ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ, ΙΣΤΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ – ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗΣ & ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
"ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ"

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΤΑ ΝΕΑ ΒΙΒΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΟΥ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΚΑΙ Ο ΤΡΟΠΟΣ ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗΣ ΤΟΥΣ ΑΠΟ ΤΟΥΣ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ

ΑΝΝΑ ΡΟΥΜΠΕΣΗ

Επιβλέπουσα Καθηγήτρια: Δέσποινα Πόταρη

ΑΘΗΝΑ 2009

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία
εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών
για την απόκτηση του
Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης
που απονέμει το

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
«Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»

Εγκρίθηκε την ……από Εξεταστική Επιτροπή αποτελούμενη από τους :

Ονοματεπώνυμο	Βαθμίδα	Υπογραφή
1) Δέσποινα Πόταρη (Επιβλέπουσα Καθηγήτρια)	Αν. Καθηγήτρια	……
2) Θεοδόσιος Ζαχαριάδης	Αν. Καθηγητής	……..…..
3) Νικόλαος Κλαουδάτος	Δρ. Διδακτικής των Μαθηματικών	……..….

ΑΝΝΑ ΡΟΥΜΠΕΣΗ, Δεκέμβριος 2009

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στη
«Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»
Τμήμα Μαθηματικών
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΤΑ ΝΕΑ ΒΙΒΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΟΥ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΚΑΙ Ο ΤΡΟΠΟΣ ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗΣ ΤΟΥΣ ΑΠΟ ΤΟΥΣ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην αρχή του σχολικού έτους 2007-08 αντικαταστάθηκαν τα βιβλία των Μαθηματικών του Γυμνασίου με νέα. Ανάμεσα στις καινοτομίες που επιχειρούνται η πιο σημαντική, από διδακτική σκοπιά, φαίνεται να είναι η εισαγωγή δραστηριοτήτων στην αρχή κάθε παραγράφου, στόχος των οποίων είναι να οδηγηθούν οι μαθητές στην κατασκευή νέας γνώσης και ποικίλων μαθηματικών εφαρμογών. Το γεγονός αυτό το θεωρούμε σημαντικό, διότι προσβλέπει στην αλλαγή της διδακτικής πρακτικής των καθηγητών. Η διπλωματική εργασία διερευνά τον τρόπο με τον οποίο οι μαθηματικοί διδάσκοντες στο Γυμνάσιο ερμηνεύουν την καινοτομία αυτή μέσα από την άσκηση των διδακτικών πρακτικών τους. Οι εκπαιδευτικοί δεν αντιμετωπίζουν την έννοια της δραστηριότητας μέσα από το θεωρητικό πλαίσιο που την τεκμηριώνει και φαίνεται ότι δεν πέτυχε το σκοπό για τον οποίο δημιουργήθηκε. Ακόμα και στις περιπτώσεις που οι δραστηριότητες χρησιμοποιούνται, αυτές έχουν χάσει το χαρακτήρα τους αφού απουσιάζουν η ομαδικότητα και η συνέργια που, σύμφωνα με το βιβλίο του εκπαιδευτικού, είναι απαραίτητα στοιχεία της δραστηριότητας.

ΤΑ ΝΕΑ ΒΙΒΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΟΥ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΚΑΙ Ο ΤΡΟΠΟΣ ΑΝΤΙΜΕΤΩΠΙΣΗΣ ΤΟΥΣ ΑΠΟ ΤΟΥΣ ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ

Άννα Ρουμπέση

Υποβλήθηκε στο Πανεπιστήμιο Αθηνών
στα πλαίσια των σπουδών
για την απόκτηση του
Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης
στη Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών
που απονέμει
το Μαθηματικό Τμήμα

Αθήνα
Δεκέμβριος 2009

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου προς τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Νικόλαο Κλαουδάτο για την πολύτιμη βοήθειά του καθ ’όλη τη διάρκεια εκπόνησης της διπλωματικής εργασίας, και προς τα άλλα μέλη της εξεταστικής επιτροπής, κα Δέσποινα Πόταρη και κ. Θεοδόσιο Ζαχαριάδη για τις συζητήσεις και τα σχόλια τους. Επιπλέον ευχαριστώ θερμά τον σχολικό σύμβουλο κ. Πέτρο Βερύκιο για τις πολύ βοηθητικές προτάσεις του. Τέλος, ευχαριστώ τη φίλη και συνάδελφο Βαλασία Καλογρίδη για τις παρατηρήσεις της και τον σύζυγό μου Κωνσταντίνο Χατζηδογιαννάκη για την υποστήριξή του.

Α. Ρουμπέση

Στους γονείς μου

Π ε ρ ι ε χ ό μ ε ν α

ΕΙΣΑΓΩΓΗ 15

ΜΕΡΟΣ Α΄ 19

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ 21

1.1 Θεωρίες της Διδακτικής των Μαθηματικών 21

1.2 Συνεργατική Μάθηση 25

1.2.1 Η εμπλοκή των μαθητών 27

1.2.2 Ο ρόλος του εκπαιδευτικού 28

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ 31

2.1 Σκοπός και Ερωτήματα της Έρευνας 31

2.2 Θεωρητική Μεθοδολογική Προσέγγιση της Έρευνας 32

2.2.1 Ποιοτική Έρευνα 32

2.2.2 Συνέντευξη (Ημι-δομημένη) 34

2.3 Μεθοδολογικός Σχεδιασμός 36

2.3.1 Βιντεοσκοπήσεις 37

2.3.2 Συνεντεύξεις 38

2.4 Δείγμα 39

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΒΙΝΤΕΟΣΚΟΠΗΣΕΩΝ - ΑΠΟΜΑΓΝΗΤΟΦΩΝΗΣΕΩΝ 40

3.1 Πρακτικές και Αντιλήψεις του 1ου Εκπαιδευτικού 40

3.1.1 Ανάλυση διδασκαλίας 40

3.1.2 Ανάλυση συνέντευξης 44

3.2 Πρακτικές και Αντιλήψεις του 2ου Εκπαιδευτικού 48

3.2.1 Ανάλυση διδασκαλίας 48

3.2.2 Ανάλυση συνέντευξης 51

3.3 Πρακτικές και Αντιλήψεις του 3ου Εκπαιδευτικού 52
3.3.1 Ανάλυση διδασκαλίας 52
3.3.2 Ανάλυση συνέντευξης 56
3.4 Σύνδεση των Αντιλήψεων των τριών Εκπαιδευτικών με το Θεωρητικό Πλαίσιο 59

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ 62
4.1 Συμπεράσματα 62
4.2 Διδακτικές Προτάσεις 65

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 67

ΜΕΡΟΣ Β΄ (Π Α Ρ Α Ρ Τ Η Μ Α) 71

1. ΑΠΟΒΙΝΤΕΟΣΚΟΠΗΣΕΙΣ - ΑΠΟΜΑΓΝΗΤΟΦΩΝΗΣΕΙΣ 73
1.1 Κείμενα Αποβιντεοσκοπήσεων 73
1.1.1 1η Βιντεοσκόπηση 74
1.1.2 2η Βιντεοσκόπηση 85
1.1.3 3η Βιντεοσκόπηση 97
1.2 Απομαγνητοφωνήσεις Συνεντεύξεων 108
1.2.1 1η Συνέντευξη (1ος Εκπαιδευτικός) 108
1.2.2 2η Συνέντευξη (2ος Εκπαιδευτικός) 115
1.2.3 3η Συνέντευξη (3ος Εκπαιδευτικός) 121

2. ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ 131

3. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΤΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΕ ΝΕΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΝΝΟΙΑ 132

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Από τα τέλη της δεκαετίας του 1980 μέχρι το 2007 τα ελληνικά σχολικά βιβλία των Μαθηματικών του Γυμνασίου είχαν παραμείνει σχεδόν ίδια[1]. Οι μοναδικές αλλαγές που υπέστησαν ήταν κάποιες διορθώσεις, όπως για παράδειγμα το 2001, όταν λόγω της μετατροπής του νομίσματος της χώρας από δραχμές σε ευρώ, ήταν απαραίτητο όσα μαθηματικά προβλήματα περιλάμβαναν χρηματικά ποσά να τροποποιηθούν. Το Φθινόπωρο του 2000 με παρέμβαση του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου ξεκίνησε ο σχεδιασμός της αναθεώρησης των αναλυτικών προγραμμάτων σπουδών της υποχρεωτικής εκπαίδευσης, βάσει του Διαθεματικού Ενιαίου Πλαισίου Προγράμματος Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ.). Ήταν προφανές οτι το μεγάλο χρονικό διάστημα στο οποίο τα σχολικά αυτά βιβλία ήταν σε χρήση καθιστούσε την αλλαγή τους αναγκαία. Σύμφωνα με το Δ.Ε.Π.Π.Σ. υπάρχει πλέον μια νέα θεώρηση της εκπαίδευσης στο Γυμνάσιο η οποία προβάλλει την οριζόντια διασύνδεση των Αναλυτικών Προγραμμάτων Σπουδών (Α.Π.Σ.), δηλαδή υπάρχει ταυτόχρονη μελέτη των Α.Π.Σ. όλων των μαθημάτων χωρίς άχρηστες επικαλύψεις και πρωθύστερα ενώ βάση των παραπάνω αποτελεί η διαθεματική προσέγγιση της γνώσης.

Συγκεκριμένα στον τομέα των Μαθηματικών κατά τη διάρκεια διαμόρφωσης του Δ.Ε.Π.Π.Σ. προκηρύχθηκε διαγωνισμός για την συγγραφή νέων βιβλίων Μαθηματικών του Γυμνασίου. Τα καινούργια βιβλία συγγράφηκαν από ανεξάρτητες συγγραφικές ομάδες, η προσπάθεια των οποίων ολοκληρώθηκε το 2007 με την εκτύπωση και διανομή των νέων αυτών βιβλίων σε όλα τα σχολεία της χώρας[2].

---

[1] Τα βιβλία των Μαθηματικών που χρησιμοποιούνταν όλο αυτό το διάστημα ήταν:

1. Α. Αλιμπινίσης, Ζ. Αντύπας, Ε. Ευσταθακόπουλος, Ν. Κλαουδάτος, Σ. Παπασταυρίδης, “ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ”, Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα 1987 (Α΄Έκδοση).
2. Α. Αλιμπινίσης, Σ. Γρηγοριάδης, Ε. Ευσταθακόπουλος, Ν. Κλαουδάτος, Σ. Παπασταυρίδης, Α. Σβέρκος, “ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ”, Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα 1988 (Α΄Έκδοση).
3. Α. Αλιμπινίσης, Σ. Γρηγοριάδης, Ε. Ευσταθακόπουλος, Ν. Κλαουδάτος, Σ. Παπασταυρίδης, Α. Σβέρκος, “ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ”, Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα 1989 (Α΄Έκδοση).

[2] Τα νέα σχολικά βιβλία των Μαθηματικών του Γυμνασίου είναι τα:

1. Ιωάννης Βανδουλάκης, Χαράλαμπος Καλλιγάς, Νικηφόρος Μαρικάκης, Σπύρος Φερεντίνος, “ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ”, Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα 2007 (Α΄Έκδοση).

Τα νέα σχολικά βιβλία των Μαθηματικών του Γυμνασίου χαρακτηρίζονται από μια σειρά καινοτομιών που τα διαφοροποιεί από τα παλαιότερα βιβλία. Οπτικά, τα καινούργια βιβλία έχουν πολλά σχήματα, παιχνίδια, χρώματα, χωρίς να έχουν υπερβολικά μεγάλη έκταση. Η πρώτη και σημαντικότερη καινοτομία είναι η εισαγωγή δραστηριοτήτων στην αρχή κάθε παραγράφου. Με τον όρο δραστηριότητα εννοούμε ένα μαθηματικό έργο (mathematical task) το οποίο δίνει την δυνατότητα στους μαθητές να αναπτύξουν την γνώση καθώς και τις ικανότητες τους στους μαθηματικούς τρόπους σκέψης και επικοινωνίας. Ιδιαίτερα, αν μια δραστηριότητα δίνεται στην αρχή ενός θέματος, αυτή έχει συνήθως σκοπό να τους εισάγει σε μια ή σε πιο πολλές έννοιες που σχετίζονται με το θέμα αυτό. Στα πλαίσια της σύγχρονης διδακτικής των Μαθηματικών γνωρίζουμε ότι τα Μαθηματικά δεν παρουσιάζονται αλλά δημιουργούνται, αναπτύσσονται μέσα στην τάξη. Μπορούμε να πούμε, λοιπόν, ότι η ύπαρξη των δραστηριοτήτων στα νέα σχολικά βιβλία ενσωματώνει κάποιες από τις αντιλήψεις της σύγχρονης διδακτικής των Μαθηματικών και συμβάλλει στον εκσυγχρονισμό της διδασκαλίας.

Στις καινοτομίες των νέων συγγραμμάτων περιλαμβάνεται η ανακατάταξη της διδακτέας ύλης τόσο εντός των σχολικών τάξεων όσο και από τάξη σε τάξη[3]. Επιπλέον, μια πολύ σημαντική αλλαγή είναι ο σαφής διαχωρισμός της Άλγεβρας από τη Γεωμετρία εντός των σχολικών εγχειριδίων. Ουσιαστικά, μπορούμε πλέον να μιλάμε για δύο σχολικά βιβλία Μαθηματικών ανά γυμνασιακή τάξη (ένα Άλγεβρας και ένα Γεωμετρίας) τα οποία απλά παρατίθενται σε έναν τόμο. Τέλος, μια επίσης αξιοσημείωτη αλλαγή είναι η εισαγωγή ανακεφαλαιώσεων στο τέλος κάθε ενότητας, που βοηθούν στην ανασυγκρότηση της γνώσης του μαθητή ανά "περιοχή" του προγράμματος σπουδών.

Σκοπός της παρούσας μελέτης είναι να εξετάσουμε τον τρόπο με τον οποίο χρησιμοποιούνται τα νέα γυμνασιακά βιβλία από τους καθηγητές των Μαθηματικών και ιδιαίτερα τον τρόπο με τον οποίο οι τελευταίοι αντιλαμβάνονται τη βασικότερη καινοτομία τους που είναι οι δραστηριότητες.

---

2. Παναγιώτης Βλάμος, Παναγιώτης Δρούτσας, Γεώργιος Πρέσβης, Κωνσταντίνος Ρεκούμης, "ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ", Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα 2007 (Α΄ Έκδοση).
3. Δημήτριος Αργυράκης, Παναγιώτης Βουργανάς, Κωνσταντίνος Μέντης, Σταματούλα Τσικοπούλου, Μιχαήλ Χρυσοβέργης, "ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ", Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα 2007 (Α΄ Έκδοση).

[3] Ως παράδειγμα μεταξύ πληθώρας αλλαγών αναφέρουμε τη μεταφορά του κεφαλαίου των Ρητών Αριθμών από τη Β΄ Τάξη του Γυμνασίου στην Α΄ Τάξη.

Η παρούσα εργασία χωρίζεται σε δύο μέρη. Το ***πρώτο μέρος*** αποτελείται από τέσσερα κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο παραθέτουμε το θεωρητικό υπόβαθρο που βασίζουμε τα συμπεράσματα μας και στο οποίο αναφέρονται κάποιες από τις βασικές θεωρίες της Διδακτικής των Μαθηματικών. Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται αναλυτικά η Μεθοδολογία της έρευνας, η οποία πραγματοποιήθηκε το 2008-09, σχεδόν δύο σχολικά έτη μετά τη διανομή των νέων γυμνασιακών εγχειριδίων. Το τρίτο κεφάλαιο περιλαμβάνει την ανάλυση του υλικού που συλλέχθηκε για τη μελέτη αυτή, δηλαδή την ανάλυση των βιντεοσκοπημένων διδασκαλιών και των συνεντεύξεων των τριών εκπαιδευτικών που μετείχαν στην έρευνα. Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της μελέτης μας καθώς επίσης και κάποιες διδακτικές προτάσεις για τη βελτίωση της διδακτικής πρακτικής. Το ***δεύτερο μέρος*** (Παράρτημα) περιλαμβάνει τρία τμήματα. Στο πρώτο παρουσιάζονται αναλυτικά όλες οι διδασκαλίες και οι συνεντεύξεις ενώ στο δεύτερο παραθέτουμε το Ερωτηματολόγιο βάσει του οποίου έγιναν οι συνεντεύξεις της έρευνας. Στο τέλος του δεύτερου μέρους, υπάρχουν μερικά παραδείγματα που πρότειναν οι εκπαιδευτικοί κατά τη διάρκεια των διδασκαλιών τους και που δεν υπάρχουν στα σχολικά βιβλία των Μαθηματικών του Γυμνασίου. Τα παραδείγματα αυτά, χρησιμοποιήθηκαν για εισαγωγή νέας μαθηματικής έννοιας αντί των παραδειγμάτων – δραστηριοτήτων που προτείνει το σχολικό βιβλίο στις αντίστοιχες παραγράφους.

Αξίζει να σημειώσουμε ότι στόχος της εργασίας δεν είναι να πραγματοποιηθεί μια στατιστική μελέτη για το πόσο οι καθηγητές των Μαθηματικών ακολουθούν τον οδηγό σπουδών σε σχέση με τα καινούργια βιβλία. Αντίθετα, σκοπός μας είναι να μελετηθεί με ποιοτικές μεθόδους ένα μικρό δείγμα καθηγητών από την Αττική ώστε να ερευνήσουμε τις διδακτικές μεθόδους αλλά και τις απόψεις τους προκειμένου να σχηματιστεί μια εικόνα σχετικά με την αποτελεσματικότητα και την αποδοχή των νέων βιβλίων των Μαθηματικών του Γυμνασίου από τους καθηγητές.

ΜΕΡΟΣ Α΄

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1
ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

1.1 Θεωρίες της Διδακτικής των Μαθηματικών

Για τη μελέτη αυτή θα χρησιμοποιηθεί η κοινωνικοπολιτισμική - επικοινωνιακή θεώρηση της γνώσης, όπως αναπτύχθηκε από τον Vygotsky και μεταγενέστερους ερευνητές. Μέσα στα πλαίσια αυτής της θεώρησης, ο άνθρωπος παύει να θεωρείται ένα μεμονωμένο υποκείμενο και αποτελεί πλέον έναν κόμβο στον ιστό των κοινωνικών σχέσεων. Οι πράξεις του στοχεύουν στην αλληλεπίδραση με το κοινωνικό του περιβάλλον ενώ καθορίζονται από τις επιμέρους συνθήκες τις οποίες το άτομο βιώνει. Επειδή η μάθηση επιτυγχάνεται μέσα σε μια πολιτισμική κοινότητα, το σχολείο, θεωρούμε ότι κι αυτή παρακινείται από την ανάγκη για αλληλεπίδραση και επικοινωνία και προσαρμόζεται προς τη συνεχή βελτίωση της επικοινωνίας αυτής.

Η επικοινωνιακή θεώρηση της γνώσης, αποτελεί ένα από τα πιο πρόσφατα προϊόντα των προσπαθειών διαμόρφωσης ενός ώριμου κοινωνικοπολιτισμικού πλαισίου μέσα στο οποίο θα μπορέσει να μελετηθεί η φύση της μάθησης. Ως επικοινωνία ορίζεται η προσπάθεια ενός ατόμου να κάνει τον συνομιλητή του να πράξει σύμφωνα με τις προθέσεις του. Επιπλέον, η σκέψη υπακούει στην απαίτηση του υποκειμένου να γίνει αυτή η επικοινωνία αποτελεσματική. Ο διάλογος αποτελεί μία περίπτωση επικοινωνίας, εσωτερική ή κοινωνική, λεκτική ή με τη βοήθεια οποιουδήποτε άλλου συμβολικού συστήματος. Συνεπώς, η μάθηση των Μαθηματικών ορίζεται ως μία εισαγωγή στο μαθηματικό διάλογο. Σύμφωνα με τη Θεωρία της Δραστηριότητας (activity theory) η πηγή της δόμησης της ανθρώπινης σκέψης είναι η ίδια η δομή της κοινωνικής αλληλεπίδρασης. Βασικό χαρακτηριστικό της ανθρώπινης δραστηριότητας είναι ότι στοχεύει σε κάποιο αντικείμενο, το οποίο και αποτελεί το πραγματικό κίνητρο της δραστηριότητας. Οι πράξεις που απαρτίζουν μία δραστηριότητα ενεργοποιούνται από το κίνητρό της και κατευθύνονται προς συνειδητούς στόχους. Οι διαδικασίες είναι τα μέσα με τα οποία πραγματοποιείται μια

ενέργεια. Για τη Θεωρία της Δραστηριότητας η αποτυχία ενός μαθητή στα Μαθηματικά ερμηνεύεται ως αποτυχία να συνδέσει το διδακτικό υλικό με τις δραστηριότητες στην τάξη. Ταυτόχρονα μπορεί να είναι αποτέλεσμα πρακτικών ή αντιλήψεων που εμπόδισαν τη συμμετοχή του στις δραστηριότητες. Επειδή η δραστηριότητα συνδέεται με τη διαλεκτική ανάμεσα στο άτομο και το κοινωνικό του περιβάλλον, σχετίζεται άμεσα και με την έννοια της επικοινωνίας.

Μια σημαντική έννοια της θεωρίας του Vygotsky, είναι η Ζώνη της Επικείμενης Ανάπτυξης (Zone of Proximal Development). Η Ζώνη της Επικείμενης Ανάπτυξης (Z.P.D.) είναι ένας συμβολικός χώρος που αποτελείται από τα άτομα, τις πρακτικές τους και τις ιδιαίτερες συνθήκες κάτω από τις οποίες πραγματοποιούνται οι δραστηριότητες. Η Z.P.D. εμφανίζεται τη στιγμή που όλα τα μέλη της μαθητικής κοινότητας, συμπεριλαμβανομένου του εκπαιδευτικού, κατανοούν ο ένας τη σκέψη του άλλου, δηλαδή από τη στιγμή που επιτυγχάνεται η επικοινωνία. Η μάθηση μπορεί να αναπτυχθεί μόνο αφού εμφανιστεί η Z.P.D., καθώς από εκείνη τη στιγμή αποκτούν νόημα οι δραστηριότητες και πραγματοποιείται η εσωτερίκευση των εννοιών. Ως εσωτερίκευση εννοούμε την κατανόηση των εννοιών και κυρίως τη συνειδητοποίηση των δυνατοτήτων και των νέων επιλογών που δημιουργούνται. Σύμφωνα με τον Vygotsky η Z.P.D. είναι ένα μέσο πρόβλεψης των μελλοντικών ικανοτήτων των μαθητών. Η συνεργασία του μαθητή με τους ενήλικους, τους καθηγητές αλλά και με τους συμμαθητές του, είναι η βάση της ανάπτυξης των ανώτερων νοητικών λειτουργιών και της προσωπικότητας του. Έτσι, θεωρείται ότι αυτό που σήμερα κάνει ο μαθητής σε συνεργασία με τον καθηγητή ή τους συμμαθητές του, αύριο θα μπορεί να το κάνει και μόνος του. Κατά τον Lerman (2001) μια δραστηριότητα μπορεί να ξεκινήσει την Z.P.D.. Η δραστηριότητα είναι βέβαια η εργασία που ορίζει ο καθηγητής. Ταυτόχρονα, όμως, είναι συνάρτηση των αλληλεπιδράσεων μέσα στην τάξη, του βιβλίου και των δυνατοτήτων που γεννιούνται από το συγκεκριμένο σύνολο συμμετεχόντων στο μάθημα εκείνης της ημέρας. Η Z.P.D. δεν υφίσταται για την τάξη, για τον καθηγητή ή για κανέναν από τους μαθητές, προτού υπάρξει αλληλεπίδραση μεταξύ τους. Βασικό, επομένως, στοιχείο της μάθησης των Μαθηματικών μέσα στο επικοινωνιακό πλαίσιο, είναι η διαπραγμάτευση των θεμάτων μέσα στην τάξη.

Η Sfard (2001) ξεχωρίζει δύο πολύ σημαντικούς παράγοντες που υπαγορεύουν το τι πρέπει να γνωρίζει ένα άτομο ώστε να γίνει επιδέξιος συμμέτοχος σε έναν δεδομένο μαθηματικό διάλογο. Πρώτος παράγων είναι τα εργαλεία διαμεσολάβησης που οι άνθρωποι χρησιμοποιούν ως μέσα επικοινωνίας, δηλαδή τα μαθηματικά σύμβολα και

οι αναπαραστάσεις. Αυτά χρησιμεύουν όπως προαναφέρθηκε στην εσωτερίκευση των εννοιών και στον έλεγχο των ψυχικών και νοητικών λειτουργιών του ανθρώπου. Μέσα στο επικοινωνιακό πλαίσιο τα σύμβολα είναι άρρηκτα συνδεδεμένα με τις έννοιες που αναπαριστούν, συνεπώς και με την κατανόηση και αφομοίωση τους. Για παράδειγμα ο τρόπος που εκτελούμε νοητικά τον πολλαπλασιασμό ενός αριθμού με το 10: εάν ο αριθμός είναι ακέραιος τότε απλά σημειώνουμε ένα μηδενικό μετά το τελευταίο του ψηφίο, ενώ αν είναι δεκαδικός μετακινούμε την υποδιαστολή μία θέση δεξιά. Δεύτερος βασικός παράγοντας της μάθησης είναι οι μεταδιαλογικοί κανόνες, εκείνες οι πτυχές της επικοινωνίας που δεν σχετίζονται άμεσα με το περιεχόμενο του διαλόγου, αλλά ορίζουν τη θέση του κάθε συνομιλητή μέσα στο διάλογο. Σε συντονισμό με τους κανόνες αυτούς οι άνθρωποι αναλαμβάνουν τις ενέργειες που θεωρούν κατάλληλες σε ένα δεδομένο πλαίσιο και αποφεύγουν συμπεριφορές που θα βρίσκονταν εκτός πλαισίου. Συνεπώς μ' αυτόν τον τρόπο καθορίζεται το αν ο κάθε ομιλητής θα έχει πιο ενεργητικό ή παθητικό ρόλο στη συζήτηση και αν θα αναλαμβάνει πρωτοβουλίες ή θα εξαρτάται από τις ενέργειες του συνεργάτη του. Έτσι οι κανόνες αυτοί περιορίζουν τις πιθανές διαλογικές κινήσεις των συνομιλητών, αφήνοντάς τους με έναν πιο εύχρηστο αριθμό επιλογών. Τα δύο αυτά συστατικά στοιχεία του μαθηματικού διαλόγου, καθώς και η βέλτιστη χρήση τους, διδάσκονται και μαθαίνονται στις σχολικές αίθουσες. Συνήθως καθηγητές και μαθητές είναι αρκετά απληροφόρητοι γι' αυτή τη μάθηση, μολονότι αυτή μπορεί να διαδραματίσει καίριο ρόλο στην επιτυχία ή την αποτυχία των μαθητών σε δραστηριότητες γνωσιακού τύπου. Όπως αναφέρει η Sierpinska (1998):

> «*Αν το καθετί που μαθαίνει ο μαθητής, όπως τα μαθηματικά, γίνεται με κάποια διαπραγμάτευση, τότε ο τρόπος μάθησης των μαθηματικών από τον μαθητή είναι συνάρτηση των χαρακτηριστικών της επικοινωνίας και της αλληλεπίδρασης, στις οποίες συμμετέχει στην πορεία της μάθησης*».

Η A. Sfard (2001) ασχολείται με τους λόγους για τους οποίους οι μαθητές επιτυγχάνουν ή αποτυγχάνουν στις μαθηματικές εργασίες, και με τη φύση και τους μηχανισμούς της επιτυχίας ή της αποτυχίας αυτής. Η ερευνήτρια αναλύει το διάλογο δύο μαθητών που συνεργάζονται για τη λύση ενός προβλήματος και προσπαθεί να ερμηνεύσει την επιτυχία του ενός και την αποτυχία του άλλου μαθητή να φτάσει στη

λύση και να την κατανοήσει. Ο διάλογος των μαθητών αναλύεται αρχικά γνωστικά, κι έπειτα με βάση τους μεταδιαλογικούς κανόνες που διέπουν τη συνομιλία τους. Τα συμπεράσματα αυτής της μελέτης περιορίζονται στην κατανόηση του διδιάστατου μηχανισμού της αποτυχίας των δύο μαθητών. Με βάση την επικοινωνιακή προσέγγιση, αυτό που τώρα φαινόταν ως άμεσο παράγωγο της «μαθηματικής δυνατότητας» του ατόμου, τώρα θεωρείται ως προϊόν μιας συλλογικής δράσης. Όταν δύο άνθρωποι συμμετέχουν σε ένα διάλογο η επιτυχία ή η αποτυχία του διαλόγου οφείλεται και στους δύο. Συνεπώς, εφόσον οι αλληλεπιδράσεις των μαθητών φαίνεται να επηρεάζουν τη μάθηση, οι επικοινωνιακές δεξιότητες των μαθητών θα πρέπει να διδαχθούν.

Παλαιότερα, το βασικό ερώτημα που είχε ίσως να αντιμετωπίσει ο εκπαιδευτικός των μαθηματικών είχε σχέση με τη μετάδοση της γνώσης: *«Πώς θα μεταδώσω μια συγκεκριμένη έννοια στους μαθητές μου;»* Σήμερα η προσοχή στρέφεται στην επικοινωνία: επικοινωνία μεταξύ των μαθητών και επικοινωνία με τους μαθητές. Φυσικά σ' αυτήν την επικοινωνία βασικό ρόλο κατέχει η γλώσσα, η μελέτη της οποίας έχει αλλάξει οπτική γωνία. Σύμφωνα με τη Sierpinska (1994) η μελέτη της γλώσσας γίνεται πλέον στην πράξη και στη χρήση της σε διαφορετικά πλαίσια και ως μέρος κοινωνικών πρακτικών. Η εστίαση, δηλαδή, μετακινήθηκε από τη γλώσσα στη διαπραγμάτευση και μάλιστα όταν οι μαθητές εμπλέκονται ενεργά στη διατύπωση ερωτημάτων και στη διαπραγμάτευση των μαθησιακών δραστηριοτήτων, αντί να αρκούνται στην απλή αναπαραγωγή του υλικού ή της πληροφορίας που παρουσιάστηκε από το δάσκαλο, δημιουργείται ένα δυναμικό και ενεργητικό περιβάλλον μάθησης.

Αρκετές συνθήκες φαίνεται ότι θα πρέπει να ικανοποιούνται ώστε μια συζήτηση στην τάξη, ανάμεσα σε μικρές ομάδες, να είναι αποτελεσματική και να συμβάλλει ουσιαστικά στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών από τους μαθητές. "Οι μαθητές θα πρέπει να εμπλακούν σε μια ποικιλία γνωστικών και μετασχηματικών δραστηριοτήτων, όπως η κατανόηση, η διερεύνηση, ο σχεδιασμός μιας στρατηγικής, η υλοποίηση και τέλος η επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων και των υποθέσεων"[4]. Το γεγονός ότι «οι μαθητές συζητούν» δε φαίνεται αρκετό από μόνο του να μας εφησυχάζει ότι αυτό θα οδηγήσει μέσα από τις διαφωνίες που εγείρονται σε μια καλύτερη κατανόηση από τους μαθητές ή το ξεπέρασμα των εμποδίων. "Άλλοι

[4] Κλαουδάτος, Ν., "Σημειώσεις του Μαθήματος: Διδακτική των Μαθηματικών", Π.Μ.Σ. Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών, Χειμερινό Εξάμηνο 2006.

παράγοντες, όπως οι πεποιθήσεις για το τι θεωρείται ως μαθηματικό, η εμπιστοσύνη του ατόμου στις μαθηματικές του ικανότητες και οι προηγούμενες εμπειρίες της ομάδας, θα πρέπει να ληφθούν υπόψη". Ποιες είναι όμως αυτές οι προηγούμενες εμπειρίες της ομάδας που επισημαίνει η Civil; *«Είναι εμπειρίες του καθενός ατομικά ή εμπειρίες που η ίδια η ομάδα έχει αποκτήσει συνεργαζόμενη;»* [5]. Θεωρούμε ότι και οι δύο τύποι εμπειριών είναι παρόντες και διαδραματίζουν έναν καθοριστικό ρόλο στη λειτουργία της ομάδας στην τάξη μας. Επειδή όμως οι εμπειρίες του κάθε μαθητή είναι μια συνάρτηση πολλών μεταβλητών που η μελέτη τους απαιτεί ένα χρονικό και θεωρητικό πλαίσιο που ξεπερνά τους στόχους της παρούσας εργασίας, μπορούμε να θεωρήσουμε a-priori ότι είναι σημαντικές και επηρεάζουν το είδος και την αποτελεσματικότητα της επικοινωνίας. Με τον τρόπο αυτό θα εστιάσουμε στη μελέτη εκείνων των εμπειριών που η ίδια η ομάδα έχει αποκτήσει συνεργαζόμενη.

1.2 Συνεργατική Μάθηση

Όπως όλοι συμφωνούμε, βασικό χαρακτηριστικό της συνεργατικής μάθησης είναι η ομάδα. Σύμφωνα με τον Κανάκη (1990), η ομάδα που μπορεί να είναι αποτελεσματική σε μια μορφή επικοινωνίας μπορεί να οριστεί ως: "Ένα οργανωμένο υποσύνολο με δυο ή περισσότερα μέλη, που συνδέονται με κοινά ενδιαφέροντα, βρίσκονται σε άμεση επικοινωνία, αναπτύσσουν στενές διαπροσωπικές σχέσεις, έχουν συνείδηση του "εμείς", αναγνωρίζουν δεσμευτικούς κανόνες συμπεριφοράς και επιδιώκουν με προθυμία κοινούς σκοπούς". Αν αποδεχτούμε αυτόν τον ορισμό της ομάδας που μπορεί να είναι αποτελεσματική σε μια μορφή επικοινωνίας οδηγούμαστε σε μια διαδικασία σχηματισμού των ομάδων η οποία απαιτεί μελέτη των ατομικών χαρακτηριστικών των μαθητών τους οποίους «βάζουμε» να συνεργαστούν και επί πλέον φαίνεται να απαιτείται αρκετός χρόνος ώστε η ομάδα να αποκτήσει εκείνα τα εφόδια για να είναι αποτελεσματική (ώστε να αποκτήσουν συνείδηση του "εμείς" και να συνηθίσουν και να αποδεχτούν τους κανόνες συμπεριφοράς). Οι Johnson, Johnson & Holubec (1987) επισημαίνουν ότι *"με το να τοποθετήσουμε απλά δυο ή πέντε μαθητές σε μια ομάδα δε σημαίνει ότι αυτομάτως θα έχουμε συνεργασία και συνεργατική*

[5] Κλαουδάτος, Ν., "Σημειώσεις του Μαθήματος: Διδακτική των Μαθηματικών", Π.Μ.Σ. Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών, Χειμερινό Εξάμηνο 2006.

μάθηση". Για να είναι αποτελεσματική μια συνεργατική μάθηση πρέπει να υπάρχουν κάποια ουσιώδη συστατικά. Αυτά είναι:

- Κοινός στόχος
- Αλληλεπίδραση (συνεχής): (αμοιβαία βοήθεια, αμοιβαίος επηρεασμός, προσφορά γνώσεων και πληροφοριών)
- Αλληλεξάρτηση (η επιτυχία του ομαδικού στόχου απαιτεί συμβολή του κάθε μέλους και η επιτυχία του ατομικού στόχου απαιτεί τη συμβολή όλων των μελών)
- Κοινωνικές δεξιότητες: (άσκηση ηγετικού ρόλου, αποδοχή διαφορετικότητας, χαμηλός τόνος φωνής, έκφραση διαφωνίας)
- Προσωπική ευθύνη (κάθε μέλος να καθίσταται προσωπικά υπεύθυνο για την επιτυχία της ομάδας)

Οι Johnson, Johnson & Holubec (1987) ακόμα επισημαίνουν ότι *"μαθητές που δεν κατέχουν βασικές κοινωνικές δεξιότητες είναι δύσκολο να επιτύχουν σε μια συνεργασία. Γι' αυτό πρέπει τα παιδιά πρώτα να διδάσκονται συνεργατικές δεξιότητες και στη συνέχεια να ασκούνται μέσα στην ομάδα για την εφαρμογή τους"*. Ο Ματσαγγούρας (1998), θεωρεί ότι βασική προϋπόθεση της επιτυχούς συνεργατικής μάθησης είναι η συνεχής εξάσκηση σε δεξιότητες διαπροσωπικής επικοινωνίας και συλλογικής εργασίας και σημειώνει ότι "οι μαθητές στερούνται των παραπάνω δεξιοτήτων και δεν τις αποκτούν αυτόματα με την τοποθέτησή τους κατά ομάδες. Γι αυτό έχουν ανάγκη από άμεσες υποδείξεις και από ευκαιρίες συνεχούς εξάσκησης σ' αυτές". Οι Johnson & Johnson (1991) υποστηρίζουν ακόμα ότι για να πετύχουμε την αλληλεξάρτηση πρέπει ακόμα να φροντίσουμε για την αλληλεξάρτηση ρόλων οι οποίοι να εναλλάσσονται (συντονιστής, γραμματέας αναγνώστης, προμηθευτής, κ.α.) και αλληλεξάρτηση έργου (καταμερισμός έργου στα μέλη της ομάδας). Και ενώ το αρχικό μας ερώτημα για το ποιες είναι οι προϋποθέσεις μιας αποτελεσματικής επικοινωνίας φαίνεται να βρίσκει την απάντησή του μέσα από τις απόψεις που προαναφέρθηκαν θεωρούμε κατάλληλο το σημείο να αναφερθούμε στα λόγια της A. Sfard (2001): *"Εάν οι αλληλεπιδράσεις των σπουδαστών ενισχύουν τη μάθηση, οι επικοινωνιακές δεξιότητες τους θα πρέπει να διδαχθούν. Οι συνομιλητές πρέπει πιθανώς να μάθουν να κάνουν τις επιδιωκόμενες εστιάσεις (attended foci) ρητές, ότι η ατομική*

μάθηση είναι μερικές φορές αποτελεσματικότερη από τη μάθηση με άλλους, και ότι κάποιος πρέπει να είναι πολύ προσεχτικός όταν αποφασίζει ποιος πρέπει να είναι ο συνεργάτης ενός δεδομένου παιδιού στη συνεργατική μάθηση”.

1.2.1 Η εμπλοκή των μαθητών

Για να είναι αποτελεσματική η συνεργατική μάθηση θα πρέπει επίσης να επιτύχει η «Γνωστική εμπλοκή» των μαθητών στο περιεχόμενο και στις διαδικασίες της διδασκαλίας. Με τον όρο «εμπλοκή» εννοούμε σε ποιο βαθμό ένας μαθητής συνδέεται ενεργά με το περιεχόμενο, ή σε κάποια δραστηριότητα του περιεχομένου μιας εκπαιδευτικής διαδικασίας. Είναι κοινή συμφωνία της εκπαιδευτικής κοινότητας ότι η «Γνωστική εμπλοκή» έχει καθοριστικό ρόλο στη διαδικασία της μάθησης. “Οι μαθητές που πραγματικά βάζουν το μυαλό τους σ’ αυτό, έχουν περισσότερες πιθανότητες να μάθουν κάτι με επιτυχία απ’ ότι οι μαθητές των οποίων η εμπλοκή με το αντικείμενο της μάθησης είναι χαμηλή”[6]. Η «Γνωστική εμπλοκή» των μαθητών μπορεί να γίνει εύκολα ορατή μέσα από συγκεκριμένες λεκτικές και συμπεριφορικές ενδείξεις**.** Διαφορετικοί τύποι γνωστικής εμπλοκής φαίνεται να χαρακτηρίζουν κάθε τύπο δραστηριότητας η οποία λαμβάνει χώρα μέσα στην τάξη**.** Οι αλληλεπιδράσεις μαθητή με μαθητή φαίνεται να οδηγούν σε υψηλότερα επίπεδα τη γνωστική εμπλοκή απ’ ότι οι αλληλεπιδράσεις εκπαιδευτικού – μαθητή και εκπαιδευτικού με ολόκληρη την τάξη. Φαίνεται ακόμα ότι τη «Γνωστική εμπλοκή» των μαθητών μπορούν να επηρεάσουν:

- Προσωπικοί παράγοντες
- Τα κίνητρα
- Συναισθηματικοί παράγοντες
- Άμεσα βιώματα

Άλλες μελέτες (Gooding & Stacey (1991), Forgasz, Leder & Gilah (1996)) βασιζόμενες στην άμεση παρατήρηση της συμπεριφοράς των μαθητών, προσπάθησαν να περιγράψουν ταυτόχρονα τη γνωστική και συναισθηματική εμπλοκή τους σε μαθηματικές εργασίες και κατέγραψαν τρεις μορφές γνωστικής εμπλοκής: ανεξάρτητη

[6] Κλαουδάτος, Ν., “Σημειώσεις του Μαθήματος: Διδακτική των Μαθηματικών”, Π.Μ.Σ. Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών, Χειμερινό Εξάμηνο 2006.

σκέψη, αυτονομία έργου - εργασίας, επιμονή. Οι γνωστικές συμπεριφορές κατηγοριοποιήθηκαν σε:

- Συμπεριφορές υψηλού επιπέδου και
- Συμπεριφορές χαμηλού επιπέδου

Σε κάθε περίπτωση όμως η «Γνωστική εμπλοκή» των μαθητών έχει άμεση εξάρτηση με: Το άτομο (ικανότητες, γνώση, διαθέσεις, εμπνεύσεις, προσδοκίες, απόψεις, ανάγκες, αξίες, στόχους), το μαθησιακό περιβάλλον (ο εκπαιδευτικός, το είδος της διδασκαλίας, η φύση των αλληλεπιδράσεων των συμμαθητών), τις μαθησιακές εργασίες (η δυσκολία, το εσωτερικό ενδιαφέρον, η εξοικείωση, η σύνδεση με τα βιώματα των μαθητών). Γνωρίζοντας όλους τους παράγοντες που συμβάλουν στη «εμπλοκή» των μαθητών ο εκπαιδευτικός καλείται να σχεδιάσει δραστηριότητες κατάλληλες κάθε φορά οι οποίες να οδηγούν τους μαθητές του σε υψηλού επιπέδου «Γνωστική εμπλοκή».

1.2.2 Ο ρόλος του εκπαιδευτικού

Αναφερθήκαμε ήδη στο ρόλο που διαδραματίζει ο εκπαιδευτικός στην παραδοσιακή διδασκαλία. Σ' αυτήν την παράγραφο, θα αναφερθούμε στο ρόλο του κονστρουκτιβιστή εκπαιδευτικού και θα σταθούμε περισσότερο στο ρόλο του εκπαιδευτικού στη συνεργατική μάθηση.

Ο εκπαιδευτικός που ακολουθεί τις αρχές του κονστρουκτιβισμού οφείλει:[7]

- Να εισάγει κατάλληλες δραστηριότητες που στηρίζονται στα είδη υπάρχοντα γνωστικά σχήματα των μαθητών του.
- Να κατασκευάζει Μοντέλα που ερμηνεύουν τις νοητικές λειτουργίες των μαθητών του.
- Να ακολουθεί τη μέθοδο της διαδικασίας επίλυσης προβλήματος (κατάλληλου - να διαπραγματεύεται την έννοια).

[7] Κλαουδάτος, Ν., "Σημειώσεις του Μαθήματος: Διδακτική των Μαθηματικών", Π.Μ.Σ. Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών, Χειμερινό Εξάμηνο 2006.

Σ' αυτού του είδους τη διδασκαλία η έννοια αποστασιοποιείται και γίνεται αντικείμενο διαπραγμάτευσης μέσα στην τάξη η οποία λειτουργεί ως επιστημονική κοινότητα[8].

Στην διδασκαλία που έχει σχεδιαστεί ώστε οι δραστηριότητες των μαθητών να γίνουν με συνεργατικό τρόπο ο ρόλος του εκπαιδευτικού είναι συμβουλευτικός και η δράση του μειώνεται σταδιακά υπέρ της δράσης των μαθητών. Ο εκπαιδευτικός καθορίζει συγκεκριμένους τρόπους συστηματικής παρακολούθησης του έργου της ομάδας, καθώς και τρόπους καθοδήγησης και άμεσης παροχής ανατροφοδότησης. Δεν πρέπει να θεωρηθεί ότι ο εκπαιδευτικός καταργείται στην ομαδοσυνεργατική διδασκαλία, αντίθετα επιτελεί πολλούς και σημαντικούς λόγους:

- Δόμηση της ομάδας, των εργασιών και των δραστηριοτήτων.
- Διαμεσολάβηση της γνώσης και του προβληματισμού με πληροφορίες, ερωτήσεις και επισημάνσεις.
- Διδασκαλία διαδικασιών και κοινωνικό-γνωστικών δραστηριοτήτων.
- Καθοδήγηση της ομάδας μέσω υποδείξεων και ανατροφοδοτήσεων.
- Επίδειξη των αναμενόμενων μορφών συμπεριφοράς.

Τόσο ο Bruner όσο και ο Greenfield αναφερόμενοι στο ρόλο του εκπαιδευτικού στη συνεργατική μάθηση εισάγουν την έννοια του «scaffolding». Ειδικότερα ο Greenfield (1984)[9] περιγράφει το «scaffolding» σαν μια σκαλωσιά «scaffold» που χρησιμοποιεί ο εργάτης (μαθητής) για να ολοκληρώσει το κτίριο (έργο του) . Τη σκαλωσιά την παρέχει ο εκπαιδευτικός για υποστήριξη. Λειτουργεί δηλαδή το «scaffold» ως εργαλείο που συμβολίζει την αλληλεπιδραστική υποστήριξη που παρέχεται στον μαθητή από το δάσκαλο ή τους συμμαθητές του μέσα στα όρια της ZPD[10] (Ζώνη επικείμενης ανάπτυξης) του Vygotsky.

Συμπερασματικά, λοιπόν, θα λέγαμε ότι ο ρόλος του καθηγητή κατά τη διάρκεια μιας ομαδοσυνεργατικής διδασκαλίας όχι μόνο δεν υποβιβάζεται αλλά αντιθέτως είναι απόλυτα καθοριστικός και μάλιστα οι επιλογές του θα στιγματίσουν την πορεία της συνεργατικής διαδικασίας. Σ' αυτό ακριβώς επιμένουμε και θεωρούμε ιδιαίτερα

[8] Κλαουδάτος, Ν., "Σημειώσεις του Μαθήματος: Διδακτική των Μαθηματικών", Π.Μ.Σ. Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών, Χειμερινό Εξάμηνο 2006.
[9] Κλαουδάτος, Ν., "Σημειώσεις του Μαθήματος: Διδακτική των Μαθηματικών", Π.Μ.Σ. Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών, Χειμερινό Εξάμηνο 2006.
[10] Βλέπε Παράγραφο 1.1.

σημαντικό ότι για να υπάρχει επιτυχία η συνταγή της συνεργατικής μάθησης έγκειται στη σωστή κατάρτιση του εκπαιδευτικού.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

2.1 Σκοπός και Ερωτήματα της Έρευνας

Η παρούσα εργασία έχει σκοπό να μελετήσει πρωτίστως τον τρόπο με τον οποίο οι μαθηματικοί διδάσκοντες στο Γυμνάσιο αντιλαμβάνονται την εισαγωγή των δραστηριοτήτων στην αρχή κάθε παραγράφου των νέων σχολικών βιβλίων των Μαθηματικών καθώς και τον τρόπο με τον οποίο οι παραπάνω εκπαιδευτικοί ερμηνεύουν την καινοτομία αυτή μέσα από την άσκηση των διδακτικών πρακτικών τους. Σημειώνουμε ότι σαν δραστηριότητα το Βιβλίο του Εκπαιδευτικού[11] της Γ΄ Γυμνασίου καλεί ένα πρόβλημα το οποίο βρίσκεται όσο το δυνατόν πιο κοντά στα ενδιαφέροντα του μαθητή και που παράλληλα οδηγεί στην αναγκαιότητα της εισαγωγής νέων εννοιών που θα διδαχθούν και διερεύνησης άλλων που έχουν ήδη διδαχθεί. Σύμφωνα με το Βιβλίο του Εκπαιδευτικού, οι δραστηριότητες αυτές στοχεύουν στο να ενθαρρύνουν τη συνεργασία και την ομαδική εργασία παροτρύνοντας τους μαθητές ή τις ομάδες των μαθητών σε πνευματικό, διανοητικό ανταγωνισμό. Μάλιστα, δίνουν τη δυνατότητα στο διδάσκοντα να προκαλέσει τη συμμετοχή των μαθητών του στη διαδικασία της μάθησης μέσα στην τάξη, ενθαρρύνοντας τη συνεργασία. Αυτές οι προτάσεις θα ερευνηθούν ως προς το αν και το πώς υλοποιούνται σε ένα μάθημα Μαθηματικών στο Γυμνάσιο. Επιπλέον θα ερευνηθεί το αν τα καινούργια βιβλία πραγματικά παρουσιάζουν κάτι νέο στο χώρο της σχολικής μαθηματικής κοινότητας και αν υλοποιούν τους στόχους για τους οποίους προτάθηκαν.

Πιο συγκεκριμένα, τα ερωτήματα της παρούσας μελέτης είναι:

[11] Δημήτριος Αργυράκης, Παναγιώτης Βουργανάς, Κωνσταντίνος Μέντης, Σταματούλα Τσικοπούλου, Μιχαήλ Χρυσοβέργης, "ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ - Βιβλίο Εκπαιδευτικού ", Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα 2007, σελίδα 9.

1. **Πώς οι καθηγητές των Μαθηματικών του Γυμνασίου αντιλαμβάνονται τόσο την έννοια της δραστηριότητας όσο και τη χρησιμότητα της; Γίνεται χρήση των δραστηριοτήτων κατά τη διάρκεια του μαθήματος και για ποιους λόγους; Αν γίνεται, χρησιμοποιείται από τους εκπαιδευτικούς η ομαδοσυνεργατική διδασκαλία για τη διαπραγμάτευσή τους;**

2. **Βοηθάει το νέο Βιβλίο του εκπαιδευτικού στο σχεδιασμό του μαθήματος ή η προηγούμενη εμπειρία των εκπαιδευτικών τους επιτρέπει να μην το συμβουλεύονται;**

3. **Ποια είναι σε γενικές γραμμές τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα των νέων σχολικών εγχειριδίων και τι θα μπορούσε να αλλάξει σ' αυτά;**

Μ' άλλα λόγια θα αναζητηθούν ενδείξεις οι οποίες θα μας επιτρέψουν τη σύνδεση των διδακτικών και επικοινωνιακών επιλογών των εκπαιδευτικών του Γυμνασίου στα Μαθηματικά με την αλλαγή των σχολικών συγγραμμάτων και τους διδακτικούς σκοπούς που αυτά εξυπηρετούν.

2.2 Θεωρητική Μεθοδολογική Προσέγγιση της Έρευνας

2.2.1 Ποιοτική Έρευνα

Η μεθοδολογία της έρευνας αποτελεί μία ενέργεια κατά την οποία καλείται ο ερευνητής να διαλέξει, να αλληλεπιδράσει, να αξιολογήσει και να καθορίσει τις μεθόδους που θα χρησιμοποιήσει στην έρευνα (Wellington, 2000). Η επιλογή και υλοποίηση των μεθόδων αυτών, που θα ακολουθήσει ο εκάστοτε ερευνητής, αποτελούν σημαντική και δύσκολη διαδικασία, κατά την οποία ο ίδιος θα πρέπει να μελετήσει σε βάθος, ώστε να καταφέρει να συλλέξει όσο το δυνατόν περισσότερες πληροφορίες και να οδηγηθεί σε συμπεράσματα.

Η συγκεκριμένη έρευνα είναι ποιοτική και στόχος της είναι να παρουσιάσει τις απόψεις των εκπαιδευτικών σχετικά με τα νέα βιβλία των Μαθηματικών του Γυμνασίου και τον τρόπο με τον οποίο οι ίδιοι αντιλαμβάνονται την εισαγωγή δραστηριοτήτων στην αρχή κάθε παραγράφου των σχολικών βιβλίων. Η επιλογή της ποιοτικής έρευνας για τη διερεύνηση των συγκεκριμένων ερωτημάτων, με τη χρήση της συνέντευξης ως εργαλείο συλλογής πληροφοριών θεωρήθηκε η καταλληλότερη, από τη στιγμή που η ποιοτική έρευνα στοχεύει στην περιγραφή, ανάλυση, ερμηνεία και κατανόηση κοινωνικών φαινομένων, απαντώντας κυρίως στα ερωτήματα «πώς» και «γιατί», ερωτήματα που απασχολούν και τη συγκεκριμένη έρευνα (Ιωσηφίδης, 2003). Γιατί όμως επιλεχθεί η ποιοτική μέθοδος ως καταλληλότερη στην εν λόγω έρευνα; Η απάντηση πολύ εύστοχα περικλείεται στα λόγια της Κυριαζή (1999), η οποία υπογραμμίζει:

> *Καθώς η μελέτη βάθους που συνεπάγεται η ποιοτική έρευνα οδηγεί στη συγκέντρωση λεπτομερών στοιχείων για πολλαπλές πτυχές των υπό έρευνα περιπτώσεων, διευκολύνεται έτσι και η διαδικασία ανάπτυξης και αποσαφήνισης εννοιολογικών κατηγοριών.* (σ.52)

Από τη στιγμή που η έρευνα κινείται γύρω από τις απόψεις των εκπαιδευτικών για συγκεκριμένα ζητήματα, μόνο η ποιοτική μελέτη και η επιλογή της κατά μέτωπο συνέντευξης αποτελούν τα καταλληλότερα μέσα για τη διεξαγωγή της.

Σύμφωνα με τον Ιωσηφίδη (2003), η ποιοτική κοινωνική έρευνα και οι ποιοτικές μεθοδολογίες γενικότερα αποτελούν ένα από τα μεγάλα μεθοδολογικά παραδείγματα και ερευνητικά εργαλεία στις κοινωνικές επιστήμες. Στον τομέα της εκπαίδευσης, οι ποιοτικές μέθοδοι είναι πλέον διαδεδομένες, καθώς προωθούν την κατανόηση των φαινομένων που συμβαίνουν γύρω από το εκπαιδευτικό πλαίσιο.

Σε έρευνες που ο βασικός στόχος του ερευνητή είναι η σε βάθος κατανόηση της οπτικής του συμμετέχοντα για οποιοδήποτε θέμα, η ποιοτική έρευνα, όχι απαραίτητα με την πλήρη απουσία ποσοτικών δεδομένων, αποτελεί την καταλληλότερη μέθοδο για την επίτευξή του. Ο ερευνητής κάνοντας μία ποιοτική μελέτη εμβυθίζεται στον κοινωνικό χώρο που μελετάει και προσπαθεί να δει τα πράγματα από τη σκοπιά των ερευνώμενων (Κυριαζή, 1999). Με άλλα λόγια, ο ερευνητής επιχειρεί να γνωρίσει τους ερευνώμενους όσο το δυνατό καλύτερα, ούτως ώστε να έχει τη δυνατότητα να κατασκευάσει την πραγματικότητά τους, όπως οι ίδιοι την κατασκευάζουν (Κυριαζή,

1999). Αυτή η διερεύνηση που χαρακτηρίζεται από λεπτομέρεια και βάθος, όπως έχει υπογραμμιστεί και από τον Ιωσηφίδη (2003), αποτελεί και το βασικό πλεονέκτημα της ποιοτικής έρευνας. Επιπλέον πλεονέκτημα της ποιοτικής έρευνας αποτελεί η προσπάθεια αποφυγής a priori κρίσεων από τους ερευνητές, γεγονός που δίνει μία άλλη διάσταση και ενδιαφέρον στην έρευνα. Γι' αυτόν το λόγο και για όλα τα χαρακτηριστικά που προαναφέρθηκαν, η ποιοτική μέθοδος θεωρήθηκε η καταλληλότερη για τη διεξαγωγή της συγκεκριμένης έρευνας.

2.2.2 Συνέντευξη (Ημι-δομημένη)

Σύμφωνα με τον Mishler (1996), η συνέντευξη κατέχει εξέχουσα θέση ανάμεσα στις ερευνητικές μεθόδους που χρησιμοποιούνται στις κοινωνικές επιστήμες και στις επιστήμες της συμπεριφοράς. Αποτελεί βασικό εργαλείο ποιοτικής έρευνας, το οποίο δίνει στον ερευνητή πολλές δυνατότητες διερεύνησης των θεμάτων που τον απασχολούν. Η συνέντευξη μπορεί να εμβαθύνει και να φθάσει σε σημεία, στα οποία άλλα εργαλεία είναι δύσκολο να προσεγγίσουν, και αποτελεί εκείνο το εργαλείο, το οποίο επιτρέπει στον ερευνητή να διερευνήσει σκέψεις, αξίες, προκαταλήψεις, στάσεις, συναισθήματα, εμπειρίες, απόψεις και αναπαραστάσεις των συμμετεχόντων ελεύθερα και σε βάθος (Wellington, 2000 ˙ Ιωσηφίδης, 2003 ˙ Αβραμίδης & Καλυβά, 2006).

Σκοπός της συνέντευξης είναι η συλλογή πληροφοριών για τις εμπειρίες και τις απόψεις των ερωτώμενων. Οι Kahn και Cannell (1957), όπως αναφέρει ο Mishler (1996), ορίζουν τη συνέντευξη ως ένα εξειδικευμένο είδος προφορικής αλληλεπίδρασης που ξεκίνα με έναν συγκεκριμένο σκοπό και εστιάζεται σε κάποια συγκεκριμένη θεματική περιοχή. Αποτελεί μία ασυνήθιστη μέθοδο, δεδομένου ότι περιλαμβάνει τη συλλογή στοιχείων μέσω της άμεσης λεκτικής συναλλαγής μεταξύ ατόμων (Cohen & Manion, 1994). Φυσικά, η δεξιοτεχνία, η εμπειρία και οι επικοινωνιακές δεξιότητες του ερευνητή παίζουν πολύ σημαντικό ρόλο για τη διεξαγωγή και τα αποτελέσματα της συνέντευξης.

Γιατί όμως, παρά τις δυσκολίες και τις απαιτήσεις που έχει η κατά μέτωπο συνέντευξη, θεωρείται τόσο σημαντικό εργαλείο έρευνας στις ποιοτικές έρευνες; Ο ερευνητής έχοντας το συγκεκριμένο εργαλείο στη διάθεσή του, παρά τις δυσκολίες που μπορεί να αντιμετωπίσει ως προς τον χρόνο, την πρόσβαση στους συμμετέχοντες

και τις επικοινωνιακές δεξιότητες που πρέπει να επιδείξει, έχει τη δυνατότητα να αντλήσει σε βάθος πληροφορίες, να «διαβάσει» πολλές φορές τον συμμετέχοντα και να κάνει αρκετές διερευνητικές ερωτήσεις, όπου θεωρεί ότι είναι αναγκαίο. Τέλος, σύμφωνα με τον Ιωσηφίδη (2003), η συνέντευξη ως εργαλείο δίνει τη δυνατότητα στον ερευνητή να κατανοήσει κοινωνικές συμπεριφορές και αντιλήψεις των ερωτώμενων μέσα από τα δικά τους μάτια.

Όπως κάθε ερευνητικό εργαλείο, έτσι και η συνέντευξη έχει πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. Οι Cohen και Manion (1994) αναφέρουν, χαρακτηριστικά:

> ...*Πλεονέκτημα, για παράδειγμα, είναι ότι επιτρέπει μεγαλύτερο βάθος απ' ότι στην περίπτωση άλλων μεθόδων συλλογής στοιχείων. Ένα μειονέκτημα, από την άλλη πλευρά, είναι ότι είναι επιρρεπής στην υποκειμενικότητα και μπορεί να επηρεάζεται από τον συνεντευκτή* (σ. 374)

Όταν η έρευνα έχει έναν ποιοτικό προσανατολισμό, ο ερευνητής επιδιώκει μέσα από ένα ευέλικτο και ανοιχτό σχήμα συνέντευξης να καταφέρει να δώσει ο ερωτώμενος τις δικές του ερμηνείες και περιγραφές, χρησιμοποιώντας δικές του εννοιολογικές κατηγορίες (Κυριαζή, 1999), γεγονός που καθιστά τον συμμετέχοντα περισσότερο ελεύθερο να εκφράσει ότι επιθυμεί χωρίς να του επιβάλλει η έρευνα συγκεκριμένες έννοιες ή κατηγορίες. Σύμφωνα με τον Robert Farr, η συνέντευξη αποτελεί μία μέθοδο ή τεχνική για την εδραίωση ή την ανακάλυψη ότι υπάρχουν προοπτικές ή απόψεις για τα γεγονότα που διαδραματίζονται και διαφέρουν από εκείνες του ερευνητή (Αβραμίδης & Καλυβά, 2006).

Από τα τρία είδη συνεντεύξεων που υπάρχουν (δομημένη, ημι-δομημένη, μη-δομημένη)[12], στη συγκεκριμένη έρευνα χρησιμοποιήθηκε η ημι-δομημένη συνέντευξη. Το συγκεκριμένο είδος συνέντευξης χαρακτηρίζεται από ένα σύνολο προκαθορισμένων ερωτήσεων, αλλά παρουσιάζει πολύ περισσότερη ευελιξία ως προς τη σειρά των ερωτήσεων, την τροποποίηση του περιεχομένου των ερωτήσεων ανάλογα με τον ερωτώμενο και ως προς την προσθαφαίρεση ερωτήσεων και θεμάτων για συζήτηση (Ιωσηφίδης, 2003). Σύμφωνα με τον Smith (1990), η ημι-δομημένη συνέντευξη χρησιμοποιείται κυρίως για να αποκτήσουμε μία λεπτομερή εικόνα για τις πεποιθήσεις, τις στάσεις και τις απόψεις ενός ατόμου για ένα θέμα, γιατί όπως

[12] Οι Cohen & Manion (1994), αναφέρουν τέσσερις τύπους συνεντεύξεων : Δομημένη συνέντευξη, μη δομημένη, μη κατευθυντική και εστιασμένη συνέντευξη.

προαναφέρθηκε, επιτρέπει στον ερευνητή περισσότερη ευελιξία. Ο συνεντευξιαστής προσπαθεί να εμπλουτίσει τη συζήτηση, ενώ το διάγραμμα της ημι-δομημένης συνέντευξης θα πρέπει να καθοδηγεί και όχι να υπαγορεύει την πορεία της (Αβραμίδης & Καλυβά, 2006).

Η ποιοτική ημι-δομημένη συνέντευξη είναι ένα ευέλικτο και δυναμικό εργαλείο, το οποίο είναι μη κατευθυντικό, μη αυστηρά δομημένο και τυποποιημένο, με ερωτήσεις που επιδέχονται ανοιχτού τύπου απαντήσεις.

Η συζήτηση πρόσωπο με πρόσωπο έχει σαν στόχο ο ερευνητής να κατανοήσει την προοπτική και στάση του ερωτώμενου για το προς διερεύνηση θέμα και να ακούσει τις εμπειρίες του μέσα από τα δικά του λόγια. Το είδος της ποιοτικής συνέντευξης στην παρούσα έρευνα στοχεύει στη διαμόρφωση μιας σφαιρικής και συνολικής εικόνας των απόψεων των συμμετεχόντων για τα νέα γυμνασιακά συγγράμματα και ιδιαίτερα για την εισαγωγή των δραστηριοτήτων.

2.3 Μεθοδολογικός Σχεδιασμός

Η έρευνα πραγματοποιήθηκε κατά τη διάρκεια του προηγούμενου σχολικού έτους (2008-09) και σ’ αυτήν συμμετείχαν τρεις καθηγητές από τρία διαφορετικά σχολεία της Αττικής. Ο πρώτος εκπαιδευτικός δίδασκε στην Α΄ αλλά και στη Γ΄ Γυμνασίου σε Ιδιωτικό Γυμνάσιο της Παλλήνης, ο δεύτερος στη Γ΄ Γυμνασίου σε Δημόσιο Γυμνάσιο του Γέρακα ενώ ο τρίτος στη Β΄ Γυμνασίου σε Δημόσιο Γυμνάσιο του Κουκακίου. Η επιλογή αυτή δεν ήταν τυχαία, αφού για την παρούσα έρευνα ήταν επιθυμητό να μελετηθούν οι διδακτικές πρακτικές των καθηγητών και στις τρεις τάξεις του Γυμνασίου. Οι παραπάνω καθηγητές δεν γνώριζαν το θέμα της μελέτης παρά μόνο ότι επρόκειτο για έρευνα σχετική με τα νέα βιβλία των Μαθηματικών του Γυμνασίου. Η ερευνήτρια φρόντισε να ενημερώσει τους διδάσκοντες ότι δεν υπάρχει θέμα κριτικής του διδακτικού έργου σε προσωπικό επίπεδο κι εκείνοι δέχθηκαν να βιντεοσκοπηθούν προκειμένου να υπάρξει μια ρεαλιστική εικόνα των μαθημάτων τους.

Αξίζει να σημειωθεί ότι σημαντική δυσκολία υπήρξε ως προς το συντονισμό των παρακολουθήσεων λόγω του ότι τα νέα σχολικά εγχειρίδια, όπως έχει προαναφερθεί, είναι χωρισμένα σε δύο μέρη, την Άλγεβρα και τη Γεωμετρία, και σύμφωνα με τις οδηγίες του Αναλυτικού Προγράμματος του Υπουργείου Παιδείας, θα πρέπει να

διδάσκονται και τα δύο παράλληλα. Μάλιστα, σε ότι αφορά τις εβδομαδιαίες ώρες διδασκαλίας που ένας εκπαιδευτικός θα αφιερώσει στην Άλγεβρα και τη Γεωμετρία, αυτές είναι στην προσωπική επιλογή του κάθε εκπαιδευτικού.

Σε ότι αφορά το πλήθος των μαθητών των τάξεων που βιντεοσκοπήθηκαν, στο Ιδιωτικό Γυμνάσιο της Παλλήνης ήταν αρκετά μεγάλο, πάνω από 30 παιδιά σε κάθε τμήμα σε αντίθεση με το Δημόσιο Γυμνάσιο του Κουκακίου που ήταν λιγότερα από 20. Μολονότι το Δημόσιο Γυμνάσιο του Γέρακα είχε τον συνηθισμένο αριθμό παιδιών σε κάθε τμήμα (περίπου 25), σημειώνουμε ότι στο σχολείο αυτό ακολουθούσαν το αμερικάνικο σύστημα κατανομής των παιδιών στις αίθουσες, όπου κάθε καθηγητής έχει τη δική του τάξη και κάθε μαθητής τον προσωπικό του φοριαμό και ανάλογα με την ώρα οι μαθητές πηγαινοέρχονταν από αίθουσα σε αίθουσα προκειμένου να παρακολουθήσουν τον αντίστοιχο καθηγητή.

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι η οργάνωση, πραγματοποίηση και βιντεοσκόπηση των διδασκαλιών και μάλιστα σε διαφορετικά μαθηματικά αντικείμενα ήταν αρκετά δύσκολη διαδικασία. Παρόλα αυτά οι καθηγητές που μετείχαν στην έρευνα ήταν συνεργάσιμοι και οι παρακολουθήσεις ολοκληρώθηκαν μέσα στο Νοέμβριο του 2008[13].

2.3.1 Βιντεοσκοπήσεις

Σχετικά με τις βιντεοσκοπήσεις αξίζει να αναφέρουμε ότι καταγράφηκαν επτά μαθήματα μιας διδακτικής ώρας (45 λεπτών το καθένα) εκ των οποίων τρία επελέγησαν για να αποβιντεοσκοπηθούν με το σκεπτικό ότι αυτά ήταν τα μόνα που περιείχαν εισαγωγή σε νέα μαθηματική έννοια και άρα σχετίζονταν άμεσα με την έννοια της δραστηριότητας[14]. Πιο συγκεκριμένα βιντεοσκοπήθηκαν τρία μαθήματα από τον πρώτο εκπαιδευτικό. Τα δύο από αυτά ήταν στην Α΄ Γυμνασίου και το τρίτο στη Γ΄ Γυμνασίου. Επιλέχθηκε για αποβιντεοσκόπηση η μια από τις δύο διδασκαλίες στην Α΄ Γυμνασίου λόγω του ότι περιλάμβανε εισαγωγή σε νέα μαθηματική έννοια:

[13] Αξίζει να σημειωθεί ότι την περίοδο εκείνη αρκετά σχολεία, όπως και αυτά που δίδασκαν οι δύο από τους τρεις καθηγητές (Δημόσια σχολεία), ήταν υπό κατάληψη, πράγμα που δυσκόλεψε ακόμα περισσότερο τη διεξαγωγή της έρευνας.

[14] Κάθε παράγραφος των νέων σχολικών βιβλίων των Μαθηματικών του Γυμνασίου ξεκινά με μία δραστηριότητα προκειμένου να γίνει η εισαγωγή των νέων εννοιών που σχετίζονται με την παράγραφο αυτή. Συνεπώς, η έννοια της δραστηριότητας είναι αλληλένδετη με την εισαγωγή νέας μαθηματικής έννοιας.

Ισοδύναμα, Ομώνυμα, Ετερώνυμα Κλάσματα (Μέρος Α΄, Κεφάλαιο 2, Παράγραφος 2.2[15]). Επίσης, βιντεοσκοπήθηκαν δύο μαθήματα του δεύτερου εκπαιδευτικού στη Γ΄ Γυμνασίου και επιλέχθηκε να αποβιντεοσκοπηθεί το ένα από αυτά, που περιλάμβανε εισαγωγή σε νέα έννοια: Παραγοντοποίηση (Μέρος Α΄, Κεφάλαιο 1, Παράγραφος 1.6[16]). Τέλος, βιντεοσκοπήθηκαν δύο διδασκαλίες του τρίτου εκπαιδευτικού στη Β΄ Γυμνασίου και επιλέχθηκε να αποβιντεοσκοπηθεί αυτή που περιλάμβανε εισαγωγή σε νέα έννοια: Εφαπτομένη οξείας γωνίας (Μέρος Β΄, Κεφάλαιο 2, Παράγραφος 2.1[17]). Στο Παράρτημα της εργασίας καταγράφονται αναλυτικά όλες οι βιντεοσκοπημένες διδασκαλίες[18]. Επιπλέον αναφέρουμε ότι η ερευνήτρια με τη μηχανή λήψεως βρισκόταν σε όλες τις διδασκαλίες στο βάθος της αίθουσας, εκτός του οπτικού πεδίου των μαθητών ώστε η παρουσία της να επηρεάζει όσο το δυνατόν λιγότερο τις αντιδράσεις και τη συμπεριφορά των μαθητών.

2.3.2 Συνεντεύξεις

Μετά την ολοκλήρωση των βιντεοσκοπημένων μαθημάτων και τη μελέτη τους, η ερευνήτρια, πήρε συνέντευξη[19] από κάθε εκπαιδευτικό ξεχωριστά, την οποία και απομαγνητοφώνησε, προκειμένου να προβεί σε σχετικές συγκρίσεις και αναλύσεις. Πιο συγκεκριμένα οι συνεντεύξεις έγιναν βάση ενός κοινού ερωτηματολογίου καταλόγου 10 ερωτήσεων και το οποίο παραθέτουμε στο Παράρτημα της παρούσης[20]. Το ερωτηματολόγιο αυτό χωρίζεται σε τρία βασικά μέρη. Το πρώτο μέρος (ερωτήσεις 1 – 4) αφορά στην αξιολόγηση της έννοιας της δραστηριότητας από τους εκπαιδευτικούς. Το δεύτερο μέρος (ερωτήσεις 5 – 8) αναφέρεται στο Βιβλίο του Εκπαιδευτικού και την ομαδική συνεργασία των μαθητών που αυτό προτείνει. Τέλος, το τρίτο μέρος (ερωτήσεις 9 – 10) σχετίζεται με σύντομη κριτική στα νέα βιβλία των Μαθηματικών του Γυμνασίου (πλεονεκτήματα – μειονεκτήματα).

---

[15] Ιωάννης Βανδουλάκης, Χαράλαμπος Καλλιγάς, Νικηφόρος Μαρικάκης, Σπύρος Φερεντίνος, “ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ”, Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα 2007.
[16] Δημήτριος Αργυράκης, Παναγιώτης Βουργανάς, Κωνσταντίνος Μέντης, Σταματούλα Τσικοπούλου, Μιχαήλ Χρυσοβέργης, “ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ”, Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα 2007.
[17] Παναγιώτης Βλάμος, Παναγιώτης Δρούτσας, Γεώργιος Πρέσβης, Κωνσταντίνος Ρεκούμης, “ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ”, Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα 2007.
[18] Βλέπε Μέρος Β΄ (1).
[19] Οι συνεντεύξεις πραγματοποιήθηκαν τον Ιούνιο του 2009, μετά το πέρας της σχολικής χρονιάς.
[20] Βλέπε Μέρος Β΄ (2).

Οι συνεντεύξεις του πρώτου και του δεύτερου εκπαιδευτικού διήρκησαν περίπου 20 λεπτά η καθεμία ενώ η συνέντευξη του τρίτου εκπαιδευτικού 40 λεπτά. Η διαφοροποίηση αυτή υφίσταται διότι ο τρίτος εκπαιδευτικός δεν απαντούσε ουσιαστικά στα ερωτήματα της ερευνήτριας με αποτέλεσμα η τελευταία να αφιερώσει περισσότερο χρόνο προκειμένου να ολοκληρώσει τον κύκλο της συνέντευξης όπως ακριβώς έγινε και με τους άλλους δύο εκπαιδευτικούς.

Έπειτα από τη συλλογή του παραπάνω υλικού (συνεντεύξεων) η ερευνήτρια προχώρησε σε περαιτέρω αναλύσεις με σκοπό τη διεξαγωγή συμπερασμάτων για τη διδακτική πρακτική και τις αντιλήψεις των τριών εκπαιδευτικών σχετικά με τα ερωτήματα της έρευνας.

2.4 Δείγμα

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, στην παρούσα έρευνα συμμετείχαν τρεις εκπαιδευτικοί από τρία διαφορετικά σχολεία της Αττικής. Οι εκπαιδευτικοί αυτοί, δύο γυναίκες και ένας άνδρας, είχαν περίπου την ίδια ηλικία, μεταξύ 40 και 50 ετών και όλοι τους είχαν εμπειρία στη διδασκαλία του Γυμνασίου για πολλά χρόνια. Συνεπώς, μπορούμε να σημειώσουμε ότι και οι τρεις χρησιμοποιούσαν τα παλαιότερα βιβλία των Μαθηματικών του Γυμνασίου και κλήθηκαν προσφάτως να διδάξουν βάσει των νέων. Ακόμα, κανένας από τους τρεις εκπαιδευτικούς δεν ήξερε το αντικείμενο της έρευνας ώστε να αλλάξει τον τρόπο διδασκαλίας του κατά τη διάρκεια των βιντεοσκοπημένων μαθημάτων. Αντιθέτως γνώριζε ότι επρόκειτο για μια μελέτη σχετική με τα νέα βιβλία των Μαθηματικών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΠΟΒΙΝΤΕΟΣΚΟΠΗΣΕΩΝ - ΑΠΟΜΑΓΝΗΤΟΦΩΝΗΣΕΩΝ

3.1 Πρακτικές και Αντιλήψεις του 1ου Εκπαιδευτικού

3.1.1 Ανάλυση διδασκαλίας

Από την ανάλυση του πρώτου βιντεοσκοπημένου μαθήματος, ο 1ος εκπαιδευτικός πραγματοποίησε ένα μάθημα, το οποίο μπορούμε να χαρακτηρίσουμε συμμετοχικό αφού όπως φαίνεται από την καταγεγραμμένη βιντεοσκόπηση η γνώση δεν παρουσιαζόταν κατευθείαν στους μαθητές αλλά είχε επιλεγεί από τον εκπαιδευτικό μια σειρά ερωτήσεων που καθοδηγούσαν τη διδασκαλία, όπως φαίνεται στο διάλογο που ακολουθεί[21].

Κ: *Μπράβο. Πολύ σωστά. Το κλάσμα που δεν απλοποιείται περισσότερο όσο και να προσπαθήσω λέγεται ανάγωγο κλάσμα. Μπορείτε να μου δώσετε ένα παράδειγμα ανάγωγου κλάσματος; Δέσποινα;*

Μ: $\frac{1}{2}$.

Κ: $\frac{1}{2}$. *Μάλιστα. Ωραία. Όλες οι κλασματικές μονάδες είναι ανάγωγα κλάσματα;*

Μ: *Ναι.*

Κ: *Προφανώς. Ο μέγιστος κοινός διαιρέτης μεταξύ των όρων μιας κλασματικής μονάδας, ποιος αριθμός είναι; Στο* $\frac{1}{2}$ *ας πούμε, ποιος είναι ο μέγιστος κοινός διαιρέτης του 1 και του 2;*

Μ: *Το 1.*[22]

[21] Με Κ συμβολίζουμε τα λόγια του καθηγητή ενώ με Μ του μαθητή.
[22] Βλέπε Παράρτημα, Παράγραφος 1.1.1.

Οι επικοινωνιακές επιλογές του εκπαιδευτικού δείχνουν την προσπάθεια του να δημιουργήσει ένα περιβάλλον κατάλληλο για τους μαθητές, ενθαρρύνοντας με αυτό τον τρόπο τη συμμετοχή τους στο μάθημα. Η στάση αυτή του εκπαιδευτικού συμφωνεί με την κοινωνικοπολιτισμική – επικοινωνιακή θεώρηση της γνώσης του Vygotsky[23]. Χαρακτηριστικά αναφέρουμε ότι κατά τη διάρκεια του μαθήματος σχεδόν σε όλες τις προτάσεις του, ο εκπαιδευτικός κατέληγε στο να ενθαρρύνει ένα συγκεκριμένο μαθητή, ο οποίος δεν είχε λάβει το λόγο μέχρι εκείνη τη στιγμή, να αναπτύξει τη σκέψη του απαντώντας στα ερωτήματα του.

> *«Μήπως θέλει κάποιος να μας πει πότε δύο κλάσματα ή περισσότερα λέγονται ισοδύναμα ή ίσα; Δανάη;», «Τι κάναμε Γιώργο;», «Να θυμηθούμε έναν γρήγορο τρόπο εύρεσης του ΜΚΔ; Με τα διαδοχικά υπόλοιπα; Γράφουμε το 5 και το 7 κατεβάζουμε το μικρότερο από τους δύο αριθμούς. Ποιος είναι αυτός Μιχάλη;»*

Σε περίπτωση που ο μαθητής δυσκολευόταν να απαντήσει, ο εκπαιδευτικός προσπαθούσε με πλάγιους τρόπους να τον βοηθήσει χωρίς ωστόσο να απαντά το ερώτημα όπως φαίνεται και στο παρακάτω απόσπασμα.

Κ: … *Το* $\frac{5}{7}$ *είναι ένα ανάγωγο κλάσμα. Ο μέγιστος κοινός διαιρέτης των όρων του, ποιος είναι; Ο ΜΚΔ(5,7) είναι ποιος; Ποιοι είναι οι διαιρέτες του 5; Μαρία;*

Μ: *Το 1 και το 5.*

Κ: *Μπράβο. Το 5 είναι πρώτος. Ποιοι είναι οι διαιρέτες του 7;*

Μ: *Το 1 και το 7.*

Κ: *Άρα ποιος είναι ο μέγιστος κοινός διαιρέτης;*

Μ: *Το 1.*

Κ: *Το 1. Μάλιστα.*

Η διδασκαλία του στηρίχθηκε σε ερωτήσεις, απαντήσεις, σχόλια και παρατηρήσεις που απευθύνονταν σε όλους τους μαθητές της τάξης[24]. Πιο συγκεκριμένα, απεύθυνε ερωτήσεις στο σύνολο της τάξης και έπειτα έδινε το λόγο σε

[23] Βλέπε Θεωρητικό Πλαίσιο, Παράγραφος 1.1.

[24] Σε αρκετά σημεία του διαλόγου στο βιντεοσκοπημένο μάθημα αναφέρεται το γράμμα "Τ" δηλαδή η "Τάξη" και όχι το γράμμα 'Μ" δηλαδή "Μαθητής/Μαθήτρια". Βλέπε Παράρτημα, Παράγραφος 1.1.1.

κάποιον από τους μαθητές που εκείνος επέλεγε. Χρησιμοποιούσε τα μικρά ονόματα των παιδιών, δημιουργώντας μ' αυτόν τον τρόπο ένα πιο φιλικό πλαίσιο στις σχέσεις καθηγητή – μαθητή[25].

> *«Αυτή η ιδιότητα πως λέγεται; Νίκο;», «…Καλό είναι δηλαδή να το δείχνουμε αυτό το πράγμα. Τάσο, έλα στο επόμενο. Εσύ Τάσο με τι θα διαιρέσεις;», «Κάποιος άλλος έχει να προτείνει κάτι άλλο… Γιάννη;»*

Οι δε μαθητές αρκετές φορές εξέφρασαν απορίες, σκέψεις ή ακόμα και αντιρρήσεις, πράγμα που αποτέλεσε αφορμή για περεταίρω συζητήσεις. Χαρακτηριστικό είναι το σημείο στο οποίο οι μαθητές έχουν κληθεί να αναφέρουν ισοδύναμα κλάσματα ξεκινώντας από κάποιο αρχικό ανάγωγο και τελικά η συζήτηση καταλήγει στο γενικό συμβολισμό όλων των αυτών των κλασμάτων[26].

Ο συγκεκριμένος εκπαιδευτικός είχε υπομονετική στάση απέναντι στις απορίες που δημιουργούνταν και αυτό φαίνεται από το ότι προτιμούσε με συνεχείς ερωτήσεις να φέρει το μαθητή στην κατάλληλη θέση ώστε να δώσει ο ίδιος τη σωστή απάντηση αντί να διορθώνει και να δίνει κατευθείαν τη λύση με ή χωρίς την αιτιολογία της. Σαν παράδειγμα παραθέτουμε το επόμενο απόσπασμα.

Τάξη: *Μισό λεπτό κύριεεεε…*

Μ: *Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε δυνάμεις για να το βρούμε; (Ο καθηγητής ανασηκώνει τους ώμους δίνοντας στο μαθητή τη δυνατότητα να κάνει ότι νομίζει)*

Μ: *Κύριε;*

Κ: *Ναι, (πηγαίνει στο τετράδιο ενός μαθητή που φαίνεται να χρειάζεται επιβεβαίωση ότι η λύση του είναι σωστή) πολύ καλά βγήκε! Σου φαίνεται λίγο μεγάλο για ΕΚΠ ε;*

Μ: *Το 120;*

Κ: *Το 120 βγήκε, ναι. Οι περισσότεροι από εσάς, από ότι είδα, δουλέψατε με την παραδοσιακή μέθοδο έτσι; Αυτή εδώ…*

---

[25] Σε όλη τη διδασκαλία χρησιμοποιούσε τα μικρά ονόματα παιδιών όπως λόγου χάρη "Δέσποινα", "Τάσος" κ.α.

[26] Παράδειγμα του καθηγητή: $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{8}{12}=\frac{6}{9}=...=\frac{2\alpha}{3\alpha}$. Σημειώνουμε ότι ο συμβολισμός αυτός (τελευταίο κλάσμα) δεν αποτελεί συνήθως μέρος του συγκεκριμένου μαθήματος και δεν υπάρχει στο σχολικό βιβλίο της Α΄ Γυμνασίου.

Αξίζει να σημειωθεί ότι συνολικά μέσα στην τάξη ετέθη μόνο μια φορά άσκηση όπου ζητήθηκε από όλους τους μαθητές να δουλέψουν για την επίλυση αυτής στα τετράδια τους. Επιπλέον ζητήθηκε η ενεργή συμμετοχή μαθητών (στον πίνακα) δύο φορές. Κατά τ' άλλα, η συμμετοχή των μαθητών περιορίστηκε σε προφορικές απαντήσεις ερωτημάτων που έθετε ο διδάσκοντας κατά τη διάρκεια του μαθήματος. Μόνο ένα από τα ερωτήματα που ετέθησαν στην τάξη αποτελούσε προτεινόμενη δραστηριότητα του σχολικού βιβλίου, που δεν αφορά αυτή τη διδασκαλία αλλά άλλη βιντεοσκοπημένη διδασκαλία του εκπαιδευτικού, η οποία δεν έχει αποβιντεοσκοπηθεί.

Γενικά, η πορεία του εκπαιδευτικού ήταν από το γενικό (θεωρία) προς το ειδικό (παράδειγμα), πράγμα που προφανώς δυσκόλεψε τους μαθητές στην επίλυση ασκήσεων. Αυτή η αδυναμία φάνηκε όταν ο εκπαιδευτικός ζήτησε από τους μαθητές να ελέγξουν αν δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα με τη χρήση των χιαστί γινομένων[27], όπως φαίνεται και στο διάλογο που ακολουθεί.

Κ: *Χιαστί ιδιότητα. Σύμφωνοι; Περιγράψαμε τις κυριότερες ιδιότητες των κλασμάτων. Είπαμε, λοιπόν, ότι, προσέξτε, αν δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα όπως αυτά εδώ τότε τα χιαστί τους γινόμενα είναι μεταξύ τους ίσα. Εντάξει; Να τις καταγράψουμε λοιπόν να τις έχουμε όλες μαζί. Πάμε.*

Μ: *Κύριε, εγώ το κάνω με έναν άλλο τρόπο. Κάνω: 100:5 που είναι ο παρανομαστής και κάνει 20 και μετά κάνω 8, 5 επί 20…*

Κ: *Πολύ σωστά, ωραία. Λοιπόν, να καταγράψουμε τώρα με τη βοήθεια μεταβλητών τις κυριότερες ιδιότητες στα ισοδύναμα κλάσματα έτσι όπως τις είδαμε με τα παραδείγματα μας. Γράφει στον πίνακα: 1η) Αν* $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\gamma}{\delta}$ *δηλαδή αν έχω δύο κλάσματα ισοδύναμα, τότε τα χιαστί γινόμενα είναι ίσα. Δηλαδή αν πολλαπλασιάσω τους άκρους όρους όπως λέμε* $\alpha\cdot\delta$ *(κυκλώνει το α-δ) θα πάρω γινόμενο ίσο με αυτό που προκύπτει πολλαπλασιάζοντας το β με το γ (κυκλώνει το β-γ).*

Μ: *Αυτά θα τα μάθουμε;*

Κ: *Ναι, ναι. Αυτός είναι και ο τρόπος, ένας μάλλον θα έλεγα καλύτερα από τους τρόπους να ελέγχουμε αν δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα.*

---

[27] Παράδειγμα του καθηγητή: $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\gamma}{\delta}\Rightarrow\alpha\cdot\beta=\gamma\cdot\delta$.

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι ο ρόλος του εκπαιδευτικού ήταν καθοριστικός καθ' όλη τη διάρκεια του μαθήματος. Εισήγαγε διαρκώς κατάλληλες δραστηριότητες[28] που στηρίζονταν στα είδη υπάρχοντα γνωστικά σχήματα των μαθητών του[29]. Ωστόσο, κατά τη διάρκεια επίλυσης των διάφορων ερωτημάτων που έθετε στους μαθητές του, η διδασκαλία του είχε καθοδηγητικό χαρακτήρα με χρήση υποδείξεων και ανατροφοδοτήσεων χωρίς να δοθεί ούτε μια φορά η ευκαιρία στα παιδιά να δουλέψουν συνεργατικά.

3.1.2 Ανάλυση συνέντευξης

Ο πρώτος εκπαιδευτικός έδωσε, στη συνέντευξη που πραγματοποιήθηκε, απαντήσεις που είναι συνεπείς ως προς αυτά που καταγράφηκαν στο βιντεοσκοπημένο μάθημα. Ο ίδιος δεν έχει μετάσχει σε καμία επιμορφωτική διδασκαλία, όπως φαίνεται στο παρακάτω απόσπασμα[30].

Ε: *Εσείς επιμορφωθήκατε καθόλου; Έγινε κάποια επιμόρφωση, για το πώς προτείνει το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο να γίνεται το μάθημα;*

Κ: *Όχι, όχι. Μια φορά, μόνο πήγαμε στην παρουσίαση των βιβλίων, ας πούμε, όπου εκεί η συζήτηση περιστράφει γύρω από το τι είναι διαθεματικότητα και όπως αντιλαμβάνεσαι…, δεν έγινε επί της ουσίας.*

Παρόλα αυτά φαίνεται να έχει συγκροτημένη άποψη επί της γενικότερης πολιτικής που πρέπει να ακολουθηθεί σχετικά με τη διαδικασία της μαθηματικής εκπαίδευσης στο Γυμνάσιο και γι' αυτό άλλωστε δίνει και δικές του προτάσεις βελτίωσης του υπάρχοντος πλαισίου.

Πιο συγκεκριμένα, ο εκπαιδευτικός αναφέρει ξεκάθαρα ότι ελάχιστα χρησιμοποιεί τις δραστηριότητες του σχολικού βιβλίου για τους εξής λόγους: Η κυριότερη αιτία μη χρήσης αυτών είναι η έλλειψη ανταπόκρισής τους με την "πραγματικότητα" του μαθητή.

---

[28] Δικής του επιλογής.
[29] Οι μαθητές γνώριζαν από το Δημοτικό σχετικά με τα κλάσματα.
[30] Συμβολίζουμε με Ε την Ερευνήτρια και με Κ τον Καθηγητή.

Ε: *Έχω δει κάποιες και τις θεωρώ λίγο μακριά από ένα μαθητή Γυμνασίου, κάποιες δεν έχουν καμία σχέση με την καθημερινότητα…*

Κ: *Γι' αυτό και δεν τις κάνω όλες. Δηλαδή αυτές οι οποίες είναι πιο κοντά στην πραγματικότητα του μαθητή, μπορούν να γίνουν και νομίζω ότι γίνονται εύκολα αντιληπτές. Δεν υπάρχει μια, θα έλεγα, ομοιογένεια στις δραστηριότητες.*

Δηλαδή οι δοθείσες δραστηριότητες ενώ εξ' ορισμού θα έπρεπε να προκαλούν το ενδιαφέρον των μαθητών μέσω της περιγραφής μιας πρακτικής, καθημερινής κατάστασης και να βοηθούν στην εισαγωγή μιας μαθηματικής έννοιας, ωστόσο από την κατασκευή τους αποτυγχάνουν και δεν εξυπηρετούν τον σκοπό για τον οποίο δημιουργήθηκαν.

Δευτερεύουσες αιτίες μη χρήσης των δραστηριοτήτων είναι: Αφενός το υπερβολικό πλήθος τους, αφού σύμφωνα με τον εκπαιδευτικό θα έπρεπε να είναι το πολύ μία ανά παράγραφο και αφετέρου το γεγονός ότι στη Β΄ Γυμνασίου οι δραστηριότητες παρουσιάζονται μαζί με τις λύσεις τους στο σχολικό βιβλίο, κάτι που ο διδάσκων θεωρεί λάθος.

Ε: *Θεωρείτε ότι θα έπρεπε να είναι λυμένες; Στο βιβλίο της Β΄ (Γυμνασίου) οι δραστηριότητες είναι λυμένες.*

Κ: *Όχι, θα έλεγα ότι δεν είναι σωστό που είναι λυμένες. Δηλαδή θα προτιμούσα να γίνονται οι προτάσεις των δραστηριοτήτων και μετά να γίνεται μια συζήτηση. Και όχι 3-4 δραστηριότητες, γιατί πολλές φορές μπορεί να τεθεί και μια δραστηριότητα και ως άσκηση για το σπίτι. Θα μπορούσε να είναι μια δραστηριότητα.*

Σε ότι αφορά στο βιβλίο του εκπαιδευτικού, ο διδάσκων φαίνεται να θεωρεί ότι αποτελεί κυρίως ένα σύγγραμμα στο οποίο ανατρέχει προκειμένου να αντλήσει επιπλέον ασκήσεις και όχι ένα άμεσο συμβουλευτικό εργαλείο για το σχεδιασμό ενός μαθήματος.

Κ: *Όχι, το συμβουλεύομαι, νομίζω ότι είναι καλύτερο στις ασκήσεις που προτείνει. Όπου εκεί πραγματικά έχω δει και ωραίες ασκησούλες που μπορείς να βάλεις στα παιδιά.*

Συγκεκριμένα, σύμφωνα με τη συνέντευξη, ο εκπαιδευτικός θεωρεί ότι ο χαρακτήρας του συγκεκριμένου βιβλίου είναι καθαρά βοηθητικός, δηλαδή η χρήση του περιορίζεται στο να αντληθεί λόγου χάρη ένα παράδειγμα ενώ γενικά του δίνει μία επιπλέον επιλογή στο διδακτικό του "ρεπερτόριο".

Επιπρόσθετα, στην πρόταση του βιβλίου του εκπαιδευτικού που αφορά στην ομαδική εργασία, ο εκπαιδευτικός απάντησε ότι δεν την έχει εφαρμόσει, όπως προβλέπει το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, αλλά αυτός και άλλοι συνάδελφοί του προτείνουν στους μαθητές εργασίες μέσα στα πλαίσια της διαθεματικότητας εκτός, όμως, σχολείου.

Κ: … *Δεν μπορώ να πω ότι την έχω εφαρμόσει έτσι συστηματικά. Αυτό που έχουμε κάνει είναι ότι έχουμε δώσει στα παιδιά εργασίες να κάνουνε με βάση τα Μαθηματικά και άλλα μαθήματα μέσα στα πλαίσια της διαθεματικότητας και εκεί βεβαίως έχουν χωριστεί κατά ομάδες των 2, 3, 4. Αλλά όχι στη διαδικασία του μαθήματος.*

Τα πλεονεκτήματα, που ο διδάσκων σημειώνει για τα νέα βιβλία, βρίσκονται στην εικόνα τους, στη χρήση της ελληνικής γλώσσας και στο ότι δεν έχουν μεγάλη έκταση. Αντίθετα θεωρεί μειονέκτημα τον τρόπο με τον οποίο κατανέμεται η ύλη και το ότι οι ασκήσεις που έχουν επιλεχθεί δεν βρίσκονται σε αντιστοιχία με την εκάστοτε θεωρία. Δηλαδή αν ο διδάσκων επιλέξει να παραδώσει μέρος μιας ενότητας και όχι όλη την παράγραφο, θα δυσκολευτεί να εντοπίσει ασκήσεις που να αντιστοιχούν στο συγκεκριμένο τμήμα της παράδοσης.

Ε: *Πάντως έχουνε μεγάλη γκάμα ασκήσεων...*

Κ: *Έχουν, αλλά οι ασκήσεις που προτείνονται δεν είναι πάντα σε αντιστοιχία με τη θεωρία. Δηλαδή δεν μπορείς, ας πούμε, σε μια διδακτική ώρα να καλύψεις μια ολόκληρη ενότητα. Μπορεί να καλύψεις ένα μέρος αυτής της ενότητας, έτσι; Εκεί μερικές φορές βλέπω ότι δεν υπάρχουν ασκήσεις που να καλύπτουν ολόκληρη την ενότητα. Έχεις καλύψει ένα μέρος, ψάχνεις να βρεις 2 ασκήσεις, δεν υπάρχουν. Δηλαδή θέλει μια καλύτερη κατανομή θα έλεγα των ασκήσεων, με βάση την πορεία της εξέλιξης των εννοιών που συμπεριλαμβάνονται σε μια ενότητα.*

Επιπλέον αναφέρει ως βασικό μειονέκτημα τον μη διαχωρισμό των ασκήσεων σε ομάδες ανάλογα με το βαθμό δυσκολίας τους. Γι' αυτό θεωρεί προτιμότερο οι

ασκήσεις να χωρίζονται σε τρεις ομάδες: Ομάδα Α΄, ασκήσεις πιο απλές και κατανοητές για τα παιδιά, Ομάδα Β΄, ασκήσεις που χρίζουν ιδιαίτερης προσοχής και Ομάδα Γ΄, ασκήσεις πιο υψηλού επιπέδου για μαθητές που μπορούν και θέλουν να προσπαθήσουν κάτι διαφορετικό.

Κ: …Αν έφτιαχνα ένα βιβλίο, έτσι πολύ πρόχειρα, θα έδινα και την ευκαιρία στο να δημιουργήσουν τα παιδιά μια δική τους δραστηριότητα. Ή στο τέλος της ενότητας ή στην αρχή της ενότητας. Ένα κενό χώρο στο βιβλίο. Πρέπει να υπάρχουν και κάποια κενά στο βιβλίο να συμπληρώνουν οι μαθητές από μόνοι τους και να είναι δική τους εργασία. Η δική τους προσωπική, ας πούμε, άποψη πάνω στο θέμα. Θα έκανα σίγουρα μια πολύ καλύτερη διαχείριση των ασκήσεων, ειδικά σε κάποιες ενότητες, ίσως δεν είναι της στιγμής να τις αναφέρουμε, θα χώριζα τις ασκήσεις σε δύο ομάδες, είναι χρήσιμο αυτό, και θα έβαζα και ασκήσεις πιο προχωρημένου επιπέδου από την Α΄ κιόλας Γυμνασίου. Κάτι που δεν υπάρχει.

Για τους ανωτέρω λόγους, ο εκπαιδευτικός πρότεινε, όπως αναφέραμε και προηγουμένως, τη χρήση το πολύ μιας δραστηριότητας (άλυτης) στην αρχή κάθε παραγράφου. Αμέσως μετά, να υπάρχει δυνατότητα καταγραφής μιας νέας δραστηριότητας από κάθε μαθητή, η οποία να προέρχεται από την προσωπική του εμπειρία. Επιπλέον, προτείνεται ο διαχωρισμός των ασκήσεων του σχολικού βιβλίου σε δύο ή τρεις κατηγορίες ανάλογα με το βαθμό δυσκολίας τους σε αντίθεση με το υπάρχον σύστημα όπου αυτός ο διαχωρισμός δεν προσφέρεται.

Τέλος, ο εκπαιδευτικός ανέφερε ότι κατά τη συγγραφή των τριών βιβλίων του Γυμνασίου, δεν υπήρξε κοινός παρανομαστής, ένα *«μάτι»*[31] το οποίο είδε τις δουλειές των τριών αυτών επιτροπών και προσπάθησε να τις συνθέσει και να δημιουργήσει μια ενιαία άποψη για τα Μαθηματικά στην Ελλάδα.

Κ: *Δηλαδή ένα μειονέκτημα αυτών των βιβλίων είναι ναι μεν η δραστηριότητα ως κοινός παρανομαστής αλλά δεν βλέπω την ίδια φιλοσοφία και στις τρεις τάξεις. Φαίνεται ότι η συγγραφική ομάδα του ενός βιβλίου με τη συγγραφική ομάδα του άλλου βιβλίου δεν είχαν καμία σχέση…*

[31] Φράση από την απομαγνητοφωνημένη συνέντευξη του 1ου εκπαιδευτικού (Βλέπε Παράρτημα, Παράγραφο 1.2.1).

Σύμφωνα με τον εκπαιδευτικό, αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι τρεις συγγραφικές ομάδες των νέων σχολικών βιβλίων δεν είχαν συνεργασία μεταξύ τους με αποτέλεσμα τα τρία συγγράμματα του Γυμνασίου να είναι ασύνδετα, δηλαδή μη εναρμονισμένα, χωρίς κοινό διδακτικό στόχο και ομοιογένεια.

3.2 Πρακτικές και Αντιλήψεις του 2^{ου} Εκπαιδευτικού

3.2.1 Ανάλυση διδασκαλίας

Από την ανάλυση του δεύτερου βιντεοσκοπημένου μαθήματος, ο 2^{ος} εκπαιδευτικός δεν πραγματοποίησε ουσιαστικά συμμετοχικό μάθημα. Αυτό οφείλεται στο ότι περιόρισε τις ερωτήσεις σε μια μικρή υποομάδα της τάξης, η οποία αποτελείτο από τους πλέον αδύναμους μαθητές, ενώ επέτρεπε στους υπόλοιπους να αναφωνήσουν τη σωστή απάντηση σε περίπτωση λάθους. Στο απόσπασμα που ακολουθεί συμμετέχουν μαθητές στους οποίους ο εκπαιδευτικός έδινε συνέχεια το λόγο προκειμένου να μην ενοχλούν την υπόλοιπη τάξη[32].

Κ: *Αυτό θέλατε να πείτε, μήπως; Λοιπόν, άρα τώρα τι κοινό παράγοντα έχω Μπίλιουρα;*

Μ: *Τι Κοινό παράγοντα έχουμε; Ε,* xy

Κ: *Ξαναπές το καλά, ξαναπές το, δεν το άκουσα καλά.*

Μ: xy

Κ: xy *που το βλέπεις; Έχουμε πουθενά γινόμενο* xy *;*

Μ: *Όχι.*

Κ: *Άρα τι έχουμε; Τι είναι αυτό που είναι κοινό και στους δύο όρους; Νικολούδης;* x *;*

Μ(άλλος): $x + y$

Κ: *Η παρένθεση* $x + y$.

Μ(Μπίλιουρας): *Αααα, εντάξει μωρέ σιγά…*

Κ: *Και ανοίγουμε παρένθεση, Μπίλιουρα, και τι μένει από τον πρώτο όρο;*

Μ(Μπίλιουρας): *Εεεε, περιμένετε, μένει* $x + y$ *πάλι…*

Τάξη: *(γέλια) α, καλά...*

---

[32] Προσπαθώντας να παραγοντοποιήσουν την παράσταση: $3\omega(x + y) - 2x - 2y$. Όπου Κ τα λόγια του καθηγητή και Μ των μαθητών.

Χαρακτηριστικό είναι και ένα άλλο παράδειγμα όπου ο εκπαιδευτικός έχει γράψει στον πίνακα την παράσταση: $(\alpha+\beta)^2-(\alpha+\beta)$ και προτείνει σε ένα μαθητή να την παραγοντοποιήσει. Σε αυτήν την άσκηση συμμετείχαν συνολικά τέσσερα άτομα με την ταυτόχρονη βοήθεια του ίδιου του εκπαιδευτικού[33]. Τελικώς, το όποιο λάθος δεν διορθωνόταν μέσω κάποιας συνειδητής διδακτικής παρέμβασης ώστε να γίνει κατανοητό από το μαθητή που το διέπραξε, αλλά απλά λεγόταν η ορθή απάντηση είτε από τον ίδιο τον εκπαιδευτικό είτε από άλλο μαθητή. Επιπλέον, σε περιπτώσεις που πραγματοποιείτο λανθασμένο σχόλιο από κάποιο μαθητή, ο διδάσκων το αγνοούσε προκειμένου να παραμείνει στο προδιαγεγραμμένο δρόμο προς τη λύση. Σύμφωνα με τη Θεωρία της Δραστηριότητας τα παραπάνω ερμηνεύονται ως αποτυχία των μαθητών να συνδέσουν το διδακτικό υλικό με τις δραστηριότητες μέσα στην τάξη[34] πράγμα που εμπόδισε τη συμμετοχή τους στις δραστηριότητες.

Αξίζει να σημειωθεί ότι ο εκπαιδευτικός προσφωνούσε τους μαθητές κυρίως με τα επώνυμα τους, πράγμα που καθιστούσε τον επικοινωνιακό χαρακτήρα του μαθήματος αρκετά απόμακρο.

> *«Πόσους όρους έχουμε εδώ Τζόγια;», «Φυσικά, έχοντας το* $2x$ *ίσο με το μηδέν, τι εννοείται Μπέη;», «Τι είναι αυτό που είναι κοινό και στους δύο όρους; Νικολούδης;»*

Κατά τη διάρκεια του μαθήματος χρησιμοποιήθηκε η ακόλουθη δραστηριότητα του σχολικού βιβλίου: *"Σε μια κυκλική πλατεία ακτίνας* R=32,50m *κατασκευάστηκε ένα κυκλικό σιντριβάνι ακτίνας* ρ=7,50m. *Να υπολογιστεί το εμβαδόν της πλατείας που απέμεινε μετά την κατασκευή του σιντριβανιού"*[35]. Όμως, ο εκπαιδευτικός άλλαξε το στόχο της δραστηριότητας χωρίς να μπορούμε να κατανοήσουμε αυτή του την ενέργεια. Παραθέτουμε το διάλογο, όπως αυτός καταγράφηκε μέσα στην τάξη.

> Κ: *Ωραία, πάμε να δούμε το βιβλίο τι μας ζητάει πάνω σ' αυτά. Α, έχει ένα παράδειγμα το βιβλίο, τώρα το είδα, έχουμε δύο κύκλους. Το εμβαδόν του ενός*

[33] Βλέπε Παράρτημα, Παράγραφο 1.1.2.
[34] Βλέπε Θεωρητικό Πλαίσιο (Παράγραφος 1.1).
[35] Βλέπε Μέρος Α΄, Παράγραφο 1.6, Δραστηριότητα 2, σελίδα 53 του σχολικού βιβλίου της Γ΄ Γυμνασίου.

κύκλου είναι πR^2 *και το εμβαδόν του άλλου κύκλου είναι* $\pi\rho^2$ [36]*. Μπορούμε να απλουστεύσουμε, πριν αντικαταστήσουμε και κάνουμε πολλούς πολλαπλασιασμούς, κτλ μπορούμε να το απλουστεύσουμε λίγο αυτό; Να μην χρειαστεί να κάνουμε το 3,14 επί αυτό και 3,14 επί τούτο; Τι λέτε εδώ; Μήπως μας βοηθάει η παραγοντοποίηση τελικά; Πες μου Τζόγια.*

Μ: $\pi\ldots$

Κ: *Τι είναι το* π*; Πως το ονομάζουμε;*

Μ: *Κοινός παράγοντας.*

Κ: *Είναι κοινός παράγοντας, λοιπόν, και ανοίγουμε παρένθεση…*

Μ: $R2\ldots$ *πλην …*

Κ: R^2 *(τον διορθώνει) πλην* ρ^2*. Άρα, λοιπόν, με αυτόν τον τρόπο κατάφερα και μείωσα τους δύο πολλαπλασιασμούς που είχα εδώ, τους μετέτρεψα καταρχήν σε ένα. Αργότερα θα δείτε ότι αυτό απλουστεύεται ακόμα περισσότερο (δείχνει τη διαφορά τετραγώνων:* $R^2-\rho^2$*). Αλλά δεν είναι του παρόντος, έτσι;*

Γενικά, στην πορεία του μαθήματος ο εκπαιδευτικός χρησιμοποίησε παραδείγματα των οποίων η δυσκολία δεν αυξανόταν βαθμιαία, αλλά ήταν εξ' αρχής αρκετά μεγάλη με αποτέλεσμα να δυσκολεύεται η πλειοψηφία των μαθητών στην εύρεση του εκάστοτε κοινού παράγοντα[37]. Η χρήση τέτοιου τύπου παραδειγμάτων περιόρισε στο ελάχιστο τη συμμετοχή των μαθητών, ενώ αποτέλεσε τη βασική αιτία δυσκολίας των μαθητών να κατανοήσουν την έννοια της παραγοντοποίησης.

Συνοψίζοντας τα προηγούμενα, ο ρόλος του εκπαιδευτικού καθ' όλη τη διάρκεια της διδασκαλίας ήταν αρκετά καθοδηγητικός και η επιλογή των παραδειγμάτων για την εισαγωγή στην έννοια της παραγοντοποίησης προφανώς δυσανάλογη σε σχέση με τις δυνατότητες των μαθητών. Οι μαθητές δεν κλήθηκαν να δουλέψουν συνεργατικά σε καμία από τις προτεινόμενες ασκήσεις του εκπαιδευτικού. Μάλιστα, δεν υπήρξε καμία αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών αλλά ούτε και μεταξύ μαθητή – καθηγητή,

---

[36] Πρόκειται για την 2η Δραστηριότητα του σχολικού βιβλίου στη σελίδα 53, την οποία, όμως, η εκπαιδευτικός δεν παρουσίασε σύμφωνα με την εκφώνηση του βιβλίου. Απλώς, πρότεινε σαν ένα ακόμη παράδειγμα τον τύπο: $\pi R^2-\pi\rho^2$.

[37] Τα παραδείγματα που χρησιμοποίησε ο εκπαιδευτικός ήταν (με τη σειρά που αυτά γράφηκαν στον πίνακα): $2\alpha+2\beta$, $\alpha\beta+\alpha\gamma$, $3x+6y$, $2x^2y^3+4xy^2+8x^3y^3$, $(\alpha+\beta)^2-(\alpha+\beta)$, $\omega^3y^2-2\omega^2y^2$, $\sqrt{2}x^2y-\sqrt{8}xy$, $x^3y-2x^2y^2+xy^3$, $3\omega(x+y)-2x-2y$, $(2\alpha-3\beta)(x-y)-(3\alpha+2\beta)(y-x)$.

πράγμα που δείχνει ότι οι διδακτικές επιλογές του εκπαιδευτικού δεν ανταποκρίνονται στις μαθηματικές δυνατότητες της τάξης αυτής.

3.2.2 Ανάλυση συνέντευξης

Σύμφωνα με τα όσα υποστήριξε στη συνέντευξη, ο 2^{ος} εκπαιδευτικός δε φαίνεται να έχει αντιληφθεί την πραγματική έννοια των δραστηριοτήτων και τον σκοπό για τον οποίο αυτές δημιουργήθηκαν. Σύμφωνα με τα λεγόμενα του, οι δραστηριότητες χρησιμεύουν σε ένα νέο και άπειρο εκπαιδευτικό, ο οποίος θα τις χρησιμοποιήσει σαν παραδείγματα ή ασκήσεις στο μάθημα του, μη έχοντας δικό του "ρεπερτόριο".

Κ: *Εμένα προσωπικά, επειδή ξέρω τα βιβλία απ' έξω, ίσως και να μην τις χρειαζόμουνα. Αλλά ένα νέο άνθρωπο πιθανόν να τον βοηθούσε στο πώς θα εισάγει μια νέα έννοια πιο απλά, πιο κατανοητά στα παιδιά. Δεν είναι τόσο άσχημες. Απλά θεωρώ ότι η θεωρία είναι τόσο απλοϊκά γραμμένη και οι ασκήσεις είναι τόσο δυνατές που λίγο εκεί… χτυπάει.*

Σημείωσε δε ότι σπάνια τις χρησιμοποιεί αφού ο διδακτικός χρόνος είναι κατά τη γνώμη του πολύ περιορισμένος και δεν επιτρέπει να αφεθεί ο μαθητής σε τέτοιου είδους πειραματισμούς/προσπάθειες. Επιπρόσθετα, τόνισε ότι οι δραστηριότητες δεν θα πρέπει να είναι λυμένες όπως στο βιβλίο της Β΄ Γυμνασίου και γι' αυτό στην περίπτωση που χρησιμοποιήσει μία δραστηριότητα ζητά από τους μαθητές να καλύψουν με το χέρι τους τη λύση που υπάρχει ακριβώς από κάτω.

Σε ότι αφορά το βιβλίο του εκπαιδευτικού, ο συγκεκριμένος διδάσκων παραδέχεται ότι δεν το χρησιμοποιεί για το σχεδιασμό ενός μαθήματος αφού έχει δικό του υλικό και μέθοδο, τα οποία έχει συλλέξει μέσα από την πολυετή εργασία του ως μαθηματικός. Ακόμα ανέφερε ότι θα ανέτρεχε σ' αυτό μόνο για να ελέγξει την αντιστοίχηση των ωρών διδασκαλίας με τη διδακτέα ύλη όπως προβλέπεται από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο καθώς επίσης και για άντληση ερωτήσεων και ασκήσεων για τα διαγωνίσματα της χρονιάς.

Κ: *Α, όχι, ναι, το συμβουλεύομαι με την έννοια, ίσως μπερδεύτηκα εγώ, το συμβουλεύομαι με την έννοια τι πρέπει να δώσω έμφαση, πόσες ώρες πρέπει να κάνω εκείνο να κάνω το άλλο, ναι, το συμβουλεύομαι.*

Ο εκπαιδευτικός δεν έδωσε πιο λεπτομερή σχόλια για το βιβλίο του εκπαιδευτικού διότι έχει από την αρχή της περσινής χρονιάς να ανατρέξει σ' αυτό. Τέλος, σε ότι αφορά την ομαδική εργασία που το βιβλίο του εκπαιδευτικού προτείνει, ο καθηγητής ανέφερε ότι δεν έχει πραγματοποιήσει τέτοιο μάθημα αφού ο διδακτικός χρόνος, όπως ανέφερε παραπάνω, είναι κατά την κρίση του, πολύ περιορισμένος. Όπως τονίζει χαρακτηριστικά:

Κ: *Ο χρόνος, όμως, είναι τόσο πιεσμένος, εντωμεταξύ η πληθώρα των ασκήσεων είναι τόσο μεγάλη που δεν προλαβαίνεις να τα κάνεις όλα αυτά όπως το θες.*

Σε γενικές γραμμές ο εκπαιδευτικός θεωρεί ότι τα βιβλία είναι καλογραμμένα, με ελκυστική εικόνα, αλλά η ύλη τους έχει υπερβολικό μέγεθος και γι' αυτό είναι αδύνατο να υλοποιηθούν αυτά που ζητούνται. Μάλιστα, πιστεύει ότι οι συντακτικές ομάδες των συγγραμμάτων του Γυμνασίου γνώριζαν εκ των προτέρων την αδυναμία κάλυψης της ύλης στους προβλεπόμενους χρόνους και τη μη λειτουργικότητα των βιβλίων αυτών, ωστόσο προέβησαν στην δημιουργία τους χωρίς να λάβουν υπόψη τους ένα τόσο σοβαρό θέμα.

Κ: *Όχι, όχι… Πιστεύω ότι μπορεί να το λέει, αλλά στην ουσία το ξέρουν και στο Παιδαγωγικό ότι δεν λειτουργεί έτσι. Δεν μπορεί να λειτουργήσει έτσι. Δε φτάνει ο χρόνος…*

3.3 Πρακτικές και Αντιλήψεις του 3^{ου} Εκπαιδευτικού

3.3.1 Ανάλυση διδασκαλίας

Από την ανάλυση του τρίτου βιντεοσκοπημένου μαθήματος, ο 3^{ος} εκπαιδευτικός χρησιμοποιεί έναν ιδιαίτερα χαμηλό και σταθερό τόνο φωνής σε όλη τη διάρκεια του μαθήματος ενώ προσφωνεί τους μαθητές με τα μικρά τους ονόματα, συχνά με τα υποκοριστικά[38]. Γενικά η στάση και οι επικοινωνιακές επιλογές του εκπαιδευτικού στην τάξη έλκουν την προσοχή και το ενδιαφέρον των μαθητών αφού δεν χρειάστηκε ούτε για μια φορά να διακόψει το μάθημα και να σχολιάσει κάποια άτακτη

[38] Για παράδειγμα "Γιωργάκη", "Ναταλίτσα", "Αντρίκο" κ.α.

συμπεριφορά μαθητή. Αντιθέτως, όλα τα παιδιά παρακολουθούσαν το μάθημα με αμείωτο ενδιαφέρον.

Στη συγκεκριμένη παράγραφο[39] το σχολικό εγχειρίδιο παραθέτει μία μόνο δραστηριότητα η οποία είναι υπό ερωτηματικό αν σχετίζεται με την εμπειρία του μαθητή αυτής της ηλικίας. Πρόκειται για δραστηριότητα στην οποία παρουσιάζεται μια πινακίδα που αφορά την οδήγηση σε ανηφορικό δρόμο και η οποία δείχνει ότι ο δρόμος στον οποίο έχει τοποθετηθεί έχει κλίση 10%. Ο εκπαιδευτικός επέλεξε έναν τελείως διαφορετικό δρόμο προς την εισαγωγή της έννοιας του τριγωνομετρικού αριθμού, ο οποίος περιλάμβανε μια επανάληψη στις βασικές έννοιες του ορθογώνιου τριγώνου και έπειτα έγινε παράθεση διαφόρων προβλημάτων και παραδειγμάτων εφαρμογής του. Ένα από τα παραδείγματα που ο εκπαιδευτικός πρότεινε μέσα στην τάξη ήταν να υπολογιστεί το ύψος ενός δέντρου δεδομένου ότι ο παρατηρητής βρίσκεται λίγα μέτρα μακριά από το δέντρο. Στο Παράρτημα παραθέτουμε το σχήμα που ο εκπαιδευτικός έφτιαξε στον πίνακα.

Σε ότι αφορά τη συμμετοχική δραστηριότητα των μαθητών, αυτή ήταν ιδιαίτερα ανεπτυγμένη σε όλη τη διάρκεια του μαθήματος, ενώ αξίζει να σημειωθεί ότι ο λόγος δόθηκε σε όλους τους μαθητές της τάξης.

> *«Και οι τρεις γωνίες ενός τριγώνου, τι άθροισμα έχουν; Αλκαίο;», «Ποια είναι η απέναντι κάθετος; Ναταλίτσα;»*

Παρόλα αυτά δεν δόθηκε στους μαθητές η ευκαιρία να δουλέψουν στα τετράδια τους αλλά όλο τα μάθημα εξελίχθηκε με τη συνεχόμενη προφορική συμμετοχή τους. Παραθέτουμε απόσπασμα από διάλογο του εκπαιδευτικού με το σύνολο της τάξης[40].

Κ: *Θέλω, λοιπόν, εδώ σας δίνω ένα λόγο* $\frac{\text{ΑΒ}}{\text{ΑΓ}}$. *Εσείς εδώ μπορείτε να μου βρείτε άλλους λόγους; Πείτε, δηλαδή, το ΑΒ, τι είναι το ΑΒ στο ορθογώνιο τρίγωνο;*

Τάξη: *Πλευρά.*

Κ: *Μπράβο. Το ΑΓ;*

Τάξη: *Υποτείνουσα.*

Κ: *Ωραία. Φτιάχτε μου άλλους λόγους εσείς. Ελενίτσα;*

Μ: *ΑΓ δια ΒΓ;*

[39] ΜΕΡΟΣ Β΄: Παράγραφος 2.1, σελίδα 136 του σχολικού βιβλίου της Β΄ Γυμνασίου.
[40] Όπου Κ τα λόγια του καθηγητή και Μ των μαθητών.

Κ: *Μπράβο. Ένα άλλο που είπε η Ελένη,* $\frac{\text{ΑΓ}}{\text{ΒΓ}}$*. Σωστά. Άλλο, Μαρίνο;*

Μ: *Ε, ΒΑ διά ΓΒ.*

Κ: *Σωστά. Άλλο, Φίλιππε…*

Μ: *ΒΓ διά ΑΒ.*

Κ: *ΒΓ διά ΑΒ. Σωστά. Το αναποδογυρίζω. Δεν μπορώ; (γράφει στον πίνακα το κλάσμα* $\frac{4}{5}$*) Τι έχω εδώ;*

Τάξη: *Κλάσμα.*

Κ: *Ποιο;*

Τάξη: $\frac{4}{5}$.

Κ: *Πείτε μου με τα ίδια νούμερα ένα άλλο κλάσμα…*

Τάξη: $\frac{5}{4}$.

Κ: *Έτσι, μπράβο. Άλλο; (επιστρέφει στους λόγους πλευρών) Αυτό κι αυτό τι είναι μεταξύ τους; (δείχνει τους λόγους:* $\frac{\text{ΒΑ}}{\text{ΓΒ}}$ *και* $\frac{\text{ΒΓ}}{\text{ΑΒ}}$*)*

Τάξη: *Ίσα;*

Κ: *Αυτό κι αυτό είναι ίσα; (δείχνει τα κλάσματα* $\frac{4}{5}$ *και* $\frac{5}{4}$*).*

Τάξη: *Όχι. Αντίστροφα.*

Κ: *Τα μέτρα τους τι είναι όμως; Το είπατε, το είπατε…*

Τάξη: *Αντίστροφα.*

Με συνεχείς ερωταποκρίσεις ο διδάσκων πέτυχε να κρατήσει το ενδιαφέρον των μαθητών αμείωτο, δεδομένου ότι επέλεξε παραδείγματα τα οποία σχετίζονταν με εφαρμογές από διάφορες επιστήμες (αστρονομία, κατασκευές κτλ) αλλά και την καθημερινότητα, όπως φαίνεται στα επόμενα αποσπάσματα.

Κ: *Πάντα είναι ζωτικής σημασίας και θα σου πω αμέσως… Ξέρετε ότι οι άνθρωποι που ταξιδεύουν το πρώτο που λογαριάζουν είναι οι αποστάσεις. Οι ναυτικοί μας παλιά χαράζανε την πορεία του πλοίου, τη ρότα, με τα αστέρια. Αν κοιτάξετε στον έναστρο ουρανό, βρίσκανε από παλιά αστέρια που είχανε συγκεκριμένη θέση. Και τα ενώνανε μεταξύ τους και φτιάχνανε τρίγωνα.*

Μπορούσαν να μετρήσουν, λοιπόν, τη γωνία που δημιουργούσαν. Υπήρχαν ειδικά όργανα. Ένα από αυτά τα όργανα είναι ο αστρολάβος.

Κ: *… Ξεκίνησα από την αρχή και σας είπα το εξής: η Αστρονομία αναπτύχθηκε πάρα πολύ από τους αρχαίους Έλληνες και προς τιμή αυτών, όλα τα ονόματα που έχουν δώσει είναι αρχαία ελληνικά. Αυτή την ώρα εμείς περνάμε πολύ επιφανειακά το θέμα. Όμως, είναι μια παρατήρηση που μας απασχολεί. Πόσο απέχει το ένα αστέρι από το άλλο; Πόσο απέχει η Γη από τη Σελήνη; Πόσο απέχει η Γη από τον Ήλιο; Πόσο απέχει ο Άρης από τη Γη ή η Σελήνη από τη Γη ή η Αφροδίτη; Είναι αποστάσεις, που αυτές δεν μπορούμε να πούμε σε κάποιον έλα εδώ πάρε ένα μέτρο, τρέχα απέναντι στο κτίριο να μετρήσουμε πόσο είναι το μήκος και το πλάτος της αυλής. Ερχόμαστε πάνω σε αντικείμενα της γης. Σας είπα και προχθές, πως οι αρχαίοι Έλληνες ξέρανε ότι ο Όλυμπος ήταν το ψηλότερο βουνό της Ελλάδας; Πώς ξέρουμε ότι το ψηλότερο απ' όλα τα βουνά της γης είναι το Έβερεστ που βρίσκεται στα Ιμαλάια; Πως μπορούμε να υπολογίσουμε τα ύψη κάποιων βουνών, κάποιων κτιρίων, κάποιων οικοδομημάτων;*

Τέλος, πολύ θετική ήταν η στάση του εκπαιδευτικού απέναντι στα λάθη των μαθητών τα οποία προσπαθούσε να διορθώσει μέσα από συζήτηση έχοντας ο ίδιος βοηθητικό ρόλο. Αυτό γίνεται φανερό καθ' όλη τη διάρκεια του βιντεοσκοπημένου μαθήματος. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί το στιγμιότυπο όπου μια μαθήτρια, προσπαθεί να εκφράσει το ημίτονο της γωνίας Λ του ορθογώνιου τριγώνου ΚΛΜ (Λ: ορθή)[41].

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι ο ρόλος του εκπαιδευτικού ήταν καθοριστικός καθ' όλη τη διάρκεια της διδασκαλίας. Ο εκπαιδευτικός εισήγαγε διαρκώς κατάλληλες δραστηριότητες[42] με σκοπό την καλύτερη εμπέδωση των εννοιών "ημίτονο", "συνημίτονο", "εφαπτομένη" από τους μαθητές. Ωστόσο, κατά τη διάρκεια επίλυσης των διάφορων ερωτημάτων που έθετε στον πίνακα, δεν δόθηκε ούτε μια φορά η ευκαιρία στους μαθητές να δουλέψουν συνεργατικά.

[41] Βλέπε Παράρτημα, Παράγραφο 1.1.3, λίγο πριν το τέλος.
[42] Δικής του επιλογής.

3.3.2 Ανάλυση συνέντευξης

Από τα λεγόμενα του, ο 3ος εκπαιδευτικός, επίσης, δεν θεωρεί τη δραστηριότητα ως τέτοια αλλά τη βλέπει ως μια απλή άσκηση που συνδέει το προηγούμενο κομμάτι με το επόμενο. Αναφέρει ότι δεν ακολουθεί πάντοτε τις δραστηριότητες του σχολικού βιβλίου αλλά χρησιμοποιεί δικά του παραδείγματα από την καθημερινή ζωή[43].

Κ: *Η δραστηριότητα για μένα είναι μια απλή άσκηση που συνδέει το προηγούμενο κομμάτι με το επόμενο. Δεν ακολουθώ πάντοτε τις δραστηριότητες του βιβλίου, κάνω μερικά παραδείγματα γενικά μέσα από την ζωή μας την καθημερινή.*

Σε ότι αφορά τη χρησιμότητα των δραστηριοτήτων, ο διδάσκων υποστηρίζει ότι οι συγγραφείς ήθελαν να προκαλέσουν το ενδιαφέρον των παιδιών για το κομμάτι του μαθήματος που πρόκειται να ακολουθήσει, κάτι που δεν πέτυχαν σε όλες τις περιπτώσεις. Ειδικότερα ο εκπαιδευτικός θα ήθελε οι μισές δραστηριότητες να ήταν λυμένες στο βιβλίο και οι άλλες μισές άλυτες ενώ επιπλέον προτιμά να ασχολείται (όταν ασχολείται) με τη δραστηριότητα στο τέλος του μαθήματος – και εφόσον υπάρχει χρόνος – με σκοπό να προκαλέσει το ενδιαφέρον των μαθητών για το επόμενο μάθημα.

Σε ότι αφορά στο βιβλίο του εκπαιδευτικού, ο διδάσκων θεωρεί ότι είναι απαραίτητο αφού αποτελεί έναν οδηγό που δείχνει στο δάσκαλο πως πρέπει να κινηθεί και τι να πει. Ωστόσο τόσο από τα λεγόμενα του όσο και από το βιντεοσκοπημένο μάθημα του φαίνεται ότι έχει χρόνια να το χρησιμοποιήσει αφού μιλάει σε παρελθοντικό χρόνο, ενώ παραδέχεται ότι συνεχώς αφαιρεί και προσθέτει στοιχεία από τις μεθόδους του παλιού βιβλίου του εκπαιδευτικού. Παραθέτουμε το αντίστοιχο απόσπασμα.

Κ: *Σε όλα μου τα χρόνια σα δασκάλα ποτέ δεν εγκατέλειψα το βιβλίο του εκπαιδευτικού. Το χρησιμοποιούσα πάντα και ας δίδασκα πολλά χρόνια στην ίδια τάξη και το ίδιο κομμάτι ύλης. Πάντοτε γιατί κάθε φορά αφαιρούσα κάτι πριν και πρόσθετα κάτι καινούργιο. Με οδηγούσαν πάντα τα παιδιά.*

[43] Όπως αυτό με τον υπολογισμό του δέντρου. Παρόμοιο παράδειγμα (από την καθημερινή ζωή) του συγκεκριμένου εκπαιδευτικού υπάρχει στο Παράρτημα της παρούσης. Βλέπε Μέρος Β΄ (3).

Γενικά από το σύνολο της συνέντευξης προκύπτει ότι υπάρχει ουσιαστική παρερμηνεία της έννοιας και της χρησιμότητας της δραστηριότητας, προφανώς λόγω έλλειψης ενημέρωσης και προσκόλλησης σε διδακτικές συνήθειες του παρελθόντος. Ο εκπαιδευτικός ταυτίζει τη δραστηριότητα με την εφαρμογή και το παράδειγμα. Αυτό γίνεται ιδιαίτερα αντιληπτό όταν κατά τη διάρκεια της συνέντευξης ο εκπαιδευτικός μεταξύ των προτάσεων που παραθέτει στην ερευνήτρια, προτείνει ότι κάποιες δραστηριότητες να έχουν λύση (σαν τις εφαρμογές) ενώ κάποιες άλλες όχι (σαν άσκηση). Ωστόσο μετά τη διευκρίνιση της ερευνήτριας (διαχωρισμός εφαρμογής – δραστηριότητας), ο εκπαιδευτικός παραδέχθηκε ότι μια δραστηριότητα δεν πρέπει να παρατίθεται με τη λύση της, όπως φαίνεται και στο ακόλουθο απόσπασμα[44].

Ε: *Να ξεκινήσει το μάθημα έτσι με μια τέτοια Δραστηριότητα;*

Κ: *Να κλείσει το μάθημα με μια δραστηριότητα που θα μας αφήσει ανοιχτό το περιθώριο να συνεχίσουμε για την επόμενη φορά. Και όχι να το δουν στο σπίτι, να το συνεχίσουμε εδώ στο πρόχειρο τετράδιο.*

Ε: *Γι' αυτό προτείνετε να μην έχουν λύση και κάποιες άλλες να έχουν σαν εφαρμογές…*

Κ: *…και κάποιες άλλες να έχουν…*

Ε: *Άλλο η εφαρμογή άλλο η δραστηριότητα, αυτό δυστυχώς που μπερδεύουνε… η δραστηριότητα έχει την έννοια του προβληματισμού…*

Κ: *Η δραστηριότητα τότε να μην έχει λύση. Να αφήνει το κάθε παιδί να μας πει το δικό του τρόπο που μπορούμε να προσεγγίσουμε ασκήσεις.*

Η ομαδική εργασία στην τάξη θεωρείται από τον εκπαιδευτικό ως ανάθεση άσκησης ανά δύο μαθητές, όπου στο τέλος τους παρουσιάζεται η λύση στον πίνακα. Αυτό έρχεται σε αντίθεση με τη διδακτική θεωρία βάσει της οποίας "οι μαθητές θα πρέπει να εμπλακούν σε μια ποικιλία γνωστικών και μετασχηματικών δραστηριοτήτων, όπως η κατανόηση, η διερεύνηση, ο σχεδιασμός μιας στρατηγικής, η υλοποίηση και τέλος η επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων και των υποθέσεων"[45]. Εκτός του ότι υπάρχει έλλειψη ουσιαστικών στοιχείων της ομαδοσυνεργατικής μεθόδου (ελάχιστος χρόνος για προσπάθεια, εκμαίευση της απάντησης κτλ) τέτοιου τύπου εργασία γίνεται, σύμφωνα με τον εκπαιδευτικό, μόνο στην παράγραφο της

[44] Όπου Ε τα λόγια της ερευνήτριας και Κ του καθηγητή.

[45] Κλαουδάτος, Ν., "Σημειώσεις του Μαθήματος: Διδακτική των Μαθηματικών", Π.Μ.Σ. Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών, Χειμερινό Εξάμηνο 2006. Βλέπε Θεωρητικό Πλαίσιο,

Στατιστικής και των Γραφικών Παραστάσεων στις Συναρτήσεις. Σύμφωνα με τον εκπαιδευτικό, σε τέτοιου είδους μαθήματα παραθέτει στον πίνακα ένα πλήθος από παρατηρήσεις ή μια συνάρτηση ανάλογα αν το μάθημα αφορά το κεφάλαιο της Στατιστικής ή το κεφάλαιο των Γραφικών Παραστάσεων Συναρτήσεων αντίστοιχα, και αφήνει τα παιδιά να απαντήσουν στο τετράδιο τους (συνήθως ανά δύο). Στη συνέχεια, η άσκηση λύνεται στον πίνακα από έναν από τους μαθητές που την έλυσε πιο γρήγορα από τους άλλους σωστά, ώστε να τη γράψουν όποιοι από τους μαθητές δεν την κατάλαβαν ή ενδεχομένως να μην πρόλαβαν. Στο απόσπασμα που ακολουθεί ο εκπαιδευτικός περιγράφει στην ερευνήτρια τον τρόπο με τον οποίο θα έκανε ένα μάθημα βάζοντας τους μαθητές να δουλέψουν ανά δύο στα θρανία τους.

Κ: *Ανά δύο. Και ο τρίτος βοηθός…*

Ε: *Και γράφανε στα τετράδια τους; Δεν τους δώσατε εσείς κάποιο φύλλο εργασίας;*

Κ: *Όχι, όχι. Είχανε το πρόχειρο τους, ήτανε δύο, γιατί κάθεται ένας ένας στο θρανίο (είναι λίγα παιδάκια σε κάθε τμήμα και κάθεται ένας ένας μόνος του), οι κοντινοί, οι γείτονες, και ο τρίτος βοηθός ήταν το βιβλίο.*

Ε: *Μάλιστα. Εσείς στον πίνακα;*

Κ: *Ναι, πήραμε αυτά τα αποτελέσματα, τόσο γράψατε στα τεστάκια…*

Ε: *Αυτό ήτανε ένας συνεχής διάλογος πάλι με εσάς…*

Κ: *Και όποιος τελείωνε και το 'χε σωστό… Λοιπόν, δουλεύανε στο τετράδιο τους…*

Ε: *Εσείς τι κάνατε;*

Κ: *Έχω γράψει τις παρατηρήσεις στον πίνακα.*

Ε: *Ήσαστε στον πίνακα. Σας φωνάζανε κάποιοι από κάτω, κυρία κυρία; Όχι, ήσασταν αποκλειστικά εδώ.*

Κ: *Όταν είπαμε το τι θέλαμε να κάνουμε, αφήσαμε 2 λεπτά για να καταλάβει το κάθε παιδί τι θέλουμε, να φτιάξουμε πίνακα, πίνακα συχνοτήτων, μετά διαγράμματα, κυκλικά διαγράμματα…*

Ε: *Αυτά τα κάνανε εκείνοι στο τετράδιο;*

Κ: *Στο τετράδιο. Και όταν κάποιος δεν καταλάβαινε ή είχανε διαφωνία «Δεν το 'κανες σωστό, βρήκες λάθος» πήγαινα να δω που είναι η διαφωνία τους. 4-5 λεπτά πριν χτυπήσει το κουδούνι, λέγαμε: «Είδα το τάδε παιδί να το έχει σωστά, είδα στα 15 παιδιά τα 10 να είναι σωστά, τα 2 να μην έχουνε φτάσει*

στο τέρμα αλλά να έχουνε προχωρήσει σωστά, τα 3 παιδάκια να μην κατάλαβαν τίποτα. Σήκω, ποιος θέλει να σηκωθεί, εσύ στον πίνακα» και δεν έλυνε ένας την άσκηση…

Ε: *Υπήρχε συμμετοχή και από κάτω.*

Κ: *Από όλους. Δηλαδή έγραφε μια άσκηση ο ένας…*

Ε: *Αυτό, πιστεύετε γινότανε σε ένα μάθημα όπως π.χ. είναι η Στατιστική που υπάρχει έτσι αυτό το παιχνίδι. Ας πούμε στους τριγωνομετρικούς αριθμούς που ήρθα και κάναμε την παρακολούθηση, ήταν δυνατόν να γίνει ένα τέτοιο μάθημα;*

Κ: *Στους τριγωνομετρικούς αριθμούς επειδή μας έχουνε πει ότι πρέπει να κάνουμε μόνο την έννοια των τριγωνομετρικών αριθμών και να κάνουμε τιμή παραστάσεων, ας πούμε, Α=2ημ30συν45, εκεί λοιπόν δεν μπορούσε να έχει συνεργασία, έπρεπε να θυμάται το κάθε παιδί…*

Ε: *Άρα σε συγκεκριμένα κεφάλαια πιστεύετε ότι μπορεί να γίνει ένα τέτοιο μάθημα.*

Τέλος, μερικά από τα πλεονεκτήματα που ο διδάσκων βρίσκει στα καινούργια βιβλία είναι ότι έχουν πολύ καλό οπτικό υλικό (εικόνες, σχέδια, φωτογραφίες), ότι είναι πιο κατανοητά για τα παιδιά, αν και αρκετά από αυτά δεν γνωρίζουν καλά την ελληνική γλώσσα (παιδιά που ήρθαν στην Ελλάδα τα τελευταία χρόνια), ενώ αυτό που θεωρεί ιδιαίτερα σημαντικό είναι η ύπαρξη ανακεφαλαιώσεων στο τέλος κάθε ενότητας. Αντίθετα δεν αναφέρει συγκεκριμένα μειονεκτήματα αλλά θεωρεί ότι υπάρχει περιθώριο βελτίωσης λέγοντας ότι «…*Και πάντοτε κάθε τι που φτιάχνεται από τον άνθρωπο, πάντοτε παίρνει βελτίωση*».

3.4 Σύνδεση των Αντιλήψεων των τριών Εκπαιδευτικών με το Θεωρητικό Πλαίσιο

Από την ανάλυση των συνεντεύξεων των τριών εκπαιδευτικών παρατηρούμε οι αντιλήψεις τους δεν ανταποκρίνονται ή ανταποκρίνονται ελάχιστα στο Θεωρητικό Πλαίσιο που υποστηρίζει η παρούσα εργασία. Πιο συγκεκριμένα σε ότι αφορά την κοινωνικοπολιτισμική – επικοινωνιακή θεώρηση της γνώσης, όπως αυτή αναπτύχθηκε

από τον Vygotsky αλλά και από μεταγενέστερους ερευνητές, φαίνεται ότι δεν επιτεύχθηκε από όλους τους εκπαιδευτικούς η μάθηση να παρακινηθεί από την ανάγκη για αλληλεπίδραση και επικοινωνία. Η φράση *«η μάθηση των Μαθηματικών ορίζεται ως μια εισαγωγή στο μαθηματικό διάλογο»*[46], ιδιαίτερα στην περίπτωση του 2ου εκπαιδευτικού, φαίνεται να έχει χάσει το νόημά της. Μάλιστα, στην τάξη του συγκεκριμένου εκπαιδευτικού υπήρξε αποτυχία σύνδεσης του διδακτικού υλικού με τις δραστηριότητες που έγιναν στον πίνακα[47].

Σε ότι αφορά τη Ζώνη Επικείμενης Ανάπτυξης (Z.P.D.), σύμφωνα με την οποία η συνεργασία του μαθητή με τους ενήλικους, τους καθηγητές, αλλά και τους συμμαθητές του είναι η βάση της ανάπτυξης των ανώτερων νοητικών λειτουργιών και της προσωπικότητας του, αυτή δεν προήχθη αφού δεν υπήρξε σε κανένα από τα βιντεοσκοπημένα μαθήματα συνεργασία μεταξύ των παιδιών.

Παρόλο που στα βιντεοσκοπημένα μαθήματα που παρουσιάζονται στην παρούσα εργασία δεν φαίνεται να εφαρμόζεται η σύγχρονη θεωρία της διδακτικής, μπορεί κανείς να διαπιστώσει ότι τουλάχιστον στα δύο από τα τρία μαθήματα (του 1ου και του 3ου εκπαιδευτικού) ακολουθείται η γενικότερη θεωρία της Sierpinska (1994)[48], αφού οι μαθητές καλούνται να εμπλακούν ενεργά στη διατύπωση ερωτημάτων και στη διαπραγμάτευση μαθησιακών δραστηριοτήτων. Αυτό δε γίνεται στο πλαίσιο της ομαδικής εργασίας, αλλά γίνεται είτε συνολικά μέσα στην τάξη, όπου ο καθηγητής καλεί τους μαθητές να πάρουν το λόγο και να εκφράσουν τις απόψεις πάνω σε ένα συγκεκριμένο μαθηματικό ερώτημα, είτε ατομικά οπότε και ο καθηγητής δίνει το λόγο σε μαθητή της επιλογής του[49].

Γενικά, φαίνεται ότι και στα τρία καταγεγραμμένα μαθήματα δεν ικανοποιήθηκαν οι συνθήκες ώστε να αναπτυχθεί συζήτηση ανάμεσα σε μικρές ομάδες, η οποία θα συνέβαλε ουσιαστικά στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών από τους μαθητές. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα οι μαθητές να μην εμπλακούν σε ποικιλία γνωστικών και μετασχηματικών δραστηριοτήτων[50]. Αυτό κυρίως οφείλεται, σύμφωνα με τα λεγόμενα των εκπαιδευτικών, στο ότι δεν υπάρχει χρόνος ώστε να εφαρμοστούν τέτοιου είδους (ομαδικές) δραστηριότητες. Συνεπώς, καμιά βιντεοσκοπημένη διδασκαλία δε φαίνεται

---

[46] Βλέπε Θεωρητικό Πλαίσιο (Παράγραφος 1.1).
[47] Βλέπε Παράγραφο 3.2.1.
[48] Βλέπε Θεωρητικό Πλαίσιο (Παράγραφος 1.1).
[49] Βλέπε Παραγράφους 3.1.1 και 3.3.1.
[50] Κλαουδάτος, Ν., "Σημειώσεις του Μαθήματος: Διδακτική των Μαθηματικών", Π.Μ.Σ. Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών, Χειμερινό Εξάμηνο 2006 (Βλέπε Θεωρητικό Πλαίσιο (Παράγραφος 1.1)).

να ανταποκρίνεται στις θεωρίες που σχετίζονται με την ομαδική εργασία και συνεργασία μεταξύ των μαθητών, που αναφέρονται στο τελευταίο κομμάτι του Θεωρητικού Πλαισίου της εργασίας[51].

[51] Βλέπε Παραγράφους 1.2, 1.2.1, 1.2.2.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

4.1 Συμπεράσματα

Από την ανάλυση των βιντεοσκοπημένων μαθημάτων και των συνεντεύξεων των τριών εκπαιδευτικών σχετικά με τα τρία ερευνητικά ερωτήματα που έχουν τεθεί στην παρούσα μελέτη, συμπεραίνεται ότι κανένας από τους τρεις εκπαιδευτικούς δεν έχει επιμορφωθεί ή ενημερωθεί για τους στόχους και τις μεθόδους των νέων μαθηματικών βιβλίων του Γυμνασίου. Ως εκ τούτου υπήρχαν σημαντικές παρερμηνείες από τους διδάσκοντες όσον αφορά στην έννοια της δραστηριότητας. Αυτό σημαίνει ότι παρόλο που δημιουργήθηκε μια νέα δομή για τη διδασκαλία των Μαθηματικών στο Γυμνάσιο φαίνεται να μην εφαρμόζεται από τους συγκεκριμένους εκπαιδευτικούς.

Πιο συγκεκριμένα, σχετικά με το πρώτο ερώτημα της έρευνας, οι εν λόγω εκπαιδευτικοί δεν χρησιμοποιούν τις δραστηριότητες του βιβλίου ως διδακτικό εργαλείο για την εισαγωγή σε μια νέα μαθηματική έννοια για τους ακόλουθους λόγους:

- Δεν προσελκύουν το ενδιαφέρον ενός μαθητή Γυμνασίου (κάποιες δεν προέρχονται καν από την καθημερινή του εμπειρία των παιδιών)[52].
- Ο διδακτικός χρόνος είναι πολύ περιορισμένος ώστε να παρέχεται η δυνατότητα στα παιδιά να προβληματιστούν, να συζητήσουν μεταξύ

[52] Απόσπασμα από τη συνέντευξη του 1ου εκπαιδευτικού: «*Γι' αυτό και δεν τις κάνω όλες. Δηλαδή αυτές οι οποίες είναι πιο κοντά στην πραγματικότητα του μαθητή, μπορούν να γίνουν και νομίζω ότι γίνονται εύκολα αντιληπτές. Δεν υπάρχει μια, θα έλεγα, ομοιογένεια στις δραστηριότητες*». (Βλέπε Παράγραφο 3.1.2).

τους, να ασχοληθούν και να λύσουν μία δραστηριότητα, πολύ περισσότερο να οργανωθούν και να δουλέψουν σε ομάδες[53].

- Υπάρχει προσκόλληση από την πλευρά του εκπαιδευτικού σε διδακτικές συνήθειες του παρελθόντος με αποτέλεσμα να πραγματοποιεί ένα μετωπικό ή απλά συμμετοχικό μάθημα[54].

Η χρήση της δραστηριότητας όταν αυτή γίνεται (σπάνια σύμφωνα με τα λεγόμενα των τριών εκπαιδευτικών) περιορίζεται στη μορφή του παραδείγματος ή της εφαρμογής που παρουσιάζεται ενώπιον της τάξης και σε καμία περίπτωση δεν προτείνεται στους μαθητές για ομαδική εργασία. Η τελευταία δεν χρησιμοποιείται κατά τη διάρκεια του σχολικού έτους κυρίως λόγω έλλειψης χρόνου.

Σε ότι αφορά το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα, οι εκπαιδευτικοί που μετείχαν στις συνεντεύξεις δεν χρησιμοποίησαν το βιβλίο του εκπαιδευτικού στα μαθήματα που βιντεοσκοπήθηκαν και βάση των λεγομένων τους δεν το χρησιμοποιούν για το σχεδιασμό των μαθημάτων. Μάλιστα, ένας από αυτούς υποστήριξε ότι το βιβλίο αυτό είναι ένα *«βοήθημα»* για τους νέους καθηγητές, οι οποίοι το συμβουλεύονται λόγω έλλειψης εμπειρίας και διδακτικού υλικού[55].

Σχετικά με το τρίτο ερώτημα της παρούσας μελέτης, σε γενικές γραμμές όλοι οι διδάσκοντες συμφωνούν ότι τα βασικά πλεονεκτήματα των καινούργιων συγγραμμάτων είναι το πλούσιο οπτικό υλικό τους, η καλή τους εικόνα, η προσθήκη ανακεφαλαιώσεων στο τέλος κάθε παραγράφου και ότι εν γένει είναι εύκολα και κατανοητά από τους μαθητές[56].

Σε ότι αφορά, όμως, τα μειονεκτήματα των νέων βιβλίων, υπήρχαν αρκετά σημεία όπου οι τρεις εκπαιδευτικοί στάθηκαν για περαιτέρω σχολιασμό. Κυριότερο από αυτά είναι η κακή κατανομή της ύλης[57]. Ένα αξιοσημείωτο παράδειγμα υπάρχει στο βιβλίο

---

[53] Απόσπασμα από τη συνέντευξη του 2ου εκπαιδευτικού: *«Ο χρόνος, όμως, είναι τόσο πιεσμένος, εντωμεταξύ η πληθώρα των ασκήσεων είναι τόσο μεγάλη που δεν προλαβαίνεις να τα κάνεις όλα αυτά όπως το θες […] Σαν δραστηριότητα με την έννοια της δραστηριότητας δεν υπάρχει»*. (Βλέπε Παράγραφο 3.2.2).

[54] Αυτό γίνεται φανερό από το βιντεοσκοπημένο μάθημα αλλά και από τη συνέντευξη του 3ου εκπαιδευτικού (Βλέπε Παραγράφους 3.3.1 και 3.3.2).

[55] Βλέπε Παράγραφο 3.2.2.

[56] Βλέπε Παράγραφο 3.3.2.

[57] Βλέπε Παράγραφο 3.1.2.

της Β΄ Γυμνασίου, στο πρώτο κεφάλαιο του πρώτου μέρους[58], όπου μετά την παράγραφο των εξισώσεων παρεμβάλλεται το κεφάλαιο "Επίλυση Τύπων", στο οποίο οι μαθητές καλούνται να επιλύσουν τύπους με δύο, τρεις ή και περισσότερους αγνώστους ως προς έναν από αυτούς[59], τη στιγμή που μόλις έχουν διδαχθεί να λύνουν εξισώσεις ως προς τον ένα και μοναδικό άγνωστο "x". Δηλαδή ενώ οι μαθητές έχουν μόλις κάνει ένα λογικό άλμα για να εντάξουν ένα μη αριθμητικό σύμβολο μέσα σε μια εξίσωση και να επιχειρήσουν να βρουν την τιμή του, τους ζητείται να προχωρήσουν σε αλγεβρική επίλυση εξισώσεων που περιέχουν πολλά μη αριθμητικά σύμβολα (μεταβλητές) χωρίς να τους δοθούν απαραίτητες οδηγίες και κατευθύνσεις. Υπάρχουν κι άλλα παρόμοια παραδείγματα τόσο στην Α΄ όσο και στη Γ΄ Γυμνασίου.

Ένα εξίσου σημαντικό μειονέκτημα που σημειώθηκε από τους εκπαιδευτικούς που συμμετείχαν στην παρούσα έρευνα, ήταν η αδυναμία κάλυψης της ύλης σε σχέση με τους προβλεπόμενους χρόνους[60] (υπερβολική ποσότητα ύλης). Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η μεταφορά του κεφαλαίου των ρητών αριθμών από το βιβλίο της Β΄ Γυμνασίου σε αυτό της Α΄ Γυμνασίου, ενώ ήταν γνωστό ότι η ύλη της Α΄ Γυμνασίου δεν ήταν δυνατό να καλυφθεί έχοντας τα ήδη υπάρχοντα κεφάλαια. Άλλο αντίστοιχο παράδειγμα αποτελεί η εισαγωγή στο βιβλίο της Γ΄ Γυμνασίου παραγράφου με τίτλο "Διαίρεση Πολυωνύμων" καθώς και πολλά άλλα.

Επιπροσθέτως, οι εκπαιδευτικοί εντόπισαν σαν μειονέκτημα το μη διαχωρισμό των ασκήσεων σε ομάδες ανάλογα με το βαθμό δυσκολίας τους[61]. Είναι γεγονός ότι και στα τρία βιβλία του Γυμνασίου οι ασκήσεις δεν παραθέτονται σε ομάδες (Ομάδα Α, Ομάδα Β) όπως συνέβαινε στα παλιά σχολικά συγγράμματα. Αυτό που υπάρχει στα νέα σχολικά βιβλία είναι πληθώρα ασκήσεων με αυξανόμενο βαθμό δυσκολίας ενώ μόνο στη Γ΄ Γυμνασίου υπάρχουν Γενικές Ασκήσεις στο τέλος κάθε κεφαλαίου, οι οποίες είναι ασκήσεις σαφέστατα πιο δύσκολου επιπέδου που δεν απευθύνονται σε όλους τους μαθητές.

Τέλος, οι εκπαιδευτικοί παρατήρησαν ότι τα τρία συγγράμματα του Γυμνασίου είναι ασύνδετα, δηλαδή μη εναρμονισμένα. Δεν έχουν κοινό διδακτικό στόχο και

---

[58] Μέρος Α΄, Κεφάλαιο 1ο : ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ – ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ του σχολικού βιβλίου.

[59] Άσκηση που υπάρχει στη συγκεκριμένη παράγραφο του βιβλίου (Άσκηση 11, σελίδα 24 του σχολικού βιβλίου της Β΄ Γυμνασίου): *«Να επιλυθεί ο τύπος* $F = k_c \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$ *ως προς* q_1 *»*.

[60] Βλέπε Παράγραφο 3.2.2.

[61] Βλέπε Παράγραφο 3.1.2.

ομοιογένεια[62]. Πιο συγκεκριμένα, το βιβλίο της Α΄ Γυμνασίου φαίνεται αποτελεί μια καλή μετάβαση για τους μαθητές που προέρχονται από το Δημοτικό σχολείο και έχει κατάλληλο επίπεδο δυσκολίας. Περνώντας στο βιβλίο της Β΄ Γυμνασίου αυτή η εικόνα αλλάζει δεδομένου ότι ο τρόπος παρουσίασης της θεωρίας γίνεται πιο φορμαλιστικός. Αυτή η ανομοιογένεια δημιουργεί μια ασυνέχεια από την Α΄ προς τη Β΄ Γυμνασίου η οποία δημιουργεί ένα διδακτικό κενό για το μαθητή. Τέλος, σε ότι αφορά το βιβλίο της Γ΄ Γυμνασίου αυτό διαφέρει από αυτά της Α΄ και της Β΄ Γυμνασίου ως προς το ότι δίνει πολύ μεγαλύτερη έμφαση στο τμήμα των ασκήσεων.

Συνοψίζοντας τα παραπάνω μπορούμε να αναφέρουμε ότι τα νέα σχολικά βιβλία του Γυμνασίου έχουν εγγενή προβλήματα από τον τρόπο δημιουργίας τους. Η έλλειψη πλήρους διδακτικού σχεδίου για ολόκληρο το Γυμνάσιο και η θεώρηση του κάθε βιβλίου ως αυτόνομου, δεν επιτρέπει στους μαθηματικούς διδάσκοντες που μετείχαν στην έρευνα να οδηγήσουν τους μαθητές μέσα από μια προοδευτική αλλά και συνεχή διαδικασία στη γνώση. Επιπλέον φαίνεται ότι η έννοια της δραστηριότητας εισήλθε μόνο τυπικά στα νέα βιβλία ενώ δεν πέτυχε το σκοπό για τον οποίο δημιουργήθηκε. Το συμπέρασμα ενισχύεται από το γεγονός ότι ακόμα και στις περιπτώσεις που οι δραστηριότητες χρησιμοποιούνται, αυτές έχουν χάσει το χαρακτήρα τους αφού απουσιάζουν η ομαδικότητα και η συνέργια που, σύμφωνα με το βιβλίο του εκπαιδευτικού, είναι απαραίτητα στοιχεία της δραστηριότητας. Τέλος, το βιβλίο του εκπαιδευτικού φαίνεται να μην χρησιμοποιείται καθόλου από τους εκπαιδευτικούς ως συμβουλευτικό εργαλείο αλλά μόνο σαν πηγή επιπλέον ασκήσεων.

4.2 Διδακτικές Προτάσεις

Σύμφωνα με τα ευρήματα της έρευνας, βασικό έλλειμμα της προσπάθειας που έχει γίνει είναι ότι οι μαθηματικοί διδάσκοντες του Γυμνασίου δεν έχουν επιμορφωθεί προκειμένου να διδάξουν τα νέα συγγράμματα και πολύ περισσότερο να χρησιμοποιήσουν τις δραστηριότητες με τέτοιο τρόπο ώστε να επιτευχθούν οι διδακτικοί στόχοι για τους οποίους αυτές εισήχθησαν στα νέα σχολικά βιβλία. Μια διδακτική πρόταση, επομένως, θα ήταν οι συγγραφικές ομάδες της κάθε τάξης ή

[62] Βλέπε Παράγραφο 3.1.2.

ενδεχομένως άλλοι αρμόδιοι φορείς (σχολικοί σύμβουλοι) να απευθυνθούν με διάφορους τρόπους (ηλεκτρονικά, με αυτοπρόσωπη παρουσία, με τακτικές επιμορφωτικές συναντήσεις) διδάσκοντας τους διδάσκοντες ώστε να τους διευκολύνουν στο διδακτικό τους έργο. Το ζητούμενο, προφανώς, δεν είναι η απλή ενημέρωση του διδακτικού προσωπικού, αλλά η δημιουργία ενός πλήρους κύκλου μαθημάτων μέσα από τα οποία οι εκπαιδευτικοί θα αντιληφθούν την πραγματική αλλαγή των σχολικών εγχειριδίων και θα αλλάξουν τις διδακτικές πρακτικές τους προς την κατεύθυνση της νέας θεώρησης.

Γενικά, θα ήταν μια ορθή πρακτική όταν οι τροποποιήσεις στα σχολικά βιβλία περιλαμβάνουν σημαντικές αλλαγές στο ουσιαστικό τους μέρος, δηλαδή στο διδακτικό πλαίσιο και τις μεθόδους, να καταρτίζεται παράλληλα με τη συγγραφή των βιβλίων αυτών, το υλικό και το πρόγραμμα εκείνο το οποίο θα φροντίσει για την ορθή χρήση του νέου βιβλίου. Επιπροσθέτως, κρίνεται σκόπιμη η συγκέντρωση προτάσεων από το σύνολο ή από μεγάλο δείγμα διδασκόντων, ώστε να υπάρχει διαθέσιμη η άποψη τους τόσο στις συγγραφικές ομάδες όσο και στο Παιδαγωγικό Ινστιτούτο. Ακόμα θα έπρεπε να υπάρξει συνεχής διάλογος μεταξύ των συγγραφικών ομάδων και του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου και με ευθύνη του τελευταίου να οργανωθούν συζητήσεις οι οποίες θα βοηθήσουν στο να αναγνωριστούν τα ελλείμματα και να βρεθούν τρόποι κάλυψης τους.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Cohen, L., & Manion, L. (1994) *Μεθοδολογία Εκπαιδευτικής Έρευνας*. Αθήνα: Μεταίχμιο

Forgasz, H., Leder, G. & Gilah C., (1996), "Mathematics Classrooms, Gender and Affect", Mathematics Education Research Journal, v8 n2 p153-73 Nov 1996

Gooding, A. & Stacey, K., (1991), "Aspects of knowledge development through interaction in small groups", *Proceedings of the Fifth International Conference on the Theory of Mathematics Education*, Paderno, Italy, June 1991

Johnson, D. W., Johnson, R., & Holubec, E. (Eds) (1987), "Structuring Cooperative Learning: Lesson Plans For Teachers", Edina, MN: Interaction Book Company.

Johnson, D. W., Johnson, R., (1991), "Learning Mathematics and Comperative Learning: Lesson Plans For Teachers", Edina, MN: Interaction Book Company.

Lerman, S., (2001), "Cultural, discursive psychology: A sociacultural approach to studying the teaching and learning of mathematics", in Educational Studies in Mathematics, 46, p.87-113.

Mishler, E.G. (1996) *Συνέντευξη έρευνας*, Αθήνα : Ελληνικά Γράμματα.

Sfard, A., (2001), "There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning", in Educational Studies in Mathematics, 46, p.13-57.

Sierpinska, A., (1994), "Understanding in Mathematics", The Falmer Press.

Sierpinska, A., (1998), "Three Epistemologies, three views of classroom communication: Constructivism, Sociocultural Approaches, Interactionism", in Steinbring, H., Bartolini Bussi, M., Sierpinska, A., "Language and Communication

in the mathematics classroom", National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), p.30-62.

Smith, J.K. (1990) *The nature of social and educational inquiry: empiricism versus interpretation.* Norwood, NJ: Ablex.

Wellington, J., (2000). Educational Research. Contemporary Issues and Practical Approaches. London: Continuum.

Αβραμίδης, Η. & Καλυβά, Ε. (2006) *Μέθοδοι Έρευνας στην Ειδική Αγωγή : Θεωρία και Εφαρμογές*, Αθήνα : Παπαζήση.

Αργυράκης Δημήτριος, Βουργανάς Παναγιώτης, Μέντης Κωνσταντίνος, Τσικοπούλου Σταματούλα, Χρυσοβέργης Μιχαήλ, "ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ - Βιβλίο Εκπαιδευτικού ", Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα 2007.

Αργυράκης Δημήτριος, Βουργανάς Παναγιώτης, Μέντης Κωνσταντίνος, Τσικοπούλου Σταματούλα, Χρυσοβέργης Μιχαήλ, "ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ", Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα 2007.

Βανδουλάκης Ιωάννης, Καλλιγάς Χαράλαμπος, Μαρικάκης Νικηφόρος, Φερεντίνος Σπύρος, "ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ", Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα 2007.

Βλάμος Παναγιώτης, Δρούτσας Παναγιώτης, Πρέσβης Γεώργιος, Ρεκούμης Κωνσταντίνος, "ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ", Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα 2007.

Ιωσηφίδης, Θ. (2003) Ανάλυση ποιοτικών δεδομένων στις κοινωνικές επιστήμες. Αθήνα : Κριτική.

Κανάκης, Ι., "Η οργάνωση της διδασκαλίας με ομάδες εργασίας", Αθήνα, 1990.

Κλαουδάτος, Ν., “Σημειώσεις του Μαθήματος: Διδακτική των Μαθηματικών”, Π.Μ.Σ. Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών, Τμήμα Μαθηματικών, Χειμερινό Εξάμηνο 2006.

Κυριαζή, Ν. (1999) *Η κοινωνιολογική έρευνα. Κριτική επισκόπηση των μεθόδων και των τεχνικών*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Ματσαγγούρας, Γ., “Στρατηγικές διδασκαλίας”, σελ. 506, Εκδόσεις GUTENBERG 1998.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Π Α Ρ Α Ρ Τ Η Μ Α

1. ΑΠΟΒΙΝΤΕΟΣΚΟΠΗΣΕΙΣ - ΑΠΟΜΑΓΝΗΤΟΦΩΝΗΣΕΙΣ

1.1 Κείμενα Αποβιντεοσκοπήσεων

Στους διαλόγους που ακολουθούν υπάρχουν οι εξής συμβολισμοί:

Κ: Καθηγητής

Μ: Μαθητής

Τάξη: Όλοι οι μαθητές

[…]: Δεν ακούγονται καθαρά οι ομιλίες (συνήθως υπάρχει υποσημείωση του νοήματος απ' τα συμφραζόμενα).

: Παραδείγματα που πρότεινε ο καθηγητής κατά τη διάρκεια της παράδοσης.

1.1.1 1η Βιντεοσκόπηση

1ος Εκπαιδευτικός - Α΄ Γυμνασίου: Ισοδύναμα, Ομώνυμα, Ετερώνυμα Κλάσματα

Το μάθημα ξεκινά με επανάληψη της προηγούμενης παραγράφου και ένας μαθητής απαντά στην ερώτηση του εκπαιδευτικού για το τι είναι ισοδύναμα κλάσματα.

Μ: …και τον παρανομαστή και τον…
Κ: Τον αριθμητή
Μ: Με έναν αριθμό
Κ: Τον ίδιο φυσικό αριθμό. Στην ουσία, τώρα, μου απαντάς στο ερώτημα πως δημιουργούμε ισοδύναμα κλάσματα μ' ένα δοσμένο κλάσμα έτσι;
Μ: Κάπως έτσι.
Κ: Εντάξει, θα το δούμε στη συνέχεια. Μήπως θέλει κάποιος να μας πει πότε δύο κλάσματα ή περισσότερα λέγονται ισοδύναμα ή ίσα; Δανάη;
Μ: Ισοδύναμα κλάσματα ονομάζονται τα κλάσματα τα οποία εκφράζουν το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους.
Κ: Μάλιστα, το ίδιο τμήμα ή όπως είπαμε καλύτερα το ίδιο μέρος ενός μεγέθους. Έτσι. Ξεκινήσαμε, λοιπόν, εχθές και περιγράψαμε τη διαδικασία με την οποία παράγουμε ισοδύναμα κλάσματα. Θυμίζω έτσι πολύ σύντομα ότι το κλάσμα $\frac{2}{3}$ είναι ισοδύναμο … για δώστε μου ένα κλάσμα ισοδύναμο με το $\frac{2}{3}$ … *(χέρια)*… Γιώργο;
Μ: $\frac{4}{6}$ *(Ο καθηγητής γράφει στον πίνακα:* $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$*)*
Κ: Τι κάναμε Γιώργο;
Μ: Πολλαπλασίασα και τους δύο όρους με το 2.
Κ: Πολλαπλασιάσαμε, λοιπόν, και τους δύο όρους αυτού του κλάσματος με το 2. Ευχαριστούμε πολύ. Λοιπόν, άλλο ένα κλάσμα ισοδύναμο με τα δύο πρώτα; Βασίλη;
Μ: Ε, $\frac{8}{12}$
Κ: $\frac{8}{12}$. Δηλαδή τι έκανες Βασίλη; *(γράφει στον πίνακα* $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{8}{12}$*)*
Μ: Ε, πολλαπλασίασα και τους δύο όρους με το 4.
Κ: Μάλιστα. Άλλο ένα; Κάποιο που κάποιος από εσάς είχε στο μυαλό του και θέλει να το πει προτού φτάσουμε στο $\frac{8}{12}$;
Μ: $\frac{6}{9}$
Κ: $\frac{6}{9}$. Μάλιστα *(γράφει στον πίνακα* $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{8}{12}=\frac{6}{9}$*)*. Τελειώνει παιδιά κάποτε αυτή η διαδικασία δημιουργίας, παραγωγής δηλαδή ισοδύναμων κλασμάτων όπου κάθε ένα από αυτά είναι ισοδύναμο με το $\frac{2}{3}$;
Μ: Όχι.

Κ: Για σκεφτείτε το… Είναι δύσκολο θέμα. Μήπως μπορεί κανείς να μου πει ποια είναι η μορφή οποιουδήποτε κλάσματος που είναι ισοδύναμο με το $\frac{2}{3}$ με τη βοήθεια μιας μεταβλητής; *(γράφει στον πίνακα* $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{8}{12}=\frac{6}{9}=...=-$*).*

Μ: Α, ναι!

Κ: Α, κάτι βλέπω. Είπαμε τι είναι μεταβλητή. Πότε τη χρησιμοποιούμε;

Μ: Ε, το $\frac{\beta}{\gamma}$;

Κ: Έχει σχέση το $\frac{\beta}{\gamma}$ με το $\frac{2}{3}$; Μην ξεχνάς ότι ο πατριάρχης αυτών των κλασμάτων είναι το $\frac{2}{3}$ *(κυκλώνει το* $\frac{2}{3}$*).* Ο γεννήτορας, ας πούμε, έτσι; Από αυτόν δημιουργούνται άπειρα ισοδύναμα κλάσματα. Η μορφή ενός οποιουδήποτε από αυτά τα ισοδύναμα κλάσματα ποια θα είναι με τη βοήθεια μιας μεταβλητής; Για σκεφτείτε λίγο… Το $\frac{4}{6}$ προέκυψε πολλαπλασιάζοντας και το 2 και το 3 με το 2 *(δείχνει το κλάσμα* $\frac{2}{3}$*).* Το $\frac{8}{12}$ προέκυψε πολλαπλασιάζοντας και τους δύο όρους με το 4, δηλαδή είναι $2\cdot4$ και $3\cdot4$.Εδώ τι θα έχω; $2\cdot2$ και $2\cdot3$ *(ξαναγυρίζει στο* $\frac{2}{3}$*).* Πάμε. Άρα, πολλαπλασιάζω με τον ίδιο αριθμό.

Μ: Ναι, θα είναι … με μεταβλητή;

Κ: Ναι.

Μ: Δηλαδή με γράμμα;

Κ: Μάλιστα, που εκφράζει αριθμό.

Μ: Ναι, μα δεν ξέρω ποιος πρέπει να είναι.

Κ: Οποιοσδήποτε μπορεί να πολλαπλασιαστεί και με το 2 και με το 3. Άρα όταν πολλαπλασιάζω έναν αριθμό, οποιονδήποτε, με το 2 πως γράφω το γινόμενο του 2 με αυτόν τον αριθμό;

Μ: Ε, γράφω 2 επί α.

Κ: Πάρα πολύ ωραία. 2α. Μάλιστα. Στον παρανομαστή τι θα βάλω;

Μ: 3β; … 3α

Κ: 3α ή 3β;

Μ: 3α,3α.

Κ: 3α. Πολύ ωραία. Το λες και με σιγουριά! *(γράφει στον πίνακα* $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{8}{12}=\frac{6}{9}=...=\frac{2\alpha}{3\alpha}$*).* Και εδώ τι θα γράψω; Όπου αυτός ο φυσικός αριθμός α μπορεί να είναι είπαμε οποιοσδήποτε αρκεί να μην είναι ποιος;

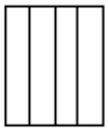
Μ: … *(ψίθυροι)*

Κ: Όχι.

Μ: Το μηδέν *(ψιθυριστά)*

Κ: Κάποιος το είπε... το μηδέν. Άρα, λοιπόν, το α αυτό πρέπει να είναι διάφορο του μηδενός *(γράφει στον πίνακα* $\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{8}{12}=\frac{6}{9}=...=\frac{2\alpha}{3\alpha}$, όπου $\alpha\neq0$*).*

Κ: Θα συνεχίσουμε σήμερα μιλώντας για τις ιδιότητες που μπορούμε να επισημάνουμε στα ισοδύναμα κλάσματα. Λοιπόν, είχαμε μια ασκησούλα, συγκεκριμένα, την άσκηση 3 (μαζί με την τάξη), σελίδα 40, που έλεγε να μετατρέψουμε παραδείγματος χάρη… Άσκηση 3 είναι το ερώτημα ε. Σου έδινε, λοιπόν, το κλάσμα $\frac{60}{75}$ και σου έλεγε να μετατρέψεις αυτό το κλάσμα σε ένα ισοδύναμο με παρανομαστή το 100. Για να δούμε… *(χέρια)* …Κλειώ;
Μ: Ε, προσθέτω και στους δύο όρους 25.
Κ: Προσθέτω και στους δύο όρους 25. Αν προσθέσω δηλαδή και στους δύο όρους ενός κλάσματος τον ίδιο αριθμό, το κλάσμα που θα προκύψει θα είναι ισοδύναμο με το αρχικό; Δηλαδή εάν έχω το κλάσμα $\frac{2}{3}$ *(γράφει στον πίνακα)* έτσι; Δηλαδή έχω αυτό εδώ το …*(ζωγραφίζει στον πίνακα ένα τετράγωνο)* και το μοιράζω στα τρία (βλ. εικόνα διπλανού σχήματος) και παίρνω τα δύο *(γραμμοσκιάζει τα δύο από τα τρία ορθογώνια)*. Αν προσθέσω μία μονάδα στον αριθμητή και στον παρανομαστή *(γράφει* $\frac{2+1}{3+1}$*)* θα προκύψει το κλάσμα $\frac{3}{4}$. Και ρωτάω: Το $\frac{2}{3}$ με το $\frac{3}{4}$ είναι ισοδύναμα κλάσματα; Εκφράζουν δηλαδή το ίδιο μέρος ενός μεγέθους; Αν δηλαδή έχω ένα ίσο τετράπλευρο με αυτό και το οποίο το χωρίσω σε τέσσερα ίσα μέρη και πάρω από αυτά τα τρία εσείς τι λέτε είναι ίσα αυτά; *(ζωγραφίζει στον πίνακα ακριβώς κάτω από το άλλο τετράγωνο το διπλανό σχήμα γραμμοσκιάζοντας τα τρία από τα τέσσερα ορθογώνια)*[63]. Τι λες Ιωάννη;



Μ: Όχι.
Κ: Όχι βέβαια! Δεν προκύπτει, λοιπόν, ισοδύναμο κλάσμα με το $\frac{2}{3}$ αν προσθέσω και στον αριθμητή και στον παρανομαστή τη μονάδα. Σύμφωνοι; Τι πρέπει να κάνω, λοιπόν; *(χέρια)* Χριστίνα.
Μ: Λοιπόν, πρέπει να πολλαπλασιάσω ε, το 4 με το…
Κ: Το 100 παιδιά είναι πολλαπλάσιο του 75; Δηλαδή υπάρχει φυσικός αριθμός με τον οποίο αν πολλαπλασιάσω το 75 να πάρω γινόμενο 100;
Μ: Όχι! *(και η υπόλοιπη τάξη)*
Κ: Όχι. Αφού, λοιπόν, δε συμβαίνει κάτι τέτοιο κάτι άλλο πρέπει να σκεφτώ… *(χέρια)* Λέγε Λυδεία.
Μ: Αν διαιρέσω τους δύο όρους δια 3;
Κ: Μάλιστα, για να δούμε κάτι, τα κριτήρια διαιρετότητας που έχουμε μάθει μας βοηθούν σ' αυτό; Ο αριθμός 60 διαιρείται με το 3;
Τάξη: Ναι
Κ: Γιατί; Λέγε Βίρνα.
Μ: Γιατι 6+0=6
Κ: Ωραία, λοιπόν, 60:3, το 75 κι αυτό διαιρείται με το 3, έχει άθροισμα ψηφίων 12, *(γράφει στον πίνακα* $\frac{60:3}{75:3}$*)* οπότε $\frac{60:3}{75:3}=\frac{20}{25}$. Μμμ, θέλω τώρα, αυτό το κλάσμα να το τρέψω σε ισοδύναμο με παρανομαστή το 100. Το 100 είναι πολλαπλάσιο του 25; Η' αλλιώς το 25 διαιρεί το 100; *(χέρια)* Λέγε Αναστασία
Μ: Ναι.

[63] Δραστηριότητα σχολικού βιβλίου, σελίδα 38.

Κ: Βεβαίως, άρα πως θα το πετύχουμε τώρα αυτό;
Μ: Ε, 25 επί 4.
Κ: Μόνο το 25;
Μ: Και το 20
Κ: Και το 20. Άρα, λοιπόν, θα πολλαπλασιάσω και τους δύο όρους αυτού του κλάσματος με το 4 οπότε θα έχω $\frac{80}{100}$ *(γράφει* $\frac{60:3}{75:3}=\frac{20}{25}=\frac{20\cdot 4}{25\cdot 4}=\frac{80}{100}$*)* Σύμφωνοι; Πολύ ωραία.

Μ: Κύριε, εγώ τα έκανα να είναι εντελώς… να είναι ανάγωγο το κλάσμα
Κ: Βεβαίως, μάλιστα, αλλά δεν μας ζητούσε κάτι τέτοιο. Σύμφωνοι; Για να δούμε ένα παραδειγματάκι ακόμη. Θέλω να μου πείτε το εξής: Θέλω το κλάσμα $\frac{8}{5}$ να το μετατρέψετε σε ισοδύναμο κλάσμα με παρανομαστή το 100. Για να δούμε *(χέρια)* αυτό είναι εύκολο έτσι; Το $\frac{8}{5}$ να τραπεί σε ισοδύναμο με παρανομαστή το 100. Για λέγε …
Μ: Θα πολλαπλασιάσω το 5 με το 20
Κ: Έτσι! Το 5 με το 20… Δηλαδή πολλαπλασιάζω και τους δύο όρους με το 20 έτσι; Άρα τι θα έχω; $\frac{160}{100}$ (γράφει $\frac{8}{5}=\frac{8\cdot 20}{5\cdot 20}=\frac{160}{100}$) Μάλιστα, ωραία. Για προσέξτε τώρα. Ας δημιουργήσω, έχω λοιπόν το κλάσμα $\frac{8}{5}$ που είναι ισοδύναμο με το κλάσμα $\frac{160}{100}$ (γράφει στον πίνακα $\frac{8}{5}=\frac{160}{100}$) και ας πάρω παιδιά το γινόμενο $8\cdot 100$. Πόσο είναι το γινόμενο αυτό; Με τι είναι ίσο;
Μ: 800
Κ: Με 800 έτσι; Κι ας πάρω και το άλλο γινόμενο των άλλων δύο όρων που έχουν μείνει. Είναι $5\cdot 160$. $5\cdot 100$ πεντακόσια, $5\cdot 60$ τριακόσια… 800. Τι παρατηρούμε; Άρα $8\cdot 100=5\cdot 160$. Σας θυμίζει κάτι αυτό; Είναι κάτι που γνωρίζετε… Αυτή η ιδιότητα πως λέγεται; Νίκο;
Μ: Χιαστί.
Κ: Χιαστί ιδιότητα. Σύμφωνοι; Περιγράψαμε τις κυριότερες ιδιότητες των κλασμάτων. Είπαμε, λοιπόν, ότι, προσέξτε, αν δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα όπως αυτά εδώ τότε τα χιαστί τους γινόμενα είναι μεταξύ τους ίσα. Εντάξει; Να τις καταγράψουμε λοιπόν να τις έχουμε όλες μαζί. Πάμε
Μ: Κύριε, εγώ το κάνω με έναν άλλο τρόπο. Κάνω: 100:5 που είναι ο παρανομαστής και κάνει 20 και μετά κάνω 8, 5 επί 20…
Κ: Πολύ σωστά, ωραία. Λοιπόν, να καταγράψουμε τώρα με τη βοήθεια μεταβλητών τις κυριότερες ιδιότητες στα ισοδύναμα κλάσματα έτσι όπως τις είδαμε με τα παραδείγματα μας. Γράφει στον πίνακα: 1η) Αν $\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\gamma}{\delta}$ δηλαδή αν έχω δύο κλάσματα ισοδύναμα, τότε τα χιαστί γινόμενα είναι ίσα. Δηλαδή αν πολλαπλασιάσω τους άκρους όρους όπως λέμε $\alpha\cdot\delta$ (κυκλώνει το α-δ) θα πάρω γινόμενο ίσο με αυτό που προκύπτει πολλαπλασιάζοντας το β με το γ (κυκλώνει το β-γ).
Μ: Αυτά θα τα μάθουμε;
Κ: Ναι, ναι. Αυτός είναι και ο τρόπος, ένας μάλλον θα έλεγα καλύτερα από τους τρόπους να ελέγχουμε αν δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα. Λοιπόν, πάμε στη δεύτερη

ιδιότητα που περιγράψαμε και είναι η εξής: Το κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$ είναι ισοδύναμο με οποιοδήποτε κλάσμα που έχει ως όρους του το γινόμενο $\alpha \cdot \lambda$ στον αριθμητή και το γινόμενο $\beta \cdot \lambda$ στον παρανομαστή, όπου το λ είναι οποιοσδήποτε, ας πούμε, φυσικός αριθμός αρκεί να μην είναι το μηδέν (γράφει στον πίνακα: $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha \cdot \lambda}{\beta \cdot \lambda}$, όπου $\lambda \neq 0$). Άρα αυτή η ιδιότητα μου δίνει τη δυνατότητα να δημιουργώ ισοδύναμα κλάσματα όταν μου έχουν δώσει ένα κλάσμα. Και η τρίτη ιδιότητα ποια είναι; Για θυμηθείτε λίγο αυτά που κάναμε… Το $\frac{60}{75}$ το διαιρέσαμε με το 3. Άρα μπορώ, λοιπόν, αν μου δώσουν ένα κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$ να διαιρέσω και τους δύο όρους αυτού του κλάσματος με ένα κοινό τους διαιρέτη μεγαλύτερο του 1 άρα λοιπόν $\alpha : \delta$ και $\beta : \delta$ και να προκύψει ένα κλάσμα ισοδύναμο με το αρχικό, το οποίο, βεβαίως, θα έχει, παιδιά, ως όρους του πιο απλούς από τους όρους του αρχικού κλάσματος. Γι' αυτό και τη διαδικασία αυτή, μετατροπής, δηλαδή, ενός κλάσματος σε ένα ισοδύναμο του με πιο απλούς όρους, πιο μικρούς όρους, πως τη λέμε; … Φτιάχνω, δηλαδή, κλάσματα με πιο απλούς όρους. Άρα πως λέγεται αυτή η διαδικασία Τάσο;

Μ: Απλοποίηση

Κ: Απλοποίηση κλάσματος. Εδώ, λοιπόν, θα γράψω: όπου δ κοινός διαιρέτης των α και β και βεβαίως δεν μπορεί να είναι το μηδέν και να είναι και μεγαλύτερος του 1. Αν τώρα, προσέξτε τι θα σας ρωτήσω. Αν αυτός ο κοινός διαιρέτης με τον οποίο διαιρώ και τον αριθμητή και τον παρανομαστή του κλάσματος είναι ο μέγιστος κοινός τους διαιρέτης, τότε τι πετυχαίνω; Ιάσων;

Μ: Να κάνω το κλάσμα ανάγωγο.

Κ: Να κάνω το κλάσμα ανάγωγο. Πολύ ωραία. Αυτή, λοιπόν, θέλω να τη γράψω αυτή τη λεξούλα: Γράφει στον πίνακα: «Ανάγωγο κλάσμα… » *(σταματάει για να το συμπληρώσει μαζί με τα παιδιά)* Ποιο θα ονομάσουμε ανάγωγο κλάσμα; Για να δω, μπορούμε να το προσεγγίσουμε με πολλούς τρόπους, σύμφωνοι; Κλειώ;

Μ: Το κλάσμα που δεν απλοποιείται πιο πολύ.

Κ: Μπράβο. Πολύ σωστά. Το κλάσμα που δεν απλοποιείται περισσότερο όσο και να προσπαθήσω λέγεται ανάγωγο κλάσμα. Μπορείτε να μου δώσετε ένα παράδειγμα ανάγωγου κλάσματος; Δέσποινα;

Μ: $\frac{1}{2}$

Κ: $\frac{1}{2}$. Μάλιστα. Ωραία. Όλες οι κλασματικές μονάδες είναι ανάγωγα κλάσματα;

Τάξη: Ναι

Κ: Προφανώς. Ο μέγιστος κοινός διαιρέτης μεταξύ των όρων μιας κλασματικής μονάδας, ποιος αριθμός είναι; Στο $\frac{1}{2}$ ας πούμε, ποιος είναι ο μέγιστος κοινός διαιρέτης του 1 και του 2;

Τάξη: Το 1.

Κ: Το 1, έτσι; Δώστε μου, τώρα, άλλη περίπτωση ανάγωγου κλάσματος που να μην είναι κλασματική μονάδα. Για να δω… Δανάη;

Μ: Ε, $\frac{5}{7}$;

Κ: $\frac{5}{7}$! Πολύ ωραία. Το $\frac{5}{7}$ είναι ένα ανάγωγο κλάσμα. Ο μέγιστος κοινός διαιρέτης των όρων του, ποιος είναι; Ο ΜΚΔ(5,7) είναι ποιος; Ποιοι είναι οι διαιρέτες του 5; Μαρία;
Μ: Το 1 και το 5.
Κ: Μπράβο. Το 5 είναι πρώτος. Ποιοι είναι οι διαιρέτες του 7;
Μ: Το 1 και το 7.
Κ: Άρα ποιος είναι ο μέγιστος κοινός διαιρέτης…;
Μ: Το 1.
Κ: Το 1. Μάλιστα. Μπορεί να μου υποδείξει κανείς άλλο τρόπο να βρω το ΜΚΔ(5,7); Να θυμηθούμε έναν γρήγορο τρόπο εύρεσης του ΜΚΔ; Με τα διαδοχικά υπόλοιπα; Γράφουμε το 5 και το 7 κατεβάζουμε το μικρότερο από τους δύο αριθμούς. Ποιος είναι αυτός Μιχάλη;
Μ: Το 5.
Κ: Και εκτελούμε την ευκλείδεια διαίρεση του 7 με το 5. Πόσες φορές χωράει το 5 στο 7;
Τάξη: Μια.
Κ: Κάτω, λοιπό, από το 7 γράφουμε το υπόλοιπο της διαίρεσης *(ενν. τον αριθμό 2)*. Τώρα ποιον αριθμό θα κατεβάσω;
Τάξη: Το 2.
Κ: Το 2. Πως θα συνεχίσω τη διαδικασία;
Τάξη: Δύο (φορές) και μένει υπόλοιπο 1.
Κ: Τι θα κατεβάσω τώρα από εκεί; Το 1 και μένει υπόλοιπο μηδέν. *(βλέπε εικόνα)*. Εντάξει; Με αυτή τη σύντομη διαδικασία των διαδοχικών ευκλείδειων διαιρέσεων και τα υπόλοιπα βρίσκω το ΜΚΔ των αριθμών αυτών. Επομένως, το κλάσμα $\frac{5}{7}$ είναι ένα ανάγωγο κλάσμα, ο ΜΚΔ των όρων του είναι η μονάδα, οι αριθμοί 5 και 7 πως λέγονται; Που έχουν ΜΚΔ=1; Μάντη;

5	7
5	2
1	2
1	0

Μ: Πρώτοι.
Κ: Πολύ ωραία. Πρώτοι μεταξύ τους. Επομένως, στο ανάγωγο κλάσμα οι όροι του είναι πρώτοι μεταξύ τους αριθμοί που σημαίνει ότι ο ΜΚΔ=1 και βέβαια είμαι σίγουρος ότι διαιρώντας και τους δύο όρους ενός κλάσματος με το ΜΚΔ, το κλάσμα δεν απλοποιείται περισσότερο. Με μια δηλαδή κίνηση το απλοποιώ. Κάντε ένα παραδειγματάκι στο τετράδιο σας. Λοιπόν… *(γράφει το παράδειγμα στον πίνακα)* «Να απλοποιήσετε τα κλάσματα: α) $\frac{18}{27}$ β) $\frac{36}{60}$». Προσπαθήστε στα τετράδια σας[64]. Καλό είναι να τρέψετε σε ανάγωγα. Αν κάποιος δυσκολεύεται μπορεί τη διαδικασία της απλοποίησης να την κάνει σε βήματα. Εδώ να θυμάστε ότι τα κριτήρια διαιρετότητας που έχουμε μάθει μας βοηθούν πάρα πολύ. Είναι χρήσιμα εργαλεία. Έτσι; Από το να ψάχνουμε γενικά να βρίσκουμε πιθανούς διαιρέτες. Τι είναι Χάρη τέλειωσες κιόλας;
Μ: Όχι… […] (*ο μαθητής πιθανόν ζητά από τον καθηγητή να του εξηγήσει την 2η και την 3η ιδιότητα των ισοδύναμων κλασμάτων που προηγουμένως είχαν συζητήσει)*
Κ: Εδώ αυτά;
Μ: Ναι, αυτά τα δύο.
Κ: Αυτό τι σημαίνει; Ότι πολλαπλασιάζω και τους δύο όρους του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό[65] και έτσι δημιουργείται ισοδύναμο κλάσμα. Πάρα πολλά ισοδύναμα

[64] Ο εκπαιδευτικός γυρίζει ανάμεσα στα θρανία και περιμένει να απαντήσουν οι μαθητές στην άσκηση.
[65] Δείχνει την 2η ιδιότητα των ισοδύναμων κλασμάτων.

κλάσματα δημιουργούνται. Ενώ εδώ τι κάνω;[66] Διαιρώ και τους δύο όρους με ένα κοινό τους διαιρέτη. Αν υπάρχει κοινός διαιρέτης, αν δεν υπάρχει, το κλάσμα είναι ανάγωγο.
Μ: Στο δεύτερο τι κάνουμε;
Κ: Εδώ πολλαπλασιάζουμε… με ένα κοινό παράγοντα… Με ένα κοινό αριθμό[67]. Ορίστε, Ιάσωνα
Μ: Μπορούμε να βρούμε ένα ισοδύναμο και μετά να το απλοποιήσουμε σε ισοδύναμα κλάσματα; Εννοώ να μην βρούμε κατευθείαν το ανάγωγο;
Κ: Μπορείς, βεβαίως, αυτή τη δυνατότητα στη δίνουν τα ισοδύναμα κλάσματα. Λοιπόν, για έλα λίγο στον πίνακα να κάνεις το πρώτο.
Μ: Ε, θα το διαιρέσω με το 9…
Κ: Μάλιστα. *Ο μαθητής γράφει στον πίνακα:* $\frac{18}{27}=\frac{2}{3}$. Αυτή η διαδικασία, καλό είναι, Νικόλα, να φαίνεται. Δηλαδή, καλό είναι να γράψω εδώ ότι διαιρώ και το 18 με το 9 και το 27 με το 9 και προκύπτει $\frac{2}{3}$ *(συμπληρώνει στον πίνακα την εξής παρένθεση:* $\left(\frac{18:9}{27:9}=\frac{2}{3}\right)$. Καλό είναι δηλαδή να το δείχνουμε αυτό το πράγμα. Τάσο, έλα στο επόμενο. Εσύ Τάσο με τι θα διαιρέσεις;
Μ: Με το 2.
Κ: Με το 2. Θέλω να φαίνεται, όμως, η διαδικασία. Όχι, απευθείας το αποτέλεσμα, Τάσο…
Μ: Ναι, ναι.
Κ: Θα προτιμούσα να φαίνεται ο τρόπος με τον οποίο γίνεται, γιατί καμιά φορά διαιρούμε δια 2 και διαιρούμε μόνο τον ένα από τους δύο όρους. Κατάλαβες; Οπότε σβήσε το 18, γράφουμε πρώτα την κλασματική γραμμή… *(ο μαθητής διορθώνει αυτό που είχε γράψει και ακολουθεί τον τρόπο του καθηγητή του (βλ. σχήμα))*… Μάλιστα, συμφωνούμε;

Μαθητής:

$$\frac{36}{60}\overset{:2}{=}\frac{18}{30}$$

Υπόδειξη καθηγητη:

$$\frac{36}{60}=\frac{36:2}{60:2}=\frac{18}{30}=\frac{18:2}{30:2}=\frac{9:3}{15:3}=\frac{3}{5}$$

Τάξη: Ναι.
Κ: Κάτσε. Ο Τάσος επέλεξε τη διαδικασία απλοποίησης μέσα από διαδοχικές διαιρέσεις με το 2, με το 2 και το τελικό βήμα με το 3. Κάποιος άλλος έχει να προτείνει κάτι άλλο… Γιάννη;
Μ: Με το 12.
Κ: Με το 12. Ο οποίος τι ιδιότητα έχει για το 36 και το 60;
Μ: Ότι είναι ο ΜΚΔ.
Κ: Ότι είναι ο ΜΚΔ. Επομένως, επειδή ο ΜΚΔ(36,60)=12 τι κάνουμε; Διαιρούμε και τους δύο όρους του κλάσματος με το ΜΚΔ *(γράφει στον πίνακα* $\frac{36}{60}=\frac{36:12}{60:12}=\frac{3}{5}$ *)*. Επομένως, με μια κίνηση προκύπτει το κλάσμα $\frac{3}{5}$ που είναι το ισοδύναμο του $\frac{36}{60}$, ανάγωγο κλάσμα.

---

[66] Δείχνει την 3η ιδιότητα των ισοδύναμων κλασμάτων.
[67] Φαίνεται ότι οι ιδιότητες λόγω των μεταβλητών μπερδεύουν τα παιδιά και γι' αυτό ρωτούν ξανά τον καθηγητή να τους εξηγήσει τι λένε αυτές οι ιδιότητες.

Μ: Κύριε, εγώ το έκανα με το 6

Κ: Κάποιος το έκανε και με το 6. Οπότε σου προέκυψε $\frac{6}{10}$. Και μετά δια 2 και $\frac{3}{5}$. Ωραία. Όλα σωστά είναι.

Μ: Κύριε, τώρα είδα ότι άμα πολλαπλασιάσουμε όλους τους αριθμούς τους οποίους χρησιμοποιήσαμε για να διαιρέσουμε το 36 και το 60 κάνουν γινόμενο 12.

Κ: Σωστά! Ακριβώς! Πολύ σωστά. $2\cdot 2\cdot 3=12$. Στην ουσία το 12 αν το αναλύσω σε γινόμενο πρώτων παραγόντων πως γράφεται; $2^2\cdot 3$. Έτσι; Μέχρι στιγμής έχετε να ρωτήσετε κάτι; Είπαμε τις ιδιότητες των ισοδύναμων κλασμάτων, τη χιαστί ιδιότητα και τους τρόπους με τους οποίους δημιουργούμε ισοδύναμα κλάσματα με ένα αρχικό κλάσμα. Ιδιαίτερη σημασία δώσαμε στο ανάγωγο κλάσμα. Τώρα θα ολοκληρώσουμε δίνοντας δύο ορισμούς που είναι πάρα πολύ χρήσιμοι στις πράξεις των κλασμάτων και να δούμε πως θα τρέψουμε τα ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα κλάσματα *(γράφει στον πίνακα τις λέξεις ετερώνυμα ομώνυμα).* Λοιπόν, πότε δύο κλάσματα δύο ή περισσότερα κλάσματα θα τα πούμε ομώνυμα; Προσεγγίστε λίγο τη λέξη αυτή ετοιμολογικά και θα το βρείτε. Έλα Γιώργο…

Μ: Όταν έχουν το ίδιο παρανομαστή.

Κ: Όταν έχουν το ίδιο παρανομαστή. Δύο, λοιπόν, ή περισσότερα κλάσματα θα τα πούμε ομώνυμα όταν έχουν τον ίδιο παρανομαστή. Ενώ ετερώνυμα… *(χέρια).* Εδώ η γλώσσα μας είναι πάρα πολύ δυνατή. Εκφράζει με πολύ μεγάλη ακρίβεια αυτό που έχουμε… Ιωάννη;

Μ: Όταν οι παρανομαστές τους είναι διαφορετικοί.

Κ: Όταν οι παρανομαστές τους είναι διαφορετικοί. Δύο, λοιπόν, κλάσματα θα τα πούμε ετερώνυμα όταν έχουν διαφορετικούς παρανομαστές. Μάλιστα. Θα θυμηθούμε, τώρα, λίγο και τη διαδικασία μετατροπής ετερώνυμων κλασμάτων σε ομώνυμα. Ορίστε…

Μ: Δεν έχει σημασία αν ο παρανομαστής ο ένας είναι πολλαπλάσιο του άλλου;

Κ: Όχι, βέβαια, αρκεί να είναι διαφορετικοί. Εντάξει; Ίσα ίσα αυτό διευκολύνει. Όταν οι παρανομαστές είναι διαφορετικοί, π.χ. δώστε μου ένα ζευγάρι ετερώνυμων κλασμάτων για να το ξεκαθαρίσουμε όλοι αυτό. Ζωή;

Μ: $\frac{6}{10}$ και $\frac{6}{50}$

Κ: $\frac{6}{10}$ και $\frac{6}{50}$. Μάλιστα. Είναι ένα παράδειγμα ετερώνυμων κλασμάτων. Κι ένα παράδειγμα ομώνυμων κλασμάτων; Βίρνα;

Μ: $\frac{8}{9}$ και $\frac{7}{9}$

Κ: $\frac{8}{9}$ και $\frac{7}{9}$. Μάλιστα. Πάμε τώρα να δούμε, πως θα μετατρέψουμε, ας πούμε, το παράδειγμα που είπε η Ζωή, πως θα μετατρέψουμε τα κλάσματα $\frac{6}{10}$ και $\frac{6}{50}$ από ετερώνυμα σε ομώνυμα. Άρα, λοιπόν, (γράφει στον πίνακα ολοκληρωμένη την άσκηση) «Να μετατρέψετε σε ομώνυμα τα κλάσματα: $\frac{6}{10}$ και $\frac{6}{50}$. Λύση:» Τι πρέπει να εμφανίσω ώστε τα κλάσματα αυτά να γίνουν ομώνυμα χωρίς να αλλοιώσω όμως την αξία ούτε του ενός ούτε του άλλου κλάσματος; Δέσποινα;

Μ: Θα διαιρέσω και τον αριθμητή και τον παρανομαστή με τον ίδιο αριθμό.

Κ: Άκουσες τι σου είπα; Θέλω να τα μετατρέψω σε ομώνυμα. Είναι ετερώνυμα τώρα έτσι; Άρα για να γίνουν αυτά τα κλάσματα ομώνυμα χωρίς κανένα από αυτά να χάσει την αξία του τι θα πρέπει να αποκτήσουν; Τον ίδιο…
Τάξη: Τον ίδιο παρανομαστή.
Κ: Επομένως…
Μ: Θα κάνω 50:5 και θα μου βγάλει 10.
Κ: Ναι, εδώ στον αριθμητή;
Μ: Κανονικά δεν θα πρέπει να κάνουμε κι αυτό ή όχι;
Κ: Βεβαίως θα πρέπει να κάνουμε κι αυτό. Το 5 είναι διαιρέτης του 6; Όχι. Άρα θα πρέπει να σκεφτούμε κάτι άλλο. Λέγε Τάσο…
Μ: Πολλαπλασιάζουμε το 6 και το 10 επί 5.
Κ: Πολλαπλασιάζουμε τους όρους του πρώτου κλάσματος με τον αριθμό 5. Γιατί με το 5;
Μ: Επειδή $10 \cdot 5 = 50$.
Κ: Μάλιστα. Στην ουσία, λοιπόν, το ΕΚΠ(10,50) ποιος αριθμός είναι; Το 50. Το πρώτο, όμως, που πρέπει να ελέγχουμε προτού βρούμε το ΕΚΠ, παιδιά, των παρανομαστών είναι κάτι άλλο. Είναι αν τα κλάσματα που έχω να μετατρέψω μπορούν να απλοποιηθούν ή όχι, γιατί έτσι μικραίνω τους αριθμούς όσο το δυνατό πιο πολύ και βρίσκω πιο εύκολα το ΕΚΠ. Άρα, λοιπόν, στη διαδικασία μετατροπής ετερώνυμων σε ομώνυμα κλάσματα, το πρώτο πράγμα που προσέχω είναι αν ένα ή και τα δύο ή και περισσότερα κλάσματα μπορούν να απλοποιηθούν. Για πάμε να δούμε, το $\frac{6}{10}$ μπορεί να απλοποιηθεί; Και πως; Δανάη…
Μ: $\frac{3}{5}$
Κ: Πολύ ωραία. Διαιρώ, λοιπόν, 6:2, 10:2, $\frac{3}{5}$ *(στον πίνακα γράφει* $\frac{6}{10} = \frac{6:2}{10:2} = \frac{3}{5}$*)*. Το $\frac{6}{50}$. Για να ακούσω… Ιωάννη;
Μ: $\frac{3}{25}$
Κ: $\frac{3}{25}$. 6, λοιπόν, διά 2 και 50:2 άρα είναι $\frac{3}{25}$ *(στον πίνακα γράφει* $\frac{6}{50} = \frac{6:2}{50:2} = \frac{3}{25}$*)*. Ωραία. Αυτό είναι το πρώτο βήμα. Στο δεύτερο βήμα θα πρέπει να βρω το ΕΚΠ των παρανομαστών αυτών των κλασμάτων. Ποιοι είναι οι παρανομαστές; Είναι το 5 και το 25. Ποιο είναι το ΕΚΠ(5,25); Το είπε πιο πριν ο Παναγιώτης, μπορεί λέει ο ένας παρανομαστής να είναι πολλαπλάσιο του άλλου; Ναι, να στην περίπτωση αυτή… Ιάσωνα;
Μ: Το 5.
Κ: Το 5 είναι το ΕΚΠ(5,25);
Μ: Όχι, το 25.
Κ: Έτσι. Στο τρίτο βήμα τώρα, τι θα κάνουμε για να δούμε… Το πρώτο (βήμα) είναι ότι απλοποιώ και τα δύο κλάσματα. Στο δεύτερο βρίσκω το ΕΚΠ των παρανομαστών, στο τρίτο βήμα, το κάνουμε λίγο αναλυτικά τώρα τι θα κάνω; Θα διαιρέσω το ΕΚΠ με τον παρανομαστή κάθε κλάσματος. Εντάξει; Θυμόσαστε πως το κάνατε στο Δημοτικό αυτό; Το γράφω εδώ.
Μ: Με τα καπελάκια.
Κ: Έτσι, με τα καπελάκια. Κάποιοι μου έλεγε η Μαρία εχθές εδώ ότι τα θεωρούν ξεπερασμένα. Ε Μαρία εσύ μου το πες;

Μ: Όχι, εμένα μου αρέσουν τα καπελάκια.
Κ: Λοιπόν, για να δούμε διαιρούμε το ΕΚΠ με τον παρανομαστή 5, του πρώτου κλάσματος. Τι πηλίκο παίρνω; 5. Αυτό το πηλίκο το βάζω πάνω από τον πρώτο κλάσμα γιατί με αυτόν τον αριθμό θα πολλαπλασιάσω και τους δύο όρους του κλάσματος. 25… Διαιρώ το ΕΚΠ με τον παρανομαστή του δεύτερου κλάσματος. Και παίρνω πηλίκο 1. Άρα, λοιπόν, πολλαπλασιάζω $5\cdot 3$, $5\cdot 5$, $1\cdot 3$ και $1\cdot 25$, οπότε $\frac{15}{25}$ το ένα κλάσμα και $\frac{3}{25}$ το άλλο κλάσμα, που όπως βλέπετε με τη διαδικασία που περιγράψαμε, απέκτησαν τον ίδιο παρανομαστή άρα έγιναν ομώνυμα κλάσματα, χωρίς να αλλοιωθεί ούτε το ένα ούτε το άλλο. Ορίστε…
Μ: Όμως, κύριε είναι απαραίτητο να βγουν μικρά … ομώνυμα κλάσματα;
Κ: Δεν είναι απαραίτητο, απλά διευκολύνει λίγο τη διαδικασία. Εδώ, δηλαδή, θα μπορούσαμε να γράψουμε αυτό που είπε η συμμαθήτρια σας *(ξαναγυρίζει στην αρχή της άσκησης και δείχνει το κλάσμα* $\frac{6}{10}$ *)* επί 5, δηλαδή, να το κάνουμε $\frac{30}{50}$ και $\frac{6}{50}$…
Μ: Πιο εύκολο είναι αυτό…
Κ: Το ξέρω ότι είναι πιο εύκολο, αλλά σ' αυτό το παράδειγμα παρουσίασα όσο το δυνατό μια πιο γενική μέθοδο. Στη διαδικασία μετατροπής των ετερώνυμων σε ομώνυμα κλάσματα θα συναντήσω πολλές περιπτώσεις. Αυτή μας καλύπτει… Αν μπορώ πιο εύκολα, το κάνω πιο εύκολα… Σύμφωνοι; Λοιπόν…
Τάξη: Μην τα σβήσετε…
Κ: Δεν τα σβήνω.
Μ: Κύριε, αν δεν τα έχω απλοποιήσει στην αρχή, μπορούμε και στο τέλος να τα κάνουμε;
Κ: Ναι. Λοιπόν, για κάντε κι άλλο ένα παραδειγματάκι. Θέλω να κάνετε ομώνυμα τα εξής κλάσματα: $\frac{5}{6}$…*(ονομάζει α) το προηγούμενο παράδειγμα και β) αυτό)*, $\frac{7}{8}$ και $\frac{3}{5}$. Να τρέψετε, λοιπόν, σε ομώνυμα αυτά τα κλάσματα. Λοιπόν, από πού θα ξεκινήσουμε; Θα ελέγξουμε αν κάποια από αυτά είναι ομώνυμα; Αν κάποιο μπορεί να απλοποιηθεί; Τι παρατηρούμε; Δέσποινα;
Μ: Ότι δεν μπορεί να απλοποιηθεί κανένα.
Κ: Μάλιστα. Πολύ ωραία. Είναι και τα τρία κλάσματα από αυτά…
Τάξη: Ανάγωγα.
Κ: Πολύ ωραία, οπότε περνάω απ' ευθείας στο δεύτερο βήμα, που το δεύτερο βήμα απαιτεί να βρω το ΕΚΠ των παρανομαστών, δηλαδή το ΕΚΠ(6,8,5). Μπορείτε να το βρείτε, με όποια μέθοδο θέλετε αυτό έτσι; *(Γυρίζει ανάμεσα στα θρανία και περιμένει τις απαντήσεις των μαθητών)*. Νεφέλη, υπολογίζεις έ; Ωραία…
Μ: Και τώρα να …
Κ: Ναι, προχωρήστε, όσοι βρήκατε το ΕΚΠ προχωρήστε παιδιά… Νικόλα, το βρήκαμε; Λοιπόν…
Τάξη: Μισό λεπτό κύριεεεε…
Μ: Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε δυνάμεις για να το βρούμε; *(Ο καθηγητής ανασηκώνει τους ώμους δίνοντας στο μαθητή τη δυνατότητα να κάνει ότι νομίζει)*
Μ: Κύριε;
Κ: Ναι, *(πηγαίνει στο τετράδιο ενός μαθητή που φαίνεται να χρειάζεται επιβεβαίωση ότι η λύση του είναι σωστή)* πολύ καλά βγήκε! Σου φαίνεται λίγο μεγάλο για ΕΚΠ ε;
Μ: Το 120;

Κ: Το 120 βγήκε, ναι. Οι περισσότεροι από εσάς, από ότι είδα, δουλέψατε με την παραδοσιακή μέθοδο έτσι; Αυτή εδώ… *(την κάνει στον πίνακα (βλ. σχήμα)).*
Μ: Πιο εύκολη είναι!
Κ: Που είναι και η πιο εύκολη! Λέγε Χριστίνα λίγο…
Μ: Με το 2…
Κ: Έτσι, που είναι ο μικρότερος πρώτος αριθμός, σύμφωνοι;
Μ: *(το κορίτσι συνεχίζει να του περιγράφει τη διαδικασία)* ε… 5, 4, 3… Με το 2…
Κ: Πάλι με το 2
Μ: *(συνεχίζει)* ε… 5, 2, 3… Με το 2…5, 1, 3
Κ: Ωραία
Μ: Με το 3… 5, 1, 1
Κ: Ωραία
Μ: Και με το 5… 1, 1, 1

6	8	5	2
3	4	5	2
3	2	5	2
3	1	5	3
1	1	5	5
1	1	1	

Κ: Ωραία *(χτυπάει το κουδούνι)*. Άρα, λοιπόν, $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ πολλαπλασιάζω και παίρνω ΕΚΠ(6,8,5)=120.
Μ: Εγώ το έκανα με το μυαλό.
Κ: Και με το μυαλό. Δώστε μου μισό λεπτάκι, σας παρακαλώ πολύ, λοιπόν, τους αριθμούς, τους μαγικούς αυτούς αριθμούς πώς θα τους βρω; *(δείχνει τα καπελάκια)* Γιάννη;
Μ: Θα κάνω διαίρεση 120:6.
Κ: Άρα 20…
Μ: 120:8=15, 120:5=24.
Κ: Άρα, λοιπόν, $5 \cdot 20 = 100$, $6 \cdot 20 = 120$ *(γράφει το κλάσμα* $\frac{100}{120}$*)*, μάλιστα, το επόμενο…
Μ: $15 \cdot 7 = 105$, $15 \cdot 8 = 120$
Κ: 120 *(γράφει το κλάσμα* $\frac{105}{120}$*)*
Μ: Και $24 \cdot 3 = 72$, $5 \cdot 24 = 120$.
Κ: Εντάξει; *(γράφει το κλάσμα* $\frac{72}{120}$*)*. Αυτά όλα θα τα δούμε κυρίως σε ποια πράξη των κλασμάτων; Στην πρόσθεση και την αφαίρεση. Λοιπόν, εδώ τελειώσαμε… θα μελετήσετε προσεκτικά αυτά που είπαμε από το βιβλίο σας που είναι στη σελίδα 38, 39 τα παραδείγματα και σελίδα 40[68] θα κάνετε την άσκηση 7, 8, 9 και 10 που είναι μια άσκηση αξιολόγησης σωστού-λάθους. Παιδιά καλή συνέχεια, καλή μέρα!

[68] Ιωάννης Βανδουλάκης, Χαράλαμπος Καλλιγάς, Νικηφόρος Μαρικάκης, Σπύρος Φερεντίνος, "ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ", Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα 2007.

1.1.2 2η Βιντεοσκόπηση

2ος Εκπαιδευτικός - Γ΄ Γυμνασίου: Εισαγωγή στην Παραγοντοποίηση

Το μάθημα ξεκινά με εισαγωγή στην έννοια της παραγοντοποίησης.

Κ: Σήμερα μαζί μας είναι μια συνάδελφος μαθηματικός, η κυρία Ρουμπέση, η οποία θέλει να παρακολουθήσει το μάθημα μας. Ε, ανέφερες ότι κάποιες ασκήσεις σε δυσκόλεψαν, σε ποιο μάθημα; *(η μαθήτρια ψάχνει…)* Στις ταυτότητες; Λοιπόν… Τις ταυτότητες πιστεύω ότι τις ολοκληρώσαμε, την απορία σου θα τη λύσουμε μια οποιαδήποτε άλλη στιγμή… Ε, έχουμε γράψει ήδη και τεστ και πάμε, λοιπόν, να μπούμε σε μια καινούργια ενότητα. *(…Γράφει στον πίνακα:* $2\alpha+2\beta$*)* Μπίλιουρα; Μπορούμε να προσθέσουμε… Έχουμε μια παράσταση μπροστά μας. Για πρόσθεσε τα να δούμε ποιο θα είναι το αποτέλεσμα…
Μ: $4\alpha\beta$
Κ: $4\alpha\beta$ … Νικολογιάννη τι λες;
Μ: $4\alpha\beta$
Κ: Έλενα;
Μ: $4\alpha\beta^2$
Κ: Έλα ησυχία:
Μ: 2 και σε παρένθεση α και β ($2(\alpha+\beta)$)
Κ: Γιατί το λες έτσι;
Μ: Γιατί αλλιώς δεν μπορούμε να τα προσθέσουμε.
Κ: Άρα, λοιπόν, Μπίλιουρα, δεν μπορούμε να προσθέσουμε ανόμοια πράγματα και το ΄χουμε πει. Τα δύο είναι σοκολάτες και τα άλλα δύο παγωτά. Προστίθενται μεταξύ τους; Το ΄χουμε πει χιλιάδες φορές. Επομένως, λοιπόν, αφού δεν μπορούμε να προσθέσουμε ανόμοια, τι είπαμε ότι θα κάνουμε Μπέη;
Μ: Α, ναι, θα κάνουμε $4(\alpha+\beta)$
Κ: Το 4 που το βρήκες;
Μ: $2(\alpha+\beta)$
Κ: Ωραία, μπορείς να ηρεμήσεις;
Μ: Τι έκανα πάλι κυρία εγώ;
Κ: $2(\alpha+\beta)$ *(εκείνη την ώρα, μπαίνει η καθηγήτρια της άλλης τάξης και κάτι ψάχνει…)* Δηλαδή κάναμε χρήση, τι; Τι χρησιμοποιήσαμε εδώ;
Μ: Επιμεριστική.
Κ: Την επιμεριστική ιδιότητα, την οποία έχουμε γνωρίσει από το Δημοτικό; 5η – 6η Δημοτικού;
Μ: 6η Δημοτικού.
Κ: 6η Δημοτικού. Άρα, λοιπόν, χρησιμοποιήσαμε την επιμεριστική ιδιότητα. *(Γράφει στον πίνακα:* $\alpha\beta+\alpha\gamma$ *και ρωτάει…)* Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε κι εδώ την επιμεριστική ιδιότητα;
Μ: Ναι.
Κ: Βεβαίως.
Μ: Βγάζοντας κοινό παράγοντα το α.
Κ: Βγάζοντας κοινό παράγοντα το α και μένει β+γ. Τι είχαμε παιδιά στο πρώτο μέρος της παράστασης; Πώς συνδέονταν οι όροι μας;
Μ: Πρόσθεση.

Κ: Με προσθέσεις. Και τι καταφέραμε να δημιουργήσουμε στο δεύτερο μέλος;
Μ: Πολλαπλασιασμό.
Κ: Πολλαπλασιασμό. Ή αλλιώς πώς το λέμε τον πολλαπλασιασμό;
Μ: Επιμεριστική.
Κ: Ή αλλιώς πώς το λέμε τον πολλαπλασιασμό;
Μ: Γινόμενο.
Κ: Γινόμενο. Άρα, λοιπόν, δημιουργήσαμε γινόμενο δύο παραγόντων στην προκειμένη περίπτωση. Ε, αυτή η διαδικασία που ακολουθήσαμε για να μετατρέψουμε μια παράσταση σε γινόμενο παραγόντων ονομάζεται παραγοντοποίηση. *(Σιγή…)* Για να δούμε κι άλλα παραδείγματα. *(Γράφει στον πίνακα την παράσταση:* $3x+6y$*)* Τι λέτε να κάνουμε εδώ; Έχουμε τη δυνατότητα να βγάλουμε κοινό παράγοντα όπως πριν;
Μ: Όχι, αλλάάάά… Δεν μπορούμε να κάνουμε το 6 γινόμενο; Και να βγάλουμε κοινό παράγοντα μετά το 3;
Κ: Άρα, λοιπόν γιατί να κάνουμε αυτό το έμμεσο που σκέφτηκες; Να το κάνουμε απευθείας. Έχουμε, λοιπόν, πράγματι, κοινό παράγοντα το 3 και μένει μέσα στην παρένθεση…
Μ: $x+2y$
Κ: $x+2y$. Πολύ σωστά. Μπορεί κάποιος βλέποντας…
Μ: Δεν το κατάλαβα.
Κ: Ορίστε;
Μ: Δεν το κατάλαβα.
Κ: Ωραία, θα το καταλάβεις μέσα μόλις ακούσετε το σχόλιο μου. Μπορεί κάποιος βλέποντας αυτά τα τρία παραδείγματα να μου πει τι βγάλαμε σε κάθε περίπτωση σαν κοινό παράγοντα;
Μ: Αυτό που περιέχεται και στους δύο…
Κ: Ένας αριθμός που περιέχεται μέσα σε έναν άλλο τι του είναι*; (καμία απάντηση)* Ή για σκεφτείτε το, αυτό το 3, ο αριθμός 3 ή αυτός ο αριθμός 2 τι έκανε τους άλλους δύο όρους; Τι τους ήτανε, λοιπόν, αυτό το 2;
Μ: Διαιρέτης.
Κ: Διαιρέτης. Πολύ σωστά. Διαιρούσε. Άρα, επομένως, λοιπόν, για να καταλάβεις γιατί βγάλαμε κοινό παράγοντα το 3, έπρεπε να διαπιστώσουμε ποιος είναι ο μέγιστος κοινός διαιρέτης αυτών των δύο προσθετέων *(δείχνει στον πίνακα το* $3x$ *και το* $6y$*).* Ποιος τους διαιρούσε. Κι εδώ δώσαμε αυτά τα δύο παραδείγματα για να έχουμε αριθμό, για να είναι πιο κατανοητό ποιος αριθμός τους διαιρεί. Στους αριθμούς σας είναι πιο προσιτό από ότι στα κλάσματα έτσι δεν είναι; Άρα, λοιπόν, βγάλαμε επίτηδες το 2 στη μια περίπτωση και το 3 στην άλλη και καταλάβαμε ότι αυτό που έμεινε μέσα τι ήταν; Τι ήταν αυτό που έμεινε μέσα; Το αποτέλεσμα από τη διαίρεση που κάναμε σε κάθε περίπτωση, έτσι; 2α διά 2 έμεινε… α, 2β διά 2 έμεινε β *(δείχνει στον πίνακα το β΄ μέλος της:* $2\alpha+2\beta=2(\alpha+\beta)$*).* Αυτό που μένει, λοιπόν, το γράφουμε στην παρένθεση. Το ίδιο κι εδώ *(δείχνει στον πίνακα την:* $3x+6y=3(x+2y)$*).* $3x$ διά 3 μας μένει μέσα το x, $6y$ διά 3 μένει μέσα…
Τάξη: $2y$
Κ: $2y$ Μπίλιουρα, κάνοντας, λοιπόν, νοητά τη διαίρεση. Για πάμε, λοιπόν, να δούμε κι εδώ *(δείχνει στον πίνακα την:* $\alpha\beta+\alpha\gamma=\alpha(\beta+\gamma)$*).* Εδώ βγάλαμε κοινό παράγοντα το α. Εσείς πιο εύκολα διαιρείτε αριθμό με αριθμό. Αλλά, τώρα, αν θέλουμε να διαιρέσουμε με το α τι θα κάνουμε; Παίρνοντας κοινό παράγοντα το α ή κάνοντας νοητά διαίρεση $\alpha\beta$ προς α τι θα μείνει μέσα;
Μ: β

Κ: Το β πολύ σωστά. Και $\alpha\gamma$ προς α θα σας μείνει το γ. Άρα στην ουσία έχουμε κάνει τη διαίρεση στο μυαλό μας και έχουμε βάλει μέσα στην παρένθεση αυτό που απομένει. Το καταλάβαμε όλοι; *(σβήνει τον πίνακα και σημειώνει ένα νέο παράδειγμα προς παραγοντοποίηση:* $2x^2y^3+4xy^2+8x^3y^3$) Λοιπόν… Τι θα κάνουμε; Με τη βοήθεια πάλι της επιμεριστικής, τι θα βγάλουμε κοινό παράγοντα;
Μ: Ε, θα βγάλουμε κοινό παράγοντα το 2 και διαιρώντας κάθε όρο αντίστοιχα…
Κ: Η Έλενα διαφωνεί, όμως, γιατί διαφωνείς Έλενα;
Μ: Γιατί μπορώ να βγάλω και το x.
Κ: Και το x, λες Έλενα;
Μ: Και το y.
Κ: Και το y.
Μ: Το y^2 *(η μαθήτρια διορθώνει τον εαυτό της)*
Κ: Το y^2 *(χαμογελάει)*. Λοιπόν, κάντε τη διαίρεση στο μυαλό σας και πέστε μου, λοιπόν, Τζόγια, τι θα απομείνει από τον πρώτο όρο, βγάζοντας κοινό παράγοντα το $2xy^2$;
Μ: xy
Κ: xy, πολύ σωστά. Συν…
Μ: 2 …
Κ: Ασ' τον να το τελειώσει *(ενν. τον Τζόγια)*
Μ (Τζόγιας): $2xy$
Κ: Πρόσεξε, τι πήρα;
Μ: Α, $2x$
Κ: Τι θα μείνει;
Μ: Τίποτα.
Κ: Συν 2, πολύ σωστά. Συν …
Μ: 4…
Κ: 4, για σκέψου το καλά…
Μ: x^2y.
Κ: x^2y. Λοιπόν, πάμε να δούμε, τώρα, τι σημαίνει μέγιστος κοινός διαιρέτης όπως τον παρουσιάσαμε εδώ; Κοιτάμε πρώτα απ' όλα τους συντελεστές και βλέπουμε, στους αριθμούς είναι εύκολο είπαμε προηγουμένως να εντοπίσουμε ποιος είναι ο μέγιστος κοινός διαιρέτης του 2, του 4 και του 8. Και είπατε όλοι ότι είναι το 2. Αυτό το καταλαβαίνουμε. Κοιτάμε μετά το κύριο μέρος των μονωνύμων και βγάζουμε σαν κοινό παράγοντα, τα κοινά γράμματα με τους μικρότερους εκθέτες που παρουσιάζονται στα διάφορα μονώνυμα μας. Δηλαδή έχουμε κοινό γράμμα το x σε όλα;
Τάξη: Ναι.
Κ: Ποιος είναι ο πιο μικρός εκθέτης του x στα τρία μονώνυμα που έχουμε; Ο πιο μικρός εκθέτης του x *(το επαναλαμβάνει για να καταλάβουν οι μαθητές την ερώτηση)*
Μ: Το 1.
Κ: Το 1. Έχουμε κοινό γράμμα το y; Κοινή μεταβλητή;
Μ: Ναι.
Κ: Ποιος είναι ο πιο μικρός εκθέτης;
Μ: Το 2.
Κ: Το 2. Άρα βγάλαμε κοινό παράγοντα το μέγιστο κοινό διαιρέτη 2, το x και το y^2. Όλο αυτό, λοιπόν, είναι κοινός μας παράγοντας και μετά νοητά κάνουμε διαίρεση… Πως διαιρούμε μονώνυμο με μονώνυμο; Όλοι το ξέρουμε…

Μ: Ε, διαιρούμε κανονικά το…
Μ (άλλος): Κάνουμε αφαίρεση των εκθετών.
Κ: Των εκθετών, πολύ σωστά. Άρα, λοιπόν, κάνοντας διαίρεση του μονωνύμου που είχαμε με το μονώνυμο που βγάλαμε σαν κοινό παράγοντα, θα γράψουμε τους αριθμούς που απομένουν μετά τη διαίρεση και τις μεταβλητές μας με εκθέτη τη διαφορά των εκθετών, είπαμε, αφαιρούμε τους εκθέτες απλά. Έτσι; Ωραία. Αυτή η διαδικασία που ακολουθήσαμε σε όλα τα παραδείγματα που δώσαμε, αναφέρουμε συνεχώς βγάζουμε κοινό παράγοντα. Άρα, λοιπόν, η πρώτη μεθοδολογία παραγοντοποίησης που λέγεται κοινός παράγοντας *(το σημειώνει στον πίνακα με τον αριθμό 1)*. Σωστά; Ωραία. Με αυτόν, λοιπόν, τον κοινό παράγοντα, θα ασχοληθούμε σήμερα, σαν αρχή της παραγοντοποίησης για να κατανοήσουμε τι σημαίνει παραγοντοποίηση πρώτα απ' όλα και τις άλλες μεθόδους θα τις κάνουμε στα επόμενα μαθήματα. *(Γράφει στον πίνακα άλλο παράδειγμα με μεγαλύτερο βαθμό δυσκολίας από τα προηγούμενα:* $(\alpha+\beta)^2-(\alpha+\beta)$*)* Είναι πιο δύσκολο από τα προηγούμενα; Για να δούμε… Τι έχουμε; Πόσους όρους έχουμε εδώ Τζόγια;
Μ: Τέσσερις.
Κ: Όρους.
Μ: Δυο.
Κ: Δυο. Επομένως, ποιος είναι ο κοινός παράγοντας σε αυτούς τους δύο όρους;
Μ (Τζόγιας): Το α
Μ: Το $\alpha+\beta$.
Κ: Η παρένθεση $\alpha+\beta$. Η τι έχουμε πει εμείς σαν παράδειγμα; Ότι είναι φυλακισμένο λειτουργεί μαζί. Δεν μπορούμε… Εκτός αν διώξουμε με επιμεριστική την παρένθεση και τα προσθέσουμε, τον ελευθερώσουμε. Άρα, λοιπόν, πάει μια ομάδα. Επομένως, κοινός παράγοντας το $\alpha+\beta$ και ανοίγω παρένθεση. Τι θα μείνει από τον πρώτο όρο; Γεωργία;
Μ: Ε, το 2. Όχι…
Κ: Το 2 στον αέρα… να πετάει αποκλείεται! Αγγελική;
Μ: $\alpha+\beta$
Κ: Θα μείνει πάλι $\alpha+\beta$. Και από τον άλλο όρο τι θα μείνει;
Μ: 1
Κ: -1, όμως το πρόσημο το γράφουμε. -1 και τελείωσε η παραγοντοποίηση μας ($(\alpha+\beta)^2-(\alpha+\beta)=(\alpha+\beta)\big((\alpha+\beta)-1\big)$). Μπέη νομίζω ότι δεν το κατάλαβες…
Μ: Το κατάλαβα.
Κ: Το κατάλαβες… Λοιπόν *(γράφει στον πίνακα καινούργιο παράδειγμα:* $\omega^3y^2-2\omega^2y^2$*)*, για πες μου Μπέη τι θα βγάλουμε εδώ κοινό παράγοντα;
Μ: y^2
Κ: y^2, ω καθόλου;
Μ: ω καθόλου γιατί έχει κανένα τέτοιο;
Κ: Τι είπες;
Μ: Δεν έχει…
Κ: Έχει και εδώ ω και εδώ *(δείχνει τους δύο όρους της παράστασης απορημένη…)* μόνο y^2;
Μ: Ναι, μόνο y^2 .
Κ: Η Ειρήνη, όμως, διαφωνεί. Για λέγε…
Μ: Και ω^2.

Κ: Έτσι μπράβο! Και ω^2. Και ανοίγουμε παρένθεση… Τι θα μείνει Μπέη από τον πρώτο όρο όταν θα διαιρέσεις με $\omega^2 y^2$;
Μ: ω
Κ: ω, πολύ σωστά. Παρακάτω…
Μ: Τον δεύτερο όρο;
Κ: Ναι.
Μ: -2
Κ: Πολύ ωραία *(στον πίνακα:* $\omega^3 y^2 - 2\omega^2 y^2 = \omega^2 y^2(\omega - 2)$*)*. Όλοι το καταλάβατε; Πάμε Νικολακόπουλε σε επόμενο… *(γράφει στον πίνακα καινούργιο παράδειγμα:* $\sqrt{2}x^2y - \sqrt{8}xy$*)*
Μ: Ε, x^2y…
Κ: Κοινό παράγοντα;
Μ: Α, όχι… $\sqrt{2}$…
Κ: $\sqrt{2}$… Πολύ σωστά κοινός παράγοντας… Γράμματα…
Μ: x
Κ: x
Μ: y
Κ: y και ανοίγουμε παρένθεση… Τι θα μείνει από το πρώτο;
Μ: Ε, x *(διστακτικά)*
Κ: x πλην *(συνεχίζει για να τον βοηθήσει…)*
Μ: $\sqrt{8}$
Κ: Πρόσεξε, το πήρες το $\sqrt{2}$.
Μ: 4
Κ: $\sqrt{4}$ που κάνει…
Μ: 2
Κ: Εντάξει; *(στον πίνακα:* $\sqrt{2}x^2y - \sqrt{8}xy = \sqrt{2}xy(x-2)$ *και προχωράει σε άλλο παράδειγμα:* $x^3y - 2x^2y^2 + xy^3$*)* Πάμε, Ειρήνη;
Μ: xy^2
Κ: Γιατί xy^2;
Μ: Α, xy σκέτο;
Κ: Έτσι… και μένει μέσα; *(σιγή)* Τι θα μείνει από τον πρώτο όρο παίρνοντας το xy;
Μ: Ε, x^2
Κ: x^2
Μ: $-2xy$…
Κ: Μπράβο… συν… πήραμε το xy…
Μ: Α, y^2.
Κ: *(στον πίνακα:* $x^3y - 2x^2y^2 + xy^3 = xy(x^2 - 2xy + y^2)$*)* Δημιουργήσαμε γινόμενο παραγόντων έτσι; Αγγελική είναι κάτι που σε ενοχλεί μέχρι στιγμής; Το βρίσκεις σωστό;
Μ: Ναι.
Κ: Έλενα; Βλέπεις κάτι που θα ήθελες να κάνεις ακόμα;
Μ: Δεν είναι εκεί μιαااα…
Κ: Έτσι μπράβο, αυτό εδώ *(δείχνει την παρένθεση* $(x^2 - 2xy + y^2)$ *)* κάτι σας λέει… τι είναι;

Μ: Ταυτότητα.
Κ: Είναι ταυτότητα Μπίλιουρα. Άρα έχουμε xy … και αυτό αναλύεται ακόμα καλύτερα…
Μ: $(x-y)^2$
Κ: Έτσι μπράβο. Ναι αλλά ξέρετε τι γίνεται; Κανείς δε με ρώτησε γιατί τα κάναμε όλα αυτά; Γιατί κάνουμε παραγοντοποίηση; Μια χαρά δεν ήταν στην αρχή το $2x+2y$; Γιατί δεν το αφήσαμε εκεί;
Μ: Μας βοηθάνε σε κάτι άλλο.
Κ: Α μπράβο, λογικά μας βοηθάνε, λέει, σε κάτι άλλο. Γιατί μια πρώτη σκέψη που μπορεί κανείς να κάνει είναι ότι ενώ έχω παράξενα εδώ, μια παράσταση παράξενη *(δείχνει τα πρώτα μέλη των παραδειγμάτων που είναι ακόμα γραμμένα στον πίνακα)* απλουστεύεται λιγάκι, έρχεται και γίνεται πιο νοικοκυρεμένη. Όμως, άραγε γιατί τα μαθαίνουμε όλα αυτά; Γιατί θα μας βοηθήσουμε να λύσουμε αργότερα κάποιες εξισώσεις που μέχρι τώρα δεν μπορούσαμε. Γιατί έχοντας δύο αγνώστους σε μια εξίσωση, δεν είχαμε λογικά τη δυνατότητα να τη λύσουμε. Όμως, με αυτόν τον τρόπο θα καταφέρουμε να βρούμε κάποιες διεξόδους σε κάποια βήματα που δεν μπορούσαμε πριν να τα κάνουμε. Δηλαδή αν είχαμε $4x^2+2x=0$ μια απλή εξίσωση, εσείς δεν ξέρετε να τη λύσετε. Ένα απλό παραδειγματάκι που…
Μ: Θα βγάλουμε κοινό παράγοντα…
Κ: Λοιπόν, πράγματι, πάρα πολύ ωραία, αν το μετατρέψουμε σε κοινό παράγοντα και προφανώς βιάστηκα είναι το $2x$ *(το έγραψε από μόνη της)* τι θα μείνει μέσα Δήμητρα;
Μ: $2x$ ανοίγουμε παρένθεση… ε, $(x+2x)$ όχι, 2, 2.
Κ: Ωραία. Και καταφέραμε να μετατρέψουμε μια αλγεβρική παράσταση σε ένα γινόμενο δύο παραγόντων και θέλουμε αυτό το γινόμενο Νικολακόπουλε να είναι μηδέν. Τι θα συμβεί σ' αυτή;
Μ: Τι θα συμβεί;
Κ: Πότε δύο αριθμοί πολλαπλασιάζονται και μας δίνουν αποτέλεσμα μηδέν;
Μ: Όταν…
Κ: Όταν… έλα… πολλαπλασίασε μου δύο αριθμούς που να σου δώσουν γινόμενο μηδέν…
Μ: $0\cdot 1$
Κ: Άλλο παράδειγμα.
Μ: $0\cdot 2$
Μ: $25\cdot 0$
Κ: Δηλαδή $0\cdot 1$, $0\cdot 2$, $25\cdot 0$ άρα, λοιπόν, τι μου λένε συνέχεια; Βάζετε πάντα στη θέση του ενός το μηδέν. Γιατί εμείς ξέρουμε πολύ σωστά ότι μόνο αν έχουμε $\alpha\cdot\beta=0$ πώς το λύνουμε αυτό; Τι λέμε υποχρεωτικά; Έλα, Μπίλιουρα… ένα γινόμενο είναι ίσο με το μηδέν πότε μας λέει;
Μ: Όταν ή το α ή το β είναι μηδέν.
Κ: Ή το α θα είναι μηδέν ή το β θα είναι μηδέν. Ε, αυτό, λοιπόν, εδώ θα μας βοηθήσει ώστε να λύσουμε τέτοιας μορφής εξίσωση που την έχουμε μετατρέψει σε γινόμενο παραγόντων. *(Επιστρέφει στο παράδειγμα…)* Ή, λοιπόν, το $2x$ θα είναι μηδέν ή το $x+2$ θα είναι μηδέν, ώστε να έχουμε το γινόμενο μας. Φυσικά, έχοντας το $2x$ ίσο με το μηδέν, τι εννοείται Μπέη; Ποιος πρέπει να είναι μηδέν;
Μ: Το x.
Κ: Το x μας πρέπει να είναι μηδέν, μια λύση της εξίσωσης μας ή για να είναι το $x+2$ ίσο με το μηδέν, τι πρέπει να συμβαίνει;
Μ: Να είναι αντίθετο από το 2, οπότε -2.

Κ: $x=-2$. Λύνουμε μια απλή πρωτοβάθμια εξίσωση. Αυτό, λοιπόν, δεν θα ασχοληθούμε τώρα με αυτό. Απλά ήθελα να σας δώσω να καταλάβετε γιατί μπήκαμε σ' αυτή τη διαδικασία. Πάμε, λοιπόν, να κάνουμε κι άλλες παραγοντοποιήσεις, με όλα αυτά που είπαμε σήμερα. *(Γράφει στον πίνακα καινούργιο παράδειγμα:* $3\omega(x+y)-2x-2y$*)* Τι λέτε να κάνουμε; Ποιος βλέπει κάτι; *(σιγή)* Δημήτρη, τι σκέφτεσαι; *(σιγή)* Νάσια;

Μ: Ε, τα $2x-2y$ μπορούμε να βγάλουμε από εκεί κοινό παράγοντα…

Κ: Άρα, λοιπόν, μου προτείνεις αυτό να μην το πειράξω καθόλου *(εννοεί τον όρο* $3\omega(x+y)$*)* και να κάνω εδώ *(δείχνει το* $2x-2y$*)* δουλίτσα. Άρα $3\omega(x+y)$…

Μ (άλλο παιδί): Κυρία, μπορούμε να κάνουμε…

Κ: Περίμενε… *(απευθύνεται πάλι στην κοπέλα που έλεγε για το* $2x-2y$*)* κι εδώ μου προτείνεις;

Μ: $-2(x-y)$

Κ: Και τώρα τι θα κάνω που δεν έχω ίδιο να βγάλω κοινό παράγοντα; Γεωργία;

Μ: Ε, είναι ταυτότητα, έχουμε μια ταυτότητα;

Κ: … *(δείχνει με ένα βλέμμα ότι αυτό που άκουσε είναι λάθος)* Έλενα, τι βλέπεις και φωνάζεις;

Μ: Εγώ θα έλεγα να βγάζαμε κοινό παράγοντα το $2xy$.

Κ: Που να το βρούμε; Έχουνε xy οι όροι σου; Αγγελική;

Μ: Μήπως το $x+y$

Κ: Μήπως, εδώ βγάζοντας το -2 έμεινε + ;

Μ: Α, ναι!

Κ: Αυτό θέλατε να πείτε, μήπως; Λοιπόν, άρα τώρα τι κοινό παράγοντα έχω Μπίλιουρα;

Μ: Τι Κοινό παράγοντα έχουμε; Ε, xy

Κ: Ξαναπές το καλά, ξαναπές το, δεν το άκουσα καλά.

Μ: xy

Κ: xy που το βλέπεις; Έχουμε πουθενά γινόμενο xy;

Μ: Όχι.

Κ: Άρα τι έχουμε; Τι είναι αυτό που είναι κοινό και στους δύο όρους; Νικολούδης; x;

Μ (άλλος): $x+y$

Κ: Η παρένθεση $x+y$.

Μ (Μπίλιουρας): Αααα, εντάξει μωρέ σιγά…

Κ: Και ανοίγουμε παρένθεση, Μπίλιουρα, και τι μένει από τον πρώτο όρο;

Μ (Μπίλιουρας): Εεεε, περιμένετε, μένει $x+y$ πάλι…

Τάξη: *(γέλια)* α, καλά.

Κ: Ο πρώτος όρος είναι αυτός (*του δείχνει στον πίνακα τον όρο* $3\omega(x+y)$*)* και πήρες και έβγαλες απ' έξω το $x+y$, κάνε νοητά διαίρεση, τον όρο που είχες με τον όρο που πήρες κοινό παράγοντα… Τι θα σου μείνει;

$$3\omega(x+y)-2x-2y=$$
$$3\omega(x+y)-2(x+y)=(x+y)(\ldots\ldots)$$

Ή μάλλον θες να στο πω ακόμα πιο απλά; Τι θα βάλω εδώ *(βλ. σχήμα)* ώστε κάνοντας επιμεριστική να μου δώσει τούτο; Νικολούδη, το να του εξηγήσεις οτιδήποτε δεν είναι σωστό. Λέγε Μπίλιουρα… Το μπερδεύεις χειρότερα…

Μ (Μπίλιουρας): 3ω

Κ: Τώρα το λες επειδή σου το είπε ο Νικολούδης ή επειδή το σκέφτηκες;

Μ (Μπίλιουρας): Το σκέφτηκα.

Κ: Λοιπόν, 3ω, και μετά;
Μ (άλλος): -2
Κ: -2. *(στον πίνακα:* $3\omega(x+y)-2x-2y=3\omega(x+y)-2(x+y)=(x+y)(3\omega-2)$*)*
Έχω την εντύπωση ότι κάνουμε μια σχετική φασαρία που δεν επιτρέπεται, όμως…
Μ (Μπίλιουρας): Εσείς φταίτε κυρία… Νικολούδη, μη μου ξαναπείς τίποτα. Πρόσεξε!
Κ: *(Προχωράει σε επόμενο παράδειγμα:* $(2\alpha-3\beta)(x-y)-(3\alpha+2\beta)(y-x)$*)* Πάμε… Κοινό παράγοντα έχουμε;
Μ: $x-y$
Κ: $x-y$. Βλέπεις παντού να υπάρχει… Πόσους όρους έχουμε εδώ στην παράσταση μας;
Μ: Δύο
Κ: Δύο. Έχουν και οι δύο κοινό παράγοντα το $x-y$; Νικολούδη; Ε… *(μπερδεύτηκε)* Νικολακόπουλε; Έχουμε και στους δύο όρους μας τον όρο $x-y$;
Μ: Όχι
Κ: Όχι. Τι μας χαλάει Μπίλιουρα;
Μ (Μπίλιουρας): Το ένα είναι $x-y$ και το άλλο $y-x$.
Κ: Ωραία. Τι σχέση έχουν αυτοί οι δύο μεταξύ τους, ξέρετε; … Δεν μπορεί…
Μ: Είναι αντίθετοι.
Κ: Είναι αντίθετοι. Πώς μπορούμε να τους φτιάξουμε ίδιους; Πώς θα μετατρέψει τον $y-x$ σε $x-y$;
Μ: Ένα μείον μπροστά.
Κ: Ένα μείον μπροστά, λοιπόν, να κλέψουμε από μπροστά και θα γίνει *(γράφει στον πίνακα…)* $(2\alpha-3\beta)(x-y)-(3\alpha+2\beta)(y-x)=(2\alpha-3\beta)(x-y)$.... πράγματι αν βουτήξουμε αυτό το πλην θα γίνει συν $+(2\alpha+3\beta)$... αυτό δεν το πειράζουμε καθόλου και ενσωματώνουμε αυτό το πλην εδώ. Θα γίνει $-y+x$ άρα τελικά είναι $x-y$ *(στον πίνακα:* $(2\alpha-3\beta)(x-y)-(3\alpha+2\beta)(y-x)=(2\alpha-3\beta)(x-y)+(3\alpha+2\beta)(x-y)$*)*. Το καταλάβαμε όλοι; Ή να το πούμε απλά. Θέλουμε να αλλάξουμε σε μια διαφορά τη σειρά των όρων; Κλέβουμε, λοιπόν, ένα πλην από εδώ, γιατί εδώ μπορεί να είχαμε συν, θα το βάζαμε πλην στο τέλος, του κλέβουμε, λοιπόν, ένα πλην και του αλλάζουμε τους όρους στη διαφορά μας. Έτσι;
Μ: Δεν θα έπρεπε όμως να αλλάξει και το πρόσημο της πρώτης παρένθεσης;
Κ: Εδώ μέσα; *(δείχνει την* $(3\alpha+2\beta)$*)* Γιατί μετά αν βάζαμε ένα πλην εδώ μέσα κι ένα πλην εδώ μέσα *(δείχνει την* $(y-x)$*)* πλην επί πλην κάνει συν άρα στην ουσία δεν κάναμε καμία αλλαγή. Λοιπόν, Τζόγια, γιατί μιλάμε; Πάμε, τώρα, ναι δημιουργήθηκε κοινός παράγοντας το $(x-y)$ και ανοίγουμε παρένθεση και έχουμε από τον πρώτο όρο $2\alpha-3\beta$, συμφωνείς Δημήτρη; Γιατί δεν πρόσεχες; $2\alpha-3\beta$ και συνεχίζω… συν $3\alpha+2\beta$ ίσον (βλ. σχήμα) τελείωσα; Ολοκληρώθηκε η παραγοντοποίηση μου Τζόγια; Αφροδίτη;

$$(2\alpha-3\beta)(x-y)-(3\alpha+2\beta)(y-x)=$$
$$(2\alpha-3\beta)(x-y)+(3\alpha+2\beta)(x-y)=$$
$$(x-y)(2\alpha-3\beta+3\alpha+2\beta)=$$
$$(x-y)(5\alpha-\beta)$$

Μ: Ναι.
Κ: Δεν έχω τίποτα έτσι ακόμα να κάνω; Να μαγειρέψω λίγο ένα ανακάτεμα ακόμα; Μέσα σ' αυτήν την παρένθεση *(δείχνει την* $(2\alpha-3\beta+3\alpha+2\beta)$*)* μήπως έχω λίγη

δουλίτσα ακόμα; Όχι… Άρα για να το απλουστέψουμε πιο σωστά πρέπει να πούμε… $2\alpha + 3\alpha$, Δημήτρη;
Μ: 5α
Κ: 5α, λοιπόν, και… $-\beta$. Τώρα μπορώ να πω ότι έκανα αυτό που έπρεπε να κάνω. Εντάξει; Το καταλάβαμε; Πάμε λιγάκι τώρα, δεν ξέρω πόσο χρόνο έχουμε…
Μ: Δέκα λεπτά.
Κ: Ωραία, πάμε να δούμε το βιβλίο τι μας ζητάει πάνω σ' αυτά. Α, έχει ένα παράδειγμα το βιβλίο, τώρα το είδα, έχουμε δύο κύκλους. Το εμβαδόν του ενός κύκλου είναι πR^2 και το εμβαδόν του άλλου κύκλου είναι $\pi\rho^2$ [69]. Μπορούμε να απλουστεύσουμε, πριν αντικαταστήσουμε και κάνουμε πολλούς πολλαπλασιασμούς, κτλ μπορούμε να το απλουστεύσουμε λίγο αυτό; Να μην χρειαστεί να κάνουμε το 3,14 επί αυτό και 3,14 επί τούτο; Τι λέτε εδώ; Μήπως μας βοηθάει η παραγοντοποίηση τελικά; Πες μου Τζόγια…
Μ: π…
Κ: Τι είναι το π; Πως το ονομάζουμε;
Μ: Κοινός παράγοντας.
Κ: Είναι κοινός παράγοντας, λοιπόν, και ανοίγουμε παρένθεση…
Μ: $R2$… πλην …
Κ: R^2 *(τον διορθώνει)* πλην ρ^2. Άρα, λοιπόν, με αυτόν τον τρόπο κατάφερα και μείωσα τους δύο πολλαπλασιασμούς που είχα εδώ, τους μετέτρεψα καταρχήν σε ένα. Αργότερα θα δείτε ότι αυτό απλουστεύεται ακόμα περισσότερο *(δείχνει τη διαφορά τετραγώνων:* $R^2 - \rho^2$*)*. Αλλά δεν είναι του παρόντος, έτσι; Στα επόμενα μαθήματα θα δούμε ότι αυτό συνεχίζει. Μήπως σας θυμίζει κάτι αυτό, κάποια ταυτότητα;
Μ: Ναι.
Κ: Έτσι. Ποια;
Μ: Ναι, τη διαφορά τετραγώνων.
Κ: Έτσι μπράβο! Άρα, λοιπόν, επειδή έχουμε συνέχεια, θα δουλέψουμε όλα αυτά, θα τα δούμε στην πορεία. Πάμε στις Ερωτήσεις Κατανόησης[70] και ρωτάει στο πρώτο παράδειγμα, στην πρώτη ερώτηση: *"Ποιες από τις παρακάτω παραστάσεις είναι γινόμενο παραγόντων:"* σελίδα 59, Νικολακόπουλε…
Μ (Νικολακόπουλος): Τον Μπέη…
Κ: Α, Μπέη…
Μ (Μπέης): Ναι.
Κ: Για πες μου το πρώτο… Τι είναι; Τι ρωτάει και τι απαντάς; (α) $2(x-y)(x+y)$)
Μ (Μπέης): Να σκεφτώ.
Κ: Βεβαίως, Μάνο ετοιμάσου, γιατί θα ρωτήσω εσένα μετά δε χαζεύουμε… Λέγε Μπέη.
Μ (Μπέης): Είναι.
Κ: Είναι γινόμενο παραγόντων. Μάνο, το επόμενο, το β (β) $2+(x-y)(x+y)$). Ρωτάει είναι γινόμενο παραγόντων;
Μ: Όχι.
Κ: Νικολούδη το επόμενο, το γ.

---

[69] Πρόκειται για την 2η Δραστηριότητα του σχολικού βιβλίου στη σελίδα 53, την οποία, όμως, η εκπαιδευτικός δεν παρουσίασε σύμφωνα με την εκφώνηση του βιβλίου. Απλώς, πρότεινε σαν ένα ακόμη παράδειγμα τον τύπο: $\pi R^2 - \pi\rho^2$.

[70] Δημήτριος Αργυράκης, Παναγιώτης Βουργανάς, Κωνσταντίνος Μέντης, Σταματούλα Τσικοπούλου, Μιχαήλ Χρυσοβέργης, "ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ", Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα 2007, σελίδα 59.

Μ: Δεν είναι.
Κ: Δεν είναι… Τι λέει; Μπίλιουρα τι λες εσύ για το γ (γ) $4(\alpha-\beta)^2$);
Μ: Εγώ λέω ότι είναι.
Κ: Εσύ λες ότι είναι. Νέστορα;
Μ: Είναι.
Κ: Είναι και βέβαία και ο Νικολογιάννης το ίδιο λέει. Είναι γινόμενο παραγόντων Νικολούδη… δ (δ) $4+(\alpha-\beta)^2$) Μάνο;
Μ: Ε…
Κ: Αναστασία;
Μ: Δεν είναι.
Κ: Δεν είναι. Εμ, δεν μπορώ να περιμένω και πολύ. Το ε (ε) $(x+2y)x-y$) ; Ε, Σαντού; …Μπίλιουρα τι λες;
Μ (Μπίλιουρας): Δεν είναι.
Κ: Ειρήνη τι λες; … Ε, Δήμητρα;
Μ (Ειρήνη): Είναι.
Μ (Δήμητρα): Δεν είναι.
Κ: Τι θα έπρεπε να έχει Δήμητρα για να είναι;
Μ (Δήμητρα): Τι θα έπρεπε να έχει για να είναι; Παρένθεση;
Κ: Μια παρένθεση. Λοιπόν, πάμε παρακάτω. Ειρήνη το στ (στ) $(x+2y)(x-y)$) ;
Μ: Είναι.
Κ: Έλενα το ζ (ζ) $(\alpha+\beta)(\alpha+3\beta)$) ;
Μ: Είναι.
Κ: Γεωργία… (εννοεί το η) $(\alpha+\beta)(\alpha+3\beta)+1$)
Μ: Δεν είναι.
Κ: Δεν είναι. Πάμε παρακάτω στην Ερώτηση Κατανόησης 2. Σαντού; α) $8x+16=8(.....)$;
Μ: Ε, $x+2$.
Κ: Μπράβο. Πάμε παρακάτω στο β) Νικολακόπουλος; $3\alpha y-y^2=y(.....)$ εδώ σε βοηθάει, στο έχει έτοιμο…
Μ: Ίσον.
Κ: Ίσον; *(γέλια)* y επί παρένθεση…
Μ: Α, εκεί είμαστε;
Κ: Εκεί είσαι, ναι.
Μ: 3α
Κ: 3α ναι.
Μ: -1
Κ: $-y$. Παίρνοντας το y το έξω κοινό παράγοντα, είχαμε y^2, θα μείνει y, λοιπόν. Πάμε παρακάτω, στο γ (γ) $6x^2+12x=.....(x+2)$) Νικολογιάννης, τι θα βγάλουμε κοινό παράγοντα;
Μ: $6x$
Κ: $6x$, μπράβο και μένει μέσα $x+2$. Πάμε στο επόμενο (δ) $-4x^2+8x=-4x(.....)$), ποιον δεν έχουμε… Παπαδόγιαννη; Έχει βγάλει κοινό παράγοντα το $-4x$, τι θα βάλει μέσα στην παρένθεση;
Μ: x συν.
Κ: x, πρόσεξε λίγο εδώ.
Μ: x συν;

Κ: Αν βάλεις συν μες την παρένθεση και πλην που έχεις έξω, τι θα σου έβγαινε το $8x$; Σε μπέρδεψα; Ωραία. Είπες $x+$ πόσο; Δύο; Μπράβο. Γράψε το $x+2$ στο βιβλίο σου και κάνε νοητά την πράξη που σε ρώτησα. $-4x$ που είναι απ' έξω επί $+2$ που έχεις μέσα; Τι θα σου δώσει; Πλην επί συν;

Μ: … Πλην.

Κ: $-8x$, εσύ τι είχες, όμως, μπροστά στο πρώτο μέλος; … Στο $8x$ *(εννοεί:* $-4x^2+8x$ *)* Είχες συν δεν είχες; Άρα τι έπρεπε να βάλεις μέσα; Λοιπόν, καμιά φορά προφορικά δεν γίνονται όλα σωστά… Σου βγάζει κοινό παράγοντα το $-4x$ και μου λες στο πρώτο θα βάλω x και εδώ μου λες θα βάλω $+2$ *(γράφει στον πίνακα:* $-4x^2+8x=-4x(x+2)$ *)* και σε ρωτάω: πλην επί συν; Τι θα μου δώσει;

Μ: Πλην.

Κ: Άρα εδώ έπρεπε να έχω *(δείχνει ξανά το πρώτο μέλος)* $-8x$. Επομένως, είναι λάθος. Τι έπρεπε να γράψω, λοιπόν, εδώ;

Μ: Πλην.

Κ: -2. Άρα, λοιπόν, πλην επί πλην να μου δώσει το συν που είχα. Έτσι; Ωραία. Ειρήνη παρακάτω (ε) $\sqrt{2}x+\sqrt{2}=\sqrt{2}(.....)$)

Μ: Ε, $x+1$.

Κ: Που είμαστε; Α, έχει βγάλει το $\sqrt{2}$ απ' έξω και έμεινε $x+1$, λοιπόν, και τελευταίο; (στ) $(x-1)^2-(x-1)=(x-1)(.....)$) Ποιος θα μιλήσει; Έλα Πάλα

Μ: Ε, είναι $...(x-1-1)$ άρα $x-2$.

Κ: Α, έχει βγάλει κοινό παράγοντα το $(x-1)$ και μένει από τον πρώτο όρο $x-1$, -1 πάλι άρα λοιπόν τελικά $x-2$. Πολύ σωστά. Α, και μια ωραία ερώτηση τώρα η 3: *"Ποια είναι η σωστή απάντηση"* στο συγκεκριμένο πολυώνυμο; Έχει κάνει παραγοντοποίηση, βέβαια, λογικά δεν είναι του παρόντος, νομίζω ότι δεν είναι στο μάθημα μας αυτό, οπότε αφήστε το καλύτερα γιατί θα μας δυσκολέψει. Πάμε στην… φεύγουμε από τις ερωτήσεις κατανόησης και πάμε στις ασκήσεις μας, οι οποίες κάποιες μπορούν να απαντηθούν και προφορικά. Απ' την άσκηση 1[71], Μπέη το πρώτο (α) $3\alpha+6\beta$) Τι κοινό παράγοντα έχει;

Μ: Βγάζουμε κοινό παράγοντα το 3.

Κ: Το 3 και μένει μέσα;

Μ: $\alpha+2\beta$

Κ: Μπράβο. Πάμε το επόμενο (β) $2x-8$), ποιος θα μου το πει προφορικά; Νικολούδης

Μ: $2(x-4)$

Κ: Πολύ ωραία. Πάμε στο επόμενο (γ) $8\omega^2+6\omega$). Τα γράφουμε εμείς με το μολυβάκι μας έχουμε πει έτσι; Λοιπόν…

Μ (Τζόγιας): Τι είπε;

Κ: Τζόγιας; Είπε $2(x-4)$. Πάμε στο επόμενο στο γ. Τι θα βγάλουμε εδώ κοινό παράγοντα Νέστορα;

Μ: Ε, το 2.

Κ: Το 2 μόνο;

Μ: Το 2ω.

Κ: Το 2ω και θα μείνει μέσα;

Μ: $4\omega+3$

[71] Άσκηση 1 (σελίδα 60 του σχολικού βιβλίου) : Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις…

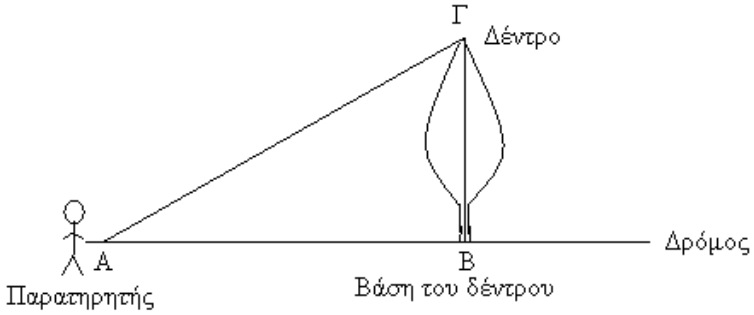
Κ: Πολύ ωραία. Ποιος θα μου πει το επόμενο το δ (δ) $-9x^2-6x$), Παπαδόγιαννη, έλα;
Μ: Ε, μείον… όχι.
Κ: Ηρέμησε, από τους αριθμούς το -9 και το -6 που έχεις, ποιος τους διαιρεί και τους δύο;
Μ: Το 3.
Κ: Άρα, λοιπόν, τι σε συμφέρει να βγάλεις το $+3$ ή το -3;
Μ: *(σιγή)*
Κ: Σαν πρόσημο τι σε συμφέρει να βγάλεις κοινό παράγοντα;
Μ: Το +
Κ: Το $+3$ *(ρωτάει κι άλλους)*;
Μ (άλλος): Το -3.
Κ: Το -3, αφού είναι κοινό το πλην και στα δύο να φεύγει από τη μέση, να προστεθεί πιο καλά. -3, λοιπόν, μόνο το 3 έχουμε να βγάλουμε κοινό παράγοντα; Ή έχουμε και κάποιο γράμμα; Κάποια μεταβλητή;
Μ: Το x.
Κ: Έτσι, άρα $-3x$. Πες μου, λοιπόν, τι θα μείνει μέσα, ώστε να σου… είχες πριν $-9x^2$; Έβγαλες το -3 απ' έξω, τι θα γράψεις μέσα;
Μ: $3x$;
Κ: $3x$, πολύ σωστά και παρακάτω; Απ' τον επόμενο όρο τι θα μείνει;
Μ: 2
Κ: $+2$, πάρα πολύ ωραία. Ευχαριστούμε τη συνάδελφο που παρακολούθησε κι ευχαριστώ κι εσάς αλλά θέλω να πούμε το εξής: το μάθημα έτσι γίνεται πάντα, δεν έγινε τόσο ήσυχα επειδή ήταν η συνάδελφος εδώ, εντάξει κανα δυό παρατηρήσεις παραπάνω μπορεί να τις είπαμε Μπίλιουρα, αλλά εντάξει… Λοιπόν, ασκησούλες για το σπίτι: Είναι η 2, η 3… η 2 και η 3, δεν έχουμε άλλη…

1.1.3 3η Βιντεοσκόπηση

3ος Εκπαιδευτικός – Β΄ Γυμνασίου: Εισαγωγή στην Εφαπτομένη Γωνίας

Το μάθημα ξεκινά με την εισαγωγή στην έννοια της εφαπτομένης γωνίας.

Κ: Μέχρι τώρα στη Γεωμετρία, τι κάναμε; Ναταλία;
Μ: Ε, εμβαδά και το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
Κ: Μπράβο! Το Πυθαγόρειο Θεώρημα, σε τι αναφέρεται, Γιώργο;
Μ: Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο.
Κ: Ωραία. Τι συνδέει;
Μ: Να το πω;
Κ: Πριν μου το πεις, τι συνδέει τον τύπο του ορθογώνιου τριγώνου, με τι;
Μ: Τις πλευρές
Κ: Τις πλευρές. Έχει μεγάλη σημασία αυτό που σας λέω. Πες το Γιώργο το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
Μ: Λοιπόν, σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το τετράγωνο της υποτείνουσας ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών.
Κ: Θέλω, τώρα, να μου πείτε το εξής: ποιο τρίγωνο λέγεται… Υποτίθεται ότι ξέρουμε το ορθογώνιο τρίγωνο, εγώ το ξέχασα! Μπορείτε να μου υπενθυμίσετε ποιο τρίγωνο λέμε ορθογώνιο; Δέσποινα;
Μ: Αυτό που έχει γωνία 90°.
Κ: Μια γωνία, έτσι; Οι άλλες δύο γωνίες, τι είδους γωνίες θα είναι;
Μ: Οξείες.
Κ: Οξείες. Και οι τρεις γωνίες ενός τριγώνου, τι άθροισμα έχουν; Αλκαίο;
Μ: 180°
Κ: Ωραία. Τώρα, πάω σε μια δεύτερη ερώτηση: Όταν μου δώσουν ένα τρίγωνο και το βλέπω και με ρωτούν ποια είναι τα κύρια στοιχεία ενός τριγώνου, τι θα απαντήσω; Αδριανέ;
Μ: Έχει τρεις πλευρές, τρεις γωνίες…
Κ: Στοπ. Άρα, λοιπόν, εδώ θα ξεκινήσω *(γράφει στον πίνακα)*: Κύρια στοιχεία τριγώνου: 3 γωνίες, 3 πλευρές. Εκτός του ότι στο πυθαγόρειο θεώρημα δείχνει σχέση μόνο μεταξύ πλευρών, στο καινούργιο κομμάτι που θα πάμε, που θα είναι πάλι ορθογώνια τρίγωνα, θα είναι μετρικές σχέσεις μεταξύ πλευρών και γωνιών ορθογωνίου τριγώνου. Θα μου πει κάποιος, καλά, πώς ξαφνικά αρχίσαμε να συνδέουμε πλευρές και γωνίες ορθογωνίου τριγώνου; Παιδιά, κάθε κομμάτι εξέλιξης δεν προέρχεται έτσι επειδή εμείς θέλουμε να το ανακαλύψουμε αλλά από ανάγκη. Πρακτικά, είναι το έδαφος *(ζωγραφίζει στον πίνακα μια γραμμή)*, και βρίσκεται κάπου ένας άνθρωπος στο σημείο Α και βρίσκεται μπροστά του ένα δέντρο *(βλ. σχήμα)* και τον ρωτάει κάποιος: *"Μπορείς να υπολογίσεις το ύψος του δέντρου;"* Εσείς τι θα λέγατε; Να ακούσω τις παρατηρήσεις σας, είναι απλό παράδειγμα. Πείτε ότι εδώ δεν είναι δέντρο, είναι ένα σπίτι *(δείχνει στον πίνακα το δέντρο που έχει ζωγραφίσει)*, μια οικοδομή, πείτε ότι δεν είναι οικοδομή, είναι οι πυραμίδες της Αιγύπτου πείτε ένα βουνό. Τι θα κάνουμε;



Μ: Θα εφαρμόσουμε Πυθαγόρειο Θεώρημα.
Κ: Γιωργάκη να ακούσω την πρόταση σου *(άκουσε μια καλή πρόταση και του δίνει το λόγο να συνεχίσει τη σκέψη του)*
Μ: Θα εφαρμόσω το Πυθαγόρειο Θεώρημα…
Κ: Δεν βλέπω κανένα ορθογώνιο τρίγωνο.
Μ: Άμα τραβήξουμε τη γραμμή; *(Το παιδί δείχνει με το χέρι του μια νοητή γραμμή που συνδέει την κορυφή του δέντρου με τον άνθρωπο στη θέση Α).*
Κ: Α, μπράβο. Ακούστε παιδιά τι είπε ο συμμαθητής σας. Να το πω εγώ πιο εύκολα; Από εδώ που είναι ο παρατηρητής *(δείχνει το σημείο Α)*, βλέπει τη βάση του δέντρου *(δείχνει το σημείο Β)*, άρα υπάρχει μια γραμμή. Αυτή είναι στο έδαφος, μπορούμε να τη μετρήσουμε έτσι δεν είναι; Από εδώ μέχρι εκεί μπορώ να το μετρήσω, παίρνω το μέτρο και το μετράω. Αλλά φεύγει πάλι και βλέπει και την κορυφή της γωνίας, το Γ *(δείχνει το σημείο Γ, φέρνει και τη ΒΓ και σκιαγραφεί το τρίγωνο ΑΒΓ ώστε να το δουν τα παιδιά καθαρά)*. Από εδώ, εδώ δεν είναι ο παρατηρητής;
Τάξη: Ναι.
Κ: Τι έφτιαξα;
Τάξη: Ορθογώνιο.
Κ: Μπράβο. Αυτό που μου είπε ο Γιώργος, προ ολίγου. Από αυτά… Μου είπατε προ ολίγου ότι το τρίγωνο έχει 3 γωνίες και 3 πλευρές κι εγώ από αυτά ξέρω αυτή τη γωνία που είναι ορθή *(δείχνει τη γωνία Β)* και μπορώ να μετρήσω κι αυτό που είναι στο έδαφος *(δείχνει την ΑΒ)*. Τίποτα άλλο δεν ξέρω. Μπορώ να μετρήσω κι αυτό; *(δείχνει την ΑΓ)* Αν μετρούσα αυτό *(την ΑΓ)* μπορούσα κάλλιστα να μετρήσω κι αυτό *(τη ΒΓ)* το ύψος και δε θα χρειαζόταν να κάνω όλη αυτή την ιστορία. Υπάρχουν ειδικά όργανα που μετράνε αυτήν εδώ τη γωνία *(δείχνει τη γωνία* $\Gamma\hat{A}B$*)*, εδώ που κάθεται ο παρατηρητής μας. Αυτή η γωνία, τι είδους γωνία είναι;
Τάξη: Οξεία.
Κ: Οξεία. Και βρίσκεται σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο, έτσι; Ακούστε, τώρα, Τάσο μου, τι έχουμε σ' αυτό το ορθογώνιο τρίγωνο. Γνωρίζω μια πλευρά και μια οξεία γωνία. Ε, στην τριγωνομετρία, είναι το κομμάτι των μαθηματικών που ασχολείται με τις μετρήσεις τριγώνων, μπορούμε σε συνδυασμό να βρίσκουμε και τα υπόλοιπα στοιχεία. Πως και γιατί; Να σας ρωτήσω κάτι; Ξέρετε τι πράξη παριστά το κλάσμα; Αμαρίτου;
Μ: Διαίρεση.
Κ: Διαίρεση *(γράφει στον πίνακα το λόγο* $\frac{AB}{A\Gamma}$*)*. Ξέρετε τι είναι αυτό που έχω γράψει στον πίνακα; Ποιος θα μου το διαβάσει; Αλκαίο;
Μ: ΑΒ δια ΑΓ.
Κ: Μπράβο. Μπορούμε… Το ΑΒ παριστάνει ευθύγραμμο τμήμα, σωστά; Διαιρούμε ευθύγραμμα τμήματα; Μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε ή να διαιρέσουμε ευθύγραμμα τμήματα; … *(σιγή)* Καταλάβατε τι είπα; Πρακτικά…*(παίρνει ένα μολύβι κι ένα στυλό)* Είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα *(δείχνει το μολύβι)*; Είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα *(δείχνει το στυλό)*;
Τάξη: Ναι.
Κ: Δύο *(εννοεί ευθύγραμμα τμήματα)*. Αυτά μπορώ να τα προσθέσω; *(Βάζει το ένα μπροστά απ' το άλλο)* Μπορώ να τα αφαιρέσω;
Τάξη: Ναι.
Κ: Έχω δύο ευθύγραμμα τμήματα. Να τα προσθέσω και να τα αφαιρέσω μπορώ. Μπορώ αυτά να τα πολλαπλασιάσω μεταξύ τους;
Τάξη: Όχι.
Κ: Μπράβο σας. Αν, όμως, μου πουν πάρε αυτό το ευθύγραμμο τμήμα και πολλαπλασίασε το με έναν φυσικό αριθμό ή με έναν δεκαδικό αριθμό, μπορώ να το

κάνω. Να μου πουν 2 φορές αυτό το στυλό, μια και μια δύο *(βάζει το στυλό στο θρανίο και το κάνει επί δύο)*. Το βλέπετε; Μπορούν να μου πουν 2,5 φορές αυτό το στυλό. Ένα, δύο και μισό *(πάλι βάζει το στυλό στο θρανίο και δείχνει την πρόσθεση)*. Άρα, λοιπόν, ένα ευθύγραμμο τμήμα με έναν αριθμό, το πολλαπλασιάζω. Τώρα, εγώ έχω αυτό το ευθύγραμμο τμήμα. Τώρα, έχω αυτό το ευθύγραμμο τμήμα. Μπορώ να το διαιρέσω με άλλο ευθύγραμμο τμήμα;
Τάξη: Όχι.
Κ: Άρα εδώ μου είπατε ότι παριστά διαίρεση. Δεν διαιρούνται ευθύγραμμα τμήματα. Εδώ δεν παίρνω ευθύγραμμα τμήματα *(δείχνει το λόγο* $\frac{\text{ΑΒ}}{\text{ΑΓ}}$*)* εννοείται ότι παίρνω τα μέτρα τους. Το καταλαβαίνετε αυτό; Και αυτό το λέμε ΑΒ, το διαβάζουμε, προς ΑΓ. Θυμόσαστε πέρυσι που λέγαμε το λόγο; Το κλάσμα, η διαίρεση, ο λόγος; Είναι το ίδιο πράγμα. . Το καταλαβαίνετε αυτό; Θέλω, λοιπόν, εδώ σας δίνω ένα λόγο $\frac{\text{ΑΒ}}{\text{ΑΓ}}$. Εσείς εδώ μπορείτε να μου βρείτε άλλους λόγους; Πείτε, δηλαδή, το ΑΒ, τι είναι το ΑΒ στο ορθογώνιο τρίγωνο;
Τάξη: Πλευρά.
Κ: Μπράβο. Το ΑΓ;
Τάξη: Υποτείνουσα.
Κ: Ωραία. Φτιάχτε μου άλλους λόγους εσείς. Ελενίτσα;
Μ: ΑΓ δια ΒΓ;
Κ: Μπράβο. Ένα άλλο που είπε η Ελένη, $\frac{\text{ΑΓ}}{\text{ΒΓ}}$. Σωστά. Άλλο, Μαρίνο;
Μ: Ε, ΒΑ διά ΓΒ.
Κ: Σωστά. Άλλο, Φίλιππε…
Μ: ΒΓ διά ΑΒ.
Κ: ΒΓ διά ΑΒ. Σωστά. Το αναποδογυρίζω. Δεν μπορώ; *(γράφει στον πίνακα το κλάσμα* $\frac{4}{5}$*)* Τι έχω εδώ;
Τάξη: Κλάσμα.
Κ: Ποιο;
Τάξη: $\frac{4}{5}$.
Κ: Πείτε μου με τα ίδια νούμερα ένα άλλο κλάσμα…
Τάξη: $\frac{5}{4}$.
Κ: Έτσι, μπράβο. Άλλο; *(επιστρέφει στους λόγους πλευρών)* Αυτό κι αυτό τι είναι μεταξύ τους; *(δείχνει τους λόγους:* $\frac{\text{ΒΑ}}{\text{ΓΒ}}$ *και* $\frac{\text{ΒΓ}}{\text{ΑΒ}}$*)*
Τάξη: Ίσα;
Κ: Αυτό κι αυτό είναι ίσα; *(δείχνει τα κλάσματα* $\frac{4}{5}$ *και* $\frac{5}{4}$*)*.
Τάξη: Όχι. Αντίστροφα.
Κ: Τα μέτρα τους τι είναι όμως; Το είπατε, το είπατε…
Τάξη: Αντίστροφα.
Κ: Βρείτε μου αυτού το αντίστροφο *(δείχνει το λόγο* $\frac{\text{ΑΒ}}{\text{ΑΓ}}$*)*, το μέτρο… Βιργινία;

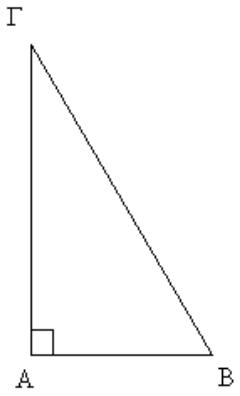
Μ: $\frac{ΑΓ}{ΑΒ}$.
Κ: Αυτού;
Τάξη: $\frac{ΒΓ}{ΑΓ}$.
Κ: Αυτούς, λοιπόν, τους λόγους στην τριγωνομετρία, τους έδωσαν ένα όνομα. Τους ονόμασαν τριγωνομετρικούς αριθμούς. Και δώσανε τους ορισμούς. Σε κάθε κομμάτι πρέπει να βάζουμε τις έννοιες που θα χρησιμοποιούμε. Έτσι, λοιπόν, η τριγωνομετρία μας, θα ξέρουμε ότι αναφέρεται στις μετρήσεις ορθογωνίων τριγώνων και στις σχέσεις μεταξύ πλευρών και γωνιών αυτού, πρώτον. Δεύτερον, θα μάθουμε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς, εμείς θα μάθουμε τρεις τριγωνομετρικούς αριθμούς. Εδώ πόσους έχουμε γράψει;
Τάξη: Έξι.
Κ: Έξι, υπάρχουν στην πραγματικότητα. Θα τους ορίσουμε, θα τους μάθετε καλά και θα κάνουμε απλές εφαρμογές. Ακούστε με τώρα. […][72]. Στην αστρονομία, ορίστε…
Μ: Πάντως, […][73] και να βρεις τι σκιά του;
Κ: Και αυτό είναι, αλλά δεν είναι ακριβώς. Και αυτό είναι. Κι αν εκείνη τη μέρα που θέλεις δεν υπάρχει ήλιος;
Μ: Θα περιμένω μέχρι αύριο.
Κ: Κι άμα δεν μπορείς κι έχει σκοτεινιά;
Μ: Δεν ζωτικής σημασίας…
Κ: Πάντα είναι ζωτικής σημασίας και θα σου πω αμέσως… Ξέρετε ότι οι άνθρωποι που ταξιδεύουν το πρώτο που λογαριάζουν είναι οι αποστάσεις. Οι ναυτικοί μας παλιά χαράζανε την πορεία του πλοίου, τη ρότα, με τα αστέρια. Αν κοιτάξετε στον έναστρο ουρανό, βρίσκανε από παλιά αστέρια που είχανε συγκεκριμένη θέση. Και τα ενώνανε μεταξύ τους και φτιάχνανε τρίγωνα. Μπορούσαν να μετρήσουν, λοιπόν, τη γωνία που δημιουργούσαν. Υπήρχαν ειδικά όργανα. Ένα από αυτά τα όργανα είναι ο αστρολάβος.
Μ: Α, ναι! Ήταν ένα παράξενο… κοίταγε κάπως έτσι!
Κ: Έτσι, μπράβο! Έτσι, λοιπόν, φτιάχνανε και βρίσκανε τις πορείες. Και ξέρανε πόσο απέχει απ' το ένα σημείο που βρισκόντουσαν για να φτάσουνε στο άλλο. Εδώ, θα μου πει ο Αλκαίος, "Κυριά, αυτό είναι για μερικούς ανθρώπους"…
Μ: Όχι, κυρία άλλο θέλω να σας πω. Άμα εκείνη τη νύχτα δεν φαίνονται τα αστέρια;
Μ (άλλος): Μα δεν γίνεται. Τα αστέρια δε φαίνονται όταν έχει πάρα πολύ φως κάτω… Μα κυρία να σας πω κάτι; Τότε οι ναυτικοί που κάνανε όλα αυτά τα… ξέρανε και πότε θα γίνει και η έκλειψη ηλίου. Ο Κολόμβος είχε βγει μια φορά στη στεριά, ακούστε…
Κ: *(τον σταματάει)*… Ξεκίνησα από την αρχή και σας είπα το εξής: η Αστρονομία αναπτύχθηκε πάρα πολύ από τους αρχαίους Έλληνες και προς τιμή αυτών, όλα τα ονόματα που έχουν δώσει είναι αρχαία ελληνικά. Αυτή την ώρα εμείς περνάμε πολύ επιφανειακά το θέμα. Όμως, είναι μια παρατήρηση που μας απασχολεί. Πόσο απέχει το ένα αστέρι από το άλλο; Πόσο απέχει η Γη από τη Σελήνη; Πόσο απέχει η Γη από τον Ήλιο; Πόσο απέχει ο Άρης από τη Γη ή η Σελήνη από τη Γη ή η Αφροδίτη; Είναι αποστάσεις, που αυτές δεν μπορούμε να πούμε σε κάποιον έλα εδώ πάρε ένα μέτρο, τρέχα απέναντι στο κτίριο να μετρήσουμε πόσο είναι το μήκος και το πλάτος της αυλής. Ερχόμαστε πάνω σε αντικείμενα της γης. Σας είπα και προχθές, πως οι αρχαίοι

[72] Αναφέρει ότι το Πυθαγόρειο Θεώρημα ήταν γνωστό από τους αρχαίους Έλληνες.
[73] Ο μαθητής ρωτάει την καθηγήτρια αν είναι πιο εύκολο να περιμένεις να έρθει το μεσημέρι και τότε να υπολογίσεις το ύψος του δέντρου από τη σκιά του.

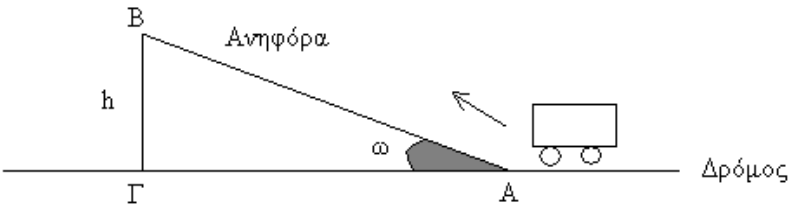
Έλληνες ξέρανε ότι ο Όλυμπος ήταν το ψηλότερο βουνό της Ελλάδας; Πώς ξέρουμε ότι το ψηλότερο απ' όλα τα βουνά της γης είναι το Έβερεστ που βρίσκεται στα Ιμαλάια; Πως μπορούμε να υπολογίσουμε τα ύψη κάποιων βουνών, κάποιων κτιρίων, κάποιων οικοδομημάτων;

Μ: Κυρία…

Κ: Να τελειώσω. Πως μπορούμε όταν φτιάχνουμε έναν δρόμο να ειδοποιούμε τους οδηγούς και τον κατασκευάσουμε ότι αυτός ο δρόμος έχει ανηφορικότητα ή ανωφέρεια ή κατωφέρεια 5%, 10%, 15%, είναι απότομο… Τι σημαίνουν όλα αυτά; Ξεκινάει ως εξής… Αυτό είναι που έρχεται στην εφαρμογή και φτιάχνουμε τον πρώτο τριγωνομετρικό μας αριθμό. Έχω το τρίγωνο το γνωστό το ορθογώνιο, ξέρω την υποτείνουσα, ξέρω τη μια κάθετο, ξέρω και την άλλη κάθετο και επειδή προ ολίγου χαρακτήρισα ότι θα μελετώ οξεία γωνία, θεωρώ ότι στο σημείο Β είναι ένας παρατηρητής (Σχήμα 1). Και ότι αυτή εδώ είναι η γωνία που θα με απασχολήσει. Ελάτε να το δω στην πραγματικότητα. Είναι ένας δρόμος και έρχεται ένα αυτοκίνητο κι από εδώ αρχίζει να ανεβαίνει (Σχήμα 2). Και φτάνει σε ένα σημείο Β. Ξεκινάει να ανεβαίνει από το σημείο Α. Θέλει, λοιπόν, όταν φτάνει στο σημείο Β και σταματάει, θέλει να δει πόσο ύψος ήταν από την ίσια γραμμή. Τι φτιάχτηκε;



Σχήμα 1



Σχήμα 2

Μ: Τρίγωνο

Κ: Ένα…

Μ: Ορθογώνιο

Κ: Μπράβο. Σ' αυτό το ορθογώνιο τρίγωνο, μπορεί να μετρήσει την απόσταση ΑΒ;

Τάξη: Όχι.

Κ: Γιατί όχι. Αφού είναι το αυτοκίνητο εδώ που τρέχει… Δεν μπορεί; Μπορεί! Αυτό *(δείχνει την υποτείνουσα)* του ορθογωνίου τριγώνου τι είναι;

Τάξη: Η υποτείνουσα.

Κ: Η υποτείνουσα. Μπορεί να μετρήσει αυτή την απόσταση στη βάση;

Τάξη: Μπορεί.

Κ: Μπορεί. Αυτή εδώ τι είναι *(δείχνει την ΓΑ)*;

Τάξη: Κάθετη.

Κ: Κάθετη. Με αυτά τα δύο *(εννοεί την ΑΒ και την ΑΓ)* μπορεί να λογαριάσει αυτή τη γωνία *(σκιαγραφεί τη γωνία* $B\hat{A}\Gamma$*)*. Ανάποδα, αφού ξέρει αυτή τη γωνία ω *(*$\omega = B\hat{A}\Gamma$*)*, με αυτό και με αυτό *(εννοεί τη γωνία ω και την ΓΑ)* μπορεί να λογαριάσει το ύψος h *(*$h = B\Gamma$*)*. Αυτή εδώ η γωνία ω δίνεται από έναν τριγωνομετρικό αριθμό, που χαρακτηρίζεται από την απέναντι κάθετο ΑΒ *(ήθελε να γράψει ΒΓ)* προς την άλλη κάθετο ΓΑ. Και ονομάζεται εφαπτομένη. Στους δρόμους δεν θα το δούμε σαν εφαπτομένη. Θα το δούμε σαν κλίση του δρόμου. Άρα, λοιπόν, αν μου ζητάνε την κλίση ενός δρόμου, δε ζητάνε τίποτα άλλο αλλά έναν απ' τους τρεις τριγωνομετρικούς αριθμούς που θα μάθουμε, την εφαπτομένη της οξείας γωνίας ω. Κοιτάχτε τώρα, από παλιά, υπήρχανε τριγωνομετρικοί πίνακες. Ήτανε, όμως, πολύ δύσκολοι και δύσχρηστοι. Αργότερα, στις μέρες μας έχουνε βελτιωθεί πάρα πολύ. Ανοίχτε το βιβλίο

σας[74] στο πίσω μέρος, τελευταία σελίδα… Πάμε στη σελίδα 254. Αυτοί είναι οι πίνακες, που έχουνε τους τρεις τριγωνομετρικούς αριθμούς… Το βλέπετε; Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί είναι το ημίτονο, το συνημίτονο και η εφαπτομένη. Εμείς, όμως, προ ολίγου μάθαμε έξι. Είναι η συνεφαπτομένη που είναι το αντίστροφο της εφαπτομένης, η τέμνουσα που είναι το αντίθετο του ημιτόνου και η συντέμνουσα το αντίθετο του συνημιτόνου. Αυτά θα τα μάθετε αργότερα. Εμείς θα μιλήσουμε για τους τρεις τριγωνομετρικούς αριθμούς. Θέλω, λοιπόν, από σας απλά πράγματα, πολύ απλά. Πρώτον: η τριγωνομετρία ασχολείται με ορθογώνιο τρίγωνο και έχει σχέσεις γωνιών και πλευρών. Δεύτερον: Ήτανε γνωστοί από αρχαιοτάτους χρόνους. Τρίτον: Υπάρχουνε πίνακες που θα δουλεύουμε. Τέταρτον: Εμείς θα είμαστε σε γωνίες από 0 έως 90°. Πρώτο που θα επιδιώκω: Δε θα πλησιάσουμε το 0, δε θα πλησιάσουμε το 90°. Θα είμαστε ανάμεσα. Στέκομαι εδώ. Πάω να δώσω τους ορισμούς των τριγωνομετρικών γωνιών. Θα κάνουμε απλές εφαρμογές. Ο πρώτος τριγωνομετρικός αριθμός είναι το ημίτονο. Κοιτάχτε, όμως, παιδιά πως θα το γράφουμε… Εδώ ποια γωνία έχω; *(δείχνει στο Σχήμα 1)*

Τάξη: Τη Β.

Κ: Μπράβο. Αυτοί είναι ορισμοί που σας λέω. Θα γράφετε έτσι: $\eta\mu\hat{B}$, το βλέπετε; Θα γράφουμε τις δύο πρώτες λεξούλες *(εννοεί γράμματα)*, τη γωνία με καπέλο και δίνεται ο ορισμός: Είναι ο λόγος *(τραβάει γραμμή κλάσματος)* απέναντι κάθετη προς υποτείνουσα *(στον πίνακα:* $\eta\mu\hat{B} = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}}$*)*. Ελάτε, τώρα, να με βοηθήσετε γιατί εγώ μπερδεύτηκα. Βρίσκομαι στο Β (Σχήμα 1). Το βλέπετε το Β;

Τάξη: Ναι.

Κ: Ποια είναι… Ε, εκεί που βρίσκεστε δεν ξέρετε ποιος είναι ο προσκείμενος σας και ποιος είναι ο απέναντί σας;

Μ: Προσκείμενος είναι…

Κ: Ο διπλανός, και ο απέναντι; Είναι ο Μπίλι. Έτσι. Λοιπόν, έχω τη γωνία Β. Ποια είναι η απέναντι κάθετος; Ναταλίτσα;

Μ: Η ΓΑ.

Κ: Η ΓΑ. Άρα ΓΑ και η υποτείνουσα ποια είναι; Προς υποτείνουσα;

Μ: Η ΓΒ.

Κ: Να ο πρώτος λόγος *(στον πίνακα:* $\eta\mu\hat{B} = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{\Gamma A}{\Gamma B}$*)*. Ο δεύτερος τριγωνομετρικός αριθμός είναι το συνημίτονο, που θα γράφεται έτσι: $\sigma\upsilon\nu\hat{B} = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}}$. Εδώ προσκείμενη κάθετη, Αντρέα;

Μ: Θα έχουμε ΒΑ προς ΒΓ *(στον πίνακα:* $\sigma\upsilon\nu\hat{B} = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{BA}{B\Gamma}$*)*.

Κ: Και ο τελευταίος είναι αυτός που είπαμε πιο πριν, εφαπτομένη, ξέρετε… Ακούστε… Είναι σαν να μαθαίνουμε την αλφαβήτα. Αυτό θα μάθετε φέτος στην τριγωνομετρία. Αυτούς εδώ που είναι ορισμοί και πως θα τους γράφετε *(δείχνει το ημίτονο, το συνημίτονο και την εφαπτομένη)*. Είναι, κοιτάχτε: ο συνδυασμός αυτών των δύο *(εννοεί ότι η εφαπτομένη είναι ο συνδυασμός του ημιτόνου και του συνημιτόνου)*.

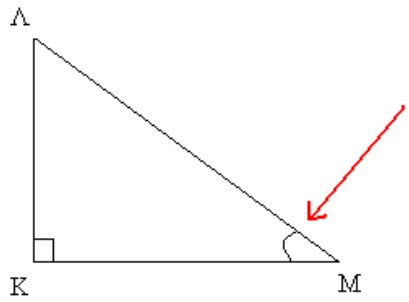
[74] Παναγιώτης Βλάμος, Παναγιώτης Δρούτσας, Γεώργιος Πρέσβης, Κωνσταντίνος Ρεκούμης, "ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ", Οργανισμός Εκδόσεως Διδακτικών Βιβλίων, Αθήνα 2008.

Είναι: $\varepsilon\varphi\hat{B} = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{προσκείμενη κάθετη}}$. Στη γωνία Β ποια είναι η απέναντι κάθετη; Αντρέα;
Μ: Η ΓΑ.
Κ: Η ΓΑ και η προσκείμενη… Η ΑΒ *(στον πίνακα:* $\varepsilon\varphi\hat{B} = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{προσκείμενη κάθετη}} = \frac{\Gamma A}{AB}$*)*. Λοιπόν, έτσι, δίνονται οι ορισμοί των τριγωνομετρικών αριθμών. Ακούστε κάτι, μπορεί κάποιος να σας πει ένα τεστάκι. Πρώτον: που αναφέρεται η τριγωνομετρία; Σε τι αναφέρεται η τριγωνομετρία; Πείτε μου… Ευτύχη;
Μ: Σε ορθογώνια τρίγωνα.
Κ: Μπράβο. Με τι ασχολείται η θεωρία των τριγώνων; Αντρέα;
Μ: Γωνίες και πλευρές.
Κ: Γωνίες και πλευρές. Σχέσεις γωνιών και πλευρών. Ποιοι είναι οι τριγωνομετρικοί αριθμοί; Ναταλία;
Μ: Ημίτονο, συνημίτονο, εφαπτομένη.
Κ: Δώστε μου τους ορισμούς καθενός από αυτούς. Είναι γραμμένοι στον πίνακα βρε παιδιά… Βρε Βαγγέλη στον πίνακα είναι… Ορισμός του ημιτόνου…
Μ: Α, το ημίτονο είναι…
Κ: Ονειρευόσουν…
Μ: Δεν έχω… Έχω μυωπία κυρία, δε βλέπω καλά. Αλήθεια.
Κ: Μπορείς, τώρα, λίγο να με βοηθήσεις…
Μ: $\eta\mu\hat{B} = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{\Gamma A}{\Gamma B} = \ldots$ *(η καθηγήτρια έχει γράψει ίσον, προφανώς κάτι έχει στο μυαλό της να συμπληρώσει, ωστόσο ο μαθητής διαβάζει και αυτό…).*
Κ: Έχει και συνέχεια που δεν την έχω γράψει ακόμη. Ελενίτσα πες μου το δεύτερο…
Μ: $\sigma\upsilon\nu\hat{B} = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}}$.
Κ: Και τρίτος τριγωνομετρικός αριθμός, Αλκαίο;

Μ: Ε, εφαπτομένη ίσον…
Κ: Εφαπτομένη της Β, θα λέμε και τη γωνία πάντα.
Μ: $\varepsilon\varphi\hat{B} = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{προσκείμενη κάθετη}} = \frac{\Gamma A}{AB} = \ldots$ και το υπόλοιπο δεν το έχετε γράψει, πρέπει να το γράψετε για να το πω! *(γέλια)*
Κ: Παίρνω το ορθογώνιο τρίγωνο, φτιάχνουν αυτές ο πλευρές τρίγωνο; 4-3, 4-5; *(έχει πάρει τις 3, 4, 5).* $3 \cdot 3$;
Τάξη: 9.
Κ: $4 \cdot 4$;
Τάξη: 16.
Κ: $9 + 16$;
Τάξη: 25.
Κ: Τετραγωνική ρίζα του 25;
Τάξη: 5.
Κ: Μπράβο. Δώστε μου τώρα αυτό το λόγο με αριθμούς *(συνεχίζει και τραβάει γραμμή κλάσματος στα παραπάνω ίσον).*
Μ: Λοιπόν, ε θα γράψουμε 4 προς 5.
Κ: Μπράβο. Εδώ.

Μ: Ε, 3 προς 5.
Μ: Ε, 4 προς 3.
Κ: *(στον πίνακα:* $\eta\mu\hat{B} = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{\Gamma A}{\Gamma B} = \frac{4}{5}$, $\sigma\upsilon\nu\hat{B} = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{BA}{B\Gamma} = \frac{3}{5}$, $\varepsilon\varphi\hat{B} = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{προσκείμενη κάθετη}} = \frac{\Gamma A}{AB} = \frac{4}{3}$*)*
Πόσο είναι τα $\frac{4}{5}$; Μπορούμε να βρούμε σε δεκαδικό αριθμό αυτό το λόγο;
Μ: Μπορούμε.
Κ: Πώς μπορούμε; Με τι πράξη;
Μ: Με διαίρεση.
Κ: Τι θα διαιρέσετε;
Μ: Το 4 με το 5.
Κ: Ωραία *(στον πίνακα γράφει την πράξη 4 δια 5)*. Πες το, ποιος το είπε; Ο Άγγελος… Το 5 στο 4 πάει… Το 5 στο 40; Άρα, λοιπόν, μας κάνει 0,8. Πηγαίνετε στον τριγωνομετρικό πίνακα. Έτσι για να ολοκληρώσουμε όλη την εικόνα. Ημίτονο δεν είμαστε;
Τάξη: Ναι.
Κ: Κοιτάχτε στη στήλη του ημιτόνου, πρώτον. Δεύτερον, πόσα δεκαδικά ψηφία έχουμε;
Τάξη: Τέσσερα.
Κ: Εμείς, πόσα βρήκαμε;
Τάξη: Ένα.
Κ: Θα συμπληρώσουμε τα άλλα τρία με τι;
Τάξη: Μηδενικά.
Κ: Μπράβο. Ψάχτε, λοιπόν, κάθετα στη στήλη του ημιτόνου, το 0,8000 ή κάτι λιγότερο που να πλησιάζει το 0,8000. Ένας, δύο, τρεις, … , εννιά μόνο; Αμαρίτο;
Μ: Ε, 0,8090;
Κ: Ξεπεράσαμε. Κοίταξε το από πάνω. Το λίγο λιγότερο.
Μ: Ε, 0,7986.
Κ: Συμφωνείτε όλοι; Θέλω τώρα, ακούστε τι σας λέω. Το 0,7986 έχει λιγότερη απόσταση από το 0,8000 από ότι έχει το 0,8090. Το βλέπετε;
Μ: Ναι, γιατί θέλει 14 ακόμα...
Κ: Έτσι, μπράβο. Θέλω, λοιπόν, στο 0,7986 να κάνεις αριστερά και να βρεις ποια γωνία είναι. Πόσο είναι η γωνία περίπου. Άρη;
Μ: 53;
Κ: Έτσι, μπράβο. Άρα από εδώ η γωνία Β πόσες μοίρες είναι; *(γράφει στον πίνακα:* $\hat{B} = 53^\circ$*)*. Και αφού ξέρω ότι αυτή η γωνία *(δείχνει στο Σχήμα 1 τη γωνία Β)* είναι 53°, πόσο είναι αυτή; *(δείχνει τη γωνία Γ)* Τι πράξη θα κάνουμε;
Μ: Θα προσθέσουμε το 53 με το 90 και αυτό που θα βρούμε θα το αφαιρέσουμε από το 180.
Κ: Πολύ σωστά.
Μ: 37!!! *(πετιέται κάποιος γρήγορος)*
Κ: Ένας συντομότερος δρόμος;
Μ: 90 μείον 53
Κ: Λέει, ο Ευτύχης, ότι αυτές οι δυο πόσο κάνουνε; *(δείχνει στο Σχήμα 1 τις γωνίες Β και Γ)*. 90 έξω 53 πόσο κάνει;
Μ: 90.

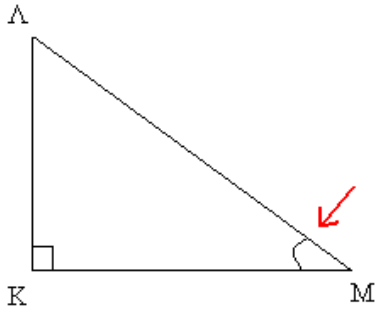
Κ: 90 έξω 53 πόσο κάνει; Άρα, να το αμέσως, αμέσως… Βλέπετε; Το καταλαβαίνετε αυτό; …Ποιος θέλει να έρθει; Δε θα σβήσω, θα αφήσω μόνο τα από εκεί. Έλα Διονυσάκο. Θα μου φτιάξεις ένα ωραίο τρίγωνο. Θα μάθετε, όμως, απ' έξω τους τριγωνομετρικούς αριθμούς. Είναι θεωρία, οπωσδήποτε. […][75]. Ένα λεπτό, το ημίτονο και το συνημίτονο, Γιωργάκη μου, θα έχουνε πάντοτε υποτείνουσα. Και επειδή η κάθετη πλευρά είναι μικρότερη της υποτεινούσης, δηλαδή ο αριθμητής μικρότερος του παρανομαστή, το κλάσμα είναι γνήσιο ή καταχρηστικό; Να τα ακούσω δυνατά; Μικρότερο ή μεγαλύτερο της ακεραίας μονάδας;
Τάξη: Μικρότερο.
Κ: Άρα είναι ο πρώτος κανόνας. Πρώτος κανόνας: Το ημίτονο και το συνημίτονο μιας οποιασδήποτε οξείας γωνίας είναι πάντοτε, από 0 έως 90°, είναι πάντοτε μικρότερο της μονάδας. Για την εφαπτομένη δεν ισχύει το ίδιο. Φτιάξε ένα ορθογώνιο τρίγωνο *(απευθύνεται στο Διονύση)*. Κι εσείς μαζί. Κ η ορθή γωνία, βάλε και το σύμβολο της ορθής, Λ, Μ.
Μ: Κυρία, δεν μπορούμε να μάθουμε απ' έξω αυτό το πινακάκι…
Κ: Δεν είπα εγώ τίποτα τέτοιο. […] Τι είπα να μάθετε απ' έξω;
Τάξη: Τους ορισμούς.
Κ: Έτσι. Τους ορισμούς. Λοιπόν, πάρε τη γωνία Μ. Όταν λέμε, ένα λεπτό, σημείωσε τη, σημαίνει αυτό εδώ *(σημειώνει στον πίνακα τη γωνία Μ, όπως φαίνεται στο σχήμα)*. Βρες μου το ημίτονο της γωνίας Μ. Γράφε, Διονύση μου, ψηλά. Ημίτονο, ημ… ίσον, μεγάλη γραμμή κλάσματος. Πες μου τον ορισμό.



Μ: Κυρία, δεν τον θυμάμαι απ' έξω,
Κ: Πάρε το βιβλίο σου. Εσύ Χρήστο το θυμήθηκες; Πώς ορίζεται το ημίτονο;
Μ: Εγώ; Εεεεε, απέναντι κάθετη…
Κ: Σε βοηθάει ο Χρήστος *(απευθύνεται στο Διονύση που μόλις έφερε το βιβλίο του)*. Απέναντι κάθετη… προς υποτείνουσα. Ωραία, ει *(διορθώνει το Διονύση που έκανε ορθογραφικό λάθος στον πίνακα)*. Ίσον, γραμμή κλάσματος, στοπ. Πήγαινε στο σημείο Μ. Πες μου ποια είναι η απέναντι κάθετη. Διονύση εκεί στο σχήμα θα βλέπεις *(εκείνος κοίταζε το τετράδιο του προσπαθώντας να βρει την απέναντι κάθετη)*.
Μ: Ε, η απέναντι κάθετη είναι η ΛΚ.
Κ: Γράψε το. ΛΚ προς υποτείνουσα ποια είναι;
Μ: Η ΚΜ, όχι ε, ΛΜ.
Κ: Μπράβο. Βρήκε τον τριγωνομετρικό αριθμό. Πάμε, τώρα, στο συνημίτονο από κάτω. συν… *(ο Διονύσης γράφει συμ… και η εκείνη τον διορθώνει)* όχι δεν είναι συμ, συν… της γωνίας Μ, ίσον. Σκεφτείτε το. Πες μου κι εσύ Διονύση.
Μ: Ε, προσκείμενη κάθετη…
Κ: Προσκείμενη, προς…
Μ: Υποτείνουσα.
Κ: Έτσι μπράβο.
Μ: Είναι ε, ΚΜ…
Κ: Μπράβο. Προς…
Μ: Προς ΛΜ.
Κ: Ωραία. Κάθισε. Ποιος θα μου πει και για την εφαπτομένη;
Μ (άλλος): Κυρία να πω;

[75] Τα παιδιά ξαναλένε τους τύπους για να τους αφομοιώσουν καλύτερα.

Κ: Έλα Ελένη *(σηκώνεται μια κοπέλα στον πίνακα)*. Την εφαπτομένη της γωνίας Μ. Θα αφήσω το ίδιο τρίγωνο. Έτσι; Γι' αυτό βάζουμε πάντοτε τη γωνία. Απλή εφαρμογή κάνουμε. Εφαπτομένη της Μ…
Μ: Ε, απέναντι κάθετη προς προσκείμενη κάθετη.
Κ: Απέναντι κάθετη… Πάντοτε το ημίτονο και το συνημίτονο θα είναι μικρότερο του 1, αυτό είναι το κλειδάκι ασφαλείας για να ελέγχουμε τα προβλήματα μας. Απέναντι κάθετη ποια είναι;



$$\eta\mu\hat{M} = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{ΛΚ}{ΛΜ}$$

$$\sigma\upsilon\nu\hat{M} = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{ΚΜ}{ΛΜ}$$

$$\varepsilon\varphi\hat{M} = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{προσκείμενη κάθετη}} = \frac{ΚΛ}{ΚΜ}$$

Μ: Ε, ΚΛ.
Κ: Ναι. Η προσκείμενη;
Μ: ΚΜ.
Κ: Μάλιστα. Ωραία, Ελένη. Σβήστα όλα εκτός από το τρίγωνο *(στον πίνακα υπάρχει η εικόνα του παραπάνω σχήματος)*. Λοιπόν, τώρα, σε ευχαριστώ Ελένη, στο ίδιο τρίγωνο, θα μου βρείτε το ημίτονο της γωνίας Λ, το συνημίτονο της γωνίας Λ και την εφαπτομένη της γωνίας Λ. Είναι στο ίδιο τρίγωνο. Αντρέα; *(έρχεται ο Αντρέας στον πίνακα)*
Μ: Ε, το ημίτονο της γωνίας Λ.
Κ: Γράψε πρώτα τα λόγια Αντρέα, για να τα εμπεδώσουμε. Συγκοπτόμενα έτσι; Να μην τις γράψεις όλες τις λέξεις…
Μ: Α, εντάξει. Το ημίτονο του Λ είναι απέναντι κάθετη πλευρά… *(στον πίνακα γράφει:* $\eta\mu\hat{Λ} = \frac{\text{απ.κάθ.}}{}$*)*

Κ: Έτσι, μπράβο, απέναντι κάθετη, συμφωνείς Κατερίνα;
Μ: Έτσι; *(ρωτάει ο Αντρέας αν είναι εντάξει αυτά που έγραψε)*
Κ: Προς Κατερινούλα; Προς υποτείνουσα. Μάλιστα. Ίσον.
Μ: ΚΜ…
Κ: ΚΜ…
Μ: Προς ΛΜ…
Κ: Μπράβο. Θέλω, εσείς, παρακαλώ πολύ, μπορείτε να ρίξετε μια ματιά, να δείτε τι γράψατε αναλόγως στα προηγούμενα;
Τάξη: Α, ναι.
Κ: Για τη γωνία, για ποια γωνία;
Τάξη: Προσκείμενη.
Κ: Ποιας γωνίας;
Τάξη: Της Μ, της Μ!
Κ: Αυτό κρατήστε το γιατί θα το δούμε μετά. Τι σχέση έχουν οι δύο γωνίες Μ και Λ του ορθογωνίου τριγώνου. Πρώτα, τι είδους γωνίες είναι οι Μ και Λ;
Τάξη: Οξείες.
Κ: Τι άθροισμα έχουνε;
Τάξη: 90°.
Κ: Πώς λέγονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 90°;
Μ: Συμπληρωματικές.
Κ: Μπράβο.
Μ: Πώς; *(κάποιος δεν άκουσε)*
Κ: Συμπληρωματικές. Του χρόνου, λοιπόν, έτσι θα αρχίσετε να μεγαλώνετε την τριγωνομετρία. Εμείς φέτος θα μάθουμε μόνο σχέσεις. Λοιπόν, πάμε στα παρακάτω…
Μ (Αντρέας): Το συνημίτονο του Λ θα είναι… Προσκείμενη…

Κ: Προσκείμενη κάθετη, περίμενε Αντρίκο… Πες το μου Κατερίνα μου, το άλλο να μου το γράψει ο Αντρέας…
Μ (Κατερίνα): Προσκείμενη κάθετη…
Κ: Για το συνημίτονο μιλάμε… προς υποτείνουσα *(δεν φαίνεται να το έχει καταλάβει η Κατερίνα).*
Μ (Αντρέας): Ε, ΛΚ προς ΛΜ.
Κ: Μπράβο. Κάθισε Αντρέα. Ποιος θα έρθει για την εφαπτομένη… Ναταλία; *(χτυπάει το κουδούνι)*
Τάξη: Γλίτωσες! *(τελικά σηκώνεται)*
Κ: Λοιπόν, είμαστε μαζί…
Τάξη: Αύριο.
Κ: Θέλω από σας… Σαν άσκηση, αλλά θα το δω απ' όλα τα παιδιά, στο πίσω μέρος θα γράψετε, Τριγωνομετρία, θα ζωγραφίσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο, θα γράψετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς, το ημίτονο ολόκληρο και πως συμβολίζεται, το συνημίτονο ολόκληρο και πως συμβολίζεται και μετά στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ θα μου βρει ο καθένας από εσάς ή τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της οξείας γωνίας Β ή τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της οξείας γωνίας Γ. Θα τα ελέγξω. Θα είναι μια δουλειά που είναι για τη βαθμολογία του τριμήνου. […][76] Σελίδα 136-137, ο πρώτος πρώτος λόγος, τον βλέπετε απάνω;
Τάξη: Ναι.
Κ: Εφαπτομένη γωνίας… Απέναντι κάθετη πλευρά προς προσκείμενη κάθετη πλευρά. Η εφαπτομένη μπορεί να είναι από 0 έως άπειρο και μεγαλύτερη του 1. Θέλω στη σελίδα 138, να κοιτάξετε όλες τις εφαρμογές και να μου λύσετε μόνο την άσκηση στη σελίδα 140 την 1 στις γωνίες που είναι σημειωμένες. Η άσκηση 1 έχει τέσσερα σχήματα. Ευχαριστώ πολύ…

[76] Έχει χτυπήσει το κουδούνι και τα παιδιά έχουν χαλαρώσει και περιμένουν για να βγουν για το διάλλειμα.

1.2 Απομαγνητοφωνήσεις Συνεντεύξεων

Στους διαλόγους που ακολουθούν υπάρχουν οι εξής συμβολισμοί:

Κ: Καθηγητής

Ε: Ερευνήτρια

1.2.1 1η Συνέντευξη (1ος Εκπαιδευτικός)

Ε: Λοιπόν, θέλω να μου πείτε, πώς κάνετε το μάθημα σας μέσα στην τάξη, μια τυχαία ημέρα. Μπαίνετε και τι γίνεται;
Κ: Ε, ναι. **Αρχικά γίνεται μια σύνδεση με το προηγούμενο μάθημα, επιλύουμε κάποιες ασκήσεις-εργασίες που έχουν ανατεθεί στους μαθητές, συζητάμε τις απορίες που βρήκανε στη διαδικασία της επίλυσης αυτών των ασκήσεων, που αυτό αποτελεί ένα πρώτο μέρος του νέου μαθήματος, ε, στη συνέχεια παρουσιάζεται το νέο μάθημα, όπου προσπαθώ να μην αναφέρω εξ' αρχής το τίτλο του μαθήματος αλλά να ανακαλύπτουν τα παιδιά σιγά σιγά για το τι πρόκειται να μιλήσουμε. Εκεί μερικές φορές χρησιμοποιώ το σχολικό βιβλίο όταν κρίνω ότι οι δραστηριότητες που προτείνονται με βοηθούν στην εισαγωγή μιας νέας έννοιας.** Ε, ακολουθούν ερωτήσεις…
Ε: Αλλιώς, χρησιμοποιείτε δικά σας παραδείγματα, έτσι; Που έχετε ετοιμάσει από το σπίτι;
Κ: Ε, ναι, προφανώς, υπάρχουν ας πούμε ειδικά παραδείγματα που βοηθούν στην εισαγωγή της νέας έννοιας και τους μαθητές να αποκτήσουν μια δεξιότητα και μια άνεση ώστε όταν πάνε στο σπίτι να μελετήσουν μόνοι τους, να τους φαίνονται όλα αυτά οικεία, να έχουν ένα κίνητρο να δουλέψουν και να μπορέσουν να λύσουν τις ασκήσεις.
Ε: Ναι. Εσείς πως αντιλαμβάνεστε την έννοια των δραστηριοτήτων; Δηλαδή… μπήκανε οι δραστηριότητες στην αρχή κάθε παραγράφου, τι σημαίνει για σας αυτή η μια δραστηριότητα, τι νόημα έχει; Κάποιοι συνάδελφοι σας μου είπανε: «Εγώ την παραλείπω τελείως, προχωράω και κάνω το δικό μου *(μάθημα)*».
Κ: Ε, όχι, εγώ δεν θα έλεγα ότι την παραλείπω, έχω δει όλες τις δραστηριότητες που προτείνονται από το σχολικό βιβλίο…
Ε: Για εσάς τι έννοια έχει μια δραστηριότητα;
Κ: Είναι μια καλή ευκαιρία, έτσι, μια καλή αφορμή στο να γίνει μια εισαγωγή στο μάθημα. Βέβαια, δε σημαίνει ότι όλες οι δραστηριότητες μπορούν να γίνουν στα πλαίσια ενός μαθήματος αλλά μερικές από αυτές είναι πολύ καλά εναύσματα να κάνεις την εισαγωγή στο μάθημα.
Ε: Έχω δει κάποιες και τις θεωρώ λίγο μακριά από ένα μαθητή Γυμνασίου, κάποιες δεν έχουν καμία σχέση με την καθημερινότητα…
Κ: Γι' αυτό και δεν τις κάνω όλες. Δηλαδή αυτές οι οποίες είναι πιο κοντά στην πραγματικότητα του μαθητή, μπορούν να γίνουν και νομίζω ότι γίνονται εύκολα αντιληπτές. Δεν υπάρχει μια, θα έλεγα, ομοιογένεια στις δραστηριότητες.
Ε: Ενδεχομένως, αν γινόταν μια αλλαγή, να προτείνουν κάτι άλλο…

Κ: Μπορεί. Άλλες είναι πάρα πολύ εύκολες. Άλλες είναι λίγο γραμμένες έτσι δυσνόητα. Χρειάζεται μια επιλογή εκ μέρους του δάσκαλου, ας πούμε, και μια δική του, έτσι, προσωπική σφραγίδα σ' όλα αυτά τα πράγματα.
Ε: Σε τι νομίζετε ότι χρησιμεύουν;
Κ: Ε, **στο να συνδέσουν πιστεύω τα Μαθηματικά με την καθημερινότητα και να προβάλουν**, ας πούμε, θα έλεγα την πραγματική, **τη ρεαλιστική διάσταση των Μαθηματικών** και όχι την αφηρημένη τους διάσταση.
Ε: Ναι. Το κάνουνε πιο απτό;
Κ: Πιο απτό. Ναι.
Ε: Ε, θέλω να μου πείτε, εσείς, αν τις χρησιμοποιείτε… Μου είπατε, κάποιους *(λόγους)* θέλω να μου πείτε αν υπάρχουν κι άλλοι λόγοι, εδώ πέρα, να είναι σαν αυτό που είπα προηγουμένως, ότι δεν προσελκύουν το ενδιαφέρον ενός μαθητή Γυμνασίου ή ότι υπάρχει περιορισμένος χρόνος… Κάποια συνάδελφος σας από άλλο σχολείο μου είπε ότι: «Που να προλάβω να κάνω και τη δραστηριότητα;».
Κ: Ναι, προφανώς, γιατί όταν βιάζεσαι να κάνεις την εισαγωγή της έννοιας, ας πούμε, είναι χρονοβόρα η δραστηριότητα, δηλαδή μπορεί να επιλέξεις ένα άλλο…
Ε: Ή να τους αφήσεις…
Κ: …να αυτενεργήσουν…
Ε: …να προβληματιστούν…
Κ:… να συζητήσουν… ναι, ναι, μερικές φορές είναι καλό, όμως, χρησιμεύει έτσι για τα παιδιά. Όταν ήδη και τα παιδιά έχουν φτάσει σε ένα επίπεδο που μέσω ομάδων…
Ε: Ας πούμε, εσείς πόσες φορές τους αφήσατε έτσι να…
Κ: Κάτω από 10 φορές.
Ε: Ναι. Λιγότερο…
Κ: Λιγότερο.
Ε: Θεωρείτε ότι θα έπρεπε να είναι λυμένες; Στο βιβλίο της Β΄ *(Γυμνασίου)* οι δραστηριότητες είναι λυμένες.
Κ: Όχι, **θα έλεγα ότι δεν είναι σωστό που είναι λυμένες. Δηλαδή θα προτιμούσα να γίνονται οι προτάσεις των δραστηριοτήτων και μετά να γίνεται μια συζήτηση. Και όχι 3-4 δραστηριότητες, γιατί πολλές φορές μπορεί να τεθεί και μια δραστηριότητα και ως άσκηση για το σπίτι. Θα μπορούσε να είναι μια δραστηριότητα.** Δηλαδή το παλιό βιβλίο όταν έκανε για παράδειγμα την εισαγωγή στην έννοια των ποσοστών, είχε ένα παραδειγματάκι εκεί με 2 μαθητές που έβαζαν υποψηφιότητα στις εκλογές των 5μελών τμημάτων. Αυτό θα μπορούσε να είναι μια δραστηριότητα στην εισαγωγή των ποσοστών. Δεν χρειάζονται 3-4. Να κατανοήσουν τα παιδιά την έννοια.
Ε: Ναι και να μπουν στο νόημα.
Κ: Μετά με εφαρμογές και παραδείγματα γίνεται η εμπέδωση, ας πούμε.
Ε: Να σας ρωτήσω και κάτι ακόμη. Το βιβλίο του εκπαιδευτικού που σας έχει… που δίνεται στους καθηγητές, βοηθάει στο σχεδιασμό ενός μαθήματος;
Κ: Το βιβλίο του εκπαιδευτικού το έχω κοιτάξει, το έχω μελετήσει μπορώ να πω και για τις 3 τάξεις…
Ε: Κάποιος άλλος συνάδελφος μου είπε: «Ω! Το 'χω χάσει τώρα!».
Κ: Όχι, **το συμβουλεύομαι, νομίζω ότι είναι καλύτερο στις ασκήσεις που προτείνει. Όπου εκεί πραγματικά έχω δει και ωραίες ασκησούλες που μπορείς να βάλεις στα παιδιά…**
Ε: Αφού έχεις πει…
Κ: Αφού, **όμως, έχεις κάνει την εισαγωγή και την επεξεργασία όλης της ενότητας. Κυρίως εκεί με έχει βοηθήσει.**

Ε: Η προηγούμενη εμπειρία σας, σας επιτρέπει να μην συμβουλεύεστε το βιβλίο του εκπαιδευτικού σε ότι αφορά το σχεδιασμό; Προφανώς…
Κ: Ναι, αλλά εκ φύσεως, θέλω πάντα να…
Ε: Να κοιτάτε;
Κ: Ναι, ακριβώς. **Μια άλλη πρόταση, έτσι, μια άλλη οπτική γωνία… απάνω στο οποίο ενδεχομένως να διδάσκουμε αρκετά χρόνια, νομίζω ότι εμάς τους ίδιους μας ανανεώνει και αυτή η φρεσκάδα που ίσως βγάζουμε μετά από χρόνια να περνάει στα παιδιά και να αποκτούν μεγαλύτερο ενδιαφέρον για το μάθημα. Δηλαδή το να είμαστε τελματωμένοι και να λέμε τα ίδια και τα ίδια, εμένα προσωπικά δεν με εκφράζει αυτό.**
Ε: Θεωρείτε ότι είναι άστοχες οι υποδείξεις του βιβλίο του εκπαιδευτικού και ότι θα έπρεπε, ενδεχομένως, να διορθωθούν κάποιες από αυτές; Τώρα, θα μου πείτε πρέπει να το έχεις δει με μεγάλη λεπτομέρεια…
Κ: Ναι, είχα κρατήσει κάποιες σημειώσεις**. Όχι, δεν μπορώ να πω ότι είναι άστοχες. Είναι γραμμένες προσεκτικά. Αλλά απαιτούν πάρα πολύ χρόνο. Δηλαδή μέσα στο διαθέσιμο διδακτικό χρόνο… είναι πάρα πολύ δύσκολο να γίνει. Δηλαδή θα πρέπει κάθε ενότητα να την αναλύεις σε βάθος με βάση κάποια βήματα τα οποία είναι, έτσι πάρα πολύ χρονοβόρα διαδικασία.**
Ε: Ε, το βιβλίο του εκπαιδευτικού προτείνει και την ομαδική εργασία.
Κ: Ναι.
Ε: Λέει να βάλετε τα παιδιά να δουλέψουν σε ομάδες των 2, 3, ενδεχομένως, 4 και να τους δώσεις μια δραστηριότητα…
Κ: Ναι, αυτό το έχουμε κάνει εδώ στο σχολείο…
Ε: Εσάς πώς σας φαίνεται; Σας ενοχλεί μια τέτοια πρόταση; Την έχετε εφαρμόσει;
Κ: Δεν με ενοχλεί. Δεν μπορώ να πω ότι την έχω εφαρμόσει έτσι συστηματικά. Αυτό που έχουμε κάνει είναι ότι έχουμε δώσει στα παιδιά εργασίες να κάνουνε με βάση τα Μαθηματικά και άλλα μαθήματα μέσα στα πλαίσια της διαθεματικότητας και εκεί βεβαίως έχουν χωριστεί κατά ομάδες των 2, 3, 4. Αλλά όχι στη διαδικασία του μαθήματος.
Ε: Συνήθως το παιχνίδι γίνεται είτε, ας πούμε, στον πίνακα…
Κ: Μέσω ερωτήσεων…
Ε: Με συζήτηση…
Κ: Ακριβώς ναι.
Ε: Ερωταπαντήσεις κτλ
Κ: Ακριβώς.
Ε: Δηλαδή δεν έχετε κάνει κάποιο τέτοιο μάθημα;
Κ: Όχι, όχι.
Ε: Ε, τα πλεονεκτήματα των καινούργιων βιβλίων έτσι γενικά να τα πούμε…
Κ: Τα πλεονεκτήματα των καινούργιων βιβλίων… Θα πούμε και για τα μειονεκτήματα μετά φαντάζομαι…
Ε: Ναι, αυτό είναι η επόμενη ερώτηση!
Κ: Ε… **δυσκολεύομαι λίγο να απαντήσω…**
Ε: Ας πούμε το ότι υπάρχουν λυμένα παραδείγματα, εφαρμογές…
Κ: Πάντα υπήρχαν! Σ' όλα τα βιβλία των Μαθηματικών υπήρχαν λυμένες εφαρμογές. Δηλαδή δε νομίζω ότι η λυμένη εφαρμογή είναι κάτι το καινούργιο. Και εγώ όταν ήμουν μαθητής, ας πούμε, τα βιβλία των Μαθηματικών είχαν λυμένα παραδείγματα. Πάντα, και στη Γεωμετρία και στην Άλγεβρα. Ε, **η γλώσσα καλή… η ελληνική γλώσσα που χρησιμοποιείται καλή… Εντάξει, ίσως είναι πιο ελκυστικά για το μαθητή.**
Ε: Έχουνε χρώματα, ζωγραφιές…

Κ: Ναι, έχει φύγει εκείνο το ασπρόμαυρο κτλ, ίσως είναι πιο φιλικά, έτσι, στη χρήση των μαθητών. **Ένα πλεονέκτημα για μένα είναι ότι ειδικά δεν εκτείνονται πάρα πολύ σε έκταση**, ας πούμε, δε χρειάζεται δηλαδή, να είναι ένας τόμος ολόκληρος και να κουβαλάνε τα παιδιά, ήδη είναι φορτισμένα. Ε… *(σκέφτεται)* **η κατανομή της ύλης θα μπορούσε να είναι καλύτερη**, τώρα αυτομάτως πέφτω και σε άλλα πράγματα… από τα πλεονεκτήματα… **δεν μπορώ να βρω έτσι πολλά πλεονεκτήματα… γιατί το έχω δουλέψει τώρα 1-2 χρόνια, δεν μπορώ να πω ότι είμαι ιδιαίτερα ενθουσιασμένος από τα βιβλία αυτά...**

Ε: Πάντως έχουνε μεγάλη γκάμα ασκήσεων...

Κ: Έχουν, αλλά οι ασκήσεις που προτείνονται δεν είναι πάντα σε αντιστοιχία με τη θεωρία. Δηλαδή δεν μπορείς, ας πούμε, σε μια διδακτική ώρα να καλύψεις μια ολόκληρη ενότητα. Μπορεί να καλύψεις ένα μέρος αυτής της ενότητας, έτσι; Εκεί μερικές φορές βλέπω ότι δεν υπάρχουν ασκήσεις που να καλύπτουν ολόκληρη την ενότητα. Έχεις καλύψει ένα μέρος, ψάχνεις να βρεις 2 ασκήσεις, δεν υπάρχουν. Δηλαδή θέλει μια καλύτερη κατανομή θα έλεγα των ασκήσεων, με βάση την πορεία της εξέλιξης των εννοιών που συμπεριλαμβάνονται σε μια ενότητα.

Ε: Αυτό το καινούργιο με τις δραστηριότητες, εσείς πιστεύετε ότι έχει επιτευχθεί…

Κ: Αυτό δε νομίζω ότι έχει περάσει στα παιδιά.

Ε: … ο σκοπός για τον οποίο δημιουργήθηκαν;

Κ: Δεν έχει γίνει, βέβαια φταίμε κι εμείς γι' αυτό και όλο το σύστημα που υπηρετεί.

Ε: Εσείς επιμορφωθήκατε καθόλου; Έγινε κάποια επιμόρφωση, ας πούμε, για το πώς προτείνει το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο να γίνεται το μάθημα…

Κ: Όχι, όχι. Μια φορά, μόνο πήγαμε στην παρουσίαση των βιβλίων, ας πούμε, όπου εκεί η συζήτηση περιστράφει γύρω από το τι είναι διαθεματικότητα και όπως αντιλαμβάνεσαι Άννα, δεν έγινε επί της ουσίας.

Ε: Ναι.

Κ: Δηλαδή δεν δουλέψαμε ως εργασία εμείς…

Ε: Γιατί είναι μεγάλο *(βήμα)* το ότι μπήκαν οι δραστηριότητες… Δηλαδή εμείς στο Πανεπιστήμιο, στο μεταπτυχιακό, γι' αυτό το πράγμα δουλεύουμε: να βάζουμε τους μαθητές να δουλεύουν, λίγο, ένα τέταρτο, 10 λεπτά, ας πούμε, να προβληματιστούν με ένα πρόβλημα μέσα από την καθημερινότητα, οικείο για τα παιδιά… Αλλά τελικά βλέπω ότι αυτό δεν…

Κ: Κοίταξε να σου πω, εγώ σε ένα μεγάλο βαθμό το έκανα πάντα στη διδασκαλία όλα τα προηγούμενα χρόνια, δηλαδή ποτέ δεν έγραφα σήμερα θα μιλήσουμε γι' αυτό. Προσπαθούσα πάντα να βάζω ένα πρόβλημα μέσα από την καθημερινή ζωή.

Ε: Θυμάμαι στο μάθημα σας ότι μετά βάλατε τον τίτλο…

Κ: Ναι, δεν είναι κάτι το καινούργιο για μένα. Αυτό το οποίο θα μπορούσα και θα ήταν ωραίο να γίνεται αλλά αν είχαμε ένα άλλο Αναλυτικό Πρόγραμμα των Μαθηματικών, είναι τα παιδιά να ανακαλύπτουν μόνα τους σε περισσότερες ευκαιρίες. Αλλά για να γίνει αυτό θα πρέπει κι εμείς να είμαστε εκπαιδευμένοι πώς να διαχειριστούμε την ομαδοσυνεργατική διδασκαλία. Δεν είμαστε!

Ε: Να ήταν και λίγο πιο μικρή ενδεχομένως η ύλη;

Κ: Προφανώς, αλλά αν ήταν η ύλη πιο μικρή…

Ε: Με όποιον μιλάω αυτό μου λέει… δεν μπορώ να τους αφήσω πίσω, ας πούμε, και τα υπόλοιπα Γυμνάσια να προχωρούν…

Κ: Βεβαίως, πως όμως στην ολοκλήρωση των μαθηματικών τους γνώσεων στην Γ΄ Γυμνασίου θα φτάσουν σε ένα επίπεδο που θα μπορούν να μεταβούν στην Α΄ Λυκείου ομαλά; Χωρίς κενά, έχοντας αποκτήσει ένα πολύ καλό υπόβαθρο μαθηματικών γνώσεων; **Από τη μια δηλαδή έχεις τις δραστηριότητες, που όπως είπα τις**

δούλεψα ελάχιστα, συστηματικά με τον τρόπο τον ομαδοσυνεργατικό, από την άλλη όμως πρέπει καθώς προχωράνε τα χρόνια τα παιδιά να αποκτήσουν δεξιότητες, να μάθουν να σκέφτονται, νομίζω ότι όλα αυτά τα καινούργια βιβλία δεν έκαναν μια πραγματική επανάσταση στο πως μαθαίνει ένας μαθητής Μαθηματικά.
Ε: Αν σας δινόταν η ευκαιρία, θα αλλάζατε κάτι στα καινούργια βιβλία;
Κ: Ε, **ναι θα έκοβα μερικές δραστηριότητες**, θα είχα…
Ε: Θα κρατούσατε δηλαδή μια, ας πούμε;
Κ: Θα κρατούσα μια δραστηριότητα…
Ε: Μια ή και καμία;
Κ: Εξαρτάται, επιλέγοντας ας πούμε τις ενότητες. Θα κρατούσα, μ' αρέσουν εμένα οι δραστηριότητες γενικά…
Ε: Σαν παιχνίδι…
Κ: Ναι, σαν παιχνίδι να γίνεται, **θα έβαζα μερικές ερωτήσεις, ας πούμε, για να μπορέσουν τα παιδιά να έχουν μια κατεύθυνση, ως αρχή, μια-δύο ερωτήσεις, θα ζητούσα από τα παιδιά να προετοιμάσουν και αυτοί μερικές φορές ένα μάθημα, δηλαδή να τους βάλω στη διαδικασία να βρουν και να φτιάξουν μόνα τους μια δραστηριότητα πάνω στο θέμα που θα παρουσιάσουμε**, γιατί τα παιδιά έχουν πράγματα που εμείς οι ίδιοι δεν μπορούμε να φανταστούμε μερικές φορές και πρέπει να τους δίνουμε χώρο και βήμα να εκφράζονται. Όσες φορές το έχω κάνει, πραγματικά είναι αξέχαστο το μάθημα που έχει συμβεί και για μένα και για τα υπόλοιπα παιδιά. Έτσι; Άρα **θα άφηνα πάντα, αν έφτιαχνα ένα βιβλίο, έτσι πολύ πρόχειρα, ας πούμε, και την ευκαιρία στο να δημιουργήσουν τα παιδιά μια δική τους δραστηριότητα. Ή στο τέλος της ενότητας ή στην αρχή της ενότητας. Ένα κενό χώρο στο βιβλίο. Πρέπει να υπάρχουν και κάποια κενά στο βιβλίο να συμπληρώνουν οι μαθητές από μόνοι τους και να είναι δική τους εργασία. Η δική τους προσωπική, ας πούμε, άποψη πάνω στο θέμα. Θα έκανα σίγουρα μια πολύ καλύτερη διαχείριση των ασκήσεων, ειδικά σε κάποιες ενότητες, ίσως δεν είναι της στιγμής να τις αναφέρουμε, θα χώριζα τις ασκήσεις σε 2 ομάδες, είναι χρήσιμο αυτό, και θα έβαζα και ασκήσεις πιο προχωρημένου επιπέδου από την Α΄ κιόλας Γυμνασίου. Κάτι που δεν υπάρχει. Δηλαδή ένα μειονέκτημα αυτών των βιβλίων είναι ναι μεν η δραστηριότητα ως κοινός παρανομαστής αλλά δεν βλέπω την ίδια φιλοσοφία και στις τρεις τάξεις. Φαίνεται ότι η συγγραφική ομάδα του ενός βιβλίου με τη συγγραφική ομάδα του άλλου βιβλίου δεν είχαν καμία σχέση…**
Ε: