ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ, ΙΣΤΟΡΙΑΣ & ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ - ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗΣ & ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ & ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ

Διαπανεπιστημιακό- Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
"ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ"

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Η Θεωρία της Εφαρμοσμένης Σημειωτικής μέσα στη Διδακτική των Μαθηματικών όπως αυτή απαντάται στο έργο του Louis Radford

Αλέξανδρος Α. Αλεξανδρίδης

Επιβλέπων Καθηγητής
Παναγιώτης Σπύρου

Αθήνα, Ιούνιος 2010

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών για την απόκτηση του

Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

που απονέμει το

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό

Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών

«ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ»

Εγκρίθηκε την…… από τριμελή Εξεταστική Επιτροπή, αποτελούμενη από τους:

Ονοματεπώνυμο	Βαθμίδα	Υπογραφή
1) Παναγιώτης Σπύρου (Επιβλέπων Καθηγητής)	**Επικ. Καθηγητής ΕΚΠΑ**	
2) Δέσποινα Πόταρη	**Αναπλ. Καθηγήτρια ΕΚΠΑ**	
3)Δήμητρα Χριστοπούλου	**Διδάκτωρ ΜΙΘΕ Λέκτορας υπό διορισμό Τμήμα Φιλοσοφίας Πάτρα**	

Ο πολιτισμός μπορεί να μελετηθεί
απόλυτα από σημειωτική σκοπιά

U. Eco

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε το ακαδημαϊκό έτος 2009-10 στα πλαίσια του Διαπανεπιστημιακού-Διατμηματικού Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στη *«Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»*. Επιβλέπων ήταν ο Επικ. Καθηγητής κ. Παναγιώτης Σπύρου, ενώ την τριμελή συμβουλευτική επιτροπή συμπλήρωναν η Αναπλ. Καθηγήτρια κ. Δέσποινα Πόταρη και η Διδάκτωρ ΜΙΘΕ, Λέκτορας υπό διορισμό, τμήμα Φιλοσοφίας Πάτρα κ. Δήμητρα Χριστοπούλου.

Μετά την ολοκλήρωση της, επιθυμώ να ευχαριστήσω ιδιαίτερα:

Τον Επικ. Καθηγητή κ. Παναγιώτη Σπύρου, για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε, καθώς επίσης για την πολύτιμη βοήθεια και την αποτελεσματική καθοδήγηση που μου προσέφερε, κατά τη διάρκεια εκπόνησης της εργασίας αυτής.

Την Αναπληρ. Καθηγήτρια κ. Δέσποινα Πόταρη και την Διδάκτωρ ΜΙΘΕ, Λέκτορα υπό διορισμό κ. Δήμητρα Χριστοπούλου για το ενδιαφέρον τους και τις χρήσιμες κατευθύνσεις που μου παρείχαν καθώς και την συμμετοχή τους στην τριμελή συμβουλευτική επιτροπή.

Τους συναδέλφους μεταπτυχιακούς φοιτητές κ. Α. Τόγκα και κ. Α. Πετειναρά για την ευγενική παραχώρηση μεταφράσεων άρθρων του L.Radford που μου πρόσφεραν.

ΑΛΕΞΑΝΔΡΙΔΗΣ ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ
ΙΟΥΝΙΟΣ 2010

Στην Μαργαρίτα και την Χριστίνα,

τις χαρές της ζωής μου.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1 ΦΙΛΟΣΟΦΙΚΑ ΡΕΥΜΑΤΑ 17

1.1 Πραγματισμός, Φυσιοκρατία και Ρεαλισμός 17

1.1.1 Ο Πραγματισμός 17

1.1.2 Η Φυσιοκρατία 18

1.1.3 Οι Διάφοροι Ρεαλισμοί 19

1.1.3.1 Ο Κριτικός Ρεαλισμός 21

1.2 Υλισμός-Διαλεκτικός υλισμός-Ιστορικός υλισμός 22

1.2.1 Lev Vygotsky 27

1.3 Κοινωνιολογία της Γνώσης 27

1.3.1 Karl Mannheim 28

1.3.2 Emile.Durkheim 28

1.3.3 Claude Lévi-Strauss 30

1.3.4 Φαινομενολογική Κοινωνιολογία 32

1.3.5 Η κοινωνιολογία των μαθηματικών γνώσεων 33

1.4 Φαινομενολογία 34

2 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΣΗΜΕΙΩΤΙΚΗ 37

2.1 Σημεία 42

2.2 Η επικοινωνία στα μαθηματικά: μια σημειωτική προσέγγιση 50

2.3 Σημείο, σύμβολο και η σχέση τους με το αντικείμενο στα μαθηματικά 52

2.4 Τα σύμβολα και ο ρόλος τους στην κατανόηση των μαθηματικών 56

3 Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΤΟΥ LEV VYGOTSKY 61

3.1 Εφαρμογή της θεωρίας της κοινωνικής ανάπτυξης στον εκπαιδευτικό χώρο 62

3.2 Εκπαιδευτικές στρατηγικές και η εφαρμογή τους στην διδασκαλία 63

3.3 Η αποτελεσματικότητα της θεωρίας της κοινωνικής ανάπτυξης στην επίτευξη των στόχων της 63

4 Η ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΣΗΜΕΙΩΤΙΚΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ 65

4.1 Ο ρόλος των σημείων στην γνώση 65

4.2 Συλλήψεις της σημασίας και της κατανόησης 67

4.3 Το δηλωμένο μυαλό 67

4.4 Η πολιτιστικά διαμορφωμένη χρήση των σημείων και των εργαλείων 68

4.5 Πολιτιστικά σημειωτικά συστήματα: Πυθαγόρεια χαλίκια εναντίον των Ευκλείδειων γραμμών 69

4.6 Ένα επεισόδιο σε μια τάξη 71

5 ΣΤΟΝ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟ ΚΑΙ ΤΟ ΜΥΑΛΟ: ΜΙΑ ΜΕΤΑ-VYGOTSKIAN ΣΗΜΕΙΩΤΙΚΗ ΠΡΟΟΠΤΙΚΗ 75

5.1 Ο Γενετικός νόμος της πολιτιστικής ανάπτυξης του Vygotsky 75

5.2 Το εξωτερικό μυαλό 79

5.3 Πολιτιστικά σημειωτικά συστήματα 83

5.4 Η Ευκλείδεια και προ-Ευκλείδεια θεωρία των ζυγών και περιττών αριθμών 89

5.5 Τρόποι: Το συμβολικό συστατικό 95

5.6 Σύνθεση 97

6 ΧΕΙΡΟΝΟΜΙΕΣ, ΛΟΓΟΣ & ΔΙΑΧΥΣΗ ΣΥΜΒΟΛΩΝ: ΜΙΑ ΣΗΜΕΙΩΤΙΚΗ – ΠΟΛΙΤΙΣΜΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΩΝ ΤΥΠΩΝ ΓΕΝΙΚΕΥΣΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ103

6.1 Σημειωτικά μέσα εξαντικειμενίκευσης 104

6.1.1 Προσοχή, Αντίληψη και Εξαντικειμενίκευση 104

6.1.2 Σύμβολα και Εργαλεία 106

6.1.3 Η Κοινωνική Φύση των Σημειωτικών Μέσων Εξαντικειμενίκευσης 107

6.1.4 Η Δραστηριότητα Γενίκευσης και η εφαρμογή της σε σχολική τάξη 108

6.2 Τεκμηριωμένες γενικεύσεις 110

6.2.1 Η Τεκμηριωμένη Γενίκευση ως ένα Σχήμα το οποίο έχει προκύψει όταν αφαιρεθεί ένα σύνολο δράσεων. 110

6.2.2 Σημειωτικά Μέσα Εξαντικειμενίκευσης σε Τεκμηριωμένες Γενικεύσεις 112

6.2.3 Το Νόημα, σε Τεκμηριωμένες Γενικεύσεις 114

6.3 Πλαισιωμένες γενικεύσεις 114

6.3.1 Αφηρημένες Ενέργειες και Αντικείμενα 114

6.3.2 Σημειωτικά Μέσα Εξαντικειμενίκευσης. 116

6.3.3 Πλαισιακές Γενικεύσεις 118

6.4 Συμβολικές γενικεύσεις 119

6.4.1 Παρακάμπτοντας το «Πρόβλημα της Τοποθέτησης» 119

6.4.2 Η παρέμβαση της δασκάλας 121

6.4.3 Τα Σημειωτικά Μέσα Εξαντικειμενίκευσης σε Συμβολικές Γενικεύσεις 122

6.5 Η καταδεικτική φύση των συμβόλων των μαθητών 125

6.6 Σύνθεση και συμπεράσματα 127

7 Η ΑΝΘΡΩΠΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΣΗΜΑΣΙΑΣ 131

7.1 PEIRCE: Η αλήθεια ως το όριο της απεριόριστης σημείωσης 133

7.2 Ο HUSSERL και η σημασία της σημασίας 139

7.3 «Σημασία» και συναφή αντικείμενα από τη σημειωτική-πολιτισμική αντίληψη 143

7.4 Μαθηματικά αντικείμενα 150

8 Η ΣΗΜΕΙΩΤΙΚΗ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ:Ο KANT, Ο PIAGET ΚΑΙ Η ΑΡΙΘΜΟΜΗΧΑΝΗ 155

8.1 Η σύγκρουση μορφής και περιεχομένου 155

8.2 Ο ρόλος των συμβόλων στην έννοια του σχήματος κατά τον ΚΑΝΤ 157

8.3 PIAGET 158

8.4 Σχήμα και δραστηριότητα 161

8.5 Το τεχνολογικά μεσολαβημένο σχήμα: πλήρωση των τύπων 162

8.6 Σύνθεση και τελικές παρατηρήσεις 167

9 ΤΟ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΤΩΝ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ ΜΕΤΑΞΥ ΤΗΣ ΦΡΟΝΗΣΗΣ-ΣΟΦΙΑΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ 171

9.1 Τα όρια της αίσθησης και του λόγου: η καντιανή αμφιβολία 172

9.2 Πλάτωνας και Αριστοτέλης 176

9.3 Το δίλημμα του PIAGET 177

9.4 Οι αναπαραστάσεις και τα αντικείμενά τους ως πολιτιστικά κατασκευάσματα 182

9.5 Ο WARTOFSKY και οι αναπαραστάσεις 184

9.6 Τελικές παρατηρήσεις 187

10 Η ΗΘΙΚΗ ΤΗΣ ΥΠΑΡΞΗΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΓΝΩΣΗΣ: ΠΡΟΣ ΜΙΑ ΠΟΛΙΤΙΣΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΕΚΜΑΘΗΣΗΣ 189

10.1 Θεωρίες διδασκαλίας και μάθησης 189

10.2 Μια μη διανοητική σύλληψη της σκέψης 190

10.2.1 Η σκέψη ως διαμεσολαβημένη πράξη ενδελεχούς εξέτασης 190

10.2.1.1 Η διαμεσολαβημένη φύση της σκέψης 191

10.2.1.2 Η Σκέψη ως στοχασμός 193

10.2.2 Η ανθρωπολογική διάσταση της σκέψης 193

10.3 Οι επιστημολογικές και οντολογικές βάσεις της θεωρίας εξαντικειμενίκευσης της γνώσης 195

10.4 Εκμάθηση 196

10.4.1 Η γνώση που κατατίθεται στα χειροποίητα αντικείμενα 198

10.4.2 Κοινωνική αλληλεπίδραση 198

10.4.3 Εξαντικειμενίκευση και υποκειμενικοποίηση 199

10.5 Η τάξη των μαθηματικών 200

10.5.1 Δραστηριότητα εκμάθησης 200

10.5.2 Διαστρωμάτωση της γενικότητας 201

10.6 Η ηθική της ύπαρξης και της γνώσης 202

10.7 Τελικές παρατηρήσεις 205

11 ΕΠΙΛΟΓΟΣ 207

11.1 Μαθηματική δραστηριότητα 207

11.2 Πρακτική της τάξης 208

11.2.1 Γνώση 208
11.2.2 Εσωτερικοποίηση 209
11.2.3 Συμμετοχή 210

11.3 Εξαντικειμενίκευση 210

11.4 Ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης 212

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ

Η σημειωτική εμφανίζεται ως η θεωρία που μελετά τα προβλήματα των σημειωτικών αναπαραστάσεων σε σχέση με τις σημασίες τους όπως προκύπτουν μέσα στα πλαίσια της Διδασκαλίας και της Μάθησης των Μαθηματικών. Η μελέτη των συμβόλων και των ερμηνειών τους αρχίζει με τον φιλόσοφο της Λογικής C.Pierce και τον γλωσσολόγο F.Saussure στις αρχές του 20^{ου} αιώνα. Συστηματικά εισάγεται στην διδακτική των Μαθηματικών από τους R.Duval και M.Otte τριάντα χρόνια πριν. Μέσα στο έργο του L. Radford, η σημειωτική εξετάζεται σε σχέση με το πολιτισμικό πλαίσιο, αξιοποιώντας φαινομενολογικές και Βιγκοτσιανές προσεγγίσεις.

Στο πρώτο κεφάλαιο αναφέρονται κάποια στοιχεία για τα φιλοσοφικά ρεύματα όπως ο ρεαλισμός, η φυσιοκρατία, ο πραγματισμός, ο διαλεκτικός υλισμός, η κοινωνιολογία της γνώσης και η φαινομενολογία, που δείχνουν να ασκούν επιρροή στο έργο του L.Radford.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή στη θεωρία της Σημειωτικής γενικά, επικεντρώνοντας στην έννοια του σημείου, ενώ στην συνέχεια εξειδικεύουμε για το πώς η χρήση συμβόλων και η επικοινωνία στην διδασκαλία των μαθηματικών αποτελούν μια σημειωτική προσέγγιση στην προσπάθεια κατανόησης των μαθηματικών.

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται μια απόπειρα για την προσέγγιση της θεωρίας της κοινωνικής ανάπτυξης του L.Vygotsky. Γίνεται αναφορά στην εφαρμογή της παραπάνω θεωρίας στον εκπαιδευτικό χώρο μέσω των εκπαιδευτικών στρατηγικών καθώς και για την αποτελεσματικότητά της στην επίτευξη των στόχων της.

Στο τέταρτο κεφάλαιο καταγράφεται η σχετικότητα της Σημειωτικής με τη διδακτική των Μαθηματικών. Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται αναφορά στα Πολιτιστικά Σημειωτικά Συστήματα και το πώς η πολιτισμικά διαμορφωμένη χρήση των εργαλείων και των σημείων βρίσκει εφαρμογή στην διδασκαλία των Μαθηματικών.

Στο πέμπτο κεφάλαιο γίνεται ανάλυση των Πολιτισμικών Σημειωτικών Συστημάτων και το πως η πραγματική μορφή που η δραστηριότητα λαμβάνει σε έναν πολιτισμό περιορίζει και, στη συνέχεια, περιορίζεται από τους *'τρόπους της'*, όπως παράγεται από τη διαλεκτική αλληλεπίδραση της δραστηριότητας και του *Πολιτιστικού Σημειωτικού Συστήματος*. Επιπλέον, υποστηρίζεται ότι η σημειωτική φύση της δραστηριότητας και ο επιστημολογικός ρόλος των σημείων, στην αλληλεπίδραση μεταξύ της δραστηριότητας και του ΠΣΣ, αποτελούν τους *'τρόπους'* που καλύπτουν τις συγκεκριμένες μορφές που το σύστημα των ιδεών μπορεί να πάρει.

Το έκτο κεφάλαιο αποτελεί μια σημειωτική-πολιτισμική προσέγγιση των τύπων γενίκευσης των μαθητών. Γίνεται αναφορά των σημειωτικών μέσων εξαντικειμενίκευσης με ιδιαίτερη ανάλυση των τύπων γενίκευσης ενώ τονίζεται η καταδεικτική φύση των συμβόλων των μαθητών.

Στο έβδομο κεφάλαιο επιχειρείται μια ανάλυση της σημασίας. Στο πρώτο μέρος

του κεφαλαίου συζητούνται, οι θεωρίες της έννοιας των Peirce και Husserl. Εξετάζονται οι προσπάθειές τους να συμφιλιώσουν την υποκειμενική διάσταση της γνώσης με την υποτιθέμενη υπερβατική φύση των μαθηματικών αντικειμένων. Στο δεύτερο μέρος σκιαγραφείται μια έννοια της σημασίας και των εννοιολογικών αντικειμένων που βασίζεται σε μια σημειωτική-πολιτιστική προσέγγιση της γνώσης καθώς και τη γνώση που σταματά την υπερβατικότητα και μεταβιβάζει αντί αυτής την έννοια, της βασισμένης στα συμφραζόμενα, αντικειμενικότητας.

Στο όγδοο κεφάλαιο τίθεται η Καντιανή και Πιαζετιανή έννοια του σχήματος από μια σημειωτική-πολιτιστική προοπτική. Δίνεται προσοχή στις επιστημολογικές βάσεις στις οποίες οι θεωρητικές επεξεργασίες της έννοιας του σχήματος, των Kant και Piaget, ήταν βασισμένες και το ρόλο που το σημείο παίζει εκεί μέσα. Υποστηρίζεται ότι το σχήμα και η γένεσή του μπορούν να γίνουν καλύτερα αντιληπτά εάν ληφθούν υπόψη οι γλωσσικές και μη-γλωσσικές ενέργειες που διαμεσολαβούν και που ενσωματώνονται στις κοινωνικές διαδικασίες, την παραγωγή και την εξαντικειμενίκευση της γνώσης. Η συζήτησή που γίνεται αναμειγνύει τις επιστημολογικές ανησυχίες με τη σημειωτική ανάλυση μιας ομάδας μαθητών που εξετάζουν τη μαθηματική κατανόηση και περιγραφή ενός φυσικού φαινομένου - τη μετακίνηση ενός σώματος κατά μήκος μιας κεκλιμένης ράμπας σε ένα τεχνολογικό περιβάλλον.

Στο ένατο κεφάλαιο γίνεται μια διαπραγμάτευση, που αφορά το αντικείμενο των αναπαραστάσεων. Βασικό ερώτημα που ζητά απάντηση είναι το τι είναι αυτό που οι αναπαραστάσεις αναπαριστούν. Ερευνάται η απάντηση σε αυτήν την ερώτηση, από δύο επιδρούσες σύγχρονες επιστημολογικές θεωρίες – του Piaget και του Wartofsky. Στη διερεύνηση των επιστημολογιών τους, γίνεται προφανές ότι η απάντηση στην προαναφερθείσα ερώτηση εξαρτάται όχι μόνο από τις συλλήψεις για το πώς τα αντικείμενα της γνώσης γίνονται γνωστά από τα άτομα, αλλά και στις οντολογικές θέσεις που παίρνονται για τη φύση των μαθηματικών αντικειμένων.

Στο δέκατο κεφάλαιο σκιαγραφείται μια θεωρία για την διδασκαλία και τη μάθηση που παίρνει την έμπνευσή της από κάποιες ανθρωπολογικές και ιστορικό-πολιτιστικές σχολές της γνώσης- *η θεωρία της εξαντικειμενίκευσης της γνώσης*. Σύμφωνα μ' αυτήν η μάθηση προκύπτει από τις αισθητηριακές πολιτισμικές πράξεις που ενσωματώνονται στην πορεία με ιστορικά διαμορφωμένες επιστήμες και οντολογίες, και δεν είναι ακριβώς η γνώση για κάτι αλλά επίσης για κάποιον.

Στο ενδέκατο και τελευταίο κεφάλαιο κατατίθενται σκέψεις για την διδακτική των μαθηματικών και την επίδραση που δέχεται από την χρήση των σημείων μέσα στο κοινωνικο-πολιτιστικό περιβάλλον που ωριμάζει και αναδεικνύεται η προσωπικότητα του κάθε μαθητή.

1 ΦΙΛΟΣΟΦΙΚΑ ΡΕΥΜΑΤΑ

1.1 Πραγματισμός, Φυσιοκρατία και Ρεαλισμός

Στην πρώτη αυτή παράγραφο του κεφαλαίου αναφέρονται τρία φιλοσοφικά ρεύματα, που συνεισφέρουν κάποιες πολύ ενδιαφέρουσες τοποθετήσεις στο πρόβλημα της φύσης της γνώσης. Οι φιλοσοφίες αυτές, του πραγματισμού, της φυσιοκρατίας και του ρεαλισμού θεωρούνται ότι έχουν σημαντικά επηρεάσει την επιστημολογία στη μετά τον Kuhn περίοδο, παρότι για τις περισσότερες από αυτές οι ρίζες τους κι η περίοδος ωρίμανσής τους βρίσκονται αρκετά πίσω στο χρόνο και φαίνεται πως επηρεάζουν τον τρόπο σκέψης του L.Radford.

1.1.1 Ο Πραγματισμός

Ο πραγματισμός είναι μια αμερικάνικη φιλοσοφική παράδοση, που συνδέεται με τη σχολή φιλοσοφίας του Chicago και με τους μεγάλους διανοητές Charles Sanders Peirce, John Dewey, William James και George Herbert Mead. Το βασικό χαρακτηριστικό της φιλοσοφίας του πραγματισμού είναι η ενότητα γνώσης και δράσης, αξιών και εμπειρίας. Η γνώση συνδέεται με την δράση και παράγεται από την εμπειρία ενώ η αλήθεια προσδιορίζεται από τις πρακτικές δραστηριότητες.

Σύμφωνα με τον Peirce, αυτό που μπορεί να θεωρηθεί σαν η βασική αρχή του πραγματισμού καταλήγει στο εξής κριτήριο για τη σημασία που έχουν οι έννοιες: εκεί που μια έννοια μπορεί λογικά να διαφέρει από μια άλλη είναι στο κατά πόσο δύναται να *"τροποποιήσει την πρακτική μας συμπεριφορά διαφορετικά από την δεύτερη έννοια"* (1957, σελ. 252). Δηλαδή, εκείνο που έχει σημασία, το νόημα μιας έννοιας, βρίσκεται στις συνέπειες της έννοιας, στον τρόπο που αυτή μεταβάλλει τη συμπεριφορά των ανθρώπων, κι όχι σε μια μεταφυσική αναζήτηση κάποιου βαθυστόχαστου νοήματος. Πράγματι, αντί να καταναλωνόμαστε με αφηρημένες θεωρίες για την φύση της πραγματικότητας, ο πραγματισμός πρεσβεύει ότι πρέπει να συγκεντρώσουμε την προσοχή μας στο παρόν πλαίσιο που ζούμε και να δημιουργήσουμε την αντίληψή μας για τον κόσμο με βάση τις συγκεκριμένες πράξεις που κάνουμε και τους πραγματικούς σκοπούς που έχουμε.

Η πρόκριση της πράξης έναντι της θεωρίας φαίνεται και στον τρόπο που οι πραγματιστές ορίζουν την γνώση. Για παράδειγμα, ο Dewey έλεγε: *"Αν μπορέσουμε να δούμε ότι η γνώση δεν είναι μια πράξη ενός εξωτερικού θεατή, αλλά κάποιου που συμμετέχει μέσα στην φυσική και την κοινωνική σκηνή, τότε το αληθινό αντικείμενο της γνώσης βρίσκεται στις συνέπειες της κατευθυνόμενης δράσης"* (1960, σελ. 221). Άρα, συνέχιζε ο Dewey, *"το κριτήριο της γνώσης βρίσκεται στη μέθοδο που χρησιμοποιείται για να διασφαλισθούν οι συνέπειες κι όχι σε μεταφυσικές συλλήψεις της φύσης του πραγματικού"* (σελ. 221). Παρόμοια, για τον James, ο πραγματισμός είναι *"κυρίως μια μέθοδος διευθέτησης μεταφυσικών συζητήσεων που αλλιώς θα μπορούσαν να έμεναν ατέρμονες"* (1960, σελ. 42). Τονίζοντας τη σημασία των πρακτικών συνεπειών

της υιοθέτησης της αλήθειας μιας θεωρίας ή ιδέας ή πεποίθησης, ο James έφθανε να αναρωτηθεί για το *"ποια είναι η χρηματική αξία (cash-value) της αλήθειας στην ζωή;"* (1960, σελ. 133).

Σύμφωνα με τις εκτιμήσεις του D.C. Phillips (1992, σελ. 86-7), το πραγματιστικό κριτήριο της σημασίας μπορεί να θεωρηθεί ότι δεν βρίσκεται μακριά από το πνεύμα του Karl Popper. Βέβαια, ο τελευταίος δεν ισχυριζόταν ποτέ ότι οι φιλοσοφικές ή μεταφυσικές προτάσεις πρέπει να δοκιμάζονται εμπειρικά και χρησιμοποιούσε την διαψευσιμότητα σαν κριτήριο της επιστήμης κι όχι της φιλοσοφίας ή της μεταφυσικής. Αλλά στην πραγματικότητα το κριτήριο του Peirce θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι δεν απέχει πολύ από το κριτήριο του Popper, γιατί και τα δυο υπόκεινται στον ίδιο τύπο εμπειρικής επαλήθευσης.

1.1.2 Η Φυσιοκρατία

Γενικώς, η φυσιοκρατία αποτελείται από ένα σύνολο ποικίλλων απόψεων που προσπαθούν να εξηγήσουν τα φαινόμενα του κόσμου μόνο με βάση έννοιες και θεωρίες που αναφέρονται στην ίδια την φύση. Επομένως, για την φυσιοκρατία, όχι μόνο ο φυσικός κόσμος (ανόργανη κι οργανική ύλη) αλλά ακόμη κι οι ανθρώπινες δραστηριότητες (ατομικές ή κοινωνικές) συνιστούν φυσικά φαινόμενα. Επιπλέον, οι φυσιοκράτες πιστεύουν ότι σε όλα τα φυσικά φαινόμενα λειτουργούν σχέσεις αιτιότητας, οι οποίες ανακαλύπτονται από την επιστήμη ή πρόκειται να ανακαλυφθούν με την πρόοδο της επιστήμης. Για το λόγο αυτό, οι φυσιοκράτες απορρίπτουν τις μεταφυσικές ή φιλοσοφικές ερμηνείες και, ειδικότερα, θεωρούν τις ανθρωπιστικές και τις κοινωνικές επιστήμες να αναπτύσσονται παρόμοια με τις φυσικές επιστήμες. Πέραν όμως από τους καθαρά μεταφυσικούς διαλογισμούς, με τους οποίους ερμηνεύονται τα εμπειρικά γεγονότα, οι φυσιοκράτες κρατούν τις αποστάσεις τους και σε σχέση με τις ορθολογιστικές θεωρίες και με την τυπική a priori λογική των θετικιστών. Με την έννοια αυτή, η φυσιοκρατία βρίσκεται κοντά στον επιστημονικό ιστορικισμό. Από την άλλη όμως μεριά, αντίθετα με τον ιστορικισμό, η φυσιοκρατία βασίζει τα κριτήρια αξιολόγησης της γνώσης περισσότερο σε φυσικές γνωστικές ή εξελικτικές διαδικασίες. Ένα άλλο σημαντικό χαρακτηριστικό των φυσιοκρατών είναι ότι συνήθως αυτοί εστιάζουν την προσοχή τους στις επιστημολογίες ειδικών κλάδων, όπως της βιολογίας ή της γνωστικής επιστήμης, σ' αντίθεση με την προτίμηση της φυσικής από την κλασική επιστημολογία.

Μια από τις σημαντικότερες φυσιοκρατικές προσεγγίσεις στη σύγχρονη φιλοσοφία της επιστήμης είναι η εξελικτική επιστημολογία, σύμφωνα με την οποία η γνωστική διαδικασία σε ανθρώπους και ζώα εξηγείται μέσω κάποιας εξελικτικής θεωρίας. Κατά τον Werner Callebut (1993, σελ. 286), η εξελικτική επιστημολογία περιέχει τα εξής δυο σημαντικά προγράμματα: (1) Το πρόγραμμα της βιολογικής εξελικτικής επιστημολογίας ή βιοεπιστημολογίας (επίσης γνωστής σαν ΕΕΜ από τα αρχικά του "Evolutionary Epistemology Mechanisms") και (2) της εξελικτικής περιγραφής της επιστήμης ή της εξελικτικής επιστημολογίας των θεωριών (επίσης γνωστής κι ως ΕΕΤ από τα αρχικά του "Evolutionary Epistemology of Theories").

Στο δεύτερο πρόγραμμα έχουν κυρίως συνεισφέρει οι Donald Campbell, David Hull και Karl Popper. Για παράδειγμα, το βασικό σχήμα της εξελικτικής επιστημολογίας του Hull περιλαμβάνει τα εξής τέσσερα στοιχεία: (i) τον αντιγραφέα, *"κάτι που μεταβιβάζει την δομή του κατά πολύ ανέπαφη σε διαδοχικές αναπαραγωγές,"* (ii) τον διαδράστη, *"κάτι που αλληλεπιδρά σαν συνεκτικό σύνολο με το περιβάλλον του με τέτοιον τρόπο ώστε η αλληλεπίδραση αυτή να διαφοροποιεί την αναπαραγωγή,"* (iii) την επιλογή, *"μια διαδικασία κατά την οποία η μεταβολή στην εξάλειψη και τον πολλαπλασιασμό των διαδραστών προκαλεί τη μεταβολή στην διαιώνιση των σχετικών αντιγραφέων,"* και (iv) την καταγωγή, *"κάτι που παραμένει απεριόριστα στο χρόνο είτε στην ίδια ή σε αλλαγμένη κατάσταση σαν αποτέλεσμα της αναπαραγωγής"* (Hull, 1988, σελ. 408-9).

1.1.3 Οι Διάφοροι Ρεαλισμοί

Ερχόμαστε τώρα στο θέμα του ρεαλισμού ή καλύτερα του επιστημονικού ρεαλισμού, όταν αφορά επιστημονικές θεωρίες. Γενικώς, σαν επιστημονικός ρεαλισμός χαρακτηρίζεται η άποψη ότι, όταν μια επιστημονική θεωρία γίνεται αποδεκτή, τότε η ίδια η θεωρία ή και τα διάφορα στοιχεία της θεωρούνται ότι κατά κάποιο τρόπο συσχετίζονται με τον πραγματικό κόσμο αναπαριστώντας όψεις του κόσμου. Αντίθετα, ο αντι-ρεαλισμός υποστηρίζει ότι οι θεωρίες γίνονται αποδεκτές, γιατί αυτές αποτελούν χρήσιμα εργαλεία κατανόησης ή επέμβασης στον κόσμο είτε γιατί έχουν κάποια μη αναπαραστασιακή αξία, όπως, για παράδειγμα, η αποτελεσματικότητα επίλυσης προβλημάτων του Laudan (1977), ή για λόγους πολύ περιορισμένης αναπαράστασης, όπως η διάσωση των παρατηρήσιμων φαινομένων του van Fraassen (1980).

Στην προηγούμενη γενική περιγραφή του επιστημονικού ρεαλισμού ενέχονται οι έννοιες των αποδεκτών θεωριών ή των στοιχείων τους και των τρόπων που αυτές συσχετίζονται, αναπαριστούν τον πραγματικό κόσμο. Συγκεκριμενοποιώντας πληρέστερα τις έννοιες αυτές, θα ακολουθήσουμε τον Ian Hacking (1983, σελ. 26-7), για να θεωρήσουμε δυο τύπους επιστημονικού ρεαλισμού, έναν για θεωρίες κι έναν άλλο για επιμέρους στοιχεία θεωριών. Ειδικότερα, ο επιστημονικός ρεαλισμός για θεωρίες στηρίζεται στο κατά πόσον μια θεωρία είναι αληθινή ή μη ή αποσκοπεί στην αλήθεια. Από την άλλη μεριά, ο επιστημονικός ρεαλισμός για επιμέρους στοιχεία θεωριών δέχεται την πραγματική ύπαρξη όλων των επιμέρους στοιχείων μιας αποδεκτής θεωρίας.

Για παράδειγμα, τα ηλεκτρόνια, τα πρωτόνια κι άλλα σωματίδια είναι πραγματικά, υπάρχουν, για τον επιστημονικό ρεαλισμό, γιατί αυτά αποτελούν θεωρητικά στοιχεία του ηλεκτρισμού ή γενικότερα της φυσικής. Αντίθετα, για τον αντι-ρεαλισμό, δεν υπάρχουν ηλεκτρόνια κι αυτά είναι πλασματικές κατασκευές που χρησιμοποιούνται, σαφώς με επιτυχία, για να γίνονται προβλέψεις και να παράγονται χρήσιμες εφαρμογές της φυσικής. Στο επίπεδο της θεωρίας, ο ηλεκτρισμός ή η θεωρητική φυσική για τον επιστημονικό ρεαλισμό είναι αληθινές θεωρίες, αφού κατά διάφορους τρόπους έχουν γίνει αποδεκτές από την επιστημονική κοινότητα. Από την άλλη, για τον αντι-ρεαλισμό δεν έχει νόημα να αποφανθούμε αν μια επιστημονική

θεωρία είναι αληθινή ή όχι, γιατί αυτή απλώς είναι μια εργαλειακή κατασκευή με την δική της ιδιαίτερη δόμηση, που είτε μπορεί ή δεν μπορεί να χαρακτηρισθεί επαρκής, εγγυημένη, χρήσιμη ή εφαρμόσιμη.

Εδώ πρέπει να παρατηρήσουμε (Hacking, 1983, σελ. 27) ότι, αν ισχύει ο επιστημονικός ρεαλισμός για μια θεωρία, δεν συνεπάγεται αυτόματα ο επιστημονικός ρεαλισμός για τα επιμέρους στοιχεία της θεωρίας, αλλά ούτε και το αντίθετο. Για παράδειγμα, ο θετικισμός ενστερνίζεται τον επιστημονικό ρεαλισμό για μια αποδεκτή θεωρία αλλά, ως προς τα θεωρητικά και μη παρατηρήσιμα στοιχεία της θεωρίας αυτής, ο θετικισμός τοποθετείται αντι-ρεαλιστικά. Στην αντίθετη κατεύθυνση, το παράδειγμα είναι πολλοί από τους Πατέρες της Εκκλησίας, που αναφορικά με την ύπαρξη του Θεού είναι επιστημονικά ρεαλιστές για αυτό το επιμέρους στοιχείο (δέχονται την ύπαρξη του Θεού) αλλά σε σχέση με την οποιαδήποτε θεωρία για τον Θεό είναι κάθετα αντι-ρεαλιστές (αφού πιστεύουν ότι μια τέτοια θεωρία είναι αδύνατο να διατυπωθεί).

Μια περαιτέρω ταξινόμηση του επιστημονικού ρεαλισμού έχει γίνει από τον W.H. Newton-Smith, ο οποίος διακρίνει τις εξής τρεις συνιστώσες του επιστημονικού ρεαλισμού (Newton-Smith, 1981, σελ. 43):

Μια οντολογική συνιστώσα: Οι επιστημονικές θεωρίες είναι αληθινές ή ψευδείς, αναλόγως της περίπτωσης, σύμφωνα με το πώς αντικειμενικά είναι ο κόσμος ανεξάρτητα από εμάς.

- Μια αιτιώδης συνιστώσα: Αν μια θεωρία είναι αληθινή, οι θεωρητικοί της όροι είναι αιτιωδώς υπεύθυνοι για τα παρατηρούμενα φαινόμενα.
- Μια επιστημολογική συνιστώσα: Κατ' αρχήν μπορούμε να έχουμε ισχυρούς λόγους να πιστεύουμε ότι μπορούμε να κρίνουμε ποια είναι αληθής μεταξύ δυο αντιμαχομένων θεωριών.

Σε γενικές γραμμές, αυτό που ακολουθώντας τον Hacking ονομάστηκε επιστημονικός ρεαλισμός για μια θεωρία αντιστοιχεί στις δυο από τις συνιστώσες του Newton-Smith, την οντολογική και την επιστημολογική. Με την έννοια αυτή, μπορούν να υπάρξουν δυο είδη αντι-ρεαλισμού, εκείνος που απορρίπτει την οντολογική συνιστώσα κι εκείνος που απορρίπτει την επιστημολογική συνιστώσα.

Η συνηθέστερη μορφή του αντι-ρεαλισμού που απορρίπτει την οντολογική συνιστώσα είναι η εργαλειοκρατία, γιατί θεωρεί ότι οι θεωρίες είναι μόνο κατασκευασμένα εργαλεία για την πρόβλεψη ή την εφαρμογή των φυσικών φαινομένων και για αυτό δεν έχει νόημα το αν είναι αληθείς ή ψευδείς. Ένα παράδειγμα αντι-ρεαλισμού που απορρίπτει την επιστημολογική συνιστώσα είναι ο κονστρουκτιβιστικός εμπειρισμός του Basil van Fraassen (1980), σύμφωνα με τον οποίο στην θέση του διλήμματος για την αλήθεια μιας θεωρίας μπαίνει το ερώτημα για την εμπειρική πληρότητά της.

Η παραπάνω δεύτερη συνιστώσα του επιστημονικού ρεαλισμού θίγει το πρόβλημα της εξήγησης. Γενικώς, στην φιλοσοφία της επιστήμης, η εξήγηση προσεγγίζεται με δυο τρόπους, με έναν συμπερασματικό και με έναν αιτιώδη. Η συμπερασματική μέθοδος, που εγκαινιάσθηκε με την δουλειά του Carl Hempel (1965

και Hempel & Oppenheim, 1948), διαπραγματεύεται την εξήγηση είτε παραγωγικά ή επαγωγικά. Με λίγα λόγια, η συμπερασματική προσέγγιση της εξήγησης λειτουργεί ως εξής: Αν το σύνολο των προκείμενων προτάσεων (explanans) είναι αληθινό και τα συμπεράσματα (explanandum) συσχετίζονται λογικά με τις προτάσεις αυτές, τότε τα συμπεράσματα είναι αληθινά ή πιθανόν αληθινά. Ειδικότερα, όταν οι συσχετίσεις προτάσεων-συμπερασμάτων υπακούουν κάποιον αιτιοκρατικό νόμο ή στατιστικό νόμο ή εξάγονται επαγωγικά, τότε, αντιστοίχως, η εξήγηση ονομάζεται νομολογικά-παραγωγική ή στατιστικά-παραγωγική ή (στατιστικά-)επαγωγική.

Επειδή σε πολλές περιπτώσεις η συμπερασματική μέθοδος χωλαίνει ως προς τους νόμους (οποιασδήποτε μορφής), που συνδέουν προτάσεις και συμπεράσματα, έχει αναπτυχθεί η εναλλακτική μέθοδος της αιτιώδους προσέγγισης της εξήγησης. Με τη μέθοδο αυτή, η εξήγηση θεμελιώνεται στην βάση μιας σειράς από προτάσεις για τα αίτια που είναι υπεύθυνα για το προς εξήγηση φαινόμενο. Ένα κλασικό παράδειγμα είναι η σχέση αιτιότητας του Hume, η οποία λέει το εξής: Δοθέντων δυο γεγονότων Α και Β, το Α είναι το αίτιο του Β (που λέγεται αποτέλεσμα του Α) αν (i) το Α συνέβη πριν από το Β, (ii) τα Α και Β συσχετίζονται με κάποιο τρόπο και (iii) κάθε φορά που συμβαίνει το Α, έπεται το Β. Αναφορικά τώρα με τις συσχετίσεις των γεγονότων, πολλοί, όπως ο Wesley Salmon (1989, σελ. 110), υποστηρίζουν την αρχή της κοινής αιτίας, σύμφωνα με την οποίαν είτε το ένα από τα γεγονότα είναι το αίτιο για το άλλο ή υπάρχει ένα τρίτο γεγονός που είναι το αίτιο και για τα δυο αυτά. Τέλος, ας επισημάνουμε ότι η παραπάνω αιτιώδης συνιστώσα του επιστημονικού ρεαλισμού είναι ένα παράδειγμα αιτιώδους εξήγησης.

1.1.3.1 Ο Κριτικός Ρεαλισμός

Ολοκληρώνοντας την παράγραφο αυτή θα σχολιαστεί η επιστημολογία του κριτικού ρεαλισμού, με την οποία συνήθως ονοματίζεται η επιστημολογία που δημιουργήθηκε γύρω από την πολύ ενδιαφέρουσα δουλειά του Βρετανού κριτικού φιλοσόφου Roy Bhaskar. Ξεκινώντας το 1978 με το βιβλίο του, Μια Ρεαλιστική Θεωρία της Επιστήμης, ο Bhaskar αναλαμβάνει να θεμελιώσει ένα φιλόδοξο πρόγραμμα που φέρνει κοντά τις φυσικές και τις κοινωνικές επιστήμες, διαφυλάττοντας όμως την πολιτιστική ιδιαιτερότητα των τελευταίων.

Κατ' αρχήν, ο κριτικός ρεαλισμός είναι ρεαλισμός, δέχεται, δηλαδή, την αντικειμενική ύπαρξη της πραγματικότητας, που η γνώση προσπαθεί να καταλάβει, διατηρώντας μια οξεία κριτική διάσταση στο εγχείρημα αυτό. Αντιτίθεται δριμύτατα στον θετικισμό, προσπαθεί να υπερβεί τον εμπειρισμό και διατηρεί κάποιες σχέσεις με την φυσιοκρατία, όπως φαίνεται από τον τίτλο του βιβλίου του Bhaskar του 1979. Σαν γνήσιος ρεαλισμός, δίνει μεγάλη σημασία στις δυνατότητες της αιτιώδους εξήγησης. Επιπλέον όμως, δέχεται την ερμηνευτική έννοια της πραγματικότητας που κατασκευάζεται κοινωνικά μέσω της επικοινωνίας.

Μια από τις κεντρικές ιδέες στην επιστημολογία του Bhaskar είναι η ολιστική άποψη ότι η κοινωνική πραγματικότητα είναι δομημένη αιτιωδώς αποτελούμενη από τους ονομαζόμενους "γενεσιουργούς μηχανισμούς," οι οποίοι παράγουν τα "γεγονότα." Βέβαια, για τους κριτικούς ρεαλιστές, η αιτιότητα δεν στηρίζεται σε

παγκόσμιους ντετερμινιστικούς νόμους όπως στον θετικισμό, αλλά στην τυχαιότητα και την ενδεχομενικότητα. Ακόμα, οι αιτιώδεις αυτοί μηχανισμοί και τα γεγονότα που παράγουν δεν γίνονται αναγκαστικά αντιληπτά μέσα στην καθημερινή εμπειρία. Αλλά είναι η επιστήμη, για τον Bhaskar, που σαν μια μεταβατική και κοινωνικο-ιστορικά εξαρτώμενη δραστηριότητα διεισδύει με την βοήθεια των γενεσιουργών μηχανισμών σε έναν αμετάβατο οντολογικά στρωματισμένο κόσμο.

Μεθοδολογικά, ο κριτικός ρεαλισμός αντιμάχεται αφενός τον αναγωγισμό, που υποστηρίζει ότι τα κατώτερα επίπεδα της πραγματικότητας είναι αιτιωδώς ισχυρότερα, κι αφετέρου τον δυϊσμό, που δέχεται την ανεξαρτησία των διαφόρων επιπέδων της πραγματικότητας στις μεταξύ τους σχέσεις. Κοντολογίς, ο Bhaskar κι οι κριτικοί ρεαλιστές υπερασπίζονται την ιδέα της επιστήμης ως μορφής έγκυρης γνώσης χωρίς να εναγκαλίζονται τον επιστημονισμό, αφού παραδέχονται ότι η επιστημονική γνώση είναι πάντα διαψεύσιμη και δεν είναι ποτέ ουδέτερη ούτε απαλλαγμένη από την επίδραση του γύρω από αυτήν κοινωνικού πλαισίου.

1.2 Υλισμός-Διαλεκτικός υλισμός-Ιστορικός υλισμός

Μεγάλη φιλοσοφική και κοσμοθεωρητική αντίληψη που δέχεται την ύλη ως τη μόνη πραγματικότητα και που με βάση αυτή την τοποθέτηση προσπαθεί να εξηγήσει κάθε άλλο φαινόμενο της φύσης και της ζωής.

Ο όρος *"υλισμός"* δεν εκφράζει κάποιο συγκεκριμένο φιλοσοφικό σύστημα, αλλά αντίθετα αποτελεί τη βάση και την καρδιά γύρω από την οποία κινούνται φιλοσοφικά ρεύματα πο υ δέχο ται την ύλη ως τη μό η ή την πρωταρχική ο σία της πραγματικότητας (χώρου, χρόνου, ιστορίας). Στο γνωσιοθεωρητικό πεδίο ο υλισμός σχετίζεται με το ρεαλισμό σύμφωνα με τον οποίο υπάρχουν αντικείμενα πραγματικά και ανεξάρτητα από τη νό ηση και τη συνείδησή μας. Τό ο υλισμός ως γενική φιλοσοφική αντίληψη όσο και ο ρεαλισμός ως έκφραση του υλισμού στο πρόβλημα για την ουσία της γνώσης, αντιπαρατίθενται στην άλλη μεγάλη γενική φιλοσοφική και κοσμοθεωρητική τοποθέτηση, την ιδεοκρατία και τον ιδεαλισμό. Ο ιδεαλισμός πάλι δεν είναι κάποιο συγκεκριμένο φιλοσοφικό σύστημα, αλλά με τον όρο αυτό προσδιορίζουμε τις κοσμοθεωρητικές εκείνες απόψεις που δέχονται ότι το ον δεν υπάρχει παρά στην ιδέα που δημιουργούμε για την ύπαρξή του, γιατί δεν υπάρχει πραγματικότητα ανεξάρτητη από τη σκέψη, πως στον κόσμο υπάρχουν μόνο νοητικές πραγματικότητες και συνεπώς ό,τι πέφτει στην αντίληψή μας μέσω των αισθήσεών μας δεν είναι παρά έννοιες, παραστάσεις, πνευματικά φαινόμενα, δηλαδή ιδέες.

Ο υλισμός ή ματεριαλισμός εμφανίστηκε με διάφορες μορφές σ` ολόκληρη την ιστορική του διαδρομή. Χαρακτηριστικό του γνώρισμα είναι το γεγονός ότι ποτέ δεν έμεινε μια αντίληψη στις τόσες άλλες εκείνων που τον εκπροσωπούσαν, αλλά συνδέθηκε πάντοτε με την πολιτική και κοινωνική πραγματικότητα του καιρού του και δημιούργησε κατά κανόνα επαναστατικά κινήματα, όχι μόνο στον τομέα της πολιτικής, αλλά και της επιστήμης και γενικότερα στη διανόηση.

Ο υλισμός γεννήθηκε από την ανάγκη του ανθρώπου να εξετάσει, να ερμηνεύσει και να επηρεάσει τα φυσικά φαινόμενα και την κοινωνική πραγματικότητα, με τη

λογική του έξω και πέρα από τους κάθε λογής μύθους και ιδέες που επικρατούσαν. Η τάση του ανθρώπου να εξηγήσει και να ερμηνεύσει τα κοινωνικά φαινόμενα με το λογικό του μέσα στα πλαίσια, αστήρικτων ίσως, αλλά πάντως, φυσικών αιτίων, τον έφερε αντιμέτωπο με όλους όσους εφεύρισκαν αυθαίρετες και εξωπραγματικές λύσεις στην αδυναμία τους να πλησιάσουν ένα πρόβλημα. Αλλά ο υλισμός δε γεννήθηκε μόνο μέσα από τη λογική των οπαδών του. Θεμελιώθηκε πρωταρχικά μέσα σε μια δεδομένη κοινωνική πραγματικότητα, εμφανίστηκε ως αντίθεσή της, την αμφισβήτησε και λίγες φορές δυστυχώς κατόρθωσε να την ανατρέψει. Είναι γνωστό ότι από τη στιγμή που τα κοινωνικά σύνολα οργανώθηκαν σε κοινότητες αρχικά και κοινωνικά αργότερα τέθηκε το θέμα της εξουσίας. Η μορφή της εξουσίας των μεν επί των δε καθορίστηκε και από άλλα αίτια, αλλά προπάντων από τη μορφή που είχαν οι παραγωγικές δυνάμεις από το ένα μέρος και οι σχέσεις, από το άλλο, μεταξύ τους. Η εξουσία, λοιπόν, στο μέτρο που ήταν εξουσία, δεν μπορούσε να ανεχτεί την αμφισβήτησή της και πολύ περισσότερο την αντίθεση κάποιου κοινωνικού μέλους προς αυτήν. Οργάνωσε για το λόγο αυτό την αντίδρασή της κατά των αμφισβητιών και ταυτόχρονα υιοθέτησε ένα σύστημα ιδεών, μια κοσμοθεωρία, που θα τη διευκόλυνε στο έργο της. Σχεδόν ποτέ μέχρι σήμερα δεν εμφανίστηκε εξουσία χωρίς φιλοσοφικό υπόβαθρο και κοσμοθεωρία και ποτέ η υιοθετημένη κοσμοθεωρία αυτή δεν ήταν αντίθετη με τα συμφέροντα της εξουσίας. Ακόμα και όταν προοδευτικά φιλοσοφικά συστήματα ανέτρεψαν την πραγματικότητα και καθιερώθηκαν ως κοσμοθεωρία της εξουσίας, λειτούργησαν κατά τον ίδιο τρόπο κατά των αμφισβητιών και των αντίθετων, με το πρόσχημα ότι η μοναδική αλήθεια βρίσκεται στο φιλοσοφικό σύστημα που επικρατεί.

Κάθε φορά λοιπόν που η κοινωνική κατάσταση σταθεροποιούνταν σ` ένα τέτοιο σχήμα, φωτεινά πνεύματα ισχυρών οικονομικά τάξεων αμφισβητούσαν την ορθότητα της ιδεολογίας που στήριζε ή πάνω στην οποία στηριζόταν η εξουσία, απέκρουαν μέσα από τη λογική εξήγηση της πραγματικότητας την κατάσταση που επικρατούσε και προσπαθούσαν να εξηγήσουν από φυσικά αίτια κάθε πρόβλημα της ανθρώπινης ύπαρξης. Έτσι, ενώ ο υλισμός δεν ήταν ολότελα άγνωστος στην αρχαία Αίγυπτο, Ινδία, Βαβυλωνία και Κίνα, όμως ως ολοκληρωμένη κοσμοθεωρία γεννήθηκε στα τέλη του 7ου και στις αρχές του 6ου αι. π.Χ. στις ελληνικές πόλεις της Ιωνίας, καθώς και στις αποικίες. Η χειροτεχνία, η βιοτεχνία και το εμπόριο στις περιοχές αυτές είχαν αναπτυχθεί σημαντικά, με αποτέλεσμα τη δημιουργία μιας οικονομικά ισχυρής και ανεξάρτητης τάξης, η οποία φυσικά θέλησε να συμμετάσχει στην άσκηση της εξουσίας, στη λήψη αποφάσεων που την αφορούσαν και στη διεύρυνση των γενικότερων δικαιωμάτων της. Οι πρώτοι υλιστές δεν έθεσαν μόνο τις βάσεις της φιλοσοφίας αλλά και της επιστήμης. Μέσα από μια πρωτόγονη διαλεκτική δίδασκαν έναν απλοϊκό υλισμό προσπαθώντας να απορρίψουν τους μύθους του θεού ως πρωταρχικής ουσίας και να τους αντικαταστήσουν με φυσικά αίτια, όπως τον αέρα, το νερό, τη φωτιά κλπ. Αντιπροσωπευτικοί υλιστές φιλόσοφοι της εποχής αυτής είναι οι Θαλής, Αναξίμανδρος και Αναξιμένης και αργότερα ο Αναξαγόρας με τον Ηράκλειτο.

Οι μεγάλοι όμως αρχαίοι Έλληνες υλιστές και θεμελιωτές της ατομικής θεωρίας είναι ο Δημόκριτος και ο Επίκουρος. Κορυφαία πνεύματα της εποχής εκείνης,

σφράγισαν την επιστημονική και φιλοσοφική σκέψη της αρχαιότητας και μολονότι ελάχιστα αποσπάσματα από τα έργα τους διασώθηκαν, βαθιά είναι η αναγνώριση της συμβολής τους στην παγκόσμια διανόηση. Κατά το Δημόκριτο υπάρχουν δύο πρώτα στοιχεία: τα άτομα και το κενό. Τα άτομα είναι τα αδιαίρετα, αμετάβλητα, αιώνια και "αενάως" κινούμενα σωμάτια ύλης που διαφέρουν μόνο κατά τη μορφή τους, το πάχος τους, τη θέση τους και τη σειρά τους. Τα σώματα είναι συνδυασμοί ατόμων, ο διαχωρισμός των οποίων καταλήγει στην καταστροφή των σωμάτων. Για τον Επίκουρο, από την άλλη μεριά, ύψιστο αγαθό είναι η ίδια η ζωή, η ζωή πάνω στη Γη, γιατί μετά το θάνατο δεν υπάρχει ζωή. Συμπληρώνει τη θεωρία του Δημόκριτου που αποδέχεται βασικά και υποστηρίζει ότι η ψυχή είναι υλική, φτιαγμένη από άτομα λεία, στρογγυλά και πυρωμένα. Μετά το θάνατο φεύγει και εξαφανίζεται, γιατί τα άτομά της σκορπίζονται στον αέρα.

Με βάση την άποψη αυτή, ο Επίκουρος για πρώτη φορά αγωνίζεται να διασκεδάσει τους μεταφυσικούς μύθους του θανάτου: "Το φρικωδέστατον ουν των κακών ο θάνατος ουδέν προς ημάς, επειδή περ όταν μεν ημείς ώμεν, ο θάνατος ου πάρεστιν, όταν δ` ο θάνατος παρή, τόθ` ημείς ουκ εσμέν". Τις αντιλήψεις αυτές του Επίκουρου αποδέχεται και εξυμνεί στο έργο του "De rerum natura" ο Ρωμαίος Λουκρήτιος. Από την πρώτη εξάλλου στιγμή της εμφανίσεώς του ο υλισμός συνδέεται στενά, αν και όχι απαραίτητα, με την αθεΐα, εφόσον αρνείται την ύπαρξη μιας αρχικής πνευματικής οντότητας που να δημιούργησε και να οργάνωσε το Σύμπαν, ενώ το αντίθετο ακριβώς συμβαίνει κατά κανόνα στις ιδεαλιστικές θεωρίες.

Η εξάπλωση του χριστιανισμού και ο ερχομός του μεσαίωνα είχαν ως αποτέλεσμα την εξασθένηση των υλιστικών φιλοσοφικών ρευμάτων τόσο στην ανατολή, όσο και στη Δύση, την αναστολή της προόδου της επιστήμης και την επικράτηση του ιδεαλισμού και του σχολαστικισμού. Μοναδικό άξιο λόγου υλιστικό φιλοσοφικό ρεύμα του μεσαίωνα είναι ο νομιναλισμός, με βασικούς εκπροσώπους τους Ζαν Ροσελέν, Ντανς Σκοτ και Γκιγιόμ ντ` Οκάμ. Αργότερα, όταν η αποσύνθεση της φεουδαρχικής κοινωνίας έχει προχωρήσει, όταν το εμπόριο έχει δημιουργήσει μια ισχυρή αστική τάξη ικανή να διεκδικήσει δικαιώματα, όταν δόγματα της εκκλησίας καταρρέουν κάτω από την αμείλικτη έρευνα μεγάλων αλλά και γενναίων πνευμάτων, όπως του Γαλιλαίου, του Κοπέρνικου, του Κέπλερ κ.ά., όταν η ανακάλυψη των "Νέων Χωρών" διευρύνει τα όρια της ανθρώπινης γνώσης, επαναθέτει τα προβλήματα και μεταβάλλει την κοινωνική πραγματικότητα, τότε οι μεγάλοι Έλληνες υλιστές ξανάρχονται στην επιφάνεια και ο αναπτυσσόμενος υλισμός γίνεται η κοσμοθεωρία της αστικής τάξης, που θα καταργήσει το μυστικισμό και μαζί του τη φεουδαρχία. Χαρακτηριστικό είναι ότι ο υλισμός εξελίσσεται ιδιαίτερα μετά τις αστικές επαναστάσεις στην Αγγλία το 17ο αι., στη Γαλλία πριν το 1789 και στη Γερμανία γύρω στο 1848. Στην Αγγλία ο Λοκ δέχεται τη μηχανιστική ερμηνεία των ψυχικών φαινομένων, αφού η φυσική έχει αποδείξει ότι και στο φυσικό κόσμο υπάρχει μια μόνο αιτιότητα, η μηχανική. Ο γιατρός Ντέιβιντ Χάρτλεϊ προσπαθεί να βρει τη σχέση ανάμεσα στις ψυχικές και τις φυσιολογικές λειτουργίες και το ίδιο επιχειρεί και αργότερα ο μαθητής του Τζόζεφ Πρίστλεϊ. Μεγάλη προσφορά στις υλιστικές θεωρίες, ας σημειωθεί, πως πρόσφεραν έργα του Φράνσις Μπέικον και του Χομπς.

Στη Γαλλία ο Ντεκάρτ (Καρτέσιος) αναπτύσσει το μηχανιστικό υλισμό, ο Γκασεντί επηρεασμένος από τον Επίκουρο ξαναπαρουσιάζει τη θεωρία της ατομικής σύστασης της ύλης, ο γιατρός Λαμετρί δηλώνει πως και ο άνθρωπος είναι μηχανή, ο Κοντιγιάκ ξεκινώντας από υλιστική βάση προσφέρει στην ψυχολογία αξιόλογες μελέτες, ενώ ο Ελβέτιος καθιερώνει μια εγωιστική ηθική. Την πιο ολοκληρωμένη ωστόσο εικόνα των ριζοσπαστικών θεωριών της εποχής την έδωσε ο Χόλμπαχ, ο οποίος καταπολεμά απερίφραστα την πίστη στο Θεό και την αθανασία της ψυχής και προσφέρει τεράστια υπηρεσία στην υλιστική φιλοσοφία μετά το Δημόκριτο.

Τέλος αξιοσημείωτη είναι και η συμβολή του Ντιντερό μέσα από τη Μεγάλη Εγκυκλοπαίδεια, όπως και του μεγάλου Ολλανδού φιλοσόφου Σπινόζα, ο οποίος υποστήριξε πως αιτία της ύπαρξης του κόσμου είναι ο ίδιος (αυτοαιτία - causa sui). Βέβαια όλες οι υλιστικές θεωρίες, άλλες λίγο και άλλες πολύ, καταντούν να είναι μεταφυσικές, επειδή βασίζονται σε γενικεύσεις περισσότερο παρά σε αποδεδειγμένα επιστημονικά συμπεράσματα. Βλέπουν τη μεταβολή στη φύση καθαρά ως ποσοτική και δίνουν ιδεαλιστική ερμηνεία στα κοινωνικά φαινόμενα, τα οποία άλλωστε δεν τους απασχολούν και πολύ. Τη γερμανική υλιστική κίνηση επηρεάζουν αποφασιστικά η εξελικτική θεωρία του Δαρβίνου, ο Γενοβέζος ζωολόγος Βογκτ, που δίδασκε ότι η νόηση είναι έκκριση του εγκεφάλου, ο φυσιολογικός υλισμός του Ολλανδού φιλοσόφου Μόλεσοτ, και ο γιατρός Λούντβιχ Μπίχνερ με το περίφημο βιβλίο του "Δύναμη και Ύλη" (1855). Εξαιρετική απήχηση είχαν οι εργασίες του φυσιοδίφη Ερνστ Χέκελ που υπερβάλλοντας θέλησε να κάνει κοσμοθεωρία το δαρβινισμό και του χημικού Βίλχελμ Όστβαλντ, που δίδαξε τον ενεργειακό υλισμό, δηλαδή ότι εκείνο που ονομάζουμε ύλη είναι στο βάθος ενέργεια.

Επιφανής υλιστής φιλόσοφος, υπήρξε και ο Γερμανός Λούντβιχ Φόιερμπαχ, που τάχτηκε κατά του ιδεαλισμού του Χέγκελ, κήρυξε την αθεΐα και θεμελίωσε τον "ανθρωπολογικό", όπως ονομάστηκε, υλισμό, μια θεωρία δηλαδή που βασίζεται πάνω στον "άνθρωπο γενικά", ως ον βιολογικό χωρίς να εξετάζει τις κοινωνικές πάνω του επιρροές και επιδράσεις. Σημαντική προσφορά τέλος στο φιλοσοφικό υλισμό, όπως και στην επιστήμη, πρόσφεραν οι Ρώσοι σοφοί Λομονόσοφ και Ράντιστσεφ το 18ο αι. και οι Μπιελίνσκι, Χέρτζεν, Τσερνισέφσκι και Ντομπρολιούμποφ κατά το 19ο αι.

Στο σημείο αυτό τελειώνει η δεύτερη μεγάλη ιστορική περίοδος του υλισμού. Το τέλος του 19ου αι. και ο 20ός αι. θα αναδείξουν την υλιστική φιλοσοφία ως κυρίαρχη κοσμοθεωρία και θα εξασθενίσουν σημαντικά τα ιδεαλιστικά ρεύματα και κυρίως τον εθνικοσοσιαλισμό και τον υπαρξισμό. Είναι η εποχή κατά την οποία σημειώνεται τεράστια πρόοδος στη φυσική, στη χημεία, στη βιολογία, στην αστρονομία κτλ. με αποτέλεσμα να επανέλθουν στην επιφάνεια οι ξεχασμένες απλοϊκές στην έκφρασή τους απόψεις του Δημόκριτου, του Επίκουρου και του Λουκρήτιου. Η βιομηχανική από την άλλη μεριά επανάσταση δημιουργεί μια καινούρια τάξη, που με τη σειρά της αμφισβητεί το δικαίωμα της αστικής τάξης να αποφασίζει για την τύχη της. Όπως το δουλοκτητικό σύστημα της αρχαιότητας έδωσε τη θέση του στο φεουδαρχικό σύστημα παραγωγής, έτσι και αυτό με τη σειρά του υποχώρησε μπροστά στο κεφαλαιοκρατικό, που καθιερώθηκε από την αστική τάξη. Αυτό όμως δεν ευνοούσε τα συμφέροντα της εργατικής τάξης που διαμορφώθηκε και η εκμετάλλευση της

οποίας χάρη των αρχών της φιλελεύθερης οικονομίας είχε πάρει τεράστιες διαστάσεις. Είναι η εποχή κατά την οποία ο υλισμός ως κοσμοθεωρία, βασισμένος πάνω στη διαλεκτική μέθοδο του Χέγκελ, δε θα καθιερωθεί μόνο ως φιλοσοφικό και κοινωνικό σύστημα που ευνοεί τα συμφέροντα της εργατικής τάξης, αλλά ανοιχτά και απερίφραστα θα γίνει η θεωρία, κάτω από τη σημαία της οποίας το προλεταριάτο θα αγωνιστεί για τα δικαιώματά του. Μετά το γαλλικό "πείραμα" του 1871, η επανάσταση του 1917 στη Ρωσία έφερε την εργατική τάξη στην εξουσία, η οποία όμως με τον τρόπο αυτό ξέφτισε τον διαλεκτικό υλισμό ως επιστημονική αντίληψη έρευνας και ερμηνείας της ζωής και της φύσης και κατάντησε απλώς μια επίσημη κρατική ιδεολογία όπως τόσες άλλες σ` όλα τα γεωγραφικά μήκη και πλάτη, σήμερα και σ` όλες τις εποχές. Θεμελιωτές του διαλεκτικού υλισμού (στη φιλοσοφία) και του ιστορικού υλισμού (στην κοινωνιολογία) υπήρξαν ο Γερμανός φιλόσοφος Καρλ Μαρξ και ο επίσης Γερμανός στοχαστής Φρίντριχ Έγκελς αρχικά, και αργότερα ο Ρώσοι ηγέτες Βλαντιμίρ Ίλιτς Λένιν και Ιωσήφ Στάλιν,καθώς και ο Κινέζος ηγέτης Μάο Τσε Τουνγκ κ.ά.

Ο διαλεκτικός υλισμός δεν αντιτίθεται μόνο στον ιδεαλισμό, αλλά και στο μηχανιστικό υλισμό που επεκτείνει τους νόμους που διέπουν την απλή μηχανική κίνηση σ` όλα τα φυσικά και πνευματικά φαινόμενα. Για το διαλεκτικό υλισμό ο κόσμος είναι υλικός στο σύνολό του και επομένως ό,τι υπάρχει και ό,τι γίνεται στον κόσμο είναι μορφές της ύλης. Η πραγματικότητα υπάρχει ανεξάρτητα από τις αισθήσεις μας και τη συνείδησή μας, η οποία περιορίζεται απλώς στο να διαμορφώνει την εικόνα, το αντίγραφό της. Ουσία της ύλης θεωρείται η κίνηση μέσα στο χώρο και στο χρόνο. Ως φιλοσοφία της κοινωνίας από την άλλη μεριά ο ιστορικός υλισμός υποστηρίζει ότι η γένεση των ιδεών είναι προϊόν των οικονομικών αναγκών και των παραγωγικών σχέσεων, δεν απορρίπτει όμως το ρόλο που παίζουν ο ιδέες όπως ο οικονομικός υλισμός και έτσι έννοιες όπως π.χ. η ελευθερία δεν έχουν τίποτε το μεταφυσικό, αλλά δεν είναι παρά η κατάσταση που διαμορφώνεται μέσα σε καθεστώς οικονομικής εξίσωσης, όταν υπάρχει κοινοκτημοσύνη, των παραγωγικών μέσων (άλλοι μαρξιστές φιλόσοφοι, χωρίς να αρνούνται την οικονομική αυτή βάση που καθορίζει την ελευθερία, δέχονται και άλλες μορφές εκφράσεώς της). Ο διαλεκτικός υλισμός κατά το Μαρξ δεν αποβλέπει μόνο στο να ερμηνεύσει διαφορετικά τον κόσμο, αλλά θέλει και να τον αλλάξει. Ως βασικές του αρχές θεωρεί ότι ο κόσμος είναι υλικός και ότι εξελίσσεται σύμφωνα με τους νόμους της κίνησης της ύλης παίρνοντας διάφορες μορφές κατά την εξέλιξή του. Η νόηση είναι προϊόν της ύλης, δημιούργημα του εγκεφάλου που έχει εξελιχθεί σε ανώτερο βαθμό τελειότητας. Η ύλη είναι προγενέστερη από τη συνείδηση, η οποία παρόλα αυτά μπορεί να γνωρίσει τους νόμους του υλικού κόσμου που είναι αντικειμενικοί, να τους επηρεάσει, αλλά όχι και να τους αλλάξει (ντετερμινισμός).

Κατά τον ιστορικό υλισμό άλλωστε καμία κοινωνία δεν μπορεί να υπάρξει χωρίς να παράγει υλικά αγαθά. Η πρόοδος της κοινωνίας εξαρτάται από τη βελτίωση των εργαλείων, καθώς και από την ανάπτυξη της υλικής παραγωγής και αυτό είναι η ιστορία της κοινωνίας που δεν έχει τίποτε να κάνει με τη δράση και την αυθαίρετη θέληση ξεχωριστών ατόμων. Ο διαλεκτικός και ιστορικός υλισμός πρόσφεραν

τεράστια πρόοδο στην παγκόσμια διανόηση και επιστήμη, μολονότι ως ιδεολογίες υπόκεινται και αυτοί στους νόμους που ο ίδιος ο υλισμός ανακάλυψε.

1.2.1 Lev Vygotsky

Ο Lev Vygotsky, γεννημένος στην ΕΣΣΔ το 1896, είναι ο δημιουργός της θεωρίας της κοινωνικής ανάπτυξης της εκμάθησης. Πρότεινε ότι η κοινωνική αλληλεπίδραση επηρεάζει βαθιά τη γνωστική ανάπτυξη. Κεντρική θεωρία του Vygotsky είναι η πεποίθησή του ότι η βιολογική και πολιτιστική εξέλιξη δεν εμφανίζονται απομονωμένες (Driscoll, 1994).

Ο Vygotsky πίστευε ότι αυτή η μακροχρόνια διαδικασία της ανάπτυξης εξαρτάται από την κοινωνική αλληλεπίδραση και ότι η κοινωνική εκμάθηση οδηγεί πραγματικά στη γνωστική ανάπτυξη. Αυτό το φαινόμενο το ονομάζει **ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης.** Εστίασε στις συνδέσεις μεταξύ των ανθρώπων και του πολιτιστικού πλαισίου στις οποίες ενεργούν και αλληλεπιδρούν στην κοινή εμπειρία (Crawford, 1996). Σύμφωνα με τον Vygotsky, οι άνθρωποι χρησιμοποιούν τα εργαλεία που αναπτύσσονται από έναν πολιτισμό, όπως η ομιλία και το γράψιμο, για να μεσολαβήσουν με τα κοινωνικό περιβάλλον τους.

Ο Lev Vygotsky έζησε κατά τη διάρκεια της ρωσικής επανάστασης, μια εποχή μεγάλης αλλαγής στον πολιτισμό του. Εάν ο ισχυρισμός του Vygotsky ότι η βιολογική και γνωστική ανάπτυξη δεν εμφανίζονται απομονωμένες, τότε το περιβάλλον του, ένα περιβάλλον αλλαγής, επηρέασε πολύ τις γνωστικές διαδικασίες του. Προς το παρόν η κοινωνία μας περνά επίσης από έναν πολιτισμό αλλαγής λόγω της διάχυσης της τεχνολογίας των υπολογιστών. Ίσως αυτό να είναι μια εξήγηση γιατί η θεωρία της κοινωνικής ανάπτυξης του Vygotsky τυγχάνει αυξημένης προσοχής, ογδόντα χρόνια μετά την σύλληψη της.

1.3 Κοινωνιολογία της Γνώσης

Η Κοινωνιολογία της γνώσης είναι η μελέτη της σχέσης μεταξύ της ανθρώπινης σκέψης και του κοινωνικού πλαισίου μέσα στο οποίο τίθεται, καθώς και των επιπτώσεων που έχουν οι επικρατούσες ιδέες για τις κοινωνίες.

Ο όρος τίθεται για πρώτη φορά σε ευρεία χρήση στη δεκαετία του 1920, όταν μια σειρά γερμανόφωνων κοινωνιολόγων, και κυρίως οι Max Scheler και Karl Mannheim, έγραψαν εκτενώς γι’ αυτόν. Με την κυριαρχία της λειτουργικότητας, από τα μέσα περίπου του 20ου αιώνα, η κοινωνιολογία της γνώσης έτεινε να παραμείνει στην περιφέρεια της επικρατούσας τάσης στην κοινωνιολογική σκέψη. Επαναδιατυπώθηκε σε μεγάλο βαθμό εκ νέου και εφαρμόστηκε πολύ πιο στενά στην καθημερινή ζωή στη δεκαετία του 1960, ιδίως με την Peter L. Berger και τον Thomas Luckmann μέσα στο έργο *Η Κοινωνική Κατασκευή της Πραγματικότητας* (1966) και εξακολουθεί να είναι το επίκεντρο για τις μεθόδους που ασχολούνται με την ποιοτική κατανόηση της ανθρώπινης κοινωνίας. Οι *«γενεαλογικές»* και *«αρχαιολογικές»* μελέτες του Μισέλ Φουκώ έχουν μεγάλη σύγχρονη επιρροή.

1.3.1 Karl Mannheim

Οι Γερμανοί πολιτικοί φιλόσοφοι Καρλ Μαρξ (1818-1883) και Φρίντριχ Ένγκελς (1820-1895) υποστήριξαν στην Die Deutsche Ideologie (1846, Γερμανική Ιδεολογία) και αλλού ότι οι ιδεολογίες των ανθρώπων, συμπεριλαμβανομένων των κοινωνικών και πολιτικών πεποιθήσεων και των απόψεών τους, έχουν τις ρίζες τους στην κοινωνική τους τάξη, και γενικότερα στις κοινωνικές και οικονομικές συνθήκες που αυτοί ζουν: *«Είναι άνθρωποι, οι οποίοι με την ανάπτυξη των υλικών επαφών τους- αλλάζουν μαζί μ' αυτή την πραγματική ύπαρξή τους, τη σκέψη τους και τα προϊόντα της σκέψης τους. Η ζωή δεν καθορίζεται από τη συνείδηση, αλλά με συνείδηση της ζωής»*(Μαρξ-Ένγκελς Gesamtausgabe 1 / 5). Υπό την επίδραση αυτής της θεωρίας, και της Φαινομενολογίας, ο γεννημένος στην Ουγγαρία αλλά γερμανικής καταγωγής κοινωνιολόγος Karl Mannheim (1893-1947) έδωσε ώθηση στην ανάπτυξη της κοινωνιολογίας της γνώσης με το έργο του Ideologie und Utopie (1929), αν και ο όρος είχε εισαχθεί πέντε χρόνια νωρίτερα από το συν-ιδρυτή του κινήματος, Γερμανό φιλόσοφο, φαινομενολόγο Max Scheler (1874-1928), στην Versuche zu einer Soziologie des Wissens (1924, Προσπάθειες στην Κοινωνιολογία της Γνώσης). Ο Mannheim φοβόταν ότι η ερμηνεία αυτή θα μπορούσε να θεωρηθεί σαν ισχυρισμός ότι όλες οι γνώσεις και πεποιθήσεις είναι προϊόντα των κοινωνικοπολιτικών δυνάμεων αφού αυτή η μορφή σχετικισμού είναι αυτοκαταστροφική (αν είναι αλήθεια, τότε είναι πολύ απλό προϊόν των κοινωνικοπολιτικών δυνάμεων και δεν έχει καμία αξία για την αλήθεια και δεν έχει μεγάλη δύναμη πειθούς). Ο Mannheim πίστευε ότι ο σχετικισμός ήταν ένα παράξενο μείγμα σύγχρονων και αρχαίων πεποιθήσεων, καθόσον περιλαμβάνει την ίδια πίστη σε μια απόλυτη αλήθεια που ίσχυε για όλες τις ώρες και τους τόπους (η αρχαία άποψη πιο συχνά συνδέεται με τον Πλάτωνα) και καταδίκασε άλλες αληθείς αξιώσεις, επειδή δεν μπορούσαν να επιτύχουν αυτό το επίπεδο της αντικειμενικότητας (μια ιδέα που σταχυολογήθηκε από τον Μαρξ). Ο Mannheim προσπάθησε να αποφύγει αυτό το πρόβλημα με την ιδέα του σχετικισμού «relationism». Αυτή είναι η ιδέα σύμφωνα με την οποία ορισμένα πράγματα είναι αληθή μόνο σε ορισμένες χρονικές περιόδους και τόπους (μια άποψη επηρεασμένη από τον πραγματισμό), ωστόσο, αυτό δεν τα κάνει λιγότερο αληθή. Ο Mannheim θεώρησε ότι ένα τμήμα των διανοουμένων (το οποίο ισχυρίστηκε ότι ήταν μόνο χαλαρά συνδεδεμένο με την ταξική δομή της κοινωνίας) θα μπορούσε κάλλιστα να αντιληφθεί αυτή τη μορφή της αλήθειας με τη δημιουργία μιας «δυναμικής σύνθεσης» των ιδεολογιών των άλλων ομάδων.

1.3.2 Emile.Durkheim

Ο Emile Durkheim θεωρείται ο θεμελιωτής της γαλλικής κοινωνιολογίας. Από το σύνολο του πολυσχιδούς έργου του θα μας απασχολήσουν εδώ μόνο οι σχετικές με την κοινωνιολογία της γνώσης συνεισφορές του, που περιέχονται στο βιβλίο του για τις *Στοιχειώδεις Μορφές της Θρησκευτικής Ζωής* (1915). Είναι γεγονός ότι ο Durkheim προσπάθησε να βάλει σε μια ανθρωπολογική προοπτική τις βασικές κατηγορίες της ανθρώπινης σκέψης, όπως την ηθική, τις αξίες, τις θρησκευτικές ιδέες, τις βασικές μορφές ταξινόμησης και τις θεμελιώδεις κατηγορίες του χώρου και

χρόνου. Ισχυριζόταν, για παράδειγμα, πως ιδέες σαν του χώρου και χρόνου μεταβάλλονται από ομάδα σε ομάδα ανθρώπων και μέσα στην ίδια ομάδα χρονικά. Η μεταβλητότητα αυτή ήταν απόδειξη του ότι οι βασικές κατηγορίες του ανθρώπου κι οι κανόνες της λογικής του εξαρτώνται σε κάποιο βαθμό από παράγοντες, που είναι ιστορικοί κι, άρα, κοινωνικοί (1915, σελ. 12-13). Ουσιαστικά, θεωρούσε ότι όλες οι μορφές της γνώσης, των πεποιθήσεων και των ιδεών του ανθρώπου αποτελούν μέρος μιας γενικότερης συλλογικής συνείδησης. Επομένως, όχι μόνο δεν μπορούν να υπάρξουν ανεξάρτητα από την κοινωνική ύπαρξη του ανθρώπου, αλλά, επιπλέον, είναι ισομορφικές προς τις μορφές της κοινωνίας που ο άνθρωπος παράγει και διατηρεί. Για παράδειγμα, η θρησκεία είναι αφενός ένα σύστημα πεποιθήσεων, με το οποίο οι άνθρωποι οργανώνουν την ζωή τους και κατατάσσουν τα συμβάντα του κόσμου τους (πχ., διακρίνοντας τα ιερά από τα εγκόσμια). Αφετέρου όμως η θρησκεία είναι ένα "*κοινωνικό πράγμα*", που περιορίζει με κάποια έννοια την κοινωνική δραστηριότητα και συμπεριφορά. Επίσης, τα διάφορα αντικείμενα ταξινομούνται στις κοινωνίες με τρόπους που αντανακλούν κι επεκτείνουν τις υπάρχουσες κοινωνικές διατάξεις. Έτσι, οι ιδέες για τον χώρο αντανακλούν την βασική υλική και κοινωνική οργάνωση της κοινωνίας κι οι ιδέες για τον χρόνο αντανακλούν τους κοινωνικούς ρυθμούς της συλλογικής ζωής, όπως, πχ., τους τρόπους, με τους οποίους οργανώνονται οι θρησκευτικές τελετές και γιορτές. Κι από την άλλη όμως μεριά, και τα δυο, κοινωνική οργάνωση και ρυθμοί, γίνονται μέσα στο χώρο και χρόνο, αντιστοίχως, οπότε κι αυτά αντανακλούν τις βασικές κατηγορίες της ανθρώπινης γνώσης. Με την έννοια αυτή, ο φυσικός κι ο κοινωνικός κόσμος συγκροτούν αμοιβαία ο ένας τον άλλο για τον Durkheim.

Ο ισομορφισμός (ή παραλληλισμός) αυτός μεταξύ του κοινωνικού και του φυσικού κόσμου, που υιοθετεί ο Durkheim, φαίνεται να προτείνει την δυνατότητα να προσδιορίζεται η δομή της γνώσης για τον κόσμο σαν αντανάκλαση της κοινωνικής δομής, με την έννοια ότι μια τέτοια γνώση θα περιορίζεται και θα διαμορφώνεται από την οργάνωση και την διάρθρωση των κοινωνικών θεσμών. Όμως, παρότι ο Durkheim δεν παραιτείται από μια τέτοια γενική ιδέα, καταλήγει να τροποποιήσει κάποιες από τις λεπτομέρειες, για να εξαιρέσει τελικά την επιστημονική γνώση από την δυνατότητα του προηγουμένου προσδιορισμού. Πρώτα από όλα, προσπαθεί να κρατήσει αποστάσεις από την κάθε μορφή σχετικισμού:

> *Από το γεγονός ότι οι ιδέες του χρόνου, χώρου, τάξης, αιτίας ή προσωπικότητας κατασκευάζονται από κοινωνικά στοιχεία, δεν είναι απαραίτητο να συμπεράνουμε ότι είναι κενές οποιασδήποτε αντικειμενικής αξίας. Αντιθέτως, η κοινωνική προέλευσή τους μάλλον οδηγεί στην πεποίθηση ότι δεν είναι χωρίς θεμέλια στην φύση των πραγμάτων.* (1915, σελ. 19)

Στη συνέχεια, όταν προσπαθεί να εξηγήσει την κοινωνική εξέλιξη, υιοθετεί ένα πολύ περιοριστικό κριτήριο αντικειμενικότητας. Ισχυρίζεται λοιπόν ότι η αντικειμενικότητα τείνει να επιτυγχάνεται, καθώς ξεδιπλώνεται η κοινωνική εξέλιξη και ταυτόχρονα η επιστήμη αντικαθιστά την θρησκεία σαν τη βάση της ανθρώπινης σκέψης για τον φυσικό κόσμο (σελ. 429). Ταυτίζοντας την κοινωνική εξέλιξη με το

πέρασμα σε πιο πολύπλοκες μορφές κοινωνικής οργάνωσης, όπου όμως ταυτόχρονα είναι χαλαρότερη η κοινωνική αλληλεγγύη, είναι υποχρεωμένος να αλλάξει τώρα το ρόλο της επιστήμης. Ενώ αρχικά στις κοινωνίες μικρής κλίμακας η θρησκεία αντανακλούσε τον κοινωνικό κόσμο, στις πιο πολύπλοκες κοινωνίες η επιστήμη αυτονομείται σε σχέση με τον κοινωνικό κόσμο. Επίσης, ενώ στις πρώτες φάσεις το κριτήριο εγκυρότητας της θρησκείας είχε μια συλλογική προέλευση, τώρα το κριτήριο της εγκυρότητας της επιστήμης είναι μόνο η ίδια η επιστημονική αλήθεια (σελ. 437). Αυτό σημαίνει ότι η σύγχρονη επιστήμη δεν επιδέχεται καμιά κοινωνιολογική ανάλυση, αφού είναι ανεξάρτητη του κοινωνικού πλαισίου. Με τον τρόπο αυτό, ο Durkheim οδηγείται στο συμπέρασμα ότι η επιστήμη τείνει να γίνει μια ειδική επιστημολογική περίπτωση, που ξεφεύγει από τους γενικούς ανθρωπολογικούς προσδιορισμούς, με τους οποίους ξεκίνησε.

1.3.3 Claude Lévi-Strauss

Η διεύρυνση της γνώσης για τον άνθρωπο μέσα από την εθνογραφική παρατήρηση και τη δομική ανάλυση των πολιτισμικών φαινομένων ήταν ο στόχος και η μεγάλη συμβολή στην μελέτη του γάλλου ανθρωπολόγου Claude Lévi -Strauss. Το ταξίδι της ζωής του, όπως και την επιστημονική του διαδρομή, καθορίζει η έρευνα των *«πρωτόγονων»* πολιτισμών ως τρόπου για την κατανόηση των σύγχρονων κοινωνιών του δυτικού πολιτισμού και την υπέρβαση των αντιφάσεών τους. Με τη μελέτη των *«πρωτόγονων»* κοινωνιών αναζήτησε την καθαρότητα των δομών της ανθρώπινης σκέψης, μέσα από την ποικιλία των διαφορετικών πολιτισμών τους οποίους θεωρούσε ισάξιους, απορρίπτοντας την εξελικτική αντίληψη της ιστορίας.

Κομβικό σημείο στην προσωπική και επιστημονική του πορεία ήταν το ταξίδι του στη Βραζιλία ως μέλος μιας γαλλικής πολιτιστικής αποστολής, και η διαμονή του εκεί από το 1935 έως το 1938 όπου εργάστηκε ως επισκέπτης καθηγητής στο πανεπιστήμιο του Σάο Πάολο. Στη διάρκεια αυτής της περιόδου διεξήγαγε και τις πρώτες του επιτόπιες έρευνες στο Μάτο Γκρόσο και στην Αμαζονία, εγκαινιάζοντας μια ερευνητική σχέση με την περιοχή που διήρκεσε πάνω από τρεις δεκαετίες. Μετά την συνθηκολόγηση της Γαλλίας με την ναζιστική Γερμανία το 1940 κατέφυγε στις Ηνωμένες Πολιτείες όπου αρχικά δίδαξε στην Νέα Υόρκη και στην συνέχεια εργάστηκε στην γαλλική πρεσβεία ως σύμβουλος για πολιτιστικά θέματα (1945-1949).

Απόρροια της εθνογραφικής του έρευνας στους ινδιάνους Nambikwara και καθοριστική μελέτη για τις θεωρητικές του κατευθύνσεις ήταν η διδακτορική του διατριβή Στοιχειώδεις δομές της συγγένειας που υποστήριξε το 1948 και εκδόθηκε το 1949 και θεωρήθηκε ένα από τα σημαντικότερα ανθρωπολογικά έργα για τη συγγένεια.

Με σαφείς τις επιρροές της δομικής γλωσσολογίας του Ferdinand de Saussure και της «Σχολής της Πράγας», του N. Troubetzkoy και του Roman Jakobson με τον οποίο συνδέθηκε στην Νέα Υόρκη και υποστηρίζοντας τη δυαδική λογική των αντιθέτων ως στοιχειώδη λογική, «κοινή ουσία» της ανθρώπινης σκέψης, ο Claude Lévi-Strauss αντιμετώπισε τη συγγένεια - και αργότερα και άλλα πολιτισμικά

φαινόμενα όπως οι μύθοι ή τα διατροφικά συστήματα - ως ένα ολοκληρωμένο σύστημα λογικά συνδεδεμένων νοηματικών κατηγοριών, δίνοντας έμφαση στις σχέσεις που συνδέουν τα επιμέρους στοιχεία του συστήματος και τους νόμους που διέπουν τις σχέσεις αυτές.

Όπως όμως και ο ίδιος συχνά υπενθύμιζε ιδιαίτερα σημαντική ήταν η επιρροή που άσκησαν στην σκέψη του οι απόψεις του Emile Durkheim και του Marcel Mauss για την αναγωγή των κοινωνικών δεδομένων σε στοιχειώδεις δομές. Στην Εισαγωγή στο έργο του Marcel Mauss αναθέτει στην ανθρωπολογία να ερευνήσει τις υποσυνείδητες δομές της νόησης που μπορούν να προσεγγιστούν μέσα από τη μελέτη των θεσμών ή ακόμη καλύτερα της γλώσσας.

Ο Claude Lévi-Strauss θεωρείται ο ηγέτης της γαλλικής δομικής ανθρωπολογίας και το έργο του επηρέασε τη θεωρητική εξέλιξη της ανθρωπολογικής επιστήμης τον 20ο αιώνα. Διαδέχτηκε τον Maurice Leenhardt στην Ecole Pratique des Hautes Etudes το 1950 και εκλέχτηκε στο Γαλλικό Κολλέγιο το 1959, όπου δίδαξε ως την συνταξιοδότησή του το 1983. Το 1955 εκδίδονται οι Θλιβεροί Τροπικοί, μια αφηγηματική εξιστόρηση της εθνογραφικής του εμπειρίας στον Αμαζόνιο, ταυτόχρονα ταξιδιωτικό αφήγημα, παρουσίαση των ανθρωπολογικών και φιλοσοφικών του στοχασμών, εθνολογική ανάλυση και πνευματική αυτοβιογραφία. Αποτελεί μια μαρτυρία για ετεροχρονισμένους τρόπους ζωής, εθιμικές συμπεριφορές, ανθρώπινες σχέσεις και κώδικες επικοινωνίας «παραδοσιακών» πολιτισμών που χάνονται στη συγχρονία.

Το 1962 δημοσιεύει την 'Αγρια σκέψη, όπου με αφετηρία την «πρωτόγονη» σκέψη, παρουσιάζει τις απόψεις του για τον ανθρώπινο πολιτισμό, τους τρόπους με τους οποίους οι ανθρώπινες κοινωνίες (είτε πρόκειται για παραδοσιακές ή «ψυχρές» όπως τις αποκαλούσε οι οποίες αγνοούν την ιστορική τους διάσταση και τις οποίες συνήθως μελετούν οι εθνολόγοι, είτε για τις σύγχρονες ή «θερμές» για τις οποίες η αντίληψη που έχουν για την ιστορικότητά τους αποτελεί εγγύηση της διάρκειάς τους στον χρόνο και της ιδιαίτερής τους ταυτότητας) διαλέγονται με την ιστορία, αντιδρούν στους μετασχηματισμούς και τις κοινωνικές αλλαγές.

Στα τελευταία μαθήματά του στο Γαλλικό Κολλέγιο (Paroles données, 1984) από το 1976 ως το 1982 επανέρχεται στην μελέτη των συγγενικών σχέσεων και στην προσέγγιση των σύνθετων γαμήλιων στρατηγικών των ιστορικών κοινωνιών υποστηρίζοντας τις δυνατότητες του δομισμού για την μελέτη τους και φέρνοντάς κοντά τους τις λεγόμενες πρωτόγονες ή αρχαϊκές κοινωνίες.

Ο συμβολικός δομισμός του Claude Lévi-Strauss επικρίθηκε για τη μονοδιάστατη εμμονή στις σχέσεις μεταξύ των όρων ενός συστήματος εις βάρος της κοινωνικής πραγματικότητας των υπό μελέτη κοινωνιών και της ιστορικής τους διάστασης. Αναμφισβήτητα, ωστόσο, εφαρμόζοντας τη δομική ανάλυση στα στοιχεία, στη μορφή και το περιεχόμενο αλλά κυρίως στις σχέσεις των πολιτισμικών φαινομένων, ο Claude Lévi-Strauss συνέβαλε αποφασιστικά στην αναζήτηση των νόμων της εσωτερικής οργάνωσης των κοινωνικών συστημάτων.

1.3.4 Φαινομενολογική Κοινωνιολογία

Φαινομενολογική Κοινωνιολογία είναι η μελέτη των τυπικών δομών μιας συγκεκριμένης κοινωνικής ύπαρξης όπως παρέχεται από την αναλυτική περιγραφή των πράξεων, της εκ προθέσεως συνείδησης. Το *«αντικείμενο»* μιας τέτοιας ανάλυσης είναι το νόημα του ζωντανού κόσμου της καθημερινής ζωής: η «Lebenswelt», ή Life-world (Husserl: 1989). Ο στόχος, όπως και κάθε άλλης φαινομενολογικής έρευνας, είναι να περιγράψει τις τυπικές δομές αυτού του αντικειμένου της έρευνας στην υποκειμενική άποψη, ως ένα αντικείμενο-συντελεσμένο στην-και-για-την-συνείδηση (Gurwitsch: 1964). Αυτό που κάνει μια τέτοια περιγραφή διαφορετική από την *«αφελή»* υποκειμενική περιγραφή ενός ανθρώπου στο δρόμο, ή εκείνων των παραδοσιακών, θετικιστικών κοινωνικών επιστημόνων, είναι η χρησιμοποίηση των μεθόδων της φαινομενολογίας.

Ο πρωτοπόρος οδηγός της φαινομενολογικής Κοινωνιολογίας ήταν ο Alfred Schutz [1899-1959]. Ο Schutz επιδιώκει να προσφέρει ένα κρίσιμο φιλοσοφικό θεμέλιο για την ερμηνευτική κοινωνιολογία του Max Weber, μέσω της χρήσης των φαινομενολογικών μεθόδων που προέρχονται από την υπερβατική φαινομενολογική έρευνα του Edmund Husserl [1859-1938]. Το έργο του Husserl στρεφόταν στην διατύπωση των τυπικών δομών της εκ προθέσεως συνείδησης. Το έργο του Schutz στρεφόταν στην διατύπωση των τυπικών δομών της Life-world(Schutz: 1980). Το έργο του Husserl διενεργήθηκε ως υπερβατική φαινομενολογία της συνείδησης. Το έργο του Schutz διενεργήθηκε ως κοσμική φαινομενολογία της Life-world (Natanson: 1974). Η διαφορά στα ερευνητικά έργα τους έγκειται στο επίπεδο της ανάλυσης, τα αντικείμενα που λαμβάνονται ως θέματα της μελέτης, καθώς και το είδος των φαινομενολογικών απλουστεύσεων που χρησιμοποιούνται για τους σκοπούς της ανάλυσης.

Τελικά, τα δύο σχέδια θα πρέπει να θεωρούνται ως συμπληρωματικά, με τις δομές του τελευταίου να εξαρτάται από τις δομές του πρώτου. Έτσι, μια έγκυρη φαινομενολογική περιγραφή των τυπικών δομών της Life-world πρέπει να είναι απόλυτα συνεπής με τις περιγραφές των τυπικών δομών της εκ προθέσεως συνείδησης. Είναι από το δεύτερο που το πρώτο αντλεί κύρος και γίνεται αληθές (Sokolowski: 2000).

Η φαινομενολογική σύνδεση με την κοινωνιολογία της γνώσης προέρχεται από δύο βασικές ιστορικές πηγές σύμφωνα με την ανάλυση του Mannheim: [1] Ο Mannheim είναι εξαρτημένος από τις ιδέες που προέρχονται από τις φαινομενολογικές έρευνες του Husserl, ιδιαίτερα τη θεωρία της έννοιας, όπως παρουσιάζεται με το Logical Investigations (Husserl: 2000), στη διαμόρφωση του κεντρικού έργο του: «On The Interpretation of Weltanschauung»(Mannheim: 1993)- αυτό το δοκίμιο αποτελεί το κεντρικό στοιχείο της μεθόδου του Mannheim για την ιστορική κατανόηση και έχει κεντρική σημασία η σύλληψή του για την κοινωνιολογία της γνώσης ως ένα ερευνητικό πρόγραμμα. και [2] Η έννοια της «Weltanschauung» που διατυπώθηκε από τον Mannheim έχει τις ρίζες της στην ερμηνευτική φιλοσοφία του Wilhem Dilthey, ο οποίος επικαλέστηκε τη θεωρία της

σημασίας του Husserl για τις μεθοδολογικές προδιαγραφές του για την ερμηνευτική πράξη (Mannheim: 1993: βλέπε fn38).

Αξίζει επίσης να σημειωθεί ότι η ανάλυση του Husserl για τις τυπικές δομές της συνείδησης, καθώς και η ανάλυση του Schutz για τις τυπικές δομές της Life-world προορίζονται ειδικά για να τεθούν τα θεμέλια, στη συνείδηση, για την κατανόηση και ερμηνεία του κοινωνικού κόσμου που υπόκειται σε πολιτιστική και ιστορική αλλαγή. Η φαινομενολογική θέση είναι ότι αν και η πραγματοποίηση των γεγονότων(facticity) του κοινωνικού κόσμου μπορεί να έχει πολιτιστική και ιστορική σχέση, η επίσημη δομή της συνείδησης, καθώς και οι διαδικασίες με τις οποίες ερχόμαστε να γνωρίσουμε και να κατανοήσουμε αυτήν την πραγματοποίηση δεν έχει. Δηλαδή, η αντίληψη του οποιουδήποτε πραγματικού κοινωνικού κόσμου είναι αναπόφευκτα εξαρτημένη από την κατανόηση των δομών και των διαδικασιών της συνείδησης που βρέθηκαν, και αποτελούν, κάθε δυνατό κοινωνικό κόσμο.

Εναλλακτικά, εάν η πραγματοποίηση των γεγονότων(facticity) του κοινωνικού κόσμου και οι δομές της συνείδησης αποδειχθεί ότι είναι πολιτιστικά και ιστορικά σχετικές, τότε βρισκόμαστε σε αδιέξοδο σε σχέση με οποιαδήποτε ουσιαστική επιστημονική κατανόηση του κοινωνικού κόσμου που δεν είναι υποκειμενική (σε αντίθεση με το να είναι αντικειμενική και να στηρίζεται στη φύση (θετικισμός), ή να εδράζεται στις δομές της συνείδησης [φαινομενολογία]), και σε σχέση με την πολιτιστικούς και ιδεολογικούς σχηματισμούς ιδιαίτερα συγκεκριμένων ατόμων που ζουν σε μια συγκεκριμένη κοινωνικοιστορική ομάδα.

1.3.5 Η κοινωνιολογία των μαθηματικών γνώσεων

Η μελέτη των μαθηματικών πρακτικών και ο οιονεί εμπειρισμός στα μαθηματικά αποτελεί σωστά, μέρος της κοινωνιολογίας της γνώσης, δεδομένου ότι επικεντρώνεται στην κοινότητα όσων ασχολούνται με τα μαθηματικά και τις κοινές τους υποθέσεις. Από το 1960 που ο Eugene Wigner έθεσε το ζήτημα και που η Hilary Putnam κατέστησε πιο αυστηρό το 1975, το ερώτημα γιατί τομείς όπως η Φυσική και τα μαθηματικά θα πρέπει να συμφωνούν, έχει αρκετά συζητηθεί. Προτεινόμενες λύσεις, επισημαίνουν ότι τα θεμελιώδη στοιχεία της μαθηματικής σκέψης (το διάστημα, η δομή και ο αριθμός) είναι επίσης τα θεμελιώδη συστατικά της φυσικής. Αξίζει επίσης να σημειωθεί ότι η φυσική δεν είναι παρά μια μοντελοποίηση της πραγματικότητας, και βλέποντας αιτιώδεις σχέσεις να διέπουν επαναλαμβανόμενα φαινόμενα, όπως επίσης μεγάλο μέρος των μαθηματικών, ιδίως σε σχέση με την ανάπτυξη του απειροστικού λογισμού, αναπτύχθηκε ακριβώς για το στόχο της ανάπτυξης αυτών των μοντέλων με αυστηρό τρόπο. Μια άλλη προσέγγιση είναι να προτείνουν ότι δεν υπάρχει σοβαρό πρόβλημα, ότι η κατανομή της ανθρώπινης επιστημονικής σκέψης μέσα από τη χρήση λέξεων όπως «μαθηματικά» και «φυσική» είναι μόνο χρήσιμη για την πρακτική καθημερινή λειτουργία της κατηγοριοποίησης και διάκρισης.

Θεμελιώδη συμβολή στην κοινωνιολογία της μαθηματικής γνώσης έχει ο Sal Restivo και ο David Bloor. Ο Restivo στηρίζεται στις εργασίες ακαδημαϊκών, όπως ο Spengler Oswald, Raymond L. Wilder και Lesley A. White, καθώς και σύγχρονων

κοινωνιολόγων της γνώσης και ακαδημαϊκών μελετητών της επιστήμης. Ο David Bloor επηρεάζεται από τον Ludwig Wittgenstein και άλλους σύγχρονους στοχαστές. Και οι δύο ισχυρίζονται ότι η μαθηματική γνώση κατασκευάζεται κοινωνικά και έχει αμείωτα ενδεχόμενα και ιστορικούς παράγοντες που υφαίνονται σε αυτή. Πιο πρόσφατα ο Paul Ernest έχει προτείνει μια κοινωνική κονστρουκτιβιστική άποψη της μαθηματικής γνώσης, με βάση τα έργα των δύο αυτών κοινωνιολόγων.

1.4 Φαινομενολογία

Η φαινομενολογία είναι ένα φιλοσοφικό σύστημα , που έχει χρησιμοποιηθεί από τους κύκλους της φιλοσοφίας, τον 18ον αιώνα.

Φαινομεναλισμός, φαινομενισμός ή φαινομενοκρατία στις αρχές του προσδιορισμού του όρου, σήμαινε την απομάκρυνση της συνείδησης και της εμπειρίας από το βασίλειο των συνιστωσών της πρόθεσης και την περιγραφή τους μέσα σ' ένα φιλοσοφικό πλαίσιο. Σε αντίθεση με όλες τις ξύλινες γλώσσες, γνώριζε ο ίδιος ο Husserl ότι δεν υφίσταται φιλοσοφία, εάν δεν ξεκινάμε από τη συγκροτούσα συνείδηση, και την θεωρούσε *«φαινομενολογική»* αφετηρία.

Εγκατεστημένος από θέση αρχής στην καρτεσιανή παράδοση της υποκειμενικότητας και της συνείδησης, χρειαζόταν να δείξει ποιους δεσμούς με τον κόσμο έπρεπε να κόψει αυτή η φιλοσοφία προκειμένου να γίνει η ιδεολογία ενός νέου κόσμου που αντικατοπτρίζει την καθολική του αποξένωση.

Έμενε να ξαναβρεθεί λοιπόν η χωροποιημένη προοπτική της συνείδησης, η διαυποκειμενικότητα , ως όρος δυνατότητας της αυτοσυνειδησίας, της οποίας το ανεξάντλητο βάθος είναι το σώμα. Κανείς δεν μας εμποδίζει βεβαίως να «αναλύσουμε» τον άνθρωπο σε συνείδηση και σώμα, αλλά τότε δεν υφίσταται πουθενά πλέον η πραγματική οντότητα για την οποία μιλούσαμε και μένουμε με δύο κενές αφαιρέσεις, που είναι η κατασκευή του καρτεσιανού ορθολογισμού, πτωχού απόηχου μιας φοβικής θεολογίας. Εδώ λοιπόν ολοκληρώνεται, αλλά δεν κλείνει, ο διαλεκτικός κύκλος: αν η συνείδηση έχει την έγκυρη δικαιοδοσία να συγκροτεί τον κόσμο είναι επειδή είναι η ίδια συγκροτημένη από αυτό το οποίο συγκροτεί, θα κάνει το αποφασιστικό βήμα να ορίσει αυτή τη συγκρότηση, μεσολαβητικό κρίκο, ως έκφραση δημιουργίας. Η αλλαγή της συνείδησης και της αντίληψης, αλλάζει την δημιουργία!

Το μυστικό της σύστασης του κοινωνικού είναι, όπως γνώριζε ήδη ο Husserl, η διαυποκειμενικότητα, και η εξιχνίασή της απαιτεί ν' αποχαιρετίσουμε οριστικά κάθε απλοϊκό όνειρο *«αντικειμενικότητας».* Αυτό, είναι ένας τρόπος σκέψης, ο τρόπος που επιβάλλεται, όταν το αντικείμενο είναι *"άλλο"* και απαιτεί να *«μεταμορφωθούμε εμείς οι ίδιοι».* Θα δείξει αυστηρά εκείνο, που οι παρωπίδες του φυσικού επιστήμονα, ακόμη και του υποτιθέμενα μεγαλοφυούς, τον κάνουν οριστικά ανίκανο να συλλάβει: ότι η *«αλήθεια της επιστήμης»* ενέχει πάντα περισσότερο ψεύδος απ' όσο η απλοϊκή προφάνεια του κοινού νου, εφόσον αρνείται να καταλάβει ότι η ίδια δεν είναι άλλο από μια τεχνική μετάφραση ενός γεγονότος της εμπειρίας, που έχει ενδεχομένως κάποια χρησιμότητα εν σχέση προς ειδικούς πρακτικούς σκοπούς, μόνον εάν

παραμένει στην αρμόζουσα *«θέση της μέσα στην ολότητα του ανθρώπινου κόσμου»* ως προ-στάδια της υπερβατολογικής αναγωγής.

Αυτή είναι η ιστορική έρευνα της ανάπτυξης της συνείδησης και της εμπειρίας από τις πρωταρχικές αισθήσεις έως την λογική σκέψη. Με απλά λόγια μόνο τα φαινόμενα μπορούν να γίνουν γνωστά ή απλά τα συνειδησιακά γεγονότα, υποκειμενικά συναισθήματα, μπορούν να γίνουν γνωστά όχι η ουσία των πραγμάτων.

Ο Husserl υποστήριξε ότι η φαινομενολογία είναι μια φιλοσοφική μέθοδος για την μελέτη της πρωταρχικής ουσίας των πραγμάτων. Μια μελέτη για την δράση που ενσωματώνει αυτή η ουσία στην ροή της καθημερινής εμπειρίας.

Είχε την πεποίθηση ότι το όν μπορεί να αναγνωριστεί άμεσα και ενορατικά στην ουσία του και η φαινομενολογία περιγράφει τον χαρακτήρα και την ουσία του όντος με βάση αυτό που φαίνεται. Δρα διαφορετικά από την οντολογία που περιγράφει τι μπορεί και τι οφείλει να είναι το ον. Είναι μια υπερβατική φιλοσοφία που ασχολείται μόνο με ότι απομένει μετά την εφαρμογή μιας αναγωγής.

Η σχέση του γενικού με το ειδικό δεν είναι αρκετά πλούσια ώστε να οριοθετήσει την διαφορά αναγωγής και επαγωγής.

Οποιοδήποτε σύγχρονο βιβλίο λογικής θα κάνει την διαφοροποίηση αυτών των δυο όρων σε επίπεδο συνεπαγωγής των αποτελεσμάτων. Δηλαδή, αν τα συμπεράσματα μιας πρότασης προκύπτουν αναγκαστικά από τους αρχικούς συλλογισμούς, τότε το επιχείρημα είναι αναγωγικό. Αν τα συμπεράσματα προκύπτουν με κάποια πιθανότητα από τις αρχικές υποθέσεις, το επιχείρημα είναι επαγωγικό .

Ο Αριστοτέλης και Πλάτωνας ήταν οι “μάγοι” της επαγωγικής και αναγωγικής σκέψης. Ο Husserl ονόμασε την αναγωγή epoch και εννοούσε την περιστολή του νοήματος ή την αναστολή της κρίσης. Επιστροφή στις πηγές ήταν το σύνθημα του και προϋποθέτει ένα κόσμο που υπήρχε πριν την εμφάνιση της σκέψης. Είχε την πρόθεση να γίνει η φαινομενολογία μια μέθοδος για την προσέγγιση της εμπειρίας της ζωής την στιγμή που αυτή συμβαίνει στο χώρο και στο χρόνο.,Ήταν μια προσπάθεια να περιγραφεί άμεσα αυτό που συμβαίνει χωρίς να χρειάζεται να σταματήσουμε για να σκεφτούμε την προέλευση της ή τις αιτιώδεις ερμηνείες της.

Παρόλο που ο Σαρτρ και άλλοι φιλόσοφοι διαμόρφωσαν την φαινομενολογία να ταιριάζει στις προδιαγραφές τους η ίδια αρνείται να οριστεί και βρίσκεται ακόμη στην διαδικασία και σε μια ρευστή κατάσταση ορισμού..

Στο κόσμο των πολεμιστών, οι πολεμιστές διευρύνουν τις παραμέτρους αυτού που μπορούν να αντιληφθούν μέχρι το σημείο να αντιλαμβάνονται συστηματικά το Άγνωστο και αναστέλλουν την επιρροή του συνηθισμένου συστήματος ερμηνείας που διαθέτουν και της κοινωνικής διαμόρφωσης. Με αυτή την έννοια πάνε ένα βήμα παραπέρα από τις διανοητικές ασκήσεις των φιλοσόφων, αναμορφώνουν το φυσικό σώμα και την συνείδηση, επαναδιατάσσοντας την ενέργεια και εκτελούν το μαγικό πέρασμα.

Η πρόθεση και η διαυποκειμενικότητα είναι απαραίτητες για να επιτευχθεί η κρίσιμη μάζα, που θα αλλάξει την αντίληψη ενός κοινωνικού κομφορμισμού και θα επιχειρήσει το κβαντικό άλμα της συνείδησης, έχοντας πετύχει η ίδια την βαθιά μεταμόρφωση και αλλαγή του προσωπικού νησιού της.

Ως διαυποκειμενικότητα μπορεί να οριστεί μια συνειδησιακή αλληλεπίδραση, η οποία λαμβάνει χώρα στο ομαδικό ασυνείδητο. Οι άνθρωποι δημιουργούν μια αυτόνομη οντότητα, μια σκεπτομορφή, θεούς, είδωλα, σταρ, έννοιες , αυτοκρατορίες, όταν κάνουν εγγραφές στο ασυνείδητο. Με αυτό τον τρόπο αυτή η σκεπτομορφή, αποκτά μια μεταφυσική και υπερβατική διάσταση που δεν έχει από μόνη της.

Όταν έχουμε κάνει μια συμφωνία μια συνομολόγηση από πολλούς μαζί ανθρώπους, το αντικείμενο της συνομολόγησης αποκτά τεράστια δύναμη. Αυτή η συμφωνία γίνεται μερικές φορές συνειδητά και άλλοτε καθόλου.. Η πιο ισχυρή γίνεται στο ομαδικό υποσυνείδητο που μετέχουμε όλοι.

Στα σημεία που συναπαντώμεθα και συμφωνούμε, δυναμώνουν και αποκτούν ανεξάρτητη ισχύ. Από την άλλη πλευρά, αν συμφωνήσουμε και αποσύρουμε την υποστήριξη μας από ένα κοινό τόπο του ομαδικού ασυνειδήτου, αυτός ο χώρος κλονίζεται καταρρέει. Έτσι εξηγούνται απότομες ιστορικές , κοινωνικές αλλαγές και πτώσεις αυτοκρατοριών. Πρόθεση είναι η προγραμματισμένη θέληση για την εξυπηρέτηση ενός σκοπού. Μια ισχυρή πρόθεση συνοδευόμενη από κρίση και λογική βρίσκεται πολύ κοντά σε αυτό που ονομάζουμε απόφαση. Μια τέτοια απόφαση μπορεί να μετακινήσει ακόμη και βουνά. Πόσες τέτοιες αποφάσεις αρκούν και από πόσους ανθρώπους; Πόσοι άνθρωποι μπορούν να αποτελέσουν την κρίσιμη μάζα *"μιας συντροφιάς";*

Στην κβαντική φυσική, μαθαίνουμε ότι όταν κάτι φθάνει σε κρίσιμη μάζα, που είναι το 51% της συλλογικής ενέργειας, της δόνησης και της συνειδητότητας για οτιδήποτε από αυτά μιλάμε, μια μετατόπιση χωρίς κανένα εμπόδιο πραγματοποιείται. Παραδείγματος χάριν, όταν αυξάνεται ένα ηλεκτρόνιο και δονείται, στο σημείο του 51% της ενέργειας, της δόνησης και της συνειδητότητας εκείνο το ηλεκτρόνιο φθάνει στην υψηλότερη δόνηση, τα υπόλοιπα 49% αφομοιώνονται αμέσως στη νέα συχνότητα.

Ίσως σε τελική ανάλυση να είναι θέμα ποιότητας και όχι ποσότητας. Δύο Χόμπιτ στάθηκαν αρκετά για την συντροφιά και τελικά κατόρθωσαν να μεταφέρουν ένα δακτυλίδι εξουσίας σκοτεινής και να το καταστρέψουν.

Πόσοι *"άνθρωποι"*… θα ήταν αρκετοί!

Μπορούν 300 επίλεκτοι πολεμιστές απέναντι ενός σύγχρονου Δαρείου δεσμεύοντας όμως τον Εφιάλτη, να κρατήσουν τα στενά των Θερμοπυλών;

2 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΣΗΜΕΙΩΤΙΚΗ

Αν μπείτε σε ένα βιβλιοπωλείο και ρωτήσετε που θα βρείτε ένα βιβλίο για Σημειωτική θα αντικρύσετε πιθανότατα ένα απλανές βλέμμα. Το χειρότερο είναι ότι μπορεί να σας ζητήσουν να ορίσετε τι είναι σημειωτική – κάτι κάπως δύσκολο, αν αναζητάτε έναν οδηγό για αρχαρίους. Και θα είναι ακόμη χειρότερα αν δεν ξέρετε τίποτε για σημειωτική, επειδή θα σας είναι δύσκολο να δώσετε έναν ορισμό απλό και χρήσιμο για βιβλιοπωλεία. Αν σας συνέβαινε ποτέ κάτι τέτοιο, θα συμφωνήσετε ίσως ότι το φρονιμότερο είναι να μη ρωτήσετε αλλά ν' αρχίσετε το ψάξιμο από το τμήμα της *γλωσσολογίας*

Ferdinand de Saussure

«Μια επιστήμη που μελετά τη ζωή των σημείων σε μια κοινωνία, είναι νοητή. Θ' αποτελούσε τμήμα της κοινωνικής ψυχολογίας και συνεπώς της γενικής ψυχολογίας. Θα την ονομάσω σημειολογία (από την ελληνική λέξη 'σημείο'). Η σημειολογία θα έδειχνε τι συνιστά η έννοια σημείο και ποιοί νόμοι το διέπουν. Αφού η επιστήμη αυτή δεν υπάρχει ακόμη, κανείς δεν μπορεί να πει τι θα ήταν. Αλλά έχει δικαίωμα ύπαρξης, μιας προκαθορισμένης θέσης. Η γλωσσολογία είναι απλώς τμήμα της γενικής επιστήμης της σημειολογίας. Οι νόμοι που διέπουν τη σημειολογία θα εφαρμόζονται στη γλωσσολογία κι αυτή θα οριοθετεί μια καλώς καθορισμένη περιοχή μέσα στη μάζα των ανθρωπολογικών δεδομένων». (Saussure, στο Innis 1986, 34-5)

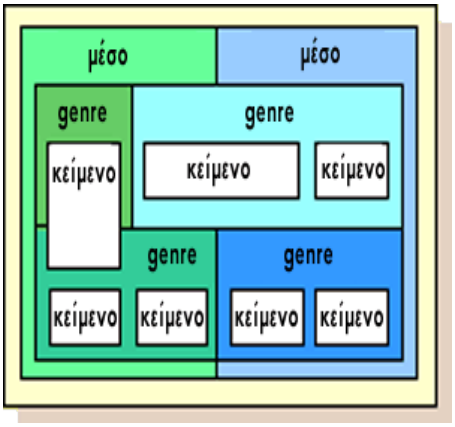
Έτσι έγραφε ο Ελβετός γλωσσολόγος Ferdinand de Saussure (1857-1913), ιδρυτής όχι μόνο της επιστήμης της γλωσσολογίας αλλά επίσης και αυτής που αναφέρεται τώρα συνηθέστερα ως σημειωτική (στο βιβλίο *Μαθήματα Γενικής Γλωσσολογίας*, το 1915). Εκτός από τον Saussure σημαντικές φυσιογνωμίες στην ανάπτυξη της πρώιμης σημειωτικής αποτέλεσαν ο αμερικανός φιλόσοφος Charles Sanders Peirce (1839-1914) και αργότερα ο Charles William Morris (1901-1979). Κύριοι σύγχρονοι θεωρητικοί της σημειωτικής είναι ο Roland Barthes (1915-1980), ο Umberto Eco (γεν 1932), ο Christian Metz, η Julia Kristeva (γεν 1941), και ο Algirdas Greimas (γεν 1917). Μερικοί γλωσσολόγοι εργάζονται στα πλαίσια της σημειωτικής, όπως ο Roman Jakobson (1896-1982) και ο Michael A K Halliday. Η τυπική σημειωτική είναι δύσκολο να απεμπλακεί από τον στρουκτουραλισμό, του οποίου οι σημαντικότεροι υποστηρικτές περιλαμβάνουν τον Claude Levi-Strauss (γεν 1908) στην ανθρωπολογία και τον Jacques Lacan στην ψυχανάλυση. Πάντως, η Deborah Cameron υποστηρίζει ότι ο στρουκτουραλισμός είναι απλώς μια μέθοδος που μπορείς να χρησιμοποιήσεις στη σημειωτική (Cameron 1992, 25). Ο John Hartley περιγράφει το στρουκτουραλισμό ως μια *«αναλυτική ή θεωρητική θεωρία, αφιερωμένη στη συστηματική διερεύνηση των κανόνων και των περιορισμών που λειτουργούν ... για να επιτρέψουν τη δημιουργία νοημάτων»* (O'Sullivan et al. 1994, 302). Η σύγχρονη κοινωνική σημειωτική προχώρησε πέρα

από τη στρουκτουραλιστική ενασχόληση με τις εσωτερικές σχέσεις των συστατικών σ' ένα αυτοδύναμο σύστημα. Η μοντέρνα θεωρία της σημειωτικής συμμαχεί επίσης καμμιά φορά με τη μαρξιστική προσέγγιση, η οποία τείνει να υπογραμμίζει το ρόλο της ιδεολογίας (βλ. Woollacott 1982, 103ff).

Η σημειωτική άρχισε να προβάλλεται ως κύρια προσέγγιση της θεωρίας των επικοινωνιακών μέσων στο τέλος της δεκαετίας του '60, εν μέρει ως αποτέλεσμα της εργασίας του Roland Barthes. Η μετάφραση στα αγγλικά των δημοφιλών δοκιμίων του σε μια συλλογή με τον τίτλο '*Μυθολογίες*' (1957), που ακολουθήθηκε στις δεκαετίες 1970 και 1980 από πολλές άλλες εργασίες του, αύξησε σημαντικά την εξοικείωση των επιστημόνων με την προσέγγιση αυτή. Η υιοθέτησή της στη Βρεταννία επηρεάστηκε από τη εξέχουσα θέση της στην εργασία του Κέντρου Σύγχρονων Πολιτιστικών Μελετών (Centre for Contemporary Cultural Studies, CCCS) στο Πανεπιστήμιο του Birmingham, την εποχή που το κέντρο διεύθυνε ο νεομαρξιστής κοινωνιολόγος Stuart Hall (1969-79). Αν και η σημειωτική μπορεί να κατέχει σήμερα λιγότερο κεντρική θέση στη θεωρία των επικοινωνιακών μέσων (τουλάχιστον στην αρχική της, πιο στρουκτουραλιστική μορφή), η κατανόησή της εξακολουθεί να είναι απαραίτητη για οποιονδήποτε στον κλάδο. Αυτό που οι μεμονωμένοι ερευνητές των μέσων πρέπει οπωσδήποτε να εκτιμήσουν, είναι αν και πώς η σημειωτική μπορεί να χρησιμεύσει για να διαφωτίσει κάποια πλευρά των ενδιαφερόντων μας. Σημειώστε ότι ο όρος του Saussure *σημειολογία* χρησιμοποιείται για να αναφέρεται στην σωσσυριανή παράδοση, ενώ ο όρος *σημειωτική* αναφέρεται καμμιά φορά στην περσιανή παράδοση, αλλά σήμερα ο όρος *σημειωτική* είναι πιθανότερο να χρησιμοποιείται ως ομπρέλα που αγκαλιάζει ολόκληρο το επιστημονικό πεδίο (Noth 1990, 14).

Ο John Hartley σημειώνει ότι η *«σημειωτική δεν αποτελεί τόσο έναν ακαδημαϊκό κλάδο όσο μια θεωρητική προσέγγιση με τη συνακόλουθη αναλυτική μέθοδο. Δεν έχει υιοθετηθεί ευρέως από τα πανεπιστήμια ως επιστημονικός κλάδος»* (O'Sullivan *et al.* 1994, 281). Ο συνηθέστερος σύντομος ορισμός της σημειωτικής είναι *'η μελέτη των σημείων'* (ή *'η θεωρία των σημείων'*). Περιλαμβάνει τη μελέτη όχι μόνον αυτών που ονομάζουμε *'σημεία'* στην καθημερινή γλώσσα, αλλά και κάθε πράγματος που *'αντιπροσωπεύει'* κάτι άλλο. Στην έννοια της σημειωτικής, τα σημεία περιλαμβάνουν λέξεις, εικόνες, ήχους, χειρονομίες κι αντικείμενα. Αυτά τα σημεία μελετώνται όχι μεμονωμένα αλλά ως τμήμα ενός σημειωτικού συστήματος σημείων (π.χ. ως ενός μέσου ή ενός genre). Οι Stam *et al.* ορίζουν τη σημειωτική πληρέστερα ως *«μελέτη των σημείων, της σημασιοδότησης και των σημασιοδοτικών συστημάτων»* (Stam *et al.* 1992, 1). Για να το πούμε πιο απλά, οι σημειωτιστές μελετούν τον τρόπο της δημιουργίας νοημάτων: γι'αυτό, ενδιαφέρονται όχι μόνο για την επικοινωνία, αλλά επίσης για την κατασκευή και τη συντήρηση της πραγματικότητας. Για τον John Fiske και τον John Hartley *«το κεντρικό ενδιαφέρον της σημειωτικής ...είναι: ....η σχέση μεταξύ ενός σημείου και της σημασίας του, και ο τρόπος συνδυασμού των σημείων σε κώδικες»* (Fiske & Hartley 1978, 37). Ο C. W. Morris διαίρεσε το αντικείμενο σε τρεις κλάδους:

- *Σημαντική (semantics)*: η σημασία των σημείων (η σχέση των σημείων με αυτό που αντιπροσωπεύουν)
- *Συντακτική (syntactics* ή *syntax*): οι δομικές σχέσεις μεταξύ σημείων
- *Πραγματιστική (pragmatics):* οι τρόποι με τους οποίους τα σημεία χρησιμοποιούνται και ερμηνεύονται (Morris 1938, 6-7; Ullmann 1972, 15; Noth 1990, 50)



Η σημειωτική χρησιμοποιείται συχνά για την ανάλυση κειμένων (αν και αντιπροσωπεύει πολύ περισσότερο από μια μέθοδο ανάλυσης κειμένου). *«Μια σημειωτική ανάλυση κειμένου αναλύει εξονυχιστικά τα διάφορα σημεία στο κείμενο σε μια προσπάθεια να προσδιορίσει τη δομή τους και να εντοπίσει πιθανές σημασίες»* (McQuarrie & Mick 1992, 181). Θα έπρεπε ίσως εδώ να σημειωθεί ότι ένα 'κείμενο' μπορεί να υπάρχει σε ένα μέσο και μπορεί να είναι λεκτικό, μη-λεκτικό, ή και τα δύο, παρά τη λογοκεντρική μεροληψία των όρων αυτών. Ο John Fiske σημειώνει ότι ο όρος κείμενο συνήθως αναφέρεται σε *«ένα μήνυμα που έχει δική του φυσική ύπαρξη, ανεξάρτητη από αυτήν του αποστολέα ή του παραλήπτη»* (O'Sullivan et al. 1994, 317). Κείμενο είναι μια συλλογή σημείων (όπως λέξεις, εικόνες, ήχοι ή/και χειρονομίες δημιουργημένες (και ερμηνευμένες) σύμφωνα με τις συμβάσεις που συνδέονται με ένα genre και με ένα ειδικό μέσο επικοινωνίας. Ο όρος 'μέσο' χρησιμοποιείται με ποικίλες έννοιες από διάφορους θεωρητικούς και μπορεί να περιλαμβάνει ευρείες κατηγορίες όπως είναι η ομιλία και η γραφή ή το έντυπο και το ραδιόφωνο ή να σχετίζεται με ειδικές τεχνικές μορφές μέσα στα μέσα μαζικής ενημέρωσης (ραδιόφωνο, τηλεόραση, εφημερίδες, περιοδικά, βιβλία, φωτογραφίες, φιλμ και δίσκοι) ή τα μέσα διαπροσωπικής επικοινωνίας (τηλέφωνο, γράμμα, φαξ, ηλεκτρονικό ταχυδρομείο, τηλεσυνέντευξη, ηλεκτρονικά συστήματα συζήτησης). Μερικοί θεωρητικοί ταξινομούν τέτοια μέσα ανάλογα με τους διαύλους που εμπλέκονται (οπτικά, ακουστικά, απτικά και ούτω καθ' εξής) (Noth 1995, 175). Ο John Fiske σημειώνει ότι *«κάθε μέσο είναι ικανό να μεταδίδει κώδικες μέσω ενός διαύλου ή διαύλων»* (O'Sullivan et al. 1994, 176) και ότι *«τα φυσικά χαρακτηριστικά του διαύλου περιορίζουν το μέσο και τους κώδικες που μπορεί να φέρει»* (ibid. 38-9). Τέτοιες διαφορές οδήγησαν τον Emile Benveniste να υποστηρίξει ότι η 'πρώτη αρχή' σημειωτικών συστημάτων είναι ότι δεν είναι *'συνώνυμα'*: *«δεν μπορούμε να πούμε 'το ίδιο πράγμα' με συστήματα βασισμένα σε διαφορετικές μονάδες»* (στο Innis 1986, 235).

Μερικοί σχολιαστές υιοθετούν τον ορισμό της σημειωτικής του C. W. Morris ως *'επιστήμη των σημείων'* (Morris 1938, 1-2). Πάντως, ο όρος *'επιστήμη'* είναι παραπλανητικός: όπως παρατήρησε ο James Monaco, η σημειωτική *«δεν είναι σίγουρα μια επιστήμη με την έννοια της φυσικής ή της βιολογίας»* (Monaco 1981, 140). Δεν είναι αυστηρά εμπειρική επιστήμη, αν και ο Bob Hodge και ο David Tripp

χρησιμοποιούν εμπειρικές μεθόδους στην κλασσική τους μελέτη *'Τηλεόραση και Παιδιά'* (1986). Ο John Fiske σημειώνει ότι:

> *Η σημειωτική αποτελεί ουσιαστικά μια θεωρητική προσέγγιση της επικοινωνίας με την έννοια ότι ο στόχος της είναι να συναγάγει ευρέως αποδεκτές αρχές..... Έτσι είναι ευάλωτη στην κριτική ότι είναι υπερβολικά θεωρητική, πολύ εξεζητημένη και ότι οι σημειωτιστές δεν κάνουν προσπάθεια να αποδείξουν ή να διαψεύσουν τις θεωρίες τους με αντικειμενικό, επιστημονικό τρόπο (Fiske 1982, 118)*

Η σημειωτική κυριαρχεί ως επί το πλείστον σε μια σειρά μελετών στην τέχνη, τη φιλολογία, την ανθρωπολογία και τα μέσα μαζικής ενημέρωσης αντί ν' αποτελεί έναν ανεξάρτητο ακαδημαϊκό κλάδο. Μεταξύ των ασχολουμένων με τη σημειωτική βρίσκονται γλωσσολόγοι, φιλόσοφοι, ψυχολόγοι, κοινωνιολόγοι, ανθρωπολόγοι. Πέρα από το βασικότερο ορισμό, υπάρχει σημαντική ποικιλία μεταξύ των σημαντικότερων σημειωτιστών ως προς το περιεχόμενο της σημειωτικής. Η σημειωτική δεν ενδιαφέρεται μόνο για την (ηθελημένη) επικοινωνία αλλά και για την απονομή σημασιών σε οτιδήποτε γύρω μας. Η σημειωτική μετεβλήθη διαχρονικά, αφού οι σημειωτιστές προσπάθησαν να διορθώσουν τις αδυναμίες της στις πρώτες σημειωτικές προσεγγίσεις. Ακόμη και για τους βασικότερους όρους της σημειωτικής υπάρχουν πολλαπλοί ορισμοί (Noth 1995 για ένα χρήσιμο κατάλογο των διαφορών σχετικά με όρους-κλειδιά όπως το σημείο, το σύμβολο, ο ενδείκτης, η εικόνα, και ο κώδικας).

Κατά συνέπεια, οποιοσδήποτε προσπαθεί να κάνει σημειωτική ανάλυση θα ήταν φρονιμότερο να ξεκαθαρίσει ποιοί ορισμοί εφαρμόζονται και, αν υιοθετείται μια ειδική σημειωτική προσέγγιση, ποιά ήταν η πηγή της. Υπάρχουν δύο αποκλίνουσες παραδόσεις στη σημειωτική, που ορμώνται αντίστοιχα από τον Saussure και τον Peirce. Η εργασίες των Roland Barthes, Claude Levi-Strauss, Julia Kristeva και Jean Baudrillard (γεν. 1929) ακολουθούν τη σημειολογική παράδοση του Saussure, ενώ οι εργασίες των Charles W Morris, Ivor A Richards (1893-1979), Charles K Ogden (1989-1957) και Thomas Sebeok (γεν. 1920) εντάσσονται στην σημειωτική παράδοση του Peirce. Ο κύριος σημειωτιστής που γεφυρώνει αυτές τις δύο παραδόσεις είναι ο Umberto Eco. Τα γραπτά των σημειωτιστών έχουν τη φήμη ότι βρίθουν ειδικής ορολογίας: ο Justin Lewis σημειώνει ότι *«οι υπέρμαχοί της έχουν γράψει σε ένα στυλ που κυμαίνεται από το σκοτεινό έως το ακατανόητο»* (Lewis 1991, 25). Ένας άλλος κριτικός παρατήρησε προσφυώς ότι *«η σημειωτική μας λέγει πράγματα πο υ ήδη γνωρίζουμε σε μια γλώσσα που δε θα καταλάβουμε ποτέ»* (Paddy Whannel, αναφορά στον Seiter 1992, 1). Μπορεί να είναι ευκολότερο για αρχαρίους να προσεγγίσουν τη σημειωτική αρχικά μέσω δευτερευουσών πηγών.

Η σημειωτική δανείζεται εκτεταμένα έννοιες από τη γλωσσολογία, εν μέρει λόγω της επίδρασης του Saussure και επειδή η γλωσσολογία είναι πιο καθιερωμένη επιστήμη από τη μελέτη των άλλων συστημάτων σημείων, ίσως όμως επίσης επειδή, όπως παρατήρησε ο Emile Benveniste, *«η γλώσσα είναι το ερμηνευτικό σύστημα όλων των άλλων συστημάτων, λεκτικών και εξωλεκτικών»* (Innis 1986, 239). Ο Saussure είδε τη γλωσσολογία ως κλάδο της σημειωτικής, αν κι ο Roland Barthes και μερικοί

άλλοι σημειωτιστές θεώρησαν τη σημειωτική ως κλάδο της γλωσσολογίας (Burgin 1982).

Ο Saussure έκανε τη διάσημη πια διάκριση μεταξύ γλώσσας και ομιλίας. Η γλώσσα αναφέρεται στο σύστημα κανόνων και συμβάσεων που είναι ανεξάρτητο από και προϋπάρχει των ατομικών χρηστών. Η ομιλία αναφέρεται στη χρήση της γλώσσας σε συγκεκριμένες περιστάσεις. Εφαρμόζοντας ευρύτερα την έννοια σε σημειωτικά συστήματα και όχι μόνο στη γλώσσα, η διάκριση είναι μεταξύ σημειωτικού συστήματος και της χρήσεώς του σε συγκεκριμένα κείμενα. Το σύστημα περιλαμβάνει κανόνες χρήσεως που περιορίζουν αλλά δεν καθορίζουν τη χρήση (αυτό είναι ανάλογο προς τη διάκριση του Noam Chomsky μεταξύ γνώσης (competence) και επίδοσης (performance). Σύμφωνα με τη διάκριση του Saussure σε ένα σημειωτικό σύστημα όπως ο κινηματογράφος *«οποιαδήποτε συγκεκριμένη ταινία είναι μια ομιλία αυτού του υπονοούμενο συστήματος κινηματογραφικής γλώσσας»* (Langholz Leymore 1975, 3). Για τον παραδοσιακό, σωσσυριανό σημειωτιστή αυτό που έχει τη μεγαλύτερη σημασία είναι οι υπονοούμενες δομές και οι κανόνες ενός σημειωτικού συστήματος ως συνόλου μάλλον και όχι οι συγκεκριμένες επιδόσεις ή πρακτικές, που είναι απλώς παραδείγματα της χρήσης του.

Αν και ο Saussure μπορεί να χαιρετίζεται ως θεμελιωτής της σημειωτικής, η σημειωτική έγινε όλο και λιγότερο σωσσυριανή. Η Teresa de Lauretis περιγράφει την κίνηση απομάκρυνσης από τη στρουκτουραλιστική σημειωτική που ξεκίνησε τη δεκαετία του 70:

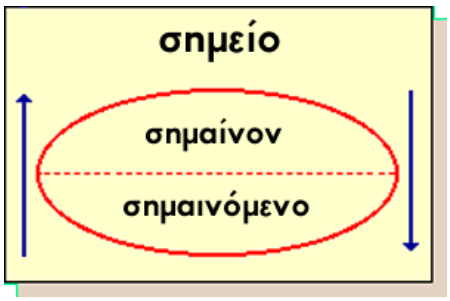
Τα τελευταία χρόνια η σημειωτική υπέστη μια μεταβολή στο σύστημα ταχυτήτων: μιαν απομάκρυνση από την ταξινόμηση των συστημάτων σημείων – τις βασικές τους μονάδες, τα επίπεδα δομικής οργάνωσης – και μια στροφή προς την εξερεύνηση των τύπων παραγωγής σημείων και εννοιών, των τρόπων με τους οποίους συστήματα και κώδικες χρησιμοποιούνται, μεταβάλλονται ή παραβιάζονται στην κοινωνική πρακτική. Ενώ αρχικά η έμφαση ήταν στη μελέτη συστημάτων σημείων (γλώσσα, φιλολογία, κινηματογράφος, αρχιτεκτονική, μουσική, κ.λπ.) θεωρουμένων ως μηχανισμών που δημιουργούν μηνύματα, αυτό που τώρα εξετάζεται είναι η εργασία που επιτελείται μέσω αυτών. Είναι αυτή η εργασία ή η δραστηριότητα που συνιστά και/ή μεταβάλλει τους κώδικες, την ίδια στιγμή που συνιστά και μεταβάλλει τα άτομα που χρησιμοποιούν τους κώδικες, που εκτελούν το έργο, τα άτομα που είναι, συνεπώς, τα υποκείμενα της σημείωσης.

'Σημείωση' ένας όρος δανεισμένος από τον Charles Sanders Peirce, αναπτύσσεται από τον Eco για να δείξει τη διαδικασία μέσω της οποίας ένα πολιτισμός παράγει σημεία και/ή προσδίδει νόημα στα σημεία. Αν και η παραγωγή σημασιών, ή σημείωση για τον Eco, είναι κοινωνική δραστηριότητα, επιτρέπει στους υποκειμενικούς παράγοντες να εμπλέκονται σε κάθε ατομική ενέργεια σημειωτικής. Η σημασία τότε μπορεί να είναι κατάλληλη για τις δύο κύριες εμφάσεις της σύγχρονης, ή μεταστρουκτουραλιστικής, σημειωτικής θεωρίας. Η μια είναι σημειωτική επικεντρωμένη στις υποκειμενικές πλευρές της σημασιοδότησης με ισχυρή την επίδραση της ψυχανάλυσης του Lacan, όπου η σημασία συνάγεται ως ένα υποκείμενο-αποτέλεσμα (το υποκείμενο αποτελεί επίδραση του σημασιοδοτούντος).

Η άλλη είναι σημειωτική που ενδιαφέρεται να τονίζει την κοινωνική πλευρά της σημασιοδότησης, την πρακτική, αισθητική ή ιδεολογική χρήση της στη διαπροσωπική επικοινωνία: εκεί η σημασία συνάγεται ως σημαντική αξία, που παράγεται μέσω κοινών πολιτιστικών κωδίκων. (de Lauretis 1984, 167)

2.1 Σημεία

Ως είδος, οι άνθρωποι, μοιάζει να εμπνεόμαστε από την επιθυμία σημασιοδότησης (δηλαδή απόδοσης νοημάτων): πάνω απ' όλα είμαστε σίγουρα *Homo significans* – σημασιοδότες. Κι είναι αυτή η σημασιοδότηση που βρίσκεται στην καρδιά των ενδιαφερόντων της σημειωτικής. Στη σημειωτική, *'σημεία'* είναι μονάδες σημασίας που παίρνουν τη μορφή λέξεων, εικόνων, ήχων, ενεργειών, ή αντικειμένων. Τέτοια πράγματα δεν έχουν εγγενή σημασία και γίνονται σημεία μόνο όταν τους αποδώσουμε νόημα (σημασία). Ο Graeme Turner σημειώνει ότι για να μπορεί κάτι να χαρακτηρισθεί σημείο *«πρέπει να έχει φυσική μορφή, πρέπει να αναφέρεται σε κάτι άλλο από τον εαυτό του, και πρέπει να αναγνωρίζεται από τους άλλους χρήστες του σημειακού συστήματος»* (Turner 1992, 17).



Για τους αναλυτικούς σκοπούς της σημειωτικής (στην παράδοση του Saussure) κάθε σημείο αποτελείται από:

- Ένα '*σημαίνον*' (signifier) – η μορφή που παίρνει το σήμα, και
- Ένα '*σημαινόμενο*' (signified) – η έννοια που αναπαριστά.

Σήμερα, το σημαίνον ερμηνεύεται κανώς ως η υλική (ή φυσική) μορφή του σημείου – είναι κάτι που μπορούμε να δούμε, να ακούσουμε, να αγγίξουμε, να μυρίσουμε ή να γευτούμε. Το σημαινόμενο, από την άλλη πλευρά, είναι μια νοητική κατασκευή – δεν είναι υλικό αντικείμενο. Η σχέση μεταξύ σημαίνοντος και σημαινομένου αναφέρεται συνήθως ως σημασιοδότηση και αναπαρίσταται στο διάγραμμα του Saussure με ένα διπλό βέλος.

Ιδού ένα γλωσσολογικό παράδειγμα

Σημείο: η γραπτή λέξη 'δέντρο'

Σημαίνον: Τα γράμματα 'δ-έ-ν-τ-ρ-ο'

Σημαινόμενο: Η κατηγορία 'δέντρο'

Ενώ το βασικό υπόδειγμα του Saussure υιοθετείται γενικά, είναι περισσότερο υλιστικό από αυτό που είχε αναπτύξει ο ίδιος. Για τον Saussure τόσο το σημαίνον όσο και το σημαινόμενο αποτελούσαν μορφή και όχι ουσία (Innis 1986, 25).

> *Το (προφορικό) γλωσσικό σημείο ενώνει, όχι ένα αντικείμενο και ένα όνομα, αλλά μιαν έννοια και μιαν ηχητική εικόνα. Η τελευταία δεν είναι φυσικός ήχος, δηλαδή υλικό αντικείμενο, αλλά η ψυχολογική αποτύπωση του ήχου, η εντύπωση*

που κάνει στις αισθήσεις μας. Η ηχητική εικόνα είναι θέμα αισθήσεων, κι αν την ονομάζω υλική το κάνω με αυτό το νόημα μόνο, και για να την αντιπαραθέσω προς τον άλλο όρο της δυάδας, την έννοια, η οποία είναι γενικά περισσότερο αφηρημένη. (Saussure, στ0 Innis 1986, 36)

Όπως λέει ο Justin Lewis, *«το σημείο ενσωματώνει τόσο το σημαίνον όσο και το σημαινόμενο: είναι η υλική οντότητα που έχει αποκτήσει σημασία»* (Lewis 1991, 27). Ο Saussure τόνισε ότι το σημαίνον και το σημαινόμενο ήταν αδιαχώριστα όπως οι δύο όψεις του χαρτιού. Δεν υπάρχει σημείο - ή σημασία – χωρίς και ένα σημαίνον και ένα σημαινόμενο. Η διάκριση μεταξύ σημαίνοντος και σημαινομένου εξισώνεται καμιά φορά με το συνήθη δυαδισμό *'μορφής και περιεχομένου'* (e.g. Wells 1977, 3, Andersson & Trudgill 1992, 75). Μέσα σε ένα τέτοιο πλαίσιο το σημαίνον φαίνεται ως *μορφή* του σημείου και το σημαινόμενο ως *περιεχόμενο*. Πάντως, η μεταφορά της μορφής ως 'δοχείου' είναι προβληματική, και τείνει να υποστηρίξει την εξίσωση του περιεχομένου με τη *σημασία,* υπονοώντας ότι η σημασία μπορεί να εξαχθεί χωρίς ενεργητική διαδικασία ερμηνείας και ότι η μορφή δεν έχει σημασία καθεαυτή (Chandler 1995, 104-6; δες επίσης Noth 1990, 61 και O'Sullivan *et al.* 1994, 121-2).

Σημειώστε ότι σε αντίθεση προς το υπόδειγμα σημείου του Peirce (που αναπτύσσεται παρακάτω), το υπόδειγμα του Saussure αποκλείει την αναφορά σε αντικείμενο που υπάρχει στην υφήλιο (αναφορά γίνεται μόνο σε κάποια νοητή έννοια και σε 'ηχητική εικόνα'). Η αντίληψη της σημασίας είναι καθαρά *δομική* και *σχεσιακή* μάλλον παρά *αναφορική:* η σημασία των σημείων θεωρείται ότι έγκειται στη συστηματική σχέση μεταξύ τους μάλλον παρά στην αναφορά τους προς υλικά αντικείμενα. Αυτή η έννοια μπορεί να είναι δυσνόητη επειδή μπορεί να αισθανόμαστε ότι μια μεμονωμένη λέξη όπως το *'δέντρο'* έχει κάποια σημασία για μας, αλλά η σημασία της εξαρτάται από το πλαίσιο αναφοράς της σε σχέση με άλλες λέξεις μαζί με τις οποίες χρησιμοποιείται. Ο τρόπος που ο Saussure αντιλαμβάνεται τη σημασία είναι επίσης *διαφορικός*: τονίζει τις διαφορές μεταξύ των σημείων. Ισχυρίστηκε ότι *«οι έννοιες είναι καθαρά διαφορικές και ορίζονται όχι από το θετικό τους περιεχόμενο αλλά αρνητικά από τις σχέσεις τους με άλλους όρους του συστήματος. Το πιο ακριβές χαρακτηριστικό τους είναι ότι αποτελούν αυτό που τα άλλα δεν είναι»* (Saussure 1974, 117). Οι σημειωτιστές συμφωνούν ευρέως ότι τα σημεία κατανοούνται το ένα σε σχέση με το άλλο, αλλά ο Justin Lewis σημειώνει ότι μια έμφαση στις *διαφορές* μεταξύ των σημείων υποεκτιμά τη σημασία της *σύνδεσής* τους: *«η σημασία κάποιου πράγματος ... απορρέει από αυτό με το οποίο ομοιάζει όσο και από αυτό με το οποίο δεν ομοιάζει»* (Lewis 1991, 29). Το υπόδειγμα του Saussure με την έμφαση που δίνει στις εσωτερικές δομές ενός σημειακού συστήματος μπορεί να θεωρηθεί ότι υποστηρίζει την ιδέα πώς η γλώσσα δεν αντιπροσωπεύει την πραγματικότητα, αλλά μάλλον την *κατασκευάζει.* Πάντως, μερικοί επέκριναν την αποστασιοποίησή του από το κοινωνικό πλαίσιο (Gardiner 1992, 11).

Αν και το σημαίνον θεωρείται από τους χρήστες του ως *'αντιπρόσωπος'* του σημαινομένου, οι σωσσυριανοί σημειωτιστές τονίζουν ότι δεν υπάρχει *'εγγενής', 'άμεση'* ή *'διάφανη'* σχέση μεταξύ του σημαίνοντος και του σημαινομένου. Ο Saussure τόνισε την *αυθαιρεσία* του σημείου (δες Saussure, στο Innis 1986, 37-8).

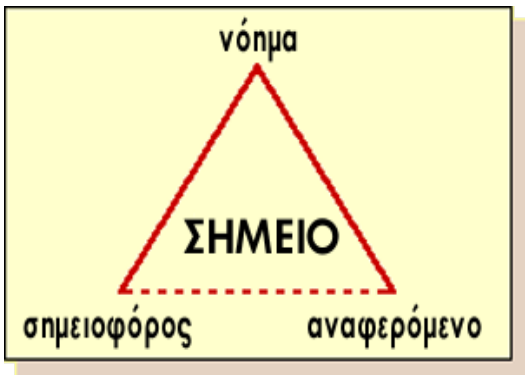
Επικεντρώθηκε στα γλωσσολογικά σημεία, θεωρώντας τη γλώσσα ως το σημαντικότερο σημειακό σύστημα: η αυθαιρεσία εντοπίσθηκε αργότερα ως κύριο *'σχεδιαστικό χαρακτηριστικό'* της γλώσσας. Ο John Fiske σχολιάζει ότι *«ο Saussure πίστευε πως η αυθαίρετη φύση της προφορικής γλώσσας είναι η κύρια αιτία της συνθετικότητας, της φινέτσας και της ικανότητάς της να εκτελεί ένα ευρύ φάσμα λειτουργιών»* (O'Sullivan *et al.* 1994, 288; δες Saussure στο Innis 1986, 38). Στο πλαίσιο της φυσικής γλώσσας ο Saussure τόνιζε ότι δεν υπάρχει αναγκαία, εγγενής ή *'φυσική'* σχέση μεταξύ του σημαίνοντος και του σημαινομένου – μεταξύ του ήχου ή του σχήματος μιας λέξης και της έννοιας στην οποίαν αναφέρεται. Η σχέση είναι καθαρά συμβατική – εξαρτώμενη από κοινωνικές και πολιτιστικές συμβάσεις. *«Η λέξη δέντρο σημαίνει αυτό που σημαίνει για μας, μόνο επειδή συμφωνούμε να της το επιτρέψουμε»* (Turner 1992, 13). Αυτό δε σημαίνει βέβαια ότι η μορφή της λέξης είναι τυχαία. Ο ίδιος ο Saussure σημείωσε ότι *«η γλώσσα δεν είναι εντελώς αυθαίρετη, αλλά διέπεται σε κάποια έκταση από τη λογική»* (στο Innis 1986, 42). Κάθε γλώσσα περιέχει διαφορετικές διακρίσεις μεταξύ ενός σημαίνοντος και ενός άλλου (π.χ. *'δέντρο'* και *'κέντρο'*) και μεταξύ ενός σημαινομένου και ενός άλλου (π.χ. *'δέντρο'* και *'θάμνος')*. Ο John Hartley προσθέτει ότι το σημαινόμενο είναι αυθαίρετο σε σχέση με *«το συνεχές φάσμα των αντιληπτών αισθητοεντυπώσεων του κόσμου»* (Hartley 1982, 17). Αν αποδεχθούμε το αυθαίρετο της σχέσης μεταξύ του σημαίνοντος και του σημαινομένου τότε μπορούμε να ισχυριστούμε κόντρα στη διαίσθησή μας ότι *«το σημαινόμενο επηρεάζεται από το σημαίνον»* (και όχι το αντίστροφο)» (Bignell 1997, 12; δες και Coward & Ellis 1977, 3). Το αυθαίρετο των σημείων βρίσκεται πίσω από την πρόθεση της ερμηνείας τους (και τη σημασία του πλαισίου αναφοράς). Τα σημεία έχουν πολλαπλές μάλλον παρά απλές σημασίες. Μέσα σε μια μόνη γλώσσα, ένα σημαίνον μπορεί να αναφέρεται σε πολλά σημαινόμενα (π.χ. ευφυολογήματα) και σε ένα σημαίνον μπορεί να αναφέρονται πολλά σημαίνοντα (π.χ. συνώνυμα). Μερικοί σχολιαστές επικρίνουν την ιδέα ότι η σχέση σημαίνοντος και σημαινομένου, ακόμη και στη γλώσσα, είναι εντελώς αυθαίρετη (π.χ. Lewis 1991, 29). Η ονοματοποιία ανακύπτει συχνά στη συζήτηση αυτή, αν και μερικοί σημειωτιστές απαντούν ότι αυτή ελάχιστα εξηγεί την ποικιλία που παρατηρούμε μεταξύ γλωσσών σε εκείνες τις λέξεις που χρησιμοποιούνται για να παριστούν τους ίδιους ήχους (π.χ. τους ήχους που βγάζουν γνωστά ζώα). Δε χρειάζεται να συνταχθούμε με την άποψη ότι η σχέση μεταξύ σημαίνοντος και σημαινομένου είναι αναγκαστικά εντελώς αυθαίρετη: ο John Tagg (απηχώντας την Αλτουσσεριανή Μαρξιστική ορολογία) αναφέρεται στη σχέση αυτή σε όρους *'σχετικής αυτονομίας'* (Tagg 1988, 167). Η *σχετική* συμβατικότητα της σχέσεως μεταξύ σημαινομένου και σημαίνοντος είναι κάτι στο οποίο θα επανέλθω παρακάτω.

Σε αντίθεση με την *'αυτοδύναμη δυάδα'* του Saussure, ο Charles Sanders Peirce πρότεινε μια τριάδα:

- Το **Αντιπροσωπεύον (Representamen):** η μορφή που παίρνει το σημείο (όχι αναγκαία υλική)
- Το **Ερμήνευμα (Interpretant):** *όχι* ο ερμηνευτής αλλά μάλλον η έννοια που αποδίδεται στο σημείο
- Το **Αντικείμενο(Object)**: στο οποίο αναφέρεται το σημείο.

Σημειώστε ότι το *ερμήνευμα* είναι κι αυτό ένα σημείο στο μυαλό του ερμηνευτή. Η φράση *'άπειρη σημείωσης'* χρησιμοποιείται για να αναφερθεί στον τρόπο με τον οποίον αυτή η διαδικασία θα οδηγούσε σε μια σειρά από διαδοχικά ερμηνεύματα (δυνητικά) *επ' άπειρον* (Noth 1990, 43). Κάθε αρχική ερμηνεία μπορεί να επανερμηνευθεί.

Παραλλαγές της τριάδας του Peirce παρουσιάζονται συχνά ως '*το σημειωτικό τρίγωνο*' ωσάν να υπήρχε μόνο μια εκδοχή. Ιδού μια εκδοχή που απαντάται συχνά κι η οποία αλλάζει μόνο τους ασυνήθιστους όρους του Peirce (Noth 1990, 89):



- **Σημειοφόρος (sign vehicle)**: μορφή του σημείου
- **Νόημα (sense)**: η έννοια που αποδίδει το σημείο
- **Αναφερόμενο (referent)**: αυτό που 'παριστά' το σημείο.

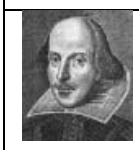
Η διακεκομμένη γραμμή στη βάση του τριγώνου έχει σκοπό να δείξει ότι δεν υπάρχει αναγκαία καμμιά ορατή σχέση μεταξύ του σημειοφόρου και του αναφερομένου. Σημειώστε ότι αντίθετα από το αφηρημένο *σημαινόμενο* του Saussure, το *αναφερόμενο* είναι ένα αντικείμενο του κόσμου. Δε χρειάζεται αυτό να αποκλείει την αναφορά σημείων σε αφηρημένες έννοιες και φανταστικές οντότητες όσο και σε φυσικά αντικείμενα, αλλά το υπόδειγμα του Peirce έχει θέση για μιαν αντικειμενική πραγματικότητα, κάτι που δε χαρακτηρίζει το υπόδειγμα του Saussure (αν και ο Peirce δεν ήταν αφελής ρεαλιστής και υποστήριζε ότι όλη μας η εμπειρία μεταδίδεται με σημεία).

Σημειώστε ότι οι σημειωτιστές (είτε σωσσυριανοί είτε περσιανοί) κάνουν τη διάκριση μεταξύ σημείου και 'σημειοφόρου' (το τελευταίο είναι *σημαίνον* για τους σωσσυριανούς και *αναπαριστών* για τους περσιανούς). Το σημείο είναι κάτι περισσότερο από σημειοφόρο (Noth 1990, 79). Ο όρος 'σημείο' χρησιμοποιείται καμμιά φορά χαλαρά, ούτως ώστε η διάκριση αυτή να μην τηρείται πάντα (ακόμη και ο Saussure και ο Peirce υπήρξαν ένοχοι γι' αυτό). Στο σωσσυριανό πλαίσιο,

παραδείγματος χάριν, η διάκριση μεταξύ του σημείου και του σημαίνοντος μπορεί να γίνει ασαφής.

Ως μη γλωσσικό παράδειγμα του τι συνιστά σημείο, η Judith Williamson προτείνει το παράδειγμα μιας διαφήμισης αρώματος. Εμφανίζεται ως κοντινή φωτογραφία του κεφαλιού και των ώμων της διάσημης γαλλίδας ηθοποιού Catherine Deneuve (το όνομά της εμφανίζεται με μικρά γράμματα). Στην κάτω δεξιά μεριά της διαφήμισης είναι η εικόνα ενός μπουκαλιού αρώματος με την επιγραφή Chanel No. 5. Κάτω από αυτό, με μεγάλα γράμματα, το όνομα του αρώματος επαναλαμβάνεται με το χαρακτηριστικό τυπογραφικό του στυλ. Στη διαφήμιση αυτή, το κύριο σημαίνον είναι το μπουκάλι του αρώματος, το σημαινόμενο είναι η γαλλική φινέτσα, λεπτότητα, κομψότητα, ομορφιά και αίγλη κι αυτό το σημαίνον και σημαινόμενο συνδυασμένα συνιστούν ένα σημείο που αποδίδει το νόημα ότι το Chanel No. 5 είναι κομψότητα και ομορφιά (Williamson 1978, 25; Leiss *et al.* 1990 201).

Αν κι ο Sau su ϵ τό ѵζε την αυθαίρετη φύση του γλωσσικού σημείου, οι περισσότεροι σημειωτιστές τονίζουν ότι τα σημεία διαφέρουν στο πόσο αυθαίρετα/συμβατικά (ή σε αντίθεση πόσο *'διάφανα'*) είναι. Ο συμβολισμός αντανακλά μόνο μια μορφή σχέσεως μεταξύ των σημαινόντων και των σημαινομένων τους. Ο Charles Peirce σημείωσε διαφορετικούς τύπους σχέσεων μεταξύ σημειοφόρων και των αναφερομένων τους και τρεις από τους όρους του για τις σχέσεις αυτές επαναλαμβάνονται σήμερα ευρέως σε μελέτες σημειωτικής. Προτιμούμε τον όρο του Terence Hawkes '*τύποι σχέσεων*' (Hawkes 1977, 129) από τον συμβατικότερο 'τύποι σημείων' για λόγους που εξηγούνται παρακάτω

	Σύμβολο/συμβολικό(symbol/symbolic): τύπος κατά τον οποίο το σημαίνον δεν ομοιάζει στο σημαινόμενο αλλά είναι αυθαίρετο ή καθαρά συμβατικό –ούτως ώστε η σχέση να πρέπει να διδαχθεί (π.χ. η λέξη ΄stop΄, το κόκκινο φανάρι, η εθνική σημαία, ένας αριθμός
	**Εικόνα/εικονικό(Icon/Iconic):** τύπος κατά τον οποίο το σημαίνον μοιάζει φυσικά μιμείται το σημαινόμενο (κατά τρόπο αναγνωρίσιμο: φαίνεται, ηχεί, δίνει την αφή, τη γεύση ή το άρωμα του σημαινομένου) – όντας όμοιο σε κάποιες από τις ιδιότητές του (π.χ. ένα πορτραίτο, ένα σχεδιάγραμμα, μια μακέτα, μια ονοματοποιία, 'ρεαλιστικοί' ήχοι στη μουσική, μουσικά εφέ σε ραδιοφωνικά έργα, ντουμπλαρισμένο ηχητικό κανάλι φιλμ, μιμητικές χειρονομίες)
	Ενδείκτης/Ενδεικτικός: τύπος κατά τον οποίο το σημαίνον συνδέεται άμεσα κατά κάποιον τρόπο (φυσικό ή τελεολογικό) με το σημαινόμενο – ο σύνδεσμος αυτός μπορεί να παρατηρηθεί ή να συναχθεί (πχ. καπνός, ανεμοδούρα, θερμόμετρο, ρολόι, αλφάδι, πατημασιά, δακτυλικό αποτύπωμα, χτύπος στην πόρτα, σφυγμός, εξανθήματα, πόνος)

Οι τρεις αυτοί τύποι ταξινομούνται εδώ σε σειρά μειούμενης συμβατικότητας σύμφωνα με τον Noth: *«Η αποκωδικοποίηση της ομοιότητας μιας εικόνας η μιας*

αναπαράστασης με το αντικείμενό της προϋποθέτει υψηλότερο βαθμό σύμβασης από την αποκωδικοποίηση σημείων που «κατευθύνουν υποχρεωτικά την προσοχή στα αντικείμενά τους» όπως ορίζει ο Peirce τον ενδείκτη (Noth 1990, 246). Μέσα σε κάθε μορφή τα σημεία ποικίλλουν επίσης όσον αφορά το βαθμό της αυθαιρεσίας/σύμβασης.

Σημειώστε ότι, ακριβώς επειδή ένα σημαίνον ομοιάζει με αυτό το οποίο παριστά, δε σημαίνει αναγκαία ότι είναι καθαρά εικονικό. Ο Peirce σημείωσε ότι μια φωτογραφία είναι ενδεικτική: *«οι φωτογραφίες, ειδικά οι στιγμιαίες, είναι πολύ ενημερωτικές, επειδή γνωρίζουμε ότι από μερικές απόψεις είναι ακριβώς όπως τα πράγματα που αναπαριστούν. Αλλά η ομοιότητα αυτή οφείλεται στο ότι οι φωτογραφίες έχουν παραχθεί κάτω από τέτοιες συνθήκες που υποχρεώθηκαν φυσικά να αντιστοιχούν σημείο προς σημείο στη φύση. Από την άποψη αυτή, λοιπόν, ανήκουν ....στην τάξη των σημείων ...φυσικής συσχέτισης (την ενδεικτική τάξη)»* (αναφέρεται στο Wollen 1969, 123-4). Έτσι, με την έννοια αυτή, κάθε ανεπεξέργαστη φωτογραφική ή κινηματογραφική εικόνα είναι ενδεικτική. Τέτοιες εικόνες μοιάζουν φυσικά με αυτό που απεικονίζουν και οι David Deacon *et al.* σχολιάζουν ότι ενώ *«από υλική άποψη, η φωτογραφική απεικόνιση είναι… ενδείκτης της επίδρασης του φωτός στο φωτογραφικό χαρτί πραγματική της δύναμη έγκειται στην εικονική της σημασιοδότηση»* (Deacon *et al.* 1999, 188). Πάντως, ο ενδεικτικός χαρακτήρας των εικόνων αυτών είναι που ενθαρρύνει τους ερμηνευτές να τις χρησιμοποιούν ως 'αντικειμενικά' ντοκουμέντα της 'πραγματικότητας'. Οι φωτογραφικές και κινηματογραφικές εικόνες μπορεί να είναι επίσης *συμβολικές:* σε μιαν εμπειρική μελέτη των τηλεοπτικών ειδήσεων, οι Davis και Walton βρήκαν ότι

Μια σχετικά μικρή αναλογία του συνολικού αριθμού πλάνων είναι εικονική ή *άμεσα* αναπαραστατική των ανθρώπων, τόπων και γεγονότων, που αποτελούν αντικείμενο των ειδήσεων. Μια μεγαλύτερη αναλογία εικόνων έχει πλάγια σχέση με τις ειδήσεις. Αναπαριστούν το αντικείμενο ενδεικτικά ή συμβολικά.(Davis & Walton 1983, 45)

Είναι εύκολο να ολισθήσει κανείς και να αναφερθεί στους τρείς τύπους του Peirce ως τύπους σημείων. Αλλά δεν είναι αναγκαία αμοιβαία αποκλειόμενοι: ένα σημείο μπορεί να είναι εικόνα, σύμβολο και ενδείκτης, ή οποιοσδήποτε συνδυασμός. *«Ένας χάρτης είναι ... ενδεικτικός (δείχνει που είναι διάφοροι τόποι) και εικονικός (αναπαριστά τόπους σε τοπογραφική σχέση μεταξύ τους) και συμβολικός (το σημειολογικό τους σύστημα πρέπει να διδαχθεί)»*(Danesi 1994a, 77). Ο κινηματογράφος και η τηλεόραση χρησιμοποιούν και τις τρεις μορφές: εικόνα (ήχος και εικόνα), σύμβολα (λόγος και γραπτό) και ενδείκτες (όπως είναι η επίδραση αυτού που κινηματογραφείται). Τα εικονικά σημεία υπερισχύουν, αν και μερικά κινηματογραφικά σημεία είναι αρκετά αυθαίρετα, όπως η σταδιακή εξαφάνιση που σημαίνει ότι θα ακολουθήσει απομνημονευμένη σκηνή.

Το αν ένα σημείο είναι συμβολικό, εικονικό ή ενδεικτικό εξαρτάται κυρίως από τον τρόπο που χρησιμοποιείται, ούτως ώστε τα 'τυπικά' παραδείγματα που επιλέγονται, για να επεξηγούν τους ποικίλους τρόπους, να είναι παραπλανητικά. Το ίδιο σημαίνον μπορεί να χρησιμοποιείται εικονικά σε ένα πλαίσιο και συμβολικά σε

ένα άλλο: η φωτογραφία μιας γυναίκας μπορεί να παριστά κάποια γενική κατηγορία, όπως είναι οι 'γυναίκες', ή μπορεί ειδικότερα να παριστά μόνο τη συγκεκριμένη γυναίκα, που φαίνεται στη φωτογραφία. Τα σημεία δεν μπορεί να ταξινομούνται σε όρους των τριών τύπων χωρίς αναφορά στους σκοπούς, που οι χρήστες τους έχουν μέσα στα συγκεκριμένα πλαίσια αναφοράς.

Εικονικά και ενδεικτικά σημεία είναι πιθανότερο να διαβάζονται ως 'φυσικά' σε σύγκριση με τα συμβολικά σημεία, όταν έχουμε συνηθίσει να βρίσκουμε τη σχέση μεταξύ του σημαίνοντος και του σημαινομένου. Αλλά ο Guy Cook σημειώνει ότι *«οι περισσότερες εικόνες μοιάζουν με τα σημαινόμενά τους από μερικές μόνον απόψεις»*. Μερικοί σημειωτιστές υποστηρίζουν ότι δεν υπάρχουν 'καθαρές' εικόνες – πάντοτε εμπλέκεται ένα στοιχείο πολιτιστικής σύμβασης. Ο Cook διερωτάται μήπως το εικονικό σημείο στην πόρτα μιας δημόσιας τουαλέτας ανδρών μοιάζει περισσότερο με γυναίκα παρά με άνδρα.

Για να είναι πραγματικά εικονικό ένα σημείο, θα έπρεπε να είναι διάφανο σε κάποιον που δεν το έχει δει ποτέ πριν – και φαίνεται απίθανο να συμβαίνει αυτό τόσο συχνά όσο υποθέτουμε μερικές φορές. Βλέπουμε την ομοιότητα όταν ήδη γνωρίζουμε τη σημασία. Αυτό είναι ειδικά σωστό με τις ονοματοποιημένες λέξεις, οι οποίες υποτίθεται ότι μιμούνται τον ήχο του αναφερομένου. Οι ρωσικές λέξεις *πουκνουτ* και *πυορνουτ* π.χ. θεωρούνται ονοματοποιίες από ρώσους ομιλητές, αλλά δεν είναι δυνατόν, για κάποιον που δε μιλά ρωσικά, να συναγάγει την έννοιά τους από τον ήχο και μόνο. (Cook 1992, 70)

Οι όροι '*κινήτρωση'* (motivation) και '*επιπροσδιορισμός'* (constraint) χρησιμοποιούνται καμμιά φορά για να περιγράψουν την έκταση στην οποία το σημαινόμενο καθορίζει το σημαίνον. Όσο περισσότερο επιπροσδιορίζεται το σημαίνον από το σημαινόμενο, τόσο περισσότερο κινητρωμένο είναι το σημείο: τα εικονικά σημεία είναι πολύ κινητρωμένα, τα συμβολικά δεν είναι. Όσο λιγότερο κινητρωμένο είναι το σημείο, τόσο περισσότερο χρειάζεται να μάθουμε τη συμφωνημένη σύμβαση για να το κατανοήσουμε (Fiske & Hartley 1978, 39). Πάντως, οι περισσότεροι σημειωτιστές ισχυρίζονται ότι όλα τα σημεία είναι συμβατικά. Ο Fiske δηλώνει ότι:

> *Η σύμβαση είναι αναγκαία για την κατανόηση οποιουδήποτε σημείου, όσο εικονικό ή ενδεικτικό κι αν είναι. Χρειάζεται να μάθουμε πώς να κατανοούμε μια φωτογραφία… Η σύμβαση είναι η κοινωνική διάσταση των σημείων… είναι η συμφωνία μεταξύ των χρηστών για τις αρμόζουσες χρήσεις κι αντιδράσεις σε ένα σημείο.* (Fiske 1982, 60)

Ο Saussure συνειδητοποιούσε ότι η σχέση μεταξύ σημαινομένου και σημαίνοντος στη γλώσσα άλλαζε διαχρονικά (στο Innis 1986, 42-3). Ο John Hartley γράφει ότι, *«διαχρονικά, αυτά που κάποτε ήταν κινητρωμένα σημεία μπορεί να γίνουν αυθαίρετα και να αλλάξει ριζικά το σημαινόμενό τους»* (Hartley 1982, 31). Πολλά σημεία, που η αρχική τους χρήση μπορούσε να χαρακτηρισθεί κινητρωμένη – είχε δηλαδή κάποιαν ευδιάκριτη σχέση προς το αναφερόμενό τους – κατέληξαν να χρησιμοποιούνται περισσότερο μεταφορικά, και μπορεί εκ των υστέρων να έχασαν ακόμη και τη μεταφορική τους έννοια για τους χρήστες τους. Είναι βέβαιο ότι μερικά από τα

γράμματα του ελληνικού και λατινικού αλφαβήτου, προέρχονται από εικονικά σημεία των αιγυπτιακών ιερογλυφικών. *«Σύμβολα του γραπτού λόγου μπορεί να μην είναι κατανοητά από αυτούς που δεν ανήκουν στο συγκεκριμένο πολιτισμό, αλλά κάθε σύμβολο μέσα σ'αυτό τον πολιτισμό μεταφέρει αναγκαστικά μιαν ολόκληρη ιστορία αναπαράστασης, σύνδεσης και σχέσης»* (Barry 1997, 119). Κατά συνέπεια, μερικοί θεωρητικοί επιμένουν ότι *«τα σημεία δεν είναι ποτέ αυθαίρετα»* (Kress & van Leeuwen 1996, 7), δίνοντας έμφαση στην κινήτρωση των χρηστών των σημείων μάλλον παρά του ιδίου του σημείου (Hodge & Kress 1988, 21-2).

Η διάκριση μεταξύ τύπου και συμβόλου, σε σχέση με τα σημεία, είναι σημαντική σε όρους κοινωνικής σημειωτικής, όχι ως απόλυτη ιδιότητα του σημειοφόρου αλλά μόνο στην έκταση που επηρεάζει αυτούς που εμπλέκονται στη χρήση του σημείου σε κάποια δεδομένη κατάσταση (για ειδικούς σκοπούς). Επί παραδείγματι, ελάχιστες διαφορές σε κάποιο σχέδιο μπορεί για μεν τους χαρτοπαίκτες να αποτελούν θέμα ζωής ή θανάτου, όταν αφορούν παραλλαγές του σχεδίου στο πίσω μέρος των φύλλων της ίδιας τράπουλας, ενώ για τους συλλέκτες οι διαφορές στο στυλ των σχεδίων κάθε τύπου φύλλου (π.χ. του άσσου σπαθί) μπορεί να εκτιμώνται ιδιαίτερα ως διακεκριμένο χαρακτηριστικό διαφορετικών τραπουλών.

Θίξαμε την προβληματική διάκριση μεταξύ μορφής και περιεχομένου. Ο γλωσσολόγος Louis Hjelmslev (1963) προσπάθησε να λύσει το πρόβλημα εισάγοντας την έννοια ότι τόσο η *έκφραση* όσο και το *περιεχόμενο* έχουν *ουσία* και *μορφή*. Στο πλαίσιο αυτό τα σημεία έχουν τέσσερις διαστάσεις. Ο θεωρητικός του κινηματογράφου Christian Metz υιοθέτησε τη παρακάτω μήτρα (Tudor 1974, 110; Baggaley & Duck 1976, 149; Metz 1981)

	Ουσία	**Μορφή**
Σημαινόμενα: ' επίπεδο *περιεχομένου*' (Hje lmslev/Barthes)	*Ουσία περιεχομένου* 'ανθρώπινο περιεχόμενο' (Metz), κόσμος του κειμένου, θέμα, genre	*Μορφή περιεχομένου*: 'σημαντική δομή' (Baggaley & Duck), 'θεματική δομή' (περιλαμβανομένης της αφήγησης) (Metz)
Σημαίνοντα: 'επίπεδο *έκφρασης*' (Hjelmslev/Barthes)	*Ουσία της έκφρασης*: φυσικά υλικά του μέσου (π.χ. εικόνες και ήχοι)	*Μορφή της έκφρασης*: τυπική συντακτική δομή, τεχνική και ύφος (*μεγάλη συνταγματική του* Metz)

Χρησιμοποιώντας ένα υπόδειγμα βασισμένο σ' αυτό του Roman Jakobson (προσαρμοσμένο από τον Dell Hymes), οι Thwaites *et al.* αναφέρουν επτά λειτουργίες του σημείου, που τις θεωρούν όλες *'αναγκαίες για κάθε δραστηριότητα σημειοδότησης'* (Thwaites *et al.* 1994, 18).

Λειτουργίες σημασίας

- *αναφορικές*: αναφέρεται σε κάποιο περιεχόμενο
- *μεταγλωσσικές*: προτείνει τους κώδικες μέσα στους οποίους το σημείο μπορεί να ερμηνευθεί
- *τυπικές*: η τυπική του δομή και φόρμα

Λειτουργίες προσαγόρευσης

- *εκφραστικές*: δημιουργία ενός αγορητή (πρόσωπο συγγραφέα);
- *παρορμητικές*: δημιουργία ενός προσαγορευόμενου (ιδεώδης αναγνώστης);
- *φατικές*: δημιουργία της σχέσης μεταξύ αγορητή και προσαγορευόμενου;

Λειτουργίες πλαισίου

- η κοινωνική περίσταση μέσα στην οποία λειτουργεί το σημείο (*ibid.*, 7-19; δες επίσης Stam *et al.* 1992, 15-17, Guiraud 1975, 6ff και Fiske & Hartley 1978, 83-4).

Από μια σκοπιά καθαρά *κοινωνικής σημειωτικής*, οι Gunther Kress και Theo van Leeuwen διασκευάζουν ένα γλωσσολογικό υπόδειγμα του Michael Halliday και επιμένουν ότι κάθε σημειωτικό σύστημα έχει τρεις ουσιώδεις *μεταλειτουργίες*:

- την *ιδεατή* μεταλειτουργία – «*να αναπαριστά, με μιαν αναφορική η ψευδο-αναφορική έννοια, πλευρές του κόσμου των εμπειριών έξω από το συγκεκριμένο σύστημα σημείων*»
- τη *διαπροσωπική* μεταλειτουργία – «*να προβάλει τις σχέσεις μεταξύ του παραγωγού ενός σημείου… και του δέκτη/αναπαραγωγού του σημείου αυτού*»
- την *κειμενική* μεταλειτουργία – «*να δημιουργεί κείμενα, συμπλέγματα σημείων συνεπή εσωτερικά αλλά και μέσα στο πλαίσιο εντός του οποίου και για το οποίο παράγονται*» (Kress & van Leeuwen 1996, 40-41)

Ειδικά σημειωτικά συστήματα ονομάζονται κώδικες.

2.2 Η επικοινωνία στα μαθηματικά: μια σημειωτική προσέγγιση[1]

Καθοριστικός είναι ο ρόλος της επικοινωνίας στη δόμηση και ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης και πράξης πέρα από κάθε αμφισβήτηση. Η παρατήρηση μιας μαθηματικής δραστηριότητας ή ενέργειας σε οποιοδήποτε επίπεδο οδηγεί στη διαπίστωση ότι οι συμμετέχοντες εμπλέκονται σε μια διαδικασία επικοινωνίας, είτε ασχολούνται με τη μελέτη ή τη σύνταξη γραπτών κειμένων, που υπακούουν σε τυπικούς (formal) κανόνες, είτε συνδιαλέγονται μεταξύ τους προφορικά (άτυπη -

[1] Άρθρο του Χ. Σακονίδη *Μαθηματικά σημεία και σύμβολα: σημειωτικές, ψυχολογικές και παιδαγωγικές αναζητήσεις*

informal - επικοινωνία), συζητώντας, χειρονομώντας, σχεδιάζοντας εικόνες/ διαγράμματα κτλ. Σε κάθε περίπτωση ο λόγος που παράγεται αποτελείται από μίξη λέξεων, προτάσεων και εκφράσεων της καθημερινής γλώσσας με μαθηματικά σημάδια, σημεία, σύμβολα, διαγράμματα και σχήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται με κάποιο συστηματικό και από πριν συμφωνημένο τρόπο.

Το παραπάνω πλαίσιο αποτυπώνει τη γνωστή από τη βιβλιογραφία σχέση μεταξύ γλώσσας και μαθηματικών. Η σχέση αυτή μπορεί να ερμηνευτεί με δύο τρόπους, που ο ένας δεν αποκλείει τον άλλο: η γλώσσα μπορεί να θεωρηθεί ως αναπόσπαστο και σημαντικό μέρος της οικοδόμησης της μαθηματικής γνώσης ή τα μαθηματικά μπορούν να θεωρηθούν κατεξοχήν δραστηριότητα γλωσσικού χαρακτήρα. Η γλωσσική φύση των μαθηματικών έχει απασχολήσει αρκετούς ερευνητές στο χώρο της μαθηματικής εκπαίδευσης. Ο Brown (1996) υποστηρίζει, για παράδειγμα, ότι τα μαθηματικά είναι μια γλώσσα, ο Pimm (1987) προσδιορίζει τη σχέση μεταξύ μαθηματικών και γλώσσας ως σχέση αναλογίας και ο Wittgenstein (1974) θεωρεί ότι η μαθηματική γνώση και αλήθεια βασίζονται σε γλωσσικές συμβάσεις. Ο Vile (1996) αποδίδει την έλλειψη συμφωνίας για τη διαλεκτική σχέση μαθηματικών/ γλώσσας στις διάφορες θεωρητικές προσεγγίσεις οι οποίες ανταγωνίζονται μέσα στο ίδιο οντολογικό πλαίσιο που συνίσταται στη διάκριση της εμπειρίας σε εσωτερική και εξωτερική. Ο ίδιος υιοθετεί την τριχοτόμηση της εμπειρίας που υιοθέτησε ο Peirce. Ο Peirce (1868), για να αντιμετωπίσει το διαχωρισμό του υποκειμενικού από το αντικειμενικό με έννοιες σημειωτικής, εισήγαγε μια τρίτη κατηγορία, την *αναπαράσταση (σημείο)* και υιοθέτησε την έννοια του *ερμηνευτή* ως το τρίτο στοιχείο στο σημειωτικό τρίγωνο (σχήμα 1).

> *«Ένα σημείο είναι κάτι που αντικαθιστά κάτι άλλο για κάποιον άνθρωπο μέσω κάποιας σχέσης ή ικανότητας. Απευθύνεται σε κάποιον, δηλαδή δημιουργεί στο νου αυτού του προσώπου ένα ισοδύναμο σημείο, ή ίσως ένα πιο αναπτυγμένο σημείο. Αυτό το σημείο που δημιουργεί το ονομάζω ερμηνευτή του πρώτου σημείου. Το σημείο παίρνει τη θέση κάποιου, του αντικειμένου» (Peirce 1955 στο Παπαγιώργης, επιμ. και μετφ., 1981).*

Σχήμα 1: Το σημειωτικό τρίγωνο (Peirce, 1897 στο Vile 1996)

Η αξία του ορισμού αυτού εντοπίζεται στο ότι **(i)** συνδέει τα αντικείμενα του πραγματικού κόσμου με τα σημεία που τα αναπαριστούν, **(ii)** εξαρτά τη σημασία ενός σημείου από τη γνώση που έχει ο ερμηνευτής για τον κόσμο και από την ικανότητά του να ερμηνεύει νέα σημεία και **(iii)** ενεργοποιεί την έννοια της '*πληροφορίας*' δηλώνοντας ότι το αντικείμενο είναι εκείνο που επιβάλλει τη φόρμα του στο σημείο, καθορίζοντας έτσι τη δομή του.

Στο πλαίσιο αυτής της αντίληψης, κατά τον Vile, τα μαθηματικά αντιμετωπίζονται ως ανθρώπινη προσπάθεια που παρακινείται από το σημείο και επιτυγχάνεται με τη μεσολάβησή του· πρόκειται για διαδικασία αλληλεπίδρασης μεταξύ ατόμων και πολιτισμών στην προσπάθεια δημιουργίας μαθηματικών νοημάτων μέσα στο ιστορικό και κοινωνικό γίγνεσθαι και στο φως των εμπειριών μας γι' αυτό.

> *«Μια σημειωτική περιγραφή των μαθηματικών συνδέεται με μια οντολογία (και επιστημολογία) η οποία αντικαθιστά τη δυαδικότητα υποκείμενο- αντικείμενο με την τριαδικότητα σημείο- αντικείμενο- ερμηνευτής και με μια συσχετιζόμενη τριμερή διαίρεση της εμπειρίας. Θέλω να προτείνω ότι η υιοθέτηση αυτής της τριαδικής περιγραφής του τρόπου με τον οποίο αλληλεπιδρούν τα σημεία και ο κόσμος μπορεί να διαμορφώσει ένα πλαίσιο συζήτησης για τη φύση των μαθηματικών, της μαθηματικής δραστηριότητας (και της μαθηματικής εκπαίδευσης) το οποίο θα εξασφάλιζε ένα χώρο μεταφοράς (metaphorical space) όπου μπορούν να συνυπάρξουν οι φανερά διαφορετικές μεταξύ τους απόψεις για την κοινωνική και γλωσσική φύση των μαθηματικών» (Viele, 1996).*

Η παραπάνω σημειωτική θεώρηση ενέχει το πλεονέκτημα της παρουσίασης των μαθηματικών ως μιας ανθρώπινης δραστηριότητας που εξελίσσεται ενεργητικά, η αντικειμενικότητα της οποίας δεν είναι προκαθορισμένη αλλά ερμηνεύεται τόσο στο ατομικό όσο και στο κοινωνικό επίπεδο και είναι προσβάσιμη μέσω των σημείων και των συμβόλων της.

2.3 Σημείο, σύμβολο και η σχέση τους με το αντικείμενο στα μαθηματικά

Από πολύ νωρίς η μαθηματική επιστήμη προχώρησε στην εισαγωγή και χρήση μιας μεγάλης ποικιλίας σημείων για την επεξεργασία και την ανάπτυξη των μαθηματικών ιδεών, καθιστώντας καθοριστικό το ρόλο τους στην περαιτέρω εξέλιξή της. Με το πέρασμα του χρόνου, μόνο ένας αριθμός τους επιβίωσε με κυριότερη αιτία, μεταξύ των άλλων, την ανταπόκριση στους νόμους της ευχρηστίας, της συνέπειας και της λειτουργικότητας. Η ενότητα αυτή εξετάζει τη σχέση μεταξύ σημείου και αντικειμένου με ιδιαίτερη αναφορά στα μαθηματικά.

Η μελέτη των σημείων σε οποιοδήποτε γνωστικό πεδίο προϋποθέτει τη διερεύνηση της φύσης της σχέσης μεταξύ σημείου και αντικειμένου. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω ο Peirce (1955) διακρίνει τρεις τύπους σημείων με βάση αυτή τη σχέση: **Εικόνα/εικονικός** (όταν υπάρχουν κοινές ιδιότητες του σημείου και του αντικειμένου π.χ. ο χάρακας και η ευθεία γραμμή), **Ενδείκτης/ενδεικτικός** (όταν η σχέση μεταξύ σημείου και αντικειμένου καθορίζεται από την επιρροή που ασκεί το αντικείμενο στο πλαίσιο που διαμορφώνεται, δηλαδή η σημασία της εξαρτάται από τα συν-κείμενα (context) π.χ. η πτώση του δείκτη ενός βαρομέτρου) και το **Σύμβολο/συμβολικός** (όταν η σχέση σημείου-αντικειμένου καθορίζεται συμβατικά π.χ. «5»). Γίνεται φανερό ότι η εικόνα αποτελεί τον απλούστερο τύπο σημείου και το σύμβολο τον πιο σύνθετο. Επιπλέον, υπάρχει μια σχέση εγκλεισμού μεταξύ των εικόνων, των δεικτών και των συμβόλων: κάθε δείκτης περιέχει μια εικόνα και κάθε σύμβολο ένα δείκτη.

Συνεπώς, στο πλαίσιο αυτό, η εικόνα συνδέει μία εικόνα με μία προηγούμενη, η οποία απλώνεται από το παρόν στο παρελθόν, ο δείκτης περικλείει μια συνέχεια που συνδέεται με το χαρακτήρα του πλαισίου που διαμορφώνεται, δηλαδή έχει το χαρακτήρα της παρούσας εμπειρίας και τέλος, το σύμβολο βιώνεται μόνο αν πληρούνται ορισμένες προϋποθέσεις και επομένως, σε σχέση με το ομοίωμα και το δείκτη, είναι ανεξάρτητο του χρόνου και του χώρου και γι' αυτό αποτελεί το πιο κυρίαρχο σημείο.

Την ίδια περίπου εποχή που γίνεται γνωστό το έργο του Peirce αλλά ανεξάρτητα από αυτό, ο Saussure (1974) καθιερώνει την επιστήμη της σημειολογίας ως τον κλάδο *«που μελετά τη ζωή των (γλωσσικών) σημείων μέσα στην κοινωνία ... (που) φανερώνει από τι συγκροτούνται τα σημεία, ποιοι νόμοι τα διέπουν»*. Ο Saussure δεν ενδιαφερόταν για τα μη γλωσσικά σημεία, ωστόσο, η θεωρία του και ειδικότερα η διάκριση μεταξύ σημαινόμενου (signified) και σημαίνοντος (signifier) και η αρχή ότι η σχέση μεταξύ σημαινόμενου και σημαίνοντος είναι αυθαίρετη, επηρέασε ιδιαίτερα το πεδίο της σημειωτικής.

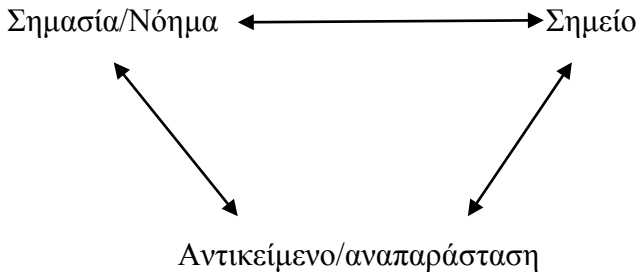
Αρκετά νωρίτερα ο Morris (1938), κινούμενος σε γενικές γραμμές στο ίδιο θεωρητικό πλαίσιο με τον Peirce, είχε θεωρήσει ότι το σύμβολο ως ειδική περίπτωση σημείου που παράγεται συμβατικά και έχει μια συμβατική, συνήθως αυθαίρετη σχέση με αυτό που συμβολίζει. Όσον αφορά τη σχέση μεταξύ συμβόλου και αντικειμένου, ο Morris διακρίνει επίσης τα σύμβολα από τα ομοιώματα. Το γεγονός, για παράδειγμα, ότι τα γράμματα χ, ψ, z χρησιμοποιούνται για να αναπαραστήσουν μεταβλητές, ενώ τα γράμματα α, β, γ για να αναπαραστήσουν παραμέτρους είναι τελείως αυθαίρετο. Ωστόσο, το σημείο «>» στη σχέση «α>β» είναι ομοίωμα όσον αφορά τη σχέση διάταξης που αναπαριστά, ενώ η έκφραση *«το α είναι μεγαλύτερο από το β»* είναι και πάλι συμβολική.

Ο Chao (1968) εισάγει την ιδέα του *«συμβόλου ενός συμβόλου»* σύμφωνα με την οποία ένα σύμβολο μπορεί να συμβολίζει ένα άλλο. Για παράδειγμα, η γλώσσα είναι το σύμβολο των πραγμάτων, ενώ ο γραπτός λόγος είναι το σύμβολο της γλώσσας. Ο Chao κάνει δύο σημαντικές για τα μαθηματικά παρατηρήσεις: στην τυπική λογική και στα μαθηματικά είναι συχνά απαραίτητος ο επάλληλος συμβολισμός, για παράδειγμα, η καθημερινή γλώσσα σε ένα μετα-επίπεδο (μετα-γλώσσα) χρησιμοποιείται για να '*μιλήσουμε*' για τα μαθηματικά σύμβολα (πρώτης τάξης γλώσσα). Επιπρόσθετα, η διάκριση μεταξύ αντικατάστασης (ή μετονομασίας) και συμβολισμού είναι απαραίτητη π.χ. το σύμβολο Α στον τύπο της εύρεσης του εμβαδού ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου Α= π x μ δεν είναι σύμβολο για το σύμβολο π x μ, αλλά ένα άλλο σύμβολο γι' αυτό που συμβολίζεται από το π x μ.

Τα μαθηματικά, ως ο κατεξοχήν χώρος των σημείων και των συμβόλων, αποτέλεσαν πεδίο μελέτης πολλών θεωρητικών του είδους. Η Langer (1955) υποστηρίζει ότι *«.. η μυστική δύναμη των μαθηματικών .. (βρίσκεται) .. στο γεγονός ότι ένας μαθηματικός δεν ισχυρίζεται ότι λέει κάτι για την ύπαρξη, την πραγματικότητα ή την αποτελεσματικότητα των πραγμάτων. Φροντίδα του είναι η δυνατότητα συμβολισμού των πραγμάτων και των πιθανών σχέσεών τους. Οι 'οντότητές' του δεν είναι 'δεδομένα' αλλά 'έννοιες'»*. Και ο Peirce (στο Eisele, 1964) υπογραμμίζει την

εννοιολογική φύση των μαθηματικών θεωρώντας ότι όλα τα αντικείμενα του μαθηματικού συλλογισμού είναι υποθετικά. Ισχυρίζεται, ωστόσο, ότι τα αρχικά αντικείμενα του συλλογισμού είναι διαγραμματικά και οι διαδικασίες που εμπλέκονται σε αυτόν καθοδηγούνται από τους χειρισμούς αυτής της συγκεκριμένης αναπαράστασης. Κατά συνέπεια η φύση των μαθηματικών, κατά τον Peirce, είναι τόσο αντιληπτική όσο και εννοιολογική.

Ο Peirce διατυπώνει την άποψη ότι *«όλη η σκέψη πραγματοποιείται με σημεία»* και η *διαδικασία σημείωσης* (signing process) συνίσταται στην τριαδική συσχέτιση μεταξύ των (συγκεκριμένων) *αντικειμένων* που εμπλέκονται στο πρόβλημα, των *σημείων* που αναπαριστούν αυτά τα αντικείμενα και της απόδοσης *νοήματος* ή *σημασίας* στα σημεία. Το σημείο αντικαθιστά το αντικείμενο, αναφέρεται σε αυτό αλλά είναι περισσότερο διαθέσιμο από το ίδιο το αντικείμενο (Langer, 1955) (σχήμα 2).



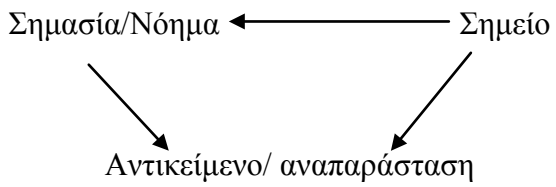
Σχήμα 2: Διαδικασία σημείωσης (Chaffe- Stengel και Noddings, 1982)

Κατά τη Langer, δεν υπάρχει κάποιος επιβεβλημένος, γραμμικός τρόπος μετάβασης από ένα στοιχείο της *διαδικασίας σημείωσης* σε άλλο. Στις περισσότερες περιπτώσεις τα στοιχεία συνυπάρχουν: τα σημεία χρησιμοποιούνται στη συγκεκριμένη (concrete) αναπαράσταση του προβλήματος για να '*αιχμαλωτίσουν*' τις σημαντικές, αμοιβαίες σχέσεις.

Η έννοια που αποδίδει η Langer στη *διαδικασία σημείωσης* διαφέρει από αυτήν των Huttenlocher και Higgins (1978 στο Chaffe-Stengel και Noddings, 1982). Οι τελευταίοι υποστηρίζουν ότι παρά το γεγονός ότι δεν υπάρχει κάποιος επιβεβλημένος, γραμμικός τρόπος μετάβασης από ένα στοιχείο της *διαδικασίας σημείωσης* σε άλλο, ωστόσο υπάρχει μια σειρά η οποία έχει καθιερωθεί από συνήθεια και έχει μεγαλύτερες πιθανότητες από κάθε άλλη να ενεργοποιήσει τα στοιχεία της *διαδικασίας σημείωσης* (Σχήμα 3).

Οι Huttenlocher και Higgins (1975) διακρίνουν τη διαδικασία σημείωσης από μια πλήρως αναπτυγμένη *διαδικασία συμβολισμού* (symbolic process) με βάση το γεγονός ότι στην τελευταία η λειτουργία των δεσμών συνίσταται στην ανάκληση των στοιχείων τα οποία συνδέονται. Η Langer (στο Chaffe-Stengel και Noddings, 1982) κάνει την ίδια διάκριση όταν γράφει: *«τα σύμβολα δεν είναι πληρεξούσια των αντικειμένων αλλά οχήματα για τη σύλληψη των αντικειμένων.... τα σημεία ανακοινώνουν τα αντικείμενα (σε μας), ενώ τα σύμβολα (μας) οδηγούν στο να συλλάβουμε τα αντικείμενά τους»*. Ωστόσο, οι Huttenlocher και Higgins προχωρούν περισσότερο, καθώς θεωρούν ότι η διαδικασία συμβολισμού περιλαμβάνει μια

αμετάβλητη λειτουργική σχέση ανάμεσα στα στοιχεία και άρα είναι διπλής κατεύθυνσης. Επομένως, ο τρόπος με τον οποίο αντιλαμβάνονται τη διαδικασία συμβολισμού είναι παρόμοιος με αυτόν της σημείωσης (σχήμα 3).

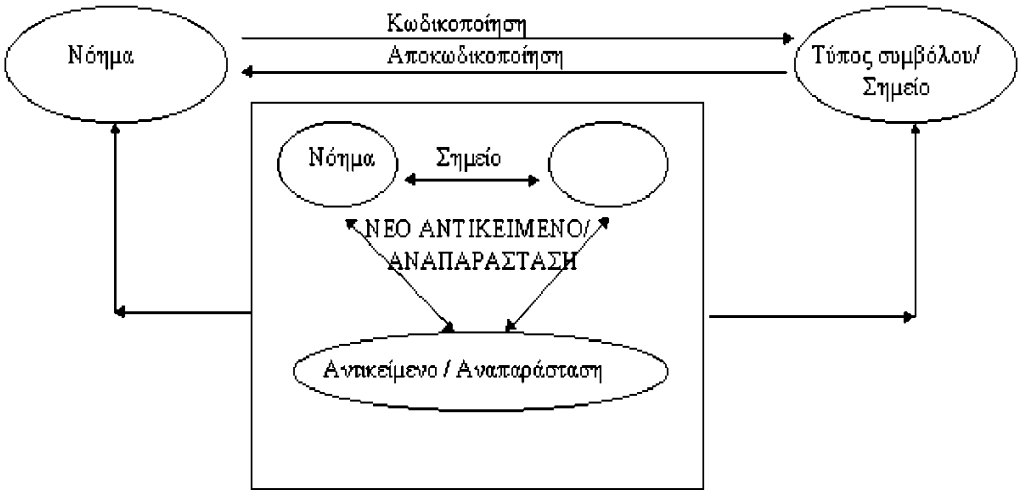


Σχήμα 3: Διαδικασία ση μείωσης κατά Huttenlo cher και Higgins (Chaffe-Stengel και Noddings, 1982)

Οι Chaffe-Stengel και Noddings συμφωνούν με το γεγονός ότι οι συμβολικές σχέσεις είναι, κατά κάποιο τρόπο, αμετάβλητες, θεωρούν, ωστόσο, ότι οι διαδικασίες συμβολισμού δε διαφέρουν πολύ από αυτές της σημείωσης. Συγκεκριμένα υποστηρίζουν ότι η διαδικασία συμβολισμού είναι ριζωμένη και απορρέει από τη διαδικασία σημείωσης. Εξετάζοντας το σχήμα που προτείνεται από τους ίδιους (βλ. σχήμα 4) διαφαίνεται ότι:

- ο πυρήνας της διαδικασίας συμβολισμού εντοπίζεται σε μια αμετάβλητη, ένα-προς-ένα συσχέτιση του σημείου με το αντικείμενο, η οποία διατηρείται κατά τη διάρκεια επαναλαμβανόμενων διαδικασιών συμβολισμού,
- η συμβολική κατανόηση στηρίζεται σε διαδικασίες σημείωσης,
- η συμβολική κατανόηση αυξάνεται με επαναλαμβανόμενες επεκτάσεις της βασικής τριαδικής σχέσης που συνδέει σημείο, αντικείμενο και σημασία,
- διαδοχικές επαναλήψεις πάνω στην αρχική διαδικασία σημείωσης ενοποιούν το νέο σύμβολο σε κάποια υπάρχουσα συμβολική κατανόηση, θέτοντας το νέο σύμβολο σε αντίθεση και σύγκριση με υπάρχοντα σύμβολα και
- διαδοχικές επαναλήψεις πάνω στην αρχική διαδικασία σημείωσης επιφέρουν μικρές διαφοροποιήσεις στο αρχικό νόημα που επιτεύχθηκε στο επίπεδο της σημείωσης.

Οι Chaffe-Stengel και Noddings περιγράφουν τον τρόπο με τον οποίο χρησιμοποίησαν την παραπάνω σημειωτική ανάλυση για να διδάξουν τη συμβολική κατανόηση των ρητών αριθμών και συγκεκριμένα την πρόσθεση ετερώνυμων κλασμάτων. Μέσα από μια ακολουθία εννοιών, οι οποίες διευκολύνουν τη μετάβαση από τις πράξεις με φυσικούς αριθμούς στις πράξεις με κλάσματα και με την ανάδειξη κατά τη διαδικασία του γεγονότος ότι οι πράξεις είναι συνεπείς/ σταθερές σε όλη την τάξη των ρητών αριθμών, οι συγγραφείς πιστεύουν ότι οι μαθητές που έχουν επιτύχει τη συμβολική ενοποίηση των φυσικών αριθμών ενθαρρύνονται να χρησιμοποιήσουν αυτό το είδος κατανόησης για να διευκολυνθούν στην κατανόηση όλων των ρητών αριθμών.



Σχήμα 4: Αναπαράσταση της διαδικασίας συμβολισμού (Chaffe-Stengel και Noddings, 1982)

Στην ενότητα αυτή εξετάστηκε η σχέση μεταξύ σημείων και συμβόλων και η σχέση των διαδικασιών σημείωσης και συμβολισμού. Η πληθώρα σημείων και κυρίως συμβόλων που χρησιμοποιούνται στα μαθηματικά αποδίδει κεντρικό ρόλο στην ικανότητα χειρισμού τους ως προς την κατανόηση του αντικειμένου. Ο επιτυχής χειρισμός ενός μαθηματικού συμβόλου προϋποθέτει τη σύνδεση από το χρήστη του συμβόλου με κάποιο νόημα μέσα από τη διαδικασία συμβολισμού και σε τέτοιο βαθμό γενίκευσης, ώστε το σύμβολο δεν είναι απλώς ένα σημαίνον ενός αντικειμένου αλλά μετατρέπεται το ίδιο σε αντικείμενο για χειρισμό. Στην επόμενη ενότητα εξετάζεται ο ρόλος των μαθηματικών συμβόλων στην κατανόηση και στη μάθηση των σχολικών μαθηματικών.

2.4 Τα σύμβολα και ο ρόλος τους στην κατανόηση των μαθηματικών

Ο μαθηματικός συμβολισμός αποτελεί ένα από τα ισχυρότερα μέσα έκφρασης των μαθηματικών. Η χρήση συμβόλων για την αναπαράσταση των μαθηματικών ιδεών συνέβαλε σημαντικά στη εντυπωσιακή εξέλιξη της μαθηματικής επιστήμης, εφοδιάζοντας τη σκέψη με ένα ευέλικτο και οικονομικό εργαλείο. Η εκτεταμένη αυτή χρήση συμβόλων στα μαθηματικά επηρέασε το περιεχόμενο και τη διδασκαλία του μαθήματος στο σχολείο. Από τα πρώτα χρόνια και με την πάροδο του χρόνου, τα παιδιά γνωρίζονται μ' ένα σημαντικό αριθμό συμβόλων. Η έρευνα έχει επανειλημμένα ασχοληθεί με αυτό το κομμάτι των σχολικών μαθηματικών, εστιάζοντας το ενδιαφέρον στα χαρακτηριστικά του μαθηματικού συμβολισμού και στον τρόπο με τον οποίο οι μαθητές και οι εκπαιδευτικοί χειρίζονται το συμβολικό σύστημα των μαθηματικών.

Ο Skemp (1971) γράφει ότι *«η χρήση των συμβόλων είναι εκείνη με την οποία επιτυγχάνουμε τον εθελοντικό έλεγχο της σκέψης»* και αποδίδει στο μαθηματικό συμβολισμό έναν αριθμό λειτουργιών, όπως επικοινωνία, ταξινόμηση, επεξήγηση, διευκόλυνση διαλογισμού, αυτοματοποίηση συχνά επαναλαμβανόμενων χειρισμών,

κατανόηση, κάθε δημιουργική διανοητική δραστηριότητα κτλ. Υποστηρίζει ότι τα σύμβολα λειτουργούν ως γέφυρες μεταξύ των σκέψεων και του εξωτερικού κόσμου και δανείζεται από τον Chomsky τους όρους «*επιφανειακή δομή (surface structure)*» και «*βαθιά δομή (deep structure)*» για να αναπαραστήσει τους δύο αυτούς κόσμους αντίστοιχα. Επεκτείνοντας αυτήν την αντίληψη, οι Byers και Erlwanger (1984) αναπτύσσουν την άποψη ότι τα μαθηματικά ως επιστημονικός κλάδος διακρίνονται από μια δυαδικότητα, αυτήν του *«περιεχομένου»* και της *«φόρμας»*. Η τελευταία εξελίσσεται και αλλάζει εξαιτίας της ανάγκης να εκφράσει τις ιδιότητες ενός *«αυξανόμενου αποθεματικού μαθηματικών αντικειμένων»*. Κεντρικό σημείο της μαθηματικής δραστηριότητας αποτελεί η ικανότητα χειρισμού συμβόλων και η ταυτόχρονη διατήρηση της συνειδητοποίησης των εννοιών που δηλώνουν αυτά τα σύμβολα. Για το λόγο αυτό, η επιτυχία ενός παιδιού στα μαθηματικά εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την ικανότητά του να ελέγχει πλήρως τόσο το περιεχόμενο όσο και τη φόρμα, ενώ ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να είναι σε θέση να εκτιμήσει τους ρόλους και των δύο και τις μεταξύ τους σχέσεις. Πιθανή αποτυχία του παιδιού να διακρίνει τη διαφορά μεταξύ περιεχομένου και φόρμας μπορεί να προκαλέσει σύγχυση. Οι Byers και Erlwanger συμπεραίνουν ότι το σχολείο θα πρέπει να βοηθήσει τους μαθητές να αποκτήσουν ευχέρεια στους χειρισμούς των συμβόλων, με δεδομένο, ωστόσο, το γεγονός ότι η μάθηση της φόρμας κατέχει πρωτεύουσα θέση στη διδασκαλία των σχολικών μαθηματικών, δε θα πρέπει να τους δοθεί η εντύπωση ότι οι κανόνες που αφορούν τη φόρμα και τη δομή αποτελούν την ουσία των μαθηματικών. Είναι πιθανό η αδυναμία πολλών παιδιών να εκτιμήσουν τους ρόλους του περιεχομένου και της φόρμας και την αλληλεπίδρασή τους στο πλαίσιο των μαθηματικών να αποτελεί έναν από τους βασικούς λόγους αποτυχίας τους στα μαθηματικά.

Σε μεταγενέστερο άρθρο του ο Skemp (1982) υιοθετεί τον όρο *«συμβολική κατανόηση»* (symbolic understanding) για να αναφερθεί στην κατανόηση που αφορά την ικανότητα της σύνδεσης των μαθηματικών συμβόλων με τις αντίστοιχες μαθηματικές ιδέες [την οποία οι Byers και Herscovics (1977) αποκαλούν *«τυπική κατανόηση»* (formal understanding)]. Ο Skemp διευκρινίζει ότι η λέξη «συμβολική» δεν αναφέρεται σε ένα μοναδικό σύμβολο αλλά σε ένα συμβολικό σύστημα, δηλαδή σε ένα σύνολο συμβόλων που αντιστοιχούν σε ένα σύνολο εννοιών μαζί με σχέσεις μεταξύ των συμβόλων, οι οποίες με τη σειρά τους αντιστοιχούν σε σχέσεις μεταξύ των εννοιών. Για παράδειγμα, η θέση και το μέγεθος των ψηφίων «2» και «3» στις παρακάτω συμβολικές αναπαραστάσεις καθορίζουν τις σχέσεις μεταξύ των εννοιών που αναπαριστούν: 23, 2^3. Τελικά, ο Skemp υιοθετεί τον εξής ορισμό για τη συμβολική κατανόηση: είναι η αμοιβαία αφομοίωση μεταξύ ενός συστήματος συμβόλων και μιας κατάλληλης εννοιολογικής δομής. Τονίζει, ωστόσο, ότι η εννοιολογική δομή είναι σημαντικό να μην κυριαρχείται από το σύστημα συμβόλων, καθώς η ισχύς των μαθηματικών βρίσκεται στις ιδέες. Με την κατάλληλη συνεργασία των δύο, τα σύμβολα υποστηρίζουν τη χρήση αυτής της ισχύος μέσω της αξιοποίησης των ιδεών αυτών στην πληρότητά τους. Σε περιπτώσεις ισομορφισμού, ελάχιστη σημασία έχει η κυριαρχία του ενός στοιχείου έναντι του άλλου. Στα μαθηματικά, ο ισομορφισμός μεταξύ συμβολικού συστήματος και εννοιολογικής δομής είναι, στις περισσότερες περιπτώσεις, τοπικού μόνο χαρακτήρα. Για παράδειγμα, η χωρική

σχέση *«βρίσκεται δεξιά από»* έχει διαφορετική σημασία σε κάθε μία από τις παρακάτω συμβολικές αναπαραστάσεις: 23, 21/3, 2α, ενώ η αναπαράσταση (2,3) έχει τρεις διαφορετικές ερμηνείες: ρητός αριθμός, σημείο στο επίπεδο και ελεύθερο διάνυσμα. Αυτό οφείλεται κυρίως στις πολύ περιορισμένες δυνατότητες διευθέτησης των συμβόλων αναφορικά με τις πολλές σχέσεις που αναπτύσσονται μεταξύ των μαθηματικών ιδεών και λιγότερο σε ενδεχόμενα λανθασμένη επιλογή συμβολικού συστήματος. Ο Skemp υποστηρίζει ότι οποιαδήποτε επικοινωνία, προφορική ή γραπτή γίνεται αντιληπτή αρχικά από ένα σύστημα συμβόλων. Για να γίνει κατανοητή (δηλαδή να συσχετιστεί εννοιολογικά), πρέπει να *«προσελκυστεί»* από κάποια εννοιολογική δομή και να ερμηνευτεί με βάση τις σχέσεις της εννοιολογικής, κυρίως, δομής και λιγότερο αυτές του συμβολικού συστήματος. Αυτό απαιτεί ισχυρές εννοιολογικές δομές και κυρίως αρκετά δυνατούς δεσμούς μεταξύ του συμβολικού συστήματος και της εννοιολογικής δομής, έτσι ώστε να πραγματοποιηθεί η μετάβαση από το ένα σύστημα στο άλλο.

Σε μία ενδιαφέρουσα ανταλλαγή απόψεων για το ρόλο των μαθηματικών συμβόλων στη μάθηση και διδασκαλία των σχολικών μαθηματικών μέσα από τις σελίδες του περιοδικού «Mathematics Teaching» της Μεγάλης Βρετανίας, ο Tahta (1985) διατυπώνει μια ενδιαφέρουσα όσο και προκλητική σε σχέση με τα παραπάνω θέση. Συγκεκριμένα, θεωρεί ως σημαντική για την κατανόηση των μαθηματικών από τα παιδιά την απόκτηση ευχέρειας στο χειρισμό των μαθηματικών συμβόλων, ανεξάρτητα από οποιαδήποτε συσχετιζόμενα εξωτερικά νοήματα. Αντιδρώντας σε αυτήν τη θέση, η Liebeck (1986) υπερασπίζεται το ρόλο της εμπειρίας στη μάθηση των μαθηματικών, αντιπαρατάσσοντας ένα μοντέλο ανάπτυξης των μαθηματικών εννοιών, σύμφωνα με το οποίο η εμπειρία έρχεται πρώτη, ακολουθεί η γλώσσα, στη συνέχεια η εικόνα και στο τέλος το σύμβολο. Συμμετέχοντας στη συζήτηση, ο Pimm (1986) επικρίνει τη θέση της Liebeck, η οποία διαχωρίζει τη γλώσσα από την εμπειρία. Τονίζει το γλωσσικό χαρακτήρα των μαθηματικών, διατυπώνοντας τη θέση ότι εκείνο που συχνά απαιτείται από το μαθητή είναι να κατανοήσει τον τρόπο με τον οποίο χρησιμοποιείται ένα γλωσσικό σχήμα. Το γεγονός ότι τα παιδιά, από πολύ μικρή ηλικία, κατέχουν ένα σημαντικό μέρος της μητρικής τους γλώσσας φανερώνει ότι είναι σε θέση να διερευνήσουν και να υιοθετήσουν ένα αντίστοιχο σύστημα *«πριν προσεγγίσουν τον πιο δύσκολο στόχο της κατανόησης της σχέσης του με τον εξωτερικό κόσμο»*. Αυτό ενισχύει τη θέση σύμφωνα με την οποία *«η διδασκαλία που στοχεύει στην κατανόηση περιλαμβάνει την ευχέρεια χειρισμού η οποία δεν είναι απαραίτητο να ακολουθήσει την απόκτηση νοήματος»* (Pimm, 1986).

Η Sesay (1982) αναφέρεται στο ίδιο θέμα της σχέσης μεταξύ συμβόλων και μαθηματικών ιδεών/ αντικειμένων στα πλαίσια της σχολικής πρακτικής και υποστηρίζει ότι για να μπορεί ένα παιδί να αντιμετωπίσει μια συμβολική πρόταση, θα πρέπει να είναι σε θέση: **(i)** να χειριστεί τα σύμβολα, **(ii)** να συνειδητοποιήσει τη μεταξύ τους σχέση και **(iii)** να μεταφέρει αυτές τις δραστηριότητες στο επίπεδο των μαθηματικών ιδεών τις οποίες αναπαριστούν τα σύμβολα. Στην τελευταία διαδικασία, το παιδί πρέπει να αντιστοιχίσει τα σύμβολα με αυτές τις ιδέες, με τον κίνδυνο ανεξαρτητοποίησης των συμβόλων από τα αντικείμενα που η Sesay αποκαλεί έλλειψη

‘*εξωτερικής σταθερότητας*’ (αναφέρεται στη σταθερότητα μεταξύ των μαθηματικών ιδεών και του συστήματος των συμβόλων).

Για πολλά χρόνια, ο χειρισμός των μαθηματικών συμβόλων κατείχε κεντρική θέση στη διδασκαλία των μαθηματικών. Τα τελευταία χρόνια, ωστόσο, η έρευνα έστρεψε την προσοχή των εκπαιδευτικών στη σημασία που έχει για τη μάθηση των μαθηματικών η κατανόηση των μαθηματικών αντικειμένων, στα οποία αναφέρονται τα σύμβολα. Ωστόσο, ακόμη και σήμερα, τα μαθηματικά σύμβολα έχουν λίγο ή καθόλου νόημα για πολλούς μαθητές. Εντοπίζοντας αυτό το πρόβλημα, ο Arcavi (1994) υποστηρίζει ότι η μαθηματική εκπαίδευση θα πρέπει να καλλιεργήσει αυτό που αποκαλεί ‘*αντίληψη συμβόλου*’ (symbol sense), δηλαδή *«μια σύνθετη και πολύπλευρη 'αίσθηση' για τα σύμβολα ... μια γρήγορη ή ακριβή αναγνώριση, κατανόηση ή αντίληψη των συμβόλων»*. Ο Arcavi δεν επιχειρεί να διατυπώσει έναν ακριβή ορισμό του όρου αλλά προσπαθεί να περιγράψει συμπεριφορές οι οποίες αποτελούν παραδείγματα της «αντίληψη συμβόλου» όπως:

- κατανόηση της δύναμης των συμβόλων, δηλαδή πότε και πού μπορούν να χρησιμοποιηθούν,
- συναίσθηση της λειτουργικότητας των συμβόλων έναντι άλλων προσεγγίσεων,
- ικανότητα χειρισμού αλλά και ‘ανάγνωσης’ των συμβόλων ως δύο συμπληρωματικών πλευρών της λύσης προβλημάτων,
- ικανότητα επιλογής ενός μαθηματικού συμβολισμού αλλά και απόρριψής του προς όφελος της επίλυσης του προβλήματος,
- συνειδητοποίηση της ανάγκης ελέγχου της σημασίας/νοήματος του συμβόλου κατά την επίλυση του προβλήματος,
- αντίληψη του διαφορετικού ρόλου που μπορούν να διαδραματίσουν τα σύμβολα σε διαφορετικά πλαίσια.

Κατά τον Arcavi, η ‘αντίληψη συμβόλου’ αποτελεί συστατικό της ευρύτερης διαδικασίας απόδοσης νοήματος στα μαθηματικά, και συνιστά το βασικότερο στόχο της μαθηματικής εκπαίδευσης, γι' αυτό θα πρέπει να γίνει αναπόσπαστο μέρος των μαθηματικών εργαλείων τόσο του μαθητή όσο και του εκπαιδευτικού, έτοιμο να ενεργοποιηθεί όταν χρειαστεί. Σε διδακτικό επίπεδο, αυτό σημαίνει τη συγκρότηση μαθηματικών δραστηριοτήτων οι οποίες, μέσα από κατάλληλες προσεγγίσεις παρέχουν στους μαθητές ευκαιρίες διαμόρφωσης της ‘αντίληψης συμβόλου’.

Συνοψίζοντας, ο ρόλος των συμβόλων στις διαδικασίες μάθησης και διδασκαλίας των μαθηματικών χρήζει ειδικής μελέτης. Είναι δυνατό για ένα μαθητή να επιτύχει στα μαθηματικά μαθαίνοντας απλώς να χειρίζεται τα μαθηματικά σύμβολα, χωρίς να τα κατανοεί. Ωστόσο, προτεραιότητα για το παιδί αποτελεί η κατανόηση του νοήματος των ιδεών, παράλληλα ή ταυτόχρονα με την ικανότητα χειρισμού των συμβολικών τους αναπαραστάσεων. Παρόλα αυτά, στο σημερινό σχολείο συμβαίνει ακριβώς το αντίθετο. Τα παιδιά συχνά μαθαίνουν πώς να χειρίζονται ‘ετικέτες’ χωρίς

περιεχόμενο. Αυτό επιτυγχάνεται σύντομα και με ευκολία, αλλά είναι ιδιαίτερα προβληματικό σε μακροπρόθεσμη βάση.

3 Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΤΟΥ LEV VYGOTSKY

Ο Lev Vygotsky, γεννημένος στην ΕΣΣΔ το 1896, είναι ο δημιουργός της θεωρίας της κοινωνικής ανάπτυξης της εκμάθησης. Πρότεινε ότι η κοινωνική αλληλεπίδραση επηρεάζει βαθιά τη γνωστική ανάπτυξη. Κεντρική θεωρία του Vygotsky είναι η πεποίθησή του ότι η βιολογική και πολιτιστική εξέλιξη δεν εμφανίζονται απομονωμένες (Driscoll, 1994).

Ο Vygotsky προσέγγισε την ανάπτυξη διαφορετικά από τον Piaget. Ο Piaget πίστευε ότι η γνωστική ανάπτυξη αποτελείται από τέσσερις κύριες περιόδους γνωστικής εξέλιξης: αισθητικοκινητική περίοδος, προλειτουργική περίοδος, περίοδος των συγκεκριμένων λειτουργιών και περίοδος των τυπικών λειτουργιών (Saettler, 331). Η θεωρία του Piaget προτείνει ότι η ανάπτυξη έχει ένα σημείο τερματισμού σαν στόχο. Ο Vygotsky, σε αντίθεση, πίστευε ότι η ανάπτυξη είναι μια διαδικασία που πρέπει να αναλυθεί, και όχι ένα προϊόν που μπορούμε ν αποκτήσουμε. Σύμφωνα με τον Vygotsky, η διαδικασία ανάπτυξης που αρχίζει με τη γέννηση και συνεχίζεται έως το θάνατο, είναι πάρα πολύ σύνθετη για να καθοριστεί από στάδια (Driscoll, 1994 Hausfather, 1996).

Ο Vygotsky πίστευε ότι αυτή η μακροχρόνια διαδικασία της ανάπτυξης εξαρτάται από την κοινωνική αλληλεπίδραση και ότι η κοινωνική εκμάθηση οδηγεί πραγματικά στη γνωστική ανάπτυξη. Αυτό το φαινόμενο το ονομάζει **ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης.** Ο Vygotsky το περιγράφει ως *«απόσταση μεταξύ του πραγματικού επιπέδου ανάπτυξης όπως καθορίζεται με την ανεξάρτητη επίλυση προβλήματος και του επιπέδου πιθανής ανάπτυξης όπως καθορίζεται μέσω της επίλυσης προβλήματος κάτω από την ενήλικη καθοδήγηση ή σε συνεργασία με ικανότερους συνομήλικος»* (Vygotsky, 1978). Με άλλα λόγια, ένας σπουδαστής μπορεί να εκτελέσει έναν στόχο κάτω από την ενήλικη καθοδήγηση ή με την συνεργασία ενός συνομήλικου, κάτι που δεν θα μπορούσε να επιτύχει μόνος του. Η ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης γεφυρώνει το χάσμα μεταξύ αυτού που είναι γνωστό και αυτού που μπορεί να γίνει γνωστό. Ο Vygotsky εμφανίζει τη μάθηση να εμφανίζεται σε αυτήν την ζώνη.

Επομένως, ο Vygotsky εστίασε στις συνδέσεις μεταξύ των ανθρώπων και του πολιτιστικού πλαισίου στις οποίες ενεργούν και αλληλεπιδρούν στην κοινή εμπειρία (Crawford, 1996). Σύμφωνα με τον Vygotsky, οι άνθρωποι χρησιμοποιούν τα εργαλεία που αναπτύσσονται από έναν πολιτισμό, όπως η ομιλία και το γράψιμο, για να μεσολαβήσουν με τα κοινωνικό περιβάλλον τους. Αρχικά τα παιδιά αναπτύσσουν αυτά τα εργαλεία που θα τους χρησιμεύσουν απλώς ως οι κοινωνικές λειτουργίες, τρόποι δηλαδή για να επικοινωνηθούν οι ανάγκες. Ο Vygotsky θεώρησε ότι η εσωτερικοποίηση αυτών των εργαλείων οδήγησε σε υψηλότερες δεξιότητες σκέψης. Όταν ο Piaget παρατήρησε τα μικρά παιδιά στην εγωκεντρική ομιλία στο προλειτουργικό στάδιό τους, θεώρησε ότι αυτή ήταν μια φάση που εξαφανίστηκε μόλις έφθασε το παιδί στο στάδιο των συγκεκριμένων διαδικασιών. Αντίθετα, ο

Vygotsky είδε αυτήν την εγωκεντρική ομιλία ως μετάβαση από την κοινωνική ομιλία στις εσωτερικοποιημένες σκέψεις (Driscoll, 1994). Κατά συνέπεια, ο Vygotsky θεώρησε ότι η σκέψη και η γλώσσα δεν θα μπορούσαν να υπάρξουν η μια χωρίς την άλλη.

3.1 Εφαρμογή της θεωρίας της κοινωνικής ανάπτυξης στον εκπαιδευτικό χώρο

Παραδοσιακά, τα σχολεία δεν είναι ο χώρος στον οποίο οι μαθητές διαδραματίζουν έναν ενεργό ρόλο στην εκπαίδευσή τόσο την δική τους όσο και των συνομηλίκων τους. Η θεωρία του Vygotsky, εντούτοις, θέλει το δάσκαλο και τους μαθητές να διαδραματίζουν έναν μη παραδοσιακό ρόλο όταν συνεργάζονται μεταξύ τους. Αντί ενός δασκάλου που υπαγορεύει την έννοια στους μαθητές για μια μελλοντική αποστήθιση, ένας δάσκαλος πρέπει να συνεργαστεί μαζί τους προκειμένου να δημιουργηθεί η έννοια με τρόπους που οι μαθητές μπορούν να κάνουν μόνοι τους (Hausfather, 1996). Η εκμάθηση γίνεται μια αμοιβαία εμπειρία για τους μαθητές και το δάσκαλο.

Η φυσική τάξη, βασισμένη στη θεωρία του Vygotsky, θα είναι εφοδιασμένη με γραφεία και πίνακες και ως χώρος εργασίας θα ευνοεί την ισότιμη συνεργασία και διδασκαλία σε μικρές ομάδες. Όπως το περιβάλλον, έτσι και το εκπαιδευτικό σχέδιο του περιεχομένου της μάθησης θα πρέπει να δομηθεί για να προωθήσει και να ενθαρρύνει την αλληλεπίδραση και τη συνεργασία των μαθητών. Κατά συνέπεια η τάξη γίνεται η κοινότητα της εκμάθησης.

Επειδή ο Vygotsky βεβαιώνει ότι η γνωστική αλλαγή εμφανίζεται μέσα στη ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης, η διδασκαλία έχει ως σκοπό να φθάσει σε ένα αναπτυξιακό επίπεδο που είναι ακριβώς επάνω από το τρέχον αναπτυξιακό επίπεδο του μαθητή. Ο Vygotsky τονίζει, *«η μάθηση που είναι προσανατολισμένη προς τα αναπτυξιακά επίπεδα που έχουν επιτευχθεί ήδη, είναι ατελέσφορη από την άποψη της γενικής ανάπτυξης του παιδιού. Δεν στοχεύει σ' ένα νέο στάδιο της αναπτυξιακής διαδικασίας αλλά μάλλον καθυστερεί πίσω από αυτήν την διαδικασία»* (Vygotsky, 1978).

Η οικειοποίηση είναι απαραίτητη για τη γνωστική ανάπτυξη μέσα στη ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης. Τα άτομα που συμμετέχουν στην ισότιμη συνεργασία ή την καθοδηγημένη από τους δασκάλους διδασκαλία πρέπει να μοιραστούν την ίδια εστίαση προκειμένου να προσεγγιστεί η ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης. Η *«κοινή προσοχή και η κοινή επίλυση προβλήματος απαιτούνται για την δημιουργία μιας διαδικασίας γνωστικής, κοινωνικής, και συναισθηματικής ανταλλαγής»* (Hausfather, 1996). Επιπλέον, είναι ουσιαστικό ότι οι συνεργάτες είναι σε διαφορετικά αναπτυξιακά επίπεδα και ο υψηλότερου επιπέδου συνεργάτης γνωρίζει το χαμηλότερο επίπεδο. Εάν αυτό δεν εμφανίζεται, ή εάν ένας συνεργάτης εξουσιάζει, η αλληλεπίδραση είναι λιγότερο επιτυχής (Driscoll, 1994 Hausfather, 1996)

3.2 Εκπαιδευτικές στρατηγικές και η εφαρμογή τους στην διδασκαλία

Τα υλικά «σκαλωσιάς» και η αμοιβαία διδασκαλία είναι αποτελεσματικές στρατηγικές για την πρόσβαση στη ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης. Τα υλικά «σκαλωσιάς» απαιτούν ο δάσκαλος να παρέχει στους μαθητές την ευκαιρία να επεκταθούν οι τρέχουσες δεξιότητες και η γνώση τους. Ο δάσκαλος πρέπει να δεσμεύσει το ενδιαφέρον των μαθητών, να απλοποιήσει τους στόχους έτσι ώστε να είναι εύχρηστοι, και να τους παρακινεί για να ακολουθήσουν τον εκπαιδευτικό στόχο. Επιπλέον, θα πρέπει να ψάξει τις αποκλίσεις μεταξύ των προσπαθειών των μαθητών και της λύσης, να ελέγχει την απογοήτευση και τον κίνδυνο, και να διαμορφώνει μια ιδανική εκδοχή της δράσης (Hausfather, 1996).

Η αμοιβαία διδασκαλία επιτρέπει τη δημιουργία ενός διαλόγου μεταξύ των μαθητών και των δασκάλων. Αυτή η αμφίδρομη επικοινωνία γίνεται μια εκπαιδευτική στρατηγική με την ενθάρρυνση των μαθητών να πάνε πέρα από την απάντηση των ερωτήσεων και να συμμετέχουν στην συζήτηση (Driscoll, 1994 Hausfather, 1996). Μια μελέτη που πραγματοποιήθηκε από τους Brown και Palincsar (1989), κατέδειξε την προσέγγιση του Vygotsky με την μέθοδο της αμοιβαίας διδασκαλίας, στο επιτυχές πρόγραμμά τους για την διδασκαλία στρατηγικών ανάγνωσης. Ο δάσκαλος και οι μαθητές με εναλλαγή σειράς οδηγούν μικρές ομάδες συζήτησης στην ανάγνωση. Μετά την διαμόρφωση τεσσάρων στρατηγικών ανάγνωσης, οι μαθητές άρχισαν να αναλαμβάνουν τον ρόλο της διδασκαλίας. Τα αποτελέσματα αυτής της μελέτης παρουσίασαν σημαντικά αποτελέσματα σε σχέση με άλλες εκπαιδευτικές στρατηγικές (Driscoll, 1994 Hausfather, 1996). Η γνωστικά καθοδηγημένη διδασκαλία είναι μια άλλη στρατηγική για την εφαρμογή τη θεωρίας του Vygotsky. Αυτή η στρατηγική απαιτεί από τον δάσκαλο και τους μαθητές την έρευνα των μαθηματικών προβλημάτων και έπειτα την ανταλλαγή των διαφορετικών στρατηγικών τους, επίλυσης του προβλήματος σε έναν ανοικτό διάλογο (Hausfather, 1996).

3.3 Η αποτελεσματικότητα της θεωρίας της κοινωνικής ανάπτυξης στην επίτευξη των στόχων της

Η θεωρία της κοινωνικής ανάπτυξης του Vygotsky είναι μια πρόκληση για τις παραδοσιακές μεθόδους διδασκαλίας. Ιστορικά, τα σχολεία έχουν οργανωθεί γύρω από την διδασκαλία μέσω της απαγγελίας. Ο δάσκαλος παραδίδει τη γνώση, που απομνημονεύεται από τους μαθητές, οι οποίοι εκθέτουν στη συνέχεια τις πληροφορίες πίσω στο δάσκαλο (Hausfather, 1996). Εντούτοις, οι μελέτες που περιγράφονται παραπάνω προσφέρουν εμπειρικά στοιχεία σύμφωνα με τα οποία η εκμάθηση που βασίζεται στη θεωρία της κοινωνικής ανάπτυξης διευκολύνει τη γνωστική ανάπτυξη πέρα από άλλες εκπαιδευτικές στρατηγικές.

Η δομή των σχολείων μας δεν απεικονίζει τις γρήγορες αλλαγές που η κοινωνία

μας δοκιμάζει. Η εισαγωγή και η ενσωμάτωση της τεχνολογίας των υπολογιστών στην κοινωνία έχουν αυξήσει παρά πολύ τις ευκαιρίες για την κοινωνική αλληλεπίδραση. Επομένως, το κοινωνικό πλαίσιο για την εκμάθηση μετασχηματίζει επίσης. Εκτιμώντας ότι η συνεργασία και η ισότιμη διδασκαλία ήταν πιθανή μόνο σε ένα κοινό φυσικό χώρο, οι σχέσεις εκμάθησης μπορούν τώρα να διαμορφωθούν από απόσταση μέσω του κυβερνοχώρου. Η τεχνολογία των υπολογιστών είναι ένα πολιτιστικό εργαλείο που οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν για να μεσολαβήσουν και να εσωτερικοποιήσουν την γνώση. Η πρόσφατη έρευνα προτείνει ότι η αλλαγή των πλαισίων εκμάθησης με την τεχνολογία είναι μια ισχυρή δραστηριότητα εκμάθησης (Crawford, 1996). Εάν τα σχολεία συνεχίσουν να αντιστέκονται στη δομική αλλαγή, οι μαθητές θα είναι ανεπαρκώς προετοιμασμένοι για τον κόσμο που θα ζήσουν.

Ο Lev Vygotsky έζησε κατά τη διάρκεια της ρωσικής επανάστασης, μια εποχή μεγάλης αλλαγής στον πολιτισμό του. Εάν ο ισχυρισμός του Vygotsky ότι η βιολογική και γνωστική ανάπτυξη δεν εμφανίζονται απομονωμένες, τότε το περιβάλλον του, ένα περιβάλλον αλλαγής, επηρέασε πολύ τις γνωστικές διαδικασίες του. Προς το παρόν η κοινωνία μας περνά επίσης από έναν πολιτισμό αλλαγής λόγω της διάχυσης της τεχνολογίας των υπολογιστών. Ίσως αυτό να είναι μια εξήγηση γιατί η θεωρία της κοινωνικής ανάπτυξης του Vygotsky τυγχάνει αυξημένης προσοχής, ογδόντα χρόνια μετά την σύλληψη της.

4 Η ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΣΗΜΕΙΩΤΙΚΗΣ ΜΕ ΤΗΝ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Τίθεται ένα καίριο ερώτημα

Έχει κάτι η Σημειωτική να προσφέρει στην διδακτική των μαθηματικών;

Προφανώς, δεδομένου ότι τα μαθηματικά στηρίζονται σε μια εντατική χρήση των διαφορετικών ειδών σημείων (γράμματα, σημεία για τους αριθμούς, διαγράμματα, τύποι, κ.λπ.) η απάντηση είναι ναι. Έτσι, η πραγματική ερώτηση είναι:

Τι μπορεί η Σημειωτική να προσφέρει στην διδακτική των μαθηματικών;

Φυσικά, οι απαντήσεις είναι εδώ πολύ πιο σύνθετες και μπορούν να είναι διαφορετικές. Ο λόγος είναι ότι υπάρχουν διαφορετικές σημειωτικές προσεγγίσεις. Μερικές απ' αυτές μπορούν να προσφέρουν ενδιαφέροντες δρόμους για τα προβλήματα με τα οποία ασχολούμαστε στην διδακτική των μαθηματικών ενώ άλλες μπορούν να είναι λιγότερο χρήσιμες. Για παράδειγμα, μια τυπική θεωρία των σημείων μπορεί να παρουσιάσει λίγο ενδιαφέρον στην διδακτική των μαθηματικών.

Θα ήταν χρήσιμο να αναφερθούν μερικά σημεία στα οποία οι διδακτικοί στοχασμοί και οι έρευνες μπορούν να μας διαφωτίσουν περαιτέρω, από την προσφυγή στην κατοχή σε έναν ορισμένο τύπο σημειωτικής. Δεν είναι ένας πλήρης κατάλογος. Αυτός ο κατάλογος, μάλλον, απεικονίζει την εμπειρία του L.Radford ως καθηγητή των μαθηματικών και είναι το αποτέλεσμα της ενασχόλησής του, για αρκετά χρόνια τώρα, στις περιοχές της σημειωτικής.

4.1 Ο ρόλος των σημείων στην γνώση

Μια πρώτη παρατήρηση έχει να κάνει με το ρόλο που τα σημεία και τα εργαλεία διαδραματίζουν στη γνώση. Πιθανώς, μια από τις καλύτερες επισημάνσεις, που έχουν γίνει σε σχέση με αυτό το ρόλο, είναι αυτή που ανέφερε ο Peirce, μέσα στο άρθρο του *Some Consequences of Four Incapacities* (ένα άρθρο που δημοσιεύτηκε το 1868), και που κύριο συμπέρασμα σ' αυτό είναι ότι δεν έχουμε τη δύναμη της σκέψης χωρίς σημεία.

Φυσικά, υπάρχουν διαφορετικές προσεγγίσεις των τρόπων με τους οποίους τα σημεία και τα εργαλεία σχετίζονται με τη γνώση.

Ένας τρόπος να θεωρήσουμε τη σχέση μεταξύ των σημείων και της γνώσης είναι η σύλληψη των σημείων ως αρωγών της σκέψης. Βρίσκουμε εδώ τον Leibniz και ολόκληρη τη φιλοσοφική παράδοση που πηγαίνει μέχρι τον Frege και την αναλυτική φιλοσοφία. Είναι μέσα σε αυτό το πλαίσιο που το ερευνητικό πρόγραμμα μιας καθολικής γλώσσας πρέπει να τοποθετηθεί (δείτε Radford 1998a). Η γλώσσα πρέπει να είναι όσο το δυνατόν σαφέστερη, αρχίζοντας από τους απλούστερους όρους για να είναι οι ιδέες με κατάλληλο τρόπο επενδυμένες και εκπεφρασμένες. Η κλασική

διαδρομή είναι να αρχίσουμε με τα σημεία για τις διαδικασίες, τα σημεία για τις μεταβλητές, τις προτάσεις, τα κατηγορήματα, τους κανόνες για την κατασκευή των προτάσεων, κ.λπ.

Σε αντίθεση με τη σύλληψη των σημείων και των εργαλείων ως αρωγών ή βοηθών της σκέψης, έχουμε εκείνους που θεωρούν τα σημεία και τη γλώσσα ως προέλευση της γνώσης. Η διαφορά μεταξύ αυτών των δύο πόλων είναι ως εκ τούτου η ακόλουθη. Στην πρώτη περίπτωση, θεωρείται ότι τα σημεία προέρχονται από ένα μυαλό που, στη γνωστική προσπάθειά του, προσπαθεί να βρει τα σωστά σημεία για να εκφραστεί.

Στη δεύτερη περίπτωση, η γνώση προέρχεται από τη γλώσσα και τα σημεία. Η ερμηνεία που παίρνουμε από την αποκαλούμενη διατριβή Sapir-Whorf είναι, στην πραγματικότητα, ότι η γλώσσα προσφέρει τις εννοιολογικές κατηγορίες μέσω των οποίων βλέπουμε τον κόσμο μας σε μια μορφή που παραμένει κλειδωμένη μέσα στα όρια των πολιτιστικών εννοιολογικών κατηγοριών.

Μεταξύ άλλων προσεγγίσεων έχουμε τη δομιστική παράδοση στην οποία τα σημεία εμφανίζονται ως αποκαλύψεις ενός κρυμμένου συνόλου πολιτιστικών δομών, αντίθεσης και διαφοροποίησης (Levy-Strauss, Saussure, κ.λπ.).

Οι σημειωτικές προσεγγίσεις μπορούν επίσης να διακριθούν ως προς το ρόλο της επικοινωνίας στη γνώση.

Απ' την μια μεριά έχουμε εκείνους που υποστηρίζουν ότι η γνώση προκύπτει από τις πράξεις της επικοινωνίας. Για παράδειγμα, οι Harre και Gillett (1994, σελ. 22) λένε ότι *«η ιδέα ότι το μυαλό είναι, υπό κάποια έννοια, μια κοινωνική κατασκευή είναι αληθινή, δεδομένου ότι οι έννοιές μας προκύπτουν από την ομιλία μας και διαμορφώνουν τον τρόπο που σκεφτόμαστε».*

Απ' την άλλη έχουμε εκείνους που, χωρίς να αρνούνται τον ρόλο της επικοινωνίας στη γνώση, το αφήνουν στο υπόβαθρο: η σκέψη, εδώ, προκύπτει ανεξάρτητα από την επικοινωνία. Αυτή είναι η περίπτωση που το *εγώ* συλλαμβάνετε ως το *απόμερο εγώ.* Αν και είναι μια κοινοτυπία η παροχή παραδειγμάτων σε αυτό, ας σημειωθεί ότι σε αυτήν την περίπτωση, η επικοινωνία βασίζεται στην ιδέα μιας γλώσσας που περιλαμβάνει μόνο τον ομιλητή και το αντικείμενο της ομιλίας. Ο ακροατής με αυτόν τον τρόπο μειώνεται σε έναν παθητικό συμμετέχοντα. Το κατάλληλο παράδειγμα είναι εδώ η θεωρία πληροφοριών επεξεργασίας και το είδος του γνωστικισμού που προέκυψε μαζί με αυτή.

Τείνουμε να δούμε τη δυνατότητα της σημειωτικής σε μια μάλλον Βιγκοτσκική προοπτική δηλαδή τα σημεία ως ψυχολογικά εργαλεία, ή ως προσθέσεις του μυαλού, ή ακόμα και ως εξωτερικό τόπο όπου το μυαλό του ατόμου λειτουργεί (αλλά αυτό δεν είναι πλέον Vygotsky).

Σε αυτήν την θεωρητική προοπτική, η επικοινωνία διαδραματίζει έναν κεντρικό ρόλο. Αλλά η επικοινωνία δεν θεωρείται ως ανιδιοτελής επικοινωνία. Τα άτομα επικοινωνούν μεταξύ τους για να πραγματοποιήσουν τους στόχους-προσανατολισμένες δραστηριότητες έχοντας πολιτιστικά κατευθυνόμενους στόχους .

Πραγματικά, στην πολιτιστική-σημειωτική προοπτική μας, βλέπουμε τα σημεία να παίζουν έναν διπλό ρόλο στη γνώση: επιτρέπουν στα άτομα να κινηθούν εμπρός σε δύο συσχετισμένες κατευθύνσεις: (1) την '*τεχνική*' , ως μέσο να εξεταστεί το αντικείμενο της γνώσης (υπό την ίδια έννοια με την πρόωρη ιδέα των σημείων του Vygotsky και της σύγκρισής του στα εργαλεία εργασίας: δείτε Radford 1999a), και (2) την άλλη που θα ονομαστεί '*κοινωνική*' κατεύθυνση - όπου βρίσκουμε τη θέση *έννοια*— με την οποία τα άτομα επικοινωνούν το ένα με το άλλο.

4.2 Συλλήψεις της σημασίας και της κατανόησης

Ένα άλλο σημείο στο οποίο η σημειωτική μπορεί να ρίξει φως σε μερικά τρέχοντα προβλήματα στην διδακτική των μαθηματικών, είναι αυτό που έχει να κάνει με τις έννοιες της σημασίας και της κατανόησης.

Είναι σαφές ότι η σύλληψη της γλώσσας που υιοθετεί μια θέση που εστιάζει στο ομιλών άτομο και σε αυτό που λέει, αφήνοντας κατά μέρος τον παραλήπτη, θα παράσχει τις έννοιες σημασίας και της κατανόησης των ατόμων.

Αξίζει να αναφερθεί η ακόλουθη παράγραφος από τον Bakhtin:

> *Η 'κοινοποίηση' της ομιλίας και η 'κατανόηση' αυτής της κοινοποίησης από τον άλλο (ή τους άλλους) … υπερβαίνει τα όρια των απομονωμένων φυσιολογικών οργανισμών και προϋποθέτει την αλληλεπίδραση διάφορων οργανισμών, η οποία υπονοεί ότι αυτό το τρίτο συστατικό της λεκτικής αντίδρασης έχει έναν κοινωνιολογικό χαρακτήρα. (Todorov, 1984, σελ. 30)*

Για τον Bakhtin, η σχέση μας με τη σημασία και την κατανόηση είναι πάντα διαλογική. Γι' αυτό οι έννοιες και οι όροι είναι πάντα σε κίνηση. Δεν είναι παθητικές διαδικασίες αλλά η σύγκρουση διάφορων φωνών. Αυτό κατέστη πολύ σαφές στους προβληματισμούς του Bakhtin για την κατανόηση από εμάς των άλλων πολιτισμών όταν είπε:

> *Μια έννοια αποκαλύπτει τα βάθη της, μόνον μόλις αντιμετωπίσει και έρθει σε επαφή με μια άλλη, ξένη έννοια: συμμετέχουν αυτοί οι πολιτισμοί σε ένα είδος διαλόγου, το οποίο ξεπερνά την εγγύτητα και τη μονομέρεια αυτών των ιδιαίτερων εννοιών. (Bakhtin 1986, σελ. 7)*

Ένα θέμα μεγάλης σπουδαιότητας για την διδακτική των μαθηματικών είναι το θέμα της απόκτησης/σχηματισμού. Πάλι, οι απαντήσεις θα ποικίλουν ανάλογα με το επιλεγμένο πλαίσιο. Οπωσδήποτε, οι σύγχρονες προσεγγίσεις πιθανώς θα συμφωνήσουν ότι τα άτομα πρέπει να ασχοληθούν βαθειά με τις ενέργειες που οδηγούν στο σχηματισμό της σημασίας.

4.3 Το δηλωμένο μυαλό

Το τέταρτο σημείο που πρέπει να αναφερθεί, σχετικά με τις δυνατότητες διατύπωσης των σημειωτικών θεωριών για την διδασκαλία των μαθηματικών, είναι το ακόλουθο. Η παραδοσιακή γνωστική ψυχολογία είναι ένας από τους πρωτοπόρους

στην ανάπτυξη της ιδέας των σημείων και των εργαλείων ως βοηθών της σκέψης.

Σε αυτήν την προοπτική, τα σημεία και τα εργαλεία (αριθμομηχανές, υπολογιστές, κ.λπ.) που τα άτομα χρησιμοποιούν στη γνωστική δραστηριότητά τους δεν αλλάζουν ή δεν τροποποιούν τις γνωστικές λειτουργίες τους. Όπως ήταν, η γνώση εξακολουθεί να παραμένει σε μια αποθήκη πέρα από τα αποτελέσματα των σημείων και των εργαλείων.

Σε αυτό το σημείο, συναντάμαι τους Vygotsky και Luria, οι οποίοι είπαν ότι οι γνωστικές λειτουργίες μας τροποποιούνται με την χρήση των σημείων και των εργαλείων.

> *Με τη συμπερίληψη του στο στάδιο της συμπεριφοράς, το ψυχολογικό εργαλείο αλλάζει ολόκληρη τη ροή και τη δομή των διανοητικών λειτουργιών. Το κάνει αυτό με τον καθορισμό της δομής μιας νέας οργανικής πράξης ακριβώς όπως ένα τεχνικό εργαλείο αλλάζει τη διαδικασία μιας φυσικής προσαρμογής με τον καθορισμό της μορφής των διαδικασιών της εργασίας.* (Vygotsky, 1981, σελ. 137)

4.4 Η πολιτιστικά διαμορφωμένη χρήση των σημείων και των εργαλείων

Από αυτά που αναφέρθηκαν προηγουμένως, έπεται ότι μέσω της χρήσης των σημείων, των χειροποίητων αντικειμένων και των εργαλείων, το άτομο τροποποιεί τις γνωστικές λειτουργίες του.

Αλλά τα εργαλεία και τα σημεία δεν είναι αντικείμενα *αυτά καθ' αυτά.* Αυτό σημαίνει ότι τα σημεία και τα εργαλεία διαμορφώνονται και χρησιμοποιούνται σύμφωνα με τις πολιτιστικές πρακτικές κατασκευής νοήματος. Ένα εργαλείο ή ένα σημείο δεν σημαίνει τίποτα από μόνο του.

Για την επεξήγηση αυτού του σημείου, θα γίνει αναφορά σε μια ενδιαφέρουσα παράγραφο σχετικά με την κατάκτηση της Αμερικής στις αρχές του 16^{ου} αιώνα. Ο Todorov αναφέρει αυτό το επεισόδιο στις σημειωτικές έρευνές του για τους άλλους. Κατά τη διάρκεια μιας ανταλλαγής δώρων, οι αποικιοκράτες έδωσαν στους ντόπιους μια βελόνα. Οι τελευταίοι δεν θα μπορούσαν να κατανοήσουν αυτό το πολιτιστικό χειροποίητο αντικείμενο, το οποίο εμφανίστηκε να είναι σαφώς άχρηστο μέσα στο σύστημα των προκολομβιανών δραστηριοτήτων. Κατόπιν, για να ξεπεράσουν την αμηχανία, οι Ισπανοί πρότειναν οι βελόνες να χρησιμοποιηθούν για την αφαίρεση ενός θραύσματος από το δέρμα ή για τον καθαρισμό των δοντιών (Todorov, 1982, σελ. 45).

Το θέμα είναι ότι τα σημεία, τα εργαλεία και τα χειροποίητα αντικείμενα διαμορφώνονται και χρησιμοποιούνται σε άμεση σχέση με τις δραστηριότητες των ατόμων.

Αυτό είναι ένα εξαιρετικά σημαντικό στοιχείο στην έρευνά που πραγματοποιεί ο L.Radford. Διακρίνει την πολιτιστική-σημειωτική προσέγγισή από άλλες προσεγγίσεις που παραμερίζουν την ιστορικά και φυλογενετικά συντελεσμένη φύση

της δραστηριότητας και που εστιάζει στον λόγο και την ομιλία που με αυτόν τον τρόπο περιορίζουν τη γνώση σε μια ασυσχέτιστη πρακτική.

Υπάρχει πολλή ασυσχέτιστη πρακτική στη γνώση, αλλά η πρακτική αυτή δεν μπορεί να περιέχει όλες τις λεπτομέρειες της γνώσης.

Ένας από τους κινδύνους που εμφανίζονται όταν περιορίζεται η γνώση σε μια ασυσχέτιστη πρακτική είναι ότι μπορούμε εύκολα να περιέλθουμε στο λεκτικό συμπεριφορισμό.

Κατά την άποψή του L.Radford, το πρόβλημα με αυτήν την σημειωτική προσέγγιση είναι ότι η εστίαση της προσοχής γίνεται ο τρόπος που τα άτομα αλληλεπιδρούν ασυσχέτιστα το ένα με το άλλο, χωρίς να δίνουν ικανοποιητική προσοχή στο γεγονός ότι η ομιλία ακολουθεί μια ροή που ενσωματώνεται στις πολιτιστικές παραδόσεις που βασίζονται στους συγκεκριμένους τρόπους έρευνας που καθορίζουν ορισμένες σχέσεις μεταξύ του προς γνώση θέματος και των θεμάτων που είναι γνωστά. Στην περιθωριοποίηση αυτών των ζητημάτων, το αντικείμενο της γνώσης, τα άτομα και οι σχέσεις τους βυθίζονται στη λήθη και η γλώσσα και η ομιλία τροφοδοτούνται με ένα είδος υπερφυσικής δημιουργικής δύναμης. Σε ένα άρθρο του L.Radford(Radford 2000a), αναφέρθηκε το ακόλουθο απόσπασμα από τον Mikhailov. Αυτό το απόσπασμα ενσωματώνει πολύ καλά την ιδέα που αναπτύσσεται παραπάνω

> *Όταν αναλύεται τυπικά, η γλώσσα κρεμάται στον αέρα, τρόπον τινά, στερείται από τις ρίζες της και γίνεται ένα ανεξάρτητο αντικείμενο της έρευνας. Το άτομο, του οποίου η εκφορά κάνει τη γλώσσα ένα αντικείμενο διαβίωσης, ωθείται στο υπόβαθρο και ξεχνιέται.* (Mikhailov 1980, σελ. 221)

4.5 Πολιτιστικά σημειωτικά συστήματα: Πυθαγόρεια χαλίκια εναντίον των Ευκλείδειων γραμμών

Έτσι για να καταλάβουμε το σημαινόμενο μυαλό πρέπει να ψάξουμε τον τρόπο που τα σημεία χρησιμοποιούνται, τον τρόπο που ενσωματώνονται από αυτό που ονομάστηκε, *πολιτιστικά σημειωτικά συστήματα,* (Radford 1998b), δηλαδή εκείνα τα πολιτιστικά συστήματα που παρέχουν στα σημεία μια συμβολική διάσταση και τους δίνουν τις ποικίλες πηγές έννοιας μέσω των συγκεκριμένων κοινωνικών δηλωτικών πρακτικών.

Τα πολιτιστικά σημειωτικά συστήματα δεν εμφανίζονται ξαφνικά. Συσχετίζονται με τις δραστηριότητες των ατόμων, την κοινωνική διανομή της γνώσης, και τις πολιτιστικές οντολογικές και επιστημολογικές θέσεις.

Θα γίνει εξήγηση αυτού του σημείου μέσω ενός παραδείγματος από τα ελληνικά μαθηματικά. Θα πάρουμε την περίπτωση της θεωρίας των άρτιων και περιττών αριθμών. Στα Στοιχεία του Ευκλείδη, βιβλίο IX, πρόταση 21 διαβάζουμε τα εξής:

Εάν προσθέσουμε όσους άρτιους αριθμούς θέλουμε το αποτέλεσμα θα είναι πάλι άρτιος

Και η απόδειξη είναι η ακόλουθη:

Ας θεωρήσουμε όσους άρτιους αριθμούς θέλουμε π.χ. ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ και ας τους προσθέσουμε. Ισχυρίζομαι ότι το άθροισμά τους ΑΕ είναι άρτιος

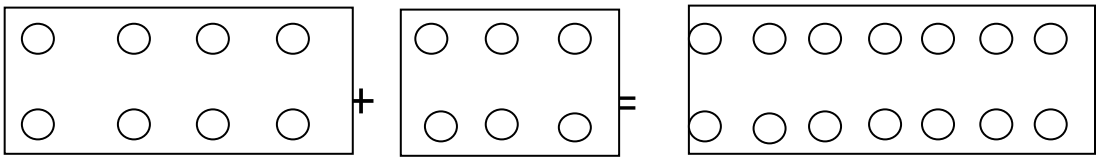
Αφού ο κάθε ένας από τους αριθμούς ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ είναι άρτιος άρα έχει μισό(VII ορισ.6) έτσι και το άθροισμά τους ΑΕ έχει μισό

Αλλά ένας άρτιος αριθμός είναι αυτός που είναι διαιρετός σε δύο ίσα μέρη επομένως το ΑΕ είναι άρτιος (Heath 1956: 413).

Αυτή η πρόταση ήταν πολύ καλά – γνωστή πολύ πριν την εποχή του Ευκλείδη και αποτελούσε μέρος των μαθηματικών αποτελεσμάτων των Πυθαγορείων. Αλλά πριν από την άνοδο της Ευκλείδειας παράδοσης, η απόδειξη της πρότασης γίνονταν μέσω μιας τεχνικής βασισμένης στη χρήση χαλικιών.

Ο Oskar von Becker (1936) έχει προτείνει μια ανακατασκευή που θα ήταν η εξής: Οι άρτιοι αριθμοί είναι εκείνοι που μπορούν να διχοτομηθούν, και μπορούν να αντιπροσωπευθούν υπό αυτήν τη μορφή:

Η απόδειξη θα μπορούσε να γίνει ως εξής



Εάν μπορούσαμε να ρωτήσουμε τον Ευκλείδη γιατί δεν ήταν ικανοποιημένος με την Πυθαγόρεια απόδειξη, πιθανώς θα είχε πει ότι η απόδειξη πραγματικά κατέδειξε ότι το άθροισμα των δύο άρτιων αριθμών, 8 και 6, είναι ένας άρτιος αριθμός και ότι η Πυθαγόρεια απόδειξη δεν αποδεικνύει τον ισχυρισμό στην γενικότητά του.

Ένας Πυθαγόρειος θα είχε ανταπαντήσει ότι δεν είναι απαραίτητο να μετρήσετε τις πέτρες αλλά απλά κοιτάξτε την μορφή τους. Αν γνώριζε άραγε αυτός ο Πυθαγόρειος την ορολογία του Peirce, θα είχε πει ότι πρέπει να πάρετε τον πέτρινο-σχηματισμό ως εικονικό σημείο.

Όπως βλέπετε, το ίδιο σημείο (εδώ ο πέτρινος-σχηματισμός που αντιπροσωπεύει έναν γενικό άρτιο αριθμό) γίνεται αντιληπτός διαφορετικά από τους Πυθαγόρειους και διαφορετικά από τους Ευκλείδειους μαθηματικούς. Το ίδιο σημείο δηλώνει διαφορετικά πράγματα.

Φυσικά, αυτό δεν είναι το μόνο σημείο διαφωνίας. Ο Πυθαγόρειος μαθηματικός θα μπορούσε να παρατηρήσει στον Ευκλείδειο συνάδελφό του ότι δεν έχει κάνει κάτι πολύ καλύτερο, δεδομένου ότι απέδειξε τη μαθηματική πρόταση για 4 μόνο αριθμούς. Κατόπιν, πάλι, ο Ευκλείδειος μαθηματικός θα μπορούσε να απαντήσει κάτι σαν: *«Όχι, δεν είναι απαραίτητο να το δει κάποιος με αυτό τον τρόπο. Είναι αλήθεια ότι έγραψα 4 αριθμούς αλλά πρέπει να σκεφτείτε ότι είναι σαν να είχα εξετάσει περισσότερους αριθμούς… Βλέπετε 4 αριθμούς αλλά πρέπει* να το θεωρήσετε σαν να *υπήρξαν περισσότεροι»!*

Η διαφορά στις σηματοδοτήσεις και τη χρήση των σημείων στο στάδιο της γενίκευσης αποτελείται από τις διαφορές στις μαθηματικές πρακτικές που υποστηρίζονται από τα αντίστοιχα ευδιάκριτα πολιτιστικά σημειωτικά συστήματά τους. Ενώ στην Πυθαγόρεια πρακτική ο κόσμος των λογικών αντικειμένων θεωρούνταν ως χώρος για να ερευνήσει κάποιος τη φύση των πραγμάτων, στη Ευκλείδεια μαθηματική πρακτική, ο κόσμος των λογικών αντικειμένων δεν μπορούσε να θεωρηθεί ως πηγή γνώσης.

Ο συγκεκριμένος τρόπος να μάθει να βλέπει κάποιος κάτι ως κάτι άλλο με έναν πολύ ιδιαίτερο τρόπο, μεταξύ του απέραντου οπλοστασίου των αντιληπτικών και εννοιολογικών δυνατοτήτων είναι, πράγματι, ένα από τα αποτελέσματα ενός πολιτιστικού σημειωτικού συστήματος και των πρακτικών που ένα τέτοιο σύστημα νομιμοποιεί.

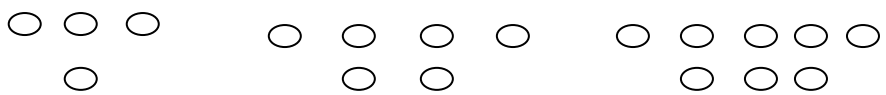
4.6 Ένα επεισόδιο σε μια τάξη

Ο φανταστικός διάλογός που αναπτύχθηκε παραπάνω μεταξύ των Πυθαγορείων και Ευκλειδείων μαθηματικών καθιστά προφανές το γεγονός ότι οι διαφορές σχετικά με τον *'σωστό'* τρόπο να χρησιμοποιηθούν και να γίνουν κατανοητά τα σημεία στην καθιέρωση της γενικότητας μιας μαθηματικής πρότασης είναι μια περίπτωση που παραπέμπει στις διαφορές των πολιτιστικών διανοητικών πρακτικών.

Οι διαφορές αυτού του είδους δεν συμβαίνουν απαραιτήτως όταν διασχίζουμε τα πολιτιστικά σύνορα των ιστορικών περιόδων. Μπορεί επίσης να συμβούν στις εξειδικευμένες πρακτικές μέσα στον ίδιο πολιτισμό. Σε αυτήν την περίπτωση, το πρόβλημα είναι το ότι έχουμε εισαχθεί σε μια πρακτική , ενώ συγχρόνως, είμαστε βυθισμένοι (πιθανώς σε ένα ασυσχέτιστο επίπεδο) στον αντίστοιχο ιστό των πολιτιστικών κοινοποιήσεων.

Θα γίνει αναφορά σ' ένα επεισόδιο μιας τάξης. Συνέβη σε μια τάξη grade 8 που διαπραγματευόταν το θέμα της γενίκευσης.

Οι μαθητές ξόδεψαν κάποιο χρόνο απαντώντας στις ερωτήσεις για το ακόλουθο σχέδιο:



Σχήμα 1 Σχήμα 2 Σχήμα 3

Ένας από τους στόχους της δραστηριότητας στην τάξη ήταν να διαμορφωθεί ένας τύπος που δείχνει τον αριθμό των κύκλων που κατασκευάζονται στο σχήμα ν.

Στους μαθητές δεν παρουσιάστηκε οποιοδήποτε προηγούμενο παράδειγμα. Ως εκ τούτου, έπρεπε να καταλάβουν το νόημα της ερώτησης σύμφωνα με την προηγούμενη αριθμητική εμπειρία τους (λεπτομέρειες σε Radford 1999a,1999b).

Ο στόχος δεν ήταν εμφανής. Κατά συνέπεια, σε μια από τις ομάδες, ένας

μαθητής, αφού κοίταξε και πάλι στα σχήματα της εργασίας, υποστήριξε ότι δεν υπάρχει κανένα τέτοιο πράγμα όπως το σχήμα ν.

Υπό μια ορισμένη έννοια, ο μαθητής ήταν σωστός με την παρατήρησή του ότι δεν υπάρχει κανένα υλικό σχήμα ν στην εργασία. Ανεξάρτητα από το πόσο μακριά πηγαίνετε πίσω στο σχέδιο, σχήμα μετά από σχήμα , το σχήμα ν είναι ήδη ένα αφηρημένο αντικείμενο που δεν βρίσκεται στο συγκεκριμένο πεδίο των σχημάτων του σχεδίου. Η κεντρική ερώτηση για το σχήμα ν είναι ότι δεν ανήκει στη σφαίρα των συγκεκριμένων αντικειμένων.

Πού είναι, έπειτα;

Αυτό είναι μια οντολογική ερώτηση της οποίας η απάντηση μας τοποθετεί στο κέντρο ενός πολιτιστικού σημειωτικού συστήματος. Υποθέτουμε ότι κανένας δεν θα υποστηρίξει εύλογα ότι το σχήμα ν δεν υπάρχει. Υπάρχει, αλλά δεν είμαστε ικανοί να το υποδείξουμε όπως μπορούμε να δείξουμε για να λογαριάσουμε, για παράδειγμα, το σχήμα 2 ή το σχήμα 5.

Θα λέγαμε ότι το δείχνουμε αλλά όχι με το δάχτυλό μας, το δείχνουμε με τις λέξεις, ή για να είμαστε γενικότεροι, με τα σημεία. Και λέγοντάς το αυτό διασχίσαμε ήδη τις πύλες της σημειωτικής. Η κατάδειξη ενός αντικειμένου με το δάχτυλο είναι ένας από τους πλέον στοιχειώδεις τρόπους προσδιορισμού (δείτε Radford 2000b). Εάν ακολουθήσουμε τη σημειωτική προσέγγιση του Raymond Duval (Duval 1995) πρέπει να πούμε ότι δεν είμαστε ακόμα στη σφαίρα της σημειωτικής. Φαίνεται έχει δίκιο όταν ισχυρίζεται ότι για να αρχίσει η σημείωση , το αναφερόμενο αντικείμενο πρέπει να απουσιάζει ή να μην μπορούμε να το δούμε. Διαφορετικά το σημείο δεν έχει λόγο ύπαρξης. Θα λέγαμε ότι είμαστε στα σύνορα και πιθανώς ακόμα και λίγο μέσα στο έδαφος της σημειωτικής, σε μια περιοχή που μπορεί να ονομασθεί *'αντιληπτική σημείωση'* (δείτε Radford,in press). Αυτή η περιοχή χαρακτηρίζεται όχι από το αντικείμενο που είναι παρόν ή απόν αλλά από την εμφάνιση μιας αντιληπτικής σχέσης μεταξύ του ατόμου που αντιλαμβάνεται και του αντιληπτού αντικειμένου που το άτομο μετατρέπει έπειτα σε σημείο ώστε το αντικείμενο να γίνει ένα αντικείμενο στοχασμού. Κατά τη διάρκεια αυτής της σχέσης μεταξύ του αντιληπτού αντικειμένου και του μετασχηματισμού του σε ένα σημείο, είναι σφυρηλατημένη μια σύνδεση - έξω από την οποία η έννοια αποκαλύπτεται.

Σε κάθε περίπτωση, η κατάδειξη ή η αναφορά σε ένα αντικείμενο μέσω των σημείων είναι ένα σημειωτικό πρόβλημα. Και η μελέτη των τρόπων προσδιορισμού, δηλαδή εκείνοι οι τρόποι που καθιστούν τα διαφανή μαθηματικά αντικείμενα λογικά και ως εκ τούτου ικανά στην συνειδητοποίηση, είναι ένα πρόβλημα για το οποίο η σημειωτική μπορεί να είναι μεγάλη βοηθός.

Το μάθημα των μαθηματικών στο οποίο έγινε αναφορά είχε σχεδιαστεί με σκοπό να υποκινήσει τους μαθητές σε μια κοινωνική, διανοητική πρακτική και σε συγκεκριμένες μορφές αναγκαιότητας για ορισμένες έννοιες.

Η ανάλυση του μαθήματος των μαθηματικών δείχνει ότι το σχήμα ν ήταν προορισμένο, από το δάσκαλο, ως η γενίκευση *της οποίας οι περιπτώσεις* θα ήταν οι συγκεκριμένοι αριθμοί του σχεδίου (εδώ ερχόμαστε σε ένα είδος Αριστοτελικής

οντολογίας). Ένας από τους τύπους που προτάθηκαν από τους μαθητές για να βρεθεί ο αριθμός των κύκλων στο σχήμα ν ήταν ο ακόλουθος: ν+ (ν+2).

Αυτός ο τύπος απεικονίζει τη χωρική αντίληψη για τη μορφή του ειδητικού σχήματος ν: η γενίκευση θεωρείται να έχει την ίδια μορφή με τις περιπτώσεις. Αυτή η υπόθεση δικαιολογεί το ότι ο τύπος γράφεται ως ν+ (ν+2), ένας τύπος που, στην πιο οικεία σημειωτική φύση του, εμφανίζεται ως εικόνα του μη αντιληπτού σχήματος ν.

Αυτό που δεν είναι σαφές εν τούτοις είναι εάν η μορφή των περιπτώσεων είναι αυτή που είναι επειδή η γενίκευση έχει αυτήν την μορφή ή αντίθετα η γενίκευση είναι αυτή που είναι επειδή οι περιπτώσεις έχουν αυτήν την μορφή. Με άλλα λόγια, από πού η μορφή δημιουργείται; Κατά τις ενδείξεις ή στο γενικό; Η απάντηση σε αυτήν την ερώτηση θα μας οδηγήσει στις διαφορετικές συλλήψεις του προσδιορισμού και ως εκ τούτου στη σφαίρα της σημειωτικής.

Κλείνοντας αξίζει να αναφερθεί ότι μια από τις δυνάμεις της σημειωτικής, είναι ότι, η σημειωτική εξετάζει τα πολιτιστικά τοποθετημένα σημεία. Η μελέτη των πολιτιστικών τρόπων μπορεί να μας βοηθήσει για να καταλάβουμε καλύτερα μια έννοια που, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, έχει γίνει κεντρική στην τρέχουσα έρευνα στην διδακτική των μαθηματικών, δηλαδή, την έννοια της σημασίας. Αλλά, απ' την άλλη μεριά, δεδομένου ότι τα σημεία δείχνουν τα αντικείμενα, η σημειωτική μας ωθεί να διευκρινίσουμε καλύτερα την ίδια την φύση των μαθηματικών αντικειμένων με τα οποία ασχολούμαστε στις πρακτικές μέσα στην αίθουσα διδασκαλίας μας. Το θέμα δεν είναι απαραίτητα να σταματήσουμε να φιλοσοφούμε στην τάξη των μαθηματικών (αν και δεν θα έκανε καμία ζημιά……) αλλά να καταλάβουμε καλύτερα τις πρακτικές μας και το γνωστικό, επιστημολογικό και εκπαιδευτικό ρόλο των σημειωτικών συστημάτων που ενθαρρύνουμε στην τάξη.

5 ΣΤΟΝ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟ ΚΑΙ ΤΟ ΜΥΑΛΟ: ΜΙΑ ΜΕΤΑ-VYGOTSKIAN ΣΗΜΕΙΩΤΙΚΗ ΠΡΟΟΠΤΙΚΗ

5.1 Ο Γενετικός νόμος της πολιτιστικής ανάπτυξης του Vygotsky

Στο διάλογο *Πρωταγόρας* του Πλάτωνα, *ο Σωκράτης* υποστηρίζει ότι δεν μπορεί να σκεφτεί *την Αρετή* , είναι κάτι που προέρχεται από το εσωτερικό του ατόμου. Ο Πρωταγόρας, σε αντίθεση, υποστηρίζει ότι η αρετή μαθαίνεται από τη συνήθεια, με το να δει κάποιος πώς οι άλλοι την εφαρμόζουν. Μαθαίνουμε την αρετή όπως το παιδί μαθαίνει να μιλάει (δείτε *Protagoras,* 324d-327e). Η ιδέα του Πρωταγόρα μας οδηγεί άμεσα σε μια ερώτηση που έχει τεθεί πάλι και πάλι, από διαφορετικές προοπτικές μέσω του χρόνου και που, στη δεκαετία του '20, ο L. Vygotsky - όπως και ο ψυχίατρος Pierre Janet, ο κοινωνικός ψυχολόγος George Herbert Mead, και ο φιλόσοφος-κοινωνιολόγος James Mark Baldwin, μεταξύ άλλων -έθεσε από τη σκοπιά του ρόλου της κοινωνίας στη δομή του μυαλού. Γράφοντας ενάντια στις καθαρές πνευματικές προσεγγίσεις, και επηρεασμένος από τις νοησιαρχικές τάσεις των πρώτων δεκαετιών του αιώνα (π.χ. Φροϋδιασμός, η ψυχολογία της μορφής, ο συμπεριφορισμός, θεωρία της εξέλιξης), ο Vygotsky, όπως είναι καλά γνωστό, ενδιαφέρθηκε για τη δημιουργία της θεωρητικής βάσης για την κατανόηση του ρόλου που διαδραματίζει η κοινωνία στο σχηματισμό των ψυχολογικών διαδικασιών που πραγματοποιούνται από τα άτομα. Κατά συνέπεια, δύο από τις ερωτήσεις που πλαισίωσαν την έρευνα του-που τέθηκαν στην αρχή του βιβλίου του *Νους στην κοινωνία*- ήταν αυτή των σχέσεων μεταξύ των ανθρώπινων όντων και του φυσικού και κοινωνικού τους περιβάλλοντος, και αυτή των ψυχολογικών συνεπειών που παρήχθησαν από τις δραστηριότητες που προκύπτουν από την ανθρώπινη προσπάθεια κυριαρχίας της φύσης. Ενώ η πρώτη ερώτηση κινείται ενάντια στην απλοϊκή ιδέα ότι το κοινωνικό περιβάλλον είναι η γνωστικά αβλαβής εξωτερική σκηνή όπου οι ανθρώπινες ενέργειες επιτυγχάνονται, η δεύτερη ερώτηση τονίζει τη σημασία που οι ανθρώπινες ενέργειες έχουν στην ψυχολογική σφαίρα.

Σε συμφωνία με την εξελικτική άποψη που συχνά υιοθετήθηκε στην αλλαγή του αιώνα, στη μελέτη του ανθρώπινου μυαλού και της ανθρώπινης συμπεριφοράς, ο Vygotsky έδωσε ιδιαίτερη προσοχή στην ανθρώπινη ψυχολογία καθώς και σ' αυτή των ζώων, και βρήκε στη σύγκρισή τους μερικές νύξεις στην επεξεργασία της θεωρίας των ανθρώπινων ψυχολογικών λειτουργιών. Για παράδειγμα, το βιβλίο του Kolher, *Η νοοτροπία των πίθηκων,* με πρώτη δημοσίευση το 1925, είχε μια κυρίαρχη επιρροή στις ιδέες του Vygotsky. Σε ένα από τα πειράματα του Kolher, μια μπανάνα τοποθετήθηκε στο πάτωμα έξω από το κλουβί ενός χιμπατζή. Ο Tschego - ο χιμπατζής σε αυτό το πείραμα - τέντωσε ανεπιτυχώς το βραχίονά του για να φθάσει έξω στα φρούτα. Κατόπιν είδε ένα ραβδί στο κλουβί, που τοποθετήθηκε κατά τέτοιο τρόπο ώστε ο Tschego να μπορεί να δει και το ραβδί και τα φρούτα την ίδια στιγμή. Χρησιμοποίησε τότε το ραβδί για να φθάσει στα φρούτα. Εντούτοις, όταν

τοποθετήθηκε το ραβδί σε μια θέση όπου ο χιμπατζής δεν μπορούσε να δει και την μπανάνα και το εργαλείο συγχρόνως, το ραβδί δεν χρησιμοποιήθηκε πλέον για να πάρει τα φρούτα. Ο Kohler λέει:

> *Έχω χρησιμοποιήσει κάθε διαθέσιμο μέσο για να προσελκύσω την προσοχή του Tschego στα ραβδιά στο πίσω μέρος του κλουβιού του (...) και δεν κοίταξε ποτέ ευθεία σ' αυτά αλλά, και όταν το έκανε , γύρισε την πλάτη στο στόχο, και έτσι τα ραβδιά παρέμειναν χωρίς νόημα. Ακόμα και όταν τον είχαμε εισαγάγει, κατά τη διάρκεια της δοκιμής ενός πρωινού, για να καταλάβει και να χρησιμοποιήσει ένα από τα ραβδιά, ήταν και πάλι χαμένος το απόγευμα, αν και τα ραβδιά δεν είχαν αφαιρεθεί από την προηγούμενη θέση τους, και περπάτησε προς αυτά αλλά και αντίθετα από αυτά και επανειλημμένα κοίταξε κατευθείαν σε αυτά.* (Kohler 1951: 37)

Ο Vygotsky πρότεινε ότι μια από τις διαφορές μεταξύ των στρατηγικών του πίθηκου και των παιδιών για να λύσουν παρόμοια προβλήματα βρίσκεται στο ρόλο που διαδραματίζεται από τα εργαλεία (δείτε Vygotsky και Luria το 1994: 100-106). Αντί της εξέτασης των εργαλείων και της συμβολικής δραστηριότητας ανεξάρτητα του ενός από το άλλο όπως είχαν κάνει οι προκάτοχοί του, ο Vygotsky θεώρησε ότι, στην περίπτωση του παιδιού, η χρήση των εργαλείων και η συμβολική δραστηριότητα δίνουνε αφορμή για μια σύνθετη ψυχολογική μονάδα: «*η πρακτική χρήση των εργαλείων και οι συμβολικές μορφές δραστηριότητας… διαμορφώνουν μια σύνθετη ψυχολογική οντότητα…»*(Vygotsky και Luria 1994:112).

Αναφερόμενος στις στρατηγικές των πίθηκων στην εργασία του Kohler, τόνισε το γεγονός που παρατηρήθηκε από τον ίδιο τον Kohler, ότι στην περίπτωση των πίθηκων, η όλη διαδικασία επίλυσης του προβλήματος καθορίζεται ουσιαστικά από την αντίληψη (Vygotsky 1978: 31). Αντίθετα, παρατήρησε ότι κατά τη διάρκεια των διαδικασιών επίλυσης προβλήματος, τα παιδιά τεσσάρων και πέντε ετών χρησιμοποιούν τη γλώσσα για να μιλήσουν και ότι αντί να είναι περιττή, ή απλά να είναι *«μια χωρίς αξία τεχνική ενίσχυση»* όπως ίδιος ο Kohler πρότεινε (Kohler 1951: 267), η ομιλία γίνεται συνυφασμένη με τις ενέργειες. Η ομιλία, όπως σημειώνει ο Vygotsky, χρησιμεύει πρώτα για να οργανώσει τις ενέργειες του παιδιού, και ύστερα αποκτά έναν προληπτικό ρόλο που οδηγεί τελικά στην αντικατάσταση μερικών από τις ενέργειες. Θεωρώντας μεταφορικά, λέξεις (και άλλα φυσικά αντικείμενα) ως ψυχολογικά σημεία, ερεύνησε πς η αντίληψη (καθώς επίσης και η μνήμη και προσοχή) τροποποιούνται βαθιά με την χρήση των εργαλείων. Αυτό τον οδήγησε στο συμπέρασμα ότι ενώ ο πίθηκος παραμένει περιορισμένος στον αισθητηριακό τομέα, το παιδί αντιλαμβάνεται τον κόσμο όχι μόνο μέσω των ματιών και των χεριών του αλλά και μέσω της γλώσσας επίσης (Vygotsky1978: 26 Vygotsky και Luria 1994: 109). Σε μια από τις πολλές παραγράφους που αφιερώνονται στην αντίληψη ο Vygotsky και ο Luria λένε:

> *Οι φυσικοί νόμοι της αντίληψης που παρατηρούνται σαφέστερα στις δεκτικές διαδικασίες των ανώτερων ζώων υποβάλλονται σε βασικές αλλαγές λόγω του συνυπολογισμού της ομιλίας στην ανθρώπινη αντίληψη, και η*

ανθρώπινη αντίληψη αποκτά έτσι έναν εξ ολοκλήρου νέο χαρακτήρα. (Vygotsky και Luria 1994: 126)

Πράγματι, για τον Vygotsky, μια θεμελιώδης διάκριση μεταξύ των ψυχολογικών ρόλων των ανθρώπων και των ζώων οφειλόταν στο γεγονός ότι οι άνθρωποι ήταν όχι μόνο ικανοί να χρησιμοποιήσουν τα φυσικά σημεία και να παραγάγουν τεχνητά αλλά, γενικά, οφειλόταν σε μια ορισμένη σημειωτική πλαστικότητα του ανθρώπινου μυαλού δηλαδή μια συγκεκριμένη σημειωτική ικανότητα που κάνει το μυαλό *μεταβλητό* από την πραγματική χρήση των σημείων:

> *Με τη συμπερίληψη στο στάδιο της συμπεριφοράς, το ψυχολογικό εργαλείο αλλάζει ολόκληρη τη ροή και δομή των διανοητικών λειτουργιών. Το κάνει με τον καθορισμό της δομής μιας νέας οργανικής πράξης ακριβώς όπως ένα τεχνικό εργαλείο αλλάζει τη διαδικασία μιας φυσικής προσαρμογής με τον καθορισμό της μορφής των διαδικασιών της εργασίας.* (Vygotsky 1981:137)

Η αναλογία μεταξύ των συγκεκριμένων εργαλείων εργασίας και των σημείων για τα οποία έγινε υπαινιγμός στην προηγούμενη αναφορά, επιλύθηκε σε διάφορα δοκίμια (π.χ. *«Η εσωτερικοποίηση των υψηλότερων ψυχολογικών λειτουργιών»*, κεφάλαιο IV σε Vygotsky 1978, Vygotsky 1981 και Vygotsky και Luria 1994). Δεδομένου ότι τα εργαλεία εργασίας και τα ψυχολογικά εργαλεία ανήκουν στα δύο διαφορετικά ανθρώπινα φαινόμενα, τα εργαλεία και τα σημεία, υποστήριξε, δεν μπορεί να εξισωθούν. Στα λεγόμενα του Vygotsky είναι *παρόμοια* δεδομένου ότι αμφότερα επιτρέπουν στα άτομα να ενεργήσουν και να αλληλεπιδράσουν με τα περίγυρο τους όχι σε μια άμεση μορφή, αλλά σε μια διαμεσολαβημένη. Είναι όμως διαφορετικά από την άποψη του τρόπου που αυτά *προσανατολίζουν την* ανθρώπινη συμπεριφορά. Απ' την μια μεριά, το εργαλείο είναι προσανατολισμένο προς το αντικείμενο της δραστηριότητας (π.χ. την κυριαρχία της φύσης). Σε αυτήν την περίπτωση το εργαλείο χρησιμεύει στο να προσανατολίσει εξωτερικά την ανθρώπινη συμπεριφορά. Αφ' ετέρου, το σημείο χρησιμεύει ως ένα κεντρικό αντικείμενο στην ολοκλήρωση μιας ψυχολογικής διαδικασίας που προσανατολίζει εσωτερικά την ανθρώπινη συμπεριφορά. «*Αυτές οι δραστηριότητες είναι τόσο διαφορετικές μεταξύ τους*», κατέληξε ο Vygotsky, *«ώστε η φύση των μέσων που χρησιμοποιούνται δεν μπορεί να είναι η ίδια και στις δύο περιπτώσεις».* (Vygotsky 1978: 55). Εντούτοις, αν και διαφορετικοί στη φύση, οι μεσολαβητικοί ρόλοι των σημείων και των εργαλείων ταυτίζονται, σύμφωνα με τον Vygotsky, όταν κάποιος θεωρεί, ότι η πραγματική δραστηριότητα στην οποία ένα άτομο συμμετέχει καλύπτεται από την κοινωνικό-πολιτιστική ιστορία της δραστηριότητας. Αυτό το σημείο έχει καλά διευκρινισθεί στην ακόλουθη παράγραφο που απηχεί μερικές από τις ιδέες *Της Γερμανικής ιδεολογίας* (Marx και Engels 1982 δείτε για παράδειγμα τη σελίδα 103): *«Η κυριαρχία της φύσης και η κατοχή της συμπεριφοράς συνδέονται αμοιβαία, ακριβώς όπως η ανθρώπινη αλλαγή της φύσης αλλάζει την ανθρώπινη φύση».* (Vygotsky 1978: 55).

Σύμφωνα με τον Vygotsky, αν και η δημιουργία και χρήση των σημείων ως βοηθητικά ψυχολογικά εργαλεία για την λύση προβλημάτων ήταν μια θεμελιώδης διάκριση μεταξύ των ψυχολογικών ρόλων των ανθρώπων και των ζώων, αυτή η διάκριση δεν μπορεί να αποτελέσει ολόκληρη την ψυχολογική διαφορά. Στην

πραγματικότητα, τα σημεία είναι μόνο ένα μέρος μιας γενικής διαδικασίας, συγκεκριμένης για τα ανθρώπινα όντα, η οποία συνδέει τις μεμονωμένες ψυχολογικές διαδικασίες με μια κοινωνική ρύθμιση - μια διαδικασία που στηρίζεται από την *εσωτερικοποίηση* στο μεμονωμένο (ή εσωτερικό) επίπεδο αυτού που συμβαίνει στο κοινωνικό (ή εξωτερικό). Έγραψε:

> *Η εσωτερικοποίηση των κοινωνικά ριζοβολημένων και ιστορικά αναπτυγμένων δραστηριοτήτων είναι το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό γνώρισμα της ανθρώπινης ψυχολογίας, η βάση του ποιοτικού άλματος από την ψυχολογία του ζώου στην ανθρώπινη ψυχολογία.* (Vygotsky 1978: 57)

Με την εσωτερικοποίηση, ο Vygotsky δεν εννοεί μια μονής κατεύθυνσης πολιτιστική πράξη μετάδοσης, που έρχεται με προκατασκευασμένες γνώσεις, να συμπληρώσει το κενό του κουτιού του υποτιθέμενου *«όχι ακόμα-γνώστη»* (Lawrence και Valsiner 1993). Μάλλον, είδε την εσωτερικοποίηση ως έναν δυναμικό μετασχηματιστικό μηχανισμό με τον οποίο οι κοινωνικές αλληλεπιδράσεις γίνονται από το άτομο (για μια πιο λεπτομερή συζήτηση δείτε Wertsch το 1985: 61). Αυτή η ιδέα, γνωστή σαν *ο γενετικός νόμος της πολιτιστικής ανάπτυξης,* διατυπώνεται ως μετασχηματισμός μιας διαπροσωπικής διαδικασίας σε μια ενδοατομική. Ο ίδιος oVygotsky είπε,

> *κάθε λειτουργία στην πολιτιστική ανάπτυξη του παιδιού εμφανίζεται δύο φορές: κατ' αρχήν, στο κοινωνικό επίπεδο, και αργότερα, στο μεμονωμένο ατομικό επίπεδο* (Vygotsky 1978: 57).

Ο διαμεσολαβητικός ρόλος των σημείων στις διαδικασίες της εσωτερικοποίησης καθίσταται σαφής στην ακόλουθη παράγραφο (δείτε επίσης Vygotsky και Luria το 1994: 109-110):

> *Η εσωτερικοποίηση των πολιτιστικών μορφών συμπεριφοράς περιλαμβάνει την αναδημιουργία της ψυχολογικής δραστηριότητας στη βάση των διαδικασιών των σημείων.* (Vygotsky 1978: 57)

Ο γενετικός νόμος της πολιτιστικής ανάπτυξης είναι η απάντηση του Vygotsky στο θέμα των σχέσεων της κοινωνίας και της ψυχολογικής λειτουργίας του ατόμου.

Αν και ο Vygotsky δεν έδωσε μια γενική, περιεκτική θεωρητική περιγραφή της εσωτερικοποίησης, αυτός και οι συνεργάτες του μας έδωσαν μερικά συγκεκριμένα παραδείγματα (π.χ. χειρονομίες κατάδειξης, εσωτερική ομιλία και μνήμη). Ο Piotr Ya. Gal'perin, που ενδιαφερόταν για τη διανοητική ανάπτυξη των παιδιών με τις σχολικές διδακτικές ρυθμίσεις (π.χ. Gal'perin 1989a), προσανατολίστηκε να εξετάσει με περισσότερες λεπτομέρειες την ιδέα της εσωτερικοποίησης, και να καταλάβει καλύτερα τα βήματα που μια τέτοια διαδικασία περιλαμβάνει. Ο Gal'perin πραγματοποίησε εκτενή πειραματική έρευνα που κάλυψε τις διαφορετικές περιοχές (αριθμητική και γραφή (Gal'perin 1989b) όπου δίνει μια εναλλακτική εξήγηση των αποτελεσμάτων του Piaget που πραγματοποιούνται με τον στόχο της διατήρησης της ποσότητας) και προσδιόρισε μερικά γενικά χαρακτηριστικά της εσωτερικοποίησης. Επισήμανε ότι κατά τη διάρκεια της διαδικασίας της εσωτερικοποίησης, εμφανίζονται σημαντικές αλλαγές. Η συγκεκριμένη δράση που εσωτερικοποιείται, υποβάλλεται σε

μια σημειωτική *συστολή* και μια διαδικασία *αυτοματοποίησης* μέχρι το σημείο που η διανοητική δράση γίνεται ένα αντικείμενο της συνειδητοποίησης μόνο στις ιδιαίτερες περιπτώσεις, όπως για παράδειγμα, όταν αντιμετωπίζονται απροσδόκητα αποτελέσματα ή συνθήκες από το άτομο. Το εσωτερικό επίπεδο - δηλ. εκείνο το επίπεδο που περιλαμβάνει τα προϊόντα της εσωτερικοποίησης- δεν είναι, επέμεινε, *«ένα κενό όχημα όπου οτιδήποτε μπορεί να τοποθετηθεί»* (Gal'perin 1967: 30). Αντίθετα, το εσωτερικό επίπεδο έχει μια εποικοδομητική φύση. Οι νέες ενέργειες εκτελούνται μόνο βάσει ενός ήδη αναπτυγμένου επιπέδου στο οποίο αυτές έρχονται να συνδεθούν. Κατά τη διάρκεια αυτής της διαδικασίας, το υπάρχον αναπτυγμένο επίπεδο τροποποιείται. Όταν αντιμετώπισε το θέμα της μοναδικότητας της ατομικής σκέψης, παρατήρησε ότι, αν και η εσωτερικοποίηση είναι ένα κοινωνικό κατασκεύασμα, είναι η πολύ εποικοδομητική φύση της εσωτερικοποίησης των ενεργειών που παρέχει τη μεταβλητότητα στις διανοητικές κατασκευές και κάνει την εσωτερικοποίηση ένα ατομικό κατασκεύασμα επίσης. Μια δράση, για παράδειγμα, έχει ένα βασισμένο στα συμφραζόμενα τμήμα προσανατολισμού που, αν και παραμείνει πολιτιστικά καθορισμένο, συσχετίζεται στενά με την υποκειμενική κατανόηση της δράσης (Gal'perin 1989b). Με άλλα λόγια, για αυτόν, η ελατότητα (malleability) της αμφίδρομης εποικοδομητικής φύσης του εσωτερικού επιπέδου καθιστά τη διανοητική δράση ατομική (και ως εκ τούτου μοναδική) αλλά και κοινωνικό φαινόμενο.

Ο Gal'perin γνώριζε απόλυτα το γεγονός ότι το διανοητικό επίπεδο ήταν κάτι περισσότερο από τις ιδέες που μπορεί να περιέχει. *«Η νοημοσύνη»*, είπε, «*υπάρχει επίσης στα μη ομιλούντα πλάσματα επειδή αυτός ο μετασχηματισμός [των εξωτερικών σε εσωτερικές ενέργειες] δεν είναι περιορισμένος στην ομιλία ή στο διανοητικό επίπεδο*»(Gal'perin 1967: 31). Εντούτοις, ο σχηματισμός των υψηλότερων διανοητικών λειτουργιών, για αυτόν, συνδέθηκε αποκλειστικά με την ομιλία. Κατά συνέπεια, συνεχίζει την προηγούμενη φράση όπως ακολουθεί: *«Αλλά οι υψηλότερες διανοητικές λειτουργίες διαμορφώνονται κατά αυτόν τον τρόπο μόνο, και υπό αυτήν την έννοια ο Vygotsky είναι απόλυτα σωστός και ίσως ακόμα περισσότερο από όσο ήταν ικανός να καταδείξει στη διάρκεια της ζωής του»*(1967: 31). Ο Gal'perin θεώρησε ότι η ομιλία παραμένει ο αντικειμενικός μεταφορέας των ενεργειών όταν η τελευταία χωρίζεται από τα πράγματα. Γι' αυτό θεώρησε ότι η εσωτερικοποίηση παραμένει, σε μια μεγάλη έκταση, ενσωματωμένη στην ομιλία.

5.2 Το εξωτερικό μυαλό

Στην προσπάθειά του να υπερβεί την πάλη που επικρατούσε κατά τη διάρκεια των πρώτων δεκαετιών του 20ού αιώνα μεταξύ της ψυχολογίας (π.χ. όπως γίνεται κατανοητή από τονWundt) και της αντι-ψυχολογίας (όπως π.χ. αντιπροσωπεύεται από τον Husserl), ο Valentin Nikolaevich Voloshinov (1844/5-1936) πρότεινε ότι δεν θα μπορούσαμε να μελετήσουμε την ψυχή μέσα στο παράδειγμα των φυσικών-επιστημονικών μελετών αλλά μέσα σε μια κοινωνιολογική θεώρηση. Για αυτόν, η ψυχολογία είναι απαραίτητα κοινωνική ψυχολογία. Ένας από τους ακρογωνιαίους λίθους του έργου του συνίσταται στην παρατήρηση ότι δεν κατοικούμε σε έναν μόνο

συγκεκριμένο υλικό κόσμο, αλλά σ' ένα παγκόσμιο σύνολο εννοιών, και η έννοια ανήκει στη κατηγορία των σημείων. Σε αυτό, πρόσθεσε την παρατήρηση ότι η λειτουργία της ψυχής δεν μπορεί ούτε να περιορισθεί, ούτε να βρεθεί στις φυσιολογικές διαδικασίες που κρύβονται κάτω από αυτήν και ότι, συνεπώς, η ψυχή πρέπει να βρεθεί κάπου αλλού. *«Παράλληλα με τα φυσικά φαινόμενα»*, έγραψε, *«με τα δημιουργήματα της τεχνολογίας και με τα αγαθά για την κατανάλωση, υπάρχει ένας πρόσθετος κόσμος –ο κόσμος των σημείων»*. (1973:10). Και ο Voloshinov επέμεινε ότι ένας τέτοιος κόσμος δεν μπορεί να περιορισθεί στον υλικό κόσμο: *«Χωρίς να παύει να είναι ένα μέρος της υλικής πραγματικότητας, ένα τέτοιο αντικείμενο [δηλ. το αντικείμενο που μετατρέπεται σε ένα σημείο], μέχρι έναν ορισμένο βαθμό, απεικονίζει και διαθλά μια άλλη πραγματικότητα»*.(1973: 9). Μέχρι τώρα, η προσέγγισή του φαίνεται να είναι μία από εκείνες που βρίσκουμε στα λεγόμενα από τους ιδεαλιστές. Εντούτοις, σε αντίθεση με αυτούς, καταδίκασε ανοικτά την ιδέα ότι τα σημεία είναι μόνο η έκφραση ή η εκδήλωση της εσωτερικής ζωής. Για αυτόν, δεν είναι η ψυχή που εξηγεί το σημείο αλλά το αντίθετο. Πού είναι, τότε, το μυαλό εάν δεν είναι στη σφαίρα της ατομικής, απρόσιτης εσωτερικής ζωής του ατόμου από όπου τα σημεία θα προέρχονταν υποθετικά ως μεταφορείς των ιδεών; Δεν είναι *μέσα στον* οργανισμό. Για να γίνει πιο ακριβής, το μυαλό, πρότεινε ο Voloshinov, βρίσκεται σε αυτήν την γεωγραφική θέση που ονόμασε *περιοχή του σημείου*.

Προκειμένου να γίνει κατανοητό αυτό, πρέπει να αρχίσουμε με την πραγματική θέση του ατόμου στο περιβάλλον του. Σαν βιολογικός οργανισμός, το άτομο τοποθετείται στον εξωτερικό κόσμο. Αλλά δεδομένου ότι η ψυχή δεν μπορεί να περιορισθεί στη ψυχολογική πτυχή της (ειδάλλως θα μεταβαίναμε σε ένα είδος μη αποδεκτού *'κακόγουστου υλισμού'*) ή στη συμβολική πτυχή της (η αμαρτία του ιδεαλισμού) η ψυχή πρέπει να τμήσει το εσωτερικό καθώς επίσης και το εξωτερικό του βιολογικού οργανισμού. Μια τέτοια διατομή ή σύγκρουση εμφανίζεται στην περιοχή του σημείου. Και ο Voloshinov διευκρίνισε ότι αυτή *«η σύγκρουση δεν είναι φυσική: ο οργανισμός και ο εξωτερικός κόσμος συναντιούνται εδώ στο σημείο. ...Είναι γι' αυτό που η εσωτερική ψυχή δεν μπορεί να αναλυθεί ως αντικείμενο αλλά μπορεί μόνο να γίνει κατανοητή και να ερμηνευθεί ως σημείο»* (1973: 26).

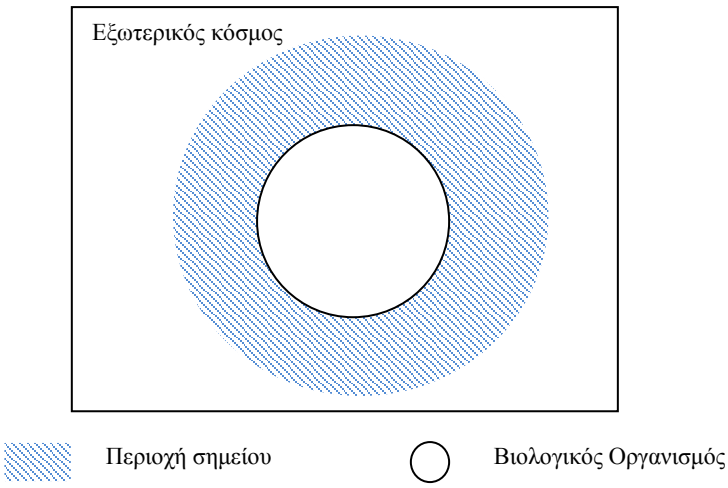
Για τον ίδιο ακριβώς λόγο, η περιοχή του σημείου κυριαρχείται από τα διαφορετικά συστήματα των ιδεών που οι άνθρωποι παράγουν και αφορούν τους νόμους, την επιστημονική γνώση, τη θρησκεία, τη λογοτεχνία, την αισθητική, και άλλα (Voloshinov 1973: 9; 1976: 50) - συστήματα ιδεών που, που όπως και ο Bakhtin, ονόμασε *ιδεολογίες*. (Όπως σημειώνεται από τον Morris (1997: 249), η ρωσική λέξη *ideologiya* έχει μια λιγότερο χρωματισμένη πολιτική έννοια από την αντίστοιχη αγγλική μετάφρασή της).

Σε μια παράγραφο του έργου του *Μαρξισμός και η φιλοσοφία της γλώσσας,* λέει:

> *Η ψυχή απολαμβάνει την εξωεδαφική θέση της στον οργανισμό. Είναι μια κοινωνική οντότητα που διαπερνά μέσα από τον οργανισμό του μεμονωμένου προσώπου. Οτιδήποτε ιδεολογικό είναι επιπλέον εξωεδαφικό στην κοινωνικοοικονομική σφαίρα, από την στιγμή που το ιδεολογικό σημείο, του οποίου ο γεωμετρικός τόπος είναι έξω από τον οργανισμό, πρέπει να εισαχθεί*

στον εσωτερικό κόσμο για να εφαρμοστεί η έννοιά του ως σημείο.(Voloshinov 1973: 39)

Για να γίνουν καλύτερα κατανοητά τα λεγόμενα του Voloshinov, ας θεωρήσουμε ένα τοπολογικό πανόραμα των σχέσεων μεταξύ του εξωτερικού κόσμου, της περιοχής του σημείου και του βιολογικού οργανισμού. Στο σχήμα 1 έχουμε επεξηγήσει τις προαναφερθείσες σχέσεις, τονίζοντας το γεγονός ότι η περιοχή του σημείου στο οποίο η ψυχή και η ιδεολογία βρίσκονται έχει τη διπλή θέση της εξωεδαφικής και διαεδαφικής περιοχής όσον αφορά το βιολογικό οργανισμό.



Σχήμα 1. Μια τοπολογική αντιπροσώπευση του εδάφους του σημείου κατά Voloshinov

Αλλά ο Voloshinov προχώρησε περαιτέρω και προσπάθησε να διευκρινίσει τα όρια μεταξύ της ιδεολογίας και της ψυχής. Προκειμένου να το κάνει αυτό, έπρεπε ρητά να πει ποιο είναι το πραγματικό περιεχόμενο της ψυχής. Και η απάντησή του ήταν: *το εσωτερικό σημείο*. Για αυτόν, η ψυχή αποτελείται από σημεία. Φυσικά δεν εννοούσε *'χειροπιαστά'* σημεία. Τα εσωτερικά σημεία στα οποία αναφερόταν, σαν το πραγματικό περιεχόμενο της ψυχής και της συνείδησης, ήταν λογικά η εσωτερική ομιλία: «*Το εσωτερικό σημείο είναι, πρώτα απ' όλα η λέξη ή η εσωτερική ομιλία*» (Voloshinov 1973: 37).

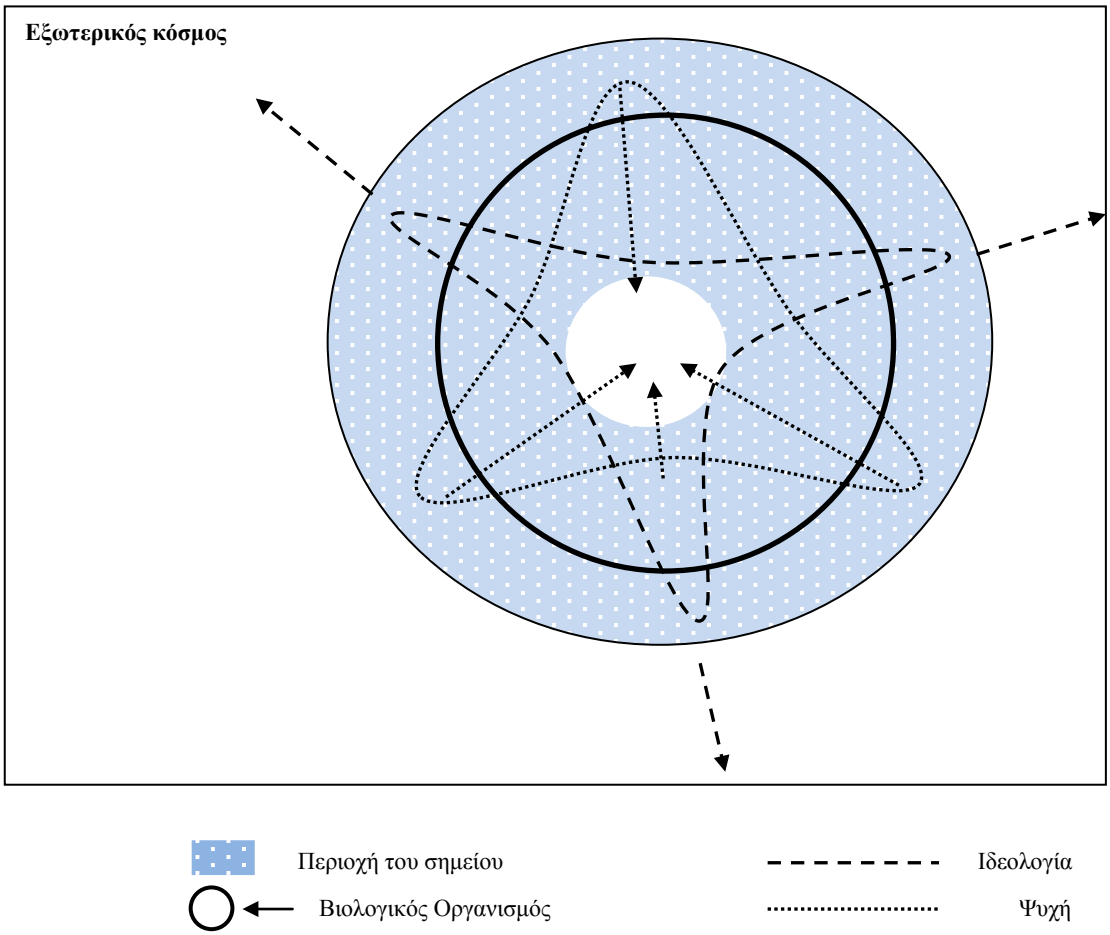
Η εσωτερική ομιλία εμφανίζεται γι' αυτόν σαν μια συμβατική μορφή της εξωτερικής, πολυφωνικής ομιλίας: οι μονάδες της εσωτερικής ομιλίας *«μοιάζουν με εναλλασσόμενες γραμμές ενός διαλόγου»* (1973: 38).

Αλλά εάν η ιδεολογία και η ψυχή υπάρχουν στα σημεία και οι δύο καταλαμβάνουν το ίδιο διάστημα, ποια είναι η διαφορά τους; Η διαφορά μεταξύ τους είναι αυτή του *προσανατολισμού:*

> *οποιαδήποτε εξωτερική έκφραση σημείων, μια άρθρωση, για παράδειγμα, μπορεί επίσης να οργανωθεί σε καθεμία από τις δύο κατευθύνσεις: είτε προς το ίδιο το θέμα, είτε μακριά από αυτό προς την ιδεολογία. Στην πρώτη περίπτωση, η άρθρωση στοχεύει στο δόσιμο της εξωτερικής έκφρασης των σημείων στα εσωτερικά σημεία, με αυτήν τη μορφή, και απαιτεί ένα καθαρά ψυχολογικό είδος*

κατανόησης. Στη δεύτερη περίπτωση απαιτείται, μια καθαρά ιδεολογική, αντικειμενικά-αναφερόμενη κατανόηση της άρθρωσης. (Voloshinov 1973: 36).

Στο σχήμα 2 που ακολουθεί παρέχουμε ένα τοπολογικό πανόραμα της ψυχής και της ιδεολογίας, τονίζοντας τη διαφορά τους στον προσανατολισμό όσον αφορά το βιολογικό οργανισμό. Αν και τα σχήματα 1 και 2 δεν εμφανίζονται στην εργασία του Voloshinov, μπορούν να μας βοηθήσουν, πιστεύουμε, για να καταλάβουμε καλύτερα τις ιδέες του.



Σχήμα 2 Μια τοπολογική αναπαράσταση της κατά Voloshinov διάκρισης μεταξύ ψυχής και ιδεολογίας

Ο Voloshinov έθεσε έπειτα το ερώτημα για το πώς η εσωτερική ομιλία εφαρμόζεται, και η απάντηση δόθηκε από τη σκοπιά της καταλληλότητας, από το άτομο, του λόγου που αυτό αντιμετωπίζει στην κοινωνική του ζωή, μια ιδέα που είναι παρόμοια από πολλές απόψεις με το γενετικό νόμο '*της πολιτιστικής ανάπτυξης*' του Vygotsky. Ο Voloshinov έγραψε:

> *Η ομιλία έπρεπε πρώτα να μπει στην ύπαρξη και να αναπτυχθεί στο στάδιο της κοινωνικής επαφής των οργανισμών έτσι ώστε κατόπιν να μπορεί να εισαχθεί μέσα στον οργανισμό και να γίνει εσωτερική ομιλία*. (1973: 39)

Η καταλληλότητα της ομιλίας και, γενικά , όλων των μορφών ανθρώπινης επικοινωνίας από όπου προκύπτει η ανθρώπινη ψυχή, δεν είναι μια διαδικασία *αυτή καθ' εαυτή*. *«Ένα ψυχικό φαινόμενο γίνεται εξηγήσιμο από τη σκοπιά που οι*

κοινωνικοί παράγοντες διαμορφώνουν τη συγκεκριμένη ζωή του ατόμου στους όρους του κοινωνικού του περιβάλλοντός (Voloshinov 1973: 25-26). Με αυτήν την κίνηση, ο Voloshinov απομακρύνθηκε από τα λεγόμενα άλλων που παρουσίασαν την ψυχή ή το μυαλό ως ένα αποπλαισιωμένο κατασκεύασμα. Θεώρησε ότι το *'καθαρό επιστημολογικό θέμα'* είναι μόνο μια μυθοπλασία.

5.3 Πολιτιστικά σημειωτικά συστήματα

Συνδέοντας το σύστημα των ιδεών με τα σημεία και εξαπλώνοντας το μυαλό στον κόσμο των σημείων, ο Voloshinov ήταν σε θέση να παρέχει μια μονολιθική εικόνα του ατόμου και της κοινωνίας του. Σε αυτήν την εικόνα, τα σημεία χάνουν την κάπως τεχνολογική υφή της έννοιας των εργαλείων του Vygotsky για να κυριαρχήσουν τη *'φυσική'* ή τη *'ζωική'* συμπεριφορά και να κερδίσουν ένα συμβολικό συστατικό. Φυσικά, ο Vygotsky γνώριζε ότι η ιδέα του για την ανθρώπινη συμπεριφορά (δηλαδή η *'φυσική συμπεριφορά'* που εξανθρωπίζεται μέσω της χρήσης των σημείων) ενσωματώνεται σε έναν κόσμο σημείων, διαφορετικών από τα αντίστοιχα *'υλικά'* σημεία. Εντούτοις, φαίνεται να θεωρεί ότι η άποψη ενός συμβολικού κόσμου που καλύπτει τις ανθρώπινες ενέργειες μπορεί εύκολα να έχει οδηγήσει στο να ξεχαστεί η συμφραζόμενη φύση της γνώσης, και να καταλήγει με μια περιγραφή των υψηλών ψυχολογικών διαδικασιών χωρίς τη σύνδεση με την πραγματικότητα των ατόμων και των ενεργειών που τα άτομα λαμβάνουν σε αυτήν την πραγματικότητα. Κατά συνέπεια, για παράδειγμα, κατά τη συζήτηση του ρόλου του παιχνιδιού στην ανάπτυξη των παιδιών, ο Vygotsky (Vygotsky 1967 1978: 92 ΓΦ.) επιμένει ότι η δραστηριότητα των παιδιών στο παιχνίδι δεν πρέπει ούτε να θεωρηθεί ως ανεξάρτητη του πλαισίου ούτε το παιχνίδι είναι αυτό που πρέπει να θεωρηθεί ως ανεξάρτητο από τα ιδιαίτερα κίνητρα του παιδιού.

> *Αν το παιχνίδι γίνεται κατανοητό ως συμβολικό, υπάρχει ο κίνδυνος να αντιμετωπισθεί ως δραστηριότητα συγγενής στην άλγεβρα δηλαδή το παιχνίδι, όπως η άλγεβρα, μπορεί να θεωρηθεί ως σύστημα σημείων που γενικεύουν την πραγματικότητα, χωρίς τα χαρακτηριστικά που θεωρώ συγκεκριμένα για το παιχνίδι*. (Vygotsky 1978: 94; 1967: 9)

Το θέμα του Vygotsky ήταν ότι και τα δύο *κίνητρα* υποστηρίζοντας τις ενέργειες στο παιχνίδι και τις πλοκές των παιδιών, προέρχονται από την πολιτιστική πραγματικότητά τους. Σε ένα παιχνίδι, το παιδί που θέλει να είναι τραπεζίτης ή ιερέας παίρνει το ρόλο του από αυτό που αναμένεται κοινωνικά να είναι ένας τραπεζίτης ή ένας ιερέας. Ο διάλογος και οι ενέργειες που θα εμπλακεί θα είναι συνεπείς προς αυτό που θεωρεί ότι ταιριάζει με τους κοινωνικούς ρόλους που αντιστοιχούν στις δύο ιδιότητες. Ως εκ τούτου οι συμβολικές δραστηριότητες παραμένουν πάντα σχετικές με την πραγματικότητά τους.

Σχετικά με τα λεγόμενα του Voloshinov για το μυαλό, είναι σαφές ότι ένας τέτοιος απολογισμός δεν παρέχει τον κίνδυνο να δούμε τα σύμβολα έξω από την πραγματικότητά τους και μεταπίπτουν έτσι σε μια ιδεαλιστική προοπτική. Στην πραγματικότητα, τα σημεία προκύπτουν, είπε, *«μόνο στη διαδικασία της*

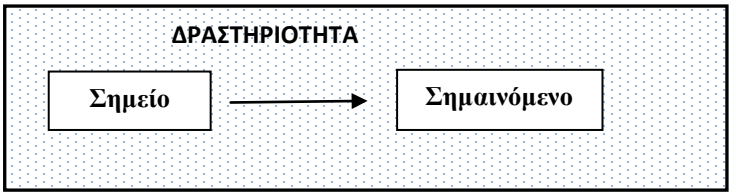
αλληλεπίδρασης μεταξύ της συνείδησης ενός ατόμου και κάποιου άλλου». Και πρόσθεσε, σχετικά με τη συνείδηση, ότι *«γίνεται συνείδηση (...) μόνο στο στάδιο της κοινωνικής αλληλεπίδρασης»* (1973: 11).

Ο Voloshinov και ο διανοητικός κύκλος του Nevel-Vitebsk-Λένινγκραντ - ένας κύκλος που λειτούργησε κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του '20 και συμπεριελάμβανε, μεταξύ των άλλων, τον Bakhtin- δεν διαμόρφωσε μια θεωρητική περιγραφή των κοινωνικών αλληλεπιδράσεων. Αντίθετα, ο A. N. Leontiev και οι μαθητές του αφιέρωσαν, τις προσπάθειές τους στη διατύπωση μιας θεωρίας τέτοιων αλληλεπιδράσεων και της επιστημολογικής διάστασής τους, μέσω μιας λεπτομερούς επεξεργασίας της κατηγορίας δραστηριότητας που εισήχθη πρώτα στην ψυχολογία από τον ίδιο τονVygotsky.

Η δραστηριότητα, κατά την άποψη του Leontiev, εμφανίζεται ενσωματωμένη σε ένα μεγαλύτερο σύστημα κοινωνικών αλληλεπιδράσεων και είναι ριζωμένη στις υλικές μορφές παραγωγής των ατόμων. Στο τελευταίο βιβλίο του έγραψε:

> *Με όλες αυτές τις ποικίλες μορφές της, η δραστηριότητα του ατόμου είναι ένα σύστημα μέσα στο σύστημα των κοινωνικών σχέσεων. Δεν υπάρχει χωρίς αυτές τις σχέσεις. Η συγκεκριμένη μορφή στην οποία υπάρχει καθορίζεται με τις μορφές και τα μέσα της υλικής και διανοητικής κοινωνικής αλληλεπίδρασης (Verkehr) που δημιουργούνται από την ανάπτυξη της παραγωγής και δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί με οποιοδήποτε άλλο τρόπο εκτός από τη δραστηριότητα των συγκεκριμένων ανθρώπων* (Leontiev 1984: 92; δείτε επίσης Leontiev το 1981: 47).

Δεν θα γίνει εδώ σε συζήτηση για την κατηγορία δραστηριοτήτων του Leontiev (δείτε π.χ. Leontiev 1984). Είναι αρκετό να αναφέρουμε ότι για τα σχετικά με τα σημεία, ο Leontiev συμφώνησε με τον Vygotsky για την διαμεσολαβημένη δραστηριότητα των εργαλείων (δείτε π.χ. Leontiev 1981: 54-58, κυρίως σελίδα 56). Αυτό μας οδήγησε σε μια προηγούμενη πρόταση ότι ένα σημείο παραμένει πάντα πλαισιωμένο από την πρακτική δραστηριότητα των ατόμων και η σύλληψη του σημείου ως σημειωτικού αντικειμένου που λειτουργεί σε έναν χάρτη ή ένα περιβάλλον όπου τα συγκεκριμένα χαρακτηριστικά της δραστηριότητας πρέπει να ληφθούν υπόψη (δείτε το σχήμα μας 3).



Σχήμα 3. Ο σημειωτικός χάρτης για το σημάδι

Επιπλέον, ο Leontiev θεώρησε ότι το κύριο χαρακτηριστικό της δραστηριότητας είναι η πτυχή του προσανατολισμένου στόχου της, δηλαδή το κίνητρο ή ο *προσανατολισμός του αντικειμένου* (Leontiev 1981: 48) - κάτι που θα μπορούσε να

είναι υλικό ή ιδεατό (Leontiev 1981: 59) και όχι μόνο να καλύπτεται με μια παγωμένη γνωστική διαδικασία αλλά από επιθυμίες και συγκινήσεις επίσης. Επιπλέον, στη θεωρητική του περιγραφή της δραστηριότητας έλαβε υπό ψη το γεγονός ότι τα κίνητρα, οι επιθυμίες και οι συγκινήσεις δεν είναι αντικείμενα από μόνα τους αλλά πιάνονται στον ιστό των κοινωνικών κοινοποιήσεων. Αυτές οι κοινωνικές σημασίες, είπε, *«δημιουργούνται από την κοινωνία και έχουν την ιστορία τους στην εξέλιξη της γλώσσας και στις μορφές της κοινωνικής συνείδησης. Απεικονίζουν (...) τις ιδεολογικές αντιπροσωπεύσεις της κοινωνίας - θρησκευτικές, φιλοσοφικές, πολιτικές*. (Leontiev 1984: 163).

Το γεγονός ότι η δραστηριότητα είναι διαμεσολαβημένη από τα σημεία και ότι τα κίνητρά. της συσχετίζεται με τον ένα ή τον άλλο τρόπο με τις 'υπερατομικές' σημαντικότητες (Leontiev 1984: 162) που ανήκουν στη σφαίρα της *'κοινωνικής συνείδησης'* ή της *'συλλογικής συνείδησης'* - όροι που εισήχθησαν από τον Leontiev (δείτε π.χ. 1984: 146) στην προσπάθειά του να συσχετίσει τις πολιτιστικές ιδέες (π.χ. πεποιθήσεις) στη συνείδηση του ατόμου, μέσω της δραστηριότητας- είναι αποτρεπτικό από την εξέταση της χρήσης των σημείων από το άτομο, ως ανεξάρτητης από τις σημαντικές μορφές του πολιτισμού. Ο A. A. Leontiev (γιος του A. N. Leontiev) το έθεσε πολύ καθαρά

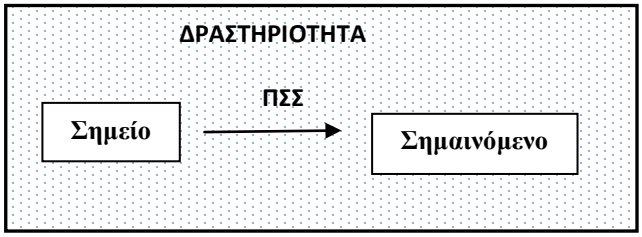
> *το σημείο (...) προκύπτει ως συστατικό μέρος του συστήματος των συμβατικών δηλωτικών μορφών και μέσων για τις εξωτερικές εκφράσεις και σταθεροποίηση των ιδανικών φαινομένων*. (1981: 244)

Αν θεωρηθούν από τη *'υπερ-μεμονωμένη'* σφαίρα, τα σημεία δεν βρίσκονται τυχαία στο πολιτιστικό χώρο των ατόμων. Δεδομένου ότι ο πολιτισμός δεν είναι ομοιογενής, τα σημεία δεν διανέμονται εξίσου ούτε χρησιμοποιούνται κατά τρόπο αδιάφορο. Μάλλον, τα σημεία είναι πολιτιστικά διαμορφωμένα και κοινωνικά διανεμημένα (Cole 1996a, 1996b). Είναι ενσωματωμένα από αυτό που ο L. Radford ονομάζει διαφορετικά *πολιτιστικά σημειωτικά συστήματα* δηλαδή εκείνα τα πολιτιστικά συστήματα που παρέχουν τις ποικίλες πηγές για την έννοια-παραγωγή, μέσω των συγκεκριμένων κοινωνικών δηλωτικών πρακτικών.

Το σημαντικό γεγονός ότι τα σημεία είναι ενσωματωμένα στα πολιτιστικά σημειωτικά συστήματα καθιστά αδύνατο για αυτά να είναι μόνο υποκατάστατα κάτι άλλου, όπως οι μεσαιωνικοί μελετητές το είχαν συλλάβει. Πράγματι, με μια πιο προσεκτική εξέταση, το σημείο και το σημαινόμενο δεν βρίσκονται σε μια μόνη σχέση αντικατάστασης. Αυτή η σχέση, που μεταφέρεται στο σχήμα 3 από το βέλος, ενσωματώνεται ήδη σε ένα πολιτιστικό σημειωτικό σύστημα (ΠΣΣ) που παρέχει νόημα στην πρακτική δραστηριότητα των ατόμων. Κατά συνέπεια, για παράδειγμα, το μεσοποτάμιο κουπόνι που αντιπροσωπεύει μια αγελάδα είναι ένα σημείο (*'αριθμητικό'* λόγου χάρη) που πλαισιώνεται από το συμβολικό σύστημα της *'αρχαϊκής'* οικονομίας χωρίς την οποία θα ήταν αδύνατο να φανταστούμε την διαίρεση των επαγγελμάτων, τη διανομή του εδάφους και τον πολιτικό και θρησκευτικό ρόλο του ναού. Όπως ο Καστοριάδης, ένας από τους οξύτερους κριτικούς του Τροτσικισμού λέει:

Όλα αυτά που παρουσιάζονται σε μας, σε αυτόν τον κοινωνικο-ιστορικό κόσμο, είναι α-κοινωνικοποίητα υφασμένα με το συμβολικό. Ούτε θα εξαντληθούν ποτέ. Οι πραγματικές ενέργειες, μεμονωμένες ή συλλογικές - εργασία, κατανάλωση, πόλεμος, αγάπη, τοκετός - τα αναρίθμητα υλικά προϊόντα χωρίς τα οποία καμία κοινωνία δεν θα μπορούσε να επιζήσει ούτε μια στιγμή, δεν είναι (όχι πάντα, όχι άμεσα) σημεία. Αλλά το κάθε ένα είναι αδύνατο έξω από ένα συμβολικό σύστημα. (1975: 162)

Σύμφωνα με αυτό, το βέλος της σημειωτικής σύνδεσης μεταξύ του σημείου και του σημαινόμενου στο σημειωτικό χάρτη ενός σημείου εξαρτάται από το συγκεκριμένο ΠΣΣ στο οποίο μια τέτοια σύνδεση προκύπτει, έτσι ώστε αυτή η σύνδεση μπορεί να γραφτεί ως εξής:



Η έννοια του πολιτιστικού σημειωτικού συστήματος (ΠΣΣ) που αναφέρεται είναι ως εκ τούτου ένα σύστημα που μεταφέρει πλαισιωμένες σηματοδοτήσεις που ενσωματώνουν τη χρήση των σημείων. Εκείνες οι έγκυρες σηματοδοτήσεις κανόνων χρήσης των σημείων, που κάνουν την παραγωγή και κατανόηση ενός σημείου *«άρρηκτα συσχετισμένη με την κατάσταση στην οποία το σημείο εφαρμόζεται»*.(Voloshinov 1973: 73). Αλλά δεν είναι μόνο αυτό. Εκτός από την επιρροή του στο επίπεδο της περιοχής του σημείου, το ΠΣΣ είναι ένα δομικό στοιχείο στην οργάνωση των δραστηριοτήτων της πολιτιστικής ομάδας συνεπεία της συγκεκριμένης σήματο-διαμεσολαβημένης σημειωτικής φύσης των ενεργειών από τις οποίες μια δραστηριότητα αποτελείται. Ως εκ τούτου, μιλώντας τοπολογικά, το ΠΣΣ εμφανίζεται δύο φορές: **(ι)** στην αλληλεπίδραση με τη περιοχή του σημείου, αφ' ενός, και **(ii)** στην αλληλεπίδραση με τη δραστηριότητα, αφ' ετέρου. Κατά συνέπεια, για παράδειγμα, μια πέτρα προοριζόμενη για ένα τσεκούρι έχει μια ορισμένη αξία για τους Eipo της Νέας Γουϊνέας - μια αξία που συνδέεται με τις μορφές παραγωγής της οικονομίας των Eipo. Σαν αντιπροσώπευση αυτής της αξίας, η πέτρα γίνεται ένα σημείο. Στην τυπολογία των σημείων που χρησιμοποιούνται από τον Cole (1996a, 1996b), η ίδια η πέτρα ανήκει στο *'αρχικό επίπεδο'*. Ένα άλλο σημείο που χρησιμοποιείται για να αντιπροσωπεύσει αυτήν την πέτρα (ένα σχέδιο ή οποιοδήποτε άλλο σημείο, για παράδειγμα) θα ήταν ένα σημείο που ανήκει στο *'δεύτερο επίπεδο'*. Αλλά τα ιδεολογικά σημεία που ανήκουν και στα αρχικά και στα δεύτερα επίπεδα ενσωματώνονται σ' ένα ΠΣΣ που παρέχει μια σηματοδότηση για τη συμβολική *'πράξη δώρου'* στην οποία η πέτρα θα περιληφθεί. Οι Eibl-Eibesfeld et al.(1989) παρατήρησαν ότι οι Eipo συμπεριφέρονται κατά τη διάρκεια της ανταλλαγής δώρων με υποκριτική ηρεμία. Σε εκείνες τις περιπτώσεις, χαρίζουν δώρα αξίας και τα

δέχονται επίσης. Μετά από την ανταλλαγή των δώρων, οι Eipo απλώνουν έξω τα δώρα τους και τα ελέγχουν. Βλέπουνε πόσες πέτρες τσεκουριών τους δόθηκαν καθώς επίσης και άλλα αγαθά και υπολογίζουν την ισορροπία. Εκείνοι που έλαβαν μέρος σε μια δυσμενή ανταλλαγή δώρων θυμώνουν, ρίχνονται στο πάτωμα του σπιτιού τους, κ.λπ. Από τη θεωρητική προοπτική μας, οι ενέργειες των Eipo και η χρήση πέτρινων-σημείων εμφανίζονται βασισμένες στην ιδέα μιας δίκαιης ανταλλαγής αγαθών. Φυσικά, η ιδέα μιας δίκαιης ανταλλαγής αγαθών δεν είναι ένα χαρακτηριστικό μόνον των Eipo. Μια τέτοια ανταλλαγή έχει παρατηρηθεί επανειλημμένως στη διαπολιτισμική έρευνα. Παραδείγματος χάριν, ενώ στην ρύθμιση των Eipo η ανταλλαγή περιλαμβάνει έναν *'υπολογισμό'* των τιμών που δίνουν στα αγαθά, δηλαδή έναν υπολογισμό που μπορούμε να καλέσουμε ως μαθηματικό υπολογισμό των Eipo, ακόμα κι αν δεν αποκτά μια ρητή μορφή, μια παρόμοια ανταλλαγή, στις εμπορικές συναλλαγές, κλήθηκε *baratto* (ανταλλαγή) από τους ιταλικούς μεσαιωνικούς εμπόρους (δείτε, π.χ., Franci και Toti Rigatelli το 1982: 78, ή Swetz το 1989) και υπολογίζονταν αριθμητικά με την *'μέθοδο των τριών'*. Αλλά η ιδιαίτερη δομή της δραστηριότητας ανταλλαγής δώρων των Eipo (η ηρεμία που παρουσιάζουν μπροστά στους άλλους, ο μυστικός υπολογισμός των δοθέντων και λαμβανόμενων δώρων, η έκφραση χαράς ή του θυμού, κ.λπ.) απεικονίζεται και κανονικοποιείται από το πολιτιστικό σημειωτικό σύστημα των Eipo που παρέχει τις απαραίτητες κοινοποιήσεις για μια τέτοια ανταλλαγή δώρων για να εμφανιστεί.

Μπορούμε να βάλουμε τις ανωτέρω παρατηρήσεις σε μια γενικότερη μορφή ως εξής: μέσω της αλληλεπίδρασής τους με τη δραστηριότητα, και λαμβάνοντας υπόψη τη σημειωτική φύση της τελευταίας, τα Πολιτιστικά Σημειωτικά Συστήματα αποτελούν τους κανόνες χρήσης των σημείων. Τα Πολιτιστικά Σημειωτικά Συστήματα μεταβιβάζουν μια κανονιστική διάσταση που δίνει εγκυρότητα στην παραγωγή και κατανόηση των σημείων και των ενεργειών.

Όπως θα δούμε στο επόμενο τμήμα, στην αλληλεπίδρασή τους με την περιοχή του σημείου, τα Πολιτιστικά Σημειωτικά Συστήματα θεωρούνται επίσης η βάση της παραγωγής των τρόπων γνώσης (ή *επιστήμες*, για να χρησιμοποιήσουμε την έκφραση του Foucault) τα όποια, στη συνέχεια, παρέχουν ιδεολογίες με συγκεκριμένο περιεχόμενο. Σε αυτό το σημείο πρέπει να τονιστούν κάποια πράγματα για την προέλευση των ΠΣΣ και των επιστημολογικών τους επιπτώσεων.

Αξίζει να αναφερθούν οι έρευνες του Cassirer για τη σχέση μεταξύ της γλώσσας και των ιδεών και των σηματοδοτήσεων, που τα άτομα διαμορφώνουν για τον κόσμο τους. Ο Cassirer, που είναι γνωστός για τα γραπτά του ενάντια στη θεωρία της αντανάκλασης(theory of reflection), μια θεωρία σύμφωνα με την οποία οι ιδέες μας είναι μόνο ο καθρέφτης των εξωτερικών αντικειμένων, απέρριψε τον υλισμό υποστηρίζοντας ότι

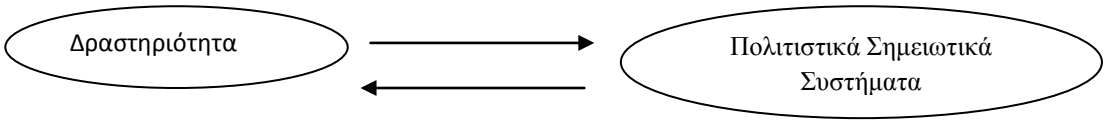
> *η γνώση δεν μπορεί ποτέ να αναπαραγάγει την αληθινή φύση των πραγμάτων όπως είναι, αλλά πρέπει να πλαισιώσει την ουσία τους 'στις έννοιες'. Αλλά ποιες είναι οι ασφαλείς διατυπώσεις και δημιουργίες εννοιών της σκέψης, οι οποίες, αντί να μας δώσουν την αληθινή μορφή των αντικειμένων, μας παρουσιάζουν μάλλον τις μορφές της ίδια της σκέψης (Cassirer 1953: 7)*

Και προσπαθώντας να υπερνικήσει την Καντιανή διάκριση του αντικειμένου/υποκειμένου, προσκολήθηκε στην ιδέα ότι ο κόσμος δημιουργείται από τη γλώσσα. Αυτό που κάποιος μπορεί να καλέσει *'πραγματικότητα'* είναι, για αυτόν, αυτό που οι *μορφές* λογικότητας και αντιπροσώπευσης μας δίνουν. Εκείνες οι μορφές – που ονόμασε *συμβολικές μορφές* και που περιλαμβάνουν τη γλώσσα, το μυθικό και θρησκευτικό κόσμο, τις τέχνες- συλλαμβάνονται ως ενέργεια του πνεύματος που συνδέει το σημείο με την πνευματική σηματοδότηση. Στα αντικείμενα που παράγουν, οι συμβολικές μορφές, εσωκλείουν την αλήθεια και τη σημασία τους. Λέει:

> *Αντί της μέτρησης του περιεχομένου, της έννοιας και της αλήθειας των διανοητικών μορφών από κάτι ξένο που υποτίθεται ότι αναπαράγεται μέσα τους, πρέπει να βρούμε μέσα σε αυτές τις ίδιες τις μορφές το μέτρο και το κριτήριο για την αλήθεια και την εγγενή έννοιά τους… πρέπει να δούμε σε κάθε μια από αυτές τις πνευματικές μορφές έναν αυθόρμητο νόμο παραγωγής, έναν αρχικό τρόπο και μια τάση έκφρασης… (Cassirer 1953: 8).*

Το σύστημα των κοινωνικών σηματοδοτήσεων που μεταβιβάζεται από την ιδέα για τα ΠΣΣ δεν μπορεί ούτε να αντέξει οποιοδήποτε αυθόρμητο νόμο παραγωγής διανοητικών μορφών ούτε οποιαδήποτε νεοκαντιανή εποπτεία της σημασίας. Το σύστημα των κοινωνικών σηματοδοτήσεων για το οποίο γίνεται λόγος είναι αναλλοίωτο από τις πρακτικές δραστηριότητες των ατόμων και της πραγματικότητας που αυτά συν-κατασκευάζουν. Είναι καλά γνωστό ότι ο Leontiev επέμεινε στον αποτελεσματικό συσχετισμό μεταξύ της δραστηριότητας, των κινήτρων της και των πραγματικών σχέσεων του ατόμου με την πραγματικότητα (δείτε Kozulin το 1996).

Αυτό οδηγεί στο να θεωρηθούν τα Πολιτιστικά Σημειωτικά Συστήματα ως κοινωνικο-ιστορικά θεμελιωμένα και εμφανιζόμενα από πρακτικές δραστηριότητες και από τον πολιτισμό που αυτές οι δραστηριότητες δημιουργούν στο δρόμο τους. Όπως προτείνεται στο σχήμα 4, οι κοινωνικές σηματοδοτήσεις δημιουργούνται από τις δραστηριότητες και αντίστροφα.



Σχήμα 4. Η διαλεκτική σχέση μεταξύ της δραστηριότητας και του ΠΣΣ

Θα γίνει αναφορά αργότερα σε μια πιο λεπτομερή συζήτηση για τη σχέση μεταξύ της δραστηριότητας και ΠΣΣ. Για την ώρα αξίζει να αναφερθεί, ότι οι συνέπειες για τη γνώση, του ρόλου των πολιτιστικών συμβολικών συστημάτων, έχουν αγνοηθεί κατά ένα μεγάλο μέρος στα λεγόμενα αυτών που ασχολούνται με την γνώση και που έχουν στο επίκεντρο το άτομο. Εφ' όσον η γνώση θεωρηθεί ως σύνολο ατομικών διαδικασιών που εμφανίζονται στον εγκέφαλο και ο εξωτερικός κόσμος έχει συλληφθεί μόνον ως ένα διάστημα όπου το άτομο εκφράζει αυτές τις διαδικασίες, δεν υπάρχει κανένας λόγος να εξετάσουμε τα Πολιτιστικά Σημειωτικά Συστήματα. Αντίθετα, εάν το μυαλό και η δραστηριότητα ληφθούν ως συστατικά το ένα του άλλου, εάν δούμε το μυαλό ως συνδυασμό της πρακτικής δραστηριότητας μιας

κοινωνίας, και δούμε τη διανοητική δραστηριότητα ως μια ιδανική αντανάκλαση της (Ilyenkov 1977: 260; Davydov 1990: 237),τότε ο στόχος να μελετηθούν τα Πολιτιστικά Σημειωτικά Συστήματα γίνεται άμεσος. Για τους σκοπούς της συζήτησής μας ας δώσουμε τώρα ένα σύντομο παράδειγμα.

Είναι σαφώς τεκμηριωμένο ότι οι Inca χρησιμοποιούσαν για την αρίθμηση ένα σύστημα κόμπων στο ύφασμα – το kipus. Οι κόμποι ως εκ τούτου εμφανίζονται σαν σημεία, ως ψυχολογικά εργαλεία, τα οποία χρησιμοποιούσαν για να θυμούνται και να εκτελούν μερικούς στοιχειώδεις αριθμητικούς υπολογισμούς. Η επιλογή των Inca για ένα πραγματικό υλικό υποστήριξης δεν μπορεί να αποδοθεί σε μια καθαρή σύμπτωση. Τα χρωματιστά υφάσματα είχαν, βεβαίως, μια συμβολική αξία που χρησίμευε για την ανάπτυξη της ιδέας του υλικού πλούτου και της υψηλής κοινωνικής θέσης. Ο υπολογισμός, φυσικά, προέκυψε όπως σε άλλους πολιτισμούς, από τις πρακτικές δραστηριότητες, και ήταν μια πρωταρχικής σπουδαιότητας ανάγκη για τον έλεγχο των τοπικών και μεμονωμένων οικονομιών. Ο υπολογισμός γινόταν στα πολύτιμα πολιτιστικά αντικείμενα. Εντούτοις, η πραγματική επιλογή των Incas είχε πολλούς περιορισμούς εάν συγκρίνουμε την τεχνολογία μέτρησής τους με την τεχνολογία των πήλινων πλακιδίων που βρέθηκαν στη Μεσοποταμία στο τέλος της 4ης χιλιετίας π.χ. Όπως μπορούμε να δούμε, τα σημειωτικά συστήματα στα οποία βρέθηκε η μέτρηση των σημείων, πρόσφεραν διαφορετικές γνωστικές δυνατότητες. Δεν ήταν γνωστικά ουδέτερα. Φυσικά, με αυτό δεν εννοούμε ότι εάν οι Incas είχαν τη θαυμάσια ιδέα χρησιμοποίησης των πήλινων πλακιδίων, θα είχαν υποβληθεί στην ίδια ανάπτυξη με το λαό της Μεσοποταμίας! Θα ήταν ένα λάθος να δούμε τα **Π**ολιτιστικά **Σ**ημειωτικά **Σ**υστήματα από μια δελεαστική αιτιώδη άποψη.

5.4 Η Ευκλείδεια και προ-Ευκλείδεια θεωρία των ζυγών και περιττών αριθμών

Θα συζητηθεί τώρα εδώ, σύμφωνα με τις ιδέες που παρουσιάστηκαν στα προηγούμενα τμήματα, ένα συνοπτικό παράδειγμα για το πώς πολιτιστικά σημειωτικά συστήματα που προέρχονται από τις πρακτικές δραστηριότητες ενός πολιτισμού, δίνουν δυνατότητες για την εμφάνιση και νομιμοποίηση εκείνων των τρόπων γνώσης (ή *epistemes), οι* όποιοι παρέχουν στη συνέχεια στις ιδεολογίες ένα καθορισμένο και συγκεκριμένο περιεχόμενο. Προκειμένου να γίνει αυτό, θα στρέψουμε την προσοχή μας στην προ-Ευκλείδεια και Ευκλείδεια θεωρία των άρτιων και περιττών αριθμών και θα δούμε τον τρόπο παρουσίασης αποδείξεων του Ευκλείδη ως ιδεολογική περίπτωση της γενικής κλασικής ελληνικής Επιστήμης και του Πολιτιστικού Σημειωτικού Συστήματός της.

Θα αρχίσουμε με την εξέταση μιας πρότασης που περιλαμβάνεται στο IX βιβλίο των *Στοιχείων του Ευκλείδη*. Η πρόταση φέρει τον αριθμό 21 και είναι η εξής:

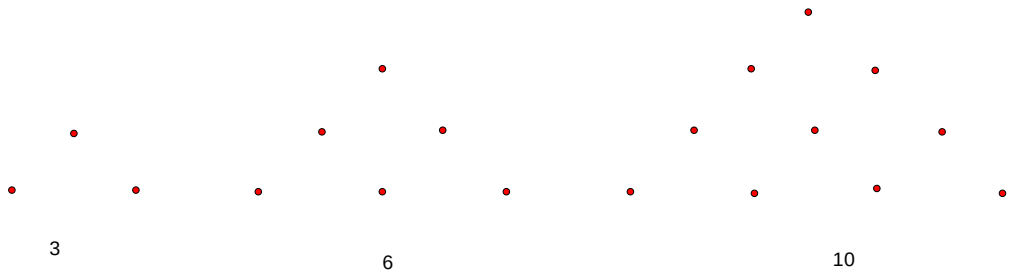
Το άθροισμα οσονδήποτε άρτιων αριθμός είναι άρτιος

Και η απόδειξη είναι η ακόλουθη:

Ας θεωρήσουμε όσους ζυγούς αριθμούς επιθυμούμε π.χ.ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΕ και ας θεωρήσουμε το άθροισμά τους ΑΕ. Θα αποδείξουμε ότι είναι ζυγός. Αφού κάθε ένας από τους αριθμούς ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, Δ είναι ζυγός θα έχει ήμισυ.(VII. Ορ.6). Έτσι και ολόκληρο το ΑΕ θα έχει επίσης ήμισυ. Αλλά ένας ζυγός αριθμός είναι αυτός που είναι διαιρετός σε δύο ίσα μέρη. Επομένως ΑΕ είναι ζυγός (Heath 1956: 413).

Η **πρόταση 21** ήταν ήδη πολύ καλά γνωστή πριν από τον Ευκλείδη και αποτέλεσε μέρος της θεωρίας των άρτιων και περιττών αριθμών (των οποίων μερικές προτάσεις περιλαμβάνονται μέσα *Στοιχεία* IX, 21-34). Είναι πολύ πιθανόν, η θεωρία να χρονολογείται πίσω στους πρώτους Πυθαγορείους, οι οποίοι την είχαν ερευνήσει μέσω της χρήσης χαλικιών, όπως έκαναν για τη θεωρία των πολύγωνων αριθμών, δηλαδή εκείνους τους αριθμούς των οποίων οι μονάδες μπορούν να τακτοποιηθούν σε πολυγωνικές μορφές (δηλ. τρίγωνα, τετράγωνα, πεντάγωνα, και τα λοιπά). Ο Αριστοτέλης αναφέρει ότι *«... ο Εύριτος ανακάλυψε ποιος ήταν ο αριθμός των πραγμάτων (παραδείγματος χάριν ενός ατόμου ή ενός αλόγου), μιμούμενος τον αριθμό των ζωντανών πραγμάτων με τα χαλίκια, δεδομένου ότι μερικά πρόσωπα έχουν βάλει τους αριθμούς με μορφές τριγώνων ή τετραγώνων»* (Μεταφυσικά *1092^{β}10).*

Για παράδειγμα, οι 3, 6 και 10 είναι τριγωνικοί αριθμοί ενώ δύο τετραγωνικοί αριθμοί είναι 4 και 9.

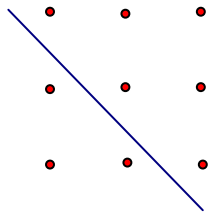


Τρεις τριγωνικοί αριθμοί

Δύο τετραγωνικοί αριθμοί

Σχήμα 5. Τριγωνικοί και τετραγωνικοί αριθμοί

Οι τεχνικές χειρισμού των χαλικιών επέτρεψαν στους Πυθαγορείους να συνειδητοποιήσουν ότι ένας τετραγωνικός αριθμός αποτελείται από δύο διαδοχικούς τριγωνικούς αριθμούς:

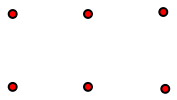


Ένας τετραγωνικός αριθμός αποτελείται από δύο τριγωνικούς αριθμούς

Σχήμα 6. Τεχνική χαλικιών για να ερευνηθούν οι αριθμοί

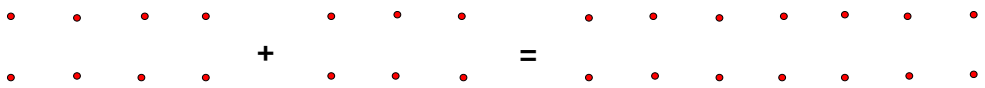
Ο Φιλόλαος ένας φιλόσοφος του 5ου αιώνα π.χ., που, καθώς η ιστορία λέει, ήταν ο πρώτος που έσπασε τις προφορικές μεθόδους διδασκαλίας των Πυθαγορείων καταγράφοντας μερικές από τις ιδέες τους, είπε ότι *«ο αριθμός αποτελείται από δύο διαφορετικές μορφές, την άρτια και την περιττή και μια Τρίτη που συντίθεται από τις δύο, την άρτιο-περιττή»* (Freeman 1956: 74, τεμάχιο 5).

Μέσα στην Πυθαγόρεια μη-παραγωγική, προ-Ευκλείδεια συγκεκριμένη αριθμητική φαίνεται ότι διαμορφώθηκαν μερικές προτάσεις για τους άρτιους και περιττούς αριθμούς(δείτε π.χ. Becker 1936 ή Lefevre 1981). Σύμφωνα με τον Becker, η πρόταση 21 (όπως και άλλες) αποδείχθηκε μέσω της χρήσης συγκεκριμένων παραδειγμάτων. Η κεντρική ιδέα στην απόδειξη είναι η ιδιότητα των άρτιων αριθμών ότι είναι εκείνοι που μπορούν να διχοτομηθούν, επιτρέποντας μια γεωμετρική αντιπροσώπευση αυτού του είδους:



Σχήμα 7

Η απόδειξη θα μπορούσε έπειτα να παρουσιασθεί ως εξής:



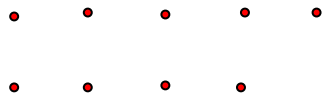
Σχήμα 8

Η *πρόταση 22* διατυπώθηκε από τον Ευκλείδη ως εξής (Heath 1956: 413):

Το άθροισμα άρτιου πλήθους περιττών αριθμών είναι άρτιος

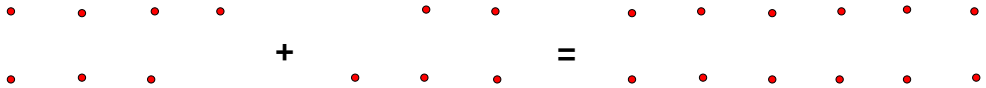
Σε αυτήν την περίπτωση, η απόδειξη φαίνεται να βασίζεται στην ιδέα ότι οι περιττοί αριθμοί διαφέρουν από τους άρτιους αριθμούς κατά μία μονάδα, έτσι ώστε

μια χαρακτηριστική γεωμετρική αντιπροσώπευση των περιττών αριθμών να είναι η ακόλουθη:



Σχήμα 9

Η απόδειξη θα μπορούσε έπειτα να παρουσιασθεί στην ακόλουθη μορφή:



Σχήμα 10

Τα πολιτιστικά σημειωτικά συστήματα και η αντίστοιχη γενική επιστημονική δομή τους θα μας εφοδιάσουν με την κατανόηση όλου του προβληματισμού που ο Ευκλείδης επέβαλε στον εαυτό του για να αποδείξει κάτι που ο καθένας ήξερε ήδη και που θα ήταν ευκολότερο να δει με την τεχνική των χαλικιών. Εν ολίγοις, θέλουμε να καταλάβουμε αυτό στο οποίο ο Taisbak, με μια επιτυχημένη έκφραση, αναφέρθηκε ως *'νευρωτική ιδεοληψία του Ευκλείδη'* δηλ. η ιδεοληψία της παρουσίασης αποδείξεων για πράγματα που κανένας με κανένα τρόπο ποτέ δεν αμφισβήτησε (Taisbak 1971: 13). Το τι θέλουμε να προτείνουμε είναι περίπου το ακόλουθο: όπως οι δραστηριότητες των Eipo που καλύπτουν τη διαπραγμάτευση των δώρων, είναι απολύτως συνεπείς μέσα στη σφαίρα της δικής τους *ιδεολογίας* και *τρόπου δράσης* , έτσι είναι και ο τρόπος παρουσίασης αποδείξεων του Ευκλείδη.

Το πρώτο σημείο που πρέπει να τονιστεί είναι ότι ο τρόπος παρουσίασης αποδείξεων του Ευκλείδη δεν μπορεί να γίνει κατανοητός μέσα στο ίδιο το πεδίο των μαθηματικών. Αυτός ο τρόπος παρουσίασης αποδείξεων μεταφέρθηκε από άλλες δραστηριότητες στα μαθηματικά. Ο Szabo, μέσω μιας φιλολογικής ανάλυσης, έχει δείξει ότι οι βασικοί μαθηματικοί όροι που απαιτήθηκαν σε ένα παραγωγικό σύστημα, όπως η υπόθεση, η θέση και το αξίωμα, χρησιμοποιήθηκαν αρχικά στους στοχασμούς γύρω από την διαλεκτική. Στην πραγματικότητα, προχώρησε περαιτέρω και παρουσίασε μια εντυπωσιακή ομοιότητα μεταξύ των μαθηματικών μεθόδων και εκείνων των διαλεκτικών (Szabo 1977: 262 ΓΦ.), οι οποίες τον οδήγησαν να προτείνει ότι αρχικά τα μαθηματικά ήταν μόνο ένα μέρος της διαλεκτικής όπως αναπτύχθηκε από τους Ελεάτες φιλοσόφους. Όπως ο Szabo προτείνει, η μετάβαση από τα εμπειρικά (χαλίκια και βασισμένα στα γεωμετρικά σχέδια) ελληνικά μαθηματικά στα παραγωγικά μαθηματικά υποστηρίχτηκε από:

(α)την ίδια τη διάκριση μεταξύ της *'πραγματικής'* γνώσης και της *' άποψης'* που σκιαγραφήθηκε από τον Παρμενίδη στο διάσημο διδακτικό ποίημά του και

(β) τη διάκριση μεταξύ της ύπαρξης και της μη-ύπαρξης.

Τα δύο προαναφερθέντα σημεία έδωσαν αφορμή για μια οντολογία και μια επιστημολογία πολύ ιδιαίτερης φύσης (κάτι που δεν παρατηρούμε απαραιτήτως δεδομένου ότι ο τρόπος σκέψης μας, έχει πολλές από τις θεμελιώδεις ρίζες του, στην οντολογία και την επιστημολογία που σκιαγραφούνται στο ποίημα του Παρμενίδη). Εκτιμώντας ότι, αφ' ενός, η διάκριση μεταξύ της *'πραγματικής'* γνώσης και της *'άποψης'* οδήγησε στην άρνηση των αισθήσεων ως παραγωγό της γνώσης, και, αφ' ετέρου, η νομιμοποίηση της *'πραγματικής'* γνώσης ως κάτι εφικτό από τη λογική σκέψη μόνο, η εμφάνιση της έννοιας της υπόθεσης και της έμμεσης απόδειξης (ή απόδειξη με την εις άτοπο απαγωγή*)* αφορούσε τη διάκριση μεταξύ της ύπαρξης και της μη-ύπαρξης.

Η σχετικότητα αυτών των σημείων στο σχηματισμό της ελληνικής επιστήμης μπορεί να γίνει καλύτερα κατανοητή με την αναφορά στις ακόλουθες δύο πτυχές:

Αρχικά, η θεμελιώδης αντίθεση μεταξύ της ύπαρξης και της μη ύπαρξης έκανε δυνατή την παραγωγή ενός τρόπου σκέψης όπου η γόνιμη αρχή του *'αποκλειόμενου τρίτου'* έγινε διαθέσιμη. Πράγματι, η αντίθεση της ύπαρξης με τη μη-ύπαρξη δημιούργησε μια διαχωριστική γραμμή στο οντολογικό διάστημα που διαμορφώθηκε από τους φιλοσόφους μετά τον Παρμενίδη και ενέκριναν την τοποθέτηση της λογικής σκέψης σε μια μόνο από εκείνες τις πλευρές, στη διαφωτισμένη πλευρά της ύπαρξης. Είναι σε αυτήν την πλευρά που κάποιος θα βρει όλα αυτά που είναι νοητά. Είναι αδύνατο για οποιοδήποτε πραγματικό αντικείμενο να είναι και να μην είναι, ή ακόμα και να είναι κάτι άλλο. Αλλά υπάρχει ένα άλλο σημαντικό σημείο σχετικά με τα πραγματικά αντικείμενα. Συλλαμβάνονται μεταφορικά και καταλαμβάνουν ένα ορισμένο διάστημα στην πλευρά της ύπαρξης. Δεν μπορούν να είναι αόριστα, διαφορετικά μπορούν να πέσουν στη σκοτεινή πλευρά των μεταβαλλόμενων πραγμάτων, στην πλευρά των πραγμάτων που δεν κρατούν μια ταυτότητα από μόνα τους, στην πλευρά της μη-ύπαρξης. Ένα πραγματικό αντικείμενο στην κλασική ελληνική επιστήμη είναι σαφώς οριοθετημένο. Δεδομένου ότι οποιοδήποτε πραγματικό πράγμα είναι ακίνητο και αιώνιο, ένα πραγματικό πράγμα μπορεί να βρει τη γλωσσική του έκφραση μόνο υπό τη μορφή του ρήματος *είναι. «Λέμε ότι [ο φυσικός κόσμος] ήταν είναι και θα είναι»*, λέει ο Πλάτωνας *«αλλά το 'είναι' μόνο πραγματικά ανήκει σε αυτόν [τον αιώνιο κόσμο]»* (Τίμαιο 38c2-3, 37e-38a). Η απαραίτητη οριοθέτηση των αντικειμένων ολοκληρώθηκε από σαφείς ορισμούς βασισμένους υποχρεωτικά στη χρήση του ρήματος *είναι.* «*Αριθμός είναι»*, λέει ο Ευκλείδης, *«ένα πλήθος που αποτελείται από μονάδες», «Ένας άρτιος αριθμός* είναι *αυτός που είναι διαιρετός σε δύο ίσα μέρη»,* κ.λπ. (Βιβλίο 7, Ορσ. 2 και 6 Heath 1956: 277). Χωρίς την οριοθέτηση του διαστήματος του αντικειμένου (κάτι που επιτυγχάνεται με τον ορισμό), η λογική σκέψη δεν μπορεί να πάρει το αντικείμενο στα χέρια της. Πολύ διαφορετική υπήρξε η περίπτωση της οντολογίας των Βαβυλωνίων: δεν βρίσκουμε έναν ορισμό του αριθμού ή των πολυγωνικών αριθμών ή των γωνιών. Τα αντικείμενα είναι εκεί μπροστά από το γραφέα, προσιτά σε αυτόν μέσω των αισθήσεών του. Όπως παρατηρήσαμε αλλού (Radford 1997a) η επιστήμη των Βαβυλωνίων προκλήθηκε από έναν ιδιαίτερο ρεαλισμό όπου τα μαθηματικά αντικείμενα είχαν μεσολαβηθεί από γενικεύσεις των πρακτικών δραστηριοτήτων των ελεγκτών.

Αφετέρου, αξίζει να αναφερθεί ότι η άρνηση των εμφανίσεων-ενός άλλου παράγοντα που υποστηρίζει αποφασιστικά τη διαμόρφωση του τρόπου γνώσης των αντικειμένων στην ελληνική σκέψη - ήταν ένα επαναλαμβανόμενο θέμα σε ολόκληρη την ελληνική πνευματική παράδοση. Πραγματικά, από τα επικά ποιήματα του Ομήρου, οι εμφανίσεις συνδέθηκαν με την εξαπάτηση. Στην Ιλιάδα, η Τροία, υπέστη συντριβή από τους Έλληνες μέσω της εξαπάτησης, με το κρύψιμο μερικών ελλήνων πολεμιστών σε ένα ξύλινο άλογο, που οι Τρώες έφεραν μέσα στην πόλη τους. Στην *Οδύσσεια, η* Αθηνά εμφανίστηκε στον Οδυσσέα με την μορφή νεαρού βοσκού για να του πει για την Πηνελόπη, τη σύζυγό του, και τους μνηστήρες της. Για να πάρει την εκδίκηση του από αυτούς, η Αθηνά μεταμόρφωσε τον Οδυσσέα σε έναν επαίτη έτσι ώστε να μην μπορούν να τον αναγνωρίσουν. Από τον Παρμενίδη και μετά, όπως επισημάναμε προηγουμένως, η ελληνική σκέψη παίρνει μια νέα θέση, θέτει μια σαφή διάκριση μεταξύ της αληθινής γνώσης και της άποψης, και αρνείται σαφώς να επιτρέψει στις εμφανίσεις του λογικού κόσμου να μας ενημερώνουν για την αληθινή γνώση. Αυτό δεν σημαίνει ότι μετά από τον Παρμενίδη, ο ρόλος των εμφανίσεων στην ελληνική σκέψη εξαφανίστηκε. Βεβαίως, αυτός ο ρόλος χωρίστηκε σε δύο μέρη: ένα *θετικό*, το οποίο βρήκε την έκφραση του στην καλλιτεχνική περιοχή (οι μάσκες, για παράδειγμα, θα συνεχίσουν να χρησιμοποιούνται στις κωμωδίες και τις τραγωδίες των καλλιτεχνικών φεστιβάλ) και ένα *αρνητικό*, που επιμένει στην άρνηση να στηριχτεί η αληθινή γνώση στις εμφανίσεις. Αλλά αυτός ο αρνητικός ρόλος ήταν, στην πραγματικότητα, παραγωγός της γνώσης, επίσης. Η ελληνική επιστήμη όχι μόνο απέφυγε ή αγνόησε το λογικό κόσμο: Η ελληνική επιστήμη χτίστηκε ως λεπτή και θαυμάσια έκφραση ενάντια στις εμφανίσεις.

Τοποθετημένος μέσα στον ελεατικό-πλατωνικό τρόπο γνώσης, ο Ευκλείδης δεν θα μπορούσε να αποδείξει τις ήδη γνωστές προτάσεις για τους περιττούς και άρτιους αριθμούς με τον οπτικό επεξηγηματικό τρόπο που χρησιμοποιούσαν οι πρώτοι Πυθαγόρειοι . Όπως μόλις είδαμε, μετά από τον Παρμενίδη, η οπτικοποίηση απαξιώθηκε στον επιστημονικό λόγο. Η εξήγηση ή η αιτιολόγηση, όπως προτάθηκε σε μια προηγούμενη εργασία (Radford 1996a), είναι μια κοινωνική υπόθεση και όχι ένα δεδομένο '*φυσικό*' γεγονός (γιατί εάν ήταν δεδομένο η ερώτηση του Nietzche θα ήταν *από ποιους!)*. Βεβαίως, η αντι-οπτική κατηγορία εξήγησης που χρησιμοποιήθηκε από τον Ευκλείδη συμφωνεί διαλεκτικά με τη δομή της '*ύπαρξης/μη ύπαρξης*' του οντολογικού διαστήματος. Είναι εδώ, σε αυτήν την οντολογική δομή, που βρίσκεται η δυνατότητα νομιμοποίησης της παραγωγικής απόδειξης. Όπως ο Αριστοτέλης λέει στα *Αναλυτικά Ύστερα, «σκεφτόμαστε ότι ξέρουμε όταν γνωρίζουμε τις αιτίες»*. Αυτό που κάνει μια πρόταση αληθή μπορεί να προέλθει από δύο πηγές μόνο: είτε μια πρόταση είναι αληθής επειδή προκύπτει από τα αξιώματα (οπότε σ' αυτή την περίπτωση η αλήθεια κατεβαίνει από τα ασφαλή κανάλια της λογικής σκέψης, όπως το νερό σε ένα υδραγωγείο από την καθαρή πηγή,), ή μια πρόταση είναι αληθινή εξ αιτίας του γεγονότος ότι η άρνησή της μας οδηγεί στην πλευρά της μη-ύπαρξης, με το να καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι κάτι είναι και δεν είναι. Στην τελευταία περίπτωση, μια αλυσίδα παραγωγικών συλλογισμών που στοχεύουν στην απόδειξη της πρότασης «p» και υποθέτοντας προς στιγμήν «την μη-p,» δεν πραγματοποιείται με την πρόθεση της *εξήγησης της*

αντίφασης (με την έννοια της εξήγησης αυτού που προκαλεί τελικά την αντίφαση) αλλά ώστε να εξασφαλιστεί ότι έχουμε πατήσει στο έδαφος της μη-ύπαρξης. Η αντίφαση βρίσκει τον τρόπο εξήγησής της στη Ελεατική-Πλατωνική οντολογία. Κατά συνέπεια η ασυμμετρία της διαγωνίου με την πλευρά ενός τετραγώνου (όπως αναφέρεται από τον Αριστοτέλη) δεν εξηγείται με την ίδια την λογική σκέψη που καθιστά την ασυμμετρία πιθανή, αλλά επειδή η υπόθεση της συμμετρίας μας οδηγεί να πούμε ότι η πλευρά του τετραγώνου είναι και ένας περιττός και ένας μη-περιττός (ή άρτιος) αριθμός. Αυτό είναι ο λόγος για τον οποίο η Ευκλείδεια απάντηση στην ερώτηση *'γιατί;'* είναι όχι μόνο πολύ διαφορετική από αυτή των Πυθαγορείων αλλά είναι αυτή που μπορούμε να περιμένουμε από ένα παιδί σε ένα σύγχρονο σχολείο επίσης.

Ανακεφαλαιώνοντας και λαμβάνοντας υπόψη το πλαίσιο της προηγούμενης συζήτησης, η *'νευρωτική ιδεοληψία'* του Ευκλείδη μπορεί να γίνει κατανοητή. Η χρήση από τον Ευκλείδη των συμβόλων καθώς επίσης και η υιοθέτηση μεθόδων παρουσίασης αποδείξεων εμφανίζεται σαφώς πλαισιωμένη από τον αποδεκτό τρόπο που διατίθεται σ' ένα Πολιτιστικό Σημειωτικό Σύστημα, που αρθρώνεται, δεδομένου όσων έχουμε δει, σε δύο σημαντικές πεποιθήσεις: τη διάκριση μεταξύ της ύπαρξης και της μη-ύπαρξης και της άρνησης της αισθητηριακής σφαίρας ως αποθήκης της αληθινής γνώσης. Το Σημειωτικό Πολιτιστικό Σύστημα νομιμοποιεί μερικά σημεία και τη χρήση τους και αποκλείει άλλα. Ως εκ τούτου, τα χαλίκια ή οι πέτρες είναι απαγορευμένα ενώ οι γραμμές και τα τμήματα επιτρέπονται (δείτε την απόδειξη του Ευκλείδη της πρότασης 21 που αναφέρθηκε προηγουμένως). Στην *Δημοκρατία* 510d , όταν μιλά για τους μαθηματικούς, ο Πλάτωνας λέει: *«Ξέρετε επίσης ότι χρησιμοποιούν και υποστηρίζουν τους ορατούς αριθμούς, αν και δεν σκέφτονται πραγματικά για αυτούς, αλλά για τα πρωτότυπα με τα οποία μοιάζουν».* Με τον ίδιο τρόπο, μερικές μέθοδοι έρευνας και απόδειξης γίνονται αποδεκτές και άλλες απορρίπτονται. Για παράδειγμα, η χρήση των μηχανικών οργάνων (όπως χρησιμοποιήθηκαν από τον Εύδοξο και τον Αρχύτα, παραδείγματος χάριν) στη μελέτη των δύο μέσων στην αναλογία, επικρίνεται από τον Πλάτωνα, ενώ η χρήση του διαβήτη και του γνώμονα επιτρέπεται:

> *Αλλά ο Πλάτωνας επιτέθηκε και πολέμησε αυτούς που κατέστρεφαν και αλλοίωναν το αγαθό της γεωμετρίας, όταν αυτό γλιστρούσε μακριά από τα άυλα και καταληπτά πράγματα προς αντιληπτά, και πέρα από αυτό, χρησιμοποιούσαν δημιουργήματα που απαιτούν πολλή ανιαρή κατασκευή.* (Plutarch, Ζωές: Marcellus, XIV αναφερμένος από Knorr 1986: 3).

5.5 Τρόποι: Το συμβολικό συστατικό

Το ότι μερικές από τις αιτίες για την πραγματική μορφή που πήρε η κλασική Ελληνική επιστήμη μπορεί να σχετίζεται με τον κοινωνικοοικονομικό και πολιτικό χώρο είναι υπεράνω αμφιβολίας. Ο Restivo (1992) έχει ήδη τονίσει τα ίχνη που αφήνονται από τη διάκριση μεταξύ των χειρωνακτικών και διανοητικών στόχων και της αντίστοιχης διαφοράς μεταξύ των σκλάβων και των αφεντικών στην πραγματική μορφή ελληνικών μαθηματικών. Μπορούμε να βρούμε, σε αυτήν την διάκριση, έναν

λόγο για την απόρριψη των οργάνων μηχανικού σχεδιασμού. Για τον ίδιο λόγο, η αισθητηριακή τελειότητα που οι Έλληνες βρήκαν στον κύκλο και την ευθεία γραμμή μπορεί να αποτελέσει την αποδοχή του διαβήτη και του γνώμονα (ο Παρμενίδης, για παράδειγμα, εγκωμιάζει τη σφαίρα ως γεωμετρική μορφή, για την ομοιομορφία και την εξίσου ισορροπημένη μορφή της. Προφανώς, αυτά τα στοιχεία είναι χαρακτηριστικά του κύκλου και της ευθείας γραμμής, επίσης). Αλλά πιστεύουμε ότι αυτό δεν αρκεί. Η διαίρεση των εργατών και των σκλάβων υπήρχε ήδη στις προ-ελληνικές κοινωνίες (από την περίοδο Uruk στη Μεσοποταμία, για παράδειγμα). Το καταπληκτικό και θαυμάσιο επίπεδο που επετεύχθη από τα ελληνικά μαθηματικά δεν μπορεί να αποδοθεί σε έναν οικονομικό παράγοντα καθεαυτό, διότι η Ελλάδα του χρυσού αιώνα ήταν ελάχιστα βιομηχανοποιημένη, και στηριζόταν κυρίως στην αλιεία και στην γεωργία που περιοριζόταν από τις σκληρές συνθήκες του καλλιεργήσιμου εδάφους της (δείτε π.χ. Bolkenstein 1958). Μαζί με όλα αυτά, πρέπει να εξετάσουμε πιο στενά τη σχέση μεταξύ της δραστηριότητας και των Πολιτιστικών Σημειωτικών Συστημάτων που αναφέρονται στο σχήμα 4. Αυτή η αμφίδρομη σχέση *Δραστηριότητα ΠΣΣ* δεν είναι ούτε γυμνή ούτε ουδέτερη σχέση. Όπως σημειώνεται στην παράγραφο 3, μια τέτοια σχέση διαδραματίζει έναν ρόλο δόμησης στις δραστηριότητες που τα άτομα πραγματοποιούν. Στην πραγματικότητα, έχουμε κάτι περισσότερο. Η σχέση μεταξύ της δραστηριότητας και του ΠΣΣ διαμορφώνεται, σε ένα γενικότερο επίπεδο, από μια *συμβολική δομή που* αποτελεί τους *τρόπους δράσης* από όπου οι ομάδες των δραστηριοτήτων βρίσκουν μια γενική έκφραση και γίνονται κοινωνικά θεσμοποιημένες. Είναι ένα από τα σαφέστερα παραδείγματα που αυτή η θεσμοποίηση των δραστηριοτήτων των σχετικών με την προγραμματισμένη εκπαίδευση και το κοινωνικό διάστημά της που είναι το σχολείο. Επιλογές από την άποψη, του προγράμματος σπουδών (του οποίου οι κανόνες προσδιορίζουν τι πρέπει και δεν πρέπει να διδαχθεί) και της παιδαγωγικής (που λέει πώς να διδαχθεί), δεν μπορεί να γίνουν κατανοητές χωρίς αναφορά στον τρόπο με τον οποίο η γνώση διαθλάται από τη συμβολική δομή και τους πολιτιστικούς τρόπους δράσης. Αξίζει εδώ να αναφερθεί το γεγονός ότι οι Έλληνες θεώρησαν ότι η ανθρώπινη φύση ήταν τέτοια που μια κακή δράση προκλήθηκε από την έλλειψη γνώσης. Είδαν (στην αληθινή) γνώση μια πορεία για να αντιμετωπίσουν την ταπεινή πτυχή της ανθρώπινης φύσης (π.χ. πάθη) και να γίνουν καλά άτομα. (Θεώρησαν τα πάθη ως ασθένεια της ψυχής, ο Galen ο ίδιος έγραψε μια πραγματεία με τίτλο *Στη θεραπεία των παθών της ψυχής).* Για αυτούς, η γνώση, καθώς επίσης και η μαθηματική γνώση (δείτε Roochnik το 1994) είχαν μια ηθική αξία. Φυσικά, στη σύγχρονη κοινωνία μας, η γνώση έχει μια ηθική αξία, επίσης. Όλες οι βάσεις από όπου προέκυψε η σύγχρονη σκέψη ενσωματώθηκαν στην ηθική ιδέα ότι η γνώση, και ιδιαίτερα η επιστημονική γνώση, θα παράσχουν σ' όλη την ανθρωπότητα έναν καλύτερο κόσμο στον οποίο θα ζήσουν οι άνθρωποι (Lyotard 1979). Αλλά η έκφραση εκείνων των πεποιθήσεων που ανήκουν στο ελληνικό ΠΣΣ που απαντάται στην ελληνική κοινωνία είναι απολύτως διαφορετική από τη δική μας. Στην πραγματικότητα , στα χρόνια του Πλάτωνα, σε έναν μεγάλο βαθμό, η δραστηριότητα της εκμάθησης των μαθηματικών ήταν ένα προπαιδευτικό εργαλείο στη μεθοδολογική έρευνα για το συλλογισμό των ιδεών. Σαν παράδειγμα των ελληνικών τρόπων δράσης , έχουμε το ότι οι μαθητές έρχονταν

στους σοφιστές με σκοπό να καθοδηγηθούν σε τέτοια θέματα . Ενώ ο πρώτος στόχος των σοφιστών ήταν να αποσπάσουν το μυαλό των μαθητών μακριά από την επιχείρηση του φθαρτού κόσμου και να τους μυήσουν στη ζωή που αξίζει να ζει κάποιος, στις σύγχρονες κοινωνίες μας, καταβάλλουμε ηράκλειες προσπάθειες να πείσουμε των μαθητές για τη χρησιμότητα των Μαθηματικών '*στην πραγματική ζωή*'! Ως εκ τούτου, όπως στην περίπτωσή μας, αν και με τις σαφείς διαφορές λόγω της απόκλισης από την άποψη του περιεχόμενου των αντίστοιχων Πολιτιστικών Σημειωτικών Συστημάτων, η πραγματική μορφή των δραστηριοτήτων των σοφιστών βρήκε σημειωτική έκφραση στη σχέση μεταξύ της γενικής δομής των δραστηριοτήτων της κοινωνίας και των πεποιθήσεων που ανήκουν στο ΠΣΣ.

Οι διαφορετικές σημειωτικές εκφράσεις που μια συμβολική δομή και οι τρόποι δράσης της μπορούν να προσφέρουν υπερβαίνουν τη δομή των δραστηριοτήτων γύρω από τη γνώση. Σε γενικές γραμμές, οποιαδήποτε συμβολική δομή αποτελεί τη συγκεκριμένη σύνδεση μεταξύ της γνώσης και της δύναμης. Άσχετα από το ότι τα συστήματα εκείνα διακυβέρνησης του Πλάτωνα δεν εφαρμόστηκαν πραγματικά, μέσα στο έργο του *Δημοκρατία* και *Νόμοι,* οι σοφότεροι και πιο μορφωμένοι άνθρωποι ήταν εκείνοι που κλήθηκαν για να διακυβερνήσουν (κάτι που αντιπαρέβαλε με άλλες πολιτιστικές συλλήψεις βασισμένες στη συγγένεια και τη διαδοχή αίματος). Η ευδιακρίτως ελληνική αξιολόγηση της γνώσης εμφανίζεται έτσι ως εκδήλωση της σχέσης της δραστηριότητας και των Πολιτιστικών Σημειωτικών Συστημάτων στη συμβολική δομή και των τρόπων που παράγουν. Μια τέτοια διακριτική αξιολόγηση της γνώσης ως εκ τούτου βρίσκει την εξήγηση όταν συγκρίνεται, για παράδειγμα, με την περίπτωση των κοινωνιών της Μεσοποταμίας, όπου πολύ λίγοι βασιλιάδες ήταν σε θέση να γράψουν και να διαβάσουν στόχοι που πολιτιστικά θεωρήθηκαν γραφειοκρατικοί και που κατά συνέπεια υποβιβάστηκαν στους γραφείς.

Η εκπαίδευση ως πορεία στη γνώση αποκτά συνεπώς μια διαφορετική έκφραση ανάλογα με τις ιδιομορφίες της συμβολικής δομής- μια σημειωτική έκφραση που ο Foucault κάλεσε *la volonte de verite* (η θέληση της αλήθειας):

> *Αυτή η θέληση της αλήθειας, όπως άλλα αποκλειστικά συστήματα, στηρίζεται σε μια θεσμική υποστήριξη: και ενισχύεται και υποστηρίζεται από πρακτικές, όπως την παιδαγωγική, βεβαίως, όπως το σύστημα των βιβλίων, των εκδόσεων, των βιβλιοθηκών, όπως τις γνωστές κοινωνίες του παρελθόντος, των εργαστηρίων σήμερα. Αλλά ενισχύεται επίσης, αναμφίβολα πιο βαθειά, από τον τρόπο με τον οποίο η γνώση είναι δύναμη στην κοινωνία, πώς εκτιμείται, διανέμεται, και με κάποιους τρόπους γίνεται κοινή.* (Foucault 1971: 19-20).

5.6 Σύνθεση

Αρχικά έγινε συζήτηση για το γενετικό νόμο της πολιτιστικής ανάπτυξης του Vygotsky, ως την Βιγκοτσκική απάντηση στη γενική ερώτηση για τη σχέση μεταξύ του πολιτισμού και της κοινωνίας στην συγκρότηση του μυαλού - μια ερώτηση που εξετάστηκε από μερικούς συγχρόνους του Vygotsky, όπως η Janet (δείτε van der Veer και Valsiner το 1988) και ο Baldwin. Ενώ ο Baldwin θεώρησε ότι η σχέση

μεταξύ ατόμου και κοινωνίας βρισκόταν σε μια διαδικασία αμφίδρομης προβολικής ερμηνευτικής ανάγνωσης, υποστηριζόμενη, από τη διαφοροποίηση (π.χ. μέσω της μίμησης και της πρακτικής), την εμφάνιση της αυτο-συνείδησης του παιδιού (δείτε Baldwin το 1911: τα 24ff και 124), ο Vygotsky, αντίθετα, διαμόρφωσε μια σημειωτική σημασία με όρους εσωτερικοποίησης μέσω των σημείων των δραστηριοτήτων που τα άτομα πραγματοποιούν στον εξωτερικό χώρο. Ο μαρξιστικός προσανατολισμός της σκέψης του ήταν ένα προτέρημα, καθώς υπερέβη την σκέψη των συμπεριφοριστών αλλά, οριοθέτησε συγχρόνως τα όρια. Αναμφίβολα, η σκέψη του βασίστηκε σε μια ιδιαίτερη τεχνολογική ιδέα κοινή συχνά στη μαρξιστική ανθρωπολογία (δείτε π.χ. Bloch 1985) σχετικά με τη σχέση των ανθρώπινων όντων και της φύσης: τα ανθρώπινα όντα ενεργούν από κοινού προς την κυριαρχία της φύσης. Οι Van der Veer και Valsiner (1991: 221) έχουν επισημάνει ότι ο αποφασιστικός ρόλος που αυτό το όραμα της τεχνολογίας διαδραμάτισε στη σκέψη του Vygotsky και η ιδέα του για το σημείο, τον οδήγησε σε μια ψυχολογική σκέψη που ονόμασε '*ψυχοτεχνολογία*', - κάτι που ο Van der Veer (1996) πίστωσε στην περιορισμένη χρήση από τον Vygotsky της έννοιας του πολιτισμού.

Σε μια κριτική της προσέγγισης του Vygotsky, ο Zinchenko διατύπωσε παρόμοιες ανησυχίες. Έγραψε, ότι για τον Vygotsky

> *το κεντρικό χαρακτηριστικό του ανθρώπινου μυαλού ήταν πιθανά η κυριότητα του φυσικού ή βιολογικού μυαλού μέσω της χρήσης των βοηθητικών ψυχολογικών μέσων. Το θεμελιώδες λάθος του Vygotsky περιλαμβάνεται σε αυτήν την θέση, στην οποία παρερμήνευσε τη μαρξιστική σύλληψη του ιστορικού και κοινωνικού προσδιορισμού του ανθρώπινου μυαλού.* (Zinchenko 1984: 66)

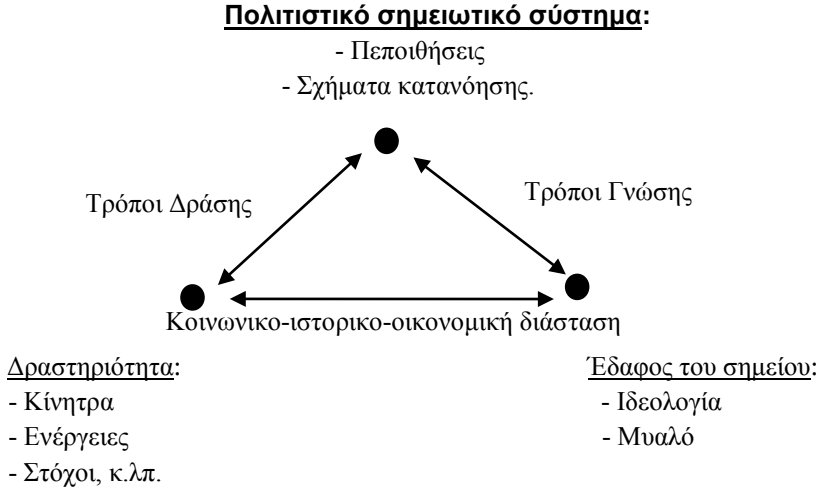
Σύμφωνα με τον Zinchenko, ο Vygotsky απέτυχε να περιλάβει την ιστορία της κοινωνικής και οικονομικής ανάπτυξης της κοινωνίας στην ιστορία της πολιτιστικής ανάπτυξης .

Θεωρώντας το αυτό ως δυνατό, ο Voloshinov, καθώς είδαμε, παρουσίασε μια λιγότερο τεχνολογική άποψη. Όπως οι Vygotsky και Gal'perin, επίσης, βρήκε το κεντρικό σημείο της κοινωνικοποίησης του μυαλού, στη γλώσσα. Αν και στις προσεγγίσεις τους οι Vygotsky και Voloshinov, το σημείο έχει έναν κεντρικό επιστημολογικό ρόλο, ο Voloshinov μας προσφέρει ένα εξωτικό μίγμα ιδεών από όπου η συνείδηση εμφατικά εμφανίζεται σαν το πολυ-εκφρασμένο σημείο με όλες τις κοινωνικές εμφάσεις της, μέσω ενός συγκεκριμένου διαστήματος που ονόμασε *έδαφος του σημείου* - εκείνο το διάστημα όπου οι ιδεολογίες και το μυαλό αντιμετωπίζουν η μια την άλλη.

Οι Voloshinov και Vygotsky συνέπεσαν στην έμφασή τους για τον σημαντικό ρόλο των δραστηριοτήτων, από τον οποίο προκύπτει ο στοχασμός για τον κόσμο. Η συστηματική μελέτη της δραστηριότητας, πραγματοποιήθηκε από τον Leontiev και τη σχολή του. Αυτό οδήγησε τον Leontiev να αντιμετωπίσει τη δύσκολη έννοια της σημασίας - κάτι που προσπάθησε να κάνει χωρίς να αντικρούσει την έννοια της εσωτερικοποίησης του Vygotsky. Το ότι η ανάληψη αυτού του στόχου δεν έγινε χωρίς θεωρητικές δυσκολίες έχει τονιστεί από το K. A. Abulkhanova (1973), έναν

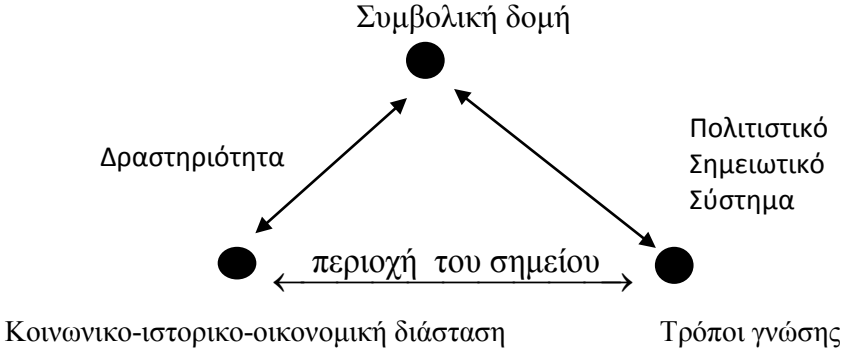
από τους κριτικούς τους Leontiev. Όπως και να είναι, ο Leontiev, δεν θα μπορούσε πιθανώς να αποφύγει το πρόβλημα να σκεφτεί τις ενέργειες με τα κίνητρα και τις πεποιθήσεις. Μέσα στο πλαίσιο των κοινωνικών συστημάτων σημασιοδότησης, παρουσιάστηκε η έννοια των Πολιτιστικών Σημειωτικών Συστημάτων, ως συστημάτων που αποτελούνται από τις πεποιθήσεις, που παράγουν τα πρότυπα της κατασκευής εννοιών μέσω των δραστηριοτήτων και της χρήσης των σημείων, όπως κτίζεται σύμφωνα με το συγκεκριμένο τρόπο ύπαρξης των ατόμων.

Ένα από τα χαρακτηριστικά ενός ΠΣΣ βρίσκεται στις *σχέσεις* που διατηρεί, απ' την μια μεριά, με τις ιδεολογίες (και το έδαφος του σημείου γενικά) και, αφ' ετέρου, με τις δραστηριότητες των ατόμων. Ενώ το πρώτο αποτελεί τους τρόπους (ή epistemes) για μια πολιτιστική ομάδα και το πραγματικό περιεχόμενο των ιδεολογιών, το δεύτερο αποτελεί τους τρόπους με τους οποίους οι δραστηριότητες ενσωματώνονται. Όλες αυτές οι σχέσεις μπορούν να γίνουν καλύτερα κατανοητές από την αναφορά στην αναπαράσταση που παρουσιάζεται στο σχήμα 11.



Σχήμα 11

Η διαλεκτική φύση των σχέσεων που συνδέουν τα **ΠΣΣ**, τη δραστηριότητα και το έδαφος του σημείου που παρουσιάζεται στο σχήμα 11 οδηγεί στο διπλό της πρώτης γραφικής παράστασης που παρουσιάζεται στο σχήμα 12.



Σχήμα 12

Το διπλό γράφημα δείχνει όχι απλώς τερματικά σημεία μιας δυναμικής διαδικασίας, αλλά ότι αυτά τα τερματικά σημεία γίνονται, με τη σειρά τους, φορείς της όλης διαδικασίας. Για παράδειγμα, το **Π**ολιτιστικό **Σ**ημειωτικό **Σ**ύστημα(**ΠΣΣ**) γίνεται η σχέση μεταξύ της συμβολικής δομής και του τρόπου γνώσης. Με

αναπτυξιακούς όρους, οι πρωτογενείς και οι διπλές παραστάσεις είναι πάντα εναλλασσόμενες.

Με τις προηγούμενες θεωρητικές κατασκευές, έγινε προσπάθεια να δοθεί μια εξήγηση μερικών πτυχών της θεωρίας του Ευκλείδη για τους άρτιους και περιττούς αριθμούς. Είδαμε ότι οι αντίστοιχες Ευκλείδειες μαθηματικές μέθοδοι και τα αντικείμενα βασίστηκαν σε μερικές πεποιθήσεις που δημιουργήθηκαν στη Ελεατική-Πλατωνική οντολογία, και που διαπέρασε όλα τα είδη των πολιτιστικών δραστηριοτήτων, διαμορφώνοντας τη στάση απέναντι στη μαθηματική, φιλοσοφική, καλλιτεχνική και διανοητική έρευνα. Αξίζει να τονιστεί ότι αυτές οι πεποιθήσεις δεν εξαντλούν τις πηγές της Ευκλείδειας σκέψης. Ο τρόπος σκέψης του Ευκλείδη επηρεάστηκε επίσης από έναν Αριστοτελικό τρόπο ενοιολογικοποίησης των πραγμάτων, ο οποίος βρίσκεται στην κεντρική πεποίθηση ότι τα πράγματα *(είδη)* μπορούν να καθοριστούν και να οργανωθούν ανά κατηγορίες *(γένη),* σύμφωνα με ορισμένους κοινούς ιδιαίτερους αισθητηριακούς χαρακτήρες - κάτι στο οποίο ο Ortega Y Gasset (1992) αναφέρθηκε ως *'αισθητηριακός κομμουνισμός'*. Αναφέρθηκε πώς, με τη βοήθεια του ρήματος *είμαι,* ένα αντικείμενο δόθηκε σαν κάτι που είναι σαφώς σύμφωνα με τις ανάγκες της ελληνικής επιστήμης. Ο Lizcano (1993) έχει σαφώς αποδείξει πώς ο ελληνικός τρόπος γνώσης, βασισμένος στις συλλήψεις των αντικειμένων ως πράγματα στην πλευρά της ύπαρξης, απέκλεισε έναν στοχασμό σε αυτό που με τον έναν ή τον άλλο τρόπο αφορούσε τους αρνητικούς αριθμούς. Ας αναφερθεί εδώ ότι αυτή η ίδια σχέση με την ύπαρξη και την προκύπτουσα ανάγκη οριοθέτησης των αντικειμένων είναι, ένα βασικό στοιχείο για την απάντηση στο ακόλουθο ερώτημα:

> *Γιατί δεν θα μπορούσαν οι Έλληνες της κλασικής εποχής να δουλέψουν με άγνωστους αριθμούς και να καταλήξουν σε κάτι που να μοιάζει με την άλγεβρα;*

Η μετα-Βιγκοτσκική προοπτική που υιοθετήθηκε εδώ και η εισαγωγή το υ θεωρητικού κατασκευάσματος του **Π**ολιτιστικού **Σ**ημειωτικού **Σ**υστήματος, αν και προφανώς εφαρμόζεται ημιτελώς στην ανάλυση της ελληνικής μαθηματικής σκέψης, επιτρέπει εντούτοις την μετρήσουμε κατά κάποιον τρόπο του απίστευτου βήματος που έγινε στο τέλος της αρχαιότητας από τον Διόφαντο *στα Αριθμητικά* του, όταν καθορίζοντας τον αριθμό ως *'μια ακαθόριστη ποσότητα μονάδων'* (Radford 1996b) ενέκλεισε στον όρο του *'ακαθόριστος'* (κάτι που αποτέλεσε κατά κάποιο τρόπο το ρόλο του δικού μας *'άγνωστος χ'*).

Φυσικά, μπορεί να θεωρηθεί ο σχηματισμός της Ευκλείδειας θεωρίας των άρτιων και περιττών αριθμών περίπτωση εσωτερικοποίησης (υπό την Βιγκοτσκική έννοια) των Πυθαγόρειων τεχνικών με τα χαλίκια. Το παράδειγμα από τα ελληνικά μαθηματικά με τα οποία ασχοληθήκαμε εδώ δείχνει ότι η διαδικασία της εσωτερικοποίησης δεν είναι – όπως ο A. N. Leontiev (1981: 57) παρατήρησε κατά τον αναφορά του στην εσωτερικοποίηση γενικά- μόνο η μιμητική μεταβίβαση μιας εξωτερικής δραστηριότητας σε ένα προϋπάρχον εσωτερικό πεδίο. Μάλλον, το παράδειγμά που αναφέρθηκε παρουσίασε την εσωτερικοποίηση ως σύνθετη διαδικασία που ενσωματώθηκε σε μια πολιτιστική συμβολική δομή που μπορεί να

γίνει κατανοητή μόνο σε σχέση με το πολιτιστικό σημειωτικό σύστημά της (σε αυτήν την περίπτωση, το Ευκλείδειο).

Με γενικούς όρους, το τι παρουσιάστηκε, είναι ότι η εσωτερικοποίηση υπερβαίνει την αυστηρή σφαίρα χρήσης των σημείων, και ότι ένας θεωρητικός απολογισμός της εσωτερικοποίησης απαιτεί μια μεγαλύτερη και πλουσιότερη έννοια σημειωτικής διαμεσολάβησης ικανής να σχετίσει την εσωτερικοποίηση της συμβολικής δομής της κοινωνίας, όπως η εργασία του Leontiev έμμεσα υπαινίσσεται. Η έννοια του **Π**ολιτιστικού **Σ**ημειωτικού **Σ**υστήματός και οι πρωτογενείς και διπλές γραφικές παραστάσεις που την χαρακτηρίζουν λειτουργικά, είναι μια προσπάθεια προσέγγισης, από μια μετα-Βιγκοτσκική προοπτική, του προβλήματος του κοινωνικού σχηματισμού του μυαλού στην οποία έγινε αναφορά αρχικά.

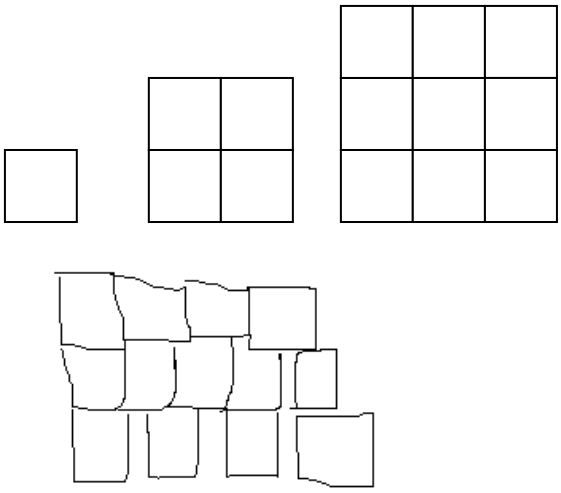
6 ΧΕΙΡΟΝΟΜΙΕΣ, ΛΟΓΟΣ & ΔΙΑΧΥΣΗ ΣΥΜΒΟΛΩΝ: ΜΙΑ ΣΗΜΕΙΩΤΙΚΗ – ΠΟΛΙΤΙΣΜΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΩΝ ΤΥΠΩΝ ΓΕΝΙΚΕΥΣΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ

"Ολόκληρη η διδασκαλία γίνεται είτε για πράγματα είτε για σύμβολα. Όμως τα πράγματα κατανοούνται μέσω των συμβόλων."

Αυγουστίνος ,De Doctrina Christiana, I.2

Για να κατανοήσουμε καλύτερα το πώς οι αρχάριοι μαθητές παράγουν συμβολικές αλγεβρικές εκφράσεις, στο κεφάλαιο αυτό θα έρθουν αντιμέτωπες οι προσυμβολικές με τις συμβολικές διαδικασίες, σε δραστηριότητες γενίκευσης. Αν και ένα σημαντικό μέρος προηγούμενης έρευνας στην εκμάθηση της άλγεβρας έχει ως αντικείμενο τα λάθη των μαθητών στην κατάκτηση της αλγεβρικής σύνταξης, η σημειωτική – πολιτισμική θεωρητική προσέγγιση που παρουσιάζεται εδώ εστιάζει στο ρόλο που παίζουν το σώμα, ο λόγος και τα σύμβολα όταν οι μαθητές αναφέρονται σε μαθηματικά αντικείμενα. Εντοπίζονται τρεις τύποι γενίκευσης: η *Τεκμηριωμένη*, η *Πλαισιακή* και η *Συμβολική*. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι το πέρασμα από την προσυμβολική στην συμβολική γενίκευση απαιτεί ένα είδος ρήξης με τις φαινομενικές κινήσεις (χειρονομίες..) και τα γλωσσικά εργαλεία που υποστηρίζουν οι προσυμβολικές γενικεύσεις. Αυτή η ρήξη σημαίνει μια αποενσωμάτωση της προηγούμενης και μέχρι αυτή τη στιγμή ενσωματωμένης μαθηματικής εμπειρίας.

Αρχικά τίποτα δε φαίνεται ευκολότερο από το να συνεχίσεις μια ακολουθία σχημάτων. Κοιτάς, πιάνεις τον κανόνα και συνεχίζεις. Στη σχολική τάξη όμως τα πράγματα δεν είναι τόσο προφανή. Μία μαθήτρια δευτέρας γυμνασίου συνέχισε ως εξής:



Σχήμα 1

Ενώ η απάντησή της δεν φαινόταν να έχει νόημα, αυτή εξήγησε το σκεπτικό της. Τα 2 πρώτα σχήματα τα θεώρησε σαν ένα. Έτσι στο $1^{ο}$ βήμα είδε $1\cdot4+1$ τετράγωνα. Στο $2^{ο}$ είδε $2\cdot4+1=9$ και στο $3^{ο}$ είδε $3\cdot4+1$ τετράγωνα.

Η διαδικασία γενίκευσης πηγαίνει πέρα από ό,τι μπορεί να δει κανείς. Ο Καντ (1781/1996) σε αντίθεση με τους εμπειριστές είπε ότι τα πράγματα δεν παρουσιάζονται αυτά καθ' αυτά απ' ευθείας σε μας. Η αντίληψη που αποκτούμε, συνέχισε ο Καντ, γι' αυτά υφαίνεται καθώς η άμεση επαφή τροφοδοτείται με την γνώση που της προμηθεύουμε. Επιπλέον η γενίκευση δεν είναι μια στρωτή διαδικασία αλλά μάλλον η πραγματοποίηση κάποιου εκ των εν δυνάμει τρόπων που διάφορα φαινόμενα υπαινίσσονται. Π.χ. στην περίπτωση της γενίκευσης μιας ακολουθίας γεωμετρικών ή αριθμητικών αντικειμένων πρέπει να εστιάσουμε στο χρώμα τους, στο σχήμα τους ή κάπου αλλού; Προηγούμενες έρευνες έχουν δείξει ότι οι διαδικασίες γενίκευσης γίνονται πιο σύνθετες όταν ζητείται από τους μαθητές να συσχετίσουν μεταβλητές και να εκφράσουν τη σχέση τους στην αλγεβρική γλώσσα.

Στο κεφάλαιο αυτό, εξερευνούνται οι προσυμβολικοί τύποι γενίκευσης σε μοτίβα και γίνεται η σύγκρισή τους με αλγεβρικούς συμβολικούς τύπους. Η καλύτερη κατανόηση των χαρακτηριστικών των σημειωτικών λειτουργιών και οι γνωστικές απαιτήσεις των προσυμβολικών τύπων γενίκευσης μπορούν να βοηθήσουν να καταλάβουμε αυτήν την καταδεικτική σημασία των πρώτων αλγεβρικών συμβόλων και τις δυσκολίες που συναντούν οι μαθητές όταν εμπλέκονται σε αλγεβρικές δραστηριότητες γενίκευσης.

Οι διαφορές στους τύπους γενίκευσης εξετάζονται προσεκτικά από την άποψη των σημειωτικών μέσων εξαντικειμενίκευσης που οι μαθητές χρησιμοποιούν σε διαδικασίες μαθηματικής γενίκευσης. Η θεωρητική εννοιολογικοποίηση των μέσων αυτών βασίζεται στη δουλειά του Vygotsky και στην φαινομενολογία. Συνδέεται φανερά με μια σημειωτική πολιτισμική προοπτική που αναπτύχθηκε πρωτύτερα (Radford, 1998a, 1998b) και εκλεπτύστηκε στο πεδίο των επιστημολογικών στοχασμών για τη φύση της μαθηματικής σκέψης, τις ιστορικές πορείες συμβολοποίησης και εθνογραφικής έρευνας βασισμένη στη σχολική τάξη.

Επειδή η χρήση της σημειωτικής στη διδακτική των μαθηματικών είναι ακόμη ένα πρόσφατο γεγονός, θα γίνει αναφορά σε κάποιες έννοιες που είναι κεντρικής σημασίας σ' αυτήν τη μελέτη. Κατόπιν τονίζονται κάποια μεθοδολογικά χαρακτηριστικά της μελέτης και ορθολογικής οργάνωσης του σχεδιασμού σχολικών δραστηριοτήτων γενίκευσης. Έπειτα γίνεται συζήτηση των τριών τύπων γενίκευσης και υπό την οπτική των προσυμβολικών τύπων γενίκευσης επανεξετάζουμε την καταδεικτική σημασία των πρώτων συμβολικών εκφράσεων των μαθητών.

6.1 Σημειωτικά μέσα εξαντικειμενίκευσης

6.1.1 Προσοχή, Αντίληψη και Εξαντικειμενίκευση

Ας φανταστούμε ότι βρισκόμαστε μπροστά από ένα τοίχο που καλύπτεται από μια μεγάλη βιβλιοθήκη, χωρίς κάποια πρόθεση να κοιτάξουμε τα βιβλία της. Τα βιβλία φαίνονται όλα όμοια. Υποθέτουμε ότι καθώς κοιτάμε τα ράφια με τα βιβλία με έναν αδιάφορο τρόπο, ξαφνικά θυμόμαστε ότι είναι ανάγκη να βρούμε κάτι στα *Ποιητικά* του Αριστοτέλη. Η εικόνα ενός μικρού κόκκινου βιβλίου μας έρχεται στο μυαλό. Η μη αντανακλαστική αντίληψη της κατάστασης με την οποία ξεκινήσαμε δίνει τη θέση

της σε μία *αποβλεπτική* θεώρηση της πραγματικότητας. Η προσοχή μας λοιπόν στρέφεται σε κάποια κόκκινα βιβλία, αγνοώντας τα άλλα. Υποψιαζόμαστε ότι θα χρειαστούμε και κάποια άλλη φορά αυτό το βιβλίο, και έτσι αποφασίζουμε να βάλουμε ένα σημάδι στο συγκεκριμένο ράφι ώστε την επόμενη φορά που θα ξανάρθουμε, το σημάδι αυτό να μας *'καλέσει'*: *'Εδώ είναι το βιβλίο'*! Αυτό το σημάδι, το ίχνος, είναι η σφραγίδα μιας ξεχωριστής διαδικασίας, της εξαντικειμενίκευσης.

Η λέξη *εξαντικειμενίκευση(objectification)* προέρχεται από τη λέξη *object* η οποία πηγάζει από το λατινικό ρήμα *objectare* που σημαίνει *«για να ρίξω κάτι με κάποιο τρόπο, ανατρέχω σε προηγούμενο αντίγραφο ή στο πρωτότυπο αυτής της πράξης»* (Charleton, 1996). Η κατάληξη *–tification* προέρχεται από το ρήμα *facere* που σημαίνει *«να κάνω»* ή *«να φτιάξω»* (Charleton, 1996). Έτσι η *εξαντικειμενίκευση* σχετίζεται με εκείνες τις ενέργειες που στοχεύουν στο να *«ρίχνουν»* κάτι μπροστά μας ή στο να κάνουν κάτι ορατό και αντιληπτό. Υπό αυτήν την έννοια, το σημάδι που δείχνει τη θέση του κόκκινου βιβλίου στο ράφι, το *εξαντικειμενικεύει*. Ασφαλώς υπάρχουν διάφορα μέσα εξαντικειμενίκευσης. Μπορούμε π.χ. να τοποθετήσουμε το βιβλίο σ' ένα συγκεκριμένο σημείο, σ' ένα ψηλό ράφι. Στην περίπτωση αυτή, η κίνηση του σώματός μας στο χώρο παίζει το ρόλο ενός μέσου εξαντικειμενίκευσης. Δυστυχώς όμως η διαδικασία αυτή δεν δουλεύει όταν καταπιάνεται με μαθηματικά αντικείμενα. Πως τότε θα αποκτήσουμε πρόσβαση σ' αυτά;

Στο σημείο αυτό είναι χρήσιμη η έννοια της αναπαράστασης. Όπως έλεγε ο Καντ, για να εσωτερικευθεί ένα αντικείμενο πρέπει το μυαλό μας να τροφοδοτηθεί με έναν φυσικό και λογικό τρόπο, δηλαδή με αναπαραστάσεις του αντικειμένου αυτού. Ο Husserl, ο ιδρυτής της φαινομενολογίας είχε παρόμοια άποψη. Έλεγε ότι οι έννοιες μπορούν να δίνονται σ' εμάς μέσω λογικών *'τρόπων εμφάνισης'*, π.χ. μέσω αναπαραστάσεων όπως τύποι, σχήματα κ.ά. Η έννοια της αναπαράστασης είναι από τις πλέον μελετημένες εδώ και πάνω από δυο δεκαετίες στη μαθηματική εκπαίδευση. Ο Duval (1999) εισήγαγε μια διάκριση ανάμεσα σε *σημειωτικές* και *μη σημειωτικές* αναπαραστάσεις. Μια σημειωτική αναπαράσταση παράγεται από σημεία - σύμβολα και κανόνες χρήσης που προσδίδουν έναν αποβλεπτικό χαρακτήρα. Οι μη σημειωτικές δεν τον έχουν αυτόν. Αυτές μπορούν να παραχθούν από ένα φυσικό ή οργανικό σύστημα π.χ. ένα αποτύπωμα πέλματος στην άμμο (Duval, 1999). Η κατηγορία των σημειωτικών αναπαραστάσεων κατέχει θεμελιώδη ρόλο στην εξαντικειμενίκευση. Ο Duval αναφέρει : *«Οι αναπαραστάσεις που παράγονται σημειωτικά μπορούν να παίξουν ρόλο σωστού χειρισμού και εξαντικειμενίκευσης, διαδικασίες που είναι θεμελιώδεις σε οποιαδήποτε παραγωγή γνώσης»*.

Όμως όσο ισχυρές κι αν είναι οι σημειωτικές αναπαραστάσεις δεν είναι επαρκείς για να ξεπεράσουν την πολυπλοκότητα των φάσεων της εξαντικειμενίκευσης σε διδακτικές και μαθησιακές καταστάσεις. Δεν θέλουμε βέβαια να μειώσουμε τον παιδαγωγικό και επιστημονικό ρόλο των αναπαραστάσεων. Η σπουδαιότητα που αποδίδουμε στη γραφή μέσα στο πολιτισμό μας (μια σπουδαιότητα που θα είχε προκαλέσει έκπληξη στους Πυθαγορείους του 6^{ου} π.χ. αιώνα ,που πίστευαν στην προφορική εξάσκηση των μαθηματικών) κάνει γόνιμο οποιονδήποτε ισχυρισμό αυτού του είδους. Το σημαντικό είναι ότι οι φάσεις της παραγωγής της γνώσης είναι

σφηνωμένες σε συνδυασμούς δράσεων που συμπεριλαμβάνουν κι άλλα φυσικά μέσα εξαντικειμενίκευσης εκτός από τη γραφή (όπως γλωσσικά ή άλλα εργαλεία) και προσδίδουν ένα υλικό και απτό σχήμα στη γνώση.

Από ψυχολογική οπτική, η εξαντικειμενίκευση των μαθηματικών αντικειμένων εμφανίζεται στενά συνδεδεμένη με τις διαμεσολαβημένες και τις εκ προκλήσεως προσπάθειες των μαθητών προς την κατάκτηση των στόχων μιας δραστηριότητας. Για να φθάσουν σ' αυτό συνήθως καταφεύγουν σε ένα ευρύ σύνολο μέσων. Χειρίζονται αντικείμενα (όπως πλαστικούς κύβους ή χρονόμετρα), σχεδιάζουν, κάνουν χειρονομίες, γράφουν σύμβολα, χρησιμοποιούν ταξινομημένες γλωσσικές κατηγορίες, κάνουν χρήση αναλογιών, μεταφορών, παρομοιώσεων κλπ. Με άλλα λόγια βασίζονται στη συνδυασμένη χρήση αρκετών εργαλείων δια μέσου των οποίων οργανώνουν τις ενέργειές τους στο χώρο και στο χρόνο.

Όλα αυτά λοιπόν τα διαφόρων ειδών εργαλεία που τα άτομα χρησιμοποιούν με κάποια αποβλεπτικότητα στις κοινωνικές τους σημασιολογικές διεργασίες προκειμένου να φτάσουν σε ένα επιθυμητό επίπεδο κατανόησης και κατάκτησης των στόχων της δραστηριότητας, καλούνται Σημειωτικά μέσα εξαντικειμενίκευσης.

6.1.2 Σύμβολα και Εργαλεία

Ένα παράδειγμα βοηθά στην ανάπτυξη των παρακάτω ιδεών. Σε ένα μάθημα διδασκαλίας για την έννοια της μέτρησης (Seeger & Steinbring, 1994) ο δάσκαλος έδειξε στα παιδιά μια εικόνα που περιείχε μια εκκλησία και ένα δέντρο. Επιπλέον συνοδευόταν και από ένα διάλογος δύο μαθητών, της Irene και του Karl. Η Irene ισχυριζόταν ότι το δέντρο είχε ύψος 20 m, ενώ ο Karl διαφωνούσε. Οι μαθητές έπειτα σχολίασαν το διάλογο αυτό και ενθαρρύνθηκαν να ψάξουν να βρουν μια μέθοδο για ν' ανακαλύψουν ποιος είχε δίκιο. Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας, συνέβησαν τα επόμενα :

Ένας μαθητής θυμήθηκε ότι η πόρτα της τάξης είχε ύψος δύο μέτρα. Έτσι ανέφερε ότι η πόρτα στην εικόνα είναι επίσης δύο μέτρα. Τότε ο δάσκαλος μάρκαρε το ύψος της πόρτας με μια κόκκινη γραμμή η οποία να υποδηλώνει έτσι τα 2 μ. Έπειτα χρησιμοποιήθηκε ένας χάρακας για να εκτιμηθεί και να μετρηθεί το ύψος της εκκλησίας. Η επόμενη ερώτηση είναι : «Πόσες φορές χωρά η πόρτα στο ύψος της εκκλησίας»; Αρχικά μετρήθηκε το ύψος της πόρτας στην εικόνα και βρέθηκε 1 εκ. Μετά μετρήθηκε το ύψος της εκκλησίας και βρέθηκε 4,5 εκ. δηλαδή 4,5 φορές το ύψος της πόρτας. Άρα πόσο είναι το ύψος της εκκλησίας, όταν η πόρτα είναι 2 μ.;

Σ' αυτό το επεισόδιο υπάρχει ποικιλία σημειωτικών μέσων εξαντικειμενίκευσης. Η κόκκινη γραμμή περικλείει δύο διεργασίες, τη *φαινομενολογική* και την *αναπαραστασιακή*. Πράγματι από μια μεριά, κάνει κάτι έντονα ορατό. Από την άλλη, η γραμμή είναι ένα *σημείο - σύμβολο* : Δηλώνει το ύψος της πόρτας. Μαζί όμως με την κόκκινη γραμμή, η δραστηριότητα περιλαμβάνει κι άλλα *εργαλεία*: την διαφάνεια, τον προτζέκτορα, τον μαρκαδόρο και τον χάρακα. Αυτά δεν είναι σύμβολα. Ο μαρκαδόρος και ο χάρακας για παράδειγμα δεν αναφέρονται σε κάτι άλλο. Τους λείπει ο αναφορικός χαρακτήρας που έχουν τα σύμβολα. Ο Αυγουστίνος είπε : *«Ένα*

σύμβολο είναι κάτι που αναπαριστά τον εαυτό του στις αισθήσεις και κάτι άλλο εκτός από τον εαυτό του, στο μυαλό». Αυτή η αναφορική φύση ξεχωρίζει τα σύμβολα από τα άλλα εργαλεία. Τα εργαλεία εκτελούν μόνο κάποιες ειδικές λειτουργίες (Volosinov, 1973, σελ.10). Αυτό όμως δεν σημαίνει ότι δεν κατέχουν κάποιο νόημα. Πράγματι, επειδή εισχωρούν στις δραστηριότητες, αποκτούν μια λειτουργική σημασία και έτσι καταχωρούνται κι αυτά ως σημειωτικά μέσα εξαντικειμενίκευσης. Ο δάσκαλος χρησιμοποίησε τον μαρκαδόρο και τον χάρακα με έναν αποβλεπτικό τρόπο, για να παρουσιάσει δηλαδή τις εγγενείς λειτουργίες τους : τη γραφή και τη μέτρηση αντίστοιχα.

Άρα τα σημεία –σύμβολα και τα εργαλεία κατέχουν διαφορετικούς ρόλους στη διαδικασία της εξαντικειμενίκευσης. Η σημειωτική ανάλυση μπορεί να μας βοηθήσει να ξεδιαλύνουμε τις δυναμικές των διαφόρων μέσων εξαντικειμενίκευσης, όπως αυτά χρησιμοποιούνται από δασκάλους και μαθητές. Μπορεί επίσης να μας βοηθήσει να εξερευνήσουμε τους τρόπους σύνδεσης διαφορετικών σημειοσυστημάτων. Πριν όμως γίνει αυτό θα συζητηθεί η κοινωνική φύση των σημειωτικών μέσων εξαντικειμενίκευσης.

6.1.3 Η Κοινωνική Φύση των Σημειωτικών Μέσων Εξαντικειμενίκευσης

Τα σημειωτικά μέσα εξαντικειμενίκευσης έχουν προφανώς μια κοινωνική διάσταση. Η γλώσσα π.χ. αποτελεί από μόνη της μια κοινωνική πρακτική. Η κοινωνική φύση των μέσων συνδέεται επίσης και με τη φυλογένεση η οποία αναφέρεται στην πολιτισμική και ιστορική ανάπτυξη. Φυσικά τα σημειωτικά μέσα εξαντικειμενίκευσης που τα άτομα αλιεύουν μέσα από το πολιτισμό τους (συμπεριλαμβανομένης και της γλώσσας) έχουν παραχθεί ιστορικά για κάποιο σκοπό. Δανειζόμενοι έναν όρο από την επιστήμη της πληροφορικής, τα σημειωτικά μέσα εξαντικειμενίκευσης εμφανίζονται όπως τα *macros,* τα οποία κρατούν για μας κάποιες τυπικές και μακροσκελείς διεργασίες που χρειάζονται για να επαναεπινοούμε πράγματα ή τυπικά εργαλεία, όπως είναι ο χάρακας για τη μέτρηση. Όμως το πιο ενδιαφέρον σημείο δεν είναι η '*οικονομία'* των ενεργειών μας. Είναι ακριβώς η ιστορική τους διάσταση που κάνει τα σημειωτικά μέσα εξαντικειμενίκευσης κομιστές μιας *'ενσώματης ευφυΐας'*, δηλαδή μεταφέρουν πρότυπα προηγούμενης επιχειρηματολόγησης, όπως είπε ο Pea (1993). Η κοινωνική φύση των σημειωτικών μέσων εξαντικειμενίκευσης γίνεται επίσης προφανής όταν καταλάβουμε πως η ιστορική και η πολιτισμική τους χρήση αποκτάται προοδευτικά από τα άτομα.

Είναι επίσης σημαντικό να σημειωθεί ότι η χρήση των σημειωτικών μέσων εξαντικειμενίκευσης έχει τις ρίζες της σε συστήματα σημασιοδοτούμενων μορφών του πολιτισμού. Οι πολιτισμικές αυτές μορφές ευθύνονται για τους τρόπους με τους οποίους τα άτομα αλληλεπιδρούν και χρησιμοποιούν έτσι αντικείμενα, εργαλεία, σύμβολα και άλλα σημειωτικά μέσα εξαντικειμενίκευσης. Αυτά επίσης ευθύνονται για τον μετέπειτα συστημικό χαρακτήρα που οι ανθρώπινες σχέσεις μπορούν να πάρουν.

Ας επιστρέψουμε όμως στο πρόβλημα που ήδη αναφέραμε, δηλαδή στην αδυναμία άμεσης πρόσβασης στα μαθηματικά αντικείμενα και στην προκύπτουσα ανάγκη για

εύρεση τρόπων μέσω των οποίων θα γίνουν προσιτά. Σύμφωνα με τον Husserl (1958), η εξαντικειμενίκευσή τους συνδέεται με τους *'τρόπους εμφάνισής τους'*. Το τελευταίο όμως δεν μπορεί να ληφθεί σαν κάτι που έχει τη δύναμη να αναπλάσει τα μαθηματικά αντικείμενα και να τα φέρει στη ζωή. Υπό αυτήν την έννοια ο όρος *'τρόποι εμφάνισης'* του Husserl (1958), χρειάζεται να συμπληρωθεί με κάτι άλλο που συνάντησε στη προσπάθειά του να απαντήσει στο ερώτημα της συγκρότησης της διαυποκειμενικότητας και της αδυνατότητας των αντικειμένων, δηλαδή, τον *λόγο* και τη *γραφή*. Όπως ο Husserl υπέδειξε, ο *λόγος* προμηθεύει τα μέσα για να αποδεσμεύσει τα αντικείμενα της ατομικής υποκειμενικότητας. Απέδωσε δε στη *γραφή* την ιδιότητα της υπέρβασης της προσωρινότητας των αντικειμένων. Ανεξάρτητα από αυτά, ο *λόγος* και η *γραφή* δεν είναι ουδέτερες ανθρώπινες προσπάθειες. Καθοδηγούνται από τις *αποβλέψεις* μας. Το παράδειγμα του εντοπισμού του βιβλίου στο ράφι, δείχνει πως ο τρόπος με τον οποίο γινόμαστε γνώστες κάποιων πραγμάτων συνδέεται με τις αποβλέψεις μας. Αυτό μας οδήγησε να οραματιστούμε ένα ευρύτερο πλαίσιο αρκετά μεγάλο ώστε να συμπεριλάβει εργαλεία, πράγματα, χειρονομίες, λόγο, γραφή, σύμβολα κ.λπ., σε συνδυασμό με ατομικές δραστηριότητες και τους αποβλεπτικούς τους στόχους. Σε αυτό το ευρύτερο πλαίσιο καλούμε σημειωτικά μέσα εξαντικειμενίκευσης, ολόκληρο το οπλοστάσιο των αποβλεπτικών πόρων που τα άτομα κινητοποιούν κατά τη διάρκεια δραστηριοτήτων. Δίνουμε έμφαση δε και στην κοινωνική τους φύση: Εμφανίζονται ενσωματωμένα σε κοινωνικο–ψυχο–σημειωτικές σημασιολογικές διεργασίες και πλαισιωμένα από πολιτισμικούς τρόπους με τους οποίους μπορώ να γνωρίζω πώς να νομιμοποιώ ειδικές μορφές σημάτων και εργαλείων ενώ ταυτόχρονα μπορώ να απορρίπτω άλλες.

Από επιστημολογική άποψη, τα σημειωτικά μέσα εξαντικειμενίκευσης είναι πολιτισμικά προικισμένα με ειδικούς τρόπους χρήσης. Όμως από εκπαιδευτική σκοπιά, η χρήση τους δεν είναι απαραίτητα ευδιάκριτη από τους μαθητές. Η διερεύνηση του τρόπου που τα άτομα καταφεύγουν σε αυτά και τα συνδέουν ίσως ρίξει κάποιο φως στο πρόβλημα της κοινωνικής κατασκευής της γνώσης.

Πριν γίνει ανάλυση των σημειωτικών μέσων εξαντικειμενίκευσης των μαθητών, σε προσυμβολική και συμβολική γενίκευση των προτύπων, χρειάζονται προσοχή κάποια στοιχεία σχετικά με το περιβάλλον της τάξης διδασκαλίας και το σχεδιασμό της δραστηριότητας.

6.1.4 Η Δραστηριότητα Γενίκευσης και η εφαρμογή της σε σχολική τάξη

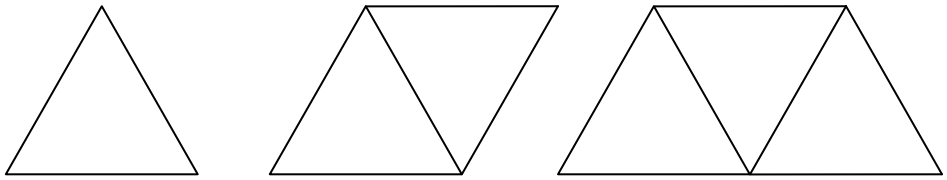
Δύο σχολεία στο Οντάριο συμμετείχαν σε μια τριετή μελέτη η οποία είχε αντικείμενο δασκάλους και μαθητές από Grade 8 έως 10. Οι μαθητές μελέτησαν το επίσημο αναλυτικό πρόγραμμα των Μαθηματικών το οποίο, όπως πολλά προγράμματα στο κόσμο, δίνουν έμφαση στην σπουδή των προτύπων σαν έναν τρόπο για την εισαγωγή της άλγεβρας στο σχολείο. Αν και το αναλυτικό πρόγραμμα ενισχύει το ρόλο της επικοινωνίας και οι δάσκαλοι ενθαρρύνονται όλο και περισσότερο να οργανώνουν δραστηριότητες για ολιγομελείς ομάδες μαθητών, ωστόσο το ερώτημα του πώς θα εφαρμοστούν οι κατευθυντήριες γραμμές του

αναλυτικού προγράμματος αφήνεται στα σχολεία και στους συμβούλους εκπαίδευσης.

Στο πρώτο έτος της μελέτης τρεις νέοι σε ηλικία καθηγητές και ο L.Radford συνεργάστηκαν για να επινοήσουν μαθηματικές δραστηριότητες οι οποίες θα ήταν σημαντικές για τους μαθητές ενώ συγχρόνως θα τους επέτρεπαν να διερευνήσουν πτυχές ανάπτυξης της συμβολικής αλγεβρικής σκέψης. Κατά μέσο όρο χρειάστηκε μία εβδομάδα το μήνα, βιντεοσκοπώντας ταυτόχρονα τις δραστηριότητες. Πριν από κάθε νέα φάση εφαρμογής τους η ομάδα βρισκόταν για 1 – 2 ημέρες για να γίνει συζήτηση για τις βιντεοκασέτες και τις ηχογραφήσεις του προηγούμενου μήνα ώστε να εκτιμηθεί η εξέλιξη της μάθησης (σε σχέση με τους δοθέντες από το αναλυτικό πρόγραμμα στόχους) και να σχεδιαστούν οι δραστηριότητες του επόμενου μήνα.

Μία βιβλιογραφική επισκόπηση έδειξε ότι οι παιδαγωγικές προσεγγίσεις της γενίκευσης συνήθως απαιτούν από τους μαθητές να εκτελέσουν μια στοιχειώδη αριθμητική διερεύνηση. Μία από τις κυριότερες ιδέες είναι ότι η απαριθμητική δομή της αριθμητικής διερεύνησης θα υποδείξει τη δομή της συμβολικής έκφρασης. Επίσης, η αριθμητική εμπειρία εντάσσεται στο πλαίσιο της νοηματοδότησης μέσω της φυσικής γλώσσας. Αν και ο ρόλος του λόγου σε δραστηριότητες με πρότυπα έχει ενθαρρυνθεί σε προηγούμενες προσεγγίσεις διδασκαλίας της άλγεβρας, οι μαθητές συχνά δεν λεκτικοποιούν αυθόρμητα. Στην περίπτωση των μαθητών μας οι οποίοι προέρχονταν από μια παραδοσιακή σχολική τάξη μετωπικής διδασκαλίας, χρειάστηκε να αναπτυχθεί κάποια μορφή παρέμβασης που θα προωθούσε αυτή τη ‘*λεκτικοποίηση*’.

Για να δείξουμε πως προσεγγίστηκε η ενθάρρυνση για μέγιστη έκφραση διά λόγου, δείχνουμε την ακόλουθη δραστηριότητα γενίκευσης :



Σχ1 Σχ. 2 Σχ. 3

Αυτή η δραστηριότητα η οποία βασίζεται σ’ ένα κλασικό πρότυπο με οδοντογλυφίδες, στοχεύει στην εισαγωγή της αλγεβρικής γενίκευσης των προτύπων σε μια τάξη Grade 8. Αποφασίστηκε να τεθεί μια ερώτηση στις μαθηματικές δραστηριότητες αμέσως μετά από την αριθμητική διερεύνηση των προτύπων και μόλις πριν από την έρευνα για την συμβολική αλγεβρική έκφραση. Αυτή η δραστηριότητα συνδύαζε έτσι διάφορες δοκιμασίες : α) η εύρεση του αριθμού των οδοντογλυφίδων που απαιτούνται για να φτιαχτεί το σχήμα 5 και το σχήμα 25, β)η εξήγηση του πώς να βρουν οι μαθητές τον αριθμό των οδοντογλυφίδων που απαιτούνται για να φτιάξουν οποιοδήποτε σχήμα και γ)η εύρεση ενός μαθηματικού τύπου που να υπολογίζει τον αριθμό των οδοντογλυφίδων που απαιτούνται για την κατασκευή του το ν–οστού σχήματος.

Οι μαθηματικές δραστηριότητες σχεδιάστηκαν έτσι ώστε να πραγματοποιούνται από ομάδες 2 ή 3 μαθητών και συνήθως ακολουθούσε συζήτηση συντονισμένη από τον δάσκαλο. Έτσι οι μαθητές μοιράζονταν, ανέλυαν και μελετούσαν τις διαφορετικές τους λύσεις.

Η ερμηνευτική ανάλυση που ακολουθεί συνυφαίνει τους θεωρητικούς στοχασμούς με τα σχετικά αποσπάσματα από τις συζητήσεις ενός τριμελούς γκρουπ μαθητών (Josh, Anik & Judith). Πλάγια αναφορά γίνεται και στη δουλειά άλλων ομάδων. Ένα ερμηνευτικό, περιγραφικό πρωτόκολλο ανάλυσης χρησιμοποιήθηκε για την εξερεύνηση των δεδομένων. Ειδικότερα εφαρμόστηκε το μη απαριθμητικό, μη δομημένο Πρόγραμμα Εύρεσης, Έρευνας και Θεωρητικοποίησης Δεδομένων για ποιοτική έρευνα (Gahan & Hannibal, 1998). Αυτό οδήγησε στον όρο *Εγκατεστημένη ανάλυση λόγου* η οποία δίνει μια οργάνωση των λεκτικών εκφράσεων των μαθητών σε *'προεξέχοντα μέρη'* παραλείποντας τις λεκτικές επαναλήψεις. Έτσι η ανάλυση αιχμαλωτίζει τις ουσιώδεις διαλογικές περιγραφές του προβλήματος όπως συζητήθηκαν από τους μαθητές και τον δάσκαλο.

6.2 Τεκμηριωμένες γενικεύσεις

6.2.1 Η Τεκμηριωμένη Γενίκευση ως ένα Σχήμα το οποίο έχει προκύψει όταν αφαιρεθεί ένα σύνολο δράσεων.

Ο χώρος των προτύπων δεν ήταν νέος για τους μαθητές. Στα προηγούμενα έτη, είχαν αποκτήσει εμπειρία σε διαδικασίες όπως εκείνη που αναφέρθηκε πριν με τις οδοντογλυφίδες. Αυτό που ήταν νέο στην Grade 8 ήταν η χρήση των αλγεβρικών συμβόλων στη γενίκευση του προτύπου.

Για να απαντήσουν το α΄ ερώτημα (από τα 3 που δόθηκαν πριν) συζήτησαν για λίγο το σχήμα του πρώτου σχεδίου (του τριγώνου) της ακολουθίας σχημάτων που τους δόθηκε και στη συνέχεια προχώρησαν στο $4^{ο}$ και $5^{ο}$ σχήμα μετρώντας τις οδοντογλυφίδες. Η παρατήρηση τους ήταν αρκετή σε αυτό το σημείο. Όταν όμως έπρεπε να υπολογίσουν τις οδοντογλυφίδες του $25^{ου}$ σχήματος, κατάλαβαν ότι έπρεπε να ξεφύγουν από την προηγούμενη πρακτική και άρχισαν να σκέφτονται σε βάθος :

Επεισόδιο 1:

(Το σύμβολο […] δείχνει τη παράλειψη λέξεων ή φράσεων, το σύμβολο … δείχνει παύση 3 sec ή περισσοτέρων και τα σύμβολα . , δείχνουν μικρότερη παύση).

1.Judith: *Το επόμενο σχήμα έχει 2 περισσότερες από … κοίταξε … […].*

[Το σχήμα 6] είναι 13, 13 συν 2. Πρέπει να συνεχίσεις έτσι. Στάσου ένα λεπτό… (παίρνει υπολογιστή). Είναι επιπλέον…

2.Anik: *Λοιπόν δε μπορείς πάντα να προχωράς συν 2, συν 2, …*

3.Judith: *Μα βέβαια. Αυτό είναι το σχήμα 7, συν 2 δίνει το σχήμα 8.*

4.Josh: *Αυτό θα πάρει πολύ όμως!*

Η Judith παρατήρησε τον προσθετικό κανόνα που με συμβολικό τρόπο γράφεται $u_{n+1} = u_n + 2$. Η Anik και ο Josh κατάλαβαν ότι αυτή η στρατηγική απαιτεί όμως μετάβαση βήμα – βήμα και είπαν στη Judith ότι θα ήταν καλύτερα να βρουν έναν ευκολότερο τρόπο. Έτσι η αλλαγή της *αποβλεπτικότητας* τους οδήγησε σε μία άλλη εστίαση της προσοχής τους :

Επεισόδιο 2:

1.Josh: *Είναι πάντα το επόμενο. Κοίτα! [και δείχνοντας τα σχήματα με το μολύβι (1η εικόνα παρακάτω) λέει τα εξής] 1 συν 2, 2 συν 3 […].*

2.Anik: *Έτσι, 25 συν 26 …*

3.Josh: *Για ένα λεπτό. Ναι, 3 συν 4 δίνει 7, 4 συν 5… Έτσι είναι το 27 συν 26;*

4.Anik: *Λοιπόν, επειδή εσύ πάντα ... όπως ... δες [και απλώνει το χέρι της για να δείξει τα σχήματα (2η εικόνα παρακάτω)] 3 συν […] έτσι είναι και 25 συν 26.*

Εικόνα 3. Στη 1η εικόνα, ο Josh λέει Κοίτα! και δείχνει τα σχήματα με το μολύβι το οποίο έχει μια δεικτική λειτουργία. Στη 2η εικόνα η Anik δείχνει με το χέρι της και η Judith, δεξιά, παρακολουθεί αυτό το σύνολο των χειρονομιών – λόγων – συμβόλων. Και στις δύο περιπτώσεις, το «ακατέργαστο εύρημα» συνοδεύει τη λέξη Κοίτα! για να δηλώσει απόβλεψη και να πετύχει την εξαντικειμενίκευση. (Ο L.Radford είναι στο βάθος αριστερά και κρατά σημειώσεις).

Η γραμμή 1 δείχνει τη στιγμή που ο Josh κατάλαβε ότι υπάρχει ένα πρότυπο το οποίο συνδέει τον αριθμό των οδοντογλυφίδων ενός σχήματος με το άθροισμα των '*τάξεων*' δύο διαδοχικών σχημάτων. Για να το δείξει αυτό, χρησιμοποίησε το μολύβι του και ανέδειξε ένα '*ακατέργαστο εύρημα*'. Η Anik έπειτα μπόρεσε καθαρά να δει το πρότυπο και έδωσε τη σωστή απάντηση. Για τον Josh όμως δεν ήταν ξεκάθαρο ποια διαδοχικά σχήματα έπρεπε να ληφθούν υπ' όψιν, γι' αυτό στη γραμμή 3 προσπαθεί να βρει την ακριβή σχέση. Στη γραμμή 4 η Anik ξεκαθαρίζει κάπως τα πράγματα και το συμπέρασμα προκύπτει. Οι μαθητές έγραψαν την απάντηση, 25+26=51.

Όπως φάνηκε, οι μαθητές δεν δυσκολεύτηκαν να υπολογίσουν τον αριθμό των οδοντογλυφίδων στο 25° σχήμα. Το πιο σημαντικό είναι ότι αυτό το έκαναν υπολογίζοντας τον αριθμό των οδοντογλυφίδων, από σχήμα σε σχήμα μέχρι να φθάσουν στο 25° σχήμα, αλλά όμως μέσα από μια διαδικασία γενίκευσης η οποία ονομάζεται **Τεκμηριωμένη (αναφερόμενη σε γεγονότα) Γενίκευση**. Μια τέτοια εφαρμόζεται σε αντικείμενα του ίδιου *'επιπέδου'*. Εδώ το επίπεδο είναι αριθμητικό (1, 2, 3, …, 25, 26, κλπ). Αυτό που αφαιρείται, είναι το σύνολο των δράσεων, των ενεργειών που λαμβάνουν χώρα σε αντικείμενα του ίδιου επιπέδου. Απομένει έτσι μια μορφή ενός αριθμητικού σχήματος.

Ειδικότερα, η τεκμηριωμένη γενίκευση είναι η γενίκευση ενεργειών σε μια μορφή επιχειρησιακού σχήματος (με μια νέο – Πιαζετιανή έννοια). Αυτό το σχήμα παραμένει δεμένο στο ίδιο επίπεδο ενεργειών (π.χ. 1 συν 2, 2 συν 3 κλπ) και ενισχύει τους μαθητές ώστε να μπορούν να χειρίζονται επιτυχώς κάθε ξεχωριστή περίπτωση. Σ' αυτό το σημείο χρειάζεται να προσδιορίσουμε τα σημειωτικά μέσα εξαντικειμενίκευσης που οι μαθητές χρησιμοποίησαν για να επιτύχουν το είδος αυτό της *τεκμηριωμένης γενίκευσης*

6.2.2 Σημειωτικά Μέσα Εξαντικειμενίκευσης σε Τεκμηριωμένες Γενικεύσεις

Ο Όρος: <u>το επόμενο</u>. Για να ερευνήσουμε τα σημειωτικά μέσα εξαντικειμενίκευσης πρέπει να προσέξουμε τις ποικίλες γλωσσικές επινοήσεις και τα σύμβολα, που οι μαθητές χρησιμοποιούν για να φθάσουν σ' ένα αποδεκτό επίπεδο αντίληψης της κατάστασης, για να κάνουν φανερές τις αποβλέψεις τους και να συντονίσουν τις ενέργειές τους. Κοιτώντας τα Επεισόδια 1 & 2 βρίσκουμε μια συντονισμένη χρήση λέξεων, χειρονομιών και σχεδίων μέσα από τα οποία επιτυγχάνεται η τεκμηριωμένη γενίκευση. Ας κοιτάξουμε πρώτα το Επεισόδιο 1. Σε μια από τις πρώτες προσπάθειες των μαθητών, ένα αφηρημένο σχήμα αναδεικνύεται από το σχόλιο της Judith (Γραμμή 1) Το σχήμα που αφαιρεί τις *'χειροπιαστές'* ενέργειες γίνεται τώρα ορατό και στους άλλους μαθητές. Για να βεβαιωθεί ότι οι συμμαθητές της την καταλαβαίνουν, αναδεικνύει το σχήμα με τη βοήθεια *'χειροπιαστών'* ενεργειών (π.χ. όταν λέει : *το 6 είναι 13, 13 συν 2*).

Ας σημειωθεί, ότι η Judith δεν υπολόγισε το σύνολο. Απλώς είπε: *13 συν 2*. Αναφέροντας το αποτέλεσμα δεν θα βοηθούσε γιατί θα έστρεφε την προσοχή μακριά από το αναδυόμενο σχήμα. Έτσι αντί του συνόλου, η Judith έδωσε μια καθομιλούμενη έκφραση του γενικευμένου σχήματος και για να σιγουρέψει το στοιχείο της γενίκευσης, πρόσθεσε : *πρέπει να συνεχίσεις έτσι*.

Ο ετεροχρονικός όρος *το επόμενο* είναι ένα κεντρικό σημειωτικό μέσο εξαντικειμενίκευσης στην τεκμηριωμένη γενίκευση της Judith. Ο όρος αυτός παίζει έναν κεντρικό ρόλο εδώ : Διά μέσου αυτού, μία κατάλληλη *'ανάγνωση'* της ακολουθίας των σχημάτων είναι δυνατή. Δίνει έμφαση στην διατεταγμένη ακολουθία των σχημάτων στο χώρο και διαμορφώνει μια αντίληψη κατά την οποία συσχετίζεται ο αριθμός των οδοντογλυφίδων ενός σχήματος με τον αντίστοιχο αριθμό του προηγούμενου σχήματος.

Το επίρρημα: πάντοτε. Θεωρούμε τώρα την τεκμηριωμένη γενίκευση του Josh. Στο Επεισόδιο 2 αναφέρει : *Είναι πάντα το επόμενο. Κοίτα! [και δείχνοντας τα σχήματα με το μολύβι λέει τα εξής] 1 συν 2, 2 συν 3 […]*. (Γραμμή 1). Το αφηρημένο σχήμα στο οποίο βασίζεται η τεκμηριωμένη γενίκευση του Josh παρουσιάζεται με μία πολύ όμοια μορφή με αυτή που μόλις αναλύσαμε : Ο γενικός λεκτικός σχηματισμός συνοδεύεται κι από '*χειροπιαστές*' δράσεις (δηλ. συμπληρώνεται εδώ με χειρονομίες που κάτι δείχνουν). Μια προσεκτικότερη ματιά στη φράση του Josh αποκαλύπτει ότι, μαζί με τον όρο που εξαντικειμενικεύεται, *το επόμενο*, ο Josh χρησιμοποίησε το επίρρημα *πάντα*. Όπως έχει αναφερθεί κι αλλού (Radford, 2000b) επιρρήματα όπως το *πάντα*, υποδηλώνουν τις *γενεσιουργούς λειτουργίες της γλώσσας*, δηλαδή, τις λειτουργίες που την καθιστούν ικανή να περιγράψει διαδικασίες και δράσεις που μπορούν εν δυνάμει να λάβουν χώρα με ένα επαναληπτικό, φανταστικό τρόπο. Αυτές είναι *ad hoc* γλωσσικές εκφράσεις που αποδίδουν την ιδέα του αφαιρετικού σχήματος το οποίο αποτελεί τη βάση της γενίκευσης των ενεργειών.

Ρυθμός και κίνηση. Τα σημειωτικά μέσα που εξαντικειμενικεύουν τεκμηριωμένες γενικεύσεις ποικίλουν. Σε ένα άλλο μικρό γκρουπ ένας από τους μαθητές ανακεφαλαίωσε τη συζήτηση με το δικό του τρόπο :

Επεισόδιο 3:

: *Εντάξει. Τέλος πάντων, το σχήμα 1 είναι συν 2. Το σχήμα 2 είναι συν 3. Το σχήμα 3 είναι*

συν 4. Το σχήμα 4 είναι συν 5.[Έδειχνε τα σχήματα παράλληλα].

Σε άλλο γκρουπ :

Επεισόδιο 4:

Μαθητής 2: *Θα πάμε με 2…3, 5, 7, 9, 11. [Έδειχνε τα σχήματα καθώς μετρούσε.]*

Μαθητής 3: *[Επαναλαμβάνοντας τη μέτρηση] 1, 3, 5, 7.*

Στα επεισόδια 3 & 4 η διαδικασία της εξαντικειμενίκευσης είναι διαφορετική από αυτήν στην ομάδα του Josh. Πράγματι εδώ δεν βρίσκουμε επιρρήματα όπως το *πάντα* και χωροχρονικούς όρους όπως το '*επόμενο*'. Το αφαιρετικό σχήμα δεν καταλήγει σε μια λεκτική περιγραφή. Για να γενικεύσουν, οι μαθητές βασίζονται στο *ρυθμό* της προφοράς τους, στην *κίνηση* κατά τη διάρκεια των αριθμητικών ενεργειών τους και στην φαινομενική επικοινωνία μεταξύ λεγομένων και γραφομένων. Ο ρυθμός και η κίνηση παίζουν εδώ το ρόλο του επιρρήματος *πάντα*.

Αν και ο ρυθμός και η κίνηση είναι επίσης εμφανείς στο επιφώνημα του Josh (*Κοίτα! 1 συν 2, 2 συν 3)* θα λέγαμε ότι στα τελευταία δύο επεισόδια, ο ρυθμός και η κίνηση δημιουργούν ένα κλίμα το οποίο, σε κάποιο βαθμό, απελευθερώνει τους μαθητές από το να χρησιμοποιούν άλλα σαφή σημειωτικά γλωσσικά μέσα εξαντικειμενίκευσης. Αρκετές μελέτες πάνω στη σχέση λόγων - χειρονομιών έχουν δείξει ότι η χειρονομία κατά την διάρκεια της ομιλίας εξυπηρετεί στο να προσθέτει έμφαση και να '*διακοσμεί*' τις πληροφορίες που τα άτομα ανταλλάσσουν κατά την μεταξύ τους αλληλεπίδραση. Οι χειρονομίες έχουν επίσης θεωρηθεί σαν κάποιου

είδους αποκαλυπτική γνωστική αναπαράσταση (Kendon, 1981). Στη περίπτωσή μας εκτός από το να διευκολύνουν την κατάκτηση των στόχων, η αλληλεπίδραση και η άρθρωση των σημειωτικών μέσων εξαντικειμενίκευσης (όπως χειρονομίες, λόγος, συμβολικά σχέδια, συμβολικά ψηφία και ρυθμός) θεωρούνται μαζί σαν ένα μέσο οικοδόμησης νοήματος. (βλέπε τους μαθητές στις δυο φωτογραφίες).

6.2.3 Το Νόημα, σε Τεκμηριωμένες Γενικεύσεις

Η οικοδόμηση του νοήματος εκ μέρους των μαθητών έχει καθηλωθεί σ' ένα τύπο κοινωνικής αντιληπτικότητας βασισμένης σε υπονοούμενες συμβάσεις και σε μια αμοιβαία κατανόηση η οποία θα ήταν αδύνατη σε μια όχι πρόσωπο με πρόσωπο αλληλεπίδραση. Έτσι στα δύο πρώτα επεισόδια είδαμε πως οι μαθητές βασίστηκαν στη δυνατότητα της παρατήρησης. Η Judith και ο Josh είπαν «*Κοίτα*», παίρνοντας μια περίπτωση για να στηρίξουν τα επιχειρήματά τους. Στο 2^{ο} επεισόδιο οι μαθητές κατάλαβαν την σύντομη περιγραφή του Josh και συμφώνησαν στις αριθμητικές ενέργειες που αναδείχθηκαν. Στο 3^{ο} επεισόδιο οι μαθητές κατάλαβαν ότι «*Το σχήμα 1 είναι συν 2*» σημαίνει ότι «*ο συνολικός αριθμός των οδοντογλυφίδων στο σχήμα 1 ισούται με 1 συν 2*» κλπ. Στο 4^{ο} επεισόδιο κατάλαβαν ότι το «*να πάμε με 2*» σημαίνει να προσθέσουμε 2 στον προηγούμενο αριθμό. Φυσικά, κάποια μέσα εξαντικειμενίκευσης μπορεί να είναι αρκετά ισχυρά ώστε να φανερώσουν τις αποβλέψεις των ατόμων και να φέρουν εις πέρας την κατάκτηση κάποιου στόχου. Όμως αυτά τα μέσα μπορεί να αποδειχθούν ανεπαρκή σε πιο σύνθετες καταστάσεις όπου απαιτείται μεγαλύτερη ακρίβεια. Αυτό είναι που θα συμβεί στην περίπτωση που οι μαθητές στραφούν στο δεύτερο ερώτημα της δραστηριότητας, όπως θα δούμε στη συνέχεια.

6.3 Πλαισιωμένες γενικεύσεις

6.3.1 Αφηρημένες Ενέργειες και Αντικείμενα

Η επόμενη διαδικασία της μαθηματικής δραστηριότητας ζητούσε από τους μαθητές να γράψουν μια εξήγηση του τρόπου υπολογισμού του αριθμού των οδοντογλυφίδων για οποιοδήποτε μη συγκεκριμένο σχήμα. Για να γίνει αυτό, δύο νέα στοιχεία εισήχθησαν στη δραστηριότητα: ένα κοινωνικό – επικοινωνιακό και ένα μαθηματικό.

Το κοινωνικό – επικοινωνιακό στοιχείο. Το να παράγεις μια εξήγηση απαιτεί από τους μαθητές να λάβουν υπ' όψη τους ένα νέο πρόσωπο. Πράγματι η εξήγηση απευθύνεται σε κάποιον άλλο (τον παραλήπτη) ο οποίος δεν είναι μέρος του γκρουπ. Επειδή η επικοινωνιακή επαφή με τον παραλήπτη γίνεται δια μέσου μιας γραπτής εξήγησης, η κοινωνική συνεννόηση τροποποιείται. Υπονοούμενες και αμοιβαίες εκφράσεις της πρόσωπο με πρόσωπο αλληλεπίδρασης (χειρονομίες, στερεότυπες φράσεις) πρέπει να αντικατασταθούν από αντικειμενικά στοιχεία κοινωνικής συνεννόησης τα οποία απαιτούν ένα μεγαλύτερο βαθμό αποσαφήνισης.

Το μαθηματικό στοιχείο. Μαζί με το κοινωνικό – επικοινωνιακό στοιχείο, ένα νέο αφηρημένο αντικείμενο έχει εισαχθεί: Το ερώτημα αφορά οποιοδήποτε μη συγκεκριμένο σχήμα.

Τα δύο νέα προαναφερόμενα στοιχεία οδήγησαν τους μαθητές να κινηθούν σε ένα ανώτερο στρώμα διαπραγμάτευσης. Δοκίμασαν την ακόλουθη στρατηγική:

Επεισόδιο 5:

1. Anik: *Ναι. […] Μπορούμε να πούμε, έτσι, αυτός είναι ο αριθμός του σχήματος, σωστά;*

Έτσι, ας πούμε ότι είναι 1 εδώ. Αν…αν…εντάξει. Προσθέτεις ... έτσι, πως το λες

αυτό ; Πάμε στο επόμενο ...[Αναφέρεται στο σχήμα 2 και λέει τα παρακάτω] Το

προσθέτεις με τον εαυτό του, έτσι. Λες, 2 συν 2 και μετά συν 1. Αυτό κάνεις πάντα,

σωστά;

2. Judith: *[Εγκρίνει με νεύμα]*

3. Anik: *Κάνεις 3 συν 3 συν 1, 4 συν 4 συν 1, 5 συν 5 συν 1. Καταλαβαίνεις τι θέλω να πω;*

4. Judith: *Ναι.*

5. Anik: *Πως το λέμε τότε;*

Όπως μπορούμε να δούμε στη γραμμή 1 , η Anik διάλεξε μια διαφορετική στρατηγική από αυτήν που είδαμε στην τεκμηριωμένη γενίκευση στο επεισόδιο 2. Πράγματι αντί να πάρει τον αριθμό και τον επόμενό του (όπως ο Josh υπέδειξε καθώς εργάζονταν στο 25ο σχήμα), πρόσθεσε τον ίδιο αριθμό δυο φορές και πρόσθεσε 1. Μια ξεκάθαρη διαφορά ανάμεσα σ' αυτές τις στρατηγικές είναι ότι η Anik συμπεριέλαβε υπολογισμούς με μόλις έναν απροσδιόριστο αριθμό (μεταβλητή). Ο Josh, αντίθετα, το έκανε με δύο μεταβλητές. Ας ονομάσουμε τη στρατηγική του Josh S(a,b) και της Anik S(a).

Μελέτη του επεισοδίου 5 δείχνει ότι οι μαθητές ακόμα βασίζονταν στον *ρυθμό και στη κίνηση* ως μέσα εξαντικειμενίκευσης όπως και στις τεκμηριωμένες γενικεύσεις. Αφού όμως δεν βρήκαν μια ικανοποιητική λεκτική περιγραφή για την στρατηγική της Anik, εγκατέλειψαν την προσπάθεια και επέστρεψαν στην στρατηγική S(a,b)

Επεισόδιο 6:

1. Anik: *Ναι. Ναι. εντάξει. Προσθέτεις το σχήμα συν το επόμενο σχήμα... Όχι συν το …[…].*

2. Anik: [Γράφει καθώς μιλά:] *Προσθέτεις το πρώτο σχήμα…*

3. Josh: [Διακόπτοντας και συμπληρώνοντας την φράση της Anik, λέει:]*...στο επόμενο σχήμα*

4. Anik: *Προσθέτεις…εντάξει. Προσθέτεις το πρώτο* [σχήμα]…

5. Josh: [στο] *επόμενο σχήμα.*

6. Anik: *Έτσι…*[σιωπή]. *Δεν είναι το δεύτερο σχήμα. Δεν είναι το επόμενο σχήμα;*

7. Josh: *Ναι, το επόμενο* [σχήμα].

8. Judith: *Α, ναι, το επόμενο* [σχήμα] […].

9. Anik: [Ανακεφαλαιώνοντας τη συζήτηση] Προσθέτεις *το σχήμα και το επόμενο σχήμα.*

Η γραμμή 9 δείχνει πως οι μαθητές σχημάτισαν ένα νέο είδος γενίκευσης. Όπως στην περίπτωση της τεκμηριωμένης, η νέα γενίκευση εμφανίζεται σαν μια αφαίρεση συγκεκριμένων ενεργειών σε μορφή επιχειρησιακού σχήματος. Όμως, μια διαφορά είναι ότι το νέο σχήμα δεν *'δουλεύει'* με συγκεκριμένους αριθμούς όπως οι τεκμηριωμένες γενικεύσεις κάνουν. Όπως δείχνει το επεισόδιο τα συγκεκριμένα σχήματα (δηλαδή το 5ο, το 6ο, κλπ) έχουν παραμερισθεί και έχουν μπει στο περιθώριο. Αντί να αναφέρονται σε συγκεκριμένα σχήματα, οι μαθητές τώρα συζητούν για *'το'* σχήμα και *'το επόμενο'* σχήμα. Βέβαια η γενίκευση τους δεν είναι τόσο ξεκάθαρη γιατί δεν διέκριναν διαφορά ανάμεσα στον αριθμό του σχήματος και στο σχήμα καθεαυτό. Οι γενικές εκφράσεις *'το σχήμα'* και *'το επόμενο σχήμα'* τους επιτρέπουν να αγγίξουν ένα νέο επίπεδο γενίκευσης. Η νέα γενίκευση λοιπόν περικλείει αφαίρεση από ενέργειες – δράσεις και αφαίρεση από συγκεκριμένα σχήματα.

6.3.2 Σημειωτικά Μέσα Εξαντικειμενίκευσης.

Το επεισόδιο 6 δείχνει ότι ο ρυθμός και οι φαινομενικές χειρονομίες έχουν αποκλειστεί. Ποιοι είναι τότε οι σημειωτικοί μηχανισμοί εξαντικειμενίκευσης που επιδεικνύουν οι μαθητές σε αυτό το νέο είδος γενίκευσης; Για να απαντηθεί η ερώτηση πρέπει να γίνει ένας μετασχηματισμός στη μαθηματική λεκτική διαπραγμάτευση των μαθητών. Όπως είδαμε τους ζητήθηκε να εξηγήσουν πώς να υπολογίσουν τον αριθμό των οδοντογλυφίδων για οποιοδήποτε μη συγκεκριμένο σχήμα. Επειδή όμως δεν είναι δυνατόν να επιχειρηματολογήσουν για ένα οποιοδήποτε μη συγκεκριμένο σχήμα χωρίς να εστιάσουν με κάποιο τρόπο στο αντικείμενο της επιχειρηματολογίας τους, το δεύτερο πρέπει να προσδιοριστεί χωρίς ποτέ να γίνει εντελώς συγκεκριμένο. Οι μαθητές έτσι μετασχημάτισαν την δοσμένη έκφραση *'οποιοδήποτε δοθέν σχήμα'* στο δεύτερο ερώτημα, στην έκφραση *'το σχήμα'*, έναν γλωσσικό γενικό όρο που μεταδίδει τη ζητούμενη γενικότητα.

Επιπλέον, οι μαθητές εισήγαγαν έναν άλλον γλωσσικό όρο, *'το επόμενο σχήμα'*, ο οποίος χρησιμοποιήθηκε προηγουμένως από την Judith και τον Josh (Επεισόδια 1 & 2). Εδώ, όμως, χρησιμοποιείται σε έναν μεγαλύτερο βαθμό. Έτσι εστιάζουν την προσοχή τους σε ένα από τα χαρακτηριστικά της ακολουθίας των σχημάτων. Αγνοούν το γεωμετρικό σχήμα, το χρώμα κλπ και – με λέξεις – εστιάζουν σε ένα χαρακτηριστικό της ακολουθίας, *την διαδοχή στο χώρο και στο χρόνο, την εγγύτητα* .

Βρισκόμαστε τώρα στην καρδιά της διαδικασίας εξαντικειμενίκευσης των μαθητών η οποία διεξάγεται δια μέσου αυτών των γενικών και εντοπιζόμενων όρων. Οι όροι αυτοί επέτρεψαν στους μαθητές να αναφέρουν αντικείμενα με τον ίδιο τρόπο όπως κάνουν οι *δεικτικοί ή καταδεικτικοί* όροι *αυτό και εκείνο*, στον καθομιλούμενο λόγο. Συγχρόνως υπάρχει μια σημαντική διαφορά: οι δεικτικοί όροι υποδηλώνουν κάτι οπτικά κατακτήσιμο. Αντιθέτως, επειδή *'το σχήμα'* δεν είναι το πρώτο σχήμα ή το πέμπτο ή κάποιο άλλο συγκεκριμένο, οι γενικοί και εντοπιζόμενοι όροι (*'το σχήμα'* και *'το επόμενο σχήμα'*) αναφέρονται σε κάτι που δεν μπορεί να ιδωθεί ουσιωδώς. Ενδιαφέρον είναι το σημείο όπου χρησιμοποιώντας τους γενικούς και εντοπιζόμενους όρους, νέα αντικείμενα εισέρχονται στον διάλογο. Τα αναγκαία αντικείμενα έχουν αποσπασθεί από την εν δυνάμει αισθητηριακή εμπειρία και έχουν αναδειχθεί με έμφαση και με έναν τέτοιο τρόπο ώστε να είναι τώρα στο προσκήνιο, σαν να είναι ορατά. Πράττοντας έτσι, οι μαθητές έχουν φθάσει σ' έναν νέο τύπο εννοιολογικού πεδίου.

Για να γίνει καλύτερα κατανοητός ο ρόλος των σημειωτικών μέσων εξαντικειμενίκευσης σε αυτή τη φάση της μαθηματικής δραστηριότητας των μαθητών, πρέπει να συζητηθεί το είδος της ορατότητας την οποίαν τα αναγκαία αντικείμενα έχουν κατακτήσει. Ο τρόπος με τον οποίον ο L. Radford θεωρεί τους γλωσσικούς όρους ικανούς να κάνουν κάτι ορατό πηγάζει από την φαινομενολογική φύση της γλώσσας. Αυτό έχει σχέση με την ιδέα του Husserl (1958) για τους *'τρόπους εμφάνισης'* των αντικειμένων κάτι για το οποίο έγινε συζήτηση πριν. Κατά μία έννοια οι γλωσσικοί όροι έλκουν την προσοχή μας για να βεβαιώσουμε αντικείμενα του περιβάλλοντος μας. Κατά μια άλλη έννοια, οι γλωσσικοί όροι και τα ποικίλα σύμβολα που χρησιμοποιούνται στις κοινωνικές σχέσεις επιτρέπουν στα άτομα να προχωρούν πέρα απ' ότι οπτικά προσφέρεται και να δημιουργούν εννοιολογικούς κόσμους. Φυσικά η *'εμφάνιση'* των αντικειμένων σε αυτούς τους εννοιολογικούς κόσμους είναι διαφορετική από αυτήν των συγκεκριμένων υλικών αντικειμένων. Τα πρώτα μπορούν να γίνουν αντιληπτά μόνο μέσω συμβόλων και χειροποίητων αντικειμένων. Η Sfard (2000) ισχυρίστηκε ότι τα σύμβολα *«έχουν την δύναμη να μετατρέψουν τα εκτεταμένα-στον-χρόνο, φευγαλέα και αόρατα, σε περιεχόμενα-στον-χώρο, μόνιμα και αντιληπτικά προσβάσιμα»*. Παρ' όλη τη σημειωτική φύση της εμφάνισής τους, αυτά τα αόρατα αντικείμενα υποκαθιστούν ένα κόσμο που, κατά κάποιο τρόπο, είναι τόσο πραγματικός όσο και ο φυσικός μας κόσμος. Μερικά χρόνια πριν ο Leslie White (1942) σχολίασε: *«Με λέξεις ο άνθρωπος δημιουργεί έναν νέο κόσμο, έναν κόσμο ιδεών και φιλοσοφιών. Σ' αυτόν τον κόσμο ζει τόσο αληθινά όσο στον φυσικό κόσμο των αισθήσεων»* (σελ.372).

Αυτά τα σχόλια μας επιτρέπουν τώρα να διατυπώσουμε καθαρά το ερώτημα των σημειωτικών μέσων εξαντικειμενίκευσης των μαθητών, ως ακολούθως. Βλέπουμε ότι αντί του συντονισμού των προφορικών προτάσεων και της ρυθμικής διαπραγμάτευσης, τα αφηρημένα αντικείμενα εμφανίζονται σ' αυτό το μέρος της μαθηματικής δραστηριότητας σαν να εξαντικειμενικεύονται δια μέσου φιλτραρισμένων γλωσσικών, γενικών και εντοπιζόμενων όρων που αναφέρονται σε μη ουσιωδώς παρόντα αντικείμενα. Σαν συνέπεια αυτής της γλωσσικής εξαντικειμενικευτικής διαδικασίας βασισμένης σε έναν εκλεπτυσμένο αν και

φαινομενικό τρόπο λειτουργίας, τα αφηρημένα αντικείμενα ενοιολογικοποιούνται πλαισιακά αναφερόμενα στα χαρακτηριστικά των δοθέντων υλικών αντικειμένων (π.χ. σχήμα 1, σχήμα 2 και σχήμα 3). Τα αφηρημένα αντικείμενα είναι εφεξής αφηρημένα ενώ '*κουβαλούν*' κάποια πλαισιακά και εγκατεστημένα χαρακτηριστικά που αποκαλύπτουν τη πρωταρχική τους γενετική προέλευση.

6.3.3 Πλαισιακές Γενικεύσεις

Κρίνοντας γενικότερα, χωρίς τη χρήση γραμμάτων και την εκμετάλλευση τεκμηριωμένων γενικεύσεων, οι μαθητές κατάφεραν να εξαντικειμενικεύσουν ένα επιχειρησιακό σχήμα που δρα σε αφηρημένα – αν και πλαισιακά εγκατεστημένα – αντικείμενα και προσδιορίζει προσωρινά εγκατεστημένες μαθηματικές λειτουργίες σ' αυτά, επιτυγχάνοντας έτσι ένα νέο επίπεδο γενίκευσης. Αυτά τα πλαισιακά εγκατεστημένα αντικείμενα αφθονούν στις σχολικές διαπραγματεύσεις των μαθητών, όπου γίνονται μέρος μιας διαδικασίας κατασκευής μη θεσμοθετημένων μαθηματικών αντικειμένων. Αυτό είναι σημαντικός λόγος για να δοθεί προσοχή στην δημιουργία τους και στην λειτουργία τους.

Ο L.Radford ονομάζει τους μη συμβολικά βασιζόμενους τύπους γενίκευσης, εφαρμοζόμενους σε εννοιολογικά χωροχρονικά εγκατεστημένα αντικείμενα, *πλαισιακές γενικεύσεις*. Οι τελευταίες διαφέρουν από τις αλγεβρικές γενικεύσεις σε δύο σημαντικά σημεία. Πρώτον, οι αλγεβρικές περιλαμβάνουν αντικείμενα που δεν έχουν χωροχρονικά χαρακτηριστικά. Πράγματι, τα αλγεβρικά αντικείμενα είναι μη εγκατεστημένα και μη χωροχρονικά. Δεύτερον, στις αλγεβρικές γενικεύσεις το άτομο δεν έχει πρόσβαση σε ένα (σχηματικό) σημείο αναφοράς για '*δε*' τα αντικείμενα. Βέβαια, ο κρίσιμος όρος, '*το επόμενο σχήμα*', στην προαναφερόμενη πλαισιακή γενίκευση υποθέτει ότι το άτομο έχει μια προνομιακή θέαση της ακολουθίας, ένα σημείο αναφοράς: Αυτή ή αυτός βλέπει το σχήμα (με έναν σχηματικό τρόπο) και αυτό του/της επιτρέπει να συζητήσει για το επόμενο σχήμα. Αντιθέτως, όταν δουλεύει με ακολουθίες δια μέσου αλγεβρικών συμβόλων, το άτομο πρέπει να διαχωρίσει τη θέση του/της από τους κανόνες της χωροχρονικής ακολουθίας (Traugott, 1978, σελ. 380-381). Αυτή η άποψη εμφανίστηκε από τον Bertrand Russel (1976). Εκείνος παρατήρησε ότι στον κόσμο των μαθηματικών και της θεωρητικής φυσικής, βλέπουμε το χώρο και το χρόνο με έναν ξεκάθαρο τρόπο, '*σαν ο Θεός να είχε θέαση*'. Επίσης για να δώσει έμφαση στον μη υποκειμενικό χαρακτήρα του χωροχρόνου στις περιγραφές των μαθηματικών αντικειμένων, πρόσθεσε ότι σε τέτοιες περιγραφές *«δεν υπάρχει μια περιοχή η οποία είναι ιδιαίτερα θερμή, απόκρυφη και φωτεινή, περικυκλωμένη από όλες τις διευθύνσεις με βαθμιαία αυξανόμενο σκοτάδι»* (σελ. 108).

Πώς τότε οι μαθητές θα συνεχίσουν να παράγουν νοήματα που δεν θα βασίζονται στο χώρο και στο χρόνο – νοήματα πο υ μέχρι τώρα έχο ν προ κύψει από την χωροχρονική ενσωματωμένη εγκατεστημένη εμπειρία; Ποια είναι τα σημειωτικά μέσα εξαντικειμενίκευσης που θα διατηρήσουν την παραγωγή εκ μέρους των μαθητών των άφωνων συμβολικών αλγεβρικών εκφράσεων; Αν και δεν υπάρχει ξεκάθαρη απάντηση για αυτές τις δύσκολες ερωτήσεις, θα γίνει μια προσεκτική

εξέταση του τρόπου με τον οποίο οι μαθητές προσπαθούν να φθάσουν στην αντικειμενική διάσταση που απαιτείται από τη συμβολική άλγεβρα. Για να γίνει αυτό, στοχεύουμε στη φάση αποϋποκειμενικοποίησης του ερωτώντος – μια φάση που τονίζει τις αλλαγές στη σχέση μεταξύ του αντικειμένου της γνώσης και του συμμετέχοντος σ' αυτήν. Η ανίχνευση των σημειωτικών μέσων εξαντικειμενίκευσης που υποδηλώνει τη παραγωγή αλγεβρικών εκφράσεων επιτρέπει την αντιπαράθεση των προσυμβολικών και συμβολικών τύπων γενίκευσης.

6.4 Συμβολικές γενικεύσεις

6.4.1 Παρακάμπτοντας το «Πρόβλημα της Τοποθέτησης»

Στο επόμενο κείμενο, οι μαθητές δεν συμβόλισαν την πλαισιακή γενίκευση που βασίστηκε στην στρατηγική S(a,b). Κατέληξαν σ' έναν αλγεβρικό συμβολισμό της στρατηγικής S(a) :

Επεισόδιο 7:

Josh: *Θα ήταν n συν n … .*

Annie: *n συν ... εντάξει. Στάσου ένα λεπτό! ... n … .*

Judith: *Ναι, n συν ... ναι είναι n …* […] *συν n συν 1.*

Annie: *Ναι! n συν n συν 1!* [δηλ. (n+n)+1, όπως θα γίνει πιο ξεκάθαρο στη γραμμή 9] […].

Judith: *Ναι. Γιατί, κοίτα! Κοίτα! ... .*

Annie: *Το πρώτο σου σχήμα είναι "n", σωστά; Έτσι προσθέτεις n γιατί είναι ο ίδιος αριθμός ... .*

Judith: *Γιατί, κοίτα! Κοίτα! 4 συν 4 κάνει 8 συν 1.*

Josh: *n συν n συν 1.*

Annie: *Παρένθεση συν 1* [Γράφουν, (n+n)+1].

Judith: *Εντάξει. Ας δοκιμάσουμε. Παράδειγμα ...* [Ο Josh λέει, «4 συν 4 κάνει 8 συν 1 κάνει 9». Στο σημείο αυτό οι μαθητές είναι ικανοποιημένοι με το αποτέλεσμά τους και αρχίζουν να δουλεύουν την επόμενη ερώτηση].

Υπάρχει μια πτυχή της φάσης αποϋποκειμενικοποίησης κατά την οποία οι μαθητές έχουν επιτύχει μέχρι εδώ, την παρεμβολή ενός μοτίβου λόγου βασισμένου σε απρόσωπη φωνή. Αυτό γίνεται φανερό από τις φράσεις των μαθητών στις γραμμές 8 και 9. Έτσι '*το πρώτο σου σχήμα*' στη γραμμή 6 γίνεται n στις γραμμές 8 και 9. Επιπλέον σε αντίθεση με την υποκειμενική φράση στη γραμμή 6 οι γραμμές 8 και 9 δεν κάνουν πλέον κανένα υπαινιγμό σε δράση κάποιου πάνω στα σχήματα. Έτσι τα ίχνη της υποκειμενικότητας αρχίζουν να '*σβήνουν*' σταδιακά, σε μια διαδικασία όπου οι προσωπικές φωνές (π.χ. *«προσθέτω»* & *«εσύ βάζεις»*) και τα γενικά δεικτικά αντικείμενα (π.χ. *«αυτό το σχήμα»*) που υπογραμμίζουν την προηγούμενη μαθηματική εμπειρία μετατρέπονται στο παρασκήνιο δίνοντας χώρο για την αναγκαιότητα της αντικειμενικής, επιστημονικής και μαθηματικής διαπραγμάτευσης.

Υπήρχαν ακόμα κι άλλες πτυχές φάσης αποϋποκειμενικοποίησης που αποδείχθηκαν πιο δύσκολες. Για να γίνει αυτό κατανοητό, πρέπει να τεθεί η επόμενη ερώτηση:

Γιατί οι μαθητές δεν συμβόλισαν την S(a,b) γενικευμένη στρατηγική που βασίστηκε στο *«το σχήμα συν το επόμενο σχήμα»* που εξαντικειμενίκευσαν πριν;

Πράγματι, πριν οι μαθητές εμπλακούν στην S(a) στρατηγική στο επεισόδιο 7, άρχισαν να δουλεύουν έναν συμβολισμό βασισμένο στην S(a,b) στρατηγική. Η τελευταία όμως απαιτεί την εύρεση ενός τρόπου για να δημιουργηθεί ένας συμβολικός δεσμός ανάμεσα *«στο σχήμα και στο επόμενο σχήμα»* και στις αντίστοιχες τάξεις τους. Η δυσκολία για να κατορθώσουν αυτό φάνηκε καθαρά από την Anik όταν διατύπωσε τα ακόλουθα:

> *Επεισόδιο 8:*
>
> *Ok. Μπορείς να πεις ... να κάνεις ... Ok προσθέτεις το σχήμα ... ω Θεέ μου πως το λες αυτό* [με αλγεβρικά σύμβολα] *… το σχήμα συν το επόμενο σχήμα;*

Το γεγονός ότι ο συμβολισμός των όρων του προτύπου απαιτεί το να τους συμβολίσεις σύμφωνα με τη θέση τους, αποτελεί μια σημαντική εννοιολογική διαφορά ανάμεσα στο να συμβολίζεις έναν άγνωστο σε μια στοιχειώδη εξίσωση (όπως σε προβλήματα ενός αγνώστου) και το να συμβολίζεις έναν γενικό όρο ενός στοιχειώδη μοτίβου. Επίσης, όπως η προηγούμενη έρευνα έδειξε, η τοποθέτηση των όρων θέτει ένα σημειωτικό πρόβλημα για τους μαθητές σε άλλες δραστηριότητες γενίκευσης όπως η βασική θεωρία αριθμών. Για παράδειγμα ο Lee (1996) βρήκε ότι περισσότερο από το 50% μιας ομάδας από 113 μαθητές λυκείου δεν μπορούσε να δώσει κατάλληλες συμβολικές εκφράσεις (όπως χ και χ+1) για δύο διαδοχικούς αριθμούς, με πολλούς από αυτούς να επιλέγουν μη θεσιακούς συμβολισμούς, όπως χ και ψ που παραμένουν ασύνδετοι.

Η ανάλυση των διαλόγων των μαθητών, έδωσε ενδείξεις μιας σειράς δυσκολιών στη περιγραφή, δια μέσου του αλγεβρικού συμβολισμού, των στοιχείων μιας ακολουθίας σύμφωνα με την τάξη τους (Radford, 1999b, 2000b).Ο L.Radford το ονόμασε, *πρόβλημα τοποθέτησης*. Αξίζει να προστεθεί εδώ ότι οι σημειωτικές δυσκολίες που σχετίζονται με το πρόβλημα τοποθέτησης πηγάζουν από τις δραματικές αλλαγές στο νοητό περιγραφής που η δύσκολα ενσωματώσιμη αλγεβρική γλώσσα φέρνει μαζί της. Οι αλλαγές αυτές περιλαμβάνουν: α) τον αποκλεισμό γλωσσικών όρων με χωρικά χαρακτηριστικά (π.χ. *'το επόμενο'*), β) την αποσιώπηση, στη συμβολική γλώσσα, της ατομικής δράσης (ο αλγεβρικός συμβολισμός χρησιμοποιεί σύμβολα όπως ×, +, κλπ. αλλά δεν μας επιτρέπει να παρεμβάλουμε εντός των συμβολικών εκφράσεων, προσωπικές αντωνυμίες όπως *'εγώ'* ή *'εσύ'*). Έτσι λοιπόν το *πρόβλημα τοποθέτησης* είναι μέρος της διαδικασίας αποϋποκειμενικοποίησης που η δύναμη της αλγεβρικής γλώσσας απαιτεί, και η παρουσία του εδώ έχει σκοπό να αναδείξει τις δυσκολίες που οι μαθητές αντιμετωπίζουν καθώς εμπλέκονται σ' αυτήν τη διαδικασία.

6.4.2 Η παρέμβαση της δασκάλας

Όταν η δασκάλα είδε τη δουλειά των μαθητών, τους ζήτησε να εξηγήσουν τον τύπο. Αναφερόμενοι στην συμβολική έκφραση της S(a) στρατηγικής, οι μαθητές ανταποκρίθηκαν:

Επεισόδιο 9:

Anik: … *Προσθέτεις το σχήμα συν τον αριθμό του σχήματος …*

Judith: … [Συμπληρώνοντας την πρόταση της Anik] *πάλι, μετά από αυτό, συν ένα ακόμα.*

Josh: *Τότε μπορούμε να πούμε πόσες οδοντογλυφίδες υπάρχουν.*

Αυτές οι απαντήσεις δείχνουν, με έναν καταπληκτικό τρόπο, πως οι Anik, Judith & Josh συμπλήρωναν ο ένας τις φράσεις του άλλου. Η δασκάλα όμως σημείωσε την διαφορά μεταξύ της εξήγησης των μαθητών γραμμένης στη φυσική γλώσσα στο δεύτερο ερώτημα της δραστηριότητας και βασισμένης στην S(a,b) στρατηγική (Επεισόδιο 6), και στην τρέχουσα αλγεβρική έκφρασή τους βασισμένη στην S(a) στρατηγική. Αποφάσισε δε να *'σπρώξει'* περισσότερο τους μαθητές στην διαδικασία εξαντικειμενίκευσης σχολιάζοντας ότι η συμβολική έκφραση δεν είπε το ίδιο πράγμα όπως η εξήγηση στη φυσική γλώσσα, και ρώτησε αν μπορούσαν να δώσουν έναν τύπο που να λέει το ίδιο πράγμα. Αυτοί είπαν:

Επεισόδιο 10:

Anik: *Πως λες είναι το επόμενο σχήμα;*

Josh: *Κάνεις 1 συν 2 ίσον 3, 3 συν 2 ίσον 5, 3 συν 4 ίσον 7.*

Anik: *Έτσι θα κάνουμε n συν το επόμενο, το επόμενο σχήμα …*

Josh: *Τότε θα ήταν n+a ή κάτι άλλο, n+n ή κάτι άλλο.*

Anik: *Λοιπόν* [όχι] *επειδή "a" μπορούσε να είναι οποιοδήποτε σχήμα* […]. *Δεν μπορείς να προσθέσεις το δικό σου 9 συν το δικό σου … όπως …*[…]. *Καταλαβαίνεις, οτιδήποτε θέλεις πρέπει να είναι το επόμενό σου* [σχήμα].

Όταν οι μαθητές έφθασαν σε αδιέξοδο, η δασκάλα παρενέβη πάλι: *«Αν το σχήμα που έχω εδώ είναι n, ποιο έρχεται μετά;»* Σκεπτόμενος το γράμμα της αλφαβήτου που είναι μετά το n, ο Josh απάντησε «ο».

Η φράση της δασκάλας δείχνει πως η προσπάθειά της να βοηθήσει τους μαθητές να ξεπεράσουν το πρόβλημα τοποθέτησης ενισχύεται από τη χωροχρονική διάσταση των γενικών αντικειμένων που αναφέρθηκαν (δηλ. τα σχήματα είναι δυναμικά αναγνωρίσιμα σαν να έρχεται το ένα μετά το άλλο). Τελικά, αφού ξαναμελετούν την περίπτωση για το 5ο σχήμα, οι μαθητές παρατήρησαν ότι το 6, δηλαδή, ο αριθμός του σχήματος που έρχεται μετά μπορεί να γραφεί σαν 5+1, το οποίο επανερμηνεύεται σαν

n+1. Αυτή η ερμηνεία έγινε μέσω ερωτοαπαντήσεων όμοιων με αυτές που καταγράφονται σε μελέτες αλληλεπίδρασης (Voigt, 1985, 1989):

Επεισόδιο 11:

Δασκάλα: *Συμφωνείτε όλοι ότι θα είναι n συν κάτι;*

Annie: *Ναι.*

Δασκάλα: *Όταν ήμασταν στο σχήμα 5, σωστά; Ποιο ήταν το «κάτι» που προσθέσαμε;*

Annie: *Ήταν το 6.*

Δασκάλα: *Α, 6; Αν ήταν 10;*

Annie: Ήταν 11.

Δασκάλα: *Ποιο ήταν το πρότυπο τότε;*

Julie: *Λοιπόν, ένα ακόμα …*[σιωπή] […]. *Είναι ένα ακόμα από …*

Δασκάλα: [Συμπληρώνει τη διατύπωση της Julie] *Ένα ακόμα.*

Σε μια προσπάθεια να ανακεφαλαιώσει, η δασκάλα ρώτησε τα εξής :

Επεισόδιο 12:

Δασκάλα: *Αυτό θα ήταν …* [αναφέρεται στην έκφραση, (n+1), που έγραψαν προηγουμένων οι μαθητές].

Anik: *Είναι το επόμενο* [σχήμα]!

Δασκάλα: [Εγκρίνοντας] *Α!*

Anik: *Οκ! Εκεί, τώρα. Καταλαβαίνω τι είναι αυτό που κάνω.*

Judith: *Οκ.*

Anik: *Βάζεις το δικό σου n, n είναι το σχήμα σου, σωστά;*

Judith: *Ναι.*

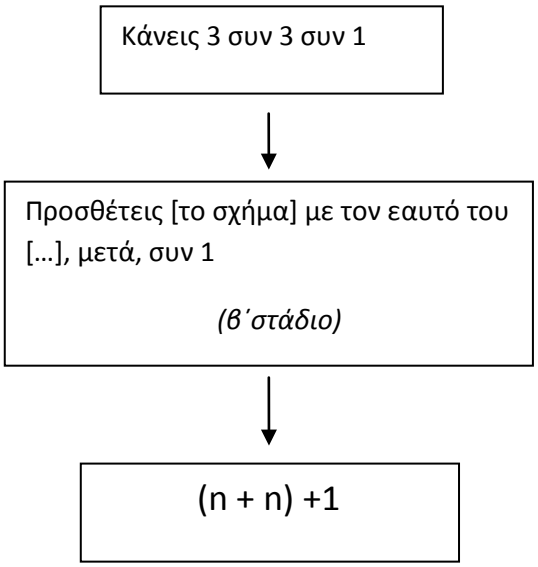
Anik: *Οκ. Λοιπόν, αυτό που μπορούμε να κάνουμε είναι n ίσον το σχήμα …* […] *n+1 ίσον το επόμενο σχήμα, σωστά;*

Judith: *Σωστά.* [Η Anik γράφει την απάντηση (n+1)+n].

Λόγω της παρέμβασης της δασκάλας οι μαθητές μπόρεσαν να ξεπεράσουν το πρόβλημα τοποθέτησης. Κάνοντας αυτό, άρχισαν να χειρίζονται μια κομψή πτυχή της διαδικασίας αποϋποκειμενικοποίησης. Όμως αυτό δεν σημαίνει ότι οι μαθητές απέκτησαν νέους τρόπους παράστασης αντικειμένων. Για παράδειγμα, δεν ήταν ικανοί να αναγνωρίσουν οποιαδήποτε ομοιότητα ανάμεσα στην έκφραση που έφθασαν, δηλαδή στην (n+1)+n και στην έκφραση (n+n)+1. Οι εκφράσεις αυτές παρέμειναν διαφορετικές για αυτούς τους μαθητές. Μελέτη αυτού του σημείου θα γίνει στο επόμενο τμήμα

6.4.3 Τα Σημειωτικά Μέσα Εξαντικειμενίκευσης σε Συμβολικές Γενικεύσεις

Για να γίνει κατανοητό γιατί οι εκφράσεις (n+1)+n και (n+n)+1 καταχωρήθηκαν ως διαφορετικές, χρειάζεται να γίνει συζήτηση για τα σημειωτικά μέσα εξαντικειμενίκευσης των μαθητών. Θεωρείται ότι τις θεώρησαν ως διαφορετικές γιατί εξαντικειμενικεύουν δύο διαφορετικά σύνολα ενεργειών. Πράγματι βρέθηκε ότι η αλγεβρική έκφραση (n+n)+1 ήταν το τελευταίο σημείο μιας διαδικασίας συμβολισμού που εκτείνεται σε τρία στάδια διαπραγμάτευσης (σχήμα 4).



Σχήμα 4. Οι προσθετικές αριθμητικές ενέργειες που έλαβαν χώρα σε ένα πρώτο στάδιο λόγου και εξαντικειμενίκευσαν πάρα πέρα σε ένα δεύτερο στάδιο, επέφεραν τη δομή της συμβολικής έκφρασης (γ΄ στάδιο).

Μια παρόμοια ανάλυση των επεισοδίων 2, 11 και 12, δείχνει ότι η ίδια συμβολική διαδικασία οδήγησε τους μαθητές στην αλγεβρική έκφραση (n+1)+n.

Το σχήμα 4 δείχνει τη σύνδεση ανάμεσα σε (προσθετικές) αριθμητικές ενέργειες και στη δομή της αλγεβρικής έκφρασης αρχάριων μαθητών. Φανερώνει καθαρά το γεγονός ότι τα ποικίλα σύμβολα (n, +, 1 και παρενθέσεις) στην συμβολική έκφραση, συνενώθηκαν κατά έναν μη αυθαίρετο τρόπο. Τα σύμβολα, πράγματι, συμφωνούν με τη ροή των αριθμητικών ενεργειών που έλαβαν χώρα στο πρώτο στάδιο και εξαντικειμενικεύθηκαν πάρα πέρα στο δεύτερο στάδιο. Συμβολίστηκε πρώτα η πρώτη ενέργεια, έπειτα η δεύτερη κλπ. Επειδή οι δύο συμβολικές εκφράσεις αντιστοιχούν σε διαφορετικά σύνολα ενεργειών, αναγνωρίστηκαν ως διαφορετικές. Αυτό είναι εκείνο που οδηγεί τους μαθητές να επιμένουν έντονα ότι οι παρενθέσεις πρέπει να γραφτούν, στη γραμμή 9 στο επεισόδιο 12 και στη γραμμή 9 στο επεισόδιο 7.

Αυτές οι παρατηρήσεις δείχνουν ότι τα σημειωτικά μέσα εξαντικειμενίκευσης υποστηρίζουν τις αλγεβρικές εκφράσεις ώστε να παραμένουν συνδεδεμένες με την διαδοχική σειρά των αριθμητικών ενεργειών. Για να προχωρήσουμε πιο πέρα και να καταλάβουμε καλύτερα αυτό το φαινόμενο, ας λάβουμε υπ' όψη το ερώτημα της σημειωτικής φύσης των συμβολικών γραμμάτων στη μαθηματική δραστηριότητα των

μαθητών. Έτσι καθοδηγούμαστε από μία διάκριση του Duval (1999) ανάμεσα στο σύμβολο και στη λειτουργία. Δηλαδή διακρίνουμε τον τύπο του συμβόλου που χρησιμοποιείται για μία σημειωτική δραστηριότητα και τις λειτουργίες που ο τύπος του συμβόλου επιτρέπει να πληροί.

Όσον αφορά στον τύπο του συμβόλου που οι μαθητές χρησιμοποιούσαν για να οικοδομήσουν τις πρώτες τους συμβολικές εκφράσεις, το σχήμα 4 δείχνει καθαρά ότι το σύμβολο n εμφανίζεται σαν μια συντόμευση του γενικού γλωσσικού όρου «το σχήμα», που ενθυλακώνεται σε ένα προηγούμενο στρώμα διαπραγμάτευσης. Εξ' αιτίας του είδους της υπαρξιακής σύνδεσης ανάμεσα σε μια συντομευμένη λέξη και στο σύμβολο που τη συντομεύει, το τελευταίο μπορεί να ιδωθεί σαν να δείχνει την λέξη αυτή (ή καλύτερα σαν να υποδηλώνει κάποιου είδους τοποθέτηση της συντομευμένης λέξης, εκθέτοντας κάποιο μέρος αυτής). Γι' αυτό το λόγο υποδείξαμε κάπου αλλού το σύμβολο n να μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα καταδεικτικό σύμβολο κατά την έννοια του Pierce (1955). (Radford 2000b, 2000c).

Σχετικά με τις λειτουργίες που ένα σύμβολο μπορεί να εξυπηρετήσει, αξίζει να δούμε τις διεργασίες που μπορούν να λάβουν χώρα μέσω αυτών των υπογενεσιουργών καταδεικτικών συμβόλων. Ως συντομεύσεις, ο τρόπος αναφοράς τους είναι πολύ περιορισμένος. Σε μια τελείως φυσική σύνδεση, μια συντόμευση αναφέρεται σε μια λέξη η οποία με τη σειρά της αναφέρεται σε ένα αντικείμενο. Σαν αποτέλεσμα, στις συμβολικές εκφράσεις των μαθητών ο συντομευμένος όρος '*το σχήμα*' δεν έχει εξανεμιστεί. Υπάρχει ακόμα εδώ, κάτω από το σύμβολο n που τον συντομεύει. Οι συμβολικές εκφράσεις, οικοδομημένες στη βάση των καταδεικτικών προθέσεων, κληρονομούν μ' αυτόν τον τρόπο την χωροχρονική διάσταση της πλαισιακής διαπραγμάτευσης που παρεμποδίζει την κατάκτηση των τυπικών υπολογισμών. Ένας τυπικός υπολογισμός επιτρέπει σε κάποιον να χρησιμοποιήσει την προσεταιριστική ιδιότητα της πρόσθεσης και να απαλλαγεί από τις παρενθέσεις. Αυτό όμως δεν μπορεί να δουλέψει εδώ γιατί απλά το σύμβολο n αντιστοιχεί σε έναν ειδικό όρο της διαπραγματευτικής δραστηριότητας του μαθητή – *το σχήμα*. Τι θα μπορούσε δηλαδή να σημαίνει το 2n+1;

Όπως ο Duval πρόσφατα υποστήριξε, ένα από τα κρίσιμα σημεία στην εκμάθηση της άλγεβρας είναι ότι, αν και η φυσική γλώσσα προσφέρει πλούσιες εκφράσεις για να προσδιορίσουμε αντικείμενα (όπως το σχήμα 25, το προηγούμενο σχήμα, το επόμενο σχήμα, το πρώτο σχήμα, κλπ) και να συζητήσουμε με αυτά (δηλ. *«το σχήμα 25 αποτελείται από μια αλληλουχία γειτονικών ισοπλεύρων τριγώνων όπου …»*), ο αλγεβρικός συμβολισμός προχωρεί σε μια αξιοσημείωτη απλοποίηση του λεξιλογίου. Σαν αποτέλεσμα, ο τρόπος παράστασης αλγεβρικού συμβολισμού (τουλάχιστον από τον 16ο αιώνα και μετά) ζητά έναν μικρό αριθμό συμβόλων που συνδυάζονται για να προσφέρουν παραστάσεις και περιγραφές των μαθηματικών αντικειμένων. Υπό αυτήν την έννοια, τα σύμβολα στην άλγεβρα βασίζονται σε μια λειτουργική περιγραφή. Ο Duval παρατήρησε ότι *«Η λειτουργική περιγραφή εμφανίζεται ακριβώς όταν το λεξιλόγιο γίνεται ανεπαρκές απέναντι στα αντικείμενα που πρέπει να παρασταθούν»*. Δηλαδή όταν αντιμετωπίζουμε *penuria nominum* (λεξιπενία).

Η αλγεβρική γλώσσα παρουσιάζει μια από τις πιο έντονες περιπτώσεις λεξιπενίας. Αυτό φυσικά δεν είναι μόνο περιορισμένο στην άλγεβρα (δηλ. δεν έχουμε ονόματα για κάθε άρρητο αριθμό ξεχωριστά). Παρ' όλα αυτά αυτό το πρόβλημα αποκτά μια τρομακτική σπουδαιότητα στην, εντός σχολικής τάξης, δημιουργία συμβολικών εκφράσεων γιατί οι μαθητές τείνουν να χρησιμοποιούν καταδεικτικά σύμβολα και εκείνα δεν έχουν την ευχέρεια συνδυασμού με άλλα σύμβολα, όπως απαιτείται από έναν λειτουργικό σχεδιασμό.

Στην επόμενη παράγραφο, γίνεται ένα βήμα λίγο παρά πέρα στο στοχασμό για την καταδεικτική φύση των συμβόλων των μαθητών. Εν συντομία ισχυρίζομαι ότι η καταδεικτική (όπως επίσης η εικονική) συμπεριφορά δεν είναι ένα ασυνήθιστο στοιχείο της εκμάθησης ενός νέου συμβολικού συστήματος.

6.5 Η καταδεικτική φύση των συμβόλων των μαθητών

Κινούμενοι στον αλγεβρικό χώρο, έχει παρατηρηθεί ότι οι μαθητές τείνουν να παράγουν σύμβολα με έναν τρόπο που αντανακλά τη ροή ή την κίνηση των αριθμητικών τους ενεργειών. Οι παρενθέσεις π.χ. γίνονται ουσιώδεις επειδή βοηθούν τους μαθητές να '*σημαδεύουν*' τον ρυθμό και τη κίνηση των ενεργειών τους. Δεδομένης της στενής σύνδεσης ανάμεσα στη δράση και στο σύμβολο (μια σύνδεση εξασφαλισμένη από ένα είδος καταδεικτικής σημειωτικής συμπεριφοράς) ο συμμετέχων ενεργεί και παράγει συμβολικές εκφράσεις που ακόμη είναι πλαισιακές στη φύση. Οι συμβολικές εκφράσεις δεν έχουν φθάσει ακόμη την μη πλαισιακή θέαση εκ μέρους του Θεού – για να θυμηθούμε τη μεταφορά του Russell (1976).

Κατανοώντας τις ρίζες αυτής της διαδικασίας παραγωγής συμβόλων και νοημάτων είναι αναγκαίο ν' αναγνωριστεί ότι τα καταδεικτικά είναι ένα από τα πιο στοιχειώδη είδη συμβόλων. Από οντογενετική σκοπιά, η προγλωσσική δραστηριότητα του παιδιού αποτελείται από αρθρωμένους ήχους που σηματοδοτούν αντικείμενα του περιβάλλοντός του. Επίσης περιλαμβάνει δεικτικές χειρονομίες που βοηθούν στην εστίαση της προσοχής. Ιδιόμορφα καθώς είναι, αυτά τα σύμβολα επικοινωνιακής φύσης συγκροτούν τους προγόνους της γλώσσας, δηλαδή μια '*πρωτογλώσσα*'. Άρα αυτή η πρωτογλώσσα εμφανίζεται σε μεγάλο βαθμό ουσιωδώς καταδεικτική. Η δηλωτική λειτουργία της γλώσσας στα μικρά παιδιά έχει εντοπιστεί από τους Vygotsky και Luria (1994) :

> *Μια σειρά παρατηρήσεων σε πολύ μικρά παιδιά μας έδειξε ότι η κύρια λειτουργία του λόγου όπως χρησιμοποιείται από το νήπιο είναι, πράγματι, περιορισμένη στην υποδήλωση, στην διάκριση ενός δοθέντος αντικειμένου μέσα από τον χώρο που αντιλαμβάνεται ένα παιδί. Το γεγονός αυτό ότι οι πρώτες λέξεις ενός παιδιού συνοδεύονται από πολύ εκφραστικές χειρονομίες, καθώς επίσης και από έναν αριθμό παρατηρήσεων ελέγχου, μας πείθει γι' αυτό (σελ. 125).*

Μαζί με την προοδευτική κυριαρχία του λόγου, οι λέξεις γίνονται σύμβολα ικανά να χρησιμοποιηθούν με μια φυσική αυτονομία, όσον αφορά στα αντικείμενα που περιγράφουν. Ο Clark (1978) συζήτησε περιπτώσεις όπου η μητέρα και το παιδί

κοιτούν ένα εικονογραφημένο βιβλίο μαζί και αλληλεπιδρούν με τέτοιο τρόπο που η μητέρα δείχνει ή αγγίζει κάποιο μέρος της εικόνας. Το παιδί ακολουθεί την ίδια χειρονομία και αγγίζει το ίδιο μέρος του βιβλίου. Παράλληλα μαζί με τις βασισμένες στις χειρονομίες δράσεις, ο λόγος συνοδεύει την αλληλεπίδραση. Η μητέρα προφέρει λέξεις που αναφέρονται στην εικόνα στο βιβλίο και το παιδί μιμείται το ηχητικό μέρος της λέξης που αντιστοιχεί στο ονομαζόμενο αντικείμενο. Οι λέξεις τώρα αρχίζουν να αντικαθιστούν τις χειρονομίες. Άρα,

> *όταν η ονοματοδοτούσα σχέση εγκαθίσταται ομαλά για οποιαδήποτε συσσώρευση λέξεως – αντικειμένου, τότε το αρμολόγημα που υποδηλώνει τη δραστηριότητα της συναρμολόγησης υποδείξεων περιττεύει σε μερικά πλαίσια για τη λέξη καθεαυτή. Έτσι εκεί ακριβώς ανατέλλει η δυνατότητα της συζήτησης (δηλ. της λεκτικής υπόδειξης) των αντικειμένων και των σχέσεων που δεν είναι άμεσα εμφανείς στις αισθήσεις (σελ. 257)*

Το παιδί συλλαμβάνει τις λέξεις και τη σημασία τους σε πλούσια αλληλεπιδρώντα πλαίσια στα οποία οι καταδεικτικές χειρονομίες υφαίνονται με άλλα σημειωτικά στοιχεία. Καθ' οδόν οι φωνητικές εκφράσεις του παιδιού και της πρωτογλώσσας του αρχίζουν να γίνονται αντίγραφα των ήχων της μητέρας ή άλλων ενηλίκων. Αυτά τα ηχητικά – λεκτικά αντίγραφα του παιδιού είναι εικονικά λεκτικά σύμβολα του λόγου των ενηλίκων. Η φωνητική έκφραση του παιδιού, αρκετά νωρίς, τείνει να αναπαράγει τις λέξεις των ενηλίκων όσο είναι δυνατόν. Επίσης ο Clark (1978) υπέδειξε σε προηγούμενη αναφορά, ότι με την προοδευτική κυριαρχία της προφορικής γλώσσας, οι λέξεις δεν χάνουν την πρώτη τους καταδεικτική φύση. Αποκτούν μια δεύτερη φύση που τις διασπείρει από την υπαρξιακή περιγραφική τους σύνδεση (για μια φυλογενετική ανάλυση του προβλήματος βλέπε Leroi – Gourhan, 1964).

Ένα παρόμοιο φαινόμενο συμβαίνει σε άλλους σημειωτικούς χώρους όπως στην ανάπτυξη εικονογραφημένων ρεπερτορίων (Kindler & Darras, 1998) και στη γραφή (Dagognet, 1973). Στη δεύτερη περίπτωση η εκμάθηση της γραφής διαμεσολαβείται βαθμιαία από τον προφορικό λόγο. Υπάρχει μια καταγεγραμμένη φάση στη διαδικασία εκμάθησης όπου τα παιδιά γράφουν σύμφωνα με τον τρόπο που μιλούν. Η κατανόηση της γραπτής γλώσσας διεξάγεται από μια καταδεικτική μία-προς-μία μετάφραση στο λόγο. Επίσης ολόκληρη η δομή της γραπτής γλώσσας ακολουθεί με έναν εικονικό τρόπο τη δομή του λόγου. Κατά τη διάρκεια ενός κρίσιμου μέρους της διαδικασίας της μάθησης της γραφής, οι γραμμένες λέξεις θα αναφέρονται καταδεικτικά και εικονικά σε λέξεις της καθομιλουμένης και μόνο αργότερα θα αποκτήσουν μια σχετική αυτονομία. Ο Vygotsky (1997) έγραψε :

> *Η κατανόηση της γραπτής γλώσσας γίνεται μέσω του προφορικού λόγου, αλλά βαθμιαία αυτό το μονοπάτι στενεύει, ο ενδιάμεσος σύνδεσμος με τη μορφή του προφορικού λόγου φεύγει και η γραπτή γλώσσα γίνεται ένα άμεσο σύμβολο τόσο κατανοητό όσο και ο προφορικός λόγος* (σελ.142).

Ας συνοψίσουμε αυτές τις παρατηρήσεις σε πιο γενικούς κανόνες και να τις συσχετίσουμε με το πρόβλημα της σχολικής τάξης. Για μόλις ένα σημειοσύστημα (ή σύστημα συμβόλων) S_1, αυτό είναι αρκετά εξαρτώμενο από άλλα σημειοσυστήματα, S_{01}, S_{02}, … , από τα οποία το S_1 προκύπτει. Επίσης η εικονοποίηση, το αρμολόγημα

ή άλλα καταδεικτικά εργαλεία παίζουν ένα θεμελιώδη ρόλο στην εξασφάλιση της σύνδεσης ανάμεσα στο αναγκαίο σύστημα S_1 και στα πηγαία συστήματα S_{01}, S_{02}, κλπ.

Η προαναφερόμενη σημειωτική αυτή σύνδεση είναι ότι συνέβη κατά τη διάρκεια της εξάπλωσης της αλγεβρικής γλώσσας μέσα στην τάξη. Ο σύνδεσμος που συσχετίζει τα αλγεβρικά συμβολικά γράμματα με τις ενέργειες των μαθητών βοηθά ως σημειωτικό μέσο εξαντικειμενίκευσης που τονίζει την παραγωγή συμβόλων εκ μέρους των μαθητών. Αυτός ο σύνδεσμος κάνει τα καταδεικτικά σύμβολα να έχουν σημασία. Διαγράψτε την ενέργεια και το σύμβολο θα χάσει τη σημειωτική του δύναμη και θα γίνει ένα μη αναγνωρίσιμο ιερογλυφικό.

Προφανώς, η μεγάλη εξάρτηση των καταδεικτικών συμβόλων από τις ενέργειες που συμβολίζουν επιβάλλει κάποια όρια στη χρήση τους. Για κάποιο λόγο, τα σύμβολα δεν μπορούν να διαχωριστούν από την συνολική συμβολική έκφραση και η απαραίτητη αλγεβρική έκφραση δεν μπορεί να διαλυθεί σε στοιχειώδη μέρη. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, οι μαθητές βλέπουν τις συμβολικές εκφράσεις σαν μια ολότητα, με συνέπεια όμοιοι όροι να θεωρούνται αδύνατο να επαναομαδοποιηθούν. Η αδυναμία να συγκεντρωθούν όμοιοι όροι εμφανίστηκε καθαρότερη σ' ένα άλλο μικρό γκρουπ μαθητών. Η δασκάλα πήγε να δει τη δουλειά τους και προσπάθησε να τους βοηθήσει να επεξηγήσουν τη συμβολική τους έκφραση λέγοντας, *«Τότε, n+n ισούται με ...?»*. Οι μαθητές καθαρά απάντησαν *"n"*. Η δυσκολία παραμένει στο ότι τα καταδεικτικά σύμβολα δεν μπορούν να προστεθούν. Όσο αυτά δείχνουν ακόμα τα αντικείμενά τους, δεν μπορεί κάποιος να τα συγκεντρώσει και να τα συγχωνεύσει σε μια νέα και μόνη συμβολική έκφραση.

Η καταδεικτική φύση των συμβόλων μπορεί επίσης να μας βοηθήσει να καταλάβουμε την ασάφεια που οι μαθητές επέδειξαν στη σημειωτική ενέργεια της αναφοράς. Έγινε προφανές ότι συχνά υπήρχε ένα είδος περιφρόνησης για ακρίβεια στην αναφορά κάποιων αντικειμένων. Αυτό το φαινόμενο πάλι είναι συχνό στην πρώιμη απόκτηση της γλώσσας. Όπως ο Bruner (1975) είπε:

> *«Το αντικειμενικό της πρώιμης αναφοράς ... είναι να υποδείξει κάτι άλλο, μέσω κάποιων αξιόπιστων μέσων, το οποίο μεταξύ ενός εναλλακτικού συνόλου πραγμάτων ή διατυπώσεων ή ενεργειών είναι σχετικό με το επίπεδο προσπάθειας του παιδιού»* (σελ. 268).

Επίσης, όπως στην περίπτωση των μαθητών μας, που θεώρησαν το n για το σχήμα αντί του αριθμού των οδοντογλυφίδων στο σχήμα, ο Bruner, που κατευθύνει το ερώτημα της πρώιμης αναφοράς, πρόσθεσε: *«Η ακρίβεια είναι αρχικά ένα μικρό ζήτημα»*. Φυσικά από την άποψη της άλγεβρας, η ακρίβεια στην αναφορά γίνεται μείζονος σημασίας.

6.6 Σύνθεση και συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό έγινε μια εστίαση στην διερεύνηση των τύπων γενίκευσης γεωμετρικών – αριθμητικών προτύπων από αρχάριους στην άλγεβρα μαθητές. Η έρευνα ξεκίνησε από την ιδέα ότι, η σύγκριση μεταξύ προσυμβολικών και

αλγεβρικών τύπων γενίκευσης, μπορεί να ρίξει κάποιο φως στις δυσκολίες που οι μαθητές αντιμετωπίζουν, καθώς τους ζητείται να εκφράσουν γενικεύσεις χρησιμοποιώντας αλγεβρικό συμβολισμό.

Επειδή, από ψυχολογική σκοπιά, η γενίκευση υπονοεί ότι κάτι νέο έχει γίνει εμφανές (δηλ. ότι μια σχέση ανάμεσα σε συγκεκριμένα αντικείμενα εφαρμόζεται σε άλλα συγκεκριμένα ή και νέα αντικείμενα), πραγματοποιήθηκε η εργασία του να διερευνήσουμε τις πορείες εξαντικειμενίκευσης των μαθητών, δηλαδή, τον τρόπο με τον οποίο οι μαθητές έφερναν στο φως νέες σχέσεις και αντικείμενα που χρειάζονταν να μπουν μπροστά, στη δραστηριότητα γενίκευσης. Με την επίδραση της φαινομενολογίας του Husserl (1958, 1978) και με την υιοθέτηση μιας σημειωτικής πολιτισμικής προοπτικής, έγινε η εισαγωγή της έννοιας των σημειωτικών μέσων εξαντικειμενίκευσης και ο προσδιορισμός δύο τύπων προσυμβολικών γενικεύσεων. Ο πρώτος ονομάστηκε *τεκμηριωμένη γενίκευση* και αποτελείται από μια γενίκευση αριθμητικών ενεργειών στη μορφή ενός αριθμητικού σχήματος. Η σημειωτική ανάλυση της αλληλεπίδρασης των μαθητών υπέδειξε ότι στην εξαντικειμενίκευση του αριθμητικού σχήματος κεντρική θέση κατέχει μια έκφραση του σώματος, μια χειρονομία (ένας τύπος πρωτόγονης υπόδειξης), που παρ' όλη την αισθητηριακή φύση της, επέτρεψε στους μαθητές να πάνε πέρα από τα τρία σχήματα πο υ είχαν μπροστά τους και να φέρουν στο φως ένα μοτίβο που τους βοηθά να βρουν τον αριθμό των οδοντογλυφίδων σε οποιοδήποτε συγκεκριμένο σχήμα (όπως το 25ο σχήμα).

Ο δεύτερος τύπος ονομάστηκε *πλαισιακή γενίκευση*. Σε αντίθεση με την τεκμηριωμένη, η πλαισιακή γενικεύει όχι μόνο αριθμητικές ενέργειες αλλά και τα αντικείμενα των ενεργειών. Οι πλαισιακές γενικεύσεις προχωρούν πέρα από το χώρο των συγκεκριμένων σχημάτων και δουλεύουν με γενικά, καθολικά αντικείμενα (όπως '*το σχήμα'*) που δεν είναι αντιληπτά από τις αισθήσεις μας. Αυτά πρέπει να αντικειμενικοποιηθούν και να παραχθούν εντός του χώρου της λεκτικής, με επιχειρήματα, διαπραγμάτευσης τα οποία οι αρχαίοι Έλληνες καλούσαν *λόγο(*=λογική σκέψη).

Η μαθηματική δραστηριότητα καθώς και η γλώσσα επέτρεψαν στους μαθητές να χαράξουν και να δώσουν σχήμα σε μια εμπειρία έξω από την οποία, νέα γενικά αντικείμενα αναδύονται. Όμως οι γλωσσικοί όροι που χρησιμοποιήθηκαν από τους μαθητές ήταν τέτοιοι ώστε τα νέα αυτά γενικά αντικείμενα εθεάθησαν ακόμη πλαισιακά. Τα μέσα εξαντικειμενίκευσης μετακινήθηκαν από ένα ακατέργαστο αρμολόγημα σε εκλεπτυσμένες γλωσσικές προτάσεις αποκαλύπτοντας τη ροή των αριθμητικών ενεργειών στον χρόνο και στον χώρο. Κατά αυτήν την έννοια, τα γενικά μαθηματικά αντικείμενα αναδύθηκαν κατά τη διάρκεια μιας πολιτισμικά ενσωματωμένης μαθηματικής εμπειρίας.

Όσον αφορά τις *συμβολικές γενικεύσεις*, δίνετε προσοχή στον τρόπο που οι μαθητές αντιμετωπίζουν την διαδικασία αποϋποκειμενικοποίησης που επιβάλλει τη λειτουργία της αλγεβρικής γλώσσας. Κατά τη διερεύνηση των τύπων των προσυμβολικών γενικεύσεων, υποστηρίχθηκε το γεγονός ότι η φυσική γλώσσα λογοδοτεί για τις διαλεκτικές μορφές της σχέσης συμμετέχοντος – αντικειμένου. Στην

αλγεβρική γλώσσα, όμως, η σχέση αυτή δεν μπορεί να διατηρηθεί. Η διπλή αναφορά συμμετέχοντος – αντικειμένου χάνεται και δεν είναι πλέον δυνατό να λέμε, π.χ. *'το πρώτο σου σχήμα'*. Μπαίνοντας στη συμβολική άλγεβρα οι μαθητές στερούνται των καταδεικτικών χωροχρονικών όρων και πρέπει να αναφέρονται στα αντικείμενα με διαφορετικό τρόπο. Η προσοχή τότε εστιάστηκε στις τάσεις που προκαλούνται από την τροποποίηση της σχέσης ανάμεσα στον συμμετέχοντα που θα γίνει γνώστης και στο αντικείμενο της γνώσης.

Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι μαθητές πέτυχαν σε κάποιο βαθμό σιωπηρή υποκειμενικότητα. Οι συμβολικές τους εκφράσεις κατάφεραν την εξάλειψη του *'εγώ'*, *'εσύ'* κλπ. Επίσης ξεπερνώντας το πρόβλημα τοποθέτησης με τη βοήθεια της δασκάλας, προσπάθησαν να παράγουν μη χωρικά βασισμένες συμβολοποιήσεις.

Η αναστολή της υποκειμενικότητας (σε σχέση με την αντικειμενικότητα) αναγνωρίστηκε από τον Kant (1781/1996) σαν μια από δυο συνθήκες για γνώση. Η δεύτερη συνθήκη για να κατακτήσουν τη γνώση, ήταν ο εξοστρακισμός του χρόνου (που εκείνος συσχέτισε με λογική αναγκαιότητα). Είναι σε σχέση με τη δεύτερη συνθήκη του Kant, που τα μεγαλύτερα γνωστικά και επιστημολογικά εμπόδια εμφανίζονται. Πράγματι, όπως δείχνει καθαρά η ανάλυση της μαθηματικής δραστηριότητας, τα σημειωτικά μέσα εξαντικειμενίκευσης προς τα οποία οι μαθητές ανατρέχουν για να παράγουν τις πρωταρχικές αλγεβρικές εκφράσεις παραμένουν συνδεδεμένα με δράσεις, με κινήσεις άρα και με χρόνο. Η σύγκριση που έγινε εδώ ανάμεσα σε προσυμβολικές και συμβολικές γενικεύσεις, φανέρωσε ότι τα καταδεικτικά σύμβολα των μαθητών εμπλέκονται στις αριθμητικές ενέργειες που αυτά συμβολίζουν. Αυτός είναι ο λόγος που η ολόκληρη δομή της συμβολικής έκφρασης αιχμαλωτίζει και αντανακλά τη ροή ή την κίνηση των αριθμητικών ενεργειών. Μπορούμε να πούμε ότι το φάντασμα των ενεργειών των μαθητών ακόμη καταδιώκει τα αλγεβρικά σύμβολα.

Υπάρχει μια ουσιώδης συνέπεια αυτού, με κανόνες περιορισμών που τα καταδεικτικά σύμβολα επιβάλλουν ένα τυπικό υπολογισμό εκφράσεων. Κατά τη διάρκεια της ανάλυσης, ενισχύθηκε το γεγονός ότι η σχέση ανάμεσα στη σημασία των συμβόλων και των ενεργειών που συμβολίζουν, εμπόδιζε τους μαθητές από το να δουν τις αλγεβρικές εκφράσεις (n+1)+n και (n+n)+1 σαν να μοιράζονται μια σχετική συνηθισμένη εμπειρία. Αυτό είναι ένα σημείο κλειδί στην κατανόηση της αλγεβρικής γλώσσας.

Για τον Frege (1971) εκφράσεις σαν τις (n+1)+n και (n+n)+1 αναφέρονται στο ίδιο αντικείμενο. Όμως δεν αναφέρονται σ' αυτό το κοινό αντικείμενο με τον ίδιο τρόπο. Ονομάζουν ή περιγράφουν το ίδιο αντικείμενο με έναν διαφορετικό τρόπο. Με άλλα λόγια, έχουν μια διαφορετική σημασία. Αυτό που η οντογένεση της αλγεβρικής γλώσσας υποδεικνύει, είναι ότι στη φάση της απόδοσης νοήματος, συνοδεύοντας την παραγωγή συμβόλων, τη πρωτοκαθεδρία κατέχει η ενέργεια – ενέργεια εξαντικειμενικευμένη δια μέσου διαφορετικών σημειωτικών μέσων, αρχίζοντας από το σχήμα ενός ακατέργαστου αρμολογήματος. Ο Vygotsky (1997) φάνηκε να είναι σωστός λέγοντας ότι :

> *Μια χειρονομία είναι ειδικότερα το αρχικό οπτικό σύμβολο, στο οποίο το μελλοντικό γράψιμο του παιδιού περιέχεται όπως η μελλοντική βελανιδιά περιέχεται στο σπόρο. Η χειρονομία είναι ένα γράψιμο στον αέρα και το γραπτό σύμβολο είναι πολύ συχνά και απλά μια σταθερή χειρονομία (σελ.133).*

Είδαμε εδώ πως ο ρυθμός και η κίνηση ήταν οι σπόροι που ωρίμασαν και έγιναν σύμβολα, όταν οι μαθητές έδρασαν και αλληλεπίδρασαν σε κοινωνικά εγκατεστημένες μαθηματικές δραστηριότητες.

Το ερώτημα των ενεργειών των ατόμων και της σημειωτικής τους εξαντικειμενίκευσης – που συζητήθηκε από άλλες θεωρητικές προοπτικές και σ' ένα διαφορετικό πλαίσιο από τον Arzarello (2000) και τον Dorfler (2000) – εμφανίζεται σαν ένα στοιχείο κλειδί στη σύγχρονη κατανόηση της οντογένεσης της αλγεβρικής γλώσσας. Οι απαιτήσεις της αλγεβρικής γλώσσας είναι τέτοιες ώστε τα αλγεβρικά αντικείμενα να περιγραφούν σ' ένα επίπεδο διαπραγμάτευσης που *«κουβαλούν»* ένα διαφορετικό είδος ύπαρξης και όπου ο συμμετέχων που τα περιγράφει πρέπει να γίνει (χρησιμοποιώντας την θεωρία λόγου του Lacan) *αποκεντρωμένος* (Bracher et all, 1994). Η επιστημολογική και διδακτική κατανόηση της αποκέντρωσης του συμμετέχοντος μας παροτρύνει να αναστοχαστούμε και να οραματιστούμε νέες διαλογικές και σημειωτικές μορφές δράσης στις δραστηριότητες που προτείνουμε στους μαθητές κατά τη διάρκεια της '*κατάδυσής*' τους στην φυλογενετικά συγκροτημένη πρακτική της άλγεβρας.

7 Η ΑΝΘΡΩΠΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΣΗΜΑΣΙΑΣ

Ορισμένοι έχουν καταλήξει στο συμπέρασμα ότι αν η σημασία είναι διαπραγματεύσιμη τότε δεν μπορεί να συμμετέχει στη διαδικασία εξήγησης του τρόπου με τον οποίο κατανοούμε ο ένας τον άλλον (Eco, 1999, p. 271).

Ο παραδοσιακός τρόπος σκέψης υπαγορεύει ότι η σημασία είναι η πραγματική και αντικειμενική περιγραφή των εγγενών ιδιοτήτων των αντικειμένων και των καταστάσεων. Σαν αποτέλεσμα η σημασία δεν μπορεί να είναι διαπραγματεύσιμη. Υποθέτοντας ότι η σημασία είναι διαπραγματεύσιμη τότε θα πρέπει να υποθέσουμε ότι σε μια δεδομένη στιγμή υποστηρίζουμε ότι τα πράγματα είναι έτσι και αμέσως μετά να υποστηρίξουμε ότι είναι αλλιώς, καθιστώντας έτσι αδύνατη την επικοινωνία και κατανόηση μεταξύ μας.

Στην πράξη, αυτή η αντίληψη της σημασίας για την οποία τα σύγχρονα λεξικά είναι μάλλον το καλύτερο παράδειγμα – έχει τις ρίζες της πίσω στην εποχή του Πλάτωνα. Έτσι ο Κρατύλος στον ομώνυμο διάλογο υποστηρίζει ότι υπάρχει μια απόλυτη αντιστοιχία ανάμεσα στο σημείο και στο σημαινόμενο. Μέσα σ' αυτό το πλαίσιο, η σημασία ενός σημείου (π.χ. η σημασία του σημείου-σχήμα ενός ορθογωνίου παρ/μου) φανερώνει ή αποκαλύπτει την αληθινή φύση του πράγματος (δηλ. το παραπεμπόμενο). Η σημασία βεβαίως μπορεί επίσης να γίνει κατανοητή με διαφορετικό τρόπο: μπορεί να νοείται ως προς τις προθέσεις που θέλουμε να μεταδώσουμε. Στην περίπτωση αυτή η σημασία εμφανίζεται ως μια υποκειμενική κατασκευή. Οι σύγχρονοι του Πλάτωνα το γνώριζαν αυτό. Ωστόσο συνέλαβαν την έννοια της σημασίας πάνω απ' όλα ως πράξη αναφοράς επειδή γι' αυτούς η αληθινή φύση των πραγμάτων υποτίθεται ότι υπήρχε πέρα από την ανθρώπινη φύση.

Πράγματι η σχηματική αντίληψη της σημασίας βασίζεται σε προϋποθέσεις που αφορούν τη σχέση μεταξύ του προς εκμάθηση θέματος και του αντικειμένου της γνώσης. Κατά τη διάρκεια της Αναγέννησης στο κατώφλι ενός κόσμου που είχε αρχίσει να προσανατολίζεται προς την ανθρώπινη παραγωγή και ανταλλαγή προϊόντων και ιδεών, η επιστημολογική θεώρηση των πραγμάτων, που ήταν αντικείμενο της ελληνικής σκέψης, αντικαταστάθηκε από τη θεώρηση του δυναμικού Homo Faber(ο άνθρωπος κατασκευαστής), σύμφωνα με την οποία το να μάθω κάτι, σήμαινε να γνωρίζω τη διαδικασία παραγωγής του. Προς το τέλος του 19ου αι. όταν η ψυχολογία σχηματοποίησε τη γνώση ως πρόβλημα συνείδησης, ο Husserl προσπάθησε να καταλάβει πως οι υποκειμενικές προθέσεις δομούν την επίγνωση της πραγματικότητας που μας μεταφέρουν οι αισθήσεις μας. Κατ' αυτό τον τρόπο η σημασία μελετήθηκε ως προς το τι αποβλέπουμε (ή ως προς την κατεύθυνση που οι προθέσεις μας υπαγορεύουν).

Ωστόσο αυτή η υποκειμενική στάση που περιβάλλει τη νέα σύλληψη της σημασίας έρχεται σε σύγκρουση με την αντικειμενικότητα που απαιτεί η επιστήμη. Από τη μια η σημασία εμφανίζεται ως εκ προθέσεως πράξη δηλ. εξ ορισμού ως υποκειμενική κατασκευή. Από την άλλη επειδή οι προθέσεις προσανατολίζονται σε μια

αντικειμενική πραγματικότητα, η σημασία εμπεριέχει αντικειμενικότητα. Η σχέση μεταξύ αυτών των δύο πτυχών της σημασίας αποδείχθηκε περισσότερο προβληματική απ' ότι αναμενόταν. Αν η γνώση στηρίζεται στον τρόπο με τον οποίο αντιλαμβανόμαστε τα πράγματα, ή πως τα αντιλαμβανόμαστε μέσω των αισθήσεων ή ακόμα και μέσω των αντιδράσεων μας στην αντιληπτή πραγματικότητα, πως μπορεί να διασφαλιστεί η αντικειμενικότητα των οντοτήτων που σχηματίζονται; Όπως το έθεσε η Husserl, πώς τα αντικείμενα των μαθηματικών, της επιστήμης, της αισθητικής και άλλων κλάδων περνούν από την πρωτογενή προσωπική καταγωγή τους στην ιδεατή αντικειμενικότητα;

Πίσω από αυτό το ερώτημα, φυσικά, βρίσκεται το σφαιρικό ερώτημα της συστατικής φύσης της ανθρώπινης εμπειρίας. Υπό ποια έννοια μπορεί η υποκειμενική δραστηριότητα των ατόμων να καταστεί συστατικό των ιδεατών αντικειμένων που με τον ένα ή τον άλλο τρόπο σχετίζονται με την αποτελεσματική πραγματικότητα;

Οι καθηγητές των μαθηματικών δεν μένουν αδιάφοροι στα παραπάνω ερωτήματα. Έτσι η σπουδαιότητα της συζήτησης των ιδεών για τα μαθηματικά αντικείμενα στις μαθηματικές σπουδές επισημάνθηκε σαφώς από τον Dörfler, ο οποίος σε μια πρόσφατη εργασία έγραψε

> *Μήπως το (επίμαχο) θέμα των μαθηματικών σπουδών είναι το τι σημαίνει να μάθουμε κάτι για τα μαθηματικά αντικείμενα και πως ο μαθητής αναπτύσσει ή κατασκευάζει αυτή τη γνώση; Η απάντηση στο ερώτημα αυτό, σε κάποιο βαθμό, θα εξαρτηθεί από το οντολογικό και επιστημολογικό καθεστώς που διέπει το μαθηματικό αντικείμενο.* (Dörfler 2002, p. 337)

Η προσέγγιση της σημασίας μέσω αντικειμενικών σημείων αναφοράς (η οποία προσέγγιση εντοπίζει τα μαθηματικά αντικείμενα έξω από κάθε σημειολογική δραστηριότητα) έπαιξε ένα σημαντικό ρόλο στη διαμόρφωση της παιδαγωγικής σκηνής τον 20ο αι. Προώθησε ένα τεχνολογικό όραμα των μαθηματικών συντονισμένο με τη γενική άποψη του κόσμου που θεωρεί την επιστημονική πρόοδο ως σήμα κατατεθέν του πολιτισμού. Τα Μαθηματικά δεν θεωρούνται πλέον ως ένα απλό μέσο για την καλλιέργεια του πνεύματος και της αφηρημένης συλλογιστικής. Έγινε ένα χρήσιμο εργαλείο κατασκευής μοντέλων ικανό να μας αποκαλύψει τα μυστικά του κόσμου (βλ. Nabonnad, 2004). Όμως η προσέγγιση αυτή φαίνεται να αμφισβητείται από μια «*μη γραμμική προσέγγιση*» η οποία *«εντοπίζει τα μαθηματικά αντικείμενα ως ευρύτερα αντικείμενα εντός του μαθηματικού λόγου»* και ισχυρίζεται ότι *«το σύνολο του μαθηματικού λόγου προσδίδει σημασία και ύπαρξη στα μαθηματικά αντικείμενα»*. (Dörfler, 2002, p. 339)

Ωστόσο, χρειάζεται περισσότερη συζήτηση ώστε να αποσαφηνιστεί ακόμη περισσότερο η υποκειμενική διάσταση που παραδεχόμαστε ότι προσδίδουμε στη σημασία και τη λογική με την οποία η μαθηματική γνώση μπορεί επιπλέον να απαιτεί ένα είδος αντικειμενικότητας. Όπως θα μπορούσε να πει κάποιος, αυτές είναι ρητορικές ερωτήσεις που θέτουν οι καθηγητές των μαθηματικών όταν πρόκειται να αποφασίσουν τι είδους μαθηματικά θα διδάξουν και πώς. Δάσκαλοι με διαφορετικές επιστημολογικές αντιλήψεις πράγματι θα μεταφέρουν διαφορετικές απόψεις των μαθηματικών στην τάξη. Ερωτήσεις σχετικά με την αλήθεια, τη μαθηματική απόδειξη

και τις μαθηματικές εφαρμογές θα αντιμετωπιστούν σίγουρα με διαφορετικό τρόπο στην τάξη ανάλογα με τις αντιλήψεις του κάθε καθηγητή. Π.χ Ρεαλισμός, Κονστρουκτιβισμός, Πολιτιστική Επιστημολογία. Παρόμοιες διαφορές θα γίνουν προφανείς με τον τρόπο που η μάθηση γίνεται αντιληπτή από τους μαθητές(βλ. Sierpinska, 1998).

Βεβαίως εδώ, συζητήσεις σχετικά με την σημασία, την υποκειμενικότητα και τα μαθηματικά αντικείμενα δεν έχουν σκοπό απαραίτητα να μας κάνουν να ξεπεράσουμε τις επιστημολογικές διαφορές που προκύπτουν από τις διάφορες σχολές σκέψης στις μαθηματικές σπουδές. Αντίθετα η ανάδειξη τέτοιων συζητήσεων μας βοηθάει να γνωρίσουμε όλες τις ιδέες περί των μαθηματικών που άμεσα ή έμμεσα μεταφέρουμε στην τάξη και το πώς αυτές οι ιδέες επηρεάζουν την οπτική μας για τη διδασκαλία και την εκμάθηση των μαθηματικών.

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μια προσπάθεια αντιμετώπισης του ερωτήματος για τον τρόπο με το οποίο η σημασία και η διαπροσωπική φύσης της ανθρώπινης εμπειρίας μπορούν να θεωρηθούν συστατικά των μαθηματικών αντικειμένων που προσλαμβάνονται. Από τη στιγμή που νέες θεωρήσεις μπορούν να διαμορφωθούν εξετάζοντας το πρόβλημα με διαφορετικές μεθόδους έρευνας, γίνεται συζήτηση στα δύο πρώτα μέρη για τη φαινομενολογική επιστημολογία του Peirce και αυτή του Husserl. Το ενδιαφέρον για τη συζήτηση αυτών των θεωριών έγκειται στο γεγονός ότι εργαζόμαστε ξεκινώντας από αντικρουόμενες θεωρητικές υποθέσεις οι οποίες όμως αντιμετωπίζουν αποτελεσματικά το πρόβλημα της σημασίας ως επιστημολογικό και εννοιολογικό πρόβλημα συνυφασμένο με σημειολογικά ζητήματα που διαφωτίζουν κι αυτά το πρόβλημά μας. Στο τελευταίο μέρος του κεφαλαίου γίνεται μια σκιαγράφηση αυτού που θα μπορούσε να είναι η θεωρία της σημασίας και των εννοιολογικών αντικειμένων, στο πλαίσιο μιας σημειολογικής-πολιτισμικής προσέγγισης κάτι που υπογραμμίζει τον κεντρικό ρόλο του πολιτισμού στην παραγωγή αντικειμένων γνώσης και στον τρόπο που καταλήγουμε να τα μάθουμε.

Αντίθετα από την προσέγγιση με αντικειμενικά σημεία αναφοράς, η σημειολογική – πολιτιστική προσέγγιση, (Radford, 2003a) δεν απαιτεί ένα υπερβατικό καθεστώς για τα μαθηματικά αντικείμενα. Όπως και η ευρύτερη προσέγγιση έτσι και αυτή (σημειολογική-πολιτισμική προσέγγιση) υπογραμμίζει το ρόλο της σημείωσης αλλά αντί να εστιάζει στην ομιλία, τις ρίζες της μαθηματικής γνώσης θεωρεί τη γνώση γενικώς και τη μαθηματική γνώση ειδικώς ως το αποτέλεσμα μιας νοητικής πράξης (Wartofsky 1979): οι ιδέες και τα μαθηματικά αντικείμενα, όπως υποστηρίζεται είναι εννοιολογικές μορφές ιστορικά, κοινωνικά και πολιτιστικά ενσωματωμένες μιας αντανακλαστικά διαμεσολαβημένης δραστηριότητας.

7.1 PEIRCE: Η αλήθεια ως το όριο της απεριόριστης σημείωσης

Στη θεωρία της γνώσης του Peirce, η πραγματικότητα δεν ενεργοποιείται από την προσωπική σημειωτική δραστηριότητα ούτε είναι οι ιδιότητες των μαθηματικών αντικειμένων. Τα σημεία πράγματι δεν εξουσιοδοτούνται σε μια θεμελιώδη θέση, δεν μπορούν ούτε να παράγουν αλήθεια ούτε να παράγουν γεγονότα ή αντικείμενα *«Το*

σημείο» είπε ο Peirce *«δεν επηρεάζει το αντικείμενο αλλά επηρεάζεται από αυτό»*(CP1.538). Εντούτοις για τον Peirce η σημειωτική δραστηριότητα αποδίδει γνώση.

Πράγματι αν και ο Peirce υποστηρίζει ότι η πραγματικότητα επηρεάζει τις σκέψεις μας αλλά δεν δημιουργείται από αυτές(CP8.12), κατέληξε στο συμπέρασμα ότι η πραγματικότητα μαθαίνεται δυνάμει της αρμονικής αντιστοιχίας δηλ. μεταξύ της τάξης των πραγμάτων και του κόσμου των ιδεών. Αυτή η αρμονική αντιστοιχία που ο Peirce δανείστηκε από την σχολαστική παράδοση έχει ιδιαίτερο βάρος στη θεώρηση του σχετικά με τα εικαζόμενα κοινά στοιχεία μεταξύ των δομών του κόσμου και εκείνων που μας μεταφέρει η σημειωτική – φαινομενολογική εμπειρία.

Για να καταλάβουμε την έννοια με την οποία η σημειωτική δραστηριότητα αποδίδει γνώση πρέπει να έχουμε κατά νου ότι ο Peirce συνέλαβε την πραγματικότητα ως μια εξελισσόμενη συνέχεια που καλύπτεται από *'αοριστία'* ή καθαρό *'Firstness'* ή καθαρό *'Secondness'* δηλ. *'δύσκολα'* γεγονότα χωρίς εξήγηση(CP1.405). Έξω από έναν κόσμο που επιδεικνύει το χάος στην αρχή του, οι ομοιομορφίες και οι τακτικότητες ήταν διαμορφωμένες λίγο-λίγο και *'οι συνήθειες'* έγιναν δυνατές, καθώς *«όλα τα πράγματα έχουν μια τάση να αποκτήσουν συνήθειες»*(CP1.409). Οι συνήθειες αυτές πήραν τη μορφή νόμων: *«Η ομοιομορφία στη δράση των πραγμάτων τα κάνει να αποκτούν συνήθειες. Στο παρόν η ροή των γεγονότων καθορίζεται κατά προσέγγιση από το νόμο. Στο παρελθόν αυτό ήταν ατελέστερο, στο μέλλον θα είναι τέλειο. Η τάση να υπακούει το παν σε νόμους υπήρχε και θα υπάρχει εξελισσόμενη»(CP1.409)*. Γι αυτό ο Peirce μπορεί να λέει ότι *«η πραγματικότητα συνίσταται στην κανονικότητα. Η πραγματική κανονικότητα είναι νόμος που ισχύει»* ο οποίος είναι *Thirdness*(CP5.121).

Στο έργο του Peirce η πραγματικότητα εξαναγκάζει το νου. *«Η πραγματικότητα των αντικειμένων συνίσταται στην επίμονη πίεση που ασκεί στη διαδικασία που ακολουθούμε για να αποκτήσουμε γνώση»*(CP1.175). Όπως έγραψε:

> *Η αίσθηση του χτυπήματος ... είναι η αίσθηση ενός πραγματικού περιστατικού πραγματικής δράσης-αντίδρασης. Ενώ κάθομαι ήρεμος στο σκοτάδι τα φώτα ξαφνικά ανάβουν και εκείνη τη στιγμή συνειδητοποιώ όχι μια διαδικασία αλλαγής αλλά κάτι ακόμα περισσότερο που μπορεί να εμπεριέχεται στη στιγμή αυτή. Έχω την αίσθηση ότι υπήρξαν δύο άκρες στη στιγμή αυτή*(CP1.380).

Η επαφή με μια σκληρή βάρβαρη πραγματικότητα (*a secondness)* διαταράσσει τη φυσική διαδικασία που ακολουθεί το άτομο για να αποκτήσει γνώση. *«Συνείδηση»* όπως λέει ο Peirce *«είναι απλά το σοκ που υφίσταται το εγώ μας από το μη εγώ μας. Σαν τη γαλήνια θάλασσα που ρυτιδώνει μόνο εκεί που συγκρούεται με τη στεριά»*(CP8.266). Μέσω της σκέψης βάζουμε τάξη στην ταραχή. Η σκέψη πράγματι είναι ο τρόπος *«αποκατάστασης της γαλήνιας ανθρωπιστικής συνθήκης της αταραξίας»*(Floridi, 1994, p.562) η κατάσταση από την οποία με έβγαλε το εξωτερικό αντικείμενο που με χτύπησε. Η λειτουργία της σκέψης είναι ακριβώς για να παραχθεί πεποίθηση δηλαδή οι κανόνες δράσης που κατευνάζουν τις αμφιβολίες ώστε να καταστήσουμε τα πράγματα πιο κατανοητά(CP1.405). Η πίστη «*κατευνάζει*

τον ερεθισμό που προκαλεί η αμφιβολία ... προϋπόθεση είναι η αποκατάσταση στη φύση μιας σειράς κανόνων δράσης ή πιο απλά μιας συνήθειας»(CP5.397).

Έτσι η σκέψη και η σημειωτική δραστηριότητα είναι μια αντίδραση στην επαφή μας με τα αντικείμενα του κόσμου. Η αντίδραση αυτή ενισχύεται από ένα πραγματικό κίνητρο αναγνώρισης του κόσμου. Προς *'όφελος της κατανόησης'* είμαστε *'υποχρεωμένοι'* να πειραματιστούμε κάνοντας υποθέσεις και βγάζοντας συμπεράσματα:

> *Το καλύτερο είδος σύνθεσης είναι αυτό που καλείται να πραγματοποιήσει το μυαλό στην προσπάθεια κατανόησης και αυτό το κάνει εισάγοντας μια ιδέα που δεν περιέχεται στα ήδη υπάρχοντα δεδομένα, η οποία παρέχει συνδέσεις που αλλιώς δεν θα υφίσταντο*(CP1.383)

Η ποσότητα για παράδειγμα «*είναι απλά εξιδανικευμένη έκφραση άνευ νοήματος που εφευρίσκουν οι μαθηματικοί για να ορίσουν τον πειραματικό έλεγχο των αλληλουχιών»* (CP4.154). Αυτή η εξιδανίκευση όμως δεν σημαίνει ότι η ποσότητα είναι μόνο κάτι υποκειμενικό(CP4.237). Πράγματι για τον Peirce τα μαθηματικά είναι αντικειμενικά, ακριβή και γενικά. Αν κάτι πρέπει να θεωρηθεί υποκειμενικό στα μαθηματικά αυτό είναι η εξιδανίκευση που προβαίνει ο μαθηματικός προκειμένου να δημιουργήσει το μοντέλο μιας συγκεκριμένης κατάστασης πραγμάτων(CP3.558, Otte2003). Η μαθηματική εξιδανίκευση μιας κατάστασης πραγμάτων χρησιμεύει στην διερεύνηση των αντικειμενικών σχέσεων που την διέπουν.

Οπωσδήποτε στο πλαίσιο αυτό ποσότητες και άλλα μαθηματικά αντικείμενα παίζουν τον κεντρικό ρόλο. Τα μαθηματικά αντικείμενα είναι η ουσία των πειραματικών εγχειρημάτων που διενεργούνται μέσω αφηρημένων επαγωγικών συλλογισμών και απαγωγών. *«Η απαγωγή είναι το μόνο είδος επιχειρήματος που μπορεί να θεμελιώσει μια νέα ιδέα»*(CP2.96). Στη *«Speculative Grammar»*, ο Peirce έγραψε ότι

> *η απαγωγή είναι μια μέθοδος διαμόρφωσης μιας γενικής πρόβλεψης χωρίς καμία εξασφάλιση ότι θα επαληθευθεί είτε σε μια ειδική περίπτωση ή με τη συνήθη δικαιολογία ότι είναι η μόνη ελπίδα να ρυθμίσουμε τη μελλοντική ορθολογική διαγωγή μας και αυτός ο επαγωγικός συλλογισμός που στηρίζεται στην εμπειρία του παρελθόντος μας ενθαρρύνει να ελπίζουμε ότι θα είναι επιτυχής στο μέλλον* (CP2.270).

Ο Peirce όπως και ο Κρατύλος υπέθεσαν ότι υπήρχε ένα είδος συμφωνίας μεταξύ του κόσμου και των σημείων. Οι νόμοι του σύμπαντος δεν είναι ανθρώπινες συμβάσεις, αλλά είναι κατανοητοί:

> *Η φύση η ίδια μερικές φορές προσφέρει ότι χρειάζεται ώστε να οδηγηθεί η ορθολογική πρόθεση σε μια αυθεντική ανακάλυψη χωρίς αυτό να συμβεί τυχαία. Πως όμως η φύση το κάνει αυτό; Δυνάμει κατανοητών νόμων με τους οποίους δρα* (CP1.366).

Επιπλέον οι φυσικοί νόμοι είναι αντιληπτοί :

> *Κάθε γεγονός γενικού ή ειδικού χαρακτήρα ζητά την εξήγησή του και η λογική μας απαγορεύει να δεχθούμε ότι υπάρχει γεγονός ανεξήγητο από την ίδια του τη φύση*(CP1.405).

Ωστόσο ο Peirce σε αντίθεση με τον Κρατύλο θεωρεί ότι η συμφωνία μεταξύ του κόσμου και των σημείων δεν είναι άμεση. Ακόμη και αν, για τον Peirce, τα αντικείμενα και οι νόμοι είναι ανεξάρτητα και συμβαίνουν πριν την προσωπική σημειωτική δραστηριότητα, είναι πεπεισμένος ότι υπάρχουν φόρμες μεταμορφωμένων σημείων που μπορούν να μας οδηγήσουν στην τελική αλήθεια των πραγμάτων. Η επιτυχία στην προσέγγιση της αλήθειας στηρίζεται στην ιδέα του '*συνέχειας*' ή η ιδέα της θεώρησης των πραγμάτων υπό το πρίσμα της συνεχόμενης οντολογικής και επιστημονικής τους εξέλιξης: ο προοδευτικός μετασχηματισμός των σημείων μας φέρνει όλο και πιο κοντά στην αλήθεια. Παρ' όλα αυτά με τον Καντ, μπορούμε να είμαστε βέβαιοι ότι μέσα στις σημειωτικές έρευνες της διανόησης (αν έχουν γίνει σωστά) δεν τρέχουμε πίσω από απλά φαινόμενα.

Πως ταιριάζει η σημασία στη σημειωτική του Peirce; Η σημασία βρίσκεται στο κέντρο της σημειωτικής διαδικασίας για την κατανόηση του κόσμου: η σημασία είναι αυτό που μας επιτρέπει να πάμε από το ένα σύμβολο στο άλλο, από την επαγωγή στην επαγωγή και από την απαγωγή στην απαγωγή. *«Ένα σημείο»* έγραψε ο Peirce, «*σημαίνει κάτι για την ιδέα που παράγει ή τροποποιεί. Ή είναι ένα όχημα που μεταφέρει στο νου ένα κάτι από αυτό που δεν χωρούσε στο νου. Αυτό για το οποίο σημαίνει ονομάζεται* ***αντικείμενο****, αυτό που μεταφέρει είναι η* ***σημασία*** *του και η ιδέα που προκύπτει είναι η* ***ερμηνεία*** *του*»(CP1.339). Εν ολίγοις σημασία είναι η σχέση που συνδέει ένα σημείο με το επόμενο στη σημειωτική αλυσίδα(CP1.380, Dewey1946 p.88).

Ο τρόπος με τον οποίο η σημασία μας επιτρέπει να πάμε από το ένα σημείο στο άλλο πρέπει να γίνει κατανοητός με τους όρους του Peirce, όπως αναφέρονται παρακάτω:

> *Ας σκεφτούμε τα αποτελέσματα που έχει ο αντίκτυπος του κάθε συμβόλου που αντιλαμβανόμαστε. Στην πράξη αντιλαμβανόμαστε το αντικείμενο μέσω της αντίληψης όλων των επιμέρους σημείων*(CP5.402).

Όπως σημειώνει ο Almeder: *«Αυτό που υποστηρίζει η Praqgmatic Maxim είναι ότι η σημασία κάθε πρότασης δεν είναι τίποτε περισσότερο από τα πρακτικά αποτελέσματα που αντιλαμβανόμαστε και τα οποία συνεπάγονται των σημείων – αν η πρόταση είναι αληθινή»*(Almeder1983, p.333*)*. Γι' αυτό το λόγο η σημασία του καθετί είναι μια δήλωση υπό όρους, ένας νόμος ή μια συνήθεια που διέπει το αντικείμενο της πρότασης. *«Το να πω ότι το σώμα είναι σκληρό ή κόκκινο ή βαρύ είναι σαν να λέω ότι υπόκειται σ' ένα νόμο»* είπε ο Peirce(CP5.545).

Εν ολίγοις η πραγματική αντίληψη της σημασίας τονίζει το γεγονός ότι η σημασία συνδέεται με μια υποθετική ή εξιδανικευμένη κατάσταση. Στο τέλος η σημασία είναι θέμα σημειωτικής '*ευρετικής*' έρευνας. Η ευρετική φύση της σημασίας αποσαφηνίστηκε από τον Brent που έγραψε το εξής για τον Peirce.

> *Η σημασία έχει την ίδια φύση με την πειραματική **σκέψη**, στο μέτρο που αυτό βρίσκουμε ως αντιληπτό αποτέλεσμα μιας **απαγωγής** την οποία εξετάζουμε. Δεν πρόκειται γι' αυτά καθαυτά τα αποτελέσματα αλλά για τις σκέψεις που κάνουμε γι' αυτά. Η σημασία είναι εικονική είναι θέμα μετασχηματισμών και ερμηνείας των **συμβόλων*** (Brent 1998, p.354 έμφαση όπως στο πρωτότυπο).

Διότι ο Peirce έθεσε αξιωματικά ένα πεδίο αρτιότητας ανάμεσα στην τάξη των πραγμάτων και στον κόσμο των ιδεών, ανάμεσα σ' αυτό που γνωρίζουμε και σ' εκείνο που πρόκειται να μάθουμε, έχοντας επίγνωση ότι κι εμείς ανήκουμε στο μέγα σχήμα των πραγμάτων. Αυτή η υπέροχη αρτιότητα μας εξασφαλίζει ότι το περιεχόμενο της συνειδητοποίησης αποτελούν μια ενότητα της σημασίας και του είναι. Σχολιάζοντας την αντίληψη του Peirce για τη σημασία ο Rosenthal έγραψε:

> *η εμπειρία που βιώνουμε μέσω των αισθήσεων είναι μια εκ προθέσεως ενότητα του γνώστη και του προς γνώση (θέματος) που αναδύεται μέσω των τρόπων με τους οποίους αντιλαμβανόμαστε την ανεξάρτητη πραγματική συνέχεια ποιοτικών συμβάντων. Η εσωτερική δομή της σημασίας σαν συνήθεια παρέχει το εργαλείο για «να σπάσουμε τα όρια» μιας τέτοιας επεξεργάσιμης συνέχειας και επιτρέπει μια αρχέγονη βιωματική κατανόηση αυτών των συνεχειών, τις πραγματικές σχέσεις και τις πραγματικές δυνατότητες(Rosenthal1983, p.325).*

Φυσικά ο Peirce δεν μπορεί να αποφύγει το ζήτημα της νοημοσύνης της αξιωματικής αρτιότητας μεταξύ *της τάξης των πραγμάτων*(ordo rerum) και *του κόσμου των ιδεών*(ordo idearum). Κατά την εξέταση Firstness, Secondness και Thirdness ταυτόχρονα σαν κατηγορίες ύπαρξης είναι και σαν φαινομενολογικές κατηγορίες, ο Peirce πράγματι δεν μπορεί να αποφύγει τη μομφή συγχώνευσης οντολογικού και επιστημονικού σ' ένα τρόπο που λύνει το πρόβλημα του αντικειμένου και του υποκειμένου άμα τη εμφανίσει. Η Pragmatic Maxim ήταν η προσπάθεια του Pierce, να απαλλαγούμε από μια φιλοσοφική στάση διασκεδαστικών προτάσεων για τις οποίες δεν μπορούν να δοθούν ακριβείς απαντήσεις. Στην υποθετική μεταφυσική αντέταξε τις διαδικασίες ελέγχου της επιστήμης. Ωστόσο με τον τρόπο αυτό η επιλογή του Peirce δεσμεύεται σε μια θεωρία γνώσης που στηρίζεται στο βάρος ενός επιστημονικού ορθολογισμού που δεν εμφανίζεται αρκετά ευρύς στην ανθρωπολογική άποψη της πολυμορφίας του ανθρώπινου νου. Στο χαρακτηρισμό του πραγματικού μέσω της μεθόδου της θεωρητικής δυτικής επιστήμης η επιστημολογία του Peirce αφήνει λίγο χώρο για την κατανόηση των ανθρώπινων αισθητικών, ηθικών, θρησκευτικών και πολιτικού χαρακτήρα δραστηριοτήτων. Αναμφίβολα ο Peirce είχε δίκιο ισχυριζόμενος ότι η σημασία είναι κάτι που ανήκει στη σφαίρα του γενικού κάποια μεσολαβημένη εμπειρία. Αλλά κατά τον Peirce αυτό που μεσολαβείται από τη σημασία είναι η εύλογη εγκυρότητα των υποτιθέμενων αποτελεσμάτων μιας εμπειρίας όπου δεν καταβάλλεται προσοχή στο ρόλο συγκεκριμένων κοινωνικών πράξεων και της ανθρώπινης αλληλεπίδρασης. Είναι αλήθεια ότι ο Peirce μίλησε για μια κοινότητα διανοούμενων και υποστήριξε ότι η πραγματικότητα είναι αναπόσπαστη από μια τέτοια κοινότητα. Ωστόσο τα λεγόμενά του για τη γνώση, είναι ένας απολογισμός της γνώσης που πραγματοποιείται από μια πρώτη προοπτική προσώπων. Ο

κομμουνισμός(communism) του Peirce στηρίζεται στην άποψη ότι η κοινότητα των διανοούμενων είναι στην πραγματικότητα ορισμένη από την *κοινωνία της λογικής*. Ο Peirce λέει *«όπως η κοινωνική αρχή έχει τις ρίζες της πραγματικά στη λογική»*(CP5.354). Αν υπάρχει ένα τέτοιο πράγμα όπως η κοινότητα των διανοούμενων είναι γιατί υπάρχει μια αντικειμενική λογική στο πρώτο μέρος.

Συνοψίζοντας ο Peirce υποστήριξε την άποψη σύμφωνα με την οποία ζούμε σε ένα κόσμο του οποίου τα αντικείμενα, οι νόμοι και οι καταστάσεις των πραγμάτων είναι κατανοητά και σημειωτικά γνωστά ακόμη κι αν πρέπει για να τα γνωρίσουμε να περάσουμε από μια απεριόριστη διαδικασία σημείωσης. Η αλήθεια, πράγματι αποτελεί το έσχατο σημείο αυτής της διαδικασίας που καθοδηγείται από τη σημασία σαν την εικονική μηχανή που προσανατολίζει την αλυσίδα των συμβόλων. Σαν αποτέλεσμα ο ρεαλισμός του Peirce και η επιστημολογική θέση με την οποία καλύπτει τη σημειωτική δραστηριότητα, η συμφωνία μεταξύ γνώσης και πραγματικότητας παίρνει μια μοναδική μορφή. Ενώ για τον Piaget το πρόβλημα ήταν να εξηγήσει πώς η υποκειμενική διαδικασία των αφαιρετικών δράσεων μπορεί να οδηγήσει σε αντικειμενική γνώση των νοητικών αντικειμένων, για τον Peirce το πρόβλημα ήταν να εξηγήσει πως η σημειωτική δραστηριότητα μπορεί να αποκαλύψει την πραγματική φύση των αντικειμένων των οποίων η αντικειμενική οντότητα δεν εξαρτάται από το σύστημα των σημείων και των ερμηνειών.

Για τον Piaget η αλήθεια συλλαμβάνεται να έχει ανθρωπολογικό χαρακτήρα *και συγχρόνως* είναι αντικειμενική δηλαδή ανθρώπινα ανεξάρτητη. Ο Peirce συμφωνεί με τον Piaget ότι η αλήθεια είναι ανθρωπίνως ανεξάρτητη αλλά ισχυρίζεται ότι δεν είναι ανθρωπολογικού χαρακτήρα. Και αυτό για τον Peirce δεν είναι πρόβλημα: ακόμη και αν η αλήθεια δεν είναι ανθρωπολογικού χαρακτήρα, είναι ανθρωπίνως προσεγγίσιμη σε βαθμό που βρήκε πληκτικό το γεγονός ότι ο άγγελος Γαβριήλ θα κατέβαινε από τον Παράδεισο για να μας αποκαλύψει την απάντηση στο αίνιγμα της πραγματικότητας(CP5.553). Για τον Peirce δεν έχουμε ανάγκη από τέτοιες αγγελικές χειρονομίες, το αίνιγμα της πραγματικότητας θα μπορούσε να λυθεί βρίσκοντας καλά εργαλεία: *«Αν μπορούμε να βρούμε το σωστό τρόπο σκέψης και να τον ακολουθήσουμε, τη σωστή μέθοδο μετασχηματισμού των συμβόλων τότε η αλήθεια δεν μπορεί να είναι τίποτα περισσότερο ή λιγότερο από το τελικό αποτέλεσμα με το οποίο τα συμπεράσματα αυτής της μεθόδου θα μπορούσαν τελικά να μας μεταφέρουν»*(CP5.553). Η επιτυχία του πραγματικού επιχειρήματος έγκειται στην πλήρωση μιας απεριόριστης σημείωσης οδηγούμενης από τη σημασία και τις επιστημονικές μεθόδους.

Παρά την έμφαση στην πράξη, ο πραγματισμός του Peirce όπως σωστά παρατήρησε ο Smith *«είναι αρκετά ορθολογιστικός»*(Smith1983, p.49). Και έτσι είναι και η άποψή του για τη σημασία. Το άτομο παραμένει μια αφηρημένη δομή και η υποκειμενικότητά του παίρνει σχήμα στην αντίδρασή του για το μη-εγώ. Ο άνθρωπος, για τον Peirce, είναι μια φυσική οντότητα που υλοποιείται όπως η φύση από μόνη της από τους νόμους της εξέλιξης. Ο άνθρωπος δεν είναι πολιτισμικό ιστορικό προϊόν ούτε ακόμη και στη γνώση του για τον κόσμο. Η ανθρώπινη πραγματικότητα εμφανίζεται σαν κάτι αφηρημένο καθοδηγούμενο από μια τουλάχιστον λογικοποιημένη κοινότητα. Όπως θα δούμε στο επόμενο κεφάλαιο ο

Husserl σταδιακά ενδιαφέρθηκε για την ιστορική πράξη κάτι που τοποθετείται στην τελευταία του εργασία στην άκρη μιας από τις ζωηρότερες εντάσεις μεταξύ αντικειμενικού και υποκειμενικού.

7.2 Ο HUSSERL και η σημασία της σημασίας

Ο τρόπος με τον οποίο ο Peirce θεώρησε την επικοινωνία ανάμεσα στο γνωστικό υποκείμενο και το αντικείμενο της γνώσης δείχνει την καθαρή επίδραση της εμπειριστικής σκέψης στο έργο του. Η επιστημολογία του είναι μια επιστημολογία του ασύμβατου. Χωρίς απορρίψεις στις δραστηριότητες δια μέσου των αισθήσεων, ο Husserl σε αντίθεση εκπόνησε μια αποβλεπτική φαινομενολογία, η οποία είναι βασισμένη στο ρόλο ανάμεσα στις προθέσεις των αντιλήψεων μας για τα πράγματα. Ο Husserl προβληματίστηκε από ένα ερώτημα που έθεσε προηγουμένως ο Frege: *«πως μπορούμε να ισχυριστούμε ότι γνωρίζουμε κάτι π.χ. για τους μεγάλους αριθμούς στους οποίους δεν έχουμε απευθείας πρόσβαση ;»* Στο έργο του *The logic of signs or Semiotics* ο Husserl αναδιατύπωσε το ερώτημα ως εξής: *«Πως είναι όταν κάποιος μιλάει για ιδέες τις οποίες στην πραγματικότητα δεν κατέχει και πως δεν είναι άτοπο ότι η πιο βέβαιη απ΄ όλες τις επιστήμες, η αριθμητική, βασίζεται σε τέτοιες έννοιες;»* (Husserl, ca. 1890-1908/1994, p.20)

Ακολουθώντας το δάσκαλό του τον Brentano, ο Husserl αντιλήφθηκε τη διαφορά μεταξύ *ορθών και συμβολικών αναπαραστάσεων*. Οι πρώτες αντιστοιχούν στην αναπαράσταση μικρών αριθμών που γίνονται κατανοητοί με φυσική αντίληψη. Γι' αυτόν τον πολύ απλό λόγο είναι γνήσιες λέει ο Husserl. Οι δεύτερες είναι έμμεσες αναπαραστάσεις ή αναπαραστάσεις μέσω συμβόλων, αναπαριστούν περιεχόμενα στα οποία δεν έχουμε άμεση πρόσβαση. Αναπαριστούν μη γνήσιες ιδέες. Αν μπορούσαμε να κατανοήσουμε κάθε πολλαπλότητα των πραγμάτων τότε θα μπορούσαμε να κατανοήσουμε κοιτάζοντας απλώς πότε ισότητες όπως $7^6+9^6 = 18^6$ είναι αληθείς ή όχι. Αν είχαμε γνήσιες αναπαραστάσεις όλων των αριθμών, δεν θα υπήρχε η επιστήμη της αριθμητικής. (Husserl, 1891/1972, p.234)

Σύμφωνα με τον Husserl, η λύση στο αίνιγμα του Frege, προϋποθέτει από εμάς να καθορίσουμε τη θεμελίωση του συμβολισμού(Husserl, 1891/1972, p.241). Υπέθεσε ότι *«η μόνη σωστή λύση είναι να αγνοήσουμε ότι υπάρχουν, ανάμεσα στις γνήσιες αναπαραστάσεις ενδείξεις στη βάση των οποίων μπορεί κάποιος να αναγνωρίσει το χαρακτήρα της πολλαπλότητας»(*Husserl, 1891/1972, p.246). Με άλλα λόγια, ο Husserl πίστευε ότι η γνώση των μικρών αριθμών μπορεί στο τέλος να γυρίσει πίσω να συγκεκριμενοποιήσει ενδεικτικές αναπαραστάσεις των μικρών αριθμών από τους οποίους μπορούμε να έχουμε διαισθητική επίγνωση μέσω λεπτομερειών, συγκεκριμένες προτάσεις τους. Η ένδειξη στο τέλος επικυρώνεται από τη διαισθητική της μορφή ως απόδειξη, όπως σημείωσε ο Begout (2003, p.161) είναι για τον Husserl «*verum index sui*».

Όπως μπορούμε να δούμε, ο Husserl όπως και ο Peirce, συνέλαβε την προσαρμοστικότητα σαν ένα στοιχείο κλειδί στην εξασφάλιση της γνώσης. Όμως ο Peirce θεματοποίησε την προσαρμοστικότητα σε συνάρτηση με την αιτιότητα

(*Νιώθω κάτι στον κόσμο των άγριων γεγονότων και το νοιώθω γιατί κάτι υπάρχει εκεί*). Ο Husserl το εκπόνησε αυτό σαν διαισθητική στιγμή της αποβλεπτικής συνείδησης.

Η απαίτηση ότι η αριθμητική στηρίχθηκε στην προσαρμοστικότητα ή στην απευθείας αναφορά εγείρει ωστόσο ένα πρόβλημα στο σύνολο των εργασιών του Husserl. Δεδομένου ότι η προσαρμοστικότητα – αυτή η θεμελίωση του συμβολισμού – προϋποθέτει μια απόβλεψη πως μπορεί να εξασφαλιστεί η αντικειμενικότητα;

Πράγματι, αφενός, ο Hussel ποτέ δεν αμφισβήτησε το γεγονός ότι τα αντικείμενα και οι καταστάσεις των σχέσεων τα οποία η σημειωτική δραστηριότητα αναφέρει ήταν αντικειμενικά με την αυστηρή έννοια του όρου.

Από την άλλη, η θεωρία του της αποβλεπτικότητας εμμένει ότι η γνώση μας για τα αντικείμενα φιλτράρεται από τις προθέσεις μας και κάθε πρόθεση συνεπάγεται έναν υποκειμενικό τρόπο στόχευσης του αντικειμένου. Στο πλαίσιο αυτό, το ερώτημα είναι: *«πως μπορεί η υποκειμενικότητα να ξεπεράσει τον εαυτό της με σκοπό να αντιμετωπίσει ή να συγκροτήσει το αντικείμενο»* (Derrida, in Husserl, 1989, p.63)

Στο έργο του *Origin of Geometry* ο Husserl έθεσε το πρόβλημα της διόδου από την υποκειμενική αισθητηριακή εμπειρία των αντικειμένων στην αντικειμενικότητα μιας ιδεατότητας, διαχρονικό αντικείμενο με τους ακόλουθους όρους:

> *Το πρόβλημα μας τώρα αφορά ακριβώς τα ιδεατά αντικείμενα που είναι θεματοποιημένα στη γεωμετρία: πώς αυτή η γεωμετρική ιδεατότητα (όπως και ότι όλες οι επιστήμες) μεταβαίνει από την πρωτογενή ενδοπροσωπική προέλευση στην ιδεατή της αντικειμενικότητα;* (Huserl 1989, p.161)

Ο Husserl αντιμετώπισε αυτό το πρόβλημα ξανά και ξανά. Στο κέντρο των προσπαθειών για την επίλυσή του ήταν η έννοια της σημασίας. Το 1900 έγραψε: *«Μια πράξη της σημασίας είναι ο συγκεκριμένος τρόπος με τον οποίο αναφερόμαστε στα αντικείμενα»*(Husserl, 1900/1970, p.289). Το 1913 το πρόβλημα εξετάστηκε στο βιβλίο *Ideas* μέσω της βελτίωσης των όρων των αποβλεπτικά νοηματοδοτούμενων και η έννοια της σημασίας καθ΄ εαυτής. Ο Husserl επισήμανε ότι εμείς πάντα αποκτάμε πείρα για τα αντικείμενα από μια συγκεκριμένη οπτική γωνία, έχοντας κάποιες συγκεκριμένες εμφανίσεις, ιδιότητες ή έχοντας κάποιες σχέσεις με άλλα αντικείμενα. Αυτή η *'προσδοκώμενη'* ή *'κατ΄ άποψη'* εμπειρία απευθυνόμενη προς τα αντικείμενα ο Husserl την αποκάλεσε νόηση. Και το αντιλαμβανόμενο περιεχόμενο αυτής της εμπειρίας το αποκάλεσε νοητική σημασία ή νόημα. Νόημα και νόηση αποτελούν το κέντρο της φαινομενολογικής επιστημολογίας όπως αυτή αναπτύχθηκε από τον Husserl: Τα εννοιολογικά περιεχόμενα (δηλ. νοητικές σημασίες ή νοήματα) είναι αποτέλεσμα του και συσχετίζονται με τις αποβλεπτικές εμπειρίες (*νόηση*). Με άλλα λόγια κανένα εννοιολογικό περιεχόμενο δεν μπορεί να επιτευχθεί χωρίς να συνοδεύεται από τη σχετική εμπειρία. Αυτός είναι ο λόγος για τον Husserl που υποστήριξε ότι δεν θα μπορούσε να υπάρχει νόημα χωρίς τη νόηση.

Ένα παράδειγμα του Husserl μπορεί να μας βοηθήσει να καταλάβουμε αυτές τις αντιλήψεις. Μπορούμε να σκεφτούμε, πρότεινε από ένα διαφωτιστικό φως. Ο τρόπος που παρακολουθούμε το φωτισμένο αντικείμενο μέσα από το φως είναι η νόηση είναι

μια αποβλεπτική εμπειρία χωρίς την οποία δεν θα μπορούσαμε να δούμε το αντικείμενο. *«Αυτό που παρατηρείται, υπό τη συγκεκριμένη έννοια, συντηρείται λιγότερο ή περισσότερο στο φωτεινό κώνο του φωτός, αλλά μπορεί επίσης να ματαιωθεί στη μισο-σκιά και το πλήρες σκοτάδι»* (Husserl, 1913/1931, p.269). Αυτό που βλέπουμε είναι το αντιλαμβανόμενο αντικείμενο της αποβλεπτικής μας ματιάς : είναι το *νόημα* ή η σημασία. Τώρα μπορούμε να αλλάξουμε την ένταση του φωτισμού. *«Αυτή η αλλαγή του φωτισμού δεν αλλάζει αυτό που εμφανίζεται και αυτό που μεταφέρει μέσω της σημασίας του, αλλά η φωτεινότητα και το σκοτάδι τροποποιεί τον τρόπο εμφάνισης. Πρόκειται να βρεθούν στην κατεύθυνση της ματιάς στο νοηματικό αντικείμενο και τότε περιγράφονται»* (Husserl, 1913/1931, p.269).

Στο παράδειγμα αυτό, κάθε εντατικοποίηση της έντασης του φωτισμού (κάθε νόηση) μας παρέχει ένα συγκεκριμένο περιεχόμενο του αντικειμένου. Αυτό το περιεχόμενο (νόημα) δεν είναι το ίδιο το αντικείμενο. Στην πραγματικότητα είναι μια από τις *σημασίες του*.

Η βελτίωση της αντίληψης του Husserl για τη σημασία εδρεύει στην προσπάθεια να παρέχει μια ανεκτική άποψή της. Χρησιμοποιώντας μια γεωλογική μεταφορά, συνέλαβε τη σημασία οργανωμένη σε *στρώματα* όπου το *πλήρες νόημα* ή η πλήρης σημασία είναι ο τελικός συντονισμός όλων των νοηματικών σημασιών που προκύπτουν από ποικίλες φαινομενολογικές εμπειρίες: *«Το πλήρες νόημα συνίσταται σε ένα πλέγμα νοηματικών φάσεων και το ειδικό αντιληπτικό στάδιο παρέχει μόνο ένα είδος αναγκαίου στρώματος που βρίσκεται στον πυρήνα, στο οποίο τα επόμενα στάδια είναι ουσιαστικά θεμελιωμένα»* (Husserl, 1913/1931, p.262).

Σε ότι αφορά τη σχέση μεταξύ σημασίας και των αντιλαμβανόμενων αντικειμένων, το σημαντικό σημείο εδώ είναι το πρόβλημα της αρμονίας ή της συμφωνίας ανάμεσα στο πλήρες νόημα και το φαινομενολογικό αντικείμενο. Πώς για παράδειγμα μπορούμε να εξασφαλίσουμε ότι είναι το ίδιο μαθηματικό αντικείμενο αυτό που γίνεται αντιληπτό από διαφορετικούς ανθρώπους των αποβλεπτικά νοηματοδοτούμενων εμπειριών ;

Για τον Husserl, οι ποικίλες σημασίες συσχετίζονται με το *'αντικείμενο'*, *'το απλοποιημένο αντικείμενο'* όπως το ονόμασε και στην υπερβατικότητα του το αντικείμενο εξασφαλίζει τη μοναδικότητα των διαφορετικών νοημάτων. Το υπερβατικό αντικείμενο είναι κατά την άποψη του Husserl, το περιεχόμενο ή η ουσία της σημασίας: είναι η σημασία της σημασίας.

Ένα καρτεσιανό γράφημα, ένας πίνακας τιμών χ, ψ, ένας αλγεβρικός τύπος καθετί από αυτά είναι ένας τρόπος με τον οποίο αποβλέπουμε το ίδιο μαθηματικό αντικείμενο, διαφορετικές εντάσεις λογικής με τις οποίες το φωτίζουμε. Το γράφημα ο πίνακας τιμών και ο τύπος έχουν αποδίδουσα σημασία των αποβλεπτικών εμπειριών (νοήσεις) από τις οποίες κάθε ιδιαίτερο νόημα ή σημασία επιτυγχάνεται. Στην άποψη του Husserl μπορούμε να είμαστε σίγουροι ότι αυτά τα ποικίλα νοήματα φωτίζουν το ίδιο αντικείμενο, γιατί η ίδια υπερβατική ταυτότητά τους εξασφαλίζει τη μοναδικότητα των ατομικών σημασιών. Το αντικείμενο έλκει για να το πούμε έτσι κάθε ένα από τα φώτα όπως ο μαγνήτης έλκει τα μεταλλικά αντικείμενα γύρω του, είναι αναπαραστάσεις του ίδιου μαθηματικού αντικειμένου.

Για το ν Hu serl, η πρόσληψη είναι μόνο ένας από τους τρεις τρόπους της αποβλεπτικότητας, στην πραγματικότητα ο απλούστερος. Μαζί με την αντίληψη υπάρχει επίσης η φαντασία και ο συμβολισμός. Ο συμβολισμός στην άποψη του Husserl είναι στενά συνδεδεμένος με τη γλώσσα και τη λογική θεωρία της κρίσης και της απόφανσης – ένα από τα κεντρικά θέματα στο σεμινάριο του Brentano το οποίο παρακολούθησε στη Βιέννη από το 1884 έως το 1886. Στην αρμονία με την κλασσική λογική, ο Husserl, αντιλήφθηκε την απόφανση ως έναν ενδεικτικό τρόπο που απονέμουμε σημασία σε κάτι: *«Μέσω των εξελικτικών και νοητικών αντιλήψεων των δεδομένων που αποκτούμε ένα περιορισμένο σύστημα αποφάνσεων… και αυτές οι αποφάνσεις ..προσδιορίζουν το «περιεχόμενο» του περίπου εστιαζόμενου αντικειμένου το οποίου το νόημα ζητείται»* (Husserl, 1913/1931, p.364-365), αυτό είναι το ιδεατό και αφηρημένο αντικείμενο το οποίο όλα τα νοήματα δείχνουν.

Με άλλα λόγια υλοποιώντας τις αποβλεπτικές εμπειρίες μας, αποκτούμε μια σίγουρη ακολουθία κατηγορημάτων P_1, P_2, …, P_n, …. Καθένα από αυτά τα κατηγορήματα P_j έχει ένα περιεχόμενο ή μια σημασία Nj (το νόημά της) Τα νοήματα N_1, N_2, N_3, … έχουν ένα μοναδικό αντικείμενο, το γνήσιο αντικείμενο των κατηγορημάτων το άχρονο και πανομοιότυπο *'το απλοποιημένο αντικείμενο'* X. Αυτό το αντικείμενο X, η σημασία της σημασίας, όμως δεν μπορεί να μεταβληθεί από τα νοήματα. Όπως είπε ο Husserl στο παράδειγμα με το φως, η ανθρώπινη εμπειρία δεν μπορεί να το μεταβάλει.

Η αντίληψη του Husserl για την απόφανση και τη σχέση της με τη σημασία στηρίζεται σε μια θεώρηση της γλώσσας σύμφωνα με την οποία γίνεται ένα είδος διαυγούς εργαλείου που υλοποιεί τις προθέσεις μας κατά τον απλό εμπειρικό τρόπο. Αποσαφηνίζοντας τη γλώσσα οι κρίσεις μειώθηκαν σ΄ ένα αφηρημένο σχηματικό αντικείμενο. Παρ΄ όλα αυτά, όπως ο ανθρωπολόγος Sapir δήλωσε αρκετά χρόνια πριν:

> *είναι μάλλον μια ψευδαίσθηση να φανταστεί κανείς ότι η γλώσσα είναι απλώς ένας ενδεικτικός τρόπος λύσεως προβλημάτων της επικοινωνίας ή των στοχασμών. Το γεγονός του ζητήματος ότι «ο πραγματικός κόσμος» είναι κατά ένα μεγάλο μέρος ασυνείδητα δομημένος στις γλωσσολογικές συνήθειες της ομάδας… Βλέπουμε και ακούμε και ειδάλλως δοκιμάζουμε κατά ένα μεγάλο μέρος επειδή οι γλωσσικές συνήθειες της κοινότητάς μας προδιαθέτουν συγκεκριμένες επιλογές ερμηνείας(Sapir1949, p.162).*

Απομακρύνοντας τα συναφή και τους πολιτιστικούς συντελεστές που περιβάλλουν την αποβλεπτικότητα, η άποψη του Husserl τελειώνει απεικονίζοντας μια θεωρία της αλήθειας και της σημασίας ότι είναι καθολική και έξω από το χρόνο και τον πολιτισμό. Όπως υποστήριξε ο Derrida, ο Husserl επιστρέφει στη γλώσσα με σκοπό να επιτρέψει να αναδυθεί η γνήσια δυνατότητα της αλήθειας. Η γλώσσα είναι το καταστάλαγμα της αναφοράς και της αλήθειας όχι η δομή της.

7.3 «Σημασία» και συναφή αντικείμενα από τη σημειωτική-πολιτισμική αντίληψη

Αξίζει να σημειωθεί, ότι στο τέλος της ζωής του ο Husserl αντιλήφθηκε ότι η ανθρώπινη σκέψη έπρεπε να γίνει κατανοητή ενάντια στο υπόβαθρο του πολιτισμικού περιεχομένου περικυκλώνοντας τη φαινομενολογική εμπειρία. Σ' ένα γράμμα της 11ης Μαρτίου 1935 που έστειλε στον ανθρωπολόγο Lucien Levy_Bruhl, του οποίου το βιβλίο *The Primitive Mind* του εξασφάλισε μια θέση στην κοινωνιολογία της γνώσης, ο Husserl θεώρησε πολύτιμη την εργασία του Levy-Bruhl για τη φιλότιμη προσπάθεια του να καταλάβει τον έμφυτο κόσμο σαν ένα κόσμο, ο οποίος δεν ήταν απλώς μια απεικόνιση αλλά ο πραγματικός υπαρκτός κόσμος. *«Από εκεί»*, έγραψε, *«ερχόμαστε να κατανοήσουμε, να αναγνωρίσουμε, και να σκεφτούμε τους τρόπους τους, ως εκ τούτου κατανοούμε τη λογική τους ως επίσης και την οντολογία τους εκείνων του περιβάλλοντος κόσμου μαζί με τις αντίστοιχες κατηγορίες»*. (Husserl, 1935)

Σίγουρα μια από τις αποφασιστικές συνεισφορές της τελευταίας δουλειάς του ήταν η συνειδητοποίηση του ότι οι ενέργειες απόδοσης νοήματος ή οι νοήσεις οδηγούν αποκλειστικά πιο πέρα τις σχέσεις μεταξύ των ατόμων και των προθέσεών τους. Ο Husserl είχε επίγνωση του γεγονότος ότι η σημασία δεν μπορεί ούτε να μειωθεί στην εξωτερίκευση της σκέψης (σαν απόβλεψη) ούτε στην ένδειξη ενός αντικειμένου (ως αναφορά). Αυτό που ο Husserl υπαινίχθηκε ήταν ότι οι εμπειρίες μας της απόβλεψης και της αναφοράς δεν είναι μόνο κατευθυνόμενες *από το αντικείμενο* αλλά επίσης κατευθυνόμενες σε *κάποιον άλλον*. Με άλλα λόγια αυτή η σημασία είναι *από αλλού* κατευθυνόμενη επίσης. Σαν αποτέλεσμα κατέληξε στο να δει τη σημασία σαν κάτι περισσότερο από μια υποκειμενική εμπειρία: η σημασία ήταν μια κοινωνική εμπειρία πέρα για πέρα. Αλλά καθόσον οι σπουδές του στην υπερυποκειμενικότητα προτείνουν υπερβατική αντικειμενικότητα και την επιστημολογική θέσπιση ρόλου των πολιτισμικών κατηγοριών, δεν συνένωσε σε μια λογική θεωρία τη σημασία και τα νοητικά αντικείμενα. Σε ένα κείμενο που γράφτηκε κατά τις διακοπές των Χριστουγέννων του 1931/1932 ο 72χρονος Husserl αναζητούσε ακόμη να συμφιλιώσει την αντικειμενικότητα στη στενή της επιστημολογική έννοια με την αντικειμενικότητα κάθε ευδιάκριτου πολιτισμικού κόσμου. Έγραψε: *«Βρισκόμαστε εδώ μπροστά στα πιο βαθιά προβλήματα του αντικειμενικού κόσμου και στην ενόραση του κόσμου της αντικειμενικότητας και της υποκειμενικότητας»* (Husserl, 2001, p.351). Ο Husserl έφθασε να διαισθανθεί ότι η σημασία και τα νοητικά αντικείμενα συνυπάρχουν με την πνευματική καλλιέργεια αλλά σε καμία περίπτωση δεν μπορούσε να συλλάβει σαν ομοούσια τα στερνά και τα πρότερα. Όπως επισήμανε ο Derrida στα σχόλιά του, για την επιστημολογική άποψη του Husserl,

> *Εκτός από όλα τα χαρακτηριστικά που έχει από κοινού με άλλους πολιτιστικούς σχηματισμούς, [για τον Husserl] η επιστήμη απαιτεί ένα ουσιαστικό προνόμιο: δεν επιτρέπει στον εαυτό της να κλειστεί σε οποιοδήποτε ιστορικά καθορισμένο πολιτισμό υπό αυτήν τη μορφή, γιατί έχει την καθολική ισχύ της αλήθειας. Σαν πολιτιστική μορφή που δεν είναι κατάλληλη σε οποιοδήποτε de facto πολιτισμό, η ιδέα της επιστήμης είναι ο δείκτης του καθαρού πολιτισμού*

γενικά.[…] Η επιστήμη είναι η ιδέα αυτού που, από την πρώτη στιγμή της παραγωγής του, πρέπει να είναι αληθινή και για τον καθένα, πέρα από κάθε δεδομένη πολιτισμική περιοχή.(Derrida, in Husserl, 1989, p.58)

Στην πραγματικότητα, η πιο πρόσφατη επερώτηση του Husserl διέτρεξε τις γραμμές μιας κατανόησης που επιδιώκει να κατανοήσει πώς οι διαφορετικές πολιτισμικές απόψεις του κόσμου είναι δυνατές, διατηρώντας άθικτο το θέμα της ίδιας της ουσίας - το απλοποιημένο αντικείμενο.

Από μια ανθρωπολογική προοπτική, στα λεγόμενα του ο Husserl αποτυγχάνει να αναγνωρίσει το ακόλουθο κεντρικό γεγονός: το νοηματοδοτούμενο των πράξεων και όλων αυτών που τις κάνουν πιθανές είναι ουσιαστικά πολιτισμικό. Κατά συνέπεια, για να συνεχίσουμε με το παράδειγμα του Husserl, η λάμψη που χρησιμοποιούμε για να φωτίσουμε ένα αντικείμενο, ο περίπλοκος μηχανισμός που μας επιτρέπει να ελέγξουμε την ένταση του φωτός και να παράγουμε διαφορετικές νοήσεις, έχουν μια πολιτισμική ιστορία που πρέπει να ληφθεί υπόψη. Η λάμψη, όπως κάθε χειροποίητο αντικείμενο, είναι ένα πολιτισμικό εργαλείο με μια ιστορία πίσω του - μια πολιτισμική ιστορία που, σιωπηλά υπαινίσσεται τις καινούργιες γραμμές της εννοιολογικής ανάπτυξης (βλ. Furinghetti και Radford, 2002). Αυτό που εμφανίζεται μπροστά μας στην αποβλεπτική εμπειρία είναι κατά συνέπεια *παρόν, πλαισιωμένο από τη πολιτισμική ιστορία των μέσων που χρησιμοποιούμε για να την κατανοήσουμε.*

Στα λεγόμενά του Husserl ως εκ τούτου αποτυγχάνει να αναγνωρίσει το κεντρικό γεγονός ότι, στην απόδοση του νοήματος σε κάτι, έχουμε την προσφυγή στη γλώσσα, στις χειρονομίες, στα σημεία ή σε συγκεκριμένα αντικείμενα μέσω των οποίων καθιστάμε τις προθέσεις μας προφανείς, και ό **τ** η γλώσσα, τα σημεία, και τα αντικείμενα είναι φορείς μιας ενσωματωμένης νοημοσύνης (Pea, 1993) και μεταφέρουν μέσα τους, με έναν περιληπτικό τρόπο, πολιτισμικές-ιστορικές εμπειρίες της γνωστικής δραστηριότητας και τα καλλιτεχνικά και επιστημονικά πρότυπα της έρευνας (Lektorsky, 1984). Εάν είναι αλήθεια ότι η σημασία είναι κοινωνική, όπως απαιτείται από την αλληλεπίδραση και τις φαινομενολογικές μελέτες που εμπνέονται από τη σκέψη του Husserl (όπως Berger και Luckmann, 1967) δεν είναι λιγότερο αληθές ότι η σημασία είναι επίσης πολιτισμική.

Σε προηγούμενο κεφάλαιο ορίστηκαν ως *σημειωτικά μέσα εξαντικειμενίκευσης,* το σύνολο των σημείων και των αντικειμένων που χρησιμοποιούμε για να κάνουμε τις αποβλέψεις μας προφανείς,. Ανεξάρτητα από το κατά πόσο ή όχι αυτό που αποβλέπουμε είναι προσωπικό ή απρόσωπο, αυτό που μεταβιβάζουμε στην εμπειρία της σημασίας μπορεί μόνο να επιτευχθεί εντός και δια μέσου αυτών. Οι στοχασμοί του Merleau-Ponty στη γλώσσα επεξηγούν αυτό το σημείο πολύ καλά. Σκέφτηκε τη γλώσσα σαν εύκαμπτο σύστημα πιθανών εννοιών. Αυτό που λέμε, λέγεται χρησιμοποιώντας ένα σύνολο μορφολογικών οργάνων, συντακτικών και λεξικολογικών συστημάτων, λογοτεχνικών υφών, αριθμών της ομιλίας, μορφών αντιπροσώπευσης των γεγονότων κ.λπ., είναι μέρος της πολιτισμικής κληρονομιάς μας. Χρησιμοποιούμε όλα αυτά τα αντιπροσωπευτικά συστήματα *«για να δέσουμε τη νέα έννοια στις ήδη διαθέσιμες σηματοδοτήσεις»* (Merleau-Ponty, 1960, σελ. 113).

Η πραγματικά πολιτισμική φύση της σημασίας μας επιτρέπει να εκτιμήσουμε γιατί, *ενάντια* στον Κρατύλο, η σημασία δεν μπορεί να μειωθεί στο επίπεδο υποκειμένου-αντικειμένου, όπου η σημασία εμφανίζεται *ως αναφερόμενη*. Σε αυτήν την περίπτωση, η σημασία μειώνεται σε εκείνες τις πράξεις στις οποίες *κάποιος* (το θέμα) αναφέρεται σε *κάτι* (το αντικείμενο). Μια τέτοια άποψη μας οδηγεί σε έναν σολιψιστικό απολογισμό που αγνοεί το γεγονός ότι τα ιδανικά αντικείμενα πιάνονται ήδη σε έναν ιστό των πολιτιστικών εννοιολογικών κατηγοριών (Luria, 1984, σελ. 62) που συνωμοτούν αόρατα ενάντια στην άμεση εμπειρία του αντικειμένου.

Η πραγματικά πολιτισμική φύση της σημασίας μας αφήνει επίσης να εκτιμήσουμε γιατί η σημασία δεν μπορεί να μειωθεί στο υποκείμενο-υποκείμενο επίπεδο. Σε αυτήν την περίπτωση, η σημασία μειώνεται στην αλληλεπίδραση και τη διαπραγμάτευση. Μια τέτοια άποψη της σημασίας αφαιρεί την ιστορικότητα των εργαλείων, της γλώσσας, και των συστημάτων των συμβόλων που χρησιμοποιούνται στην σημασιολογική-πράξη και ξεχνά ότι η νόηση είναι βεβαίως – λέγοντάς το με ένα Βιγκοτσιανό τρόπο - μια ιστορική, σημειωτική διαμεσολαβημένη εμπειρία. Αφήνει επίσης το ερώτημα του αναφερόμενου (δηλ. τα αντικείμενα στα οποία αναφερόμαστε) απροβλημάτιστα.

Τι συνεπώς μπορεί η σημειωτική-πολιτισμική προοπτική που απαιτεί έναν προεξέχοντα επιστημολογικό ρόλο για την ιστορία και το πολιτισμό, να πει σχετικά με τη σημασία; Ίσως είναι συμφέρον να σκεφτούμε τη σημασία ως διπλής όψεως κατασκεύασμα, σαν τις δύο όψεις του ίδιου νομίσματος. Στη μια πλευρά, η σημασία είναι ένα *υποκειμενικό* κατασκεύασμα: είναι το υποκειμενικό περιεχόμενο όπως θα προτίθεται από τις αποβλέψεις του ατόμου. Η σημασία εδώ συνδέεται με την πιο προσωπική ιστορία και εμπειρία του ατόμου και μεταβιβάζει αυτό που το κάνει μεμονωμένο και μοναδικό.

Από την άλλη πλευρά και συγχρόνως, η σημασία είναι επίσης ένα *πολιτισμικό* αντικείμενο στο οποίο, πριν από την υποκειμενική εμπειρία, το προοριζόμενο αντικείμενο της απόβλεψης του ατόμου έχει προικιστεί με τις πολιτισμικές αξίες και το θεωρητικό περιεχόμενο που απεικονίζεται και διαθλάται στα σημειωτικά μέσα για την παρακολούθησή του.

«Η διαδρομή που οδηγεί από το περιεχόμενο της μεμονωμένης ψυχής στο περιεχόμενο του πολιτισμού είναι μακροχρόνια και σκληρή», σημείωσε ο Volosinov (1976, σελ. 87). Η σημασία, είναι αυτή η διαδρομή. Εντούτοις, ακριβώς επειδή *«οι πολιτισμοί κατανοούν τον κόσμο με διαφορετικούς τρόπους, και αυτό που κάποιοι βλέπουν σαν γεγονός και κάποιοι άλλοι όχι»* (Eagleton, 2003, σελ. 107), οι τάσεις της σημασίας δεν χαράζονται ούτε από την επιστημονικά ορθολογική μηχανή που μας οδηγεί από σημάδι σε σημείο, όπως στην επιστημολογία του Peirce, ούτε από τις σκόπιμες συσκευές που περιορίζονται για να παραμείνουν αιχμάλωτες στην υποκειμενική σφαίρα, όπως στα λεγόμενα του Husserl. Οι τάσεις και η καμπή της έννοιας χαράζονται μάλλον από τους ιστορικά συγκροτημένους τρόπους ορθολογιστικής ικανότητας του πολιτισμού. Είναι στη σφαίρα της σημασίας ότι η ουσιαστική ένωση του προσώπου, του πολιτισμού, της γνώσης και της επίγνωσης πραγματοποιείται.

Είναι ώρα να γυρίσουμε σε ένα συγκεκριμένο παράδειγμα. Θα αναφερθούμε σε ένα απόσπασμα από μια από τις εκατοντάδες των μαθημάτων που βιντεοσκοπήθηκαν σε τάξη κατά τη διάρκεια ενός πενταετούς ερευνητικού προγράμματος. Είναι ένα αποτέλεσμα 12 τριήμερων μαθημάτων στα οποία εξετάζεται η έννοια του ρυθμού μεταβολής και η παράγωγος. Στο πρώτο μέρος της δραστηριότητας, ο δάσκαλος παρουσίασε το πείραμα ενώπιον της τάξης. Μετά από την επίδειξη του δασκάλου, οι σπουδαστές εργάστηκαν σε μικρές ομάδες τριών και κλήθηκαν να απαντήσουν έναν κατάλογο ερωτήσεων που ο δάσκαλος και η ερευνητική ομάδα μας είχαν προετοιμάσει για αυτούς.

Σχήμα 1. Ο δάσκαλος παρουσιάζει κωνικό δοχείο με χρωματισμένο νερό. Το νερό ρέει έξω από το κατώτατο σημείο του δοχείου με ένα σταθερό ρυθμό. Την πρώτη ημέρα, οι σπουδαστές κλήθηκαν να κάνουν τις γραφικές παραστάσεις εκφράζοντας τις ποιοτικές σχέσεις μεταξύ διάφορων μεταβλητών (π.χ. όγκος και ύψος του νερού στο δοχείο, όγκος και χρόνος ακτίνα και χρόνος, κ.λπ.), καθώς το νερό έρεε.

Σε μια από τις μικρές ομάδες, μετά από μια συνεχή συζήτηση, οι μαθητές κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η γραφική παράσταση της σχέσης μεταξύ της ακτίνας του κύκλου της πάνω επιφάνειας του νερού που παραμένει στον κύλινδρο και του χρόνου που πέρασε, ήταν γραμμική (δείτε το σχήμα 2).

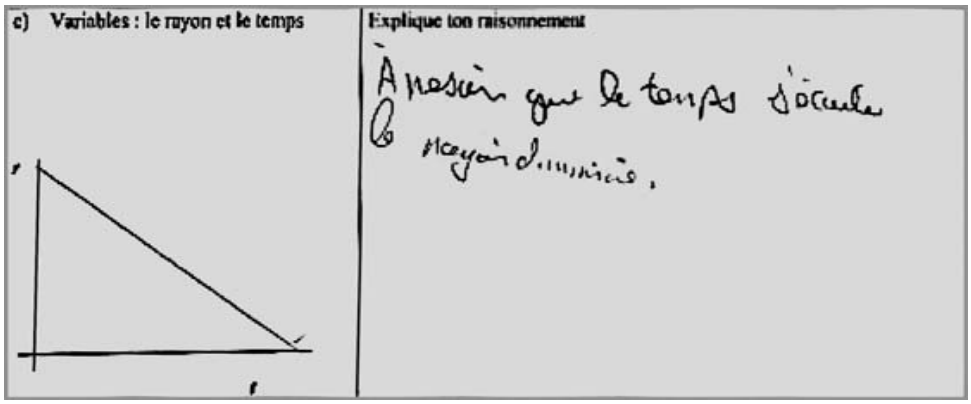
Στο ακόλουθο απόσπασμα, ο δάσκαλος μόλις έφθασε για να παρακολουθήσει την εργασία των μαθητών. Παρατηρώντας ότι, από την άποψη των προτύπων σχολικών μαθηματικών, η γραφική παράσταση χρειάζεται ακόμα περαιτέρω εννοιολογική βελτίωση, ο δάσκαλος προσπαθεί να κάνει τους μαθητές να εκφράσουν τη σημασία της γραφικής τους παράστασης. Λέει:

1. Δάσκαλος: *Όλοι συμφωνείτε σχετικά με αυτό* (τη γραφική παράσταση);

2. Diane: *Ναι!*

3. Edouard: (Απαντώντας με διαβεβαίωση) *ναι! Όλοι συμφωνούμε. Το συζητήσαμε!*

4. Δάσκαλος: (*Για να προτρέψει τους μαθητές να ερμηνεύσουν ξανά τη γραφική παράστασή τους, ο δάσκαλος λέει*), *τι μου λέει αυτό για την αλλαγή στην ακτίνα όσον αφορά το χρόνο; Εξετάζοντας ακριβώς τη γραφική παράστασή σας* (*δείχνει τη γραφική παράσταση. Δείτε το σχήμα 3).*



Σχήμα 2. Γραφική παράσταση των μαθητών της σχέσης μεταξύ της ακτίνας του κύκλου της πάνω επιφάνειας του νερού που παραμένει στο δοχείο και του χρόνου που πέρασε. Δεξιά, η εξήγηση των σπουδαστών: «Με το πέρασμα του χρόνου, η ακτίνα μικραίνει.»

Σχήμα 3. Ο δάσκαλος προτρέπει τους σπουδαστές να επανερμηνεύσουν τη γραφική παράστασή τους (γραμμή 4 του διαλόγου).

5. Diane: *Η ακτίνα ελαττώνεται καθώς ο χρόνος αυξάνεται.*

6. Sylvain: (*Συμπληρώνοντας την παρατήρηση της Diane*) *καθώς ο χρόνος αυξάνεται* […]

7. Δάσκαλος: *Ναι, αλλά* (*υπογραμμίζοντας τις λέξεις*) *με ποιο τρόπο ελαττώνεται;*

8. Diane: *Με σταθερό τρόπο!*

9. Δάσκαλος: *Αυτό είναι που πιστεύετε;*

10. Diane: *Πιστεύω ότι μικραίνει με έναν σταθερό τρόπο.*

11. Edouard: *Έτσι νομίζω.*

12. Sylvain: *Ναι! Δεν βλέπω γιατί (η ακτίνα) θα ελαττωνόταν γρηγορότερα […] Γιατί θα μπορούσε να ελαττωθεί γρηγορότερα; Το άνοιγμα (το κάτω άνοιγμα του κώνου) είναι πάντα το ίδιο. Το υγρό ρέει πάντα με την ίδια ταχύτητα.*

13. Δάσκαλος: *Ναι, αλλά εκεί που μιλάτε… μιλάτε για τον όγκο.*

14. Diane: *Σκέφτομαι ότι είναι με έναν σταθερό τρόπο.*

15. Edouard: *Uh, humm;*

16. Sylvain: *Καλά!*

17. Δάσκαλος: […] *το υγρό που ρέει έξω είναι ο όγκος.*

18. Sylvain: *Ah! Αυτό είναι αλήθεια….*

19. Δάσκαλος: […] *πρέπει να σκεφτείτε από την άποψη της ακτίνας. Εκεί μιλάτε για τον όγκο* […].

20. Edouard: *Είναι αλήθεια ότι (η ακτίνα και ο χρόνος) αλλάζουν με έναν αντίθετο τρόπο;*

21. Diane: *Ναι, γιατί εάν έναν από αυτά, αυξάνει, το άλλο ελαττώνεται.*

22. Sylvain: *Αλλά είναι πραγματικά με έναν σταθερό τρόπο;*

23. Edouard: *Καλά, δεν ξέρουμε. Σκέφτομαι ότι εμείς…* (…*διακοπτόμενος από Sylvain*).

24. Sylvain: *Όπως... ο όγκος* (που ρέει έξω) *με έναν σταθερό τρόπο. αλλά η ακτίνα* (*σύντομη περίοδος στοχασμού*)… (*μιλώντας στο δάσκαλο*) *Μας μπερδέψατε!*

25. Δάσκαλος: *Καλά… όχι.! Αυτό είναι που πρέπει να σκεφτείτε! Είναι ακριβώς ότι…* […

Στη γραμμή 9, ο δάσκαλος υποβάλλει μια κρίσιμη ερώτηση. Με τη χρησιμοποίηση του ρήματος *«πιστεύετε»*, ανοίγει ένα διάστημα στους μαθητές για να ξαναδούν την ερμηνεία τους. Αν και η βεβαιότητα κλονίζεται (όπως βεβαιώνεται στις γραμμές 10-12), οι σπουδαστές παραμένουν ακόμα στο συμπέρασμά τους. Στη γραμμή 19, ο δάσκαλος πηγαίνει περαιτέρω και εισάγει μια διάκριση μεταξύ του όγκου του νερού που ρέει έξω από τον κώνο και της ακτίνας του νερού που παραμένει στον κώνο. Η γραμμή 24 εκφράζει τη συνειδητοποίηση των μαθητών ότι η σημασία της γραφικής παράστασης πρέπει να επανεξεταστεί. Από τη στιγμή που έχουν προκύψει αμφιβολίες, είναι μια κατάλληλη στιγμή για να επαναλάβει το πείραμα για τους μαθητές.

26. Diane: *Καλά.* (*μικρή περίοδος στοχασμού - προσέχουν το δάσκαλο να ξανακάνει το πείραμα*) *καλά, δεν είναι σταθερό!*

27. Δάσκαλος: *Έτσι, κάθε φορά που έχω αυτό* (*δείχνει τον κώνο*)*... ας πούμε… σε κάθε κανονικό* (χρονικό) *διάστημα, ο* (ακτίνα) *κύκλος θα μικρύνει το ίδιο . Είναι αυτό που προβλέπετε ότι θα συμβεί αύριο;*

28. Diane: *Ναι!*

29. Δάσκαλος: *Ναι;*

30. Sylvain: *Όχι.!* […]

31. Δάσκαλος: *Θα μπορούσαμε να πάμε παρακάτω. Το ύψος* (θα αλλάξει) *με έναν σταθερό τρόπο;*

32. Sylvain: *Ναι, θα είναι το ίδιο πράγμα όπως με την ακτίνα* […]

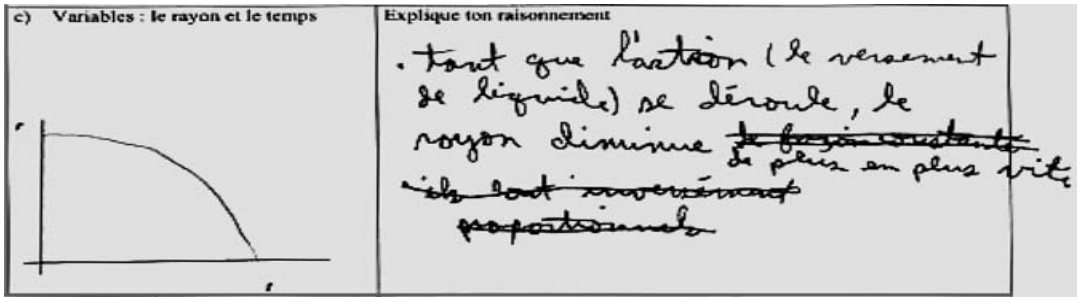
33. Edouard: *Καλά, το ύψος στο τέλος, πηγαίνει γρηγορότερα… όπως…*

34. Δάσκαλος: *Α! καλά, δεν έχω δει στη γραφική παράσταση να φαίνεται κάπου αυτό.. Έχετε όλοι σχεδιάσει ευθείες γραμμές. Μόλις χρησιμοποιήσατε μια άλλη έννοια και δεν «δουλεύει» με το ύψος-χρόνος. Εκεί είναι κάτι που… πρέπει να εξετάσετε εκεί […] θέλετε να το ξαναδούμε άλλη μία φορά;*

35. Sylvain: (*Σκεπτόμενος μεγαλοφώνως*) *επειδή είναι μικρότερο στο κάτω σημείο* (του κώνου), *έτσι ακόμα κι αν* (ο όγκος) *ρέει έξω με την ίδια ταχύτητα… όπως…* (το ύψος) *κατεβαίνει γρηγορότερα.*

36. Δάσκαλος: *ΕΝΤΑΞΕΙ. Θα πάω να δω μια άλλη ομάδα.*

Επειδή τα μαθηματικά αντικείμενα, όπως οποιαδήποτε άλλα εννοιολογικά αντικείμενα, δεν είναι ειδικά αλλά γενικά, δεν υπάρχει άμεσος τρόπος να τα προσεγγίσουμε εκτός μέσω των σημειωτικών ενεργειών. Όπως παρατήρησε ο Cassirer μία φορά, *«το αντικείμενο (της γνώσης) δεν είναι ούτε εξωτερικό ούτε εσωτερικό , ο ύτε σ΄ αυτή την πλευρά ή στην άλλη, η σχέση μας με αυτό δεν είναι οντολογική και πραγματική, αλλά συμβολική»* (Cassirer, 1957, σελ. 318). Και έτσι, μέσω των λέξεων, των αντικειμένων, των μαθηματικών συμβόλων, και των χειρονομιών - δηλ. μέσω των σημειωτικών μέσων της εξαντικειμενίκευσης – το μαθηματικό αντικείμενο «*η σχέση μεταξύ των τιμών της ακτίνας και του χρόνου»* έγινε προφανής στους σπουδαστές. Προκειμένου να το δουν, οι μαθητές υποβλήθηκαν σε μια διαδικασία εξαντικειμενίκευσης κατά τη διάρκεια της οποίας οι υποκειμενικές έννοιές τους ξεκαθάρισαν. Οι μαθητές είχαν δίκιο με την παρατήρηση ότι, καθώς ο χρόνος αυξάνει, η ακτίνα ελαττώνεται. Αλλά έπρεπε ακόμα να καθαρίσουν την κατανόηση αυτής της σχέσης. Για να το πετύχει αυτό ο δάσκαλος ξανάκανε το πείραμα και το ερμήνευσε από την άποψη ενός σταθερού ρυθμού μεταβολής. (γραμμή 27). Εξετάζοντας το πείραμα κατά αυτόν τον τρόπο, έγινε προφανές ότι, στην αρχή, η μεταβολή της ακτίνας ήταν μικρότερη από ότι ήταν στο τέλος. Οι σπουδαστές έπειτα έφτιαξαν τη γραφική παράσταση που παρουσιάζεται στο σχήμα 4.



Σχήμα 4. Νέα γραφική παράσταση που σχεδιάστηκε από τους σπουδαστές για να εκφράσει τη σχέση μεταξύ της ακτίνας και του χρόνου που πέρασε. Στη εξήγηση διαβάζει τώρα κανείς: «καθώς η δράση (η έκχυση του υγρού) πραγματοποιείται, η ακτίνα μικραίνει όλο και πιο γρήγορα.»

Το αποβλέπον πολιτιστικό εννοιολογικό αντικείμενο «*η σχέση μεταξύ αυξομείωσης της ακτίνας και του χρόνου»* έχει διαμορφωθεί κατά τη διάρκεια μιας μακράς ιστορικής διαδικασίας που επιστρέφει μέχρι το *De proportionum proportionibus* του Nicole Oresme και άλλων ερευνητών του 14ου αιώνα για την κίνηση των σωμάτων. Αυτό το πολιτισμικό εννοιολογικό αντικείμενο έχει εφοδιαστεί με ένα θεωρητικό περιεχόμενο πριν από τη μαθηματική εμπειρία των μαθητών. Αυτό που δείχνει το προηγούμενο απόσπασμα της τάξης, είναι η αναμεμιγμένη σύνδεση μεταξύ των δύο πλευρών της σημασίας: η σημασία ως υποκειμενική και ως πολιτισμική κατασκευή. Πιο συγκεκριμένα, αυτό που μας δείχνει το παραπάνω απόσπασμα είναι πώς, το

αποβλέπον αντικείμενο της μαθηματικής εμπειρίας των μαθητών κατάφερε να πραγματώσει το πολιτισμικό εννοιολογικό αντικείμενο, καλυμμένο μέσα σε μια κοινωνική διαδικασία της τάξης της εξαντικειμενίκευσης, που ξετυλίχτηκε κατά μήκος της διαδρομής της σημασίας, με τις αποφασιστικές παρεμβάσεις του δασκάλου και του πολιτιστικού εννοιολογικού αντικειμένου .

Το προηγούμενο επεισόδιο στην τάξη μας υπενθυμίζει ότι η διαδρομή προς τον πολιτισμό δεν έχει μια τυχαία δομή. Οι στροφές και οι καμπές της διαδρομής χαράζονται, σε αυτήν την περίπτωση, από την υποκειμενικότητα των προθέσεων των μαθητών και του μαθηματικού τρόπου στους οποίους το φαινόμενο πρέπει να γίνει κατανοητό. Αυτή η κατανόηση συνεπάγεται τη συνειδητοποίηση ότι έχει νόημα να εξεταστεί το νερό που παραμένει στον κώνο, ως γνήσιο φαινόμενο και η ενασχόληση με ερωτήσεις όπως το μέγεθος της ακτίνας της πάνω επιφάνειας του νερού, καθώς το νερό ρέει έξω από τον κώνο. Συνεπάγεται επίσης την ικανότητα απεικόνισης αυτού του φαινομένου μέσω των εννοιολογικών κατηγοριών του πολιτισμού (ένας κώνος, η ακτίνα του, το ύψος του, ο ρυθμός μεταβολής, ένα καρτεσιανό γράφημα και ούτω καθεξής).

Βεβαίως, οι μαθητές ασχολήθηκαν ενεργά με αυτό που έχει κληθεί '*διαπραγμάτευση της σημασίας*'. Αλλά αυτός ο όρος μπορεί να είναι τρομερά παραπλανητικός δεδομένου ότι μπορεί να μας οδηγήσει να πιστέψουμε ότι η επίτευξη της έννοιας είναι ένα απλά ομόφωνο ερώτημα της συνεργασίας της τάξης. Δεδομένου ότι αναφέρθηκε προηγουμένως, ότι εκτός από την κοινωνική διάστασή της, η σημασία έχει επίσης μια πολιτισμική-ιστορική διάσταση που τραβά την αλληλεπίδραση επάνω σε μια ορισμένη κατεύθυνση. Ακριβέστερα, στην κατεύθυνση του πολιτισμικού εννοιολογικού αντικειμένου. Είναι στην πραγματικότητα αυτό το πολιτισμικό αντικείμενο που διαμορφώνει και εξηγεί την παρέμβαση του δασκάλου στο προηγούμενο απόσπασμα. Μέσω του σχεδίου του μαθήματος και της συνεχούς ερμηνείας του δασκάλου για την εκμάθηση των μαθητών, η συνεργασία της τάξης και η υποκειμενική έννοια της σημασίας των μαθητών ωθούνται προς τις συγκεκριμένες κατευθύνσεις της εννοιολογικής ανάπτυξης. Τα πολιτιστικά εννοιολογικά αντικείμενα είναι σαν τους φάρους που προσανατολίζουν τις βάρκες των θαλασσοπόρων. Αποτυπώνουν την συνεργασία της τάξης με μια συγκεκριμένη τελεολογία.

7.4 Μαθηματικά αντικείμενα

Στο προηγούμενο τμήμα, προτάθηκε ότι τα πολιτισμικά εννοιολογικά αντικείμενα μπορούν να ιδωθούν σας φάροι της αλληλεπίδρασης της τάξης. Η ερώτηση τώρα είναι: είναι αυτά τα πολιτισμικά εννοιολογικά αντικείμενα σκιές των εξαρτώμενων από τον άνθρωπο αντικειμένων και ατελείς προσεγγίσεις του υπερβατικού; Πρέπει τώρα να γίνει μια προσπάθεια να δοθεί μια ακριβέστερη εξήγηση της φύσης αυτών των πολιτισμικών εννοιολογικών αντικειμένων χωρίς τα οποία η σημειωτική-πολιτισμική προσέγγιση σκιαγράφησε εδώ τους κινδύνους να περιέλθει στις αντίστοιχες παγίδες του Πλατωνισμού, του ρεαλισμού ή του Υπερβατικού ιδεαλισμού.

Από τη σημειωτική-πολιτισμική προοπτική που υποστηρίζεται εδώ, τα πολιτισμικά εννοιολογικά αντικείμενα γίνονται αντιληπτά με μη-υπερβατικούς όρους. Όπως είδαμε, η νοητική-νοηματική δομή του Husserl έπασχε από τη δυϊστική ενύπαρξη που προκλήθηκε από την υπερβατική θέση των ιδεαλιστών. Σε παρόμοιο πνεύμα, στην προσέγγιση του Peirce, η πραγματικότητα ξεπερνά τη σημειωτική δραστηριότητα του ατόμου. Η γνώση της πραγματικότητας λαμβάνεται μέσω των διαδικασιών της απεριόριστης σημείωσης της οποίας η υποτιθέμενη σύγκλιση στηρίζεται στη σχολαστική πίστη της επαρκούς αντιστοιχίας μεταξύ του ordo rerum και ordo idearum και της αισιόδοξης άποψης της επιστημονικής μεθόδου.

Σε αυτές τις ιδεατές και πραγματικές απόψεις αντιτάσσεται από τον L.Radford η άποψη σύμφωνα με την οποία τα άτομα είναι οι παραγωγοί των συλλήψεων και των ιδεών τους. Αυτή η άποψη προήλθε από τη θεωρία γνώσης το υ Kan t και της γενετικής επιστημολογίας η οποία αναπτύχθηκε από τον Piaget, σε ότι αφορά τη σύλληψη των εννοιολογικών αντικειμένων, ως μορφών εσωτερικοποιημένων στοχαστικών ενεργειών εκ μέρους των ατόμων. Αλλά, αντί του εφοδιασμού τέτοιων ενεργειών με την τελεολογία των λογικο-μαθηματικών δομών όπως έκανε ο Piaget, το πρόβλημα της γνώσης σε αυτήν την σημειωτική-πολιτισμική προσέγγιση θεματοποιείται ως εσωτερίκευση των κοινωνικών πρακτικών, όπως απεικονίζονται στη συνείδηση από τα πολιτισμικά σημειωτικά μέσα της εξαντικειμενίκευσης. Ως εκ τούτου, είναι σε αυτό το σημείο που η σημειωτική-πολιτισμική προσέγγιση ακολουθεί ένα διαφορετικό μονοπάτι από τις διάφορες σύγχρονες μορφές κονστρουκτιβισμού του Kant. Αυτό αντιθέτως υιοθετεί την άποψη σύμφωνα με την οποία η παραγωγή των ιδεών και όλων των πολιτισμικών εννοιολογικών αντικειμένων (των μαθηματικών αντικειμένων συμπεριλαμβανομένων) παράγονται στη δραστηριότητα - δηλ., στη διαλεκτικά διασυνδεδεμένη ακολουθία από τις διαμεσολαβημένες ενέργειες που τα άτομα ακολουθούν στην επίτευξη ενός στόχου (δείτε Leont'ev, το 1978). Σε αυτό το πλαίσιο, τα μαθηματικά αντικείμενα είναι εννοιολογικές μορφές ενσωματωμένες στο γνωστικό γίγνεσθαι.

Η ιδεατότητα των μαθηματικών αντικειμένων - δηλ., αυτό που τους καθιστά αφηρημένους ή γενικούς - είναι ομοούσια, και προέρχεται από τις ανθρώπινες δραστηριότητες. Όπως έγραψε ο Ilyenkov,

> *Η ιδεατότητα είναι μάλλον σαν μία σφραγίδα που αποτυπώθηκε στην ουσία της φύσης από την κοινωνική δραστηριότητα της ανθρώπινης ζωής, μια μορφή της λειτουργίας του φυσικού πράγματος στο στάδιο αυτής της δραστηριότητας. Έτσι όλα τα πράγματα που περιλαμβάνονται στην κοινωνική διαδικασία αποκτούν ένα νέο τύπο ύπαρξης που δεν συμπεριλαμβάνεται στο φυσικό χαρακτήρα τους και διαφέρει από αυτό εντελώς. - [αυτό είναι] η ιδανική μορφή τους. (Ilyenkov, 1977a, σελ. 86)*

Με πιο γενικούς όρους, στη σημειωτική-πολιτισμική προσέγγιση που προτείνεται από τον L.Radford, η γνώση συλλαμβάνεται ως προϊόν της δια*μεσολαβούσης νοητικής στοχαστικής πράξης*. Η γνώση ως γνωστική πράξη υπογραμμίζει το γεγονός ότι, ότι ξέρουμε καθώς και ο τρόπος που καλούμαστε να το μάθουμε πλαισιώνεται από οντολογικές θέσεις και από πολιτισμικές διαδικασίες γνώσης-πράξης που διαμορφώνουν ένα ορισμένο είδος ορθολογιστικής ικανότητας από το οποίο τίθενται

τα συγκεκριμένα είδη μαθηματικών ερωτήσεων και προβλημάτων. Η *στοχαστική* φύση της γνώσης πρόκειται να γίνει κατανοητή υπό την έννοια του Ilyenkov, δηλ., ως διακριτικό συστατικό που κάνει τη γνώση μια διανοητική αντανάκλαση του εξωτερικού κόσμου στις μορφές της δραστηριότητας των ατόμων (Ilyenkov, 1977b, σελ. 252). Ο διαμεσολαβητικός χαρακτήρας της γνώσης αναφέρεται, φυσικά, στο ρόλο που διαδραμάτισε από τα σημειωτικά μέσα της εξαντικειμενίκευσης που χρησιμοποιήθηκαν προκειμένου να πραγματοποιηθεί η γνωστική πράξη.

Μέσα σε αυτήν την σημειωτική-πολιτισμική προσέγγιση, μια σημαντική διάκριση πρέπει να γίνει μεταξύ της εκμάθησης και της παραγωγής νέας γνώσης. Ενώ οι νέες πολιτισμικές έννοιες προκύπτουν από κοινές, στοχαστικές, διαμεσολαβητικές δραστηριότητες στη ζώνη της κεντρικής ανάπτυξης του πολιτισμού, η σχολική εκμάθηση είναι η διαδικασία που ενεργά και δημιουργικά ενσωματώνει αυτές τις πολιτισμικές έννοιες στα κείμενα, στα αντικείμενα, στη γλώσσα, και τις πεποιθήσεις, στα αντικείμενα της συνείδησης. Αυτή η διαδικασία, στην οποία αντικείμενο και υποκείμενο διαμορφώνουν το ένα το άλλο, είναι η διαδικασία της εκμάθησης, διαδικασία στην οποία η υποκειμενική και η αντικειμενική γνώση ενώνονται.

Θα έπρεπε να αναρωτηθούμε κατά πόσον ή όχι, η σημειωτική-πολιτισμική προοπτική που υποστηρίχθηκε εδώ συνεπάγεται ένα είδος σχετικισμού. Εάν από το σχετικισμό εννοούμε τη θεωρία που βεβαιώνει ότι '*οτιδήποτε δουλεύει*', τότε μια αρνητική απάντηση πρέπει να ακολουθήσει. Η γνώση δεν είναι η επίτευξη των αιώνιων ο ιών αλλά, ό ως υποδεικνύεται από τα προηγούμενα, μια συνεχής αντανάκλαση του κόσμου, μια δραστηριότητα '*πρακτική-κριτική*' όπου το θέμα της αλήθειας *«δεν είναι ένα θέμα της θεωρίας αλλά είναι μια πρακτική ερώτηση»* (Marx, σε Marx & Engels, 1845/1968, σελ. 28).

Εδώ, εγκαταλείπεται η ιδέα της αλήθειας στην απαραίτητη μεταφυσική παράδοση, σύμφωνα με την οποία η αλήθεια είναι αυτή που παραμένει μόλις όλα αυτά που είναι εφήμερα, έχουν αφαιρεθεί. Είναι μια ιδέα που πηγαίνει πίσω στην αριστοκρατική οντολογία του Πλάτωνα (δείτε Radford, 2004). Εγκαταλείπεται επίσης η ιδέα της αντικειμενικότητας ως μία ασυμβίβαστη προσέγγιση στις υπερβατικές οντότητες. Όπως σημείωσε ο Wartofsky,

> *Η καθαρή εξωτερικότητα μιας παρούσας κατάστασης γίνεται αντικειμενική για μας (...) μόνο καθώς αυτή μεσολαβείται από την πρακτική μας. Τι μπορούμε να ξέρουμε επομένως ρυθμίζεται πάντα από τον τρόπο που ερχόμαστε να το γνωρίσουμε. Από μία άποψη, η γνώση μας του εξωτερικού κόσμου είναι μια γνώση αυτών που αυτή η εξωτερικότητα είναι τροποποιήσιμη, στην επιδρομή μας και την επίδρασή μας επάνω σε αυτή.(Wartofsky, 1979, σελ. 136)*

Αντί της παραδοσιακής κατηγορίας της αντικειμενικότητας, προτείνεται μια λιγότερο φιλόδοξη – ενδεικτική και πολιτισμική αντικειμενικότητα – όπου το να γνωρίζεις αντικειμενικά σημαίνει να εισάγεις τον εαυτό σου σε μια σίγουρη στοχαστική πράξη που σου επιτρέπει να δεις και να ειδωθείς, μια πράξη που σου προμηθεύει υποστήριξη ή μια θέση να συμμετέχεις στον κόσμο για να *«μπορείς μόνο να ξέρεις πως είναι η κατάσταση αν είσαι σε κατάσταση να ξέρεις»* (Eagleton, 2003, σελ. 135).

Από τη σημειωτική-πολιτισμική προοπτική που σκιαγραφείται εδώ από τον L.Radford, η σχέση μεταξύ του παρατηρητή και αυτού που παρατηρείται είναι πολιτισμικά μεσολαβημένη: *«Ο παρατηρητής δεν έχει καμία θέση έξω από τον παρατηρούμενο κόσμο, και η παρατήρησή του εισάγεται ως ιδρυτικό μέρος στο παρατηρούμενο αντικείμενο»* (Bakhtin, 1986, σελ. 126). Γι αυτό, μονόδρομος ή άλλος, όλη η αντικειμενικότητα είναι πάντα υποκειμενική. Κατά συνέπεια, αντί της ανάπτυξης της ιδέας ενός σημείου στο διάστημα που δεν είναι πουθενά από όπου παρατηρούνται υποθετικά αναξιοπαρατήρητες μεταφυσικές οντότητες, μια ενδεικτική αντικειμενικότητα σημαίνει μια κρίσιμη και αντανακλαστική θέση, πάντα ανοικτή στην αλλαγή και τη συζήτηση.

8 Η ΣΗΜΕΙΩΤΙΚΗ ΤΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ:Ο KANT, Ο PIAGET ΚΑΙ Η ΑΡΙΘΜΟΜΗΧΑΝΗ

Ο Kant θεώρησε - αντίθετα από τον Hume, τον Locke και την παράδοση των εμπειριστών - ότι η γνώση δεν μπορεί να περιοριστεί στο τι οι εντυπώσεις και οι αισθήσεις μας δίνουν. Οι ιδέες πρέπει βεβαίως να είναι κάτι περισσότερο από το αποτέλεσμα των εντυπώσεων που λαμβάνουμε από τον ενδεχόμενο κόσμο. Οι κατευθυντήριες αρχές της εμπειρίας πρέπει να είναι περισσότερες από τις συνήθειες εάν θέλουμε να αποφύγουμε το γεγονός να τις περιορίσουμε στην υποκειμενικότητα. Αλλά ο Kant θεωρούσε επίσης - αντίθετα στην παράδοση των ορθολογιστών Καρτέσιου, Leibniz και Wolff - ότι η γνώση δεν μπορεί να μειωθεί σε μια εσωτερική διανοητική δραστηριότητα που κυβερνάται από τους a priori κανόνες της λογικής σκέψης. Ο Leibniz, για παράδειγμα, είχε πει ότι *«οι ιδέες, ακόμη και εκείνες των λογικών πραγμάτων, μας έρχονται μέσα από την ψυχή μας»* (Leibniz 1949, 15). Εάν αυτό συμβαίνει, αναρωτιέται ο Kant, πώς είναι δυνατό οι τυπικοί κανόνες της λογικής – με την αφαίρεση όλου του εμπειρικού τους περιεχομένου – να μπορούν να παραγάγουν τη γνώση των αντικειμένων του εξωτερικού κόσμου;

Ο Kant κατασκεύασε ένα περίπλοκο σύστημα με το οποίο προσπάθησε να συνδυάσει και τις παραδόσεις των ορθολογιστών και αυτές των εμπειριστών. Σε αυτό το σύστημα, οι αισθήσεις δεν θεωρήθηκαν πλέον περιττές ή με μόνη την ευρετική τους αξία, όπως στον Leibniz. Ο Kant εφοδίασε τις αισθήσεις με μια επιστημολογική διάσταση. Σε μια σημαντική παράγραφο στην *Κριτική του καθαρού λόγου,* λέει ότι η γνώση αποτελείται ταυτόχρονα από αισθητηριακές αντιλήψεις και έννοιες (A50/B74, 92).

Αλλά η γνώση είναι κάτι περισσότερο από ένα κοκτέιλ εννοιολογικών και αισθητηριακών συστατικών. Οι αισθητηριακές αντιλήψεις, αξίωσε ο Kant, πρέπει να συνδεθούν με τις αντίστοιχες έννοιές τους. Για να διακρίνουμε μεταξύ του μολυβιού πάνω στο τραπέζι και του βιβλίου στο πλάι του, πρέπει να είμαστε σε θέση να διαφοροποιήσουμε τις αντιλήψεις μεταξύ τους. Για να το καταφέρουμε πρέπει να κρίνουμε. Διαφορετικά, είπε ο Kant, θα οδηγούμαστε σε μια *«ραψωδία των αντιλήψεων»* (A156/B195, 193). Η κρίση είναι ένα *«ιδιαίτερο ταλέντο»* που διακρίνει εάν κάτι (μια αντίληψη) πηγαίνει κάτω από μια ορισμένη έννοια ή όχι (A133/B172, 177). Για τον Kant, *το σχήμα* είναι ακριβώς μια λειτουργία της ικανότητας της κρίσης. Ένα σχήμα είναι κάτι που διαμεσολαβεί μεταξύ των λογικών μηχανισμών του μυαλού και του φαινομενικού κόσμου. Ο στόχος του είναι να εξασφαλίσει τη σύνδεση μεταξύ των εννοιών και των αισθήσεων, δηλαδή, μεταξύ της μορφής και του περιεχομένου.

8.1 Η σύγκρουση μορφής και περιεχομένου

Το σχήμα είναι ένα είδος *αναλογικής διαδικασίας* - ένα *'μονόγραμμα'*, όπως είπε ο Kant - που αποκαλύπτει τη σύνδεση μεταξύ διανοητικού και αισθητηριακού κατά τη διάρκεια της εμπειρικής εκτέλεσής του.

Όπως και οι έννοιες, έτσι και το σχήμα για τον Kant είναι από μόνο του κενό εμπειρικού περιεχομένου. Επιπλέον όμως πρέπει να περιέχει κάτι που αντιπροσωπεύεται στο αντικείμενο που πρόκειται να ενταχθεί κάτω από την έννοια (A137/B176, 180). Ενώ το σχήμα, από μια άποψη, πρέπει να είναι *διανοητικό, είπε ο* Kant, απ' την άλλη, αυτό πρέπει να είναι *λογικό* (A 138/B 177, 181). Αλλά το σχήμα δεν είναι απαραίτητο να συγχυστεί με μια εικόνα:

> *Εάν πέντε σημεία τίθενται στη σειρά το ένα μετά το άλλο, τότε, έχω μια εικόνα του αριθμού πέντε. Αλλά εάν, απ' την άλλη μεριά, σκέφτομαι μόνο έναν αριθμό γενικά, ανεξάρτητα εάν είναι πέντε ή εκατό, αυτή η σκέψη είναι μάλλον η αντιπροσώπευση μιας μεθόδου με την οποία μια πολλαπλότητα, για παράδειγμα χίλια, μπορεί να αντιπροσωπευθεί σε μια εικόνα, σε συμμόρφωση με μια ορισμένη έννοια, από ότι η ίδια η εικόνα. Γιατί με έναν τέτοιο αριθμό όπως ο χίλια η εικόνα μπορεί μετά βίας να ερευνηθεί και να συγκριθεί με την έννοια. Αυτή την αντιπροσώπευση μιας καθολικής διαδικασίας της φαντασίας στην παροχή μιας εικόνας για μια έννοια, την τιτλοφορώ το σχήμα αυτής της έννοιας*. (Kant, A140/B179, 182)

Λέγοντας ότι το σχήμα είναι μια μέθοδος ή μια καθολική διαδικασία ο Kant εννοούσε ότι η εκτέλεσή της μπορεί να επαναληφθεί πολλές φορές. Το σχήμα συνεπάγεται, στην πραγματικότητα, μια αρχή της σύνδεσης επανάληψης και με αυτόν τον τρόπο *γνώσης* και *δράσης*. Η επιστημολογία του Kant εκτοπίζει εδώ την παθητική δεκτικότητα των εντυπώσεων της σχολής των εμπειριστών και της μείωσης της γνώσης στην εσωτερική διανοητική δραστηριότητα που πραγματοποιείται στην παράδοση των ορθολογιστών. Κατά συνέπεια, *«υπάρχει γνώση μόνο στη σχηματοποιημένη εμπειρία»*. (Chiurazzi 1990, 155). Αυτό είναι επίσης που ο Piaget εννοούσε όταν είπε ότι ξέρουμε ένα αντικείμενο μόνο όταν ενεργούμε επάνω σε αυτό (Piaget 1970a, 85).

Τώρα, δεδομένου ότι το σχήμα είναι όχι μόνο διανοητικό αλλά είναι επίσης αισθητηριακό, μπορούμε να ρωτήσουμε: ποιο είναι το *υλικό* από το οποίο αποτελείται το σχήμα; Επί πλέον από το σχήμα του αριθμού (που αναφέρθηκε παραπάνω) ο Kant ανέφερε άλλα παραδείγματα, ανάμεσά τους το σχήμα ενός τριγώνου και το σχήμα της έννοιας ενός σκυλιού. Στα τελευταία δύο, η αναπαράσταση υποβάλλεται με το σχεδιασμό μιας φιγούρας η οποία *κατά τη διάρκεια του σχηματισμού της αποκαλύπτει τη μέθοδο*. Στο πρώτο παράδειγμα με τα πέντε σημεία στη σειρά, η εκτέλεση δεν μπορεί να αποκαλύψει τη μέθοδο. Δεν υπάρχει πλέον σύμπτωση μεταξύ της εκτέλεσης και της μεθόδου. Στην περίπτωση ενός αριθμού όπως ο χίλια μπορώ ακόμα να σύρω το ένα σημείο μετά το άλλο, εκτός από το ότι, σε αυτήν την περίπτωση *«η εικόνα δύσκολα μπορεί να ερευνηθεί και να εξεταστεί με την έννοια»*. Οι κρίσεις (*«οι αντιληπτικές κρίσεις»*, για να χρησιμοποιήσουμε τον όρο του Peirce) δεν λειτουργούν με τον ίδιο τρόπο στη γεωμετρία όπως στην αριθμητική. Στο σχήμα των αριθμητικών και αλγεβρικών αντικειμένων οι ιδιαίτερες πολιτιστικές συμβάσεις υποστηρίζουν την ίδια την δυνατότητα της εκτέλεσης της μεθόδου ή της καθολικής διαδικασίας. Πήρε σχεδόν 10 χρόνια στον Kant για να διαλευκάνει τη διαφορά μεταξύ αυτών των ειδών σχημάτων. Επανήλθε σε αυτήν την διαφορά στην τρίτη κριτική – την *Κριτική της*

κρίσης - όπου, όπως ο Nichanian (1979) σωστά παρατήρησε, ο Kant συνάντησε το σύμβολο.

8.2 Ο ρόλος των συμβόλων στην έννοια του σχήματος κατά τον KANT

Ήταν, πράγματι, κατά τη διάρκεια του στοχασμού του Kant επάνω στην *Αισθητική* (κάτι το οποίο δεν εννοούσε αυτό που συσχετίζεται με την τέχνη, αλλά αυτό που στα ελληνικά καλείται *'αν-αισθητικό'*, δηλ. *'χωρίς αίσθηση'*) εκεί λοιπόν ο Kant αντιμετώπισε το σύμβολο. Πώς μπορούμε να έχουμε ή να παραγάγουμε τις αισθητηριακές αναπαραστάσεις ή τις επαν-αναπαραστάσεις των ιδεών (όπως *'η γεύση'*) *«για τις οποίες μια ισόμετρη διαίσθηση δεν μπορεί ποτέ να δοθεί»;* (Kant 1790, S57, 140). Ο Kant έγραψε:

> *Όλες οι εποπτείες από τις οποίες δίνεται μια βάση στις a priori έννοιες είναι… είτε σχήματα είτε σύμβολα. Τα σχήματα περιέχουν άμεσες παρουσιάσεις της έννοιας, ενώ τα σύμβολα περιέχουν έμμεσες παρουσιάσεις της έννοιας. Τα σχήματα επηρεάζουν αυτήν την παρουσίαση πρόδηλα, ενώ τα σύμβολα με την βοήθεια μιας αναλογίας* (Kant 1790, S59, 148).

Το σχήμα για τις γεωμετρικές έννοιες είναι ως εκ τούτου βασισμένο σε μια ορισμένη ομοιότητα - παρουσιάζεται εμφανώς μια ορισμένη ομοιότητα μεταξύ της έννοιας και της αισθητηριακής παρουσίασής του. Όμως στην περίπτωση ιδεών *'προτίμηση'* ή *'ομορφιά'*, το σχήμα των αριθμητικών και αλγεβρικών εννοιών είναι μόνο συμβολικό. Αυτές οι ιδέες

> *εκφράζουν έννοιες χωρίς την υιοθέτηση μιας άμεσης εποπτείας [π.χ. αισθητηριακές παρουσιάσεις] για το σκοπό, αλλά μόνο αξιοποιούν μια αναλογία με τη μία (έννοια) δηλ., μεταφέρουν τον στοχασμό επάνω σε ένα αντικείμενο της εποπτείας σε μια νέα έννοια, και μια (έννοια) με την οποία ίσως καμία εποπτεία δεν θα μπορούσε ποτέ άμεσα να αντιστοιχεί.* (Kant 1790, S59, 148)

Η αναλογική διαδικασία που επιτρέπει σε μας να κινηθούμε από ένα αντικείμενο της εποπτείας προς μια νέα έννοια, ανοίγει ένα παράθυρο για ένα νέο είδος στοχασμού – έναν στοχασμό που θα πάει από αναλογία σε αναλογία. Σε αντίθεση με το φανταχτερό σχήμα που λειτουργεί ως *'έμβλημα'*, εδώ το συμβολικό σχήμα πρέπει να εισαχθεί σε μια νέα σφαίρα, μια σφαίρα πιθανής εμπειρίας. *«Το σύμβολο είναι η αναλογία μιας αναλογίας, μια αναλογία σε εκκρεμότητα»*. (Chiurazzi 1990, 158).

Με το έργο του *Κριτική της κρίσης ο* Kant έδωσε χώρο για σημειωτικές εκτιμήσεις και υπερέβη τα σύνορα του έργου του *Κριτική του καθαρού λόγου.* Η επιστημολογία του έφθασε σε ένα νέο σημείο ανάπτυξης αλλά οι δυνατότητες αυτής της ανάπτυξης περιορίστηκαν από την οντολογική του θέση. Για να καταλάβουμε αυτό το σημείο, πρέπει να σημειώσουμε ότι, στην εκτέλεση ή την υλοποίησή του, το συμβολικό σχήμα παράγει σύμβολα, αλλά τα παραχθέντα με αυτόν τον τρόπο σύμβολα υποδεικνύουν κάτι του οποίου ο τρόπος ύπαρξης είναι πριν απ' όλη την εμπειρία.

Μπορεί να μην ξέρουμε πού η αλυσίδα των αναλογιών θα μας οδηγήσει, αλλά με οποιοδήποτε τρόπο τα σύμβολα είναι εκλεγμένα, η αναφορά τους ήταν πάντα *εκεί*.

Έχει εντοπιστεί εδώ μια από τις πιο συναρπαστικές και βαθιές τάσεις στη θεωρία της γνώσης του Kant. Αν και το σύμβολο - όπως οποιαδήποτε εποπτεία (παράσταση ή αναπαράσταση) - έχει μια *επιστημολογική* εισαγωγή (όπως είδαμε στο προηγούμενο τμήμα), το σύμβολο δεν μπορεί να έχει έναν *οντολογικό* συστατικό ρόλο. Κατά συνέπεια, είναι αδιανόητη, για τον Kant, η σύλληψη μιας *'καθαρής συμβολικότητας'*, δηλ. μιας συμβολικότητας χωρίς πραγματική αναφορά που, στη μετακίνησή της, θα μπορούσε *«να συμμετέχει»* στη σύσταση από το αντικείμενό της. Για τον Kant, το '*σύμβολο'* μπορεί μόνο να θεωρηθεί σε σχέση με μια συστατική αναφορά: *«τα «σύμβολα» πρέπει πάντα να είναι 'συμβολικά'... με την έννοια ότι η καθαρή αναφορά [τους] πρέπει να αποτελεί συστατικό στο εξωτερικό τους»*.(Nichanian 1979, 287) Το πρόβλημα είναι ότι ο Kant υιοθέτησε την άποψη των ορθολογιστών, σχετικά με τις έννοιες και ότι, συνεπώς, εξέτασε τις έννοιες ως ανεξάρτητες από, και πριν από, όλη την εμπειρία. Αν και θεωρούσε τον εαυτό του έναν καλό Καντιανό, ο Piaget διαχώρισε την θέση του από τον Kant ακριβώς σε αυτό το σημείο, όπως θα δούμε στο επόμενο τμήμα.

8.3 PIAGET

Το 1924, ο Piaget δημοσίευσε μια αναθεώρηση του έργου του Leon Brunschvicg *Human experience and physical causality* [Ανθρώπινη εμπειρία και φυσική αιτιότητα]. Παρασύρθηκε από τον τρόπο που ο Brunschvicg εξέτασε αυτές τις δύο έννοιες που ήταν ζωτικής σημασίας στη θεωρία της γνώσης του Kant. Ο 28χρονος Piaget διαμόρφωσε εκ νέου τη θέση του Brunschvicg λέγοντας ότι η εμπειρία δεν είναι, όπως ο Kant υπέθετε, κάτι αμετάβλητο, κάτι που δίνεται μια φορά και για όλους. Αντίθετα, η εμπειρία έχει ένα ιστορικό πλαίσιο. Το αντικείμενο της λογικής, και ο Kant ήταν σωστός σε αυτό, είναι να ενημερώσει την εμπειρία, αλλά, στη συνέχεια, η λογική αποτελείται από εμπειρία. Αυτή η αξίωση δεν ήταν πλέον του Kant. *«Η εμπειρία και η λογική δεν είναι δύο όροι που μπορούμε να απομονώσουμε: η λογική ρυθμίζει την εμπειρία και η εμπειρία προσαρμόζει τη λογική»*. (Piaget 1924, 587). Για τον Piaget, μια θεώρηση της ανθρώπινης λογικής πρέπει να σταματήσει τον απριορισμό του Kant.

Για να καταλάβουμε καλύτερα τη λύση του Piaget στο πρόβλημα μεταξύ της εμπειρίας και του απριορισμού ας επιστρέψουμε στο σχήμα ενός σκυλιού του Kant. Αναγνωρίζουμε ένα σκυλί επειδή τα εμπειρικά στοιχεία (εποπτείες) που συλλέγουμε στην εμπειρία μας προσδιορίζονται και φιλτράρονται από το σχήμα. Το σχήμα δεν είναι μια *αφαίρεση* προερχόμενη από την εμπειρία. Η εμπειρία είναι δυνατή, και τα εμπειρικά στοιχεία γίνονται νοητά, εξ' αιτίας του σχήματος, και όχι αντίστροφα. Γι' αυτό και η θεωρία γνώσης του Kant δεν περιλαμβάνει μια θεωρία της αφαίρεσης. Αυτό που ο Kant χρειάστηκε ήταν μια θεωρία της συμπερίληψης, δηλ. μια θεωρία που δείχνει πώς οι αναπαραστάσεις και οι αντιλήψεις εντάσσονται κάτω από μια a priori έννοια. Προσπαθώντας να εγκαταλείψει τον απριορισμό ο Piaget βρέθηκε στην ανάγκη για μια θεωρία της αφαίρεσης. Κεντρικό ρόλο σε αυτό έπαιξε η έννοια του

σχήματος. Είπε: *«Οτιδήποτε είναι επαναλαμβανόμενο και γενικεύσιμο σε μια δράση είναι αυτό που έχω ονομάσει σχήμα»* (Piaget 1970b, 42).

Όπως και στην περίπτωση του Kant, ένα σχήμα για τον Piaget είναι βασισμένο στην επανάληψη. Αλλά η έμφαση είναι τώρα στις *ενέργειες*. Εντούτοις, από την άποψη της ανθρώπινης γνώσης, το τι είναι σημαντικό στην έκδοση του σχήματος κατά Piaget δεν είναι ότι μπορούμε να επαναλάβουμε τις ενέργειες ενός είδους και έπειτα τις ενέργειες ενός άλλου είδους. Αυτό θα μας οδηγούσε σε μια θαυμάσια '*πανοπλία των σχημάτων*' (παρόμοια ίσως με την '*ραψωδία των αντιλήψεων*' του Kant) που θα παρέμενε σε μια χαοτική κατάσταση ελλείψει ενός υψηλότερου στοιχείου οργάνωσης. Ενώ ο Kant γύρισε στις a priori έννοιες της παράδοσης των ορθολογιστών, ο Piaget γύρισε στο δομισμό:

> *Οποιοδήποτε δεδομένο σχήμα από μόνο του δεν έχει ένα λογικό συστατικό, αλλά τα σχήματα μπορούν να συντονιστούν το ένα με το άλλο, υπονοώντας κατά συνέπεια το γενικό συντονισμό των ενεργειών. Αυτός ο συντονισμός διαμορφώνει μια λογική των ενεργειών που είναι το σημείο της εκκίνησης για τις λογικές μαθηματικές δομές. (Piaget 1970b, 42)*

Ο αντι-απριορισμός του Piaget του επέτρεψε να συλλάβει τα σύμβολα ώστε να διαδραματίζουν ένα αποφασιστικότερο ρόλο στο σχηματισμό της γνώσης από αυτόν που έπαιξαν στην επιστημολογία του Kant. Το σημείο εκκίνησης του Piaget ήταν η σύνδεση μεταξύ της δράσης και της αναπαράστασης. Από την αρχή επέμεινε ότι είναι ένα τρέχον λάθος η μείωση της αναπαράστασης στη γλώσσα:

> *Η γλώσσα δεν είναι βεβαίως ο αποκλειστικός τρόπος της αναπαράστασης. Είναι μόνο μια πτυχή της πολύ γενικής λειτουργίας, που ο Head κάλεσε συμβολική λειτουργία. Προτιμώ να χρησιμοποιήσω τον όρο των γλωσσολόγων: η σημειωτική λειτουργία. Αυτή η λειτουργία είναι η δυνατότητα να αναπαρασταθεί κάτι από ένα σημείο ή ένα σύμβολο ή ένα άλλο αντικείμενο*. (Piaget 1970b, 45)

Στο βιβλίο του [*The formation of symbol in children Ο σχηματισμός του συμβόλου στα παιδιά*] - ένα ιδιαίτερα δύσκολο βιβλίο στην τεχνική πτυχή του επειδή σε αυτό ο Piaget προσπάθησε να παρουσιάσει μια από τις κεντρικές θέσεις της επιστημολογίας του, δηλαδή ότι οι διανοητικές εικόνες είναι οι ενέργειες – ο Piaget υποστήριξε ότι το σύμβολο προκύπτει από μη συμβολική σχηματοποίηση. Πιο συγκεκριμένα, ο Piaget υποστήριξε ότι υπάρχει μια *συνοχή* μεταξύ των αισθητικοκινητικών σημαινόντων και της εμφάνισης των πρώτων συμβόλων στα παιδιά. Με άλλα λόγια, η αισθητικοκινητική νοημοσύνη παρατείνεται η ίδια στην εννοιολογική αντιπροσώπευση.

Τα αισθητικοκινητικά σημαίνοντα παρατηρήθηκαν από τον Piaget ως '*δείκτες*' ή '*σήματα*' αλλά στερούνται ακόμα μια ανεξαρτησία έναντι του σημαινόμενου αντικειμένου. Η σημειωτική λειτουργία αρχίζει ακριβώς όταν υπάρχει μια διαφοροποίηση μεταξύ των σημαινόντων και των σημαινόμενων. Αυτή η διαφοροποίηση παρέχει στο σημαινόμενο μια χωρική-χρονική μονιμότητα και ανοίγει τη δυνατότητα σ' ένα ίδιο σημαίνον να μπορεί να αφορά διαφορετικά σημαινόμενα. Για τον Piaget, η σημειωτική λειτουργία περιλαμβάνει τις διαφοροποιημένες

μιμήσεις, το συμβολικό παιχνίδι, τις διανοητικές εικόνες, τις χειρονομίες, και τη φυσική γλώσσα. Ακολουθώντας τον Saussure έκανε διάκριση μεταξύ του συμβόλου και του σημείου. Ένα *σύμβολο* είναι ένα σημαίνον '*κίνητρο'*, το οποίο σημαίνει ότι το σημαίνον αντέχει μια ορισμένη ομοιότητα με το σημαινόμενο. Ένα *σημείο, αντίθετα,* αντέχει μια αυθαίρετη ή μη-παρακινημένη σχέση με το σημαινόμενο. Κατά συνέπεια, ένα γράμμα που χρησιμοποιούμε σε μια αλγεβρική έκφραση είναι ένα σημείο, ενώ ένα σχήμα που αντιπροσωπεύει ένα τρίγωνο είναι ένα σύμβολο. Εάν είναι αλήθεια ότι η εποικοδομητική θέση της γενετικής επιστημολογίας του οδήγησε τον Piaget να δώσει ιδιαίτερη προσοχή στον τρόπο με τον οποίο οι ενέργειες και οι χειρονομίες γίνονται εννοιολογικές αναπαραστάσεις, είναι επίσης αλήθεια, εντούτοις, ότι η προσοχή του Piaget στα σημεία και τα σύμβολα εξασθένισε στην ανάλυσή για τη σκέψη των μεγαλύτερων παιδιών. Η στοχαστική αφαίρεση μετατρέπει τη δράση σε λειτουργία και τα σημεία έρχονται να συμβολίσουν τις διαδικασίες. Ως εκ τούτου, στην επιστημολογία του Piaget, σε αντίθεση με αυτήν του Kant, τα σημεία και τα σύμβολα δημιούργησαν έναν συστατικό οντολογικό ρόλο, αλλά επειδή η πρωτοκαθεδρία δόθηκε στη δομή, τα σημεία και τα σύμβολα ήταν στο τέλος μόνο οι μεταφορείς και οι εκφράσεις μιας σκέψης που μετρήθηκε από τα δομικά χαρακτηριστικά γνωρίσματά της. Ο Piaget έγραψε:

> *η στοχαστική αφαίρεση, που προέρχεται από τις πρώτες έννοιες των ενεργειών του θέματος, μετασχηματίζει τις τελευταίες σε λειτουργίες, και αυτές οι διαδικασίες μπορούν αργά ή γρήγορα να διενεργηθούν συμβολικά χωρίς να δίνεται περαιτέρω προσοχή στα αντικείμενα που ήταν σε κάθε περίπτωση 'οποιαδήποτε οτιδήποτε' από την αρχή.* (Beth και Piaget 1966, 237-238)

Για να συνοψίσουμε, ο Piaget διαμόρφωσε μια θεωρητική αναδιατύπωση της Καντιανής έννοιας του σχήματος. Υπογράμμισε τον επιστημολογικό ρόλο της δράσης και της χειρονομίας. Εντούτοις, η έμφαση στη δομή των διαδικασιών λίγα περιθώρια άφησε για μια θεματοποίηση του περιεχομένου των διαδικασιών και για μια σοβαρή εκτίμηση των σημειωτικών συστημάτων και των πολιτιστικών χειροποίητων αντικειμένων που τα παιδιά χρησιμοποιούν. Κατά συνέπεια, για τον Piaget, το αντικείμενο που το χέρι κρατά στο σχήμα είναι ασήμαντο. Μπορεί να είναι «*ανεξάρτητο από οτιδήποτε»* από την αρχή, όπως λέει στην τελευταία αναφορά. Οι Verillon και Rabardel σχολιάζουν ότι

> *το αντικείμενο που υποβάλλεται στο Πιαζετιανό υποκείμενο είναι πλήρως μη-ιστορικό και μη-κοινωνικό: η κύρια ιδιότητά του είναι ότι κτίζεται από τους φυσικούς νόμους. ... Η εισαγωγή των χειροποίητων αντικειμένων στα κλασικά πειράματα του Piaget οφείλεται κυρίως στην ευκολία τους να δώσουν έμφαση στις αμετάβλητες ιδιότητες της πραγματικότητας.* (Verillon και Rabardel 1995, 80)

Η προσφυγή του Piaget στο δομισμό (ακόμα κι αν ήταν δυναμική) εισήγαγε τις αδιάλυτες εντάσεις στην επιστημολογία του - εντάσεις που ήταν ανάλογες, μπορούμε να πούμε, με αυτές που ο Kant εισήγαγε στην δική του επιστημολογία με την προσφυγή του στο απριορισμό. Ενώ στον Kant η ένταση εμφανίζεται μεταξύ της μορφής και του περιεχομένου, μεταξύ της έννοιας και της αισθητηριακής

αναπαράστασης, στον Piaget η ένταση εμφανίζεται μεταξύ της δομής και του αντικειμένου. Και στις δύο επιστημολογίες , εντούτοις, ο κοινός παρονομαστής είναι ότι η δραστηριότητα του μυαλού, στο τέλος, μειώνεται στην αφαίρεση της διανοητικής εργασίας.

Στο επόμενο τμήμα θα υποστηριχθεί ότι, από μια επιστημολογική και ψυχολογική άποψη, η έννοια του σχήματος πρέπει να διευρυνθεί ώστε να περιληφθούν όχι μόνο τα όργανα που το άτομο χρησιμοποιεί αλλά και το πολιτιστικό του πλαίσιο και άλλα σημειωτικά μέσα όπως η ομιλία και οι χειρονομίες που, περισσότερο από μόνον εφήμεροι περιγραφείς της πραγματικότητας, αποδεικνύονται να είναι θεμελιώδεις στο σχηματισμό της γνώσης.

8.4 Σχήμα και δραστηριότητα

Ας έρθουμε πίσω στην Καντιανή έννοια του σχήματος. Όπως προηγουμένως έχουμε δει για τον Kant, το διακριτικό επιστημολογικό γνώρισμα ενός σχήματος είναι να παρουσιαστεί ή να εκτεθεί, μέσω της εκτέλεσης μιας διαδικασίας, της '*εποπτείας*' ενός αντικειμένου (το αντικείμενο της γνώσης). Θα θεωρηθεί αυτή η ιδέα ως αφετηρία. Εντούτοις, όπως ο Peirce υποστηρίζει (Peirce 1966, σελ. 43), ο τρόπος με τον οποίο το αντικείμενο γίνεται έτσι αντιληπτό στις αισθήσεις έχει έναν *βουλητικό χαρακτήρα που ο* Kant δεν έλαβε υπόψη. Ο βουλητικός χαρακτήρας που υποστηρίζει το σχήμα και τη γένεσή του, πρέπει να μελετηθεί στα πλαίσια της δραστηριότητας των ατόμων. Υπό αυτήν τη μορφή, συσχετίζεται με της δραστηριότητας του *στόχου*. Αλλά οι σύνθετες δραστηριότητες αποτελούνται συχνά από τις αλυσίδες των ενεργειών. Μια αλυσίδα κατευθύνεται προς την επίτευξη ενός *σκοπού*. Ένας σκοπός (σε αντίθεση με το στόχο της δραστηριότητας) δεν είναι απαραιτήτως κάτι που τίθεται από την έναρξη: είναι ένα σημείο αναφοράς που μπορεί υποθετικά να μας οδηγήσει πιο κοντά στο στόχο. Ο σχηματισμός ενός σκοπού είναι μέρος της ευρετικής διαδικασίας που κρύβεται κάτω από τη δραστηριότητα. Έχοντας αυτές τις παρατηρήσεις στο μυαλό, το σχήμα, είναι μια οργάνωση των ενεργειών ή μια αλυσίδα των ενεργειών σχετικών με την επίτευξη του στόχου και των σκοπών μιας δραστηριότητας.

Σε αυτήν την προοπτική το σχήμα έχει μια διπλή φύση: (1) μια *λειτουργική* και (2) μια *φαινομενολογική*.

(1) η φαινομενολογική πτυχή του σχήματος:

Στην *φαινομενολογική του πτυχή,* το σχήμα είναι ένας τρόπος παρουσίασης - ένας τρόπος '*έκθεσης*' του αντικειμένου, όπως ο Kant συνήθιζε να λέει - μια προσπάθεια να γίνει κάτι (π.χ. ένα εννοιολογικό αντικείμενο ή μια διαδικασία) διαθέσιμο, αξιοπρόσεχτο - ακόμα κι αν, μιλώντας οντολογικά, το αντικείμενο ή η διαδικασία (εν ολίγοις, αυτό που ο Husserl κάλεσε εξαντικειμενίκευση*)* δεν έχει απαραιτήτως την προτεραιότητα πέρα από τη δράση. Σε αυτήν την περίπτωση, το σχήμα *παράγει* το αντικείμενο και τις λειτουργίες ως μορφή κοινοποίησης (υπό την έννοια του Heidegger). Το σχήμα εξαντικειμενικεύει το αντικείμενο (Radford 2003a).

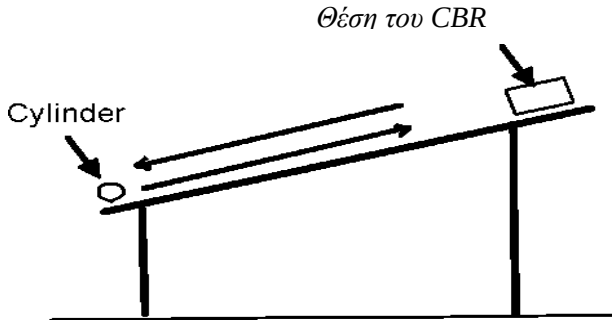
(2) η λειτουργική πτυχή του σχήματος:

Η λειτουργική πτυχή του σχήματος σημαίνει ότι το σχήμα δεν κυριαρχείται ούτε από τον Καντιανό απριορισμό των ορθολογιστών ούτε από τον κανονιστικό χαρακτήρα των λογικο-μαθηματικών δομών του Piaget. Στην πραγματικότητα, η επάρκειά του δεν εξετάζεται ενάντια σε ένα πλέγμα της αλήθειας αλλά ενάντια στα πρακτικά αποτελέσματά της.

Το σχήμα, είναι τόσο μια αισθητηριακή όσο και μια διανοητική δράση ή ένα συγκρότημα ενεργειών. Στη διανοητική διάστασή του ενσωματώνεται στις θεωρητικές κατηγορίες του πολιτισμού. Στην αισθητηριακή διάστασή του, εκτελείται ή πραγματοποιείται σύμφωνα με την τεχνολογία της *σημειωτικής δραστηριότητας* (Radford 2002b). Ακόμα διατηρούνται μερικά από τα χαρακτηριστικά της διατύπωσης του Kant - μεταφορική σύνθεση στην ευρετική διαδικασία, διαφορά μεταξύ της εκτέλεσης του σχήματος και του αποτελέσματός του, η επανάληψή του - αλλά εδώ τοποθετείται στο ευρύτερο πλαίσιο της υποκειμενικής συνειδητοποίησης του ατόμου που, στην εποικοδομητική και δημιουργική προσπάθειά του, γίνεται συνεχής και πλαισιωμένη από τις θεωρητικές κατηγορίες του πολιτισμού, της τεχνολογίας της σημειωτικής δραστηριότητάς και του ιστορικά συντελεσμένου τρόπου (Radford 2003b). Στο επόμενο τμήμα, παρουσιάζεται ένα επεισόδιο μιας τάξης που θα βοηθήσει στην διευκρίνηση των προηγούμενων ιδεών.

8.5 Το τεχνολογικά μεσολαβημένο σχήμα: πλήρωση των τύπων

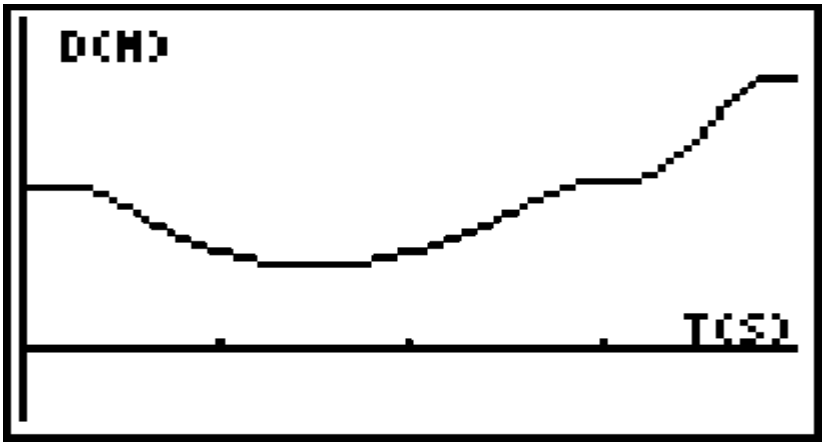
Σε μια δραστηριότητα διαμεσολαβημένη από χειροποίητα αντικείμενα, σε μια τάξη grade 8, οι μαθητές κλήθηκαν να ερευνήσουν τη σχέση μεταξύ του χρόνου και της απόστασης στην κίνηση ενός κυλίνδρου προς τα επάνω και προς τα κάτω, πάνω σ' ένα κεκλιμένο επίπεδο. Σε ένα από τα μέρη της δραστηριότητας οι μαθητές εκτέλεσαν δύο πειράματα, χρησιμοποιώντας έναν υπολογιστή TI 83+ και έναν υπολογιστή ανιχνευτή κινήσεων (CBR).



Σχήμα 1. Κεκλιμένο επίπεδο ή τραπέζι

Κατ' αρχήν, οι μαθητές ώθησαν τον κύλινδρο προς τα πάνω, από το κατώτατο σημείο του κεκλιμένου επιπέδου και ενεργοποίησαν το CBR μόλις τέθηκε ο

κύλινδρος σε κίνηση. Στη συνέχεια , ο κύλινδρος ωθήθηκε ένα δευτερόλεπτο αφότου ενεργοποιήθηκε το CBR. Και στα δύο πειράματα το CBR τοποθετήθηκε στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου (δείτε το σχήμα 1). Το σχήμα 2 παρουσιάζει τη γραφική παράσταση του υπολογιστή για το δεύτερο πείραμα. Σε αυτό το μέρος της δραστηριότητας οι μαθητές έπρεπε να εξηγήσο **υ** τη μο **φ**ή της γραφικής παράστασης του υπολογιστή.



Σχήμα 2. Γραφική παράσταση του υπολογιστή

Ένα άλλο μέρος της δραστηριότητας συνίστατο σε δύο '*σκεπτόμενα πειράματα'*. Εδώ οι μαθητές κλήθηκαν να σκιαγραφήσουν δύο γραφικές παραστάσεις: μία για έναν κύλινδρο που κινείται σε μια φανταστική κεκλιμένη ράμπα που είχε μια μεγαλύτερη κλίση από αυτή του πειράματος, και μια για έναν κύλινδρο που κινείται σε μια φανταστική κεκλιμένη ράμπα που είχε μια μικρότερη κλίση από αυτή του πειράματος. Θα συζητήσουμε πρώτα το σχήμα των μαθητών που προέκυψε από την καθυστερημένη κίνηση (t=1 δείτε το σχήμα 2), και έπειτα θα σχολιάσουμε τη χρήση αυτού του σχήματος στο μέρος σχετικά με τα '*σκεπτόμενα πειράματα'*.

Στο πρώτο μέρος, το σχήμα, του οποίου αποτέλεσμα είναι η γραφική παράσταση που παρουσιάζεται στην οθόνη του υπολογιστή, αποτελείται από μια ακολουθία ενεργειών, μεταξύ των οποίων: (1) προετοιμασία του τεχνολογικού συστήματος υπολογιστή-CBR (2) ενεργοποίηση του CBR (3) ώθηση του κυλίνδρου (4) ακολουθώντας τον κύλινδρο αντιληπτικά κατά τη διάρκεια της τροχιάς του (5) παύση του CBR όταν επιστρέφει κάτω ο κύλινδρος και (6) κατανοώντας τη γραφική παράσταση. Προκειμένου να γίνει κατανοητό καλύτερα το σχήμα πρέπει να συζητηθεί ο ρόλος του τεχνολογικού συστήματος *«υπολογιστής-CBR»* που ήταν κρίσιμος στο πείραμα και στην παραγωγή της γραφικής παράστασης. Στα σίγουρα, αυτό το τεχνολογικό σύστημα (TS) επέτρεψε μια ουσιαστική οικονομία στη μεταφορά προς τα έξω της εμπειρίας. Ενώ για τον Γαλιλαίο ήταν ιδιαίτερα επίπονο να υπολογίσει έναν τρόπο μέτρησης τον διανυόμενου χρόνου (μια μεταβλητή που, σε αντίθεση με την απόσταση, δεν μπορούμε να δούμε*)*, το TS καταχώρησε τα μέτρα της απόστασης και του χρόνου και, στην αλληλεπίδραση ανθρώπου-TS, ο υπολογιστής *παρήγαγε* την γραφική παράσταση.

Τώρα, το TS είναι κάτι περισσότερο από μια συσκευή εξοικονόμησης ενεργειών. Μεταφέρει από μόνο του, με έναν συμπιεσμένο τρόπο, την κοινωνικοϊστορική εμπειρία της γνωστικής δραστηριότητας και τα επιστημονικά πρότυπα της έρευνας (Lektorsky 1984 Μπιζέλι 1993). Εκτός από το να παρέχει στους μαθητές οικονομία και ακρίβεια, το TS εκτελεί μερικές από τις ανθρώπινες ενέργειες που κρατά με έναν συμπιεσμένο τρόπο, και επιδεικνύει τα αποτελέσματος αυτών των ενεργειών του στην οθόνη. Εντούτοις, με τη ανάληψη μερικών ανθρώπινων ενεργειών, ορισμένες πτυχές της κοινωνικό-ιστορικής εμπειρίας που το TS κρατά, παραμένουν *«κρυμμένες»* από τα άτομα που το χρησιμοποιούν. Σαν αποτέλεσμα, το σχήμα χάνει μια σημαντική πτυχή της '*αισθητηριακότητας*' που θα μπορούσε να έχει για τον Γαλιλαίο και της κατανόησης που θα μπορούσε να έχει προκύψει από την όραση την επαφή και την δράση. Το γεγονός ότι το σύμβολο-γραφική παράσταση δεν είναι το αποτέλεσμα των ενεργειών των ατόμων αλλά μάλλον το αποτέλεσμα των ενεργειών των ατόμων *και* εκείνων των κοινωνικοϊστορικών ενεργειών που το TS εκτελεί, φέρουν προς συζήτηση ένα πολύ σημαντικό στοιχείο στη γένεση του σχήματος: το προκύπτον σχήμα είναι ένα σχήμα που περιέχει '*τα χάσματα*' ή '*τις τρύπες*'. Πράγματι, ενώ η *εκτέλεση* από το σύμβολο-φιγούρα ενός τριγώνου *αποκαλύπτει* το σχήμα, στο τεχνολογικό πείραμα η *επίδειξη* από το σύμβολο-γραφική παράσταση της κίνησης του κυλίνδρου στην οθόνη του υπολογιστή δεν το κάνει.

Δεν υπάρχει καμία πιο μακροχρόνια σύμπτωση ούτε αναλογία μεταξύ της εκτέλεσης της διαδικασίας και του σχήματος.

Για να λάβουμε το σχήμα, οι τρύπες πρέπει να γεμίσουν. Εντούτοις, το πρόβλημα δεν είναι να επισκευαστούν οι τρύπες που προκαλούνται από την διαίρεση της εργασίας στα αρχικά συστατικά της (που θα ήταν οπωσδήποτε αδύνατο). Το πρόβλημα είναι *να βγαίνει νόημα* από το σύμβολο-γραφική παράσταση που έτσι κατασκευάστηκε. Σε αντίθεση με το σχήμα του τριγώνου ή του σκυλιού, και τα σχήματα που συζητούνται από τον Piaget, όπως το μωρό που χτυπά ένα αντικείμενο με ένα ραβδί, η σημειωτική δραστηριότητα δεν τελειώνει με την παραγωγή της '*εικόνας*' (Kant) του σχήματος. Η σημειωτική δραστηριότητα υπερβαίνει την εικόνα (εδώ το σύμβολο-γραφική παράσταση). Η ερώτηση δεν είναι πρώτιστα να κριθεί αλλά να ερμηνευθεί και να παραχθεί η σημασία. Οι μαθητές πρέπει να *βγάζουν νόημα* από την εικόνα και για να το κάνουν, θα πρέπει να προσφύγουν σε άλλα σημειωτικά συστήματα, όπως η χειρονομία και ο λόγος.

Οι μαθητές παρατήρησαν ότι η γραφική παράσταση δεν καμπυλώθηκε τέλεια στο μέρος μετά από την ελάχιστη τιμή της και ότι, στη γραφική παράσταση, η τιμή της μεταβλητής D (απόσταση) στα σημεία κατάληξης δεν είναι η ίδια (δηλ. $Df > D_0$; δείτε το σχήμα 2). Ενώ η πρώτη διαφορά εξηγήθηκε από μια ελαφρά στροφή του κυλίνδρου όταν κυλούσε προς τα πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, η δεύτερη διαφορά ήταν δυσκολότερο να γίνει κατανοητή. Μετά από την συζήτηση διαφορετικών ιδεών η Judith είπε:

1. Judith: ... (εξετάζοντας το κεκλιμένο επίπεδο) *αυτό το πράγμα εκεί* [ο κύλινδρος], *συνεχίζει περαιτέρω;* (τα άλλα δύο κορίτσια γυρίζουν για να δουν το κεκλιμένο επίπεδο που ήταν πίσω από τα θρανία των μαθητών)... *όπως αυτό*...

(κάνει μια χειρονομία με τον δεξί βραχίονά της, η χειρονομία ξεκινά με το βραχίονά της να εκτείνεται μπρο σά από το σώμα της και να κινείται πίσω, μιμούμενη την κίνηση του κυλίνδρου στην επιστροφή του προς το κάτω μέρος της τροχιάς του) *αυτό μετρά…; ΟΗ!* (σκέφτεται ότι κατάλαβε κάτι)

2. Vanessa: *Τι;*

3. Judith: *Αρχίσατε στο τραπέζι* [δηλ. το τραπέζι χρησίμευε ως το κεκλιμένο επίπεδο για το πείραμα], *σωστά;* (Vanessa: *Ναι) και όταν κυλούσε έπεσε από το τραπέζι* (με μια παρόμοια χειρονομία ο βραχίονάς της κάμπτεται πάλι και υπερβαίνει το θρανίο της, όπως ο κύλινδρος έκανε κατά τη διάρκεια του τελικού μέρους της κίνησής του όταν έπεσε από το κεκλιμένο επίπεδο και πιάστηκε από το μαθητή)… *Δεν ξέρω...*

4. Vanessa: *Δεν έχει καμία σχέση με αυτό.*

5. Judith: *Έχει κάτι να κάνει με εκείνο το* [...] *Αυτή είναι η καμπύλη, σωστά; Εδώ* (δείχνει το οριζόντιο τμήμα του αριστερού μέρους της γραφικής παράστασης στην οθόνη του υπολογιστή) *υποθέστε ότι είναι όταν αρχίσατε στο τραπέζι και όταν τελειώσατε (*δείχνει τώρα το οριζόντιο τμήμα του δεξιού τμήματος της γραφικής παράστασης), *έχετε τελειώσει παραπέρα, και αυτό είναι παραπέρα* [...] *Πέστε ότι η απόστασή σας εδώ θα ήταν 30, και 45, που είναι το λάθος!* [...]

Σχήμα 3. Judith κάνει μια εικονική κίνηση που μιμείται τον κύλινδρο έρχονται πίσω. Στην γενετική σύσταση του σχήματος, οι μαθητές πρέπει να ερμηνεύσουν τα αποτελέσματα των μεσολαβηθέντων από τα χειροποίητα αντικείμενα, δράσεων. Για να γίνει αυτό, χρειάζεται η προσφυγή σε χειρονομίες και ομιλία.

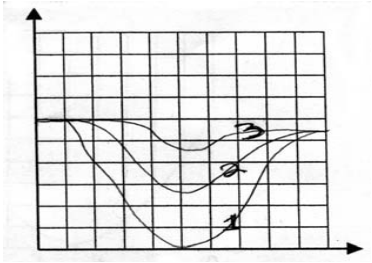
Στις γραμμές 1 και 3 η Judith κάνει μια '*εικονική χειρονομία*', δηλαδή μια χειρονομία που έχει μια ομοιότητα με την αναφορά της. Η εικονική σημείο-χειρονομία *θεσπίζει* την τροχιά πτώσης του κυλίνδρου (δείτε το σχήμα 3). Επιτρέπει στη Judith να στρέψει την προσοχή των συντρόφων της ομάδας της σε ένα συγκεκριμένο μέρος του φαινομένου. Όπως το σύστημα υπολογιστή-CBR, η εικονική χειρονομία παρέχει μια κατάτμηση του φαινομένου και θέτει μια επιλογή αυτού που πρέπει να ληφθεί υπόψη. Αλλά αντίθετα με το σύστημα υπολογιστή-CBR, η εικονική χειρονομία δεν τονίζει την ταχύτητα, το χρόνο, την ακριβή απόσταση και άλλα στοιχεία. Αυτό που τονίζει είναι το γεγονός ότι ο κύλινδρος έπεσε από το τραπέζι. Η εικονική χειρονομία έχει κάνει ένα σημαντικό γεγονός *εμφανές* (δηλ. ικανό να γίνει ορατό). Το γεγονός ότι, στην επιστροφή του προς τα πίσω, ο κύλινδρος έπεσε από το τραπέζι και, συνεπώς διέτρεξε περισσότερη απόσταση, επιτρέπει στη Judith μια νέα ερμηνεία της γραφικής παράστασης. Η νέα ερμηνεία διαμορφώνεται στην γραμμή 5. Πράγματι, στη γραμμή 5, η Judith προσφεύγει σε μια '*ενδεικτική χειρονομία*':

δείχνοντας με το δάχτυλό της, δείχνει δύο μέρη της γραφικής παράστασης στην οθόνη του υπολογιστή (δείτε το σχήμα 4). Σε αυτήν την περίπτωση, οι αριθμοί (30 εκατ. και 45 εκατ.) έρχονται να διαδραματίσουν το ρόλο της εικονικής χειρονομίας που έχει παρουσιάσει προηγουμένως τον κύλινδρο να πέφτει από το τραπέζι. Ο πρώτος αριθμός αντιπροσωπεύει την κατ' εκτίμηση απόσταση των μαθητών από το μέγιστο σημείο του κυλίνδρου στο κατώτατο σημείο του τραπεζιού. Εντούτοις, ο κύλινδρος δεν πήγε ποτέ 15 εκατ. στο τραπέζι (δηλ. 45-30), γιατί κρατήθηκε αμέσως καθώς έπεσε από το τραπέζι. Με την υπερβολή των αριθμών, το ιδιαίτερο στοιχείο του φαινομένου τονίζεται.

Σχήμα 4. Καταδεικτική χειρονομία οι μαθητές δείχνουν στο δεξί μέρος της οθόνης του υπολογιστή.

Συζητήθηκε με λεπτομέρειες ο προηγούμενος διάλογος των μαθητών, επειδή αυτός ο διάλογος παρουσιάζει πτυχές των προσπαθειών τους να γεμίσουν το σχήμα και, γενικά, επειδή αυτές οι προσπάθειες αποτελούν σημαντικό μέρος της γένεσης του σχήματος. Ο διάλογος των μαθητών προτείνει ότι για να γεμίσουν τις τρύπες στο σχήμα πρέπει να παράγουν ένα είδος προσομοίωσης της κίνησης του κυλίνδρου. Η προσομοίωση προσανατολίστηκε προς την κατανόηση μερικών '*αξιοπρόσεκτων σημείων*' στη γραφική παράσταση. Στην ορολογία του προηγούμενου τμήματος, αυτά τα σημεία είναι παραδείγματα *στόχοι* και αντιπροσωπεύουν, όπως οι Arzarello και Robutti (2001, σελ. 37) υποδεικνύουν, ισχυρές συνδέσεις μεταξύ των σημείων και της εμπειρίας. Για να επιτύχουν τους στόχους, οι μαθητές είχαν την προσφυγή στη γλώσσα. Μέσω του πλούσιου οπλοστασίου των όρων, και ιδιαίτερα μέσω μερικών δεικτών εξαντικειμενίκευσης (π.χ. αντωνυμίες, τοπικές λέξεις, σχετικές με το χρόνο εκφράσεις), η γλώσσα επέτρεψε στους μαθητές να '*καταδείξουν*' και '*εικονοποιήσουν*' τα ουσιαστικά χαρακτηριστικά γνωρίσματα της μαθηματικής εμπειρίας τους. Ο διάλογος των μαθητών επίσης δείχνει το πώς η γλώσσα συντονίστηκε με τις χειρονομίες στην παραγωγή της σημασίας και της κατανόησης.

Μόλις επιτεύχθηκε κάποια κατανόηση και ότι το σχήμα προφανώς ολοκληρώθηκε, οι μαθητές μπορούσαν να εφαρμόσουν το σχήμα στα προτεινόμενα '*σκεπτόμενα πειράματα*'. Για να το πραγματοποιήσουν, συνέβαλε σημαντικά το σχήμα. Η τεχνολογία της σημειωτικής δραστηριότητας δεν ήταν η ίδια (τώρα οι μαθητές εργάζονται με μολύβι και χαρτί). Το βασικό στοιχείο που οι μαθητές διατήρησαν από την κίνηση του κυλίνδρου ήταν η παραβολική μορφή καθώς και τα αρχικά και τα τελευταία σημεία της γραφικής παράστασης. Παρήγαγαν έπειτα τις γραφικές παραστάσεις που παρουσιάζονται στο σχήμα 5.



Σχήμα 5. Γραφική παράσταση για την κίνηση του κυλίνδρου σε ένα κεκλιμένο επίπεδο που έχει μια μεγαλύτερη κλίση (γραφική παράσταση 3) και μια μικρότερη κλίση (γραφική παράσταση 1) από το αρχικό κεκλιμένο επίπεδο (γραφική παράσταση 2).

Η γραφική παράσταση 2 αντιστοιχεί στην κεκλιμένη ράμπα του αρχικού πειράματος. Η γραφική παράσταση 1 αντιστοιχεί στην κεκλιμένη ράμπα που έχει μια μεγαλύτερη κλίση και η γραφική παράσταση 3 στην κεκλιμένη ράμπα που έχει μια μικρότερη κλίση. Φυσικά, τα αποτελέσματα δεν είναι από μαθηματική άποψη σωστά. Οι μαθητές εστίασαν στο είδος της *'προσπάθειας'* που κάνει ο κύλινδρος που ανεβαίνει όταν η κλίση είναι μεγαλύτερη και όταν η κλίση είναι μικρότερη από την αρχική. Εν γένει, οι γραφικές παραστάσεις παρουσιάζουν μερική κατανόηση της αφηρημένης μαθηματικής χωροχρονικής σχέσης της κίνησης του κυλίνδρου.

8.6 Σύνθεση και τελικές παρατηρήσεις

Οι ορθολογιστές θέλουν το μυαλό να κυριαρχείται από ένα είδος αφηρημένου λογικού υπολογισμού που εξασφαλίζει αφαιρέσεις όπως *«το Μ > Ν και Ν >Π, τότε Μ> Π»*, ανεξάρτητα από το περιεχόμενο του Μ, του Ν, και του Π. Η τυπική αφαίρεση απομακρυσμένη από όλο το εμπειρικό της περιεχόμενο, όπως ο Kant υποστήριξε, δεν μπορεί να παραγάγει τη γνώση. Το ερώτημα ήταν κατόπιν το πώς μπορεί να εξηγηθεί το ότι οι αφηρημένες έννοιες αφορούν το συγκεκριμένο περιεχόμενό τους. Υπό μια σημαντική έννοια, η *Κριτική του καθαρού λόγου* είναι μια προσπάθεια να επιτευχθεί αυτός ο στόχος και *το σχήμα*, στην πραγματικότητα, ήταν απάντηση του Kant.

Ένα από τα διακριτικά θεωρητικά χαρακτηριστικά γνωρίσματα της έννοιας του Kant για το σχήμα είναι ότι το άτομο ούτε περιορίζεται σε έναν παθητικό δέκτη των εντυπώσεων αλλά ούτε και είναι ένα κουτί στο εσωτερικό του οποίου πραγματοποιούνται λογικοί υπολογισμοί. Το σχήμα συνεπάγεται την ιδέα ενός ατόμου το οποίο, για να αποκτήσει τη γνώση, πρέπει να γίνει ενεργό. Εντούτοις, στη θεωρία της γνώσης του Kant, το σχήμα εκθέτει ή παρουσιάζει την έννοιά του - δεν την παράγει. Ο Piaget διατήρησε το Καντιανό χαρακτηριστικό γνώρισμα ενός ενεργού ατόμου, σταμάτησε τον απριορισμό και πρόσθεσε μια νέα οντολογική διάσταση: το σχήμα εφοδιάσθηκε με τη δύναμη της παραγωγής των εννοιών. Η θέση του Piaget, στην πραγματικότητα, ήταν ισχυρότερη: οι έννοιες δεν θα μπορούσαν να παραχθούν ελλείψει των συσχετισμένων σχημάτων τους. Η Πιαζετιανή επεξεργασία του σχήματος άνοιξε ένα παράθυρο για σημειωτικές εκτιμήσεις. Εντούτοις, το οικοδόμημά του γρήγορα κατέρρευσε και η σχέση μεταξύ του περιεχομένου και της

μορφής κατέληξε να είναι ενάντια στο άκαμπτο πλέγμα των λογικό-μαθηματικών δομών. Δεδομένου ότι οι περισσότερες από τις ενέργειές μας λαμβάνονται χρησιμοποιώντας τα σημεία και τα χειροποίητα αντικείμενα, και δεδομένου ότι αυτές οι ενέργειες δεν εκτελούνται με έναν αυθαίρετο τρόπο αλλά πλαισιώνονται από τους κοινωνικούς στόχους και την πολιτισμική λογική της έννοιας, προτείνεται ότι το σχήμα μπορεί να επανερμηνευθεί ως η οργάνωση των σημειωτικών και τεχνηματουργικών ενεργειών ή μια αλυσίδα τέτοιων ενεργειών σχετικών με την επίτευξη του στόχου και των σκοπών μιας δραστηριότητας. Η διαμεσολαβημένη φύση των ενεργειών, εντούτοις, οδηγεί σε ένα σημαντικό και δύσκολο πρόβλημα. Η διαμεσολάβηση σημαίνει ότι, για να ολοκληρώσουμε κάτι, έχουμε την προσφυγή σε ένα στοιχείο του περιβάλλοντός μας (π.χ. μια λέξη, μια ιδέα, ένα εργαλείο) αλλά αυτά έχουν ήδη μια κοινωνική έννοια. Η πραγματοποίηση μιας διαμεσολαβημένης δράσης απαιτεί έτσι πολλή κατανόηση. Ως συνέπεια, αυτή η εγγενής κοινωνική φύση της διαμεσολαβημένης δράσης, το σχήμα, κατά γενική ομολογία, δεν μπορεί *'να εκθέσει'* ή να παρουσιάσει προσποιητά το αντικείμενό του κατά τη διάρκεια της εκτέλεσής του. Το παράδειγμα του διαγράμματος του υπολογιστή και του αισθητήρα κινήσεων, παρουσίασε αυτό το σημείο με έναν σαφή τρόπο. Στο επεισόδιο της τάξης, το σχήμα των μαθητών πλαισιώθηκε από ένα σύνθετο τμήμα της εργασίας. Το τεχνολογικό σύστημα υπολογιστής-CBR εκτέλεσε μερικές κεντρικές δράσεις. Κατά συνέπεια, ακόμα κι αν μπορούσαμε να δούμε το υλικό προϊόν του σχήματος (δηλ. τη γραφική παράσταση του υπολογιστή), το σχήμα είχε *'τρύπες'* που οι μαθητές έπρεπε να γεμίσουν με τη χρήση της δημιουργικής τους φαντασίας. Η παραβολική μορφή της γραφικής παράστασης που παρουσιάστηκε από τον υπολογιστή υποβλήθηκε στη διαδικασία της ερμηνείας. Το αισθητηριακό περιεχόμενο της κίνησης του κυλίνδρου έπρεπε να αφορά τις αφηρημένες πτυχές της γραφικής παράστασης. Σίγουρα, η γλώσσα είναι ένας ισχυρός τρόπος εξαντικειμενίκευσης. Εντούτοις, στη γένεση της γνώσης, η σχέση μεταξύ των εννοιολογικών περιγραφών και των αναφορών τους δεν μπορεί να περιορισθεί στους γλωσσικούς όρους (Otte 1998, 444). Πώς στη συνέχεια να λογοδοτήσουν για το αναδυόμενο σχήμα και την περιγραφή της σχέσης που περιλαμβάνει μεταξύ του συγκεκριμένου και του αφηρημένου; Η ερμηνευτική διαδικασία της γραφικής παράστασης του υπολογιστή (ένα κρίσιμο βήμα στον σχεδιασμό του σχήματος), μπορεί να ρίξει κάποιο φως σε αυτό το πρόβλημα. Στην πορεία αυτής της ερμηνευτικής διαδικασίας, είδαμε τους μαθητές να παρουσιάζουν μια σειρά σημειωτικών μορφών σημασίας της παραγωγής και της εξαντικειμενίκευσης της γνώσης όπως η εικονική και ενδεικτική αναφορά (σχήματα 3 και 4) που αναμίχθηκαν με τη γλώσσα, δημιουργώντας την εντύπωση ότι η υπαγωγή ενός αισθητηριακού περιεχομένου Α σε μια αφηρημένη έννοια Β από το σχήμα, μπορεί να είναι πιο περίπλοκη από αυτό που ίσως ο ίδιος ο Kant φανταζόταν. Για ένα πράγμα, τόσο η ενδεικτική όσο και η εικονική αναφορά περιλαμβάνει είδη *'κατηγόρησης'* διαφορετικά από εκείνα του τύπου *'υποκείμενο-συνδετικό ρήμα-κατηγόρημα'*, δηλαδή, από τον τύπο *'το Α είναι Β'* που ο Καντ τόνισε ακολουθώντας την άποψη της κλασσικής λογικής σχετικά με τις κρίσεις. Θα μπορούσαμε πολύ καλά να πούμε ότι *'η πραγματικότητα'* είναι πολύ λιγότερο ομοιογενής από αυτό που σκεφτόμαστε συνήθως και ότι η διάκριση μεταξύ του συγκεκριμένου και του

αφηρημένου τοποθετείται σε μια *«άπειρη διαβάθμιση της ύπαρξης, της προοπτικής και της επικοινωνίας»* (Otte 1998, 425) που η γλώσσα από μόνη της αποτυγχάνει να συλλάβει.

Εάν *«το ουσιαστικό θέμα της επιστημολογίας»*, όπως ο Otte προτείνει, είναι να κατανοήσει αυτό που *«επιτρέπει σε ένα Α να αντιπροσωπεύει ένα Β»* (Otte 1998, 429) ή αυτό που κάνει ένα Α να ενταχθεί σ' ένα Β, θα απαιτούταν μια ευρύτερη έννοια ενός κατηγορικού συνδετικού ρήματος και της σχέσης μεταξύ τ ο υ Α και τ ο υ Β (μεταξύ του συγκεκριμένου και του αφηρημένου ή μεταξύ του περιεχομένου και της μορφής). Ο L.Radford προτείνει ότι αυτή η γραμμή σκέψης της κατηγορικής σύνδεσης πρέπει να διευρυνθεί ώστε να περιληφθούν και άλλες μορφές σημειωτικής αναφοράς ικανές να λάβουν υπ' όψη τους διαλεκτικούς τρόπους σύνταξης του θέματος και του κατηγορήματος, δηλαδή των σημειωτικών διαδικασιών μέσω των οποίων το αντικείμενο της γνώσης παρατηρείται και κοινωνικά θεματοποιείται (εν ολίγοις σχηματοποιείται) μέσα σ' έναν ορισμένο πολιτισμικό λόγο. Απαιτείται από μας να δίνουμε προσοχή στην τεχνολογία της σημειωτικής δραστηριότητας και της αλληλεπίδρασής της με άλλα σημειωτικά συστήματα, αυτό που ο Lotman (1990) ονομάζει το *«σημειωτικό διάστημα»*.

Στην παράγραφο με τον τίτλο σχήμα και δραστηριότητα, αναφέρθηκε ότι τοποθετούμε το σχήμα στα πλαίσια της υποκειμενικής συνειδητοποίησης του ατόμου που γίνεται συνεχής και πλαισιωμένη από έναν ιστορικά συντελεσμένο τρόπο. Η ολοκλήρωση αυτών των παρατηρήσεων θα γίνει με την αναφορά υπό ποια έννοια ένα σχήμα αφορά τον πολιτισμικό του τρόπο. Δεν υπάρχει καλύτερος τρόπος να γίνει αυτό, από το να υπενθυμίσουμε μια φράση που ο Peirce έγραψε σε ένα βιβλίο του που δεν τελείωσε ποτέ. Συνοψίζοντας τις ιδέες του Kant, ο Peirce έγραψε: *«Κάθε γνώση περιλαμβάνει ένα αισθητηριακό στοιχείο»*. Στην πραγματικότητα, κάθε γνώση (δηλ. κάθε φαινόμενο της διανοητικής ζωής μας) περιέχει κάτι πολύ περισσότερο από ένα αισθητηριακό στοιχείο. Περιέχει τον πολιτισμικό τρόπο του. Κατά συνέπεια, στη δραστηριότητα της τάξης, εκτός από την σιωπηρή επιβεβαίωση, μ' ένα λεπτό τρόπο, της *ύπαρξης* μιας μαθηματικής σχέσης μεταξύ του χρόνου και του διαστήματος που περιγράφει την κίνηση του κυλίνδρου, το σχέδιο της δραστηριότητας ενημερώνει τους μαθητές ότι μια τέτοια σχέση γίνεται καταληπτή κατευθείαν μέσω του *πειραματισμού*. Η ερώτηση που τέθηκε στους μαθητές και οι εννοιολογικές διαδικασίες τους για να την απαντήσουν, είναι πλαισιωμένες και μ' αυτόν τον τρόπο βγάζουν νόημα, μέσα σε έναν ιδιαίτερο, ιστορικά συντελεσμένο τρόπο. Αν είχαμε ρωτήσει ένα φυσικό φιλόσοφο του 17^{ου} αιώνα, την ίδια αυτή ερώτηση θα την είχε βρει διασκεδαστική - εάν όχι κωμική. Ο Vicenzo di Grazia (ένας Αριστοτελικός φιλόσοφος και σύγχρονος του Γαλιλαίου), για παράδειγμα, είπε:

> *... εκείνοι που θέλουν να καταδείξουν τα φυσικά συμβάντα μέσω των μαθηματικών μεθόδων είναι έξαλλοι... ο φυσικός φιλόσοφος [scientifico naturale] μελετά τα φυσικά φαινόμενα των οποίων η ουσία συνεπάγεται την κίνηση, ενώ, αντ' αυτού, το περιεχόμενο των μαθηματικών δεν κατανοεί την κίνηση.* (Αναφεμένος σε Biagioli 1993, 205).

Όταν είπαμε, στην εφαρμογή του σχήματος στα δύο '*σκεπτόμενα*' πειράματα, ο μαθητής διατήρησε *μόνο* την παραβολική μορφή και τα αρχικά και τελευταία σημεία της γραφικής παράστασης, ξεχνούσαμε το σημαντικότερο πράγμα: το σχήμα των μαθητών ενσωματώνει έναν τρόπο έρευνας και γνώσης για τη φύση, που μόνο η συνήθεια, μας κάνει να τον θεωρήσουμε ως δεδομένο και να τον δούμε ως '*φυσικό*'.

9 ΤΟ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΤΩΝ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ ΜΕΤΑΞΥ ΤΗΣ ΦΡΟΝΗΣΗΣ-ΣΟΦΙΑΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

Στον 20^{ο} αιώνα η ιδέα της αναπαράστασης έγινε ένα από τα ουσιαστικά εννοιολογικά κατασκευάσματα στην Ψυχολογία της μάθησης. Θα ήταν ουσιαστικά αδύνατο να βρεθεί άλλη τόσο περιεκτική και δυνατή έννοια σε αυτόν τον τομέα. Ίσως ο λόγος της εξαιρετικής επιτυχίας της έχει την ρίζα του στην περίπλοκη κατάσταση του ότι όλοι εμείς *σκεφτόμαστε,* αν και ακόμα δεν ξέρουμε ακριβώς πώς. Ανακεφαλαιώνοντας τη μακροχρόνια αντίθεση μεταξύ του σώματος και του μυαλού που καλλιεργήθηκε από τη δυτική σκέψη, η ιδέα της αναπαράστασης εμφανίστηκε ως το μέσο να μας ενημερώσει για αυτό που εμφανίζεται στον εγκέφαλό μας. Κατά συνέπεια, η παραδοσιακή γνωστική ψυχολογία πρότεινε μια διάκριση μεταξύ των εξωτερικών αναπαραστάσεων (σύμβολα, γραφική παράσταση, γλώσσα, κ.λπ.) και των εσωτερικών αναπαραστάσεων (διανοητικές μορφές επεξεργασίας πληροφοριών). Εντούτοις, το σημείο στη μελέτη των εσωτερικών αναπαραστάσεων δεν ήταν αρκετό για να ραγίσει το *'μαύρο κουτί'* . Η γνωστική ψυχολογία δεν ήταν τόσο φιλόδοξη. Μάλλον το σημείο ήταν να αποκτηθεί μια αναλαμπή των εσωτερικών ψυχολογικών διαδικασιών μας. Και αυτό, φυσικά, παραπλάνησε πολλούς.

Εντούτοις, οι συλλήψεις της σκέψης έχουν αλλάξει ουσιαστικά στα παρελθόντα λίγα χρόνια. Η τρέχουσα συζήτηση στην ψυχολογία τείνει να περιλάβει όλο και περισσότερο το ρόλο που διαδραματίζει η κοινωνική αλληλεπίδραση και η χρήση των χειροποίητων αντικειμένων στις αναπαραστάσεις που ένα άτομο έρχεται να διαμορφώσει. Η προοδευτική εγκατάλειψη του καρτεσιανού στοχαστικού προτύπου και του απόμερου μυαλού μας έχει οδηγήσει σε ένα σημείο στο οποίο χρειάζεται να επαναπροσδιορίσουμε την έννοια της αναπαράστασης καθώς και τον ψυχολογικό και επιστημολογικό της ρόλο. Επιδίωξη είναι να στραφούμε σε *αυτό που* μια αναπαράσταση είναι περίπου, δηλαδή το *αντικείμενο της: το* αναπαριστώμενο όπως αναπαριστάται από την αναπαράσταση.

Δεν είναι αυτή η ερώτηση φανταχτερά φιλοσοφική. Αντίθετα, η εμφάνιση περίπλοκων τεχνολογιών στις προηγούμενες δεκαετίες μας έχει δώσει τα νέα μέσα γνώσης για την εξαντικειμενίκευση της γνώσης (Radford, 2000a). Τα μέσα της εξαντικειμενίκευσης των νέων τεχνολογιών (π.χ. το δυναμικό λογισμικό στη γεωμετρία) είναι διαφορετικά από εκείνα τα αξιομνημόνευτα σχήματα της γραπτής παράδοσης, που ήταν βασισμένα στην κλασσική γραμμική οργάνωση των προτάσεων, και έχουν βάλει στο τραπέζι πιεστικές ερωτήσεις για τη νομιμότητα των παραδοσιακών εναντίον των νέων τρόπων αναπαράστασης της γνώσης. Φυσικά, οι διαμάχες που έχουν προκύψει από τις μαθηματικές, βασισμένες σε υπολογιστή αποδείξεις, είναι ένα καλό παράδειγμα. Αλλά υπάρχουν απλούστερες, πολύ πιο στενές στα σχολικά μαθηματικά. Για παράδειγμα, σε ένα πρόσφατο άρθρο, ο Rodd συζητά το ρόλο των *αριθμών* στα μαθηματικά και ρωτά εάν η απεικόνιση μπορεί να είναι ένα α-γλωσσικό μαθηματικό δικαίωμα (Rodd, 2000, σελ. 237). Ερωτήσεις όπως αυτές δεν μπορούν να απαντηθούν χωρίς την υιοθέτηση μιας οντολογικής και επιστημολογικής θέσης. Η απάντηση θα εξαρτηθεί από αυτό που θεωρούμε *'φύση'* του αντικειμένου (δηλ. η οντολογική θέση των αντικειμένων) και στο είδος της

σχέσης μεταξύ της αναπαράστασης (π.χ. ένα διάγραμμα ή ένας αριθμός) και του αντικείμενου της (δηλ. η επιστημολογική θέση της αναπαράστασης).

Σε αυτό το κεφάλαιο θα συζητηθούν μερικές βασικές συλλήψεις που επηρέασαν την επεξεργασία των σύγχρονων απόψεων σχετικά με το αντικείμενο των αναπαραστάσεων. Δεδομένου ότι αυτό είναι ένα πολύ ευρύ πρόβλημα, θα εστιάσουμε σε δύο από τα επιδρούσες θεωρίες του 20ου αιώνα: Την γενετική επιστημολογία του Piaget και την ιστορική επιστημολογία του Wartofsky. Προκειμένου να γίνουν κατανοητές οι θεωρητικές προσεγγίσεις των Piaget και Wartorfsky, θα θεωρήσουμε επίσης το πρόβλημα του αντικειμένου της αναπαράστασης όπως διατυπώθηκε από τους Kant, Πλάτωνα και Αριστοτέλη, αφ' ενός, και από τους ανθρωπολόγους Durkheim και Levi-Strauss, αφ' ετέρου.

9.1 Τα όρια της αίσθησης και του λόγου: η καντιανή αμφιβολία

Η περίοδος μεταξύ 1770 και 1780 είναι γνωστή ως '*σιωπηλή δεκαετία*' στη διανοητική ζωή του Kant. Ήταν η περίοδος στην οποία ο Kant αγωνιζόταν με ένα από τα προβλήματα που έχουν κυνηγήσει τους φιλοσόφους και τους μαθηματικούς όλων των αιώνων, δηλαδή, το πρόβλημα της σχέσης μεταξύ της αναπαράστασης και του αναπαριστώμενου αντικειμένου. Σε μια επιστολή που εστάλη στο φίλο και προηγούμενο σπουδαστή του Marcus Herz, της 21ης Φεβρουαρίου, 1772, ο Kant είπε: «*Ποιο είναι το έδαφος της σχέσης αυτού που εμείς ονομάζουμε «αναπαράσταση» του αντικειμένου;*»

Ο Kant είχε στη διάθεσή του δύο λύσεις, που του παρείχαν δύο διαφορετικές θεωρίες, αλλά δεν τον ικανοποιούσε καμία τους. Η πρώτη ήταν διαθέσιμη από τους επειριστές όπως ο Hume και ο Locke. Οι εμπειριστές υποστήριξαν ότι οι αναπαραστάσεις, οι έννοιες και οι πεποιθήσεις μας προέρχονται από τις πληροφορίες που λαμβάνουμε μέσω των αισθήσεών μας. Η δεύτερη προσφέρθηκε από τους ορθολογιστές όπως ο Καρτέσιος και ο Leibniz. Σύμφωνα με την δεύτερη, το ανθρώπινο μυαλό έχει ένα απόθεμα έμφυτων εννοιών και αρχών μέσω των οποίων παράγουμε και κατασκευάζουμε τις αναπαραστάσεις του κόσμου. Μια από τις κύριες διαφορές μεταξύ αυτών των απόψεων επρόκειτο, όπως ο Kant παρατήρησε, να βρεθεί στον ενεργό ρόλο με τον οποίο το μυαλό τροφοδοτείται στην θεώρηση των ορθολογιστών. Πράγματι, αντί της λήψης αισθητηριακών εντυπώσεων και του επηρεασμού απ' αυτές μ' ένα παθητικό τρόπο, στην θεωρία των ορθολογιστών το μυαλό εκλαμβάνεται να παίζει έναν ενεργό ρόλο στην δημιουργία των αναπαραστάσεων.

Στην επιστολή του στον Herz, ο Kant συνόψισε πρώτα τη λύση των εμπειριστών:

> *Εάν μια αναπαράσταση είναι μόνο ένας τρόπος με τον οποίο το θέμα επηρεάζεται από το αντικείμενο, κατόπιν είναι εύκολο να δούμε πώς η αναπαράσταση είναι σε συμφωνία με αυτό το αντικείμενο, δηλαδή ως επίδραση σύμφωνα με την αιτία του, και είναι εύκολο να δούμε πώς αυτή η τροποποίηση του μυαλού μας μπορεί να αντιπροσωπεύει κάτι, που έχει ένα αντικείμενο (Kant σε Zweig, 1970, σελ. 33)*

Κατόπιν, ο Kant συνόψισε τη λύση των ορθολογιστών:

> *Εάν αυτό που εμείς ονομάζουμε «αναπαράσταση» ήταν ενεργό όσον αφορά το αντικείμενο, αυτό είναι, εάν το ίδιο το αντικείμενο δημιουργήθηκε από την αναπαράσταση [...], η συμμόρφωση αυτών των αναπαραστάσεων στα αντικείμενά τους θα μπορούσε να γίνει κατανοητή (Kant σε Zweig, 1970, σελ. 33).*

Εντούτοις, παρατηρεί ο Kant, κάθε μία απ' αυτές τις θέσεις έχει τα δικά της προβλήματα. Όσον αφορά τη θεωρία των εμπειριστών, η κρίσιμη δυσκολία βρίσκεται, όπως παρατηρεί ο Kant, στην υπόθεση ότι οι αναπαραστάσεις μειώνονται ως αποτελέσματα των αντικειμένων μέσω των αισθήσεών μας. Μπορεί να είναι δίκαιο να ειπωθεί ότι

> *Οι παθητικές ή αισθητηριακές αναπαραστάσεις έχουν μια κατανοητή σχέση με τα αντικείμενα, και οι αρχές που προκύπτουν από τη φύση της ψυχής μας έχουν μια κατανοητή ισχύ για όλα τα πράγματα στο μέτρο που εκείνα τα πράγματα υποτίθεται ότι είναι αντικείμενα των αισθήσεων (Kant σε Zweig, 1970, σελ. 33).*

Αλλά, ο Kant αναρωτιέται, πώς σύμφωνα με αυτήν την άποψη μπορούμε να επηρεαστούμε από τα αντικείμενα που δεν μπορούν να δοθούν μέσω των αισθήσεων; Πώς μπορούμε να επηρεαστούμε από τα εννοιολογικά αντικείμενα; Σε αυτό το σημείο Kant βρήκε την κρίσιμη δυσκολία της εμπειριοκρατίας.

Όσον αφορά στον απολογισμό των ορθολογιστών, ο Kant είπε:

> *Εάν τέτοιες διανοητικές αναπαραστάσεις εξαρτώνται από την εσωτερική δραστηριότητά μας, από όπου έρχεται η συμφωνία που υποτίθεται ότι έχουν με τα αντικείμενα - αντικείμενα που εντούτοις είναι αδύνατο να παράγονται με αυτόν τον τρόπο; (Kant σε Zweig, 1970, σελ. 34)*

Με άλλα λόγια, η δυσκολία στον ορθολογισμό είναι η αδυναμία του να εξηγήσει πώς τα προϊόντα της εσωτερικής δραστηριότητας μπορούν να ειπωθούν για να συμπέσουν με εκείνα του εξωτερικού κόσμου. Στην επιστολή του, ο Kant εμπιστεύτηκε στον Herz ότι προγραμμάτιζε να γράψει μια εργασία που ίσως να έχει τον τίτλο «*Τα όρια της αίσθησης και του λόγου*», ένα βιβλίο που θα οδηγούσε το δύσκολο πρόβλημα της αναπαράστασης και του αναπαριστώμενου αντικειμένου πέρα από το σημείο στο οποίο η δική του *Εναρκτήρια διατριβή το* 1770 το είχε αφήσει. Μιλώντας για την *Διατριβή, ο* Kant είπε:

> *Πέρασα σιωπηλά πέρα από το περαιτέρω θέμα για το πώς μια αναπαράσταση που αναφέρεται σε ένα αντικείμενο χωρίς με κανένα τρόπο να επηρεαστεί από αυτό μπορεί να είναι δυνατή.* (Kant σε Zweig, 1970, σελ. 34). «*Τώρα*», συνέχισε σε μια άλλη παράγραφο, «*είμαι σε θέση να δημοσιεύσω την «Κριτική του καθαρού λόγου*».

Στην Κριτική (δημοσιευμένη το 1781 και αναδημοσιευμένη με τροποποιήσεις το 1787) το δίλημμα ήταν συντεθειμένο ως εξής. Είτε το αντικείμενο από μόνο του κάνει την αναπαράσταση δυνατή, ή η αναπαράσταση μόνη της καθιστά το

αντικείμενο δυνατό. Θεωρώντας την πρώτη περίπτωση, ο Kant είπε ότι η σχέση μεταξύ του αντικειμένου και της αναπαράστασης θα ήταν μόνο εμπειρική. Στη δεύτερη περίπτωση, ο Kant παρατήρησε ότι η αναπαράσταση δεν μπορεί να παραγάγει την αντικειμενική ύπαρξη του αντικειμένου, και έτσι αυτό που η αναπαράσταση παράγει είναι *η αναπαράσταση* του αντικειμένου και όχι *το αντικείμενο* καθεαυτό.

Για να προσπαθήσει να δώσει μια νέα λύση σε αυτό το πρόβλημα, ο Kant άντλησε ιδέες από τις προαναφερθείσες απόψεις των εμπειριστών και των ορθολογιστών και βρήκε κάτι διαφορετικό. Σε συμμόρφωση με τους πρώτους, υποστήριξε ότι όλη η γνώση αρχίζει *με* εμπειρία. Αλλά, σε συμφωνία με τους δεύτερους, πρόσθεσε ότι, «*αυτό δεν σημαίνει ότι όλα προκύπτουν από εμπειρία»* (A1, Kant, 1781/1787/1996, σελ. 44). Έχτισε ένα σύστημα στο οποίο τόνισε την ανθρώπινη ικανότητα ή την ικανότητα της πρόσληψης ή της επιρροής από τα ιδιαίτερα αντικείμενα της αισθητηριακής εμπειρίας. Κάλεσε αυτήν την ικανότητα *λογικότητα* (από τη λογική*) (στα Αγγλικά sensibility from sense).* Σύμφωνα με τον Kant, στην επιρροή από τα αντικείμενα, διαμορφώνουμε ένα είδος αναπαράστασης που ονόμασε εποπτεία. Ο επιστημολογικός ρόλος της εποπτείας είναι ένας ακρογωνιαίος λίθος στο θεωρητικό οικοδόμημα του Kant. Οι εποπτείες είναι οι πύλες μέσω των οποίων τα αντικείμενα πρέπει να εισαχθούν προκειμένου να γίνουν γνωστά. Όπως είπε στην *Κριτική του καθαρού λόγου,* «*κανένα αντικείμενο δεν μπορεί να μας δοθεί με οποιοδήποτε άλλο τρόπο παρά μέσω της λογικότητας*» (B33/A19, Kant, 1781/1787/1996, σελ. 72).

Προφανώς, η λογικότητα και η εποπτεία είναι ένα σημείο της επιρροής των εμπειριστών στη σκέψη του Kant. Αλλά υπήρξαν επίσης άλλες λιγότερο ακατέργαστες διαισθητικές εκτιμήσεις. Ο Kant παρατήρησε, όπως ο Russell σημείωσε,

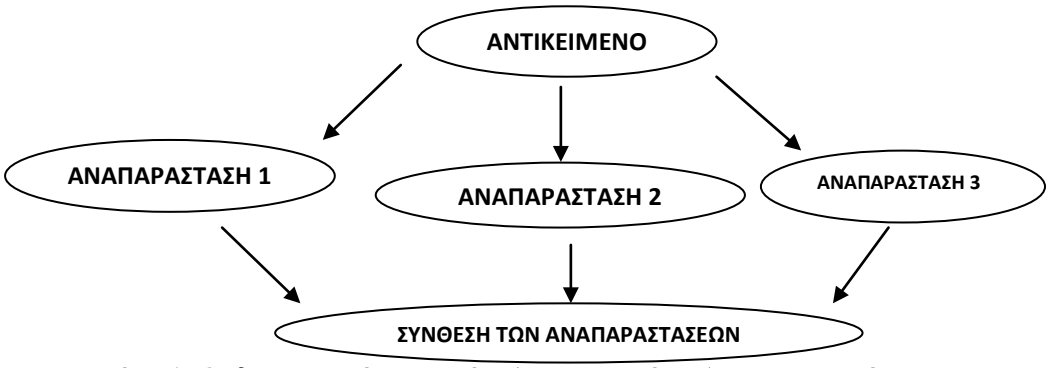
> *ότι οι γεωμέτρες των ημερών του δεν θα μπορούσαν να αποδείξουν τα θεωρήματά τους από το αχρείαστο επιχείρημα, αλλά απαιτείτο η επίκληση στο σχήμα*(Russell, 1919, σελ. 145).

Ο Kant ως εκ τούτου οδηγήθηκε στην κατανόηση του ότι τα συμπεράσματά μας απαιτούν πάντα την υποστήριξη κάτι απτού και κατέληξε στο συμπέρασμα ότι, ακόμη και στην περίπτωση των μαθηματικών αντικειμένων, χρειαζόμαστε την υποστήριξη των εποπτειών, δηλαδή των ιδιαίτερων αναπαραστάσεων των αντικειμένων.

Αλλά η ικανότητα της λογικότητας, υποστήριξε ο Kant, δεν μπορεί από μόνη της να οργανώσει τις εποπτείες της αισθητηριακής εμπειρίας. Αυτή η οργάνωση ή σύνθεση γίνεται από αυτό που ο Kant κάλεσε *κατανόηση,* μια άλλη ικανότητα του μυαλού. Στο έργο του *Ανθρωπολογία,* ένα μετέπειτα γραπτό του, ο Kant λέει

> *ότι η δύναμη της εποπτείας περιορίζεται στα αντικείμενα μέσα στην ιδιομορφία τους, εκτιμώντας ότι η κατανόηση αντιπροσωπεύει πράγματα σε μας από διεξοδικές έννοιες, την ενοποίηση των αισθητηριακών εποπτειών*(Kant, 1797/1974, Σ. 68-69).

Η διαφορά μεταξύ της λογικότητας και της κατανόησης είναι ως εκ τούτου ότι με την πρώτη δεν σκεφτόμαστε, είναι μάλλον δεκτική ικανότητα. Η δεύτερη , αντίθετα, είναι η ικανότητα της σκέψης, δηλαδή η κρίση σύμφωνα με τις καθαρές έννοιες ή τις κατηγορίες στις οποίες οι εποπτείες παρουσιάζονται (δείτε το σχήμα 1).



Σχήμα 1. Οι διαφορετικές εποπτείες (αναπαραστάσεις) του αντικειμένου πραγματοποιούνται από την ικανότητα της λογικότητας. Οι έννοιες της ικανότητας της κατανόησης εξασφαλίζουν τη σύνθεση των εποπτειών.

Προφανώς, οι καθαρές έννοιες και η ικανότητα της κατανόησης είναι το σημείο επιρροής των ορθολογιστών στη σκέψη του Kant. Οι καθαρές έννοιες προηγούνται, σύμφωνα με τον Kant, από την εμπειρία. Είναι μέρος της αρχιτεκτονικής του μυαλού και χρησιμεύουν στο να καθοδηγήσουν την εμπειρία. Αλλά ούτε η ιδέα της λογικότητας των εμπειριστών, ούτε η ιδέα της κατανόησης των ορθολογιστών δεν μπορούν να οδηγήσουν, όταν χωρίζονται μεταξύ τους, στη γνώση. Ο Kant επέμεινε ότι η λογικότητα και η κατανόηση χρειάζεται να εργαστούν από κοινού. Χωρίς λογικότητα, η κατανόηση δεν θα ήταν σε θέση να προχωρήσει στη σύνθεση των ιδιαίτερων αναπαραστάσεων και να προχωρήσει στην απαραίτητη ενότητα για την ολοκλήρωση της γνώσης. Είναι αυτός ο λόγος, αναφέρει ο Kant, που η λογικότητα είναι πιο απαραίτητη και αναντικατάστατη. Μέσα σε αυτό το πλαίσιο ο Kant ήταν σε θέση να διατυπώσει τις δύο συνθήκες για να είναι δυνατή η γνώση:

> *Η πρώτη συνθήκη είναι η εποπτεία [δηλ. η λογική αναπαράσταση.]. Μέσω αυτής το αντικείμενο δίνεται, εν τούτοις, μόνο ως παρουσίαση. Η δεύτερη συνθήκη είναι η έννοια. Μέσω αυτής ένα αντικείμενο θεωρείται ότι αντιστοιχεί σε αυτήν την εποπτεία. (A93/B125, Kant, 1781/1787/1996, σελ. 147).*

Ποια ήταν, έπειτα, η τελική απάντηση του Kant στο θέμα της επάρκειας μεταξύ του αντικειμένου και της αναπαράστασης; Πώς επίλυσε το πρόβλημα το οποίο ανέφερε στον Herz στην επιστολή του; Διέγραψε σαφή όρια που περιορίζουν το τι μπορεί ανθρώπινα να μαθευτεί. Το αντικείμενο των αναπαραστάσεων δεν είναι «*το αντικείμενο από μόνο του*», δηλαδή, το τι ονόμασε επίσης «*αντικείμενο = x*» ή «*υπερβατικό αντικείμενο*», αλλά το αντικείμενο όπως εμφανίζεται στα φαινόμενα και κατασκευάζεται μέσω της αισθητηριακής εμπειρίας από το ενεργούν άτομο. Έδωσε ένα σαφές παράδειγμα χρησιμοποιώντας τις σταγόνες της βροχής. Υποθέστε, είπε, ότι παίρνουμε κάτι εμπειρικό όπως μια σταγόνα βροχής. Αυτή η εμπειρική διαίσθηση είναι μια μόνη εμφάνιση στην οποία τίποτα από οτιδήποτε που ανήκει στο ίδιο το πράγμα πρέπει να βρεθεί. Εντούτοις όσο πιο βαθειά ερευνάμε τα αντικείμενα, ασχολούμαστε μόνο με αυτές τις εμφανίσεις:

> *Όχι μόνο είναι, αυτές οι σταγόνες, κάτι άλλο εκτός από εμφανίσεις. Μάλλον, ακόμη και η στρογγυλή μορφή τους, και πράγματι ακόμη και η επιφάνεια στην οποία πέφτουν, δεν είναι τίποτα από μόνες τους. Είναι, μάλλον, μόνον τροποποιήσεις, ή θεμέλια της λογικής εποπτείας μας. Το υπερβατικό αντικείμενο, εντούτοις, παραμένει άγνωστο σε μας (Kant A45-46, Kant, 1781/1787/1996, σελ. 97).*

Για να συνοψίσουμε, για τον Kant το αντικείμενο των αναπαραστάσεων δεν είναι το πράγμα από μόνο του αλλά το πράγμα καθώς γίνεται γνωστό μέσω της ικανότητας της λογικότητάς μας, μέσω των εποπτειών που διαμορφώνουμε από αυτό και ο τρόπος που αυτές συντίθενται σε μια συνεπή μονάδα από την ικανότητα της κατανόησης. Σύμφωνα με την τάση των ορθολογιστών, η αναπαράσταση, επέμεινε, καθορίζει το αντικείμενο, αλλά, σύμφωνα με την τάση των εμπειριστών, πρόσθεσε, η αναπαράσταση καθορίζει το αντικείμενο υπό την έννοια που μόνο μέσω της αισθητηριακής αναπαράστασης μπορεί το αντικείμενο να γίνει αναγνωρίσιμο. Όπως ο Wolff σημειώνει, πριν από τον Kant:

> *το αντικείμενο υποτίθεται ότι υπήρξε, το πρόβλημα είναι να εξηγηθεί πώς θα μπορούσε να γίνει γνωστό. [...] Τώρα, εντούτοις, ο Kant πρότεινε να αντιστρέψει αυτήν την σειρά, καθιστώντας τη σφαίρα των υπαρχόντων αντικειμένων εξαρτώμενη από τις υποκειμενικές συνθήκες της γνώσης. Οι a priori αναπαραστάσεις καθορίζουν τι μπορεί και τι δεν μπορεί να μαθευτεί ως αντικείμενο, και ως εκ τούτου τι μπορεί και τι δεν μπορεί να θεωρηθεί ότι υπάρχει. Οι σφαίρες της ύπαρξης και της γνώσης είναι η κοινή κατάληξη, και σημαντικότερα, η δεύτερη καθορίζει την πρώτη. Wolff, 1963, Σ. 97-98).*

Στο σχεδιασμό των ορίων μεταξύ του ίδιου του πράγματος και της εμφάνισής του, ο Kant πραγματοποίησε κάτι πραγματικά νέο, μια επανάσταση που, χωρίς υπερβολή, συγκρίνετε με αυτή που ο COPERNICUS πραγματοποίησε στις επιστήμες.

9.2 Πλάτωνας και Αριστοτέλης

Σύμφωνα με τον Kant, ο Πλάτωνας παρασύρθηκε σε δύο θέματα. Κατ' αρχάς, δεδομένου ότι, σύμφωνα με τον Πλάτωνα, οι αισθήσεις συγχέουν τις ιδέες μας, είδε την αισθητηριακή σφαίρα με δυσπιστία. Εδώ ο Πλάτωνας διέπραξε *την υπερβολή της σύνεσης(excess of prudence).* Δεύτερον, ο Πλάτωνας σκέφτηκε ότι τα πραγματικά αντικείμενα ήταν καταληπτά. Εδώ, στα μάτια του Kant, ο Πλάτωνας διέπραξε ένα παραλογισμό. *Ο* Πλάτωνας έδειξε μια έλλειψη σύνεσης σχετικά με τα όρια της σαφήνειας των αντικειμένων. Οι επιστημολογικές προϋποθέσεις του Πλάτωνα προφανώς οδήγησαν σε μια διαφορετική προοπτική τις αναπαραστάσεις. Είναι αλήθεια ότι με το να είναι καταρχήν ηθικολόγος, ο Πλάτωνας δεν επεξεργάστηκε τις αναπαραστάσεις με έναν συστηματικό τρόπο. Εντούτοις, είναι σαφές ότι υπέθεσε ένα είδος *ομοιότητας* μεταξύ των αναπαραστάσεων και των αντικειμένων τους. Σε μια πολύ συχνά αναφερμένη παράγραφο στο έργο του, *Η Δημοκρατία, ο* Πλάτωνας λέει:

Ξέρετε επίσης ότι [οι γεωμέτρες] χρησιμοποιούν και υποστηρίζουν τα ορατά σχήματα, μέσω των οποίων δεν σκέφτονται, αλλά για τα πρωτότυπα στα οποία αυτά μοιάζουν . (Η Δημοκρατία, Βιβλίο 6, 510 δ).

Ο Αριστοτέλης είδε το πρόβλημα διαφορετικά. Ενώ η σύνδεση μεταξύ του αντικειμένου και της αναπαράστασης εμφανίζεται στην οντολογία του Πλάτωνα ως είδος υποτιθέμενης εικονικότητας, *ο* Αριστοτέλης το φαντάστηκε ως πράξη που εκτελέσθηκε από τα άτομα στην ανταλλαγή τους με τα πράγματα. Στο κέντρο αυτής της πράξης βρίσκεται η ανθρώπινη δυνατότητα *χωρισμού* της σκέψης, τη φυσική και την εννοιολογική. Έγραψε:

Ο μαθηματικός είναι σε θέση να μελετήσει τις επιφάνειες, τους όγκους, τα μήκη, και τα σημεία απομονωμένα από τα φυσικά τους στιγμιότυπα επειδή (με κάποιο τρόπο που πρέπει να εξηγηθεί) είναι ικανός να χωρίσει αυτά τα δύο στη σκέψη. (Αριστοτέλης, Φυσικά Β2, ΓΦ 193b33.)

Η διάκριση του Αριστοτέλη, μεταξύ των υλικών και εννοιολογικών αντικειμένων τον οδήγησε σε ένα ενδιαφέρον σημείο: τα εννοιολογικά αντικείμενα μπορούν να ρυθμιστούν με τρόπο που τα υλικά αντίστοιχά τους δεν μπορούν. Κατά συνέπεια, σε ένα εννοιολογικό ορθογώνιο μπορούμε να φανταστούμε τις διαγώνιές που δεν υπήρχαν στο συγκεκριμένο αντικείμενο (π.χ. σε ένα ορθογώνιο χαλκού). Με τη βοήθεια των αναπαραστάσεων μπορούμε επίσης να χωρίσουμε το εννοιολογικό ορθογώνιο σε δύο τρίγωνα, να κάνουμε ορατές νέες ιδιότητες, και τα λοιπά. Για τον Αριστοτέλη, η σύνδεση μεταξύ του αντικειμένου και της αναπαράστασης εμφανίζεται ως εκ τούτου εξασφαλισμένη από το γεγονός ότι η σύλληψη της αριθμητικής και της γεωμετρίας ήταν μια συντηρητική επέκταση της φυσικής θεωρίας (δείτε Lear, το 1982, σελ. 188). Και, σύμφωνα με αυτόν, αυτό που καθιστά την επέκταση δυνατή είναι η *αφαίρεση*. Ο Piaget, επίσης, επέμεινε στο ρόλο της αφαίρεσης, στη σύνδεση μεταξύ του αντικειμένου και της αναπαράστασης. Εντούτοις, για τον Piaget, η αφαίρεση δεν εμφανίζεται με τη διατήρηση μερικών χαρακτηριστικών γνωρισμάτων του αντικειμένου και διανοητικά την παράλειψη άλλων χαρακτηριστικών γνωρισμάτων από αυτό. Το έδαφος της αφαίρεσης για τον Piaget είναι οι *ενέργειες του ατόμου*. Φυσικά, η θεωρητική μετατόπιση από την Αριστοτελική έμφαση στα υλικά αντικείμενα, στην Πιαζετιανή εστίαση στις ενέργειες, οδηγεί σε μια διαφορετική ιδέα των εννοιολογικών αντικειμένων. Στο επόμενο τμήμα θα δούμε τις αναπαραστάσεις και τη φύση του εννοιολογικού αντικειμένου τους στη γενετική επιστημολογία του Piaget.

9.3 Το δίλημμα του PIAGET

Η επιστημολογία του Piaget επηρεάστηκε, βεβαίως, από την εργασία του Kant. Αλλά έπρεπε να τροποποιήσει μερικές από τις βασικές υποθέσεις του Kant. Ο Piaget ήταν δυσαρεστημένος ειδικά με τις ορθολογιστικές ιδέες του Kant των «*a priori κατηγοριών*» (π.χ. αιτιότητα) και τις *«καθαρές έννοιες»*, που είναι, έννοιες πριν από *όλα* εμπειρία. Είπε:

Σε ότι με αφορά, θεωρώ τον εαυτό μου βαθιά Καντιανό, αλλά ενός Καντιανισμού που δεν είναι στατικός, δηλαδή οι κατηγορίες δεν είναι εκεί στην έναρξη. Είναι μάλλον ένας Καντιανισμός που είναι δυναμικός, δηλαδή με κάθε κατηγορία του διακρίνει τις νέες δυνατότητες, κάτι που είναι απολύτως διαφορετικό (Piaget σε Piattelli-Palmarini, 1980, σελ. 150)

Ο Piaget έπρεπε επίσης να εξετάσει ένα πρόβλημα που ο Kant άφησε έξω από τη συζήτηση, δηλαδή, το πρόβλημα της *προέλευσης* της γνώσης. Η επανάσταση του Κοπέρνικου που ολοκληρώνεται από τον Kant είναι, όπως σημειώνει ο Derrida (Derrida σε Husserl, 1978, Σ. 39-40), μια *«αποκάλυψη»* για τον πρώτο γεωμέτρη σε αντιδιαστολή με μια *«κατασκευή»*.

Η [Καντιανή] a priori φύση της [γεωμετρικής] έννοιας μέσα στην οποία αναπτύσσουμε δραστηριότητες, αποκλείει όλη την ιστορική έρευνα που αφορά το θέμα.

Ο Piaget, ως εκ τούτου, έπρεπε θεωρητικά να θεματοποιήσει την αφαίρεση των ενεργειών με έναν τέτοιο τρόπο ώστε η προέλευση και η ανάπτυξη της γνώσης να μπορούν να γίνουν σαφείς. Και το έκανε στα πλαίσια των δύο επιδρουσών θεωριών της εποχής του, για τη ανάπτυξη της γνώσης, δηλαδή, τη θεωρία της εμπειριοκρατίας και αυτή preformation[2]. Στη διάσημη συζήτηση με τον Chomsky, που διοργανώθηκε στη Γαλλία το 1975, για να εξετάσει αυτές τις θεωρίες, ο Piaget κατέληξε στο συμπέρασμα ότι

μια επιστημολογία που προσαρμόζεται στα στοιχεία της ψυχογένεσης δεν θα μπορούσε να είναι ούτε εμπειριοκρατική ούτε preformationist, αλλά θα μπορούσε να αποτελείται μόνο από έναν κονστρουκτιβισμό, με μια συνεχή επεξεργασία των νέων διαδικασιών και των δομών. (Piaget σε piattelli-Palmarini, 1980, σελ. 23)

Τι μπορεί να ειπωθεί, μέσα σε αυτό το πλαίσιο, του εννοιολογικού αντικειμένου στην επιστημολογία του Piaget; Ποια είναι η σχέση μεταξύ των αναπαραστάσεων και των αντικειμένων τους; Το εννοιολογικό αντικείμενο, στην επιστημολογία του Piaget, δεν προκύπτει ούτε από τις εντυπώσεις που λαμβάνουμε από ένα υλικό αντικείμενο ούτε από αυτό που ανακαλύπτουμε με το χωρισμό της σκέψης σε φυσική και διανοητική. Προκύπτουν από τις ενέργειες που το άτομο φέρνει έξω στη φυσική εμπειρία του με το υλικό αντικείμενο:

Η απόκτηση της γνώσης, είναι αποτελέσματα μιας αφαίρεσης, η οποία πρέπει να θεωρήσουμε ότι αρχίζει από αυτές τις ενέργειες, δεδομένου ότι οι ιδιότητες που ανακαλύπτονται στα αντικείμενα είναι ακριβώς οι ίδιες με αυτές που οι ενέργειες έχουν εισαχθεί για να αρχίσουν. (Beth και Piaget, 1966, σελ. 232)

Ο Piaget υποστήριξε ότι, μέσω της αφαίρεσης, οι ενέργειες μετασχηματίζονται σε λειτουργίες. Αυτές οι λειτουργίες, πρόσθεσε,

μπορούν αργά ή γρήγορα να παρουσιασθούν συμβολικά χωρίς καμία

---

[1] Η θεωρία Preformation, που ήταν ευρέως γνωστή το 18ο αιώνα, υποστήριξε ότι η ανθρώπινη ανάπτυξη ήταν αυτή που ξετυλίγει ή αναπτύσσει *τις προσχηματισμένες* δομές. Επανεμφανίστηκε τον 20ο αιώνα κάτω από μια βιολογική μορφή έμφυτης ύπαρξης. Για μια πιο λεπτομερή συζήτηση δείτε Furinghetti και Radford 2002

περαιτέρω προσοχή που δίνεται στα αντικείμενα που ήταν σε κάθε περίπτωση «οποιαδήποτε οτιδήποτε» από την αρχή. (Beth και Piaget, 1966, σελ. 238).

Η σχέση μεταξύ της αναπαράστασης και του αναπαριστώμενου αντικειμένου εμφανίζεται με αυτόν τον τρόπο συνδεμένη κατά τρόπο ισχυρό με τις λειτουργίες στις οποίες οι αφαιρεμένες συγκεκριμένες ενέργειες οδηγούν.

Υπάρχει, φυσικά, μια γενναιόδωρη δόση Καντιανισμού στον τρόπο με τον οποίο το εννοιολογικό αντικείμενο συλλαμβάνεται στην επιστημολογία του Piaget. Αλλά μέχρι ποιό σημείο ο Piaget ακολούθησε τον Kant; Ειδικότερα, τι μπορούμε εμείς να πούμε για την οντολογική θέση του εννοιολογικού *αντικείμενου* στην επιστημολογία του Piaget;

Το θέμα της οντολογικής θέσης του εννοιολογικού αντικειμένου στην επιστημολογία του Piaget παρουσιάστηκε από τον Rene Thom και τον Norbert Bischof κατά την διάρκεια της συζήτησης Piaget/Chomsky, ως ερώτηση σχετικά με τη διαφορά μεταξύ της κατασκευής και της πραγματικότητας. Αναφερόμενος στην προσέγγιση του Piaget, ο Thom είπε ότι είτε το διάστημα υπάρχει ως καθολικό πλαίσιο προγενέστερο και εξωτερικό από τα άτομα, ως διάστημα όπου όλη η πραγματικότητα θα εντασσόταν ή, αντίθετα, το διάστημα είναι μια Καντιανή προβολή μιας εσωτερικής (a priori) δομής των ατόμων. Το πρόβλημα για τον Piaget ήταν, όπως τέθηκε από τον Thom

να συμφιλιωθεί μια γενετική προσέγγιση των υποκειμενικών κατασκευών, όπου το τι το αντικείμενο είναι εξαρτάται από τη δράση του ατόμου, με μια ρεαλιστική οντολογία όπου το τι υπάρχει είναι πέρα από τη θέληση και τις ενέργειες του ατόμου. Ο Thom ως εκ τούτου ωθούσε τον Piaget να εξηγήσει πώς η κατασκευή του χώρου από τα άτομα μπορεί να συμπέσει με την πραγματικότητα του χώρου. (Thom σε piattelli-Palmarini, 1979, σελ. 503).

Ο Piaget είχε εξετάσει στην πραγματικότητα αυτό το ζήτημα σε ένα βιβλίο που γράφτηκε τουλάχιστον δέκα έτη πριν από τη συζήτηση με τον Chomsky. Στο βιβλίο του, που συνεκδόθηκε με τον λογικιστή Beth, ο Piaget ο ίδιος ρώτησε:

υπό ποια έννοια μπορούμε να μιλήσουμε για μια εκ των προτέρων αρμονία μεταξύ της αφαίρεσης και της εμπειρίας για να εξηγήσουμε τη συμφωνία των μαθηματικών με την πραγματικότητα; (Beth & Piaget, 1966, σελ. 284).

Η απάντηση δόθηκε στη βάση «*μιας κοινής προέλευσης*» που βρίσκεται *«στους νόμους του οργανικού συντονισμού»* και «*του φυσικοχημικού περιβάλλοντος*». Απαντώντας στην ερώτηση του Thom, ο Piaget δεν παρουσίασε οποιαδήποτε αντίθεση στην θέση του Thom ότι

ο Piaget φαίνεται πράγματι να υιοθετεί τη ρεαλιστική θέση μιας εξωτερικής ύπαρξης του διαστήματος (Thom σε Piattelli-Palmarini, 1980, σελ. 362).

Αντ' αυτού, στρεφόμενος στην ιδέα μιας «*κοινής προέλευσης*», που διαμορφώθηκε τα προηγούμενα έτη, ο Piaget δήλωσε ότι ο χώρος που κατασκευάζεται από το άτομο είναι σύμφωνος με τον εξωτερικό:

και οι δύο υπάρχουν χωρίς σύγκρουση και συγκλίνουν χωρίς συγχώνευση.

(Piaget σε Piattelli-Palmarini, 1980, σελ. 369).

Και αυτό που εξασφαλίζει τη σύγκλισή τους είναι το γεγονός ότι το άτομο είναι ένα φυσικοχημικό και χωρικό αντικείμενο, το άτομο

> *ξεκινάει από νευρολογικές και βιολογικές πηγές των οποίων οι νόμοι είναι εκείνοι της πραγματικότητας*.

Αλλά ακόμη και υποθέτοντας μια οντολογικά δομημένη πραγματικότητα, μια κοινή προέλευση των ενεργειών και του φυσικοχημικού περιβάλλοντος φαίνεται όχι αρκετά καλή να εξασφαλίσει τη σύγκλιση της κατασκευής του διαστήματος του ατόμου με το διάστημα της πραγματικότητας. Μπορούμε ακόμα να μπερδεύουμε δύο διαφορετικά οντολογικά επίπεδα, όπως ο Bischof πρότεινε στην παρέμβασή του κατά τη διάρκεια της συζήτησης. Ο Bischof στην πραγματικότητα εισήγαγε μια διάκριση μεταξύ του *κρίσιμου ρεαλισμού* και του *αφελή ρεαλισμού*. Ο κρίσιμος ρεαλισμός προϋποθέτει μια ανεξάρτητη πραγματικότητα,

> *ο αποκαλούμενος «αντικειμενικός κόσμος», η δομή του οποίου παραμένει είτε υπάρχουν είτε όχι οργανισμοί που τον αντιλαμβάνονται σωστά, ή δεν τον αντιλαμβάνονται καθόλου*. (Bischof σε Piattelli-Palmarini, 1980, σελ. 233).

Επιπλέον, ο κρίσιμος ρεαλισμός διακρίνει μεταξύ του προαναφερθέντος αντικειμενικού κόσμου και του «*φαινομενικού κόσμου*», δηλαδή του κόσμου στον οποίο τα άτομα ζουν, κατασκευάζουν τις εμπειρίες τους και παράγουν τα εννοιολογικά κατασκευάσματά τους. Μπορεί να υπάρχει μια αντίστοιχη σχέση μεταξύ τους, αλλά είναι οντολογικά διαφορετικοί. Ο αφελής ρεαλισμός συγχέει και τους δύο. Σημαντική ανησυχία του Bischof ήταν ότι τα προϊόντα της σκέψης μας (εννοιολογικά αντικείμενα του Piaget) φανερώνονται κατά τη διάρκεια της εμπειρίας και ότι αυτά τα προϊόντα μπορούν να παρουσιαστούν σε μας ως «*ακαταμάχητα στοιχεία*» μιας λύσης (στο φαινομενικό κόσμο) που, στο τέλος, παρουσιάζεται ως «*καλή μορφή*» μόνο. Κατά συνέπεια, λαμβάνοντας υπόψη αυτήν την διάκριση μεταξύ του φαινομενικού και αντικειμενικού κόσμου, πώς να εξασφαλίσει, στην σύνοψή του ο Piaget, τη σύγκλιση μεταξύ της γνώσης και της πραγματικότητας;

Ο Piaget επανήλθε σε αυτό το σημείο στο κείμενό του *Ύστερες σκέψεις* και σχολίασε πάλι τη σχέση μεταξύ της γνώσης και της πραγματικότητας, τις οποίες τώρα εξέφρασε από την άποψη της απόκλισης. Είπε:

> *Όσον αφορά στον κρίσιμο ρεαλισμό, που ο Bischof αναλύει τόσο καλά, και τα χαρακτηριστικά της βέλτιστης (αλλά ποτέ πλήρους) προσαρμογής της γνώσης, σκέφτομαι ότι συμφωνώ γενικά με τις εκτιμήσεις του Bischof, με την εξαίρεση ίσως ένα σημαντικού σημείου. Ο Bischof, εάν τον καταλαβαίνω σωστά, σκέφτεται ότι το αντικείμενο δεν επιτυγχάνεται ποτέ εντελώς. Παραμένει ένα όριο, και μιλά εν προκειμένω για μια ασυμπτωτική πρόοδο. Αλλά το πρόβλημα είναι να είναι γνωστό εάν αυτό το όριο επιτρέπει τη σύγκλιση ή την απόκλιση. Πιστεύω ότι η πρόοδος είναι διάφορη υπό την έννοια ότι το αντικείμενο μετασχηματίζεται όσο εσωκλείεται στην γνώση. Τώρα, αυτό με κάνει να διαφοροποιηθώ ακόμα περισσότερο από το «αφελή ρεαλισμό στον οποίο ο Bischof φοβάται ότι η*

χρησιμοποίηση των μηχανισμών της δύναμης ισορροπίας με οδήγησε. (Piaget σε piattelli-Palmarini, 1980, Σ. 283-284)

Βλέπουμε έπειτα ότι στην απάντησή του στον Thom, ο Piaget ομιλεί για τη σύγκλιση. Τώρα, στα σχόλιά του στον Bischof μιλά για την απόκλιση. Δεν θεωρούμε αυτές τις απαντήσεις σαν αντιφατικές, αλλά σαν μια πρόσθετη ακρίβεια που ο Piaget επέφερε την επιστημολογία του. Μια κονστρουκτιβιστική προσέγγιση που υιοθετεί μια ρεαλιστική οντολογία που δεν μπορεί να πει τίποτα για το πόσο κοντά είμαστε στην πραγματικότητα. Η απάντηση στον Thom απεικονίζει, νομίζω, το γεγονός ότι σε ένα τέτοιο πλαίσιο κάποιος *αναμένει* οι κατασκευές του ατόμου να είναι κοντά στην πραγματικότητα. Η απάντηση στον Bischof εκφράζει τη συνειδητοποίηση ότι η *άβυσσος* μεταξύ της πραγματικότητας και των εννοιολογικών κατασκευών του ατόμου που γίνονται στο φαινομενικό κόσμο είναι ουσιαστικά αδύνατο να καλυφθεί. Η γνώση και η πραγματικότητα, όπως ο Kant θα μπορούσε να πει, παραμένουν χωρισμένες.

Αλλά η συγκλίνουσα /διάφορη θέση του Piaget προς την πραγματικότητα είναι επίσης μια ένδειξη της έντασης που η επιστημολογία του γέννησε ως συνέπεια της υιοθέτησης μιας ρεαλιστικής οντολογίας. Εν γένει, ο Piaget ήρθε αντιμέτωπος με το ακόλουθο δίλημμα:

- *είτε να ακολουθήσει την οντολογία του Kant και να κάνει ότι ο ριζοσπαστικός κονστρουκτιβισμός έκανε μια δεκαετία αργότερα, δηλαδή να εργαστεί μέσα στα όρια ενός Καντιανού νομιναλισμού και με συνέπεια να υποστηρίξει ότι οι κατασκευές των ατόμων δεν μας ενημερώνουν για τα ίδια τα πράγματα*
- *ή να κρατήσει ένα είδος ρεαλιστικής οντολογίας και να προσπαθήσει να εξηγήσει το χάσμα μεταξύ της υποκειμενικής κατασκευής της πραγματικότητας και της αντικειμενικής πραγματικότητας.*

Ο Piaget προτίμησε το τελευταίο. Το έκανε επειδή εκτίμησε τη λογική ανάγκη και λόγω της δέσμευσής του στην ορθολογική σκέψη όπως διαμορφώθηκε από την επιστήμη και τα μαθηματικά. Η πρώτη επιλογή είναι *περισσότερο φιλοσοφική. Η* δεύτερη είναι *περισσότερο μαθηματική.* Το να προτιμήσουμε την πρώτη επιλογή θα ήταν σαν να περιλαμβάνουμε μόνο την *σοφία-φρόνηση*. Το να επιλέξουμε τη δεύτερη θα κολλήσουμε στην *βεβαιότητα.* Αν και Piaget είπε ότι απέρριψε τις α-priori κατηγορίες του Kant, ο ίδιος στη πραγματικότητα ξεκίνησε από την οντολογία του. Αντί της *«φρόνησης-σοφίας»* της φιλοσοφίας, επέλεξε τη *«βεβαιότητα»* των επιστημών.

9.4 Οι αναπαραστάσεις και τα αντικείμενά τους ως πολιτιστικά κατασκευάσματα

Η γενετική επιστημολογία του Piaget δεν αρνήθηκε ποτέ το ρόλο του πολιτισμού στην πορεία της διανοητικής ανάπτυξής .

> *Το πρόβλημα*, είπε, *είναι να καθοριστεί εάν η παρέμβαση των διαυποκειμενικών παραγόντων είναι απαραίτητη για να εξηγήσει την ανάπτυξη της σκέψης (με την οποία εννοεί λογική σκέψη)»* (Piaget, 1967, σελ. 155; Piaget 1968, σελ. 9).

Ο Piaget συλλαμβάνει την έννοια της διαυποκειμενικότητας (και της κοινωνικής συνεργασίας γενικότερα) ως ένα *σύστημα ενεργειών,* και προσπάθησε να δείξει ότι η διαυποκειμενικότητα διέπεται επίσης από τις ίδιες αυστηρές δομές με τη λογική. Κατά συνέπεια, κατέληξε στο συμπέρασμα ότι ο κοινωνικός δεν μπορεί να εξηγήσει στον διανοούμενο και αντίστροφα, επειδή και οι δύο πλαισιώνονται από την ίδια δυναμική των εξελισσόμενων δομών, δηλαδή, από τους νόμους της εξισορρόπησης:

> *Η κοινωνική συνεργασία είναι επίσης ένα σύστημα δράσης, των διαυποκειμενικών ενεργειών και όχι απλά των υποκειμένων, αλλά των ενεργειών εντούτοις, και συνεπώς κάτω από την επίδραση όλων των νόμων που τις χαρακτηρίζουν. Ως εκ τούτου, κάποιος μπορεί να πει ότι οι κοινωνικές ενέργειες που οδηγούν σε συνεργασία διέπονται επίσης από τους νόμους της εξισορρόπησης. (Etudes Sociologiques, σελ. 158, η συνδιαλλαγή μου)*

Η πολιτιστική παράδοση που προέκυψε από την εργασία των ανθρωπολόγων από τις αρχές 20^{ου} αιώνα πρόσφερε μια διαφορετική προοπτική. Κατά συνέπεια, για τον Durkheim και την κοινωνιολογική παράδοση που εμπνέεται από την εργασία του, τα αντικείμενα των αναπαραστάσεών μας συσχετίζονται με τη συνολική πολιτιστική εμπειρία. Οι έννοιες με τις οποίες σκεφτόμαστε, ισχυρίστηκε, είναι εκείνες που μένουν ως παρακαταθήκη στο λεξιλόγιο ενός πολιτισμού. Αυτό το λεξιλόγιο εκφράζει τη συνολική εμπειρία πέρα από το πάντα περιορισμένο διάστημα της δραστηριότητας οποιουδήποτε ατόμου. Είπε:

> *Υπάρχουν μόλις και μετά βίας οποιεσδήποτε λέξεις μεταξύ εκείνων που υιοθετούμε συνήθως, η έννοια των οποίων δεν περνά, σε μια μεγαλύτερη ή μικρότερη έκταση, τα όρια της προσωπικής εμπειρίας μας. Πολύ συχνά ένας όρος εκφράζει πράγματα που δεν έχουμε αντιληφθεί ποτέ ή εμπειρίες που δεν είχαμε ποτέ ή των οποίων δεν είμαστε ποτέ οι μάρτυρες. Ακόμα και όταν ξέρουμε μερικά από τα αντικείμενα που αφορά, είναι μόνο σαν ιδιαίτερα παραδείγματα που χρησιμεύουν για να επεξηγήσουν την ιδέα που δεν θα ήταν σε θέση ποτέ να διαμορφώσουν μόνα τους. Κατά συνέπεια υπάρχει πολλή συμπυκνωμένη γνώση στον κόσμο που δεν συνέλλεξα ποτέ, και που δεν είναι μεμονωμένη*. (Durkheim, 1915, σελ. 483).

Για τον Durkheim το αντικείμενο των αναπαραστάσεων ήταν ένα συλλογικό

αντικείμενο. Φυσικά, μέσα σε αυτό το πλαίσιο, το Καντιανό πρόβλημα της σχέσης μεταξύ του αναπαριστώμενου αντικειμένου και της αναπαράστασής του δεν μπορεί να έχει μια λύση με όρους τα πρότυπα της αντικειμενικότητας που άρχισαν με τον Γαλιλαίο και υιοθετήθηκαν και επεκτάθηκαν στη Φιλοσοφία του Διαφωτισμού τον 18^{ο} αιώνα. Έχει μια λύση, εντούτοις, αλλά απαιτεί την επιστήμη κατά τρόπο διαφορετικό. Απαιτεί την επιστήμη ως έναν από τους διάφορους τρόπους κατανόησης του κόσμου, ως είδος *περισσότερο τέλειας μορφής θρησκευτικής σκέψη* (Durkheim, 1915, σελ. 477).

Η σχέση μεταξύ της αναπαράστασης και των αντικειμένων της πρόκειται ως εκ τούτου να βρεθεί στο είδος της ιδεατότητας που οι κοινωνίες κατασκευάζουν, *γιατί μια κοινωνία δεν μπορεί ούτε να δημιουργηθεί ούτε να αναδημιουργηθεί χωρίς συγχρόνως να δημιουργήσει ένα ιδανικό όπως σημείωσε ο Durkheim*.

Ο Levi-Strauss υποστήριξε μια παρόμοια θέση, αν και δεν συμφώνησε με τη *«χυδαία θέση»* σύμφωνα με την οποία:

> *η μαγική ή θρησκευτική σκέψη θα ήταν ένα μικρότερο στάδιο στην εξέλιξη της επιστημονικής σκέψης. Αντ' αυτού, είδε και τις δύο όπως υπάρχουν με τις δομές τους και πρότεινε ότι πρέπει να τοποθετηθούν παράλληλα*» (Levi-Strauss, 1962).

Μπορούμε πολύ καλά να καταλάβουμε την άρνηση του Piaget να δεχτεί τη θέση του Levi-Strauss σύμφωνα με την οποία:

> *όλες οι πολιτιστικές ομάδες έχουν μια παρόμοια λογική - μια λογική βασισμένη όχι στα δομικά χαρακτηριστικά γνωρίσματα των διαδικασιών αλλά στις σύνθετες και λεπτές αντιθέσεις με τις οποίες οργανώνουμε τον κόσμο μας»* (Levi-Strauss, 1962). Ο Piaget υποστήριξε ότι: «*οι έτσι αποκαλούμενοι πρωτόγονοι πολιτισμοί έχουν φθάσει στο στάδιο που προσδιόρισε ως συγκεκριμένη λειτουργική σκέψη* (Piaget, 1967, Σ. 147-148)

και ότι η διαφωνία του με τον Levi-Strauss θα μπορούσε μόνο πειραματικά να επιλυθεί. Κατά συνέπεια, σε μια συνέντευξη, ο Piaget είπε:

> *Ξοδεύω πολύ χρόνο κατά τη διάρκεια κάθε συζήτησης που έχω με Levi-Strauss επαναλαμβάνοντας ότι ούτε αυτός ούτε εγώ δεν μπορούμε να αποσαφηνίσουμε το θέμα αφαιρετικά. Δεν είναι οι εθνογραφικές έρευνες που θα ξεδιαλύνουν το ζήτημα για μας. Αυτό που χρειάζεται είναι μελέτες στον τομέα αυτό από τους ψυχολόγους που θα χρησιμοποιούν τις μεθόδους έρευνάς μας που θα εξετάσουν τους ενηλίκους.* (Grinevald 1983a, σελ. 75)

Σε αυτό ο Levi-Strauss απαντά :

> *Αυτό που ρωτώ, και διατυπώνω αυτήν την ερώτηση μάλλον αφελώς με εθνολογικούς όρους, είναι εάν οι ερευνητικές τεχνικές του Piaget δεν είναι μάλλον τεχνητές στο χαρακτήρα. Τα πειράματά του οργανώνονται εκ των προτέρων, προκατασκευάζονται, το οποίο δεν μου φαίνεται να είναι ο καλύτερος τρόπος να γίνει κατανοητό το μυαλό σε όλο τον αυθορμητισμό του*. (Grinevald 1983b, σελ. 84)

Υπό μια σημαντική έννοια, η απαίτηση του Levi-Strauss ήταν μια προσπάθεια να προσκληθεί η επιστημολογία για να εξετάσει με έναν αποφασιστικό τρόπο τη γνώση και τις αναπαραστάσεις ως ομοούσιες του πλαισίου και του πολιτισμού. Σαν ανθρωπολόγος που ήταν σε επαφή με τις πολυάριθμες φυλές, κράτησε την πεποίθηση ότι είναι αδύνατο να περιγραφούν όλες τους με την ίδια καθολική ιστορία όπου η λογική θα μπορούσε να αποκαλυφθεί βήμα-βήμα. Φυσικά, σε μια τέτοια προοπτική, όχι μόνο το αντικείμενο της αναπαράστασης αλλά και το πρόβλημα της σχέσης μεταξύ των αναπαραστάσεων και των αναπαριστώμενων αντικειμένων αλλάζουν. Αλλά πώς μπορεί αυτή η σχέση θεωρητικά να θεματοποιηθεί; Ο Levi-Strauss δεν πρόσφερε μια ευθεία απάντηση. Στο επόμενο τμήμα θα σκιαγραφήσουμε την ιστορική επιστημολογία του Marx Wartofsky, η οποία κατασκευάζει την ιδέα της αναπαράστασης σε μια οικεία σχέση με το πολιτιστικό της πλαίσιο.

9.5 Ο WARTOFSKY και οι αναπαραστάσεις

Ο Wartofsky άρχισε με μια ερώτηση που υποστήριξε την εργασία του Vygotsky και του Luria: «*τι είναι αυτό που κάνει την ανθρώπινη γνώση ξεχωριστή;*»

Η απάντηση του Wartofsky ήταν:«*η δυνατότητα να δημιουργεί αναπαραστάσεις*».

Οι αναπαραστάσεις για αυτόν περιελάμβαναν όχι μόνο τους πίνακες, τα σχέδια, τους τύπους αλλά και τα τεχνήματα , τα αντικείμενα και τις ιδέες. Υπό την ευρύτερη έννοιά τους, οι αναπαραστάσεις είναι πολιτιστικά και ιστορικά συντελεσμένοι τρόποι δράσης. Μεσολαβούν σαν μέσα στην ανθρώπινη δραστηριότητα, τα συγκεκριμένα και θεωρητικά τεχνήματα των μορφών αντίληψης μας και γνώσης μας:

> *Τα θεωρητικά τεχνήματα, στις επιστήμες, και τα εικονογραφικά ή λογοτεχνικά, στις τέχνες, αποτελούν a priori μορφές της αντίληψης και της γνώσης μας. Αλλά αντίθετα προς τις ανιστόρητες και παραδοσιακές Καντιανές μορφές , προτείνω αντ' αυτού ότι είμαστε εμείς που δημιουργούμε και μετασχηματίζουμε αυτές τις a priori δομές. Κατά συνέπεια, δεν είναι ούτε οι αμετάβλητες υπερβατικές δομές της κατανόησης, ούτε οι βιολογικά μόνο εξελιγμένες a priori δομές που προκύπτουν στην εξέλιξη των ειδών (όπως, παραδείγματος χάριν, ο Piaget και οι εξελικτικοί επιστημολόγοι προτείνουν). Ο δυναμικός ή γενετικός στρουκτουραλισμός του Piaget παίζει σημαντικό ρόλο εδώ, φυσικά Το γνωμικό του, «καμία γένεση χωρίς δομή, καμία δομή χωρίς γένεση», προτείνει τη διαλεκτική αλληλεπίδραση της πρακτικής εμφάνισης και του μετασχηματισμού των δομών με τη διαμόρφωση της εμπειρίας μας και της σκέψης μας από τις δομές. Αλλά η περιοχή αυτή, της γένεσης, θεωρώ ότι είναι το πλαίσιο της κοινωνικής, πολιτιστικής και επιστημονικής πρακτικής μας, και όχι μόνο αυτό της βιολογικής εξέλιξης του είδους (...) Από μία άποψη, κατόπιν, οι τρόποι μας για την κατανόηση είναι οι ίδιοι τεχνήματα που οι ίδιοι έχουμε δημιουργήσει και έχουμε αλλάξει, χρησιμοποιώντας τις πρώτες ύλες της βιολογικής κληρονομιάς μας.*

Ο Piaget, όπως είδαμε στα προηγούμενα τμήματα, θεώρησε τα αντικείμενα και τα τεχνήματα ως βοηθητικά επιστημολογικά στοιχεία. Μετατόπισε την Αριστοτελική

έμφαση από τα τεχνήματα στις ενέργειες. Ο Wartofsky ενέταξε τις ενέργειες στους τρόπους των κοινωνικών πρακτικών και, επιπλέον, έβαλε τα τεχνήματα πίσω στη γνωστική σκηνή και τόνισε τον επιστημολογικό τους ρόλο .

Η γένεση των αναπαραστάσεων, υποστήριξε, πρέπει να εξεταστεί στις δύο θεμελιώδεις μορφές της ανθρώπινης δραστηριότητας:στην παραγωγή από εμάς πραγμάτων (δηλ., στους τρόπους παραγωγής) και στην αλληλεπίδρασή μας με τα άτομα (δηλ., στους τρόπους των κοινωνικών σχέσεων):

> *Τα εργαλεία και η γλώσσα (...) γίνονται τα βασικά τεχνήματα με τη βοήθεια των οποίων το ανθρώπινο είδος διαφοροποιείται από τα ζώα. Είναι επομένως στην ανάλυση αυτών των βασικών τεχνημάτων που μια θεωρία για την γένεση της αναπαράστασης πρέπει να αναπτυχθεί*. (Wartofsky, 1979, σελ. XVI)

Φυσικά, αυτές οι μορφές ανθρώπινης δραστηριότητας δεν πρόκειται να συλληφθούν σαν χωριστές λειτουργίες. Ούτε εάν θεωρούταν η μία από αυτές σαν λειτουργικό συμπλήρωμα της άλλης. Υπάρχει μια ισχυρή (αν και όχι απαραιτήτως ορατή) σχέση μεταξύ τους. Ένα τέχνημα μπορεί να είναι ένα στοιχείο (υλικό ή διανοητικό) αυτής της παραγωγής. Αλλά αντέχει την ίδια την μορφή της δραστηριότητας του ατόμου:

> *Κατά συνέπεια, οι λόγχες και οι άξονες δεν γίνονται μόνο χάριν του κυνηγιού και της κοπής, αλλά την ίδια ώρα αντιπροσωπεύουν και τη μέθοδο κατασκευής τους και τις δραστηριότητες του κυνηγιού των ζώων ή του τεμαχισμού του ξύλου.*

Αμοιβαία, οι δραστηριότητες των ατόμων είναι γενικά οργανωμένες με το σκεπτικό των τεχνημάτων. Κατά συνέπεια, θα οργανώσουμε τις ενέργειές μας διαφορετικά κατά την κατασκευή ενός ρόμβου χρησιμοποιώντας μολύβι και χαρτί και διαφορετικά με την χρήση ενός λογισμικού υπολογιστών.

Στην επιστημολογία του Wartofsky η Καντιανή ερώτηση για το «*πώς είναι η αναπαράσταση δυνατή;*» αντικαθίσταται από τη νέα ερώτηση «*με ποια μέσα, και στην πορεία ποιας δραστηριότητας [η αναπαράσταση] πραγματοποιείται;*». Πώς, εντούτοις, μπορεί το πρόβλημα της αντικειμενικότητας της γνώσης να εξεταστεί εδώ;

> *Αυτό που προτείνω εδώ, μόνο προγραμματικά και σκιαγραφώντας το, είναι αυτό που θα χαρακτήριζα ως ιστορικό-υλιστική θεωρία της γένεσης της θεωρίας, ή των θεωρητικών γνωστικών πράξεων. Η προφανής εργαλιακότητα της αλήθειας σε τέτοια θεώρηση, όπως την έθεσα εμπρός εδώ, αντικαθίσταται έπειτα από μια ρεαλιστική έμφαση : Σαν αναπαράσταση με κάποια συμβολική μορφή ενός τρόπου δράσης ή πρακτικής, ο θεωρητικός σχηματισμός έχει την αλήθεια-αξία του στην επάρκεια της αναπαράστασης:δηλ. στην πρακτική του συμμόρφωση σε έναν επιτυχή τρόπο δραστηριότητας, που θεσμοποιεί, ας πούμε, την αναπαράσταση. Δεν είναι , επομένως, η αμεσολάβητη αναπαράσταση κάποιας εξωτερικής παρούσας κατάστασης, αλλά μάλλον μια διαμεσολαβούσα από την πρακτική ή τον τρόπο της δράσης την οποία αναπαριστά . Η καθαρή εξωτερικότητα μιας παρούσας κατάστασης γίνεται «αντικειμενική» για μας, κατόπιν, μόνο με την διαμεσολάβηση της πρακτική μας. Το τι μπορούμε να*

> *ξέρουμε επομένως ρυθμίζεται πάντα από τον τρόπο που ερχόμαστε να το γνωρίσουμε. Από μία άποψη, η γνώση μας του «εξωτερικού» κόσμου είναι μια γνώση για αυτά που είναι τροποποιήσιμα με αυτή την εξωτερικότητα , στο τι επιφέρουμε επάνω τους και στην παρέμβαση μας σε αυτά.* (Wartofsky, *op. cit*, σελ. 136)

Βλέπουμε έπειτα ότι, στην επιστημολογία του Wartofsky, τα άτομα βλέπουνε πως τοποθετούνται σε ένα ανεξάρτητα υπάρχον περιβάλλον. Εντούτοις, αυτό το περιβάλλον εμφανίζεται στα άτομα να διαμεσολαβείτε από τις αναπαραστάσεις. Το αντικείμενο των αναπαραστάσεων με αυτόν τον τρόπο διακρίνεται σαφώς από το ίδιο το πράγμα, το «*πραγματικό*» αντικείμενο που χτυπά τις αισθήσεις μας. Οι μορφές αντίληψής μας - ή η ικανότητα της λογικότητάς μας, όπως ο Kant θα είχε βάλει το θέμα, δημιουργεί ένα αγεφύρωτο χάσμα μεταξύ του ίδιου του πράγματος και το τι ξέρουμε από αυτό. Βεβαίως, λαμβάνοντας αυτή τη θεωρητική θέση, η ιστορική επιστημολογία έρχεται κοντά στην επιστημολογία του Kant και αυτήν που υιοθετείται από το ριζοσπαστικό κονστρουκτιβισμό και απομακρύνεται από τη γενετική επιστημολογία του Piaget. Εντούτοις, η επιστημολογία του Wartofsky έχει αφετηρία αυτήν του Kant, δεδομένου ότι η ικανότητα της λογικότητας έγινε δεκτή από τον Kant ως αναπόσπαστο μέρος της αρχιτεκτονικής του μυαλού. Για τον Wartofsky, αντίθετα, η ανθρώπινη ικανότητα της λογικότητας (δηλ. οι τρόποι αντίληψής μας) είναι ιστορικά και πολιτιστικά συντελεσμένες. Με τα φυσικά μας όργανα παράγουμε τις αναπαραστάσεις που έρχονται να ενσωματωθούν με τις μορφές αντίληψης μας και γνώσης μας μέχρι το σημείο που το τι αντιλαμβανόμαστε είναι ήδη ένας κόσμος που έχει «μολυνθεί» με το ιστορικό χρώμα των ανθρώπινων αναγκών και των προθέσεων.

Κατά συνέπεια, αντί ενός *«συναισθηματικού σχετικισμού»* (Goody, 2000, σελ. 137), ή αντί ενός ριζοσπαστικού σχετικισμού, όπου *«όλα πηγαίνουν»* (Putnam, 1981), η αντικειμενική γνώση και η αλήθεια ενσωματώνονται στον πολιτισμό, στους τρόπους παραγωγής και στις κοινωνικές μορφές αλληλεπίδρασης. Η «*αλήθεια*» και «*η αντικειμενικότητα*» που προτείνεται από την επιστημολογία του Wartofsky δεν είναι υπερβατικές οντότητες.

Βρίσκουν την υποστήριξή τους στην επάρκεια των αναπαραστάσεων και στη συμμόρφωση και την επιτυχία των τελευταίων από την άποψη των θεσμοποιημένων δραστηριοτήτων. Η επαλήθευση στην οποία η γνώση και η αναπαράσταση της πρέπει να υποβληθούν βρίσκουν τώρα την κανονιστικότητα τους στους πολιτιστικούς θεσμούς που χρησιμεύουν ως το υπόβαθρο των δραστηριοτήτων των ατόμων. Η κανονιστικότητα δεν είναι πλέον ένας από τους νόμους της βιολογικής εξισορρόπησης και των εποικοδομητικών εννοιολογικών αυτορρυθμίσεων που οδηγούν στην παραγωγική ανάγκη. Η κανονιστικότητα πρέπει να γίνει κατανοητή ως ένα εύκαμπτο, τοποθετημένο και ιστορικό κατασκεύασμα. Δυστυχώς, ο Wartofsky δεν ανέπτυξε αυτό το σημείο περαιτέρω. Και είναι εμφανές ότι πρέπει να συλλογιστούμε πολύ περισσότερο σε αυτό. Ειδικότερα, πρέπει να καταλάβουμε καλύτερα πώς οι πολιτισμοί παράγουν δυναμικά τα κανονιστικά στοιχεία και πώς, στο διάστημα που ανοίγει από τα κανονιστικά στοιχεία, θεσμοποιούνται οι επιστημονικές και μαθηματικές θεωρίες. Οπωσδήποτε, μπροστά στο δίλημμα στο

οποίο ο Piaget ήρθε αντιμέτωπος, ο Wartofsky έπρεπε να κάνει επίσης μια επιλογή. Η δική του δεν ήταν η βεβαιότητα. Ήταν η φρόνηση-σοφία.

9.6 Τελικές παρατηρήσεις

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάστηκαν οι διαφορετικές συλλήψεις για το αντικείμενο των αναπαραστάσεων. Η ερώτηση παρακινήθηκε από μια πρακτική ανησυχία: την εξάπλωση των νέων μορφών αναπαράστασης της γνώσης που συνδέονται με την αυξανόμενη χρήση των νέων τεχνολογιών της σημειωτικής δραστηριότητας. Το μέχρι πρότινος σχήμα του μαθηματικού κειμένου που βασιζόταν στις προτάσεις των γραπτών παραδόσεων γίνεται τώρα μέρος μεγαλύτερων διαδικασιών της εξαντικειμενίκευσης της μαθηματικής γνώσης (Radford, 2000) όπου άλλα είδη αναπαράστασης της γνώσης είναι δυνατά ασυσχέτιστα και τεχνηματικά δημιουργημένα. Εντούτοις, οι αλλαγές στους τρόπους αναπαράστασης της γνώσης δεν έρχονται χωρίς την έγερση ενός λεπτού προβλήματος, δηλαδή το πρόβλημα της *νομιμότητας.* Πρέπει να το καταλάβουμε ως πρόβλημα που έχει δύο διαφορετικές αν και σχετικές πτυχές, μία *πολιτική* και μία *επιστημολογική*.

Από την πολιτική πτυχή (από την ελληνική λέξη *polis) εννοούμε* εδώ μια πτυχή σχετική με τις κοινωνικές ενέργειες που μεταφέρουν μια διάκριση μεταξύ του τι είναι καλό και τι δεν είναι. Κατά συνέπεια, η χρήση του γραπτού κειμένου καταδικάστηκε από τους Πυθαγορείους, οι οποίοι ευνόησαν την χρήση του προφορικού λόγου. Παρόμοια μάταιο, και όχι πολύ παλιά, ήταν το θέμα της χρήσης αριθμομηχανής στην τάξη. Ήταν ακόμα ένα ζήτημα διαφωνίας. Τώρα πια δεν τίθεται τέτοιου είδους συζήτηση. Τα γραπτά κείμενα στα χρόνια του Πλάτωνα και η αριθμομηχανή στα δικά μας ήταν ιδιαίτερα αμφισβητούμενα από την άποψη της νομιμότητάς τους να αναπαριστούν και να αντικειμενικοποιούν την γνώση.

Από μια επιστημολογική πτυχή, εννοούμε τον τρόπο με τον οποίο τα αντικείμενα της γνώσης γίνονται γνωστά. Αλλά, όπως ο Kant παρατήρησε, το πώς ένα αντικείμενο γίνεται γνωστό εξαρτάται από τον τρόπο με τον οποίο το αντικείμενο *γίνεται αισθητό ή παρουσιάζεται* σε μας, πώς έχει επιπτώσεις σε μας. Για να εκφράσει αυτή την επίπτωση της αισθαντικότητάς μας από το αντικείμενο χρησιμοποίησε τη λέξη *αισθητική,* όχι όπως σχετίζεται με την ομορφιά αλλά με την ετυμολογική της ερμηνεία, *της αίσθησης,* δηλαδή της αισθητηριακής αντίληψης. Μπορούμε να δούμε, κατόπιν, ότι αντιμετωπίζοντας το πρόβλημα της αναπαράστασης της γνώσης, δεν είναι δυνατό να χωρίσει η πολιτική από την επιστημολογική πτυχή. Αλλά το τι εδώ θελήσαμε να εξερευνήσουμε ήταν κάτι που κρύβεται κάτω από το πρόβλημα της αναπαράστασης της γνώσης και που συχνά παραμένει υπονοούμενο, δηλαδή, αυτό το οποίο υποθέτουμε ότι είναι η φύση των μαθηματικών αντικειμένων. Με άλλα λόγια, η *οντολογική τους* θέση. Δεν μπορούμε να εξετάσουμε το πρόβλημα της αναπαράστασης της γνώσης χωρίς να εξετάσουμε την οντολογική της διάσταση.

Αρχίσαμε με τον Kant επειδή είναι αδύνατο να γίνουν κατανοητοί οι Piaget και Wartofsky χωρίς την κατανόηση του τρόπου με τον οποίο ο Kant δημιούργησε και προσπάθησε να λύσει το πρόβλημα της γνώσης. Φυσικά, η γενετική επιστημολογία

του Piaget είχε μια αξιοπρόσεκτη επιρροή στην διδασκαλία των μαθηματικών. Είναι μια από τις καλύτερα πραγματοποιημένες σύγχρονες επιστημολογικές πραγματεύσεις. Είδαμε πώς ο Piaget πλησίασε αλλά και είχε σαν αφετηρία τον Kant. Η ερμηνεία που πραγματοποιήθηκε για την οντολογία του Piaget είναι διαφορετική από αυτήν του von Glasersfeld, ο οποίος είπε ότι η *Η θέση του Piaget είναι λίγο διφορούμενη. Παρά την σημαντική συνεισφορά που έχει στον κονστρουκτιβισμό, έχει πάντα μια τάση για μεταφυσικό ρεαλισμό*. (1988, σελ. 27; η συνδιαλλαγή μου).

Ο Wartofksy επηρεάζεται από τους Kant και Piaget αλλά είχε και τους δύο σαν αφετηρία. Θεωρώντας τη βασική Πιαζετιανή έννοια *της δράσης* από μια ιστορική και πολιτιστική άποψη, και επανατοποθετώντας τα τεχνήματα στο κέντρο της ανθρώπινης δραστηριότητας, η επιστημολογία του Wartofsky προσφέρει μια πλούσια λεωφόρο για να θεωρητικολογήσει το πρόβλημα της αναπαράστασης της γνώσης. Η πραγματοποίηση της διατύπωσης αυτής της θεωρίας παρόλα αυτά περιλαμβάνει μια αλλαγή της προοπτικής σχετικά με την οντολογική θέση των μαθηματικών και εννοιολογικών αντικειμένων γενικά. Και, ως τμήμα των Durkheim και Levi-Strauss που αναφέρθηκε, αυτή η αλλαγή της προοπτικής δεν είναι εύκολη δεδομένου ότι, στο τέλος, υπονοεί τις αλλαγές που έχουν τις ρίζες τους στις βασικές υποθέσεις που λαμβάνονται για δεδομένες. Από αυτή την άποψη, η δέσμευση του Piaget για την επιστημονική μέθοδο, που για αυτόν καθόρισε σαφή σύνορα μεταξύ της φιλοσοφίας και των επιστημών και μια διάκριση μεταξύ της φρόνησης και της βεβαιότητας, είναι αποκαλυπτική. Δεν υποστηρίζεται, εντούτοις, ότι για να βρεθεί η απάντηση στην ερώτηση με την οποία αρχίσαμε αυτό το άρθρο, δηλαδή, «*τι είναι αυτό που οι αναπαραστάσεις αντιπροσωπεύουν;*», πρέπει να αποφύγουμε οποιαδήποτε προσφυγή στις βασικές υποθέσεις. Η σκέψη και η κατανόηση εξαρτώνται από τις υποθέσεις. Γι' αυτό δεν υπάρχει μια μοναδική απάντηση στην προαναφερθείσα ερώτηση γιατί η απάντηση θα εξαρτηθεί από τα οντολογικά θέματα που υποστηρίζονται στη συνέχεια από τις βασικές υποθέσεις. Μια κρίσιμη θέση προς το αντικείμενο των αναπαραστάσεων δεν απαιτεί από μας να αφαιρέσουμε απαραιτήτως τις υποθέσεις. Μάλλον απαιτεί από μας μια συνειδητοποίηση των υποθέσεων που κάνουμε.

10 Η ΗΘΙΚΗ ΤΗΣ ΥΠΑΡΞΗΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΓΝΩΣΗΣ: ΠΡΟΣ ΜΙΑ ΠΟΛΙΤΙΣΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΕΚΜΑΘΗΣΗΣ

10.1 Θεωρίες διδασκαλίας και μάθησης

Οι θεωρίες διδασκαλίας και μάθησης διαφέρουν μεταξύ τους κυρίως στις συλλήψεις τους για: **(α)** το περιεχόμενο που μαθαίνεται **(β)** τον μαθητή και **(γ)**το πώς η μάθηση εμφανίζεται πραγματικά.

Σχετικά με το τρίτο σημείο, οι περισσότερες σύγχρονες θεωρίες έχουν υιοθετήσει την άποψη σύμφωνα με την οποία ο μαθητής κατασκευάζει τη γνώση του (Lesh, Doerr, Carmona, & Hjalmarson, 2003). Αν και, στα λεγόμενά τους για την μάθηση, αυτές οι θεωρίες δεν αποκλείουν απαραίτητα το ρόλο του κοινωνικού, η κοινωνική διάσταση για τη γνώση μειώνεται συχνά σε ένα είδος εξωτερικού περιβάλλοντος στο οποίο η γνωστική δραστηριότητα του μαθητή πρέπει να προσαρμοστεί. Σε αυτές τις θεωρίες, υποτίθενται καθολικοί μηχανισμοί σχηματισμού της γνώσης -π.χ., οι λογικό-μαθηματικές δομές της σκέψης στη γενετική επιστημολογία του Piaget- για τα υποθετικά καθολικά σχέδια της εννοιολογικής ανάπτυξης. Εντούτοις, η πρόσφατη έρευνα στην ψυχολογία, την ανθρωπολογία και άλλα αντικείμενα έχει επισημάνει τη βασισμένη στα συμφραζόμενα φύση της γνώσης και της ύπαρξης (de Haan, 1999 Lave, 1988 Radford, 1997, 2003a, 2008 Shweder και LeVine, 1984). Τι αυτή η έρευνα καθιστά σαφές είναι ότι η γνώση είναι πιο σύνθετη από ότι οι τυποποιημένες προσαρμοστικές επιστημολογίες έχουν οικεία: τα πολιτιστικά περιβάλλοντα πράγματι διαδραματίζουν έναν σημαντικό ρόλο για τους τρόπους που ερχόμαστε να γνωρίσουμε και να είμαστε.

Όσον αφορά το δεύτερο σημείο, τις περισσότερες φορές , οι θεωρίες που εξηγούν τη μάθηση με προσαρμοστικούς όρους αφορούν την ίδια την ιδέα του προς μάθηση αντικειμένου-μια εγγενή ορθολογική αυτοτροφοδοτούμενη ωρίμανση, όπως την ερμηνεύει και εξειδικεύει το ηθικά ουδέτερο περιβάλλον ανάδρασης.. Αυτή η σύλληψη του προς μάθηση θέματος οδηγεί σε μια στενή ιδέα του αρχαρίου που ο Καναδός ψυχολόγος Jack Martin περιγράφει στους ακόλουθους όρους:ένα αυτορρυθμιζόμενο άτομο του οποίου *«οι περισσότεροι ζωτικής σημασίας πόροι είναι προφανώς διαθέσιμοι μέσα στην αποσυνδεμένη εσωτερικότητά του . . . ένα άτομο που ξέρει ήδη την δουλειά του, κάποιος που απαιτεί μόνο έναν χρησιμοθηρικό καλωπισμό για να κοινωνικοποιηθεί πλήρως και να δεσμευθεί διανοητικώς "* (Martin, 2004, σελ. 197). Με λίγα λόγια, το τι αυτές οι θεωρίες πρεσβεύουν είναι η προβληματική ιδέα ενός αρχαρίου που «φυσικά» ενεργεί μ' έναν επιστημονικό ορθολογικό και με επίγνωση τρόπο.

Τελευταίο αλλά όχι ασήμαντο, οι προσαρμοστικές εξηγήσεις των μηχανισμών εκμάθησης οδηγούν στις σημαντικές δυσκολίες σχετικά με τον τύπο γνώσης που παράγεται από την προσαρμογή. Πράγματι, οι γνωστικοί ρυθμιστικοί μηχανισμοί της προσαρμογής συλλαμβάνονται συνήθως με βιολογικούς όρους, με τον περιφερειακό χώρο για τις πολιτιστικές εκτιμήσεις, που οδηγούν σε ανιστόρητους και απολιτιστικούς απολογισμούς της γνώσης. Συχνά, οι βιολογικές εγκαταστάσεις

συμπληρώνονται με μια υποκειμενική ερμηνεία της εμπειρίας της σφαίρας του ατόμου. Το αποτέλεσμα είναι μια υποκειμενική ερμηνεία παραγωγής της γνώσης. Το καλύτερο παράδειγμα είναι ίσως ο ριζοσπαστικός κονστρουκτιβισμός. Θεωρητικά αυτή η γνώση αποτελείται μόνο από *προσωπικά* βιώσιμα κατασκευάσματα. Για πολλούς, εντούτοις, αυτή η κίνηση είναι μη πειστική:αφ' ενός, η ιδέα της προσωπικής βιωσιμότητας της γνώσης οδηγεί στο αναπόφευκτο πρόβλημα του σολιψισμού. (Lerman, 1996) Αφ' ετέρου ο ριζοσπαστικός κονστρουκτιβισμός σταματά την οντολογία (οποιουδήποτε είδους) και προϋποθέτει την *υποκειμενική* εμπειρική σφαίρα ως όρια του λόγου και της γνώσης.

Στο εκπαιδευτικό επίπεδο, ο ριζοσπαστικός κονστρουκτιβισμός έχει επικριθεί, μεταξύ άλλων, για την αποτυχία του να λογαριάσει την ασυμμετρική διανομή της γνώσης μέσα στην τάξη. Σε μια πρόσφατη πλήρη διάλεξη, ο Brousseau (2004) υποστήριξε ότι *«Μέσα στη διδακτική, ο ριζοσπαστικός κονστρουκτιβισμός είναι μια γελοιότητα»*. Αυτό που ο Brousseau βρίσκει γελοίο στην θέση του ριζοσπαστικού κονστρουκτιβισμού δεν είναι η αξίωση ότι η νομιμοποιημένη γνώση μπορεί μόνο να είναι το αποτέλεσμα του επιτεύγματος και των πράξεων του ατόμου. Αυτό που βρίσκει λανθασμένο είναι η ιδέα ότι οι κατασκευές των μαθητών οδηγούν απαραίτητα στη νομιμοποιημένη μορφή μαθηματικής γνώσης (le savoir savant). Δεδομένου ότι ο Brousseau μπορούσε να παρατηρεί επανειλημμένως τις τάξεις του σχολείου Michelet στο Μπορντώ, τα υποκειμενικά εννοιολογικά κατασκευάσματα των μαθητών προϋποθέτουν ότι μια εξωτερική προοπτική, μεταξύ άλλων, *θεσμοποιεί* τη γνώση που προκύπτει από τη μαθηματική δραστηριότητα της τάξης.

Οι μαθητές δεν μπορούν να γνωρίζουν για την πολιτιστική επιστημολογική θέση, για παράδειγμα, μιας μεθόδου που προκύπτει ως αποτέλεσμα της δραστηριότητας της έρευνάς τους ή, όπως ο Brousseau βάζει το θέμα, οι μαθητές μπορεί να μην ξέρουν ότι ξέρουν. Ο δάσκαλος ως εκ τούτου πρέπει να ενθαρρύνει και να δίνει έμφαση στο είδος των συλλογισμών και τις μεθόδους που εκτιμούνται από την κοινότητα των μαθηματικών.

Αυτά τα λίγα σχόλια παρέχουν μια ιδέα για μερικές από τις θεωρητικές διαφορές στις τρέχουσες προοπτικές στην διδακτική των μαθηματικών. Φυσικά, οι διαφορές μεταξύ των θεωριών είναι λεπτότερες από αυτές που δίδονται εδώ. Το ενδιαφέρον δεν είναι να ερευνηθούν αυτές τις διαφορές. Μάλλον ο στόχος είναι να αναφερθούν μερικά σημεία εστίασης από όπου οι θεωρητικές αυτές διαφορές προκύπτουν.

10.2 Μια μη διανοητική σύλληψη της σκέψης

10.2.1 Η σκέψη ως διαμεσολαβημένη πράξη ενδελεχούς εξέτασης

Χαρακτηριστικά, η σκέψη γίνεται κατανοητή ως είδος εσωτερικής ζωής, μια σειρά διανοητικών διαδικασιών στις ιδέες που πραγματοποιούνται από το άτομο. Αυτή η σύλληψη της σκέψης, ως *«διανοητικής δραστηριότητας»* (de Vega, 1986, σελ. 439), προέρχεται από την ερμηνεία της ελληνικής φιλοσοφίας, από τον Augustine, στο τέλος του τέταρτου αιώνα. Για τον Augustine, οι ιδέες αναφέρονται σε κάτι που βρίσκεται *μέσα στο άτομο,* αντίθετα από την ελληνική παράδοση, όπου ο όρος ιδέα

(eidos) αναφέρεται σε κάτι εξωτερικό. Επηρεασμένοι από τον μετασχηματισμό του ελληνικού όρου του Αυγουστίνου, οι ορθολογιστές του δέκατου έβδομου αιώνα όπως ο Καρτέσιος και ο Leibniz, θεώρησαν ότι τα μαθηματικά θα μπορούσαν να ασκηθούν ακόμη και με κλειστά μάτια. Όπως έβαλε το θέμα ο Leibniz, οι αρχές με τις οποίες πρέπει να καταλάβουμε τα αντικείμενα ή να δούμε τις ιδιότητές τους, οι εσωτερικοί κανόνες του λόγου, είναι *«εσωτερικές αρχές»* δηλαδή είναι μέσα στο εσωτερικό μας (Leibniz, 1704/1966, Σ. 34-37). Οι ανθρωπολόγοι όπως Clifford Geertz έχουν καταδείξει τους περιορισμούς της σύλληψης των ιδεών ως *«πράγματα στο μυαλό»* ή στη σκέψη, ως αποκλειστικά ενδοεγκεφαλική διαδικασία. Ο Geertz (1973) υποστηρίζει ότι *«η αποδεκτή άποψη ότι η διανοητική λειτουργία είναι ουσιαστικά μια ενδοεγκεφαλική διαδικασία, που μπορεί μόνο δευτερευόντως να βοηθηθεί ή να ενισχυθεί από τις διάφορες τεχνητές συσκευές που εκείνη η διαδικασία έχει επιτρέψει στο άτομο να εφεύρει, εμφανίζεται να είναι αρκετά λάθος»* (σελ. 76). Υποστηρίζει ότι *«ο ανθρώπινος εγκέφαλος εξαρτάται λεπτομερώς από τους πολιτιστικούς πόρους για την ίδια την λειτουργία του και εκείνοι οι πόροι δεν είναι, συνεπώς, προσθήκες, αλλά συστατικά δηλ. διανοητική δραστηριότητα»* (σελ. 76).

Η σύλληψη της σκέψης ως είδος εσωτερικής ζωής επιδρά πολύ στην έρευνα για τη γνώση στην διδασκαλία των μαθηματικών. Τα γραπτά ερωτηματολόγια, οι συνεντεύξεις, και οι ασκήσεις σχεδίων έχουν χρησιμοποιηθεί συχνά για να πάρουμε μια ιδέα για το τι συμβαίνει μέσα στον εγκέφαλο. Για να αποφύγουν τις παγίδες αυτής της διανοητικής προσέγγισης, μερικές θεωρίες έχουν απλά απορρίψει οποιεσδήποτε ψυχολογικές εκτιμήσεις. Αποφεύγουν οποιαδήποτε συζήτηση για τα ψυχολογικά κατασκευάσματα.

Η θεωρία της εξαντικειμενίκευσης της γνώσης υιοθετεί μια μη-διανοητική θέση στη σκέψη και τη διανοητική δραστηριότητα. Αυτή η θεωρία προτείνει ότι η σκέψη είναι ένας τύπος μιας κοινωνικής πρακτικής (Wartofsky, 1979), μια πράξη σύλληψης της γνώσης. Για να είμαστε πιο ακριβείς, η σκέψη θεωρείται *μια διαμεσολαβημένη αντανάκλαση σύμφωνα με τη μορφή τον τύπο ή τον τρόπο της δραστηριότητας των ατόμων.*

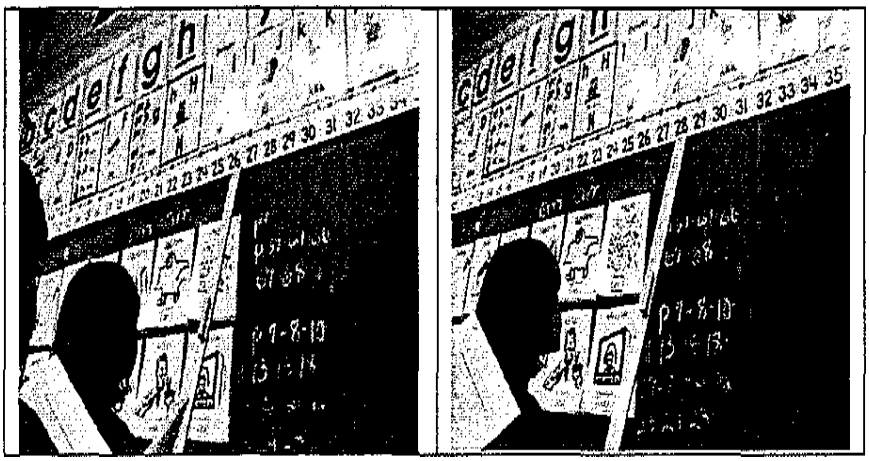
10.2.1.1 Η διαμεσολαβημένη φύση της σκέψης

Η διαμεσολαβούσα φύση της σκέψης αναφέρεται στο ρόλο, με την Βιγκοτσκική έννοια, που παίζουν τα χειροποίητα αντικείμενα (αντικείμενα, όργανα, συστήματα σημείων, κ.λπ.) στην πραγματοποίηση της κοινωνικής πρακτικής (Bartolini Bussi & Mariotti, 2008). Τα χειροποίητα αντικείμενα δεν βοηθούν μόνο στη σκέψη ούτε είναι απλοί ενισχυτές, αλλά είναι μάλλον συστατικά και ομοούσια μέρη της σκέψης. Σκεφτόμαστε με και μέσω των πολιτιστικών χειροποίητων αντικειμένων. Το ακόλουθο παράδειγμα θα βοηθήσει στην διευκρίνιση αυτής της ιδέας.

Σε μια αίθουσα της πρώτης τάξης στο δημοτικό σχολείο, οι μαθητές έπρεπε να λύσουν ένα πρόβλημα για μια αριθμητική ακολουθία. Ο δάσκαλος εισήγαγε το πρόβλημα μέσω μιας ιστορίας στην οποία ένας σκίουρος, στο τέλος του καλοκαιριού, φέρνει δύο καρύδια στη νέα φωλιά του καθημερινά σαν προετοιμασία για τον ερχόμενο χειμώνα. Στο ένα μέρος του προβλήματος, οι μαθητές έπρεπε να

καθορίσουν πόσα καρύδια ο σκίουρος είχε συλλέξει στη φωλιά του μέχρι το τέλος της δέκατης ημέρας, λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι υπήρχαν ήδη 8 καρύδια στη φωλιά όταν τη βρήκε ο σκίουρος και ότι ο σκίουρος δεν έφαγε ποτέ καρύδια από τα χειμερινά του αποθέματα. Η Χριστίνα, μία από τις μαθήτριες, άρχισε να μετρά δύο-δύο: *«δέκα, δώδεκα, δεκατέσσερα, δέκα έξι»*. Όταν παρατήρησε ότι δεν παρακολουθούσε τον αριθμό ημερών που είχε περάσει, άρχισε την αρίθμηση πάλι. Εντούτοις, το να κάνει τα πράγματα ταυτόχρονα ήταν ένας αρκετά δύσκολος στόχος. Απευθυνόμενη στο Michael, το ζευγάρι της στην ομάδα, η Χριστίνα είπε, *«ας το κάνουμε μαζί»!* Ενώ η υπόλοιπη τάξη συνέχισε να εργάζεται στο πρόβλημα σε μικρές ομάδες, η Χριστίνα και ο Michael πήγαν στον πίνακα και, με τη χρήση ενός μεγάλου ξύλινου χάρακα, η Χριστίνα άρχισε να μετρά δύο-δύο ενώ ο Michael μετρούσε δυνατά τις ημέρες.

Στο σχήμα 1(αριστερά), όταν ο Michael λέει «εννέα» η Χριστίνα με έναν ξύλινο χάρακα δείχνει τον αριθμό 26 σε μια γραμμή με αριθμούς που βρίσκεται στο επάνω μέρος του πίνακα, που είναι ο αριθμός καρυδιών που ο σκίουρος είχε συλλέξει μέχρι την ημέρα 9. Στο σχήμα 1 (δεξιά), ο Michael, που συνέχισε να μετράει τις ημέρες, λέει «δέκα,» ενώ η Χριστίνα κινεί τον χάρακα προς τα δεξιά και δείχνει τον αριθμό 28, βρίσκοντας με αυτόν τον τρόπο την απάντηση στην ερώτηση.



Σχήμα 1 (αριστερά) Ο Michael λέει 9 και η Χριστίνα δείχνει τον αριθμό 26
(δεξιά) Ο Michael λέει 10 και η Χριστίνα δείχνει τον αριθμό 28

Ο ξύλινος χάρακας, η γραμμή με τους αριθμούς, τα μαθηματικά σημεία στο κομμάτι του χαρτιού που ο Michael κρατά ψηλά όπως διαβάζει πίσω από τη Χριστίνα, όλα είναι χειροποίητα αντικείμενα που δια*μεσολαβούν στη* σκέψη. Είναι μόνο βοηθητικά αντικείμενα: ο διαμεσολαβητικός τους ρόλος είναι τέτοιος ώστε να *προσανατολίζουν* και να *υλοποιούν* τη σκέψη και μ' αυτόν τον τρόπο γίνονται *ακέραιο* μέρος της. Πράγματι, σύμφωνα με τη θεωρία που υποστηρίζεται εδώ, η σκέψη της Χριστίνας και του Michael δεν είναι κάτι που εμφανίζεται μόνο στο διανοητικό τους πεδίο. Η σκέψη εμφανίζεται επίσης κατά μήκος του κοινωνικού πεδίου, σε μια περιοχή που, που παραφράζοντας τον Volosinov (1973), ονομάζεται *έδαφος της σκέψης των χειροποίητων αντικειμένων*. Είναι μέσα σε αυτή τη περιοχή

που η υποκειμενικότητα και η πολιτιστική αντικειμενικότητα επικαλύπτονται αμοιβαία και όπου το μυαλό επεκτείνεται πέρα από το σώμα (Wertsch, 1991).

10.2.1.2 Η Σκέψη ως στοχασμός

Η αυτοπαθής φύση της σκέψης σημαίνει ότι η μεμονωμένη σκέψη δεν είναι ούτε η απλή αφομοίωση μιας εξωτερικής πραγματικότητας (όπως οι Εμπειριστές και οι συμπεριφοριστές προτείνουν) ούτε ex nihilo (απ' το τίποτα) κατασκευή (όπως ορισμένες σχολές δομιστών προτείνουν). Η σκέψη είναι επανάκαμψη, δηλαδή μια διαλεκτική μετακίνηση μεταξύ μιας ιστορικά και πολιτιστικά συντελεσμένης πραγματικότητας και ενός ατόμου που την διαθλά (καθώς επίσης και την τροποποιεί) σύμφωνα με τις υποκειμενικές ερμηνείες, τις ενέργειες και τα συναισθήματά του.

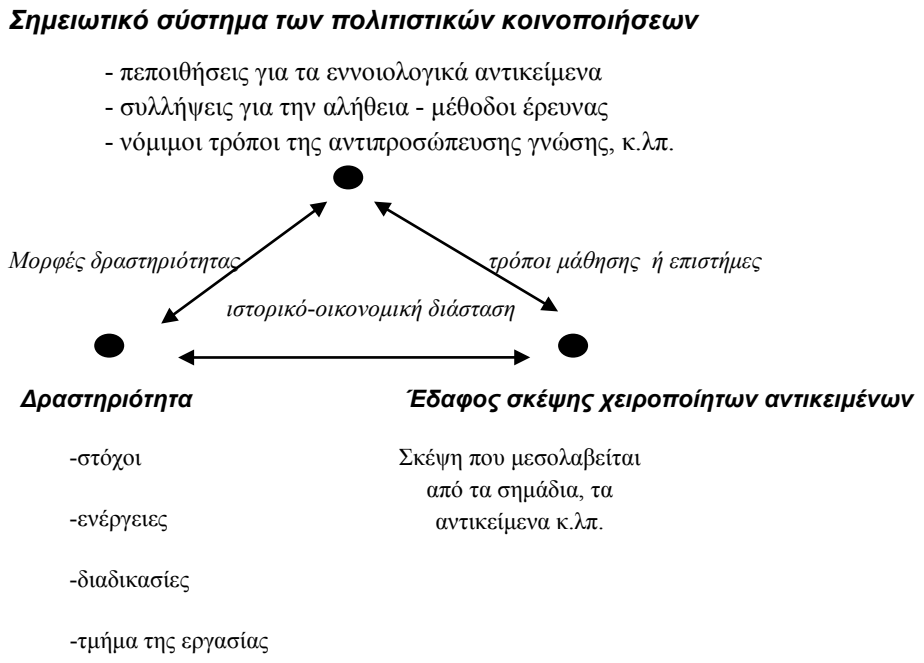
Ένας από τους ρόλους του πολιτισμού είναι να προτείνει στους μαθητές τρόπους για να αντιληφθούν την πραγματικότητα και τα φαινόμενά της:κυριολεκτικά, τρόπους προθετικότητας *(mangers de viser),* όπως ο Merleau-Ponty (1945) θα έλεγε, ή τρόπους διαισθαντικότητας, όπως ο Husserl (1931) θα παρατηρούσε. Με γενικότερους όρους, ο επαναδιαλογισμός της σκέψης, από φυλογενετική άποψη, συντελείται στα άτομα με τη σκέψη και με τα αντικείμενα που η σκέψη δημιουργεί. Εντούτοις, συγχρόνως, από οντογενετική άποψη, η σκέψη στα άτομα, εξαρχής εντάσσεται στην πολιτιστική πραγματικότητά τους και από τις ιστορικά διαμορφωμένες έννοιες που αντιμετωπίζουν στο περιβάλλον τους. Γι' αυτό προσανατολίζουμε την σκέψη, αλλά συγχρόνως εντασσόμαστε σ' αυτήν (Eagleton, 1997).

10.2.2 Η ανθρωπολογική διάσταση της σκέψης

Η σκέψη δεν παράγεται μόνο κατά τη διάρκεια της ανθρώπινης δραστηριότητας. Ο τύπος της δραστηριότητας αποτυπώνει το σημάδι του στη σκέψη και στο προϊόν της-δηλ., τη γνώση. Τώρα, η μορφή που όλη η δραστηριότητα λαμβάνει εξαρτάται από *συμβολικές υπερδομές.* Αυτές οι συμβολικές υπερδομές, τα ***Σημειωτικά Πολιτιστικά Συστήματα***(Radford 2003a), περιλαμβάνουν τις πολιτιστικές συλλήψεις που περιβάλλουν τα μαθηματικά αντικείμενα (τη φύση τους, τον τρόπο ύπαρξή τους, τη σχέση τους με τον υλικό κόσμο, κ.λπ.) και τις κοινωνικές τάσεις παραγωγής νοήματος (δείτε το σχήμα 2). Στην αλληλεπίδρασή τους με τις δραστηριότητες (τα αντικείμενα, τις ενέργειες, τον καταμερισμό της εργασίας κ.λπ.) και με το έδαφος της σκέψης που δημιουργεί χειροποίητα αντικείμενα, τα *Σημειωτικά Πολιτιστικά Συστήματα αναδεικνύουν*, αφ' ενός, τις μορφές ή τους *τρόπους των δραστηριοτήτων,* και, αφ' ετέρου, τους συγκεκριμένους *τρόπους μάθησης* ή *επιστήμες* (Foucault, 1966). Ενώ η πρώτη αλληλεπίδραση δίνει αφορμή για τους ιδιαίτερους τρόπους με τους οποίους οι δραστηριότητες πραγματοποιούνται σε μια ορισμένη ιστορική στιγμή, η δεύτερη αλληλεπίδραση δίνει την αφορμή σε συγκεκριμένους τρόπους μάθησης που επιτρέπουν τον προσδιορισμό των *«ενδιαφερόντων»* καταστάσεων ή προβλημάτων και των μεθόδων, του συλλογισμού, των στοιχείων, κ.λπ. που θα θεωρηθούν ότι

έχουν πολιτιστική εγκυρότητα.

Εδώ είναι ένα παράδειγμα. Η διαφορά μεταξύ της σκέψης ενός γραφέα των Βαβυλωνίων και αυτής ενός Έλληνα γεωμέτρη δεν μπορεί να μειωθεί μόνο στα είδη προβλημάτων με τα οποία ασχολήθηκαν ή στα χειροποίητα αντικείμενα που χρησιμοποίησαν για να σκεφτούν από μαθηματική άποψη. Η διαφορά μεταξύ των τρόπων τους δεν μπορεί να μειωθεί στο γεγονός ότι ο Βαβυλώνιος γραφέας λειτουργούσε σε ένα πλαίσιο που ήταν δεμένο στην πολιτική και οικονομική διοίκηση, ενώ ο Έλληνας γεωμέτρης σκεφτόταν μέσα σε ένα αριστοκρατικό και φιλοσοφικό πλαίσιο. Η διαφορά μεταξύ της σκέψης του Βαβυλώνιου Μαθηματικού και αυτής του Έλληνα γεωμέτρη έχει να κάνει με το γεγονός ότι καθεμία από αυτές της μορφές σκέψης υποστηρίχτηκε από έναν ιδιαίτερο *συμβολικό εποικοδόμημα.* Η σκέψη του Βαβυλώνιου γραφέα πλαισιώθηκε από έναν ρεαλιστικό πραγματισμό όπου τα μαθηματικά αντικείμενα όπως *«το ορθογώνιο», «το τετράγωνο» κ.α.* αποκτούσαν το νόημά τους. Τα ίδια αντικείμενα ο Έλληνας γεωμέτρης της εποχής του Ευκλείδη τα πλαισίωσε με όρους των Πλατωνικών μορφών ή των Αριστοτελικών αφαιρέσεων



Σχήμα 2. Τα βέλη παρουσιάζουν την αλληλεπίδραση μεταξύ ενός σημειωτικού συστήματος των πολιτιστικών κοινοποιήσεων, της δραστηριότητας και του εδάφους της σκέψης των χειροποίητων αντικειμένων. Η αλληλεπίδραση παράγει τις μορφές δραστηριότητας και τους τρόπους μάθησης στη βάση της συγκεκριμένης ιστορικό-οικονομικής διάστασης. Σε μια διαλεκτική διαδικασία, οι μορφές δραστηριότητας, οι τρόποι μάθησης, και η ιστορικό-οικονομική διάσταση αλλάζουν τις κορυφές του τριγώνου

Ο τρόπος με τον οποίο ο Βαβυλώνιος γραφέας, ο Έλληνας γεωμέτρης και ο abacist της αναγέννησης κατέληξαν να σκέφτονται και να μαθαίνουν τα αντικείμενα της γνώσης, ο τρόπος με τον οποίο αντιμετώπισαν τα προβλήματά τους και τα

έλυσαν, όλα πλαισιώθηκαν από την ίδια την μορφή της δραστηριότητάς τους και της αντίστοιχης πολιτιστικής επιστήμης (Radford, 1997, 2003a, 2003b).

Αντί να βλέπουμε αυτές (και άλλες) ιστορικές και σύγχρονες μορφές μαθηματικής σκέψης ως *«πρωτόγονες»* ή *«ατελείς»* εκδόσεις της τρέχουσας μαθηματικής σκέψης (εθνοκεντρισμός), η ανθρωπολογική διάσταση της θεωρίας της εξαντικειμενίκευσης της γνώσης θεωρεί ότι αυτές οι μορφές ανήκουν σε ιδιαίτερους, γνήσιους τύπους μαθηματικών από μόνες τους.

10.3 Οι επιστημολογικές και οντολογικές βάσεις της θεωρίας εξαντικειμενίκευσης της γνώσης

Οποιαδήποτε διδακτική θεωρία, σε κάποια στιγμή (εκτός αν θέλει εθελοντικά να περιοριστεί σε ένα είδος αφελούς θέσης), πρέπει να διευκρινίσει την οντολογική και επιστημολογική θέση της. Η *οντολογική* θέση της συνίσταται στη διευκρίνιση της αίσθησης με την οποία η θεωρία αντιμετωπίζει το θέμα της φύσης των εννοιολογικών αντικειμένων (στην περίπτωσή μας, τη φύση των μαθηματικών αντικειμένων, τις μορφές ύπαρξής τους, κ.λπ.). Η *επιστημολογική* θέση συνίσταται στη διευκρίνιση του τρόπου με τον οποίο, σύμφωνα με τη θεωρία, αυτά τα αντικείμενα μπορούν (ή δεν μπορούν) να καταλήξουν να γίνουν γνωστά .

Συχνά, οι σύγχρονες διδακτικές θεωρίες που αρχίζουν από μια εφαρμογή των μαθηματικών στον εμπειρικό κόσμο, υιοθετούν- ακόμα και αν δεν αναφέρεται ρητά- μια πραγματιστική οντολογία και ασχολούνται με το επιστημολογικό πρόβλημα με όρους αφηρημένης έννοιας. Φυσικά, η κατάσταση δεν είναι τόσο απλή, όπως ο ίδιος ο Kant αναγνωρίζει. Όσο για τον ρεαλισμό- ο όποιος, με έναν σημαντικό τρόπο, είναι η Πλατωνική έκδοση του εργαλιακού ορθολογισμού (Weber, 1992) που προέκυψε κατά τη διάρκεια της αναγέννησης η ύπαρξη των μαθηματικών αντικειμένων προηγείται και είναι ανεξάρτητη από τη δραστηριότητα των ατόμων. Όπως ο Πλατωνιστής, έτσι και ο πραγματιστής θεωρεί ότι τα μαθηματικά αντικείμενα υπάρχουν ανεξάρτητα από το χρόνο και τον πολιτισμό. Η διαφορά είναι ότι, ενώ τα πλατωνικά αντικείμενα δεν αναμιγνύονται με τον κόσμο των θνητών, τα εννοιολογικά αντικείμενα του πραγματιστή κυβερνούν τον κόσμο μας μέσω των *«φυσικών νόμων»*. Σύμφωνα με την οντολογία των πραγματιστών, αυτό εξηγεί το θαύμα που είναι η δυνατότητα εφαρμογής των μαθηματικών στο φαινομενικό κόσμο μας (Colyvan, 2001). Φυσικά, προκειμένου να επιτευχθεί αυτό, ο ρεαλισμός κάνει ένα άλμα στις αρχές του, που συνίσταται στην πίστη ότι η αφαιρετική ανάβαση από τα συγκεκριμένα αντικείμενα της αισθητηριακής εμπειρίας στα γενικά, προϋπάρχοντα αντικείμενα είναι βεβαίως δυνατή. Η πίστη που ο Πλάτωνας τοποθέτησε στην αιτιολογημένη κοινωνική ομιλία *(λόγος)* και που ο Καρτέσιος τοποθέτησε σε έλεγχο από κάποιον, είναι αντικείμενα για επιστημονικό πειραματισμό από τον Πραγματισμό.

Η οντολογική και επιστημολογική θέση της θεωρίας της εξαντικειμενίκευσης της γνώσης απομακρύνεται από τις οντολογίες των Πλατωνιστών και των Πραγματιστών και την αντίστοιχη σύλληψη τους για τα μαθηματικά αντικείμενα ως αιώνια

αντικείμενα που προηγούνται της δραστηριότητας των ατόμων. Κινείται επίσης μακριά από τις οντολογίες των ορθολογιστών και τη σύλληψη των μαθηματικών αντικειμένων ως προϊόντα ενός μυαλού που εργάζεται από μόνο του και που λειτουργεί σύμφωνα με τους νόμους της λογικής. Η θεωρία της εξαντικειμενίκευσης της γνώσης προτείνει ότι τα μαθηματικά αντικείμενα παράγονται ιστορικά κατά τη διάρκεια της πορείας της μαθηματικής δραστηριότητας των ατόμων. Ακριβέστερα, τα μαθηματικά αντικείμενα *είναι σταθερά σχέδια της αυτοπαθούς ανθρώπινης δραστηριότητας στο συνεχώς μεταβαλλόμενο κόσμο της κοινωνικής πρακτικής καλυμμένα από τα χειροποίητα αντικείμενα που μεσολαβούν.*

Το εννοιολογικό αντικείμενο *«κύκλος»* παραδείγματος χάριν, είναι ένα σταθερό σχέδιο της δραστηριότητας της οποίας η προέλευση δεν μπορεί να βρεθεί στο διανοητικό σχέδιο (λίγο ή πολύ) των στρογγυλών αντικειμένων που τα πρώτα άτομα είχαν αντιμετωπίσει στον περίγυρό τους. Το εννοιολογικό αντικείμενο «κύκλος» πρέπει μάλλον να βρεθεί στην *αισθητηριακή* και *πρακτική* δραστηριότητα που οδήγησε τα άτομα να παρατηρήσουν το προκύπτον αντικείμενο:

> *Οι άνθρωποι θα μπορούσαν να δουν τον ήλιο ως κύκλο μόνο επειδή στρογγύλεψαν την άμμο με τα χέρια τους. Με τα χέρια τους που διαμόρφωσαν την πέτρα, ακόνισαν τα όριά της, της έδωσαν όψη.* (Mikhailov, 1980, σελ. 199)

Αυτή η αισθητηριακή εμπειρία της εργασίας έχει παραμείνει σταθερή στη γλώσσα που ενσωματώνει το αυθεντικό μήνυμα, έτσι ώστε *η έννοια των λέξεων «σύνορα», «όψη», «γραμμή» δεν προέρχεται από την περίληψη των γενικών εξωτερικών χαρακτηριστικών γνωρισμάτων των πραγμάτων στο στάδιο του σχεδίου,* (σελ. 199) αλλά μάλλον προέρχεται από τη δραστηριότητα της εργασίας που έχει πραγματοποιηθεί από την προέλευση της ανθρωπότητας. Μακριά από το να παραδοθούν εντελώς οι αισθήσεις μας, η σχέση μας με τη φύση και τον κόσμο φιλτράρονται μέσω των εννοιολογικών κατηγοριών και των πολιτιστικών κοινοποιήσεων έτσι ώστε *το άτομο θα μπορούσε να συλλογιστεί τη φύση μόνο μέσω του πρίσματος όλων των κοινωνικών δεξιοτήτων της εργασίας που ήταν συσσωρευμένες από τους προκατόχους του,* (σελ. 199)

10.4 Εκμάθηση

Στις προηγούμενες παραγράφους έχουμε δει ότι, από φυλογενετική άποψη, τα εννοιολογικά αντικείμενα παράγονται κατά τη διάρκεια της ανθρώπινης δραστηριότητας. Από οντογενετική άποψη, το κεντρικό πρόβλημα είναι να εξηγηθεί πώς η απόκτηση της γνώσης που κατατίθεται σε έναν πολιτισμό μπορεί να επιτευχθεί: αυτό είναι ένα θεμελιώδες πρόβλημα της διδακτικής των μαθηματικών ειδικότερα και της μάθησης γενικότερα.

Όπως αναφέρεται στην εισαγωγή, οι κλασσικές θεωρίες της διδακτικής των μαθηματικών τοποθετούν το πρόβλημα της εκμάθησης από την άποψη κατασκευής ή ανακατασκευής της γνώσης από την μεριά του μαθητή. Αναφέρθηκαν ήδη μερικές από τις δυσκολίες που προκύπτουν από μια τέτοια προοπτική στα οντολογικά και επιστημολογικά επίπεδα (για μια λεπτομερή συζήτηση, δείτε Radford, 2008d). Εδώ,

θέλουμε ακριβώς να προσθέσουμε ότι η ιδέα ότι η γνώση πρέπει *«να κατασκευαστεί»* από κάθε άτομο έχει την ιστορία της. Πραγματικά, μια τέτοια ιδέα έγινε νοητή, μόνο μετά την αναγέννηση και δεν έλαβε μια πλήρη και ρητή διατύπωση πριν από τον 18^{ο} αιώνα. Ήταν στην δουλειά του Kant που αυτή η ιδέα διατυπώθηκε με πρωτοφανή λεπτομέρεια. Για τον Kant, το άτομο είναι όχι μόνο ενδοσκοπικά σκεφτόμενο του οποίου η διανοητική δραστηριότητα του φέρνει τις μαθηματικές αλήθειες, όπως υποστηρίζεται από τους ορθολογιστές (Καρτέσιος, Leibniz, κ.λπ.). Ούτε είναι μόνο ένα παθητικό άτομο που λαμβάνει τις αισθητηριακές πληροφορίες προκειμένου να διατυπωθούν οι ιδέες, όπως προτείνεται από τους Εμπειριστές (Hume, Locke, κ.λπ.). Για τον Kant, το άτομο είναι το ίδιο *«τεχνίτης»* της γνώσης του (Radford, 2006a). Για να διατυπώσει τη σχέση μεταξύ του θέματος και του αντικειμένου κατά αυτόν τον τρόπο, ο Kant εξέφρασε, κατά τρόπο συνεπή και ρητό, την επιστημολογική αλλαγή που πραγματοποιούνταν βαθμιαία από την εμφάνιση της κατασκευής και την εμφάνιση της ανακεφαλαίωσης κατά τη διάρκεια της αναγέννησης. Οι λόγοι αυτής της επιστημολογικής αλλαγής μπορούν να συνοψιστούν με τον ακόλουθο τρόπο.

Η σύγχρονη εποχή χαρακτηρίζεται από μια μετατόπιση στη σύλληψη της γνώσης, που εμφανίζεται σαφώς σε μια μετατόπιση από την εστίαση *«στο τι»* (το αντικείμενο της γνώσης) πήγε *«στο πώς»* (τη διαδικασία). Αντίθετα από το μεσαιωνικό άτομο, το σύγχρονο άτομο μπορεί μόνο να ξέρει αυτό που το ίδιο έχει κάνει (Arendt, 1958). Αυτή η ιδέα προέκυψε από το πολιτικό και οικονομικό κλίμα που περιβάλλει το Διαφωτισμό, που ένα από τα κύρια χαρακτηριστικά του είναι η αντίθεση που παρουσίασε για την παράδοση και την θρησκεία. Από τον 18^{ο} αιώνα και μετά, η γνώση δεν συλλαμβάνεται πλέον ως κάτι που παραλαμβάνεται ή που δίνεται, αλλά ως κάτι που έγινε από ένα αυτόνομο, λογικό, αυτάρκες, πολιτιστικά-αποσυνδεμένο διαφωτισμένο άτομο: ως εκ τούτου μέσα σε αυτήν την παράδοση των ατομιστών, η γνώση θεωρήθηκε ως καθαρώς προσωπική *«κατασκευή»*.

Αν και ιστορικά ενδιαφέρουσα, η ιδέα ότι κάθε κομμάτι της γνώσης είναι απαραίτητα μια προσωπική κατασκευή έχει γίνει αντικείμενο μιας σειράς από κριτικές, ειδικότερα λόγω του τεράστιου υποκειμενισμού που συνεπάγεται (Adorno, 2001). Εάν προοριζόμαστε πραγματικά να κατασκευάσουμε όλα όσα ξέρουμε, θα προσπαθούσαμε ακόμα να ανάψουμε κάποια φωτιά μπροστά από ένα σκοτεινό σπήλαιο, όπως ο Γάλλος βιολόγος και φιλόσοφος Henri Laborit (1985) είπε. Και, φυσικά, η ιδέα της γνώσης ως προσωπική κατασκευή είναι πιο προβληματική στην εκπαίδευση (Lerman, 1996 Radford, 2008d). Η κατασκευή της γνώσης από κάποιον είναι βεβαίως *μια* μορφή κατασκευής ανάμεσα σε άλλες. Αλλά δηλώνοντας κάποιος ότι αυτή είναι η μόνη δυνατή, αποτυγχάνει να συλλάβει την ποικιλομορφία των γνωστικών μορφών εκμάθησης, γνώσης και ύπαρξης που μπορούν να βρεθούν στην τάξη των μαθηματικών.

Σύμφωνα με τη θεωρία της εξαντικειμενίκευσης της γνώσης, η εκμάθηση δεν συνίσταται στην κατασκευή ή την αναδημιουργία ενός κομματιού της γνώσης. Είναι ένα θέμα που ενεργά και με φαντασία, τα εννοιολογικά αντικείμενα που ο μαθητής βρίσκει στον πολιτισμό του με σημασία. Είναι αυτό που ονομάστηκε διαδικασία της

εξαντικειμενίκευσης. Για τη ώρα, θα συζητηθούν δύο σημαντικές πηγές εννοιών που κρύβονται κάτω από όλες τις μορφές εκμάθησης.

10.4.1 Η γνώση που κατατίθεται στα χειροποίητα αντικείμενα

Μια από τις πηγές εκμάθησης προκύπτει από την επαφή μας με τον υλικό κόσμο, τον κόσμο των πολιτιστικών χειροποίητων αντικειμένων που μας περιβάλλει (αντικείμενα, όργανα, κ.λπ.). Το παράδειγμα των παιδιών της πρώτης τάξης που συζητήθηκε προηγουμένως επεξήγησε τη διαμεσολαβημένη από τα χειροποίητα αντικείμενα φύση της σκέψης και οδήγησε στον συλλογισμό ότι η σκέψη εμφανίζεται σε μια ζώνη που ονομάστηκε έδαφος της σκέψης των χειροποίητων αντικειμένων. Αλλά ο ρόλος των χειροποίητων αντικειμένων είναι κάτι περισσότερο από την υλικοποίηση της σκέψης ώστε να λειτουργήσει με-και-μέσω- των χειροποίητων αντικειμένων. Τα χειροποίητα αντικείμενα, πράγματι, είναι φορείς της ιστορικά κατατεθειμένης γνώσης από τη γνωστική δραστηριότητα των προηγούμενων γενεών. Αν και είναι αλήθεια ότι μερικά ζώα είναι σε θέση να χρησιμοποιήσουν τα χειροποίητα αντικείμενα (Boesch & Boesch, 1990 Το Torigoe, 1985), εντούτοις, για τα ζώα, τα χειροποίητα αντικείμενα δεν καταλήγουν να έχουν μια ανθεκτική έννοια. Το ξύλινο ραβδί που ένας χιμπατζής χρησιμοποιεί για να φθάσει σε ένα κομμάτι των φρούτων χάνει το νόημά του αφότου έχει εκτελεσθεί η δράση (Kohler, 1951). Είναι αυτός ο λόγος που τα ζώα δεν φυλάσσουν τα χειροποίητα αντικείμενα. Επιπλέον-και αυτό είναι ένα θεμελιώδες στοιχείο της ανθρώπινης γνώσης-αντίθετα από τα ζώα, ο άνθρωπος αλλάζει βαθιά από το χειροποίητο αντικείμενο: με την επαφή του με αυτό, ο άνθρωπος αναδομεί τις κινήσεις του (Baudrillard, το 1968) και νέες μηχανικές και διανοητικές δεξιότητες διαμορφώνονται όπως η αναμονή, η μνήμη, και η αντίληψη (Vygotsky & Luria, 1994).

Ο κόσμος των χειροποίητων αντικειμένων εμφανίζεται, μετά, να είναι μια σημαντική πηγή για τη διαδικασία της μάθησης, αλλά δεν είναι μοναδικός. Τα αντικείμενα δεν μπορούν να καταστήσουν σαφή την ιστορική νοημοσύνη που ενσωματώνεται σε αυτά. Αυτό απαιτεί να χρησιμοποιούνται στις δραστηριότητες καθώς επίσης και σε επαφή με τους άλλους ανθρώπους που ξέρουν πώς *«να διαβάσουν»* αυτήν την νοημοσύνη και μας βοηθούν να την αποκτήσουμε. Η συμβολική-αλγεβρική γλώσσα ειδάλλως θα μειωνόταν σ' ένα σύνολο ιερογλυφικών. Η νοημοσύνη που η συμβολική-αλγεβρική γλώσσα φέρνει δεν θα ήταν παρατηρήσιμη χωρίς την κοινωνική δραστηριότητα που πραγματοποιείται στο σχολείο. Είναι αυτή η κοινωνική διάσταση που αποτελεί, για τη θεωρία της εξαντικειμενίκευσης της γνώσης, τη δεύτερη ουσιαστική πηγή για την εκμάθηση.

10.4.2 Κοινωνική αλληλεπίδραση

Αν και η σημασία της κοινωνικής διάστασης έχει υπογραμμιστεί από έναν μεγάλο αριθμό πρόσφατων μελετών για την αλληλεπίδραση μέσα στην τάξη, υπάρχουν λεπτές διαφορές όσον αφορά στη γνωστική συμβολή της (δείτε, π.χ., Kidron, Lenfant, bikner-Ahsbahs, Artigue, και Dreyfus, το 2008 Yackel και Cobb, 1996 Sierpinska, 1996 Steinbring, Bartolini Bussi και Sierpinska, 1998). Συχνά, η αλληλεπίδραση

θεωρείται ως διαπραγμάτευση των εννοιών που εμφανίζονται σε ένα περιβάλλον που προσφέρει απλά τα ερεθίσματα της προσαρμογής που απαιτούνται για τη γνωστική ανάπτυξη των μαθητών. Το πρόβλημα είναι ότι η τάξη δεν είναι μόνο ένα υλικό διάστημα όπου οι μαθητές διαπραγματεύονται και βρίσκουν ένα περιβάλλον για να προσαρμοστούν. Δεν είναι μόνο ένα θέμα *«εξωτερικών»* συνθηκών στις οποίες το θέμα πρέπει να προσαρμόσει τη δραστηριότητά του. Το κρίσιμο σημείο είναι ότι η τάξη είναι ένα *συμβολικό διάστημα.* Είναι ένα διάστημα που μεταβιβάζει επιστημονικές, αισθητικές, ηθικές και άλλες ιστορικά συντελεσμένες πολιτιστικές αξίες που εντυπώθηκαν στις *«κοινωνικές γλώσσες»* (Bakhtin, 1986) όπως την επιστημονική, καλλιτεχνική κ.λπ., που καταλήγουν να επηρεάζουν τις ενέργειες και τους στοχασμούς των ατόμων. Όπως αναφέρθηκε στο πρώτο μέρος αυτού του κεφαλαίου, οι ενέργειες που τα άτομα μεταφέρουν καταδύονται στους πολιτιστικούς τρόπους δραστηριότητας. Είναι για αυτόν τον λόγο που η τάξη δεν μπορεί να αντιμετωπισθεί ως εσωκλειόμενο διάστημα, όπου η γνώση και οι κανόνες αλληλεπίδρασης συζητιούνται εκ νέου. Στην πραγματικότητα, η γνώση και οι κανόνες της κοινωνικής αλληλεπίδρασης έχουν μια ολόκληρη πολιτιστική ιστορία πίσω τους και επομένως προϋπάρχουν από την αλληλεπίδραση που πραγματοποιείται στην τάξη.

Σύμφωνα με την κοινωνικοπολιτιστική προοπτική που υποστηρίζεται εδώ, η αλληλεπίδραση διαδραματίζει έναν διαφορετικό ρόλο. Αντί μάλλον να εκτελεί μόνο μια προσαρμοστική λειτουργία-καταλυτική ή διευκολυντική -αλληλεπίδραση είναι ομοούσια στην εκμάθηση. Επομένως, βλέπουμε ότι ο υλικός κόσμος και η κοινωνική διάσταση διαδραματίζουν έναν βασικό ρόλο στην εκμάθηση. Η κατανομή της σημασίας ότι τα υπόλοιπα σε αυτές τις διαστάσεις έχουν βαθιά ψυχολογική σημασία δεδομένου ότι είναι και μια προοδευτική βύθιση στις πολιτιστικές μορφές σκέψης καθώς επίσης και η διαδικασία της ανάπτυξης των συγκεκριμένων ικανοτήτων του ατόμου-γνωστικές, ηθικές, υποκειμενικές, κ.λπ. Είναι για αυτόν τον λόγο που η εκμάθηση είναι όχι μόνο η ιδιοποίηση ή η αφομοίωση κάποιου πράγματος, είναι η ίδια η διαδικασία με την οποία οι ανθρώπινες ικανότητές μας διαμορφώνονται.

10.4.3 Εξαντικειμενίκευση και υποκειμενικοποίηση

Στις προηγούμενες παραγράφους προτάθηκε ότι η εκμάθηση αποτελείται από την ενσωμάτωση των εννοιολογικών πολιτιστικών αντικειμένων με σημασία. Στην πραγματικότητα, η εκμάθηση κάτι είναι πολύ περισσότερο από αυτό. Η εκμάθηση στηρίζεται σε μια τοποθέτηση της ευρύτητας σκέψης: είναι μια ανοικτή κίνηση προς τους άλλους και τα αντικείμενα του πολιτισμού. Αξίζει να αναφερθεί ότι αυτό είναι, στην πραγματικότητα, η ετυμολογική έννοια του όρου *απόκτηση (acquisition).* Η απόκτηση *(acquisition)* προέρχεται από τη λατινική λέξη *adquaerere,* που σημαίνει *για να επιδιώξει.* Σε αυτό το πλαίσιο, το να μάθουμε δεν σημαίνει μόνο να αποκτήσουμε κάτι υπό την αλλοιωμένη έννοια της κατοχής του ή της κυριαρχίας του, αλλά να πάμε στον πολιτισμό να βρούμε «κάτι» σε αυτό. Γι' αυτό η έκβαση της πράξης της εκμάθησης δεν είναι η κατασκευή, η αναδημιουργία, η αναπαραγωγή, η επανεφεύρεση ή η κατοχή των εννοιών: η αληθινή έκβασή της πρόκειται να βρεθεί

στο γεγονός ότι, σε αυτήν την σύγκρουση με τους άλλους και τα πολιτιστικά αντικείμενα, το επιδιώκον άτομο *βρίσκει τον εαυτό του*. Αυτή η δημιουργική διαδικασία εύρεσης ή παρατήρησης κάποιου πράγματος (ένας δυναμικός στόχος) είναι αυτό που ονομάστηκε διαδικασία εξαντικειμενίκευσης (Radford, 2002).

Όπως γίνεται κατανοητό εδώ, η εξαντικειμενίκευση είναι έτσι κάτι περισσότερο από τη σύνδεση των δύο κλασσικών επιστημολογικών πόλων, του υποκειμένου και του αντικειμένου: είναι στην πραγματικότητα ένας μετασχηματισμός και μια δημιουργική διαδικασία μεταξύ αυτών των δύο πόλων, όπου, κατά τη διάρκεια της εκμάθησης, το υποκείμενο αντικειμενικοποιεί την πολιτιστική γνώση και, κάνοντάς το εξαντικειμενικεύεται σε μια αντανακλαστική κίνηση που μπορεί να κληθεί *υποκειμενικοποίηση*. Η παραγωγή του θέματος, η δημιουργία μιας ιδιαίτερης (και μοναδικής) υποκειμενικότητας είναι έτσι μια διαδικασία υποκειμενικοποίησης που πραγματοποιείται από τη δραστηριότητα στην οποία η εξαντικειμενίκευση πραγματοποιείται, και από την *αντανακλαστική* φύση της σκέψης και των δυνατοτήτων που π.χ. η γλώσσα και τα άλλα πολιτιστικά όργανα της σκέψης προσφέρουν για τη διάκριση μεταξύ ενός «εγώ» και του περίγυρου του (εγώ/μη-εγώ, Εγώ/Εσύ, Εγώ/Αυτό, Εμείς/Αυτοί, η απρόσωπη ομιλία της επιστήμης, κ.λπ.). Στην πολιτιστικά διαμεσολαβημένη εμπειρία που ένα υποκείμενο «S» γίνεται από ένα αντικείμενο «O», το «S» έρχεται να γνωρίσει το «O» μέσα στις δυνατότητες και τους περιορισμούς που προσφέρονται από τη δυναμική και συνεχώς μεταβαλλόμενη πολιτιστική-κανονιστική σφαίρα της γνώσης. Γνωρίζοντας το «O», το «S» εισάγεται σε μια ιστορικά διαμεσολαβημένη σχέση με το «O», και άλλα θέματα «S_i». Αυτή η ιστορικά διαμεσολαβημένη σχέση όχι μόνο κάνει το αντικείμενο «O» *αξιοσημείωτο* στο «S» αλλά και το «S» στον εαυτό του μέσω των διαθέσιμων μορφών υποκειμενικότητας και της επίδρασης του πολιτισμού. Γι' αυτό η εκμάθηση είναι και μια διαδικασία γνώσης και μια διαδικασία γίγνεσθαι.

10.5 Η τάξη των μαθηματικών

10.5.1 Δραστηριότητα εκμάθησης

Ένα κεντρικό στοιχείο της έννοιας της δραστηριότητας είναι ο αντικειμενικός της στόχος(Leontiev, 1978). Ακόμα κι αν ο αντικειμενικός στόχος της δραστηριότητας στην τάξη είναι σαφής για το δάσκαλο, αυτό δεν είναι απαραίτητο για τους μαθητές. Εάν αυτός ο στόχος επρόκειτο να τους ήταν σαφής , τότε δεν θα υπήρχε τίποτα που να μένει για να μάθουν. Μέσα στο διδακτικό πρόγραμμα της τάξης, ο δάσκαλος προτείνει μια σειρά μαθηματικών στόχων στους μαθητές έτσι ώστε να μπορεί να επιτευχθεί ένα δεδομένο αποτέλεσμα. Η επίλυση αυτών των προβλημάτων είναι το τέρμα που κατευθύνει τις ενέργειες των μαθητών. Εντούτοις, από την σκοπιά της θεωρίας της εξαντικειμενίκευσης της γνώσης, η ενασχόληση με τα μαθηματικά είναι κάτι περισσότερο από το επιτυγχάνω στόχους και λύνω προβλήματα. Χωρίς να υποτιμούμε τον ρόλο των προβλημάτων στο σχηματισμό της γνώσης (δείτε, παραδείγματος χάριν, Bachelard, το 1986), η επίλυση προβλήματος δεν είναι το τέλος αλλά μάλλον ένα από τα μέσα για τον τύπο *praxis cogitans* ή την πολιτιστική αντανάκλαση που ονομάζεται μαθηματική σκέψη. Πίσω από το στόχο του

μαθήματος, βρίσκεται ένας μεγαλύτερος και σημαντικότερος αντικειμενικός στόχος και συγκεκριμένα, η επεξεργασία εκ μέρους του μαθητή μιας αντανάκλασης που ορίζεται ως *κοινοτική* και ενεργή σχέση με την πολιτιστικό-ιστορική πραγματικότητά του. Δυστυχώς, η εκμάθηση των μαθηματικών έχει περιορισθεί συχνά στο να λαμβάνει ένα ορισμένο εννοιολογικό περιεχόμενο. Η γνώση έχει μειωθεί σε κάποιο είδος εμπορεύματος. Αυτή η φετιχιστική σύλληψη της εκμάθησης λειτουργεί σαν ένας διαχωρισμός μεταξύ της γνώσης και της ύπαρξης και καταλήγει σε μια αλλοτριωμένη μορφή ύπαρξης. Η πολιτιστική θεωρία της διδασκαλίας-και-εκμάθησης που υποστηρίζεται από τον L.Radford, αντιστέκεται σε έναν τέτοιο χωρισμό και υποστηρίζει μια επανασύνδεση μεταξύ της γνώσης και της ύπαρξης. Με άλλα λόγια, μαθαίνω μαθηματικά δεν είναι απλά μαθαίνω *να κάνω* τα μαθηματικά (επίλυση προβλήματος), αλλά μάλλον μαθαίνω *να είμαι* στα μαθηματικά. Αυτή η θεωρητική θέση έχει σημαντικές συνέπειες, όχι μόνο για το σχεδιασμό των δραστηριοτήτων, αλλά και για την οργάνωση της ίδιας της τάξης και των ρόλων που οι μαθητές και οι δάσκαλοι διαδραματίζουν μέσα σε αυτήν.

10.5.2 Διαστρωμάτωση της γενικότητας

Η διδασκαλία αποτελείται από την παραγωγή και την διατήρηση συμφραζόμενων δραστηριοτήτων που κατευθύνουν προς μια διά-υποκειμενική δέσμευση των μαθητών με τα εννοιολογικά αντικείμενα-σταθερά σχέδια της αυτοπαθούς δραστηριότητας στον πολιτισμό. Αυτή η κίνηση έχει τρία ουσιαστικά χαρακτηριστικά. Κατ' αρχήν, το εννοιολογικό αντικείμενο δεν είναι ένα μονολιθικό ή ομοιογενές αντικείμενο. Είναι ένα αντικείμενο φτιαγμένο επάνω από τη διαστρωμάτωση της γενικότητας. Δεύτερον, από επιστημολογική άποψη, αυτή η διαστρωμάτωση θα εξαρτάται λίγο πολύ από τα χαρακτηριστικά των πολιτιστικών εννοιών του σταθερού σχεδίου της εν λόγω δραστηριότητας (παραδείγματος χάριν, την κιναισθητική μετακίνηση που διαμορφώνει έναν κύκλο, τον συμβολικό τύπο που τον εκφράζει ως σύνολο σημείων με ίση απόσταση από το κέντρο του, κ.λπ.). Τρίτον, από τη γνωστική άποψη, η διαστρωμάτωση της γενικότητας παρατηρείται με έναν προοδευτικό τρόπο από τον μαθητή .

Για τον μαθητή, η διαδικασία εκμάθησης συνίσταται στο να γίνει δεκτός στους άλλους και να εντρυφήσει με την διαστρωμάτωση της γενικότητας του αντικειμένου και των επιτρεπτών μορφών δράση αυτής της διαστρωμάτωσης -π.χ. τεχνικές και αντανακλάσεις αυτών των τεχνικών (Bosch & Chevallard, 1999). Τώρα, προκειμένου να γνωρίσουμε τα αντικείμενα και τα προϊόντα της πολιτιστικής ανάπτυξης, είναι *«απαραίτητο να πραγματοποιήσουμε μια καθορισμένη δραστηριότητα γύρω τους, δηλαδή, ένα είδος δραστηριότητας που παράγει τα ουσιαστικά χαρακτηριστικά τους, ενσωματωμένα, «συσσωρευμένα» στα εν λόγω αντικείμενα»* (Leontiev, 1968, σελ. 21). Κατά συνέπεια, για το δάσκαλο, η διδακτική διαδικασία συνίσταται στην προσφορά στους μαθητές πλούσιων δραστηριοτήτων που χαρακτηρίζουν, κατά τρόπο κατάλληλο, τη σύγκρουση με τις άλλες φωνές και τη διαστρωμάτωση της γενικότητας του πολιτιστικού αντικειμένου, όντας σίγουρος ότι αυτή η σύγκρουση υποστηρίζεται από τις δύο πηγές νοήματος που συζητήθηκαν στην παράγραφο 3

συγκεκριμένα, του νοήματος των χειροποίητων αντικειμένων, και του νοήματος που προκύπτει από την κοινωνική αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών και μεταξύ των μαθητών και του δασκάλου.

Λόγω της ενσωματωμένης και μέσω των χειροποίητων αντικειμένων φύσης της σκέψης (Arzarello, Edwards, και Radford, 2008 Nemirovsky, 2003 Roth, 2001 Seitz, 2000), κατά τη διάρκεια της εξαντικειμενίκευσης της γνώσης, οι σπουδαστές και οι δάσκαλοι χρησιμοποιούν σημεία και χειροποίητα αντικείμενα διαφορετικών ειδών (μαθηματικά σύμβολα, γραφικές παραστάσεις, λέξεις, χειρονομίες, υπολογιστές και τα λοιπά). Ο L.Radford ονομάζει αυτά τα χειροποίητα αντικείμενα και τα σημεία που χρησιμοποιούνται για την εξαντικειμενίκευση της γνώσης, *σημειωτικά μέσα της εξαντικειμενίκευσης* (Radford, 2003c). Σε προηγούμενες εργασίες του, έχει συζητηθεί ο προεξέχοντας ρόλος των χειρονομιών και της γλώσσας στις διαδικασίες των μαθητών για την εξαντικειμενίκευση της γνώσης. Έχουν παρασχεθεί τα στοιχεία του βασικού ρόλου της δεικτικής δραστηριότητας, και στο επίπεδο των χειρονομιών, όπως η υπόδειξη, και στο επίπεδο της γλώσσας, όπως όταν χρησιμοποιούν οι μαθητές τους ενδεικτικούς όρους *αυτό* και *αυτός* (Radford, 2002) και αποδείχτηκε πώς, μέσω των διάφορων τύπων σημειωτικών μέσων της εξαντικειμενίκευσης, οι μαθητές φθάνουν στη διαφορετική διαστρωμάτωση της γενικότητας (Radford, 2000, 2003c, 2006b, 2008e Radford, Bardini, & SABENA, 2007 SABENA, Radford, & Bardini, 2005). Η έρευνα για την αλληλεπίδραση των μαθητών και των δασκάλων και η χρήση των σημειωτικών μέσων της εξαντικειμενίκευσης είναι πράγματι μια μεθοδολογική στρατηγική που αποτελεί την διαδικασία μάθησης στην τάξη. Παρέχει ένα ευρύ, αλλά αρκετά συγκεκριμένο, πλαίσιο με το οποίο μπορούμε να παρακολουθήσουμε την προοδευτική απόκτηση των πολιτιστικών μορφών μαθηματικής ύπαρξης και σκέψης από τους μαθητές.

10.6 Η ηθική της ύπαρξης και της γνώσης

Η τάξη είναι το συμβολικό διάστημα στο οποίο ο μαθητής διαμορφώνει μια κοινοτική και ενεργή σχέση με την ιστορικό-πολιτιστική πραγματικότητά του. Είναι εδώ που εμφανίζεται η προαναφερθείσα σύγκρουση μεταξύ του υποκειμένου και του αντικειμένου της γνώσης. Η εξαντικειμενίκευση που επιτρέπει αυτήν την σύγκρουση δεν είναι μια ατομική αλλά κοινωνική διαδικασία. Η κοινωνικότητα της διαδικασίας, εντούτοις, δεν μπορεί να γίνει κατανοητή ως απλή επιχείρηση «διαπραγμάτευσης» κατά τη διάρκεια της οποίας κάθε συμμέτοχος επενδύει κάποιο κεφάλαιο (π.χ. κάποια έννοια) με την ελπίδα να καταλήξει σε κάτι περισσότερο από αυτό. Εδώ, κοινωνικότητα σημαίνει τη διαδικασία σχηματισμού της συνείδησης που ο Leontiev (1978), παραφράζοντας τον Vygotsky, χαρακτήρισε ως *ομο-σοφία(co-sapientia),* δηλαδή, γνωρίζοντας από κοινού ή γνωρίζοντας με τους άλλους.

Φυσικά, αυτές οι ιδέες υπονοούν μια επανα-σύλληψη από τον μαθητή και του ρόλου του στην πράξη της εκμάθησης. Στο μέτρο που οι τρέχουσες θεωρίες στην διδακτική των μαθηματικών, βασίζουν την προσοχή στην έννοια του ατόμου όπως διατυπώνεται από τον Kant και άλλους φιλοσόφους του Διαφωτισμού, η εκπαίδευση δικαιολογείται με την εξασφάλιση σχηματισμού ενός αυτόνομου θέματος (που γίνεται κατανοητό με

την άποψη να είμαστε σε θέση να κάνουμε κάτι από μόνοι μας χωρίς τη βοήθεια των άλλων). Η αυτονομία είναι, στην πραγματικότητα, ένα κεντρικό θέμα της σύγχρονης διδακτικής (Piaget, 1973) που έχει χρησιμοποιηθεί σαν βάση για τη θεωρητικοποίηση του κοινωνικού-κονστρουκτιβισμού (δείτε, παραδείγματος χάριν, Yackel και Cobb, το 1996) και τη θεωρία των διδακτικών καταστάσεων (Brousseau, 1986 Brousseau και Gibel, 2005). Ο ορθολογισμός, που βαρύνει σημαντικά σε αυτήν την έννοια της αυτονομίας, προέρχεται από τη συμφωνία του με μια άλλη βασική έννοια του Kant: αυτή της ελευθερίας. Δεν μπορεί να υπάρξει καμία αυτονομία χωρίς ελευθερία και, για τον Kant, ελευθερία σημαίνει την κατάλληλη χρήση του λόγου σύμφωνα με τις καθολικές αρχές του (Kant, 1797/1974).

Δεδομένου ότι ο Διαφωτισμός δεν προέβαλε τη δυνατότητα ύπαρξης μιας πολλαπλότητας λόγων, αλλά μάλλον έθεσε ως αίτημα ότι ο δυτικός λόγος ήταν ο Λόγος, η κοινοτική συνύπαρξη υπονοεί το σεβασμό ενός καθήκοντος που, στο τέλος, δεν είναι παρά μια εκδήλωση εκείνου του υποτιθέμενου καθολικού λόγου, του οποίου η επιτομή είναι τα μαθηματικά. Ήταν αυτή η υποτιθέμενη καθολικότητα του λόγου που οδήγησε τον Kant να συγχωνέψει μαζί τις ηθικές, πολιτικές και επιστημολογικές διαστάσεις της ζωής και να βεβαιώσει ότι *«το να κάνουμε κάτι χάριν του καθήκοντος σημαίνει το λόγο»* (Kant, 1803, σελ. 37).

Για τη θεωρία της εξαντικειμενίκευσης της γνώσης, η λειτουργία των τάξεων διδασκαλίας και ο ρόλος του δασκάλου δεν έχουν προορισμό την προώθηση της ατομικιστικής ιδέας, της αυτονομίας του Διαφωτισμού. Η θεωρία της εξαντικειμενίκευσης της γνώσης επικαλείται την ιδέα της υποκειμενικότητας και του εαυτού που υπερβαίνει τον ανιστόρητο ατομικισμό που κληρονομήθηκε από τον Διαφωτισμό. Επιδιώκει μάλλον να προωθήσει την έννοια ενός αυτόνομου προσώπου που είναι ευαίσθητο στη σημασία της ιστορίας, του πλαισίου και άλλων, και όπου η αυτονομία είναι ταυτόχρονα τόσο αυτοεκπλήρωση όσο και κοινωνική υποχρέωση.

Στην μελέτη της για τον αρχαίο Ελληνικό και Ρωμαϊκό πολιτισμό, η Arendt έχει δείξει ότι, αντίθετα από την σύγχρονη ιδέα της αυτονομίας που είναι κάτι που προέρχεται από μέσα μας- μια προσωπική και ατομική ιδιότητα που συμπίπτει με την ελεύθερη βούληση- η αυτονομία για τον Έλληνα και Ρωμαίο πολίτη είχε μια κοινωνική-πολιτική υποδήλωση: αφορούσε τη δράση στη δημόσια σφαίρα ήταν ένα χαρακτηριστικό της ανθρώπινης ύπαρξης στον κόσμο. Δυστυχώς, όπως σχολιάζει η Arendt, η *«φιλοσοφική παράδοσή μας σχεδόν ομόφωνα υποστηρίζει ότι η ελευθερία αρχίζει εκεί όπου τα άτομα έχουν αφήσει τη σφαίρα της πολιτικής ζωής να κατοικείται από τους πολλούς, και ότι η εμπειρία της (της ελευθερίας) δεν γίνεται αντιληπτή σε σχέση με τους άλλους αλλά στην επαφή με τον εαυτό μας»* (Arendt, 1993, σελ. 157).

Παρά τη θρυλική αντοχή της στην δυτική σκέψη, οι μη-ατομικές συλλήψεις της αυτονομίας και της ελευθερίας αναφέρονται συχνά στη σύγχρονη ανθρωπολογική έρευνα. Ο ανθρωπολόγος Richard Shweder (1991) σημειώνει ότι

> *Δεν κοινωνικοποιούν όλοι οι πολιτισμοί την αυτονομία ή επιβεβαιώνουν άσκοπα το δικαίωμα του ατόμου στα προγράμματα της προσωπικής έκφρασης, στο σώμα, στο μυαλό, και τον χώρο κάποιου…. Συνδεμένο το ένα με το άλλο σε ένα αλληλοεξαρτώμενο σύστημα, τα μέλη του συστήματος . . . δείχνουν ένα*

ενεργό ενδιαφέρον το ένα για τις υποθέσεις του άλλου και αισθάνονται άνετα στο να ρυθμίζουν και να δέχονται ρύθμιση. Στην πραγματικότητα, οι άλλοι είναι το μέσο λειτουργίας κάποιου, και αντίστροφα, (σελ. 154)

Είναι πράγματι σύμφωνα με τις παραδοχές μιας κοινόχρηστης δέσμευσης, που επιδεικνύεται στη δημόσια σφαίρα, ότι η δύναμη της αυτονομίας γίνεται καλύτερα αντιληπτή, όπως ο Γάλλος φιλόσοφος Emmanuel Levinas (1976) μας υπενθυμίζει *«δεν είναι μέσω μιας σχέσης με τον εαυτό του, αλλά μέσω μιας σχέσης μ' έναν άλλο εαυτό, που το άτομο μπορεί να γίνει πλήρες»* (σελ. 31) και επίσης, βεβαίως, ελεύθερο και αυτόνομο.

Αντί της ιδέας του αυτορρυθμιζόμενου ατόμου του Διαφωτισμού, κοινής για πολλές σύγχρονες θεωρίες στην διδακτική, η θεωρία της εξαντικειμενίκευσης της γνώσης προτείνει την ιδέα ενός κοινοτιστικού(communal) ατόμου, ενός ατόμου δηλ. που ασχολείται με την εκμάθηση του πώς να ζει στην κοινότητα που είναι η τάξη, μαθαίνει πώς να αλληλεπιδρά με τους άλλους, μαθαίνει στο να είναι ανοικτός στην κατανόηση των άλλων φωνών και άλλων συνειδήσεων, εν συντομία , μαθαίνει το *είμαι-με-τους άλλους*.

Η εγγενής κοινωνική φύση της γνώσης και της μαθηματικής σκέψης μας έχει φέρει λοιπόν στη σύλληψη της τάξης ως ένα ηθικό και πολιτικό διάστημα- το ηθικό-πολιτικό διάστημα της συνεχούς ανανέωσης της ύπαρξης και της γνώσης. Στην έρευνάτoy L.Radford με τους καθηγητές, ενθαρρύνονται οι σπουδαστές να εργαστούν για τη δημιουργία ευκαιριών για το προσωπικό επίτευγμα κάθε ατόμου, προωθώντας τον σεβασμό, την κριτική και την αμοιβαία κατανόηση (που περιλαμβάνει την κατανόηση των διαφωνιών). Ενθαρρύνονται να δεσμευθούν με τους άλλους και την κοινότητά τους. Η κοινότητά τους πρέπει να είναι δεκτική με τις ιδέες της και τις μορφές έκφρασής της και να είναι ανοικτή στην αντίσταση και την ανατροπή προκειμένου να εξασφαλίσει: την τροποποίηση, την αλλαγή και τον μετασχηματισμό της.

Η συμμετοχή σαν μέλος μιας κοινότητας, εντούτοις, δεν είναι κάτι που έρχεται φυσικά. Κατά συνέπεια, σε μια από τις τάξεις που έχει εργαστεί η ομάδα του L.Radford (μια τάξη 5^{ης} δημοτικού), ενθαρρύνθηκαν οι μαθητές να συζητήσουν μαθηματικά προβλήματα σε μικρές ομάδες (συνήθως ομάδες 2 έως 4 μαθητών). Προσκλήθηκαν οι ομάδες να αντιπαραβάλουν τα μαθηματικά επιχειρήματά τους προκειμένου να καταλήξουν σε πιο περίπλοκες ιδέες. Κατά τη διάρκεια αυτής της διά-ομαδικής ανταλλαγής, οι μαθητές θα άκουγαν τα επιχειρήματα των άλλων ομάδων, θα τα κατανοούσαν και θα εξηγούσαν εάν τα επιχειρήματα θα μπορούσαν ή όχι να βελτιωθούν. Ένας μαθητής από μια ομάδα ψιθύρισε σε έναν άλλο από μια άλλη ομάδα: *«Θα τους αφήσουμε να παλέψουν για αυτό!»* Παίρνει χρόνο (είναι μακρύς μάλιστα!) για να ενημερώσουμε τους μαθητές για άλλους μη ατομικούς και χωρίς αποξένωση τρόπους συμμετοχής στην τάξη. Προκειμένου να είναι μέλη μιας κοινότητας, οι μαθητές ενθαρρύνονται: να μοιράζονται τους εκπαιδευτικούς στόχους της κοινότητας, να συμμετέχουν στις δραστηριότητες της τάξης και να επικοινωνούν με τους άλλους (Radford και Demers, 2004). Οι παραπάνω οδηγίες δεν είναι απλά κώδικες δεοντολογίας. Αντίθετα, είναι δείκτες των μορφών ύπαρξης στα μαθηματικά

(και, κατά συνέπεια, της γνώσης των μαθηματικών) υπό την ακριβέστερη έννοια του όρου.

10.7 Τελικές παρατηρήσεις

Η θεωρία της εξαντικειμενίκευσης της γνώσης προτείνει μια άποψη διδασκαλίας και εκμάθησης πο υ δένεται στην ιδέα ό τ η εκμάθηση είναι μια κοινωνική δραστηριότητα (*praxis cogitans)* βαθειά ριζωμένη με ιστορικά συντελεσμένες πολιτιστικές μορφές σκέψης και ύπαρξης. Οι θεμελιώδεις αρχές της αρθρώνονται σύμφωνα με πέντε συσχετισμένες έννοιες. Η πρώτη από αυτές είναι μια έννοια ψυχολογικής διάστασης: η έννοια *σκέψη,* διαμορφούμενη με μη-διανοητικούς όρους. Η δεύτερη έννοια της είναι κοινωνικοπολιτιστικής διάστασης Είναι η έννοια της *εκμάθησης*. Η τρίτη έννοια είναι επιστημολογικής φύσης και έχει να κάνει μ' εκείνες τις έξοχες-επιστημολογικές πτυχές που πλαισιώνουν την εκμάθηση υπό την μορφή των *σημειωτικών συστημάτων της πολιτιστικής κοινοποίησης*- πολιτιστικά συστήματα που «πολιτογραφούν» τους τρόπους εκείνους με τους οποίους κάποιος εξετάζει και ερευνά τον κόσμο. Οι προαναφερθείσες έννοιες έρχονται να ολοκληρωθούν από μια τέταρτη έννοια, οντολογικής φύσης-αυτή των *μαθηματικών αντικειμένων*, τα οποία έχουμε ορίσει ως *τα σταθερά σχέδια της αυτοπαθούς δραστηριότητας στο συνεχώς μεταβαλλόμενο κόσμο της κοινωνικής πρακτικής από τα χειροποίητα αντικείμενα που μεσολαβούν*. Για να καταστεί η θεωρία λειτουργική στην οντογενετική πτυχή της, ήταν απαραίτητο να εισαχθεί μια πέμπτη έννοια σημειωτικό-γνωστικής φύσης-αυτή της *εξαντικειμενίκευσης*, ή μια υποκειμενική συνειδητοποίηση του πολιτιστικού αντικειμένου. Με αυτό το πλαίσιο, και λαμβάνοντας υπόψη τις προηγούμενες θεμελιώδεις έννοιες, η εκμάθηση ορίζεται ως η κοινωνική διαδικασία εξαντικειμενίκευσης από εκείνα τα εξωτερικά σχέδια της δράσης που καθορίζονται στον πολιτισμό. Η εξαντικειμενίκευση συνεπάγεται μια άλλη διαδικασία, τη διαδικασία της υποκειμενικοποίησης- δηλ., το γίγνεσθαι του εαυτού. Η υποκειμενικοποίηση έχει τύχει μικρής προσοχής στη βιβλιογραφία της διδακτικής των μαθηματικών. Εντούτοις, η σημασία της είναι εύκολο να γίνει αντιληπτή μόλις αντισταθούμε στον πειρασμό να μειώσουμε τα μαθηματικά στην τεχνική διάστασή τους και να ενημερωθούμε στο ότι η εκμάθηση είναι κάτι πολύ περισσότερο από κατασκευή λογικο-μαθηματικών διανοητικών δομών ή η λήψη έτοιμων γνώσεων, δηλαδή, εάν και όταν γίνουμε ενήμεροι για το γεγονός ότι η εκμάθηση είναι για τη γνώση *και την ύπαρξη*. Την εξαντικειμενίκευση και την υποκειμενικοποίηση πρέπει στην πραγματικότητα να τις δούμε ως δύο αμοιβαία συστατικές διαδικασίες που οδηγούν στη δέσμευση των μαθητών με τις πολιτιστικές μορφές σκέψης και μιας ευαισθησίας στα ζητήματα του διαπροσωπικού σεβασμού, του πλουραλισμού, της απουσίας αποκλεισμού και άλλων κύριων χαρακτηριστικών του *κοινοτικού ατόμου* (Radford, 2006a).

Μια τέτοια άποψη απαιτεί από μας να απομακρυνθούμε από την παραδοσιακή επιστημολογία όπου η εκμάθηση και η γνώση είναι οι εκβάσεις ενός απομονωμένου ατόμου, που παρακινείται από τα ενδιαφέροντά του-όπως, π.χ., στον ριζικό κονστρουκτιβισμό, όπου το άτομο περιορίζει τους άλλους σε μια πρακτική ανησυχία:

μια περιορισμένη στο υποκείμενο του ατόμου ανάγκη για τους άλλους να επιβεβαιώσει τις κατασκευές του (von Glasersfeld, 1995, σελ. 126). Η απομάκρυνση από την παραδοσιακή επιστημολογία σημαίνει την αναγνώριση ότι υπάρχει κάτι πολύ περισσότερο στους άλλους από την διάθλαση της ηχούς των διαλογισμών μας. Για τη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών, πρέπει να κινηθούμε πέρα από τους τυποποιημένους νοητικό-νοηματικούς συσχετισμούς μεταξύ του θέματος και του αντικειμένου και να αναγνωρίσουμε ότι η ετερότητα, δηλαδή η σχέση με τον άλλο, δεν είναι, όπως ο Levinas (1989) σημειώνει, μια εννοιολογική απαίτηση. Και αυτό γιατί ο άλλος δεν μπορεί να εξεταστεί μέσω των ίδιων μεθόδων και των μορφών αντιπροσώπευσης με τα εννοιολογικά αντικείμενα. Η σχέση με τον άλλο είναι μια σχέση αλληλεγγύης, υποχρέωσης και δέσμευσης, μια σχέση που προκαλεί τη μείωση του άλλου στο ίδιο πράγμα.

11 ΕΠΙΛΟΓΟΣ

11.1 Μαθηματική δραστηριότητα

Η μαθηματική δραστηριότητα είναι, φυσικά, μια μεταξύ των πολλών ειδών ανθρώπινης δραστηριότητας. Η ιδιομορφία της είναι ότι εξετάζει έναν ειδικό τομέα, το περιεχόμενο των μαθηματικών. Το να μιλήσουμε για τη μαθηματική δραστηριότητα σαν κάτι συγκεκριμένο φαίνεται να επηρεάζεται από το γεγονός ότι δεν εμφανίζεται να είναι η ίδια δραστηριότητα με αυτήν που μπορεί να βρεθεί σε άλλες περιοχές της γνώσης-για παράδειγμα στη λογοτεχνία, τη νομική ή την τέχνη. Υπό τη γενικότερη έννοια, τα μαθηματικά, θα μπορούσαν να θεωρηθούν ως μορφή πολιτιστικού στοχασμού, δράσης, και κατανόησης που διαφέρουν από άλλους στην έμφασή τους, π.χ., στους αριθμούς, τις μορφές, τα σχήματα, το χρόνο, το διάστημα, και την κίνηση. Φυσικά, μια τέτοια έμφαση ποικίλλει από πολιτισμό σε πολιτισμό και από τη μια ιστορική περίοδο στην άλλη, και καθιστά τα σύνορα των μαθηματικών όχι μόνο συγκεχυμένα αλλά και σχετικά. Η μουσική, για παράδειγμα, θεωρήθηκε μέρος των μαθηματικών στην αρχαία Ελλάδα και τον μεσαίωνα. Τώρα θεωρείται ως είδος τέχνης.

Εντούτοις, το τι κάνει τη μαθηματική δραστηριότητα διαφορετική από άλλες μορφές δραστηριότητας δεν είναι πραγματικά το περιεχόμενό της ή η γενική φύση των αντικειμένων της. Αυτό που την καθιστά πραγματικά ξεχωριστή είναι το είδος της σκέψης ή του συλλογισμού που μεταβιβάζει. Τα μαθηματικά αντικείμενα είναι γενικά, αυτό είναι αλήθεια. Ακόμα και το τελειότερο των ιδιαίτερων τριγώνων δεν είναι σε θέση να μεταφέρει τη γενική φύση του μαθηματικού τριγώνου-αντικειμένου. Αλλά έτσι είναι και τα αντικείμενα της νομικής ή της τέχνης. Ακόμη και η τελειότερη απόφαση της δικαιοσύνης δεν μπορεί να μεταφέρει τη γενική φύση του τι είναι δικαιοσύνη. Ούτε μπορούμε να βρούμε τη γενική έκφραση της ομορφιάς σε μια οποιαδήποτε από τις ιδιαίτερες εκφράσεις της. Η ιδιομορφία της μαθηματικής δραστηριότητας βρίσκεται ως εκ τούτου όχι στη γενικότητα των αντικειμένων που εξετάζει, αλλά στις μορφές σκέψης και απεικόνισης που μεταβιβάζει.

Τώρα, ο πειρασμός είναι εδώ να θεωρηθούν οι μαθηματικές μορφές σκέψης και απεικόνισης ως κάτι καθολικό, όπως οι επιστημολογίες των ορθολογιστών. Τέτοιες επιστημολογίες ερμηνεύουν άλλες μορφές μαθηματικής σκέψης ως ατελείς, μερικές φορές *«εξωτικές»* εκδόσεις της δυτικής μαθηματικής σκέψης. Δύο λάθη γίνονται συνήθως. Το πρώτο είναι η αποδέσμευση των μαθηματικών μορφών σκέψης από τα ιστορικά και πολιτιστικά πλαίσιά τους. Το δεύτερο, που είναι ένα πόρισμα του προηγούμενου, είναι η απόδοση στους μαθηματικούς του παρελθόντος επιτευγμάτων που, με πιο προσεκτική εξέταση, δεν έχουν νόημα στο πλαίσιο των μαθηματικών που ασκούσαν. Η ιστορία των μαθηματικών είναι πλήρης τέτοιων παραδειγμάτων. Για παράδειγμα, ο Ευκλείδης παρουσιάζεται συχνά ως αλγεβριστής, ενώ δεν είχε στη διάθεσή του τον αλγεβρικό συμβολισμό του Vieta αλλά κατείχε εν τούτοις τις αντίστοιχες αλγεβρικές ιδέες. Φαίνεται πιο σωστή η σύλληψη των μορφών

μαθηματικής σκέψης και απεικόνισης στο κοινωνικοπολιτιστικό πλαίσιό τους (Radford, 1997).

11.2 Πρακτική της τάξης

Το θέμα της πρακτικής της τάξης είναι ιδιαίτερο καθώς εξαρτάται από οντολογικές, επιστημολογικές, και ψυχολογικές υποθέσεις σχετικά με τη γνώση και τον τρόπο με τον οποίο η μάθηση εμφανίζεται πραγματικά. Αυτές οι υποθέσεις πλαισιώνουν συλλήψεις σχετικά με το σκοπό της διδακτικής, τη σχέση μεταξύ της *γνώσης* και του μαθητευόμενου και, γενικότερα, το ρόλο των διαφορετικών παραγόντων στην τάξη.

11.2.1 Γνώση

Όπως είναι γνωστό, οι περισσότερες σύγχρονες θεωρίες έχουν υιοθετήσει την άποψη σύμφωνα με την οποία το άτομο κατασκευάζει τη γνώση του, καθώς κινείται από προσαρμοστικές ανάγκες. Η ιδέα της προσαρμογής και οι μηχανισμοί που την καθιστούν πιθανή εισήχθησαν από τον Piaget στη γενετική επιστημολογία του. Είναι όρος δανεισμένος από τη βιολογία. Τα ανθρώπινα όντα είναι, φυσικά, βιολογικά πλάσματα. Κατά συνέπεια, οι μηχανισμοί της προσαρμογής πρέπει σε γενικές γραμμές να ισχύσουν και γι' αυτά. Αυτό ισχύει. Εντούτοις, το τι διακρίνει τα ανθρώπινα όντα από άλλα βιολογικά είδη είναι ακριβώς το γεγονός ότι είναι επιπλέον και πάνω απ' όλα *πολιτιστικά* πλάσματα. Αυτό σημαίνει ότι οι μηχανισμοί της προσαρμογής είναι ανεπαρκείς στο να αποτελέσουν την παραγωγή της γνώσης και τις διαδικασίες της. Πράγματι, η παραγωγή της γνώσης και οι διαδικασίες της που εμφανίζονται στα σύνθετα κοινωνικοπολιτιστικά πλαίσια είναι κάτι πολύ περισσότερο από πηγές ερεθισμάτων για την εμφάνιση της προσαρμογής. Το περιβάλλον είναι όχι μόνο ένα διάστημα όπου το άτομο βρίσκει το υλικό για να παραγάγει την υποκειμενική *«βιώσιμη γνώση του»*. Αντίθετα, το περιβάλλον *επηρεάζει* τον τρόπο με τον οποίο τα άτομα έρχονται να μάθουν ή να παραγάγουν τη γνώση. Το περιβάλλον, επιχειρηματολογεί ο Vygotsky στην *Εκπαιδευτική ψυχολογία*- το πρώτο του βιβλίο- έχει επιπτώσεις στο άτομο όχι μόνο άμεσα αλλά και έμμεσα. Το περιβάλλον έχει επιπτώσεις στο άτομο με τους πολύ λεπτούς τρόπους, μέσω όλων των μορφών κοινωνικής δράσης και οργάνωσης *«που έχουν εγκατασταθεί στην πορεία της ιστορικής ανάπτυξης και έχουν πάρει την μορφή νομικών καταστατικών, ηθικών επιταγών , καλλιτεχνικών προτιμήσεων, κ.λπ..»* (Vygotsky, 1926/1997, σελ. 211).

Ο Vygotsky έκανε αυτές τις παρατηρήσεις επιχειρηματολογώντας ενάντια στις βιολογικές απόψεις της εποχής του, σύμφωνα με τις οποίες η προσαρμογή θεωρήθηκε η θεμελιώδης αρχή, που κυριαρχεί στην ανάπτυξη της οργανικής ζωής ταυτόχρονα στην οντογένεση και την φυλογένεση. Σε αυτό το πλαίσιο διατυπώθηκε η θεωρία της ανακεφαλαίωσης, που υποστηρίζει την ανακεφαλαίωση της φυλογένεσης από την οντογένεση, και ο Vygotsky αντιτιθόταν σε αυτήν. Είναι ενδιαφέρον να σημειωθεί από αυτή την άποψη ότι εάν ο Piaget ενδιαφερόταν για την φυλογένεση (δηλ., την ιστορική εξέλιξη των ιδεών και του μηχανισμού της παραγωγής τους), επρόκειτο ακριβώς να αντικρούσει την ιστορία: οι μηχανισμοί της προσαρμογής, που ο Piaget

υποστήριξε, ήταν καθολικοί, και ως εκ τούτου χωρίς ιστορία και χωρίς πολιτιστικό υπόβαθρο. Είναι πάντα οι ίδιοι παντού, ανεξάρτητα από την ιστορική περίοδο που εξετάζουμε.

Βλέπουμε εδώ έναν χωρισμό των τρόπων. Οι κοινωνικοπολιτιστικές προσεγγίσεις ακολουθούν εδώ μια διαφορετική πορεία από αυτήν που ακολουθείται από τις εμπνευσμένες θεωρίες του Piaget. Αντί για σύλληψη της γνώσης με προσαρμοστικούς όρους, οι κοινωνικοπολιτιστές θεωρούν τη γνώση ως πολιτιστική και ιστορικά αποτελεσμένη μορφή στοχασμού και δράσης στις κοινωνικές πράξεις που μεσολαβούν από τη γλώσσα , την αλληλεπίδραση, τα σημεία και τα χειροποίητα αντικείμενα που ενσωματώνουν. Κατά συνέπεια, η γνώση παράγεται με θέματα που, στις παραγωγικές προσπάθειές τους, εντάσσονται στις ιστορικά συντελεσμένες παραδόσεις σκέψης. Και αυτό, φυσικά, οδηγεί στις διαφορετικές συλλήψεις της τάξης και του μαθητευόμενου.

Στις κοινωνικοπολιτιστικές θεωρίες, η εκμάθηση και η προσωπική κατασκευή της γνώσης δεν συμπίπτουν απαραιτήτως. Σύμφωνα μ' αυτές μπορεί να υπάρξει *γνήσια* εκμάθηση χωρίς αυτή να προέρχεται απαραίτητα από τον ίδιο τον μαθητή. Οι κοινωνικοπολιτιστικές θεωρίες έχουν περιγράψει την εκμάθηση με διαφορετικούς τρόπους. Ένας από αυτούς δίνει έμφαση στην *εσωτερικοποίηση*. Ένας άλλος την συλλαμβάνει σαν *συμμετοχή*.

11.2.2 Εσωτερικοποίηση

Η ιδέα της εσωτερικοποίησης εισήχθη από τον Vygotsky ως θεωρητικό κατασκεύασμα για να αποτελέσει τη σύνδεση μεταξύ του ατόμου και του περιβάλλοντός του. Αποτελεί μια από τις κεντρικές ιδέες της πολιτιστικό-ιστορικής θεωρίας που διατυπώνεται στις αρχές της δεκαετίας του '30. Στην πραγματικότητα, η ιδέα της εσωτερικοποίησης δεν μπορεί να θεωρηθεί ως απομονωμένη έννοια: συσχετίζεται βαθειά με την έννοια της ανθρώπινης ανάπτυξης του Vygotsky και του ρόλου που παίζει το παιχνίδι εκεί μέσα. Η εσωτερικοποίηση καθιστά λειτουργικό ένα άλλο βασικό θεωρητικό κατασκεύασμα της πολιτιστικό-ιστορικής θεωρίας, τον γενετικό νόμο της πολιτιστικής ανάπτυξης. Αυτόν διατύπωσε ο Vygotsky ως εξής: *«Κάθε [ψυχική] λειτουργία στην πολιτιστική ανάπτυξη του παιδιού εμφανίζεται δύο φορές: κατ' αρχάς, στο κοινωνικό επίπεδο, και αργότερα, στο μεμονωμένο επίπεδο»* (Vygotsky, 1978, σελ. 57). Η εσωτερικοποίηση ως διαδικασία που διαμεσολαβείτε από τα σημεία είναι ακριβώς αυτό που εξασφαλίζει τη μετάβαση από το κοινωνικό στο μεμονωμένο επίπεδο: *«Η εσωτερικοποίηση των πολιτιστικών μορφών συμπεριφοράς περιλαμβάνει την αναδημιουργία της ψυχολογικής δραστηριότητας στη βάση της λειτουργίας των σημείων».* (Vygotsky, 1978, σελ. 57)

Ήδη από τα πρώτα χρόνια της δουλειάς του, ο Vygotsky απαίτησε έναν κρίσιμο ρόλο για τον ίδιο τον μαθητή στην διαδικασία εκμάθησής του. Έτσι, η παλαιά παιδαγωγική, έλεγε *«να συμπεριφερόμαστε στο μαθητή όπως ένα σφουγγάρι που απορροφά τη νέα γνώση»*. Επεξεργαζόμενος την ιδέα λεπτομερέστερα, υποστήριξε ότι *«η υπόθεση ότι ο σπουδαστής είναι απλά παθητικός... είναι η μέγιστη των αμαρτιών, δεδομένου ότι θεωρεί ως βάση της, τον ψευδή κανόνα ότι ο δάσκαλος είναι τα πάντα*

και ο μαθητής τίποτα.» (Vygotsky, 1926/1997, σελ. 48). Ο δάσκαλος, επέμεινε ο Vygotsky, δεν μπορεί να απεικονιστεί σαν κάποιος που εγχέει τη γνώση στο μυαλό του μαθητή. Κατά συνέπεια, *«ακριβώς όπως ένας κηπουρός θα ενεργούσε ανόητα εάν προσπαθούσε να επηρεάσει την ανάπτυξη ενός φυτού ενεργώντας άμεσα με τα χέρια του στις ρίζες του φυτού κάτω από χώμα, έτσι θα ενεργούσε και ο δάσκαλος εάν σε αντίφαση με την ουσιαστική φύση της εκπαίδευσης αφιερώνει όλες του τις προσπάθειές για να επηρεάσει άμεσα τον μαθητή».* (Vygotsky, 1926/1997, σελ. 49)

Ο δάσκαλος, για τον Vygotsky, έχει έναν σημαντικό και λεπτό ρόλο να διαδραματίσει στην τάξη, καθοδηγώντας και κατευθύνοντας το περιβάλλον του μαθητή. Αυτές οι ιδέες αναπτύχθηκαν αργότερα και κατέληξαν στην έννοια της *ζώνης της επικείμενης ανάπτυξης(Zone of proximal development),* που εισήγαγε στο βιβλίο του, *Σκέψη και ομιλία(Thinking and Speech).*

11.2.3 Συμμετοχή

Όπως αναφέρθηκε πριν, οι κοινωνικοπολιτιστικές θεωρίες θεωρούν επίσης την μάθηση και την ανάπτυξη από την σκοπιά της *συμμετοχής*. Η βασική ιδέα εδώ είναι ότι οι μαθητές μαθαίνουν όπως συμμετέχουν στις κοινωνικές πρακτικές. Σε αυτήν την προοπτική, η μετατόπιση της προσοχής κινείται από το ψυχολογικό προς τον κοινωνικό. Αυτή η προοπτική είναι ενδιαφέρουσα, αλλά το ίδιο και μια λεπτομερής ανάλυση της εκμάθησης στις διαδικασίες της τάξης, δεν μπορεί να παραλείψει την ψυχολογική διάσταση.

Μερικοί και ανάμεσά τους ο L.Radford έχουν επιχειρήσει μια άλλη προσέγγιση που εμπνέεται της από την εργασία του Vygotsky αλλά προσεγγίζει το ερώτημα της μάθησης με τρόπο διαφορετικό από τη συμμετοχή και την εσωτερικοποίηση. Μιλάμε για την εξαντικειμενίκευση.

11.3 Εξαντικειμενίκευση

Η αφετηρία είναι η ακόλουθη. Με τη γέννηση, όλοι ερχόμαστε σ' έναν κόσμο που όχι μόνο εποικείται από τα συγκεκριμένα αντικείμενα αλλά και από τα συστήματα της σκέψης και τους τρόπους. Αν και τα συστήματα και οι τρόποι της σκέψης δεν είναι ορατά με τον τρόπο που οι καρέκλες, τα αυτοκίνητα και άλλα υλικά αντικείμενα είναι, υπάρχουν και είναι μπλεγμένα με τον υλικό κόσμο. Τα συστήματα περιλαμβάνουν τις μορφές μαθηματικού, επιστημονικού, αισθητικού, ηθικού, δικαστικού, και άλλα είδη λόγου, τις μορφές τελικά που αντανακλούν και ενεργούν στον κόσμο. Τρόποι με τους οποίους προσωποποιούμε τις μεθόδους που χρησιμοποιούμε για να αντιληφθούμε τον εαυτό μας και τους άλλους. Για να επεξηγήσουμε πώς οι τρόποι αυτοί είναι πολιτιστικά πλαισιωμένοι, ας θεωρήσουμε για μια στιγμή την αίσθηση του ατόμου στην αρχαία Ελλάδα. Αυτό που ήταν απαραίτητο για να είναι κάποιος καλός πολίτης και καλός άνθρωπος στην Αθήνα, για παράδειγμα, είναι κάτι πολύ διαφορετικό από αυτό που απαιτείται, σε ένα φιλελεύθερο σύστημα σήμερα. Ένας καλός Αθηναίος πολίτης ήταν αναμενόμενο να συμμετέχει στη δημόσια ζωή και να ασχολείται με τα περισσότερα θέματα της πόλης, όπως η κοινότητα των πολιτών, η οποία παρείχε στα μέλη της ένα σύνολο και την

κάλυψη της αίσθησης του ανήκειν. Ένας καλός Αθηναίος πολίτης αναμενόταν να περνά τη ζωή του σύμφωνα με πρότυπα που σίγουρα θα ήταν σε διαφωνία με τα ήθη και τις συμβάσεις των σύγχρονων φιλελεύθερων συστημάτων, όπως η εικόνα του αυτάρκη ανθρώπου και η λατρεία για αυτονομία και ιδιωτικότητα.

Για τη θεωρία της εξαντικειμενίκευσης, το τι είναι ακριβώς η εκμάθηση είναι ακριβώς η εκμάθηση εκείνων των μορφών συλλογισμού και δράσης καθώς επίσης και της μετασχηματιστικής συμμετοχής του ατόμου στις κοινωνικοπολιτιστικές διαδικασίες της ομάδας (Radford, 2008). Η θεωρία αντιστέκεται στην ιδέα ότι η γνώση και η εκμάθηση αποτελούνται από τη διαβίβαση της γνώσης. Ειδάλλως αυτή η γνώση και εκμάθηση είναι η προσωπική *«κατασκευή»* του μαθητή. Στην πραγματικότητα η γνώση κάποιου θέματος προϋποθέτει όχι μόνο τη γνώση αλλά και έναν γνώστη. Εντούτοις, στην θεωρία της εξαντικειμενίκευσης, αυτός ο γνώστης θεωρείται ότι αναδύεται στην επαφή του με τη γνώση και τα άλλα άτομα σύμφωνα με τους τρόπους γνώσης και ύπαρξης που ο πολιτισμός του διαθέτει.

Πώς αυτές οι εκτιμήσεις μεταφράζονται στις πρακτικές των τάξεων;

Από την στιγμή που η εκμάθηση δεν μπορεί να μειωθεί στη γνωστική διάσταση, δεδομένου ότι περιλαμβάνει επίσης τη διάσταση του ατόμου-γιατί η γνώση και η ύπαρξη συλλαμβάνονται να κτίζεται η μία μέσα στη άλλη-επιδιώκουμε να δημιουργήσουμε για τους μαθητές τους όρους της δυνατότητας, να εξοικειωθούν και να αποκτήσουν άνεση με ιστορικά συντελεσμένες πολιτιστικές μορφές δράσης, στοχασμού και συλλογισμού καθώς συμμετέχουν στις σύνθετες διεπιδραστικές δραστηριότητες. Η αντανακλαστική εξοικείωση των μαθητών με τις γνωστικές ιστορικές μορφές δράσης και συλλογισμού, θεωρούνται σαν οι *διαδικασίες της εξαντικειμενίκευσης*. Για να ερευνηθούν αυτές οι διαδικασίες, η ερευνητική ομάδα του καθηγητή L.Radford (που περιλαμβάνει τους δασκάλους των τάξεων στις οποίες πραγματοποιείται η έρευνα) εφαρμόζει μαθηματικές δραστηριότητες, που είναι δομημένες ώστε να αυξάνεται η εννοιολογική δυσκολία, έχοντας υπόψη το γεγονός ότι η μαθηματική σκέψη μπορεί να εμφανιστεί σε διάφορα επίπεδα γενικότητας. Σε αυτό, προσθέτουν την επιστημολογική προϋπόθεση ότι η εννοιολογική δυσκολία του μαθηματικού στόχου και των σημειωτικών συστημάτων που μεσολαβούν τη μαθηματική σκέψη, που αποσπάται έτσι, χαρακτηρίζει εκείνα τα επίπεδα γενικότητας. Με αυτή την προοπτική, διερευνούν έπειτα τις διαδικασίες της εξαντικειμενίκευσης, δηλ., τις κοινωνικές και δυναμικές επεξεργασίες με τη βοήθεια των οποίων οι μαθητές οδηγούνται μέσω των επιπέδων μαθηματικής γενικότητας. Εμπειρικά, ερευνώνται με τη μελέτη της πολυ-σημειωτικής δραστηριότητας που οι μαθητές επιδεικνύουν. Σύμφωνα με την θεωρία της εξαντικειμενίκευσης, αυτή η σημειωτική δραστηριότητα θεωρείται ότι αποκαλύπτει τους τρόπους με τους οποίους οι μαθητές κερδίζουν την άνεση στις πολιτιστικές μορφές μαθηματικής σκέψης.

Τώρα, η σημειωτική δραστηριότητα των μαθητών επιδεικνύεται μέσω των διαφορετικών σημειωτικών συστημάτων, όπως η γλώσσα, οι χειρονομίες, η χρήση των διάφορων τύπων μαθηματικών συστημάτων και σημείων (αλγεβρική αλφαριθμιτική γλώσσα, γραφικές παραστάσεις, πίνακες, σημεία για τους αριθμούς, κ.λπ.), και άλλων λεπτότερων σημειωτικών πόρων όπως ο ρυθμός. Ο στόχος είναι ως εκ τούτου, αυτή η σύνθετη και αλληλένδετη σημειωτική δραστηριότητα των τάξεων

να αποτελέσει τον τρόπο με τον οποίο , οι μαθητές θα εξοικειώνονται με την πολιτιστική λογική που βρίσκεται πίσω από τα μαθηματικά. Μια από τις ψυχολογικές βάσεις της θεωρίας είναι ότι οι διαδικασίες κατασκευής της έννοιας και της κατανόησης επιτυγχάνονται μέσω των σύνθετων εννοιών. Για παράδειγμα, η γλώσσα προσφέρει τις αφηρημένες κατηγορικές έννοιες ενώ οι χειρονομίες με την μορφή ενδεικτικών, εικονικών ή άλλων ειδών, προσφέρουν τις αναλογικές μορφές έκφρασης. Αυτό που βλέπουμε όταν παρατηρούμε τη μαθηματική δραστηριότητα των μαθητών μέσα από αυτό το πρίσμα, είναι ότι οι μαθηματικές έννοιες είναι σφυρηλατημένες μέσω ενός λεπτού συνδυασμού τέτοιων, προφανώς ανεξάρτητων, εννοιών (Radford, Bardini, & SABENA, 2007 Radford, Miranda, & Guzman, 2008).

Σε αντίθεση με άλλες σύγχρονες προσεγγίσεις στην διδακτική των μαθηματικών, η αλληλεπίδραση δεν προσεγγίζεται στην θεωρία της εξαντικειμενίκευσης ως *«διαπραγμάτευση»* των εννοιών. Η ιδέα του διαπραγματεύομαι κάτι είναι ακόμα ένα απομεινάρι της ατομικιστικής σκέψης. Μπορούμε να διαπραγματευτούμε κάτι μόνο εάν *εμείς* το κατέχουμε. Εξαρχής η διαπραγμάτευση υποθέτει έναν ανταγωνιστικό προσδιορισμό θέσης μεταξύ του *«εγώ»* και του *«μη εγώ»*. Η διαπραγμάτευση περιλαμβάνει εμάς, τον συνομιλητή και κάτι άλλο. Πράγματι, για να διαπραγματευτούμε, πρέπει να *κατέχουμε* κάτι. Γι' αυτό δεν έχει νόημα η διαπραγμάτευση χωρίς αντικείμενο. Η τοποθέτηση του προβλήματος της αλληλεπίδρασης σε τέτοιο επίπεδο, είναι σε διαφωνία με τις αρχές της θεωρίας της εξαντικειμενίκευσης. Έτσι το θέμα της έννοιας προσεγγίζεται ως κοινή προσπάθεια όχι μόνο μεταξύ των μαθητών, αλλά και μεταξύ των μαθητών και του δασκάλου. Και αυτό μας οδηγεί στην έννοια *ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης*.

11.4 Ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης

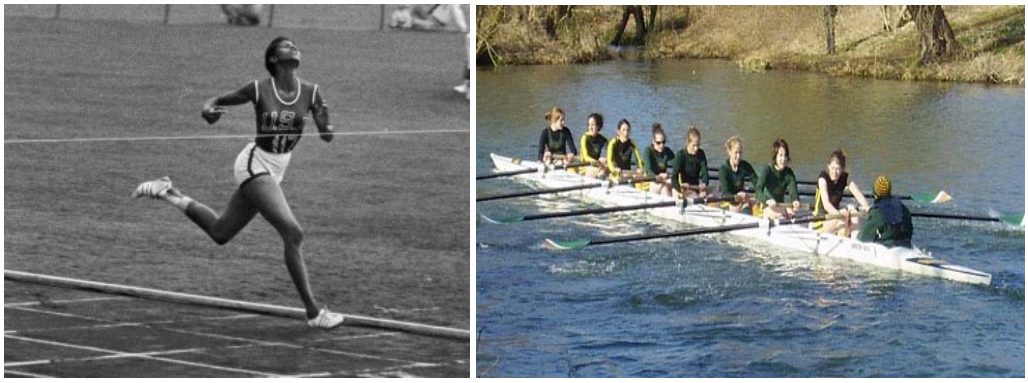
Αν και η ιδέα του Vygotsky για τη ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης (Zone of Proximal Development) είναι ίσως η συχνότερα χρησιμοποιημένη έννοιά του, είναι δυστυχώς και η λιγότερο κατανοητή μεταξύ όλων των ιδεών του. Συνήθως αναφέρεται ως *«απόκλιση μεταξύ της πραγματικής διανοητικής ηλικίας ενός παιδιού και του επιπέδου που φθάνει στην επίλυση των προβλημάτων με βοήθεια»* (Vygotsky, 1986, σελ. 187). Και συχνά, γίνεται κατανοητή ως απλό διάστημα της μετάδοσης της γνώσης: το διάστημα όπου ο δάσκαλος αποστέλλει τη γνώση στο σπουδαστή. Κάτι τέτοιο όμως είναι ξένο στις ιδέες του Vygotsky. Σε μια άλλη όχι περισσότερο επιτυχημένη ερμηνεία, η ZPD εμφανίζεται ως κάτι εγγενές στο μαθητή. Πράγματι, η έννοια της ZPD παρουσιάζεται συχνά σαν ο μαθητής να έχει την δική του ZPD, ανεξάρτητα από το κοινωνικοπολιτιστικό πλαίσιο μέσα στο οποίο αναπτύσσεται. Αυτή η απλοποίηση της αρχικής ιδέας του Vygotsky αγνοεί το γεγονός ότι η ZPD ήταν κατασκεύασμα τουVygotsky για να απαντήσει στο πρόβλημα της σχέσης μεταξύ της καθοδήγησης και της ανάπτυξης. Αγνοεί τη θεμελιώδη διορατικότητα που διακρίνει την προσέγγιση του Vygotsky, δηλαδή ότι η καθοδήγηση οδηγεί την πορεία της ανάπτυξης και ότι μια τέτοια σειρά μαθημάτων εξαρτάται από το είδος σχέσης που δημιουργείται μεταξύ του μαθητή και του πλαισίου του. Ειδικότερα, είναι σφυρηλατημένο από την αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών, και μεταξύ των

μαθητών και του δασκάλου τους. Η ZPD δεν είναι ένα στατικό πράγμα που ανήκει σε έναν ιδιαίτερο μαθητή αλλά μάλλον ένα κοινωνικό, σύνθετο σύστημα σε κίνηση.

Οι μαθηματικές δραστηριότητες στις πρακτικές των τάξεών μας περιστρέφονται γύρω από την ιδέα της ZPD. Είναι σε αυτή τη ζώνη που η μάθηση εμφανίζεται πραγματικά. Η φιλοσοφία πίσω από την ιδέα της ZPD πλαισιώνει τον ρόλο και του δασκάλου και των μαθητών..

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, στις θεωρίες των δομιστών, η γνήσια εκμάθηση πρέπει να προέλθει από το μαθητή. Διαφορετικά η αυτόνομη κατασκευή της γνώσης τίθεται στον κίνδυνο. Ο δάσκαλος πρέπει έτσι να απόσχει ο ίδιος από την προσφορά της απάντησης στον μαθητή ή την αναφορά σε κάτι που μπορεί να υπαινιχθεί εκείνες τις πτυχές της γνώσης, που ο μαθητής υποτίθεται πως έχει στόχο να κατασκευάσει προσωπικά. Όπως ο Brousseau μας λέει, *«μεταξύ της στιγμής που ο μαθητής δέχεται το πρόβλημα σαν ήταν δικό του και της στιγμής που παράγει την απάντησή του, οι δάσκαλοι απέχουν από την παρέμβαση και την υποβολή προτάσεων σχετικά με τη γνώση που θέλουν να δουν να εμφανίζεται.»* (Brousseau, 1997, σελ. 30). Η εξαφάνιση του δασκάλου χαρακτηρίζει μια «α-διδακτική» κατάσταση. Σε μια τέτοια κατάσταση, ο μαθητής είναι μόνος του στο στόχο του να κατακτήσει τη γνώση.

Στη ZPD η κατάσταση είναι ακριβώς το αντίθετο. Για την κατάκτηση της γνώσης, ο δάσκαλος συμμετέχει μ' έναν άμεσο και ενεργό τρόπο. Ίσως μπορούμε να απεικονίσουμε τη διαφορά μ' αυτήν που υπάρχει ανάμεσα σ' έναν αγώνα δρόμου ταχύτητας 100 μέτρων και έναν αγώνα κωπηλασίας. Στον πρώτο, δεν υπάρχει όχημα που να τρέχει μαζί με το sprinter. Στον δεύτερο, ο αθλητής δεν είναι μόνος. Είναι μέρος μιας ομάδας. Ένας από αυτήν- ο πηδαλιούχος-είναι υπεύθυνος για τη λήψη των τακτικών αποφάσεων, επιδιώκει η ομάδα να κινείται στην σωστή κατεύθυνση ενώ ταυτόχρονα παρέχει ενθάρρυνση και κίνητρο. Μ' αυτόν τον τρόπο ενεργεί παρόμοια με τον κοινωνικοπολιτιστικό δάσκαλο, που προσανατολίζει την κατεύθυνση των συζητήσεων, αναδιαρρυθμίζει τις ιδέες όταν απαιτείται, και ανατροφοδοτεί τη δυναμική της τάξης.



Σχήμα 1 Αριστερά αθλήτρια αγώνα δρόμου ταχύτητας 100 μέτρων την στιγμή που κόβει το νήμα του τερματισμού, σ' ένα ατομικό αγώνισμα. Δεξιά μια κωπηλατική ομάδα με τον πηδαλιούχο της. Αυτός τους καθοδηγεί, παίρνει αποφάσεις καθορίζει την πορεία της βάρκας και ενθαρρύνει τους κωπηλάτες

Τα προηγούμενα σχόλια δεν σημαίνουν ότι δεν υπάρχει καμία α-διδακτική κατάσταση στην κοινωνικοπολιτιστική πρακτική των τάξεων. Υπάρχουν, αλλά ως προθέρμανση: ο δάσκαλος αφήνει τους μαθητές να προχωρήσουν όσο μπορούν μόνοι τους. Ευθύνη των μαθητών είναι να προσπαθήσουν όσο πιο σκληρά μπορούν. Ο δάσκαλος βοηθά τους μαθητές να πάνε μακρύτερα ακόμα.

Όπως μπορούμε να δούμε από τις προηγούμενες παρατηρήσεις, η δομή και η δυναμική μιας κοινωνικοπολιτιστικής τάξης που εμπνέεται από τη θεωρία της εξαντικειμενίκευσης εμπνέεται από συλλήψεις για την μάθηση και την γνώση διαφορετικές απ' τις συλλήψεις που υιοθετούν άλλες θεωρίες

Η ερώτηση λοιπόν δεν αφορά την κατοχή και παραγωγή της γνώσης από τους μαθητές με έναν αυτόνομο τρόπο. Αντίθετα, η εκμάθηση συλλαμβάνεται ως ένα *κοινοτικό* γεγονός. Κατά συνέπεια, αντί της ενθάρρυνσης των μαθητών να κάνουν προσωπικές κατασκευές, τους ενθαρρύνουμε να μιλήσουν ο ένας στον άλλο, για να προσπαθήσουν να καταλάβουν άλλες απόψεις, να αντιμετωπίσουν άλλες φωνές και να χτίσουν τα κοινά προγράμματα (Radford, 2009). Τους ενθαρρύνουμε επίσης να ασκούν κριτική προς τον εαυτό τους και τις μαθηματικές ιδέες που κυκλοφορούν στην τάξη.

Βιβλιογραφία

- **Adorno, T. W.** (2001). *Kant's Critique of Pure Reason.* Standford: Standford University.
- ***Adorno, T. W.***:(2001), *Kant's Critique of Pure Reason,* Stanford University Press, Stanford CA.
- ***Almeder, R.***: (1983), 'Peirce on meaning', in E. Freeman (ed.), The Relevance of Charles Peirce, Monist Library of Philosophy, La Salle, pp. 328-347.
- ***Arcavi, A.*** (1994) «Symbol Sense: Informal Sense-making in Formal Mathematics», *For the Learning of Mathematics,* 14 (3).
- **Arendt, H.** *(1958).* The human condition. *Chicago: The University of Chicago Press.*
- **Arendt, H.** *(1993).* Between past and future. *(Reprint of the 1968 ed. published by The Viking Press). New York: Penguin Books.*
- ***Arzarello, F. and Robutti, O.***: (2001), 'From Body Motion to Algebra through Graphing', in H. Chick, K. Stacey, J. Vincent and J. Vincent (eds.), *Proceedings of the 12th ICMI Study Conference,* The University of Melbourne, Australia, Vol. 1, 33 - 40.
- **Arzarello, F., Edwards, L., & Radford, L.** *(2008). Gesture and multimodality in the construction of mathematical meaning. Special Issue,* Educational Studies in Mathematics *(forthcoming).*
- **Bachelard, G.** *(1986).* La formation de I' esprit scieniifique. *Paris: Vrin.*
- **Bakhtin, M.** *(1986).* Speech genres and other late essays. *Austin, TX: University of Texas Press.*
- **Bakhtin, M.** (1986). *Speech Genres and Other Late Essays.* Austin : University of Texas Press.
- *Baldwin, James Mark.* (1911). *The Individual and Society, or Psychology and Sociology.* Boston:The Gorham Press.
- **Bartolini, Bussi M. G., & Mariotti, M. A.** *(2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artefacts and signs after a Vygotskian perspective. In L. English (Ed.),* Handbook of international research in mathematics education *(2nd ed.ition). Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, (in press).*
- **Baudrillard, J.** *(1968).* Le systeme des objets [The system of objects]. *Gallimard, Paris: Gallimard. Bikner-Ahsbahs, A., & Prediger, S. (2006). Diversity of theories in mathematics education - How can we deal with it?* ZDM- The International Journal on Mathematics Education, 38(\), *52-57.*
- **Becker von, O.** (1936). *Die Lehre vom Geraden und Ungeraden im Neunten Buch der Euklidischen Elemente,* Quellen und Studien zur Geschichte der mathematik, astronomie und physik, abt. B, Vol. 3, pp. 533-553.
- ***Begout, B.***: (2003), 'L'ontologie dans les limites de la simple phenomenologie: Husserl et le primat de la theorie phenomenologique de la connaissance', in D. Fisette and S. Lapointe (eds.), Aux origines de la phenomenologie, Paris, Vrin, pp. 149-178.
- ***Berger, P.L. and Luckmann, T.***: (1967), The Social Construction of Reality, Anchor Book, New York.
- **Beth, E. W. and Piaget, J**. (1966). *Mathematical Epistemology and Psychology.* Netherlands: D. Reidel Publishing Company.
- ***Biagioli, M.***: (1993), *Galileo, Courtier,* Chicago University Press Chicago.

- **Bkouche, R.** (1997). Epistemologie, Histoire et Enseignement des Mathematiques, *For the Learning of Mathematics, 17*(1), 34-42.
- ***Bloch, Maurice.*** (1985). *Marxism and Anthropology*. Oxford, New York: Oxford University Press.
- **Bluff, L. A., Weir, A. A. S., Rutz, C, Wimpenny, J. H., & Kacelnik, A.** *(2007). Tool-related cognition in new Caledonian crows.* Comparative Cognition & Behavior RevieM's, 2: *1-25.*
- **Boesch, C, & Boesch, H.** *(1990). Tool use and tool making in wild chimpanzees.* Folia Primatologica, 54, *86-99.*
- ***Bolkestein, Hendrick***. (1958). *Economic life in Greece's Golden Age.* Leiden: E. J. Brill.
- **Bosch, M., & Chevallard, Y.** *(1999). La sensibilite de Pactivite mathematique aux ostensifs.* Recherches en Didactique des Mathematiques, 19(1), *77-124.*
- ***Brent, J.***: (1998), Charles Sanders Peirce. A Life, revised and enlarged edition, Indiana University Press, Blomington.
- **Brousseau, G.** *(1986). Fondements et methodes de la didactique des mathematiques,.* Recherches en Didactique des Mathematiques, *7(2), 33-115.*
- **Brousseau, G.** *(2004).* line modelisation de Venseignement des mathematiques. *Plenary Lecture delivered at Convegno di didattica della matematica, September 24-25,2004, Locarno, Switzerland.*
- **Brousseau, G., and & Gibel, P.** *(2005). Didactical handling of students' reasoning processes in problem solving situations.* Educational Studies in Mathematics, 59, *13-58.*
- ***Brown, A***. (1996) «Mathematics Language and Derrida», Paper presented at the May meeting of the British Society for the Research in the Learning of Mathematics, Loughborough, UK.
- ***Brown, T.*** *(in press). Lacan, subjectivity, and the task of mathematics education research.* Educational Studies in Mathematics.
- ***Brunschvicg, L.***: (1922), *L'exporience humaine et la causalitophysique,* Alcan, Paris.
- ***Buck-Morss, S.***: (1975), 'Socio-Economic Bias in Piaget's Theory and Its Implications for Cross-Culture Studies', *Human Development* 18, 35 - 49.
- ***Byers, V. and Erlwanger, S.*** (1984) «Content and Form in Mathematics», *Educational Studies in Mathematics,* No15.
- ***Byers, V. and Herscovics, N***. (1977) «Understanding school Mathematics», *Mathematics Teaching,* No 81.
- ***Cassirer, E***.: (1957), The Philosophy of Symbolic Forms, Vol. 3, Oxford University Press, London.
- ***Cassirer, Ernest.*** (1953). *Language and Myth.* New York: Dover.
- ***Castoriadis, Cornelius.*** (1975). *L' institution imaginaire de la societe.* Paris: Seuil.
- ***Chaffe-Stengel, P. and Noddings, N.*** (1982) «Facilitating Symbolic Understanding of Fractions», *For the Learning of Mathematics,* 3(2).
- ***Chao, Y. R.*** (1961) «Graphic and Phonetic Aspects of Linguistic and Mathematical Symbols», *Proceedings of Symbosia in Applied Mathematics,* Vo XII.
- ***Chiurazzi, G.***: (1990), 'Schematisme et modalite: La doctrine kantienne du schematisme comme thematisation analogico-experimentale de la connaissance', *Kant Studien* 91.2, 146 - 164.

- ***Cobb, P.*** *(2007). Putting philosophy to work. Coping with multiple theoretical perspectives. In F. K Lester (Ed.),* Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning *(pp. 3-38).*
- ***Cole, Michael.*** (1996a). Interacting minds in a life-span perspective: a cultural-historical approach to culture and cognitive development. In Paul B. Baltes and Ursula M. Staudinger (Eds.), *Interactive minds,* 59-87. Cambridge University Press.
- ***Cole, Michael.*** (1996b). *Cultural Psychology.* Cambridge and London: The Belknap Press of Harvard University Press.
- ***CP= Peirce, Ch.*** *S.*: (1931-1958), Collected Papers, Vols. I-VIII, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts.
- ***Crawford, Kathryn.*** (1996) Vygotskian approaches to human development in the information era. Educational Studies in Mathematics. (31) 43-62.
- **Crombie, A.** C. *(1995). Commitments and styles of European scientific thinking.* Histoiy of Sciences, 33,*225-238*
- ***D.G. Mandelbaum*** (ed.), 5th printing, 1968, University of California Press, Berkeley and Los Angeles.
- ***D'Amore, B.***: (2001), 'Une contribution au debat sur les concepts et les objets mathematiques: la position "naive" dans une theorie "realiste" contre le modele "anthropologique" dans une theorie "pragmatique", in A. Gagatsis (ed.), Learning in Mathematics and Science and Educational Technology, Vol. 1, pp. 131-162.
- ***Daval, R***.: (1957), *La motaphysique de Kant,* Presses Universitaires de France, Paris. Galileo, G.: 1638, *Two New Sciences* (translated by S. Drake, 1989), Wall & Thomson, Toronto.
- ***Davydov, V.***(1990). Types of Generalization In Jeremy Kilpatrick (Ed.) *Instruction: Logical and Psychological Problems in the Structuring of School Curricula.* Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- ***De Haan, M.*** *(1999).* Learning as cultural practice. *Amsterdam: Thela/Thesis.*
- De Vega, M. *(1986).* Introduction a la psicologia cognitiva [Introduction to cognitive psychology]. *Mexico:Alianza.*
- ***Dewey, J.***: (1946), 'Peirce's theory of linguistic signs, thought, and meaning', The Journal ofPhilosophy 43(4), 85-95.
- ***Dorfler, W.***: (2002), 'Formation of mathematical objects as decision making', Mathematical Thinking and Learning 4(4), 337-350.
- ***Driscoll, Marcy P.*** (1994). Psychology of Learning for Instruction. Needham, Ma: Allyn && Bacon.
- **Durkheim, E.** (1915). *The Elementary Forms of Religious Life.* New York: The Free Press.
- **Duval, R.** (1995). *Semoisis etpensee humaine.* Bern : Lang.
- ***Duval, R.***: (1998), 'Signe et objet, I et II', Annales de didactique et de sciences cognitives, IREM de Strasbourg, Vol. 6, pp. 139-196.
- **Eagleton, T.** *(1997).* Marx. *London: Phoenix. Foucault, M. (1966).* Les mots et les choses. *Paris: Editions*
- **Eagleton, T.** (1998). *Body Work. In S. Regan,* The Eagleton Reader *(pp. 157-162). Oxford: Blackwell.*
- ***Eagleton, T.***: (2003), After Theory, Penguin Books, London.

- ***Eco, U.***: (1999), Kant and the Platypus. Essays on Language and Cognition, Harcourt, San Diego/New York/London.
- ***Eibl-Eibesfeld, Irenaus, Schiefenhovel, Wolf and Heeschen, Volker.*** (1989). *Kommunikation bei den Eipo. Eine humanethologische Bestandsaufnahme.* Berlin: Reimer.
- ***Eisele, C.*** (1964) «Peirce's philosophy of education in his unpublished mathematics textbooks». In E. Moore and R. Robin (eds), *Studies in the philosophy of Charles Sanders Peirce,* Second Series, Amherst:The University of Massachusetts Press.
- ***Floridi, L.***: (1994), 'Scepticism and the search for knowledge: A Peirceish answer to a Kantian doubt , Transactions ofthe Charles S. Peirce Society 30(3), 543-573.
- ***Follesdal, D.***: (1969), 'Husserl's notion of noema', The Journal of Philosophy 66(20), 680-687.
- ***Foucault, M.*** (2001). Dits et ecrits. *Paris: Gallimard.*
- ***Foucault, Michel.*** (1971). *L'ordre du discours.* Paris: Gallimard.
- ***Fowler, David H.*** (1987). *The Mathematics of Plato's Academy.* Oxford: Clarendon Press.
- ***Franci, Raffaella and Toti Rigatelli, Laura.*** (1982). *Introduzione all'arithmetica mercantile del Medioevo e del Rinascimento.* Siena: Quattro Venti.
- ***Freeman, Kathleen.*** (1956). *Ancilla to the Pre-socratic Philosophers.* Oxford: Basil Blackwell.
- ***Furinghetti, F. & Radford, L.*** (2002). Historical Conceptual Developments and the Teaching of Mathematics: from Philogenesis and Ontogenesis Theory to Classroom Practice. In L. English (Ed.), *Handbook. of International Research in Mathematics Education* (pp. 631-654). New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- ***Furinghetti, F. and Radford, L.***: (2002), 'Historical conceptual developments and the teaching of mathematics: From phylogenesis and ontogenesis theory to classroom practice', in L. English (ed.), Handbook of International Research in Mathematics Education, Lawrence Erlbaum, New Jersey, pp. 631-654.
- ***Furinghetti, F.***: (1997), 'History of mathematics, mathematics education, school practice: Case studies in linking different domains', For the Learning of Mathematics 17(1), 5561.
- ***Gallimard. Geertz, C.*** *(1973).* The interpretation of cultures. *New York: Basic Books.*
- ***Gal'perin, Piotr.*** (1967). On the notion of internalization. *Soviet Psychology* 5 (3), 28-33.
- ***Gal'perin, Piotr.*** (1989a). Organization of Mental Activity and the Effectiveness of learning. *Soviet Psychology* 27 (3), 65-82.
- ***Gal'perin, Piotr.*** (1989b). Study of the Intellectual Development of the Child. *Soviet Psychology* 27 (3), 26-44.
- ***Geertz, C.*** (1973). The Interpretation of Cultures. *New York: Basic Books.*
- ***Godino, J.D. and Batanero, C.:*** *(*1999), 'The meaning of mathematical objects as analysis units for didactic of mathematics', in I. Schwank (ed.), Proceedings of the First Conference of the European Society for Research in Mathematics Education,.
- ***Goody, J.*** (2000). *The Power of the Written Tradition.* Washington and London: Smithsonian Institution Press.
- ***Greenwich, CT: Information Age Publishing. Colyvan, M.*** *(2001). The miracle of applied mathematics.* Synthese, 127, *265-277.*
- ***Grinevald, J.*** (1983a). Piaget on Levi-Strauss: An Interview with Jean Piaget by Jacques Grinevald, *New Ideas in Psychology, 1*(1), 73-79.

- ***Grinevald, J.*** (1983b). Levi-Strauss' reaction: An interview with Claude Levi-Strauss by Jacques Grinevald, *New Ideas in Psychology, 1*(1), 81-86.
- ***Harre, R. and Gillett, G.*** (1994). *The discursive mind.* London: Sage.
- ***Hausfather, Samuel J.*** (1996) Vygotsky and Schooling: Creating a Social Contest for learning. Action in Teacher Education. (18) 1-10.
- ***Heath, Thomas L.*** (1956). *Euclid, the thirteen books of the Elements.* Vol. 2. New York: Dover.
- ***Heidegger, M.***: (1971), *Poetry, Language, Thought* (translated by A. Hofstadter), Harper & Row, New York.
- ***Hooper, J.*** (ed.): (1991), *Peirce on signs,* The University of North Carolina Press, Chapel Hill and London.
- ***Hoyrup, J.*** *(2007). The roles of Mesopotamia!! bronze age mathematics tool for state formation and administration.* Educational Studies in Mathematics, 66(2), *257-27I.*
- ***Husserl, E.*** *(1931).* Ideas. *London: George Allen & Unwin.*
- ***Husserl, E.*** (1978/ *Origin of Geometry.* Introduction by Jacques Derrida. Translated by John P. Leavey, Jr.. Lincoln and London: University of Nebraska Press.
- ***Husserl, E.***: (1890-1908/1994), Early Writings in the Philosophy of Logic and Mathematics, Kluwer, Dordrecht.
- ***Husserl, E***.: (1891/1972), Philosophie de l'arithmetique, translated by J. English, Presses Universitaires de France, Paris.
- ***Husserl, E***.: (1900/1970), Logical Investigations, translated by J.N. Findlay, Routledge & Kegan Paul, London.
- ***Husserl, E***.: (1913/1931), Ideas. General Introduction to Pure Phenomenology, translated by W.R. Boyce Gibson, Third Edition, 1958, The Macmillan Company, New York.
- ***Husserl, E.***: (1935), Letter to Lucien Levy-Bruhl, Husserl Archives, Leuven.
- ***Husserl, E.***: (1961), *Recherches Logiques* (Recherches I et II), Presses Universitaires de France, Paris.
- ***Husserl, E.****: (1973),* Experience and Judgment, *Northwestern University Press, Evanston.*
- ***Husserl, E.***:(2001), Sur l'intersubjectivite II, Presses Universitaires de France, Paris.
- ***Huttenlocher, J. and Higgins, E.T.*** (1978) «Issues in the study of symbolic developments In W.A. Collins (ed), *Minnesota Symbosia on Child Psychology,* Vo II, Lawrence Erlbaum Associates. *Langer, S.* (1955) *Philosophy in a New Key,* NY: Mentor Books.
- ***Ilyenkov, E.***: (1977a), 'The concept of the ideal', in Philosophy in the USSR: Problems of Dialectical Materialism, Progress Publishers, Moscow.
- ***Ilyenkov, E.V.***: (1977b), Dialectical Logic, Progress Publishers, Moscow.
- ***Ilyenkov, Evald V.*** (1977). *Dialectical Logic.* Moscow: Progress Publishers.
- ***Kant, E.*** *(1803).* On Education. *Boston: D. C. Heath. (Retrieved, on June 11, 2006, from:*
- ***Kant, I.*** (1781/1787/1996). *Critique of Pure Reason.* Translated by W. S. Pluhar from the 1781 and 1787 editions. Indianapolis / Cambridge: Hackett Publishing Company.
- ***Kant, I.*** (1797/1974). *Anthropology from a pragmatic point of view.* Translated by Mary J. Gregor. The Hague: Martinus Nijhoff.
- ***Kant, I.*** *(1797/1974).* Anthropology from a pragmatic point of view. *(Translated by Mary J. Gregor, Trans.). The Hague: Martinus Nijhoff.*
- ***Kant, I.***: (1790), *The Critique of Judgement* (translated by James Creed Meredith)

- ***Kidron, I., Lenfant, A., Bikner-Ahsbahs, A., Artigue, M., & Dreyfus, T.*** *(2008). Social interaction in learning processes as seen by means of three theoretical frameworks.* ZDM - The International Journal on Mathematics Education, *(in press).*
- ***Knorr, Wilbur.*** (1986). *The Ancient Traditions of Geometric problems.* New York: Dover.
- ***Kohler, W.*** *(1951).* The mentality of apes. *New York: Routledge and Kegan Paul.*
- ***Kohler, Wolfgang.*** (1951). *The Mentality of Apes.* New York: The Humanities Press / London:Routledge and Kegan Paul.
- ***Kozulin, Alex.*** (1996). The concept of activity in Soviet psychology. In Harry Daniels (ed.), *An Introduction to Vygotsky,* 99-122. London and New York: Routledge.
- ***Laborit, H.*** (1985). Eloge de lafuite. Paris: Gallimard.
- ***Lakoff, G. and Johnson, M.*** *(1999).* Philosophy in the Flesh. *New York: Basic Books.*
- ***Lakoff, G. and Nunez, R.*** *(2000).* Where Mathematics Comes From. *N. Y.: Basic Books.*
- ***Lave, J.*** *(1988).* Cognition in practice. *Cambridge: Cambridge University Press.*
- ***Lawrence, Janette A., Valsiner, Jaan.*** (1993) Conceptual Roots of Internalization: From Transmission to Transformation. *Human Development* 36, 150-167.
- ***Lear, J.*** (1982). Aristotle's Philosophy of Mathematics, *The Philosophical Review, 91* (2), 161-192.
- ***Lefevre, Wolfgang.*** (1981). Rechensteine und Sprache. In Peter. Damerow and Wolfgang Lefevre (Eds.), *Rechenstein, Experiment, Sprache. Historische Fallstudien zur Entstehung der exakten Wissenschaften,* 115-169. Stuttgart: Klett-Cotta.
- ***Leibniz (or Leibnitz), G. W***.: (1949), *New Essays concerning Human Understanding* (translated from the 1705 text by A. G. Langley), The open Court, La Salle, Ill.
- ***Leibniz, G. W.*** *(1704/1966).* Nouveaux essais sur I'entendement humain. *(published 1765). Paris: Flammarion.*
- ***Lektorsky, V. A.*** *(1984).* Subject, Object, Cognition. *Moscow: Progress Publisher.*
- ***Leont'ev, A. N.*** *(1978).* Activity, consciousness, and personality. *New Jersey: Prentice-Hall.*
- ***Leontiev, Aleksei Alekseevich***. (1981). Sign and Activity. In James V. Wertsch (Ed.), *The Concept of Activity in Soviet Psychology,* 241-255. New York: M. E. Sharpe.
- ***Leontiev, Aleksei Nikolaevich.*** (1981). The Problem of Activity in Psychology. In James V. Wertsch (Ed.), *The Concept of Activity in Soviet Psychology,* 37-71. New York: M. E. Sharpe.
- ***Leontiev, Aleksei Nikolaevich.*** (1984). *Activite, Conscience, Personalite.* Moscou: Editions du Progres.
- ***Lerman, S.*** *(1996). lntersubjectivity in mathematics learning: A challenge to the radical constructivist paradigm?* Journal for Research in Mathematics Education, *27(2), 133-150.*
- ***Lerman, S.*** *(2006). Socio-cultural research in PME. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.),* Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future. *Rotterdam: Sense Publishers.*
- ***Lesh, R., Doerr, H., Carmona, G., & Hjalmarson, M.*** *(2003). Beyond constructivism.* Mathematical Thinking and Learning, *5(2-3), 211-233.*
- ***Lester, F.*** *(2005). On the theoretical, conceptual, and philosophical foundations for research in mathematics education.* ZDM - The International Journal on Mathematics Education, 37(6), *457467.*
- ***Levinas, E.*** *(1976).* Noms Propres. *Paris: Fata Morgana.*
- ***Levinas, E.*** *(1989).* The Levinas reader. *(Edited by (S. Hand, Ed.)). Oxford: Blackwell.*

- ***Levi-Strauss, C.*** (1962). *La pensee sauvage*. Paris: Plon.
- ***Liebeck, P***. (1986) «In defence of experience», *Mathematics Teaching*, No 114.
- ***Lizcano, E.*** *(1993).* lmaginario colectivo y creation matematica [Collective imaginary and mathematical creation]. *Barcelona: Editorial Gedisa.*
- ***Lizcano, Emmanuel*** (1993). *Imaginario colectivo y creacion matematica.* Barcelona: Editorial Gedisa.
- ***Lloyd, G. E. R.*** (1993). *Pour en fnir avec les mentalites* (translation of Demystifying mentalities, Cambridge University Press). Paris : Editions La Decouverte. Mikhailov, F. T. (1980).
- ***Lotman, Y.***: (1990), *Universe of the Mind. A Semiotic Theory of Culture*, I. B. Taurus, London/New York.
- ***Luria, A.R.***: (1984), Sensacion y percepcion, Ediciones Martinez Roca, Barcelona.
- ***Lyotard, Jean-Francois***. (1979). *La conditionpostmoderne.* Paris: Les editions de minuit.
- ***Martin, J.*** *(2004). The educational inadequacy of conceptions of self in educational psychology.* Interchange: A Quarterly Review of Education, 35, *185-208.*
- ***Marx, K. and Engels, F.***: (1968), Theses on Feuerbach, Selected Works, International Publishers, New York, pp. 28-30.
- ***Marx, Karl and Engels, Friedrich.*** (1982). *L'ideologie allemande.* Paris: Editions sociales-Messidor.
- ***Mclntyre, R. and Smith, D.W.***: (1976), 'Husserl's equation of meaning and noema', The Monist 59, 115-132.
- ***Merleau-Ponty, M.*** *(1945).* Phenomenologie de la perception. *Paris: Gallimard, Paris.*
- ***Merleau-Ponty, M.***: (1960), Signes, Gallimard, Paris.
- ***Mikhailov, F.*** *(1980).* The riddle of the self. *Moscow: Progress Publishers.*
- ***Morris, C.*** (1938) Foundations of the theory of signs, Chicago.
- ***Morris, P.*** (1997). *The Bakhtin Reader.* London / New York / Sidney / Auckland: Arnold.
- ***Mueller, Ian.*** (1991). Mathematics and Education: Some Notes on the Platonic Program. *Apeiron* 24, 85-104.
- ***Nabonnand, P.***: (2004), 'Applications des mathematiques au debut du vingtieme siecle', in Coray, D., et al. (eds.), One Hundred Years of L'Enseignement Mathematique, L'Enseignement Mathematique, Monographie No. 39, pp. 229-249.
- ***Nancy, J.-L.*** *(2000).* Being singular plural *(R. D. Richardson & A. E. O'Byrne, Trans.). Stanford, California: Stanford University Press.*
- ***Nemirovsky, R.*** *(2003). Perceptuo-motor activity and imagination in mathematics learning, in N. Pateman, B. Dougherty, & J. Zilliox (Eds.),* Proceedings of the 27th Cconference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education *(Vol. 1, pp. 103-135). University of Hawaii.*
- ***Nemirovsky, R.*** *(2003). Three Conjectures Concerning the Relationship between body activity and Understanding Mathematics.* Proceedings of the PME27-PMENA25 Conference. *Honolulu.*
- ***Nesher, D.***: (1997), 'Peircean realism: Truth as the meaning of cognitive signs representing external reality , Transactions ofthe Charles S. Peirce Society 33(1), 201-257.

- ***Nichanian, M.***: (1979), *La question gonorale du fondement: Ecriture et temporalito,* These de Doctorat de troisieme cycle de Philosophie, Universite des Lettres et sciences humaines de Strasbourg, Strasbourg.
- ***Niss, M.*** *(1999). Aspects of the nature and state of research in mathematics education.* Educational Studies in Mathematics, 40, *1-24.*
- ***Ortega y Gasset, Jose.*** (1992). *La idea de principio en Leibniz.* Madrid: Alianza Editorial.
- ***Otte, M.***: (1998), 'Limits of constructivism: Kant, Piaget and Peirce', *Science & Education* 7, 425 - 450. Otte, M.: in press, 'Does mathematics have objects? In what sense?', *Synthese.*
- ***Otte, M.***: (2003), Meaning and Mathematics. Pre-print. Institut fur Didaktik der Mathematik, Universitat Bielefeld.
- ***Otte, M.***: forthcoming, 'Does mathematics have objects? In what sense?' Synthese.
- ***Parker, K.***: (1994), 'Peirce s semeiotic and ontology , Transactions ofthe Charles S. Peirce Society 30(1), 51-75.
- ***Pea, R. D.*** *(1993). Practices of distributed intelligence and designs for education. In G. Salomon (Ed.),* Distributed Cognitions *(pp. 47-87). Cambridge: Cambridge University Press.*
- ***Peirce, C.*** (1955) «Logic as Semiotic: the theory of signs». Στο Κ. Παπαγιώργης (επ. και μετ.) (1981) *Κείμενα Σημειολογίας*, εκδόσεις Νεφέλη.
- ***Peirce, C. S.*** (1868). Some consequences of four incapacities, *Journal of Speculative Philosophy,* 2, 140-157. Reprinted in : *Peirce on signs,* J. Hooper (ed.), pp. 54-84.
- ***Peirce, C. S.***: (1966), *Collected Papers,* (edited by A. Burks), Vol. 8, The Belknap Press of Harvard University Press, Cambridge.
- ***Peirce, C.S.*** (1868) «On a New List of Categories», *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences,* 7.
- ***Pfeiffer, Rudolf*** (1968). *History of Classical Scholarship.* Oxford: Clarendon Press.
- ***Piaget et Noam Chomsky,* Seuil, Paris. Rabardel, P.**: (1995), *Les hommes et les technologies,* Armand Colin, Paris.
- ***Piaget, J.*** (1967). *Etudes sociologiques*. Geneve: Librairie Droz.
- ***Piaget, J.*** (1968). *La formation du symbole chez l' enfant.* Neuchatel: Delachaux et Niestle.
- ***Piaget, J.*** (1971). *Insights and Illusions of Philosophy.* New York and Cleveland: Meridian Books.
- ***Piaget, J.*** *(1973).* To understand is to invent. The future of education. *New York: Grossman.*
- ***Piaget, J***.: (1924), 'L'experience humaine et la causalite physique', *Journal de psychologie normal et pathologique* 21, 586 - 607.
- ***Piaget, J.***: (1953), The Origin of Intelligence in the Child, Routledge & Kegan Paul, London.
- ***Piaget, J.***: (1970a), *Psychologie et epistemologie,* Editions Gonthier, Paris.
- ***Piaget, J.:*** (1970b), *Genetic Epistemology,* W. W. Norton, New York.
- ***Piaget, J.***: (1972), *Probldmes de psychologie genetique,* Denoel/Gonthier, Paris.
- ***Piattelli-Palmarini, M. (Ed.).*** (1982). Theories du langage, theories de l' apprentissage: le debat entre Jean Piaget et Noam Chomsky. Paris: Seuil.

- ***Pimm, D.*** (1986) «Beyond Reference», *Mathematics Teaching,* No 116.
- ***Pimm, D.*** (1987) *Speaking Mathematically: Communication in Mathematics Classrooms,* London: Routledge and Kegan Paul.
- ***Popkewitz, T.*** *(2004). School subjects, the politics of knowledge, and the projects of intellectuals in change. In P. Valero & R. Zevenbergen (Eds.),* Researching the socio-political dimensions of mathematics education *(pp. 251-267). Boston: Kluwer.*
- ***Putnam, H.*** (1981). *Reason, Truth and History.* Cambridge: Cambridge University Press.
- ***Rabardel, P***.: (1997), 'Activites avec instruments et dynamique cognitive du sujet', in C. Moro, B. Schneu-wly, and M. Brossard (eds.), *Outils et signes. Perspectives actuelles de la theorie de Vygotski,* Peter Lang, Bern, pp. 35-49.
- ***Radford, L.*** *(1997). On psychology, historical epistemology and the teaching of mathematics.* For the learning of mathematics, 17(\), *26-33.*
- ***Radford, L.*** (1998a). On Signs and Representations. A Cultural Account, *Scientia Paedagogica Experimentalis,* Vol. 35 (1), 277-302.
- ***Radford, L.*** (1998b). On Culture and Mind, a post-Vygotskian Semiotic Perspective, with an Example from Greek Mathematical Thought, paper presented at the 23rd Annual Meeting of the Semiotic Society of America, Victoria College, University of Toronto, October 15-18, 1998.
- ***Radford, L.*** (1999b). The Rhetoric of Generalization, *Proceedings of the 23rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Haifa, Technion-Israel Institute of Technology, Vol. 4, pp. 89-96.
- ***Radford, L.*** *(2000). Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: A semiotic analysis.* Educational Studies in Mathematics, 42(3), *237-268.*
- ***Radford, L.*** (2000a). Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: A semiotic analysis, *Educational Studies in Mathematics, 42*(3), 237-268.
- ***Radford, L.*** (2000b).Students' processes of symbolizing in algebra. A semiotic analysis of the production of signs in generalizing tasks, in: T. Nakahara and M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the psychology of Mathematics Education* (PME-24), Hiroshima University, Japan, 4, 81-88.
- ***Radford, L.*** *(2002). The seen, the spoken and the written. A semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge.ybr* the learning of mathematics, 22*(2), 14-23.*
- ***Radford, L.*** *(2003b). On the epistemological limits of language: Mathematical knowledge and social practice in the Renaissance.* Educational Studies in Mathematics, 52*(2), 123-150.*
- ***Radford, L.*** *(2003c). Gestures, speech and the sprouting of signs.* Mathematical Thinking and Learning, *5(l),37-70.*
- ***Radford, L.*** *(2006a). Communication, apprentissage et formation du* je commimautaire. *In B. D'Amore & S. Sbaragli (Eds.),* 20th Italian national conference lnconlri con la Matematica, *November 3-5, 2006.*
- ***Radford, L.*** *(2006b). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. In S.Alatorre et al. (Eds.),* Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, North American Chapter *(Vol. 1, pp. 2-21), Merida, Vol. 1, pp. 2-21.*

- ***Radford, L.*** *(2008a). Culture and cognition: Towards an anthropology of mathematical thinking. In L. English (Ed.),* Handbook of International Research in Mathematics Education (2nd Edition) *(pp. 439-464). New York: Routledge, Taylor and Francis.*
- **Radford, L.** *(2008b). Connecting theories in mathematics education: Challenges and possibilities.* ZDM - The International Journal on Mathematics Education, 40*(2), 317-327.*
- **Radford, L.** *(2008c). Theories in Mathematics Education: A Brief Inquiry into their Conceptual Differences. Working Paper. Prepared for the ICMI Survey Team 7. The notion and role of theory in mathematics education research.*
- **Radford, L.** *(2008e). Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts.* ZD M - The International Journal on Mathematics Education, 40(\), *83-96.*
- **Radford, L.** (in press). Factual, Contextual and Symbolic Generalizations in Algebra, *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Utrecht University, The Netherlands.
- **Radford, L.** (in press1). On Signs and Representations. A Cultural Account, *Scientia Paedagogica Experimentalis,* Vol. 35 (1).
- ***Radford, L.*** (in press-1). The seen, the spoken and the written. A semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge. *For the Learning of Mathematics, 22*(2).
- ***Radford, L.*** (in press-2). Gestures, speech and the sprouting of signs. *Mathematical Thinking and Learning, 5*(1).
- ***Radford, L., Bardini, C, & Sabena, C.*** *(2007). Perceiving the general: The multisemiotic dimension of students' algebraic activity.* Journal for Research in Mathematics Education, 38, *507-530.*
- ***Radford, L., Demers, S., Guzman, J. and Cerulli, M.***: (2003), 'Calculators, graphs, gestures, and the production meaning', in N. Pateman, B. Dougherty and J. Zilliox (eds.), *Proceedings of the 27 Conference of the international group for the psychology of mathematics education* (PME27 -PMENA25), Vol. 4, pp. 55-62.
- ***Radford, L.***: (2000), 'Signs and meanings in students emergent algebraic thinking: A semiotic analysis , Educational Studies in Mathematics 42(3), 237-268.
- ***Radford, L.***: (2002a), 'The object of representations: Between wisdom and certainty', in F. Hitt (ed.), Representations and Mathematics Visualization, Departamento de matematica educativa Cinvestav-IPN, Mexico, pp. 219-240.
- ***Radford, L.***: (2003c), 'On the epistemological limits of language. Mathematical knowledge and social practice during the Renaissance , Educational Studies in Mathematics 52(2), 123-150.
- ***Radford, Luis.*** (1996a). An Historical Incursion into the Hidden Side of the Early Development of Equations. In Joaquim Gimenez, Romulo Campos Lins and Bernardo Gomez (Eds.), *Arithmetic and Algebra Education,* 120-131. Tarragona, Spain: Universitat Rovira I Virgili.
- ***Radford, Luis.*** (1996b). The roles of Geometry and Arithmetic in the development of Elementary Algebra: Historical Remarks from a Didactic perspective. In Nadine Bednarz, Carolyn Kieran and Lesley Lee (Eds.), *Approaches to Algebra: perspectives for research and teaching,* 39-53. Dordrecht /Boston/ London: Kluwer.

- ***Radford, Luis.*** (1997b). On Psychology, Historical Epistemology and the Teaching of Mathematics: Towards a Socio-Cultural History of Mathematics. *For the Learning of Mathematics* 17 (1), 26-33.
- ***Radford, Luis.*** (in press2). The Historical Origins of Algebraic Thinking. In Rosamund Sutherland, Teresa Rojano, Alan Bell and Romulo Lins (Eds.), *Algebraic Processes and Structure.* Dordrecht /Boston/ London: Kluwer.
- ***Restivo, Sal.*** (1992). *Mathematics in Society and History. Sociological Inquiries.* Dordrecht/Boston/ London: Kluwer Academic Publishers.
- ***Ricoeur, P.***: (1996), A Key to Edmund Husserl's Ideas I, Marquette University Press, Milwaukee, WI.
- ***Rodd, M.M.*** (2000). On Mathematical Warrants: Proof Does Not Always Warrant, and a Warrant May Be Other Than a Proof. *Mathematical Thinking and Learning, 2*(3), 221-224.
- ***Roochnik, David.*** (1994). Counting on Number: Plato on the Goodness of Arithmos. *American Journal of Philology* 115, 543-563.
- ***Rosenthal, S.***: (1983), 'Meaning as habit: Some systematic implications of Peirce's pragmatism , in E. Freeman (ed.), The Relevance of Charles Peirce, Monist Library of Philosophy, La Salle, pp. 312-326.
- ***Roth, M.-W.*** *(2001). Gestures: Their role in teaching and learning.* Review of Educational Research, 71(3), *365-392.*
- ***Roth, W.-M.*** *(2007a). Identity in scientific literacy: Emotional-volitional and ethico-moral dimensions. In W.-M. Roth & K. Tobin (Eds.),* Science, learning, and identity: Sociocultural and cultural historical perspectives *(pp. 153-184).*
- ***Roth, W.-M.*** *(2007b). The ethico-moral nature of identity: Prolegomena to the development of third-generation cultural-historical activity theory.* International Journal of Educational Research, 46,*83-93.*
- ***Russell, B.*** (1919). *Introduction to Mathematical Philosophy.* London: George Allen & Unwin. Reprinted by Dover, 1993.
- ***Sabena, C, Radford, L., and & Bardini, C****. (2005). Synchronizing gestures, words and actions in pattern generalizations,.* Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education *(Vol. 4, pp. 129-136), Australia, Vol. 4, pp. 129-36.*
- ***Saettler, P.*** (1990). The Evolution of American Educational Technology. Egnlewood, Co: Libraries Unlimited.
- ***Sapir, E.***: (1949), Selected Writings in Language, Culture and Personality
- ***Seitz, J. A.*** *(2000). The bodily basis of thought.* New Ideas in Psychology, I S , *23-40.*
- ***Sesay, M.*** (1982) «On the stability of symbols for the learning and teaching of Mathematics», *For the Learning of Mathematics,* Vo 3.2, No 3.
- ***Sfard, A.***: (2000), 'Symbolizing mathematical reality into being - or how mathematical discourse and mathematical objects create each other', in P. Cobb et al. (eds.), Symbolizing and Communicating in Mathematics Classrooms, Lawrence Erlbaum, Mahwah, New Jersey and London, pp. 37-98.
- ***Shweder, R. A.*** *(1991).* Thinking through cultures. *Cambridge: Harvard University Press.*
- ***Shweder, R., & LeVine, R.*** *(1984).* Culture theory. Essays on mind, self, and emotion. *Cambridge: Cambridge University Press.*

- ***Sierpinska, A.*** *(1996). lnteractionnisme et theorie des situations: Format d'interaction el contrat didactique. In D. Grenier (Ed.),* Didactique et technologies cognitives en mathematiques, Seminaires 1996 *(pp. 5-37). Grenoble: Universite Joseph Fourier.*
- ***Sierpinska, A.***:(1998), 'Three epistemologies, three views of classroom communication: Constructivism, sociocultural approaches, interactionism', in H. Steinbring, M. Bartolini Bussi and A. Sierpinska (eds.), Language et Communication in the Mathematics Classroom, The National Council of Teachers of Mathematics, Reston, Virginia, pp. 30-62.
- ***Silver, E., & Herbst, P.*** *(2007). Theory in mathematics education scholarship. In F. K.. Lester (Ed.),* Second handbook of research on mathematics teaching and learning *(pp. 39-67). Greenwich, CT.: Information Age Publishing.*
- ***Skemp, R.*** (1971) *The Psychology of Learning Mathematics,* Penguin.
- ***Skemp, R.*** (1982) «Symbolic Understanding», *Mathematics Teaching,* No 99. Saussure, F. (1974) Course in General Linguistics, Fontana.
- ***Smith, J.***: (1983), 'Community and reality', in E. Freeman (ed.), The Relevance ofCharles Peirce, Monist Library of Philosophy, La Salle, pp. 38-58.
- ***Sriraman, B.***, & English, L. *(2005). Theories of mathematics education: A global survey of theoretical frameworks/trends in mathematics education research.* ZDM - The International Journal on Mathematics Education, 3 *7(6), 450-456.*
- ***Steffe, L. P. and Thompson, P. W.***: (2000), 'Interaction or Intersubjectivity? A Reply to Lerman', *Journal for Research in Mathematics Education* 31.2, 191 - 209.
- ***Steinbring, H., Bartolini Bussi, M, and & Sierpinska, A.*** *(1998).* Language and communication in the mathematics classroom. *Reston, Virginia: NCTM.*
- ***Swetz, Frank J.*** (1989). *Capitalism and Arithmetic.* La Salle, Illinois: Open Court.
- ***Szabo, Arpad.*** (1977). *Les debuts des mathematiques grecques.* Paris: Vrin.
- ***Tahta, D.G.*** (1985) «On Notation», *Mathematics Teaching,* No 112.
- ***Taisbak, Christian Marinus.*** (1971). *Division and logos. A theory of Equivalent Couples and Sets of Integers.* Odense University Press.
- ***Todorov, T.*** (1982). *La Conquete de l'Amerique: La question de l'autre.* Paris: Editions du Seuil.
- ***Todorov, T.*** (1984). *Mikhail Bakhtin: The Dialogical Principle.* Minneapolis, London: University of Minnesota Press.
- ***Torigoe, T.*** *(1985). Comparison of object manipulation among 74 species of non-human primates.* Primates, 26(2), *182-194.*
- ***Valero, P., & Zevenbergen, R.*** (Eds.). *(2004).* Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology. *Boston: Kluwer.*
- ***Van der Veer, Rene and Valsiner, Jaan.*** (1988). Lev Vygotsky and Pierre Janet: On the Origin of the Concept of Sociogenesis. *Developmental Review* 8, 52-65.
- ***Van der Veer, Rene and Valsiner, Jaan.*** (1991). *Understanding Vygotsky.* Oxford UK and Cambridge USA: Blackwell.
- ***Van der Veer, Rene.*** (1996). The concept of culture in Vygotsky's Thinking. *Culture and Psychology* 2, 247-263.
- ***Vergnaud, G.***: (1985), 'Concepts et schemes dans la theorie operatoire de la representation', *Psychologie frangaise* 30.3 - 4, 245 - 252.
- ***Verillon, P. and Rabardel, P.***: (1995), 'Cognition and Artifacts: A Contribution to the Study of Thought in Relation to Instrumented Activity', *European Journal of Psychology of Education* 10, 77 - 101.

- ***Vile, A.*** (1996) «Peirce, the Interpretant (a tripartie division of experience) and Mathematical Meaning», *Proceedings of 8th International Conference on Mathematical Education,* Working Group 10: Mathematics and Languages, Seville, Spain.
- ***Voloshinov, Valentin Nikolaevich.*** (1973). *Marxism and the Philosophy of Language.* Cambridge Massachusetts / London, England: Harvard University Press.
- ***Voloshinov, Valentin Nikolaevich.*** (1976). *Freudianism, A Critical Sketch.* Bloomington and Indianapolis: Indiana University Press.
- ***VoloSinov, V. N.*** *(1973).* Marxism and the philosophy of language. *Harvard: Harvard University Press*
- ***Volosinov, V.N.***: (1976), Freudianism: A Critical Sketch. Translated by I. R. Titunik, Indiana University Press, Bloomington and Indianapolis.
- ***Von Glasersfeld, E.*** (1988). Introduction a un constructivisme radical. In P. Watzlawick (dir.), *L'invention de la realite* (pp. 19-43). Paris: Editions du Seuil.
- ***Von Glasersfeld, E.*** *(1995).* Radical constructivism: A way of knowing and learning. *London: The Falmer Press.*
- ***Vygotsky, L. S***. (1981). The development of higher mental functions. In: J. V. Wertsch (Ed.) *The concept of activity in Soviet psychology.* Armonk, N. Y.: Sharpe, pp. 144188.
- ***Vygotsky, L. S.*** *(1981). The instrumental method in psychology. In J. V. Wertsch (Ed.),* The concept of activity in Soviet psychology *(pp. 135-143). Armonk, New York: Sharpe.*
- ***Vygotsky, L. S., and & Luria, A.*** *(1994). Tool and symbol in child development. In R. van der Veer and & J.Valsiner (Eds.),* The Vygotsky reader *(pp. 99-174). Oxford: Blackwell.*
- ***Vygotsky, L.S.*** (1978). Mind and society: The development of higher mental processes. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- ***Vygotsky, Lev Semenovich and Luria, Alexander.*** (1994). Tool and symbol in child development. In Rene van der Veer and Jaan Valsiner (Eds.), *The Vygotsky Reader,*. Oxford: Blackwell Publishers, 99-174.
- ***Vygotsky, Lev Semenovich.*** (1962). *Thought and Language.* Cambridge: MIT Press.
- ***Vygotsky, Lev Semenovich.*** (1967). Play and its role in the mental development of the child. *Soviet Psychology* 5 (3), 6-18.
- ***Vygotsky, Lev Semenovich.*** (1978). *Mind in Society.* Cambridge, Ma / London, England: Harvard University Press.
- ***Wartofsky, M.*** (1979). *Models, Representation and the Scientific Understanding.* Dordrecht: D. Reidel.
- ***Wartofsky, M.***: (1979), Models, Representation and the Scientific Understanding, D. Reidel, Dordrecht.
- ***Weber, M.*** *(1992).* The protestant ethic and the spirit of capitalism. *London: Routledge.*
- ***Wertsch, J. V.*** *(1991).* Voices of the mind. *Cambridge, MA: Harvard University Press.*
- ***Wertsch, James V.*** (1981). *The concept of activity in Soviet psychology.* Armonk, New York: M. E. Sharpe.
- ***Wertsch, James V.*** (1985). *Vygotsky and the social formation of mind.* Cambridge Massachusetts and London England: Harvard University Press.
- ***Wertsch, James V. Sohmer, Richard.*** (1995). Vygotsky on learning and development. Human Development. (38) 332-37.
- ***Wittgenstein, L.*** (1974) *Philosophical Grammar,* Basil Blackwell, UK.

- ***Wolff, R. P.*** (1963). *Kant's Theory of Mental Activity - A Commentary on the Transcendental Analytic of the Critique of Pure Reason.* Cambridge: Harvard University Press.
- ***Yackel, E., and & Cobb, P.*** *(1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics.* Journal for Research in Mathematics Education, 27(4), *458-477.*
- ***Zinchenko, P. I.*** (1984). The problem of Involuntary Memory. *Soviet Psychology* 22 (2), 55-111.
- ***Zweig, A.*** (1970). *The Essential Kant.* New York & Toronto: New American Library.