξαναμπήκε ο χώρος εργασίας όταν ήταν να πάρουν μια συγκεκριμένη απόφαση. "

5.4.4 Η αποτίμηση της εφαρμογής και η κατάταξη των λειτουργικών σταθερών

Κατά την όγδοη συνάντηση της ομάδας των εκπαιδευτικών πραγματοποιήθηκε η παρουσίαση και η αποτίμηση της εφαρμογής στην τάξη, όπου εμφανίστηκαν ζητήματα σχετικά με το πλαίσιο του σχεδιασμού της διδασκαλίας, τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των εκπαιδευτικών και των πόρων, των μαθητών και των συναδέλφων τους. Μέσα από αυτές τις αλληλεπιδράσεις αναδείχθηκε η γνώση και η ορθή διαχείριση των εκπαιδευτικών ως προς τις συνιστώσες του υλικού, του μαθηματικού και του διδακτικού περιεχομένου της δραστηριότητας. Κοινή διαπίστωση, τόσο της μαθηματικού Κ1 όσο και του μαθηματικού Κ2 που σχεδίασαν το φύλλο εργασίας, αποτελεί το γεγονός πως η δεύτερη δραστηριότητα επιτεύχθηκε μερικώς. Αυτή η δραστηριότητα είχε ως κύριο στόχο την κατανόηση της ύπαρξης του χρόνου αντίδρασης του οδηγού και της αντίστοιχης απόστασης αντίδρασης του οχήματος, η οποία μεσολαβεί από τη στιγμή ανίχνευσης του εμποδίου μέχρι τη στιγμή του φρεναρίσματος. Αυτό συνέβη επειδή η συμπλήρωση όλων των στοιχείων του δοσμένου πίνακα ήταν χρονοβόρα και το πλήθος των στοιχείων αρκετά μεγάλο, με αποτέλεσμα να μην καταφέρουν οι εκπαιδευτικοί να κάνουν ανοιχτή διερεύνηση και σε αυτή την δραστηριότητα, εξαιτίας του χρονικού περιορισμού της:

*"-**Εκπαιδευτικός:** Αυτό λέω να γινόταν ακόμα πιο καλό! Πιο ανοιχτά ή να γινόταν στο ενδιάμεσο η επιχειρηματολογία γιατί κάπου στο ενδιάμεσο δεν το αφήναμε να ξεφύγει και όταν βγάζαμε συμπεράσματα που δεν ήταν σύμφωνα με την πορεία που θέλαμε εμείς το γυρίζαμε, τους δείχναμε προς τα πού πρέπει να πάνε. Εάν είχαμε το περιθώριο όμως δηλαδή εάν ήταν αυτό σε 5 ώρες μέσα σ' ένα μήνα και να έρθουν εκεί στο ενδιάμεσο και να πουν ότι αυτό ήταν ευθεία και να έρθει κάποιος και να πει όχι δεν είναι ευθεία, είναι καμπύλη και εκεί να αντιπαρατεθούν τα επιχειρήματα. Εκεί θα ήταν πιο…*
***-Ερευνητής:** Ακόμα πιο πολύ ενδιαφέρον!*
***-Εκπαιδευτικός:** Ναι, γιατί αυτά τα κόβαμε γρήγορα. Μόλις κάποιος ξέφευγε τον επαναφέραμε γιατί δεν θα μας έφτανε."*

Η πίεση αυτή, εξαιτίας της έλλειψης χρόνου, οδήγησε τους εκπαιδευτικούς ως προς την διδακτική διαχείριση, στον περιορισμό της διερεύνησης κατά τη διάρκεια των αρχικών κυρίως δραστηριοτήτων. Υπάρχει ταύτιση των απόψεων των δύο εκπαιδευτικών τόσο για το υψηλό επίπεδο γνώσεων των μαθητών που συμμετέχουν στο πρόγραμμα, αφού είναι παιδιά ενός ομίλου, όσο και για το πλαίσιο στο οποίο εντάχθηκαν τα μαθηματικά στη δραστηριότητα. Οι εφαρμογές προσομοίωσης φαίνεται ότι προκαλούν τους μαθητές και τους εμπλέκουν ευχάριστα με τις εργασίες που πρέπει να εκτελέσουν:

“Εάν το ξανακάνουμε, τα γράψαμε και στις παρατηρήσεις ότι μάλλον κάποιες από τις αρχικές δραστηριότητες έπρεπε να περιοριστούν. Τους κέντρισε νομίζω το ενδιαφέρον το διαδραστικό της υπόθεσης με τον υπολογιστή που κάνανε το πείραμα, που το φρενάρανε… και βέβαια επειδή είναι και παιδιά αυξημένων δυνατοτήτων μπόρεσαν να φτάσουν στο τελικό ερώτημα, στη διατύπωση συμπεράσματος.”

Τα μαθηματικά φαίνεται ότι εντάχθηκαν στο πλαίσιο της δραστηριότητας ως ένα εργαλείο για τη μοντελοποίηση του ρεαλιστικού πλαισίου του χώρου εργασίας των εμπειρογνωμόνων. Το συγκεκριμένο μοντέλο μάθησης, το οποίο βασίζεται στη διερεύνηση καταστάσεων, τον πειραματισμό, την ερμηνεία των αποτελεσμάτων και την τεκμηρίωση τους αξιολογήθηκε από τους διδάσκοντες ως περισσότερο αποδοτικό. Αναθεώρησαν λοιπόν το ρόλο του εκπαιδευτικού κυρίως προς την κατεύθυνση του υποστηρικτή διερευνητικών ενεργειών και του συντονιστή μιας συζήτησης -και όχι στο ρόλο του φορέα της γνώσης- καθώς και του σχεδιαστή της εκπαιδευτικής πορείας μιας αλληλουχίας απόλυτα στοχευμένων δραστηριοτήτων που να οδηγούν την έκβαση της συζήτησης στο επιδιωκόμενο γνωστικό αποτέλεσμα:

“Νομίζω ότι μετά την δεύτερη εφαρμογή, που το βιώσαμε λίγο καλύτερα, εάν και ήταν κάτι που το δοκιμάσαμε μέσα στην τάξη αλλά στη δεύτερη εφαρμογή ήταν πιο ορατό ότι ουσιαστικά χτίζει τη διδασκαλία σε στάδια έτσι ώστε να οδηγήσεις τον άλλον να ανακαλύψει αυτό που θες χωρίς εσύ να έχεις παρέμβει. Δηλαδή εσύ απλά περιγράφεις τα στάδια της εξέλιξης, της πορείας, τη σκαλωσιά ας πούμε, της εξέλιξης της πορείας που θες να φτάσεις τον άλλον σε ένα άλλο επίπεδο.”

Παρ’ όλο που η προσομοίωση της κατάστασης του φρεναρίσματος βοήθησε αρκετά τους μαθητές, υπήρχαν κάποια τεχνικά πράγματα που οι εκπαιδευτικοί αναγκάστηκαν να κάνουν ανατροφοδότηση γιατί τα παιδιά δεν κατάφεραν να αντιληφθούν εύκολα το πλαίσιο τους, κυρίως εξαιτίας του τρόπου που είχαν δομηθεί. Στον τρόπο διαχείρισής τους βοήθησε τόσο η εμπειρία του ίδιου του φαινομένου μέσα από τον πειραματισμό που έκαναν τα παιδιά όσο και η εμπειρία εφαρμογής των εκπαιδευτικών από τις πρώτες εφαρμογές και έτσι κατάφεραν να δημιουργήσουν περισσότερο στοχευμένα ερωτήματα:

“Καταλάβαμε από την πρώτη ότι όταν δεν είναι και πολλή σαφής η ερώτηση, δεν θα τελειώσεις και εσύ κάποια στιγμή. Δηλαδή εάν αφήσεις τα παιδιά κάποια στιγμή με ασαφείς οδηγίες, θα οδηγείτε ο καθένας όπου θέλει!... Δηλαδή στο δεύτερο, πήγαμε λίγο πιο προοδευτικά. Τους δείξαμε το φαινόμενο… Στο δεύτερο έγινε μια, πώς να το πω, προοδευτική εισαγωγή…. Στην ουσία το φαινόμενο μάλλον μέσα στον χώρο εργασίας. ”

Όπως ανέφεραν από κοινού οι δύο διδάσκοντες, αυτό που αποκόμισαν σε επίπεδο επαγγελματικής ανάπτυξης ήταν η επιδίωξη της συνεργασίας με εκπαιδευτικούς της ίδιας ειδικότητας, με σκοπό να σχεδιάσουν μαζί δραστηριότητες. Το γεγονός ότι όταν ξεκίνησαν να κάνουν τις δραστηριότητες του mascil, δούλεψαν ανεξάρτητα, πάνω στο ίδιο θέμα αλλά παρακολουθούσε ο ένας τη δουλειά του άλλου, τους οδήγησε στην ανακάλυψη ότι εάν δουλέψουν μαζί, δηλαδή εάν στήσουν μαζί όλη τη διαδρομή, θα επιτευχθούν ευκολότερα οι στόχοι. Από τη διδασκαλία της δραστηριότητας φάνηκε ότι δεν υπήρχε ανταγωνισμός μεταξύ των δύο εκπαιδευτικών, όπως υπάρχει μέσα στην καθημερινότητά τους, καθώς εκεί συζητούσαν συνεχώς πώς θα γίνει καλύτερη η δραστηριότητα. Φυσικά δεν έβγαιναν πάντα οι ιδέες, δεν γινόταν συγκερασμός ιδεών, αλλά το σημαντικό ήταν ότι κάποια στιγμή γινόταν καλύτερη:

"Θεωρώ ότι είναι η καλύτερη συνεργασία που έχω κάνει αυτή τη στιγμή με συνάδελφο της ίδιας ειδικότητας με την έννοια ότι το πηγαίναμε χιλιοστό χιλιοστό. Δηλαδή το στήναμε μαζί από την αρχή. Αυτό που θεώρησα ότι αποκόμισα περισσότερο ήταν ότι μου επεδίωξε να συνεργάζομαι με άλλους συναδέλφους της ειδικότητας, δηλαδή στο να φτιάχνουμε κοινά πράγματα. Τώρα επιδιώκω τη συνεργασία με την ειδικότητα. Και θέλω να συνδιαλέγομαι και να δημιουργώ μαζί με τον άλλον, όχι απλά να ανταλλάσουμε πληροφορίες."

Η συνδιαμόρφωση πάνω σε πρότζεκτ της ίδιας ειδικότητας ήταν για τους εκπαιδευτικούς μια εξαιρετική εμπειρία που τους βοήθησε πολύ βέβαια και αργότερα, καθώς από τη στιγμή που ξεκίνησε το πρόγραμμα άρχισαν να μιλάνε πάρα πολύ στενά δηλαδή σε καθημερινή βάση και να ανταλλάσουν τις απόψεις τους. Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των εκπαιδευτικών βελτίωσαν τις πρακτικές τους από την πρώτη στη δεύτερη εφαρμογή, αλλά ευνόησαν και τον σχεδιασμό και τη διδασκαλία μιας τέτοιου τύπου διερευνητικής δραστηριότητας που απαιτεί να έχεις ειδικές γνώσεις από τον εκάστοτε χώρο εργασίας:

"Σαφώς θα μπορούσε σε περεταίρω εξέλιξη και όσο μαθαίνουμε και εμείς θα μπορούσε να πάει καλύτερα αλλά νομίζω ότι το γεγονός ότι παρατηρείς, εμένα αυτό που με βοήθησε προσωπικά, ότι επειδή ακριβώς ήταν καινούριος χώρος το να προσπαθήσουμε να βάλουμε έναν πραγματικό χώρο εργασίας μέσα στην τάξη."

Στην τελευταία εργασία του δοσμένου φύλλου, οι εκπαιδευτικοί σκοπεύουν να αξιοποιήσουν τις προηγούμενες γνώσεις των μαθητών για να αναδειχθεί η σύνδεση των φυσικών επιστημών-μαθηματικά, φυσική- με τον χώρο εργασίας των εμπειρογνωμόνων. Πρέπει δηλαδή να παραβρεθούν στον χώρο ενός ατυχήματος, ως εμπειρογνώμονες, να συλλέξουν κάποια στοιχεία και να

πάρουν αποφάσεις σχετικά με τις συνθήκες του ατυχήματος. Σε αυτό το σημείο οι μαθητές χρησιμοποίησαν κυρίως τις διαδραστικές εφαρμογές για να καταλήξουν στο συμπέρασμα, κάτι που δεν ήταν επιθυμητό από τους εκπαιδευτικούς, αφού ήθελαν στη συγκεκριμένη φάση το πόρισμα να προκύψει ως αποτέλεσμα καθαρού συλλογισμού κι όχι πειραματισμού:

- *"**Εκπαιδευτικός:** Δεν προλάβανε να κάνουν πολλές διερευνήσεις. Εάν θυμάσαι την ώρα που το κάνανε ήτανε έτοιμοι να ξαναπάνε πάλι και τι κάναμε για να τους το κρύψουμε μετά. Όταν τους βάλαμε το ερώτημα εάν τελικά ο δήμος είχε δίκιο ή εάν η ασφαλιστική εταιρία είχε δίκιο για να τσεκάρουν το 140 και το 90 δεν πήγανε στις γραφικές παραστάσεις αλλά πήγανε ξανά σε εκείνη την προσομοίωση ψάχνοντας να δουν τι θα δώσει για τις αντίστοιχες…*
- ***Ερευνητής:** Ξαναβάζοντας τα δεδομένα!*
- ***Εκπαιδευτικός:** Ναι! Ενώ θα μπορούσαν ας πούμε να οδηγηθούν…*
- ***Ερευνητής:** Να δουν μόνο τη γραφική παράσταση. Αυτό τι σημαίνει; Τι αποκαλύπτει νομίζεις;*
- ***Εκπαιδευτικός:** Είναι αυτό που είπαμε και στην αρχή, ότι άμα πιάσουν έναν αλγόριθμο δεν θέλουν να ξανά δουν κάτι άλλο. Φυσικά ίσως δεν είναι και πολύ δουλεμένη αυτή η διαδικασία, δηλαδή η διαδικασία της άντλησης στοιχείων από τη γραφική παράσταση. Δηλαδή όταν κάνουμε γραφικές παραστάσεις στη Β΄ γυμνασίου δεν αφιερώνουμε τόσο πολύ χρόνο στο να τις διαβάσουν τις γραφικές παραστάσεις."*

Ο ερευνητής έκανε θετικά σχόλια για τη συνεργασία των δύο εκπαιδευτικών σε όλα τα στάδια της συγκεκριμένης δραστηριότητας και τόνισε τη σημασία που είχε η επιμόρφωση του mascil στην ανάπτυξη υλικού από κάθε εκπαιδευτικό. Παραδέχτηκε ότι οι διδάσκοντες Κ1 και Κ2 ανέπτυξαν δικό σας υλικό πριν τελειώσει το πρόγραμμα, και όχι υλικό του mascil, το οποίο χρησιμοποίησαν ως πρότυπο και ως δομή. Αυτός ήταν πιθανότατα και ο κύριος λόγος που όταν ρωτήθηκε ο εκπαιδευτικός Κ2 για τα οφέλη της συγκεκριμένης επιμόρφωσης, απάντησε ότι η αγωνία του ήταν μεγαλύτερη από τη γνώση που αποκόμισε:

- ***Εκπαιδευτικός:** Τώρα από αυτήν την επιμόρφωση να σου πω την αλήθεια, ειλικρινά πιο πολύ μου βγήκε αγωνία παρά γνώση. Δηλαδή πιο πολύ άρχισε να με πιέζει ότι πρέπει να το ξανακάνω, ωραίο είναι ενδιαφέρον αλλά πού θα βρω τον χρόνο και τα σενάρια αυτά που θα το κάνουν πιο ελκυστικό και όχι τόσο…*
- ***Ερευνητής:** Τετριμμένο ας πούμε."*

- **<u>Σημεία αλλαγής- εξέλιξης:</u>**

Κατά την αξιολόγηση της δραστηριότητας, οι δύο εκπαιδευτικοί εκτίμησαν ότι το μοντέλο μάθησης που χρησιμοποίησαν είναι περισσότερο αποδοτικό σε σχέση με τα μοντέλα που χρησιμοποίησαν στις αρχικές δραστηριότητες που σχεδίασαν και υλοποίησαν οι ίδιοι στο πλαίσιο του προγράμματος. Το μοντέλο αυτό βασίζεται στη διερεύνηση καταστάσεων, τον πειραματισμό, την ερμηνεία αποτελεσμάτων και τη συζήτηση-τεκμηρίωσή τους. Με την χρήση αυτού του μοντέλου αναθεωρήθηκε ο ρόλος του εκπαιδευτικού, ενώ οι αντιδράσεις των μαθητών εξέπληξαν θετικά τους εκπαιδευτικούς κατά την υλοποίησή του. Αυτό συνέβη όταν οι μαθητές βρέθηκαν στο κρίσιμο σημείο της διερεύνησης, δηλαδή κατά τη συλλογή στοιχείων και την οικοδόμηση επιχειρηματολογίας για τη δημιουργία του τελικού πορίσματος, καθώς παρέβλεψαν ότι είχε λήξει η διδακτική ώρα της ολοκλήρωσης της εφαρμογής. Χρησιμοποίησαν λοιπόν όλα τα διαθέσιμα εργαλεία για να οικοδομήσουν τεκμηριωμένα επιχειρήματα. Γι' αυτό πρότειναν στην περίπτωση που εφαρμοστεί ξανά, το τελευταίο ζητούμενο να εμπλουτιστεί με μια ερώτηση που θα βάζει τους μαθητές να αξιοποιήσουν όλες τις γνώσεις που πήραν και να συνδέσουν όλα τα στάδια της εκπαίδευσης. Επιπλέον, παρατήρησαν ότι ένα μέρος των πληροφοριών του προβλήματος είναι καλύτερα να δοθεί στους μαθητές με οπτικοποιημένο τρόπο τροποποιώντας κατάλληλα κάποια από τις εικόνες προσομοίωσης. Εκτός από την οπτικοποίηση κάποιων δεδομένων, η επαναδιατύπωση κάποιων ερωτημάτων και η αλλαγή της θέσης τους στην υλοποίηση της δραστηριότητας θεωρήθηκε αναγκαία. Τα συμπεράσματα αυτά προέκυψαν κατά την αποτίμηση της εφαρμογής, όπου φάνηκε ότι η συμπλήρωση όλων των στοιχείων του πίνακα στην πρώτη εργασία ήταν χρονοβόρα και το πλήθος των στοιχείων αρκετά μεγάλο. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα ο βασικός στόχος της εργασίας αυτής να επιτευχθεί μερικώς και να μην αποσαφηνιστούν πλήρως οι έννοιες με τις οποίες θα ασχοληθούν οι μαθητές.

- **<u>Μάθηση εκπαιδευτικού:</u>**

Στον παρακάτω πίνακα κατηγοριοποιήσαμε τις λειτουργικές σταθερές που εμφανίστηκαν κατά την πορεία του αναστοχασμού των δύο εκπαιδευτικών για τη δραστηριότητα «Για μια μέρα… Εμπειρογνώμονες!».

Λειτουργικές Σταθερές	
Σύνδεση ρεαλιστικού πλαισίου	• Χώρος εργασίας: Εμπειρογνώμονας τροχαίων ατυχημάτων • Ρεαλιστικά στοιχεία δραστηριότητας • Εμπειρία του ενός εκπαιδευτικού ως εκτιμητή τροχαίων • Εμπειρία και των δύο εκπαιδευτικών από την εφαρμογή των προηγούμενων δραστηριοτήτων • Συμβολή της εφαρμογής από το “Πίζα” και των προσομοιώσεων από site ασφαλιστικών εταιριών στη γρήγορη προσαρμογή των μαθητών με τον χώρο εργασίας
Περιορισμοί από το διδακτικό πλαίσιο	• Ύλη μαθηματικών Β΄ και Γ΄ γυμνασίου • Περιορισμός χρόνου διδασκαλίας- Δίωρη συνεχόμενη διδασκαλία στο σχολικό εργαστήριο • Χρήση από τους μαθητές των κατακτημένων γνώσεων και δεξιοτήτων από τη σχολική τους εκπαίδευση • Οι εκπαιδευτικοί σχεδίασαν και υλοποίησαν μαζί τη δραστηριότητα • Ηλεκτρονικές πηγές προσομοίωσης και πληροφόρησης- Λογισμικό υπολογιστών (Geogebra)
Παράγοντες από το πρόγραμμα επαγγελματικής εξέλιξης	• Συμμετοχή σε συναντήσεις επαγγελματικής εξέλιξης • Επιρροή από υλικό αντίστοιχων ευρωπαϊκών προγραμμάτων • Διερεύνηση καταστάσεων, πειραματισμός για τη συλλογή στοιχείων και την αποτύπωσή τους σε διαγράμματα από τους μαθητές • Ο ρόλος του εκπαιδευτικού επαναπροσδιορίζεται ως υποστηρικτής των διερευνητικών δραστηριοτήτων, ως συντονιστής συζητήσεων και ως σχεδιαστής της εκπαιδευτικής πορείας • Η εμπειρία από τις προηγούμενες παρεμβάσεις συνέβαλε στον στοχευμένο σχεδιασμό και στην γρήγορη εφαρμογή της δραστηριότητας

Παιδαγωγική γνώση περιεχομένου του εκπαιδευτικού στο πλαίσιο της εμπλοκής	• Η επίλυση της δραστηριότητας πριν την εφαρμογή της στην τάξη επιφέρει αλλαγές στη δομή κάποιων εργασιών • Οι μαθητές αντιλαμβάνονται τις κρίσιμες έννοιες του χώρου εργασίας, τον μεταξύ τους διαχωρισμό και την τεκμηρίωση των εκθέσεων τους • Οι μαθητές παραβλέπουν τη λήξη της διδακτικής ώρας προκειμένου να καταλήξουν στο συμπέρασμα, εξαιτίας του ρόλου που έχουν αναλάβει • Το τελικό συμπέρασμα πρέπει να προκύπτει ως αποτέλεσμα καθαρού συλλογισμού και όχι πειραματισμού • Η άψογη συνεργασία, η μεταξύ τους συνεννόηση και ο κοινός τρόπος διδασκαλίας των εκπαιδευτικών συμβάλλουν στην επιτυχημένη σύνδεση του χώρου εργασίας με την σχολική τάξη

6 Συζήτηση- Συμπεράσματα

Στην παρούσα ενότητα παρουσιάζεται μια σύνοψη των κύριων ευρημάτων της έρευνας σε σχέση με τα ερευνητικά ερωτήματα. Το πρώτο ερευνητικό ερώτημα αφορά τους παράγοντες που επηρεάζουν τη δημιουργία των πηγών και του υλικού των εκπαιδευτικών κατά το σχεδιασμό, την υλοποίηση και τον αναστοχασμό διερευνητικών δραστηριοτήτων που συνδέουν μαθηματικές έννοιες με χώρους εργασίας. Μελετώντας τις δραστηριότητες, εξετάσαμε τον τρόπο και τον βαθμό που άλλαξαν εξαιτίας της συμμετοχής των εκπαιδευτικών σε ένα πρόγραμμα επαγγελματικής ανάπτυξης αλλά και εξαιτίας της εμπειρίας εφαρμογής από προηγούμενες δραστηριότητες.

Το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα εστιάζει στην ύπαρξη ή όχι επαγγελματικής μάθησης των εκπαιδευτικών κατά τη δημιουργία και χρήση μονάδων διδασκαλίας από τον εκπαιδευτικό, κατά την εφαρμογή τους στη σχολική τάξη, αλλά και κατά την αποτίμησή τους. Στόχος της ενότητας αυτής είναι να συζητηθούν, να σχολιαστούν κριτικά και να ερμηνευτούν τα αποτελέσματα της έρευνας, καθώς και να συνδεθούν με το θεωρητικό πλαίσιο και τα πορίσματα των άλλων ερευνών που παρουσιάστηκαν στην εργασία.

6.1. Συμπεράσματα 1ου Ερευνητικού Ερωτήματος

Από την ανάλυση των συνεντεύξεων και των ατομικών ημερολογίων των εκπαιδευτικών που συμμετείχαν στην έρευνα, προέκυψε πώς οι παράγοντες που επηρέασαν το διδακτικό σχεδιασμό από τη συμμετοχή τους στο πρόγραμμα επαγγελματικής εξέλιξης ήταν:

- Το υλικό και τα εργαλεία των εκπαιδευτικών
- Ο τρόπος διερεύνησης
- Οι αλληλεπιδράσεις και η συνεργασία τόσο μεταξύ των διδασκόντων και του ερευνητή όσο και με τους υπόλοιπους συμμετέχοντες
- Το μαθηματικό περιεχόμενο.

Από την ανάλυση των δραστηριοτήτων όμως προέκυψαν και οι εξής παράγοντες:

- Το χρονικό περιθώριο για τη διδασκαλία τους
- Οι διδακτικοί και οι παιδαγωγικοί στόχοι του εκπαιδευτικού
- Οι γνώσεις των εκπαιδευτικών και των μαθητών
- Οι εμπειρίες των εκπαιδευτικών και των μαθητών.

Πιο συγκεκριμένα, τα μαθηματικά φαίνεται ότι εντάχθηκαν στο πλαίσιο της δραστηριότητας ως ένα εργαλείο για τη μοντελοποίηση του ρεαλιστικού πλαισίου του εκάστοτε χώρου εργασίας. Αποτέλεσμα αυτού ήταν η αναθεώρηση του ρόλου του εκπαιδευτικού, κυρίως προς την κατεύθυνση του υποστηρικτή διερευνητικών ενεργειών και του ενορχηστρωτή μιας συζήτησης, και όχι στο ρόλο του φορέα της γνώσης. Από την εμπειρία των εκπαιδευτικών της εφαρμογής των πρώτων δραστηριοτήτων, φάνηκε η πίεση που υπήρχε εξαιτίας της έλλειψης χρόνου, η οποία οδήγησε τους εκπαιδευτικούς στον περιορισμό της διερεύνησης, ως προς την διδακτική διαχείριση. Γι' αυτό και στην τελευταία εφαρμογή ακολουθήθηκε ένα μοντέλο μάθησης αυστηρά καθοδηγούμενο, το οποίο βασίστηκε στη διερεύνηση καταστάσεων, τον πειραματισμό, την ερμηνεία των αποτελεσμάτων και την τεκμηρίωση τους όπου τελικά αξιολογήθηκε από τους διδάσκοντες ως περισσότερο αποδοτικό. Η εμπειρία του σχεδιασμού και της εφαρμογής της πρώτης δραστηριότητας βοήθησε επιπλέον τους εκπαιδευτικούς να σχεδιάσουν και να υλοποιήσουν την επόμενη ευκολότερα και σε λιγότερο χρόνο στα πλαίσια του προγράμματος που συμμετείχαν. Σ' αυτό συνέβαλε και η ανταλλαγή των απόψεων μεταξύ των εκπαιδευτικών στη διάρκεια των συναντήσεων επαγγελματικής εξέλιξης. Οι εκπαιδευτικοί συζητούσαν μεταξύ τους, άκουγαν ιδέες που δεν είχαν σκεφθεί οι ίδιοι και έτσι τροποποιούσαν τα προβληματικά ή μη επαρκή στοιχεία του σχεδιασμού τους, πριν από την υλοποίηση της δραστηριότητας. Η επιρροή των μαθηματικών εκπαιδευτικών από τη γνώση άλλων ειδικοτήτων εκπαιδευτικών είναι εμφανής σε όλη τη διάρκεια του προγράμματος και συνέβαλε θετικά στον σχεδιασμό και την υλοποίηση των

δραστηριοτήτων. Στη δική μας έρευνα φαίνεται από την επιλογή του θέματος της πρώτης δραστηριότητας των δύο εκπαιδευτικών για τον χώρο της σεισμολογίας, επηρεασμένοι από τον συνάδελφο γεωλόγο που συμμετείχε στο πρόγραμμα. Οι εξειδικευμένες γνώσεις που τους παρείχε ο γεωλόγος για τον χώρο της σεισμολογίας βοήθησαν στο να μην νιώθουν ανασφάλεια κατά το σχεδιασμό των δραστηριοτήτων, αφού οι ίδιοι δεν είχαν επαρκείς γνώσεις για το συγκεκριμένο χώρο.

Ο τρόπος που ο εκπαιδευτικός συνδέει τις ειδικές γνώσεις που είναι απαραίτητες με την παιδαγωγική γνώση του περιεχομένου οφείλεται στη δυνατότητα του μετασχηματισμού των γνώσεων αυτών. Αυτή την ικανότητα αποκτάει ο διδάσκοντας από την εφαρμογή προηγούμενων δραστηριοτήτων με σκοπό τα προβλήματα να μην αποκοπούν από το πλαίσιο αναφοράς τους και χάσουν το νόημά τους στην σχολική τάξη, λαμβάνοντας ταυτόχρονα υπόψη τις διαφορετικές γνωστικές ικανότητες των μαθητών του. Οι εφαρμογές προσομοίωσης παρατηρήθηκε ότι προκάλεσαν αρκετά τους μαθητές και τους προέτρεψαν να εμπλακούν ευχάριστα με τις εργασίες που έπρεπε να εκτελέσουν. Επίσης, τους βοήθησαν σταδιακά να εξελίξουν τα συμπεράσματά τους μέσα από τον συσχετισμό της προκύπτουσας με την προηγούμενη γνώση τους, γεγονός σύμφωνο με τα λεγόμενα του Dreyfus (2012). Γι' αυτό το λόγο κατά το σχεδιασμό της τελευταίας δραστηριότητας είχαν ενσωματωθεί περισσότερες προσομοιωτικές εφαρμογές. Παρατηρήθηκε, επίσης, ότι οι ανεπαρκείς προηγούμενες γνώσεις των μαθητών για τα μαθήματα των φυσικών επιστημών αποτέλεσαν τροχοπέδη για την πορεία της δραστηριότητας του εκπαιδευτικού. Συνεπώς, στην επόμενη δραστηριότητα, η οποία υλοποιήθηκε συνεργατικά, οι εκπαιδευτικοί διάλεξαν με πολλή προσοχή το γνωστικό περιεχόμενό της.

Κατά τη συμμετοχή των εκπαιδευτικών στο πρόγραμμα επαγγελματικής ανάπτυξης παρατηρήθηκαν και μελετήθηκαν τα μαθηματικά που υπάρχουν ενσωματωμένα στα διάφορα τεχνολογικά μέσα που χρησιμοποιούν στον εκάστοτε χώρο εργασίας. Το γεγονός αυτό οδήγησε στην αποκωδικοποίηση της αόρατης φύσης τους, επιβεβαιώνοντας τον ισχυρισμό του Sorensen (2000) ότι τα μαθηματικά είναι παντού στη ζωή μας αλλά δεν είναι πάντοτε ορατά. Μετά από αυτή τη συνειδητοποίηση, οι διδάσκοντες της έρευνας κατάφεραν να αναπτύξουν δικό τους υλικό για την τελευταία δραστηριότητα πριν τελειώσει το πρόγραμμα, και όχι υλικό του mascil, το οποίο χρησιμοποίησαν μόνο ως πρότυπο και ως δομή. Στη δημιουργία αυτή του υλικού βοήθησε η ομαλή συνεργασία των δύο εκπαιδευτικών και η καλή επικοινωνία που είχαν, καθώς δεν υπήρχε ανταγωνισμός μεταξύ τους. Πιο συγκεκριμένα, η μεταξύ τους συνεργασία στην τελευταία δραστηριότητα, όχι μόνο ήταν ικανή να βελτιώσει το υπάρχον υλικό αλλά και να κατασκευάσει νέο, βελτιωμένο για μετέπειτα δραστηριότητες, γεγονός που δείχνει ότι λειτούργησε εξελικτικά σ' αυτόν τον τομέα. Η συνεργασία αυτή κατάφερε να αυξήσει την αυτοπεποίθηση των εκπαιδευτικών στην εφαρμογή της πρώτης δραστηριότητας, την οποία υλοποίησαν ανεξάρτητα ο ένας από τον άλλο,

αλλά και να αναδείξει τα θετικά στοιχεία που αποκομίζουν από μια διερευνητική δραστηριότητα σε όλες τις φάσεις της (σχεδιασμός- εφαρμογή- αποτίμηση). Τα παραπάνω επιβεβαιώνονται από την κοινή δήλωση των δύο εκπαιδευτικών ότι μελλοντικά όχι μόνο θα επιχειρήσουν αλλά και θα επιδιώξουν τη συνεργασία με εκπαιδευτικούς είτε ίδιας είτε διαφορετικής ειδικότητας.

6.2. Συμπεράσματα 2ου Ερευνητικού Ερωτήματος

Προχωρώντας στην απάντηση του δεύτερου ερευνητικού ερωτήματος, μέσα από τα αποτελέσματα της ανάλυσης των δεδομένων καταλήξαμε στο γεγονός ότι οι εκπαιδευτικοί έχουν τη δυνατότητα να προσεγγίσουν τον ίδιο χώρο εργασίας μιας διερευνητικής δραστηριότητας που συνδέεται με μαθηματικές έννοιες μέσα από πολλές διαφορετικές εκδοχές. Αυτό συμβαίνει επειδή κάθε εκπαιδευτικός σχεδιάζει τη δομή της δραστηριότητάς του με τελείως διαφορετικό τρόπο και την εφαρμόζει σύμφωνα με την δική του πρακτική και εμπειρία, γεγονός που έρχεται σε συμφωνία με τα λεγόμενα των Joubert et al. (2010). Η ευκαιρία αυτή που είχαν οι εκπαιδευτικοί κατά τη διάρκεια των επαγγελματικών συναντήσεων να παρακολουθήσουν το σχεδιασμό και την υλοποίηση μιας δραστηριότητας που είχε την ίδια αρχική ιδέα και εφαρμόσθηκε σε διαφορετικές τάξεις, οδήγησε στην κατανόηση των παραμέτρων που επηρεάζουν τον σχεδιασμό τους. Η αντίληψη που είχαν οι εκπαιδευτικοί επίσης ότι πρέπει μια δραστηριότητα να σχεδιαστεί για να εισαχθεί μια νέα έννοια, καταρρίφθηκε μέσα από τη συμμετοχή τους στις συναντήσεις και διαπιστώθηκε ότι μπορούν να δουλέψουν εξίσου δημιουργικά μια δραστηριότητα όπου θα συνδυάζει ή θα αναδεικνύει γνώσεις που έχουν ήδη κατακτήσει τα παιδιά.

Από την εφαρμογή των δραστηριοτήτων, οι εκπαιδευτικοί συνειδητοποίησαν ότι εκτός από έναν πολύ καλό και στοχευμένο σχεδιασμό είναι απαραίτητη και μια αρκετά καλά δομημένη ροή της διδασκαλίας, έτσι ώστε να επιτευχθεί το επιθυμητό αποτέλεσμα μέσα στα πιεσμένα χρονικά περιθώρια που ορίζει το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών. Σε επίπεδο επαγγελματικής ανάπτυξης οι εκπαιδευτικοί έμαθαν να συνεργάζονται με διδάσκοντες της ίδιας ή διαφορετικής ειδικότητας με σκοπό να σχεδιάζουν και να εφαρμόζουν μαζί δραστηριότητες. Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των εκπαιδευτικών φαίνεται ότι βελτίωσαν τις πρακτικές τους από την πρώτη στη δεύτερη εφαρμογή. Ευνόησαν επιπλέον τον σχεδιασμό και τη διδασκαλία μιας τέτοιου τύπου διερευνητικής δραστηριότητας που απαιτεί να έχουν οι εκπαιδευτικοί ειδικές γνώσεις από τον εκάστοτε χώρο εργασίας. Η

συνδιαμόρφωση αυτή των εκπαιδευτικών πάνω σε μια δραστηριότητα όταν βασίζεται σε συνεργατικές κοινότητες, είναι ικανή με την πάροδο του χρόνου να οδηγήσει στην επαγγελματική τους εξέλιξη. Αυτό πραγματοποιείται καθώς προσεγγίζονται περισσότερο οι εκάστοτε εργασιακοί χώροι και γίνεται χρήση γνώσεων από διαφορετικές ειδικότητες, κυρίως κατά το σχεδιασμό, όπως αναφέρουν και οι Joubert και Southerland στο άρθρο του Wake (2014). Επιπρόσθετα, κατά τον αναστοχασμό των δραστηριοτήτων οι εκπαιδευτικοί διαπίστωσαν ότι είναι απαραίτητο να επανεξετάζεται κάθε φορά τόσο εάν η οργάνωση του μαθήματος ήταν η βέλτιστη δυνατή όσο και εάν στο τέλος επιτεύχθηκαν οι αρχικοί στόχοι. Οι στόχοι αυτοί επιβάλλεται να αναπροσαρμόζονται ανάλογα με τα αποτελέσματα που προκύπτουν για μια μετέπειτα επανεφαρμογή των δραστηριοτήτων.

Τέλος, η παρακολούθηση των συναντήσεων του προγράμματος επαγγελματικής εξέλιξης από τους συμμετέχοντες εκπαιδευτικούς επισημάνθηκε ότι ευνόησε ιδιαίτερα την επαγγελματική τους μάθηση. Αυτό παρατηρήθηκε τόσο ως προς την εξοικείωσή τους με δραστηριότητες που βασίζονται σε χώρους εργασίας και προωθούν τη διερευνητική μάθηση κατά το σχεδιασμό και την εφαρμογή τους, όσο και ως προς την αποτίμηση με σκοπό την αυτοβελτίωσή τους, έτσι ώστε να επιτευχθούν στο βέλτιστο βαθμό οι επιδιωκόμενοι στόχοι. Η συμμετοχή τους στις συναντήσεις αυτές τους βοηθάει να εξελίσσονται, να βελτιώνονται και να αποκτάνε γνώση τόσο για τη μάθηση των μαθητών όσο και για τη μάθηση των ίδιων των εκπαιδευτικών, όπως παρατήρησαν και οι Grossman et al (2001). Επιπλέον, οι συναντήσεις επέφεραν σημαντικές αλλαγές στη στάση και τις αντιλήψεις των εκπαιδευτικών, καθώς συνεργάστηκαν με εκπαιδευτικούς ίδιας αλλά και διαφορετικής ειδικότητας με σκοπό τη διασύνδεση διαφορετικών επιστημών. Κρίνεται λοιπόν απαραίτητο να επισημανθούν τα οφέλη από τη συμμετοχή τους σε αυτές, δεδομένου ότι η εφαρμογή ενός τέτοιου προγράμματος για εκπαιδευτικούς είναι πρωτόγνωρη στην Ελλάδα, όπου η πλειοψηφία των εκπαιδευτικών δεν συμμετέχει σε προγράμματα επαγγελματικής εξέλιξης. Το εκπαιδευτικό μας σύστημα δεν προάγει τη συνεργασία μεταξύ των εκπαιδευτικών αλλά ούτε και τη σύνδεση μεταξύ διαφορετικών επιστημών. Συνεπώς, θεωρείται σημαντική τόσο η συχνή εφαρμογή και η καθιέρωση αντίστοιχων προγραμμάτων στον χώρο της εκπαίδευσης όσο και η συμμετοχή όλων των εκπαιδευτικών σε αυτά με στόχο την επαγγελματική τους μάθηση και εξέλιξη.

6.3. Περιορισμοί, συνεισφορά και περεταίρω έρευνα

Από την ενεργή συμμετοχή των εκπαιδευτικών σε συναντήσεις επαγγελματικής ανάπτυξης αλλά και σε διερευνητικές βιωματικές δραστηριότητες που αφορούν χώρους εργασίας, οι διδάσκοντες δημιουργούν μόνοι τους την ανάγκη αναζήτησης μεθόδων διδασκαλίας, καθώς και εργαλείων που θα τους βοηθήσουν να ερμηνεύσουν και να απλοποιήσουν δύσκολες μαθηματικές έννοιες. Αναδεικνύεται κατά συνέπεια η αναγκαιότητα μιας προσέγγισης που να απαντάει στις δικές τους ανάγκες, στους δικούς τους προβληματισμούς, χωρίς να ξεφύγουν από τα πλαίσια του αναλυτικού προγράμματος. Στηριζόμενοι στα παραπάνω και λόγω της περιορισμένης υπάρχουσας έρευνας για το σχεδιασμό τέτοιου είδους δραστηριοτήτων, με την παρούσα έρευνα επιδιώκω ως εκπαιδευτικός που ενδιαφέρεται να τις εφαρμόσει μελλοντικά, να εξετάσω πιο αναλυτικά το πώς διαχειρίζονται οι καθηγητές όχι μόνο τις πηγές που χρησιμοποιούν αλλά και τις συμπεριφορές των μαθητών κατά την επίλυση προβλημάτων διερευνητικής μάθησης μέσα από έναν χώρο εργασίας. Θεωρώ ότι η συνεισφορά της παρούσας έρευνας είναι η μελέτη για τον τρόπο σχεδιασμού και αξιοποίησης των διδακτικών προβλημάτων που επιλύουν οι μαθητές ως επαγγελματίες, χρησιμοποιώντας μαθηματικές έννοιες του σχολικού Προγράμματος Σπουδών σε συνδυασμό με τη διερευνητική μάθηση μέσα από ένα ρεαλιστικό πλαίσιο.

Σε μελλοντική έρευνα θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί μια κατηγοριοποίηση για τα κριτήρια και τις αρχές που χρησιμοποιούν οι εκπαιδευτικοί κατά το σχεδιασμό ενός προβλήματος διερευνητικής μάθησης μέσα από έναν χώρο εργασίας, λαμβάνοντας δεδομένα από περισσότερες δραστηριότητες. Ιδιαίτερα επιθυμητό θα ήταν να πραγματοποιηθεί μακροπρόθεσμη έρευνα για να παρατηρηθεί εάν οι εκπαιδευτικοί που χρησιμοποιούν στη διδασκαλία τους τέτοιες δραστηριότητες, βελτιώνουν τον τρόπο διδασκαλίας τους και σε ποιο βαθμό. Είναι χρήσιμο να αναφερθεί ότι λάβαμε υπόψη μας τις ιδιαιτερότητες του ελληνικού εκπαιδευτικού σχολείου, καθώς και του ελληνικού αναλυτικού προγράμματος. Όπως φάνηκε στο πρόγραμμα ήταν μια ενδιαφέρουσα εικόνα να δούμε πώς λειτουργεί ένας συνάδελφος του ίδιου κράτους, που έχει πάνω κάτω τις ίδιες σκέψεις, την ίδια εκπαίδευση, το ίδιο αναλυτικό πρόγραμμα, παρόμοιους μαθητές. Μεγάλη πρόκληση σε αυτή την φάση θα ήταν η συνεργασία των εκπαιδευτικών της έρευνας με συναδέλφους του εξωτερικού, δηλαδή να βρεθούν σε ένα μάθημα μαθηματικών δικό τους και να εφαρμόσουν κάτι αντίστοιχο συνεργατικά με κάποιον εκπαιδευτικό από άλλη χώρα που δεν γνωρίζουν καθόλου.

6 Βιβλιογραφία

7.1 Ξένη Βιβλιογραφία

1. Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The Genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* **7:** 245–274.
2. Artigue, M., & Blomhoej, M. (2013). Conceptualising inquiry based education in mathematics. *ZDM- The International Journal on Mathematics Education,* 45(6), 797-810.
3. Bruder, R., & Prescott, A. (2013). Research evidence on the benefits of IBL. *ZDM- The International Journal on Mathematics Education,* 45(6), 811-822.
4. Cobb, P., Yackel, E. & Wood, T. (1992). A constructivist alternative to the representational view of mind in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education,* 23(1), 2-33.
5. Doorman, M., Drijvers, P., Gravemeijer, K., Boon, P., & Reed, H. (2012). Tool use and the development of the function concept: from repeated calculations to functional thinking. *The International Journal of Science and Mathematics Education,* 10(6), 1243-1267.
6. Dreyfus, T. (2012). Constructing abstract mathematical knowledge in context. *In: Proceedings of the 12th international congress on mathematical education, Seoul.*
7. European Commission (2007). Science Education Now: A Renewed Pedagogy for the Future of Europe. Brussels. *Retrieved from http://ec.europa.eu/research/science-society/document_library/pdf_06/report-rocard-on-science-education_en.pdf*
8. Freudenthal, H. (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structure, *The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.*
9. Gravemeijer, K. (1999). How emergent models may foster the constitution of formal mathematics, *Mathematical Thinking and Learning,* 1(2), 155-177.
10. Gravemeijer, K. (2007). Emergent modelling as a precursor to mathematical modelling. *In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Eds.), Modelling and applications in*

mathematics education. The 14th ICMI Study (pp 137–144). New York: Springer.
11. Grossman, P. L., Wineburg, S. S., & Woolworth, S. (2001). Toward a theory of teacher community. *Teachers College Record*, *103*(6), 942-1012.
12. Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for teachers?, *Educational Studies in Mathematics,* 71(3), 199-218.
13. Gueudet, G., & Trouche, L. (2010). Ressources vives : le travail documentaire des professeurs en mathématiques. Rennes, France: Presses universitaires de Rennes. *"Revue des sciences de l'éducation* 381 : 215–216.
14. Gueudet, G., & Trouche, L. (2011). Mathematics teacher education advanced methods: an example in dynamic geometry. *ZDM- The International Journal on Mathematics Education,* 43(3), 399-411.
15. Hoyles, C. & Noss, R. (2001). Proportional reasoning in nursing practice. *Journal for Research in Mathematics Education,* 32, 4-27.
16. Maas, K., & Artigue, M. (2013). Implementation of Inquiry-based learning in day-to-day teaching: a synthesis. *ZDM- The International Journal on Mathematics Education,* 45(6), 779-795.
17. Maas, K., & Doorman, M. (2013). A model for a widespread implementation of inquiry- based learning. *ZDM- The International Journal on Mathematics Education,* 45(6), 887-899.
18. Menon, U. (2013). Mathematisation-vertical and horizontal. *In Nagarjuna et.al. (Eds). epiSTEME- 5, Proceedings-International Conference to Review Research on Science, Technology and Mathematics Education*, Macmillan: Delhi 260-267.
19. Monaghan, J. (2004). Teachers' activities in technology-based mathematics lessons*, International Journal of Computers for Mathematical Learning 9:* 327–357.
20. Morgan, C., Tsatsaroni, A. & Lerman, S. (2002). Mathematics teachers' positions and practices in discourses of assessment, *British Journal of Sociology of Education,* Vol. 23, No. 3, 445-461.
21. Moyer, P.S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *47*(2), 175-197.

22. Nicol, C. (2002). Where's the math? Prospective teachers visit the workplace. *Educational Studies in Mathematics*, *50*(3), 289-309.
23. Potari, D., Psycharis, G., Spilliotopoulou, V., Triantafillou, C., Zachariades, T., & Zoupa, A. (2016). Mathematics and Science teachers' collaboration: Searching for common grounds. *In C. Csíkos, A. Rausch, & J. Szitányi (Eds),* Proceedings of the *40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (*Vol. 4, pp. 91-98*).* Szeged, Hungary: PME
24. Rowland, T. (2008). The purpose, design and use of examples in the teaching of elementary mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 69 (2),* 149-163.
25. Schoenfeld, A., & Kilpatrick, J. (2013). A U.S. perspective on the implementation of inquiry-based learning in Mathematics. *ZDM- The International Journal on Mathematics Education,* 45(6), 901-909.
26. Triantafillou, C., & Potari, D. (2010). Mathematical practices in a technological workplace: the role of tools. *Educational Studies in Mathematics,* 74(3), 275-294.
27. Triantafillou, C., Psycharis, G., Potari, D., Zachariades, T., & Spiliotopoulou, V. (2016). Studying secondary mathematics teachers' attempts to integrate workplace into their teaching. Iv S. Zehetmeier, B. Rösken-Winter, D. Potari, M. Ribeiro (Eds.) *ETC3- European Society for Research in Mathematics Education (ERME) Topic Conference on Mathematics Teaching, Resources and Teacher Professional Development (pp.298-307).* Humboldt University of Berlin, Germany.
28. Van Den Heuvel- Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics,* 54(1), 9-35.
29. Wake, G. (2014). Making sense of and with mathematics: the interface between academic mathematics and mathematics in practice. *Educational Studies in Mathematics,* 86(2), 271-290.
30. Wake, G., Swan, M., & Foster, C. (2016). Professional learning through the collaborative design of problem-solving lessons. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 19(2), 243-260.
31. Zodik I., Zaslavsky O. (2008). Characteristics of teachers' choice of examples in and for the mathematics classroom. Educational Studies in Mathematics, 69, 165–182.

32. Zulkardi, A. (1999). How to Design Mathematics Lessons based on the Realistic Approach. available at http://www.reocities.com/ratuilma/rme.html

7.2 Ελληνική Βιβλιογραφία

33. Καλογερία, Ε., Μάλλιαρης, Χ. & Ψυχάρης, Γ. (2015). Συνεργατικός σχεδιασμός και εφαρμογή διερευνητικών δραστηριοτήτων που συνδέουν τα μαθηματικά με χώρους εργασίας. Στο Δ. Δεσλή, Ι. Παπαδόπουλος & Μ. Τζεκάκη (Επιμ.) *Πρακτικά του 6ου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών Διδακτικής Μαθηματικών (ΕΝΕΔΙΜ)* (σελ. 489-498).

34. Κλαουδάτος Ν. (1992). Διδακτορική Διατριβή «Η μοντελοποίηση στη διδακτική πράξη (Η διδασκαλία των μαθηματικών σε πραγματικά πλαίσια)»

35. Κυνηγός Χ. (2014). Σημειώσεις Μεταπτυχιακού Μαθήματος Διδακτικής Μαθηματικών ΙΙ. Μαθηματικό Τμήμα ΕΚΠΑ.

36. Πόταρη Δ. (2014). Σημειώσεις Μεταπτυχιακού Μαθήματος Έρευνα στη Διδακτική Μαθηματικών και Διδακτική πράξη. Μαθηματικό Τμήμα ΕΚΠΑ.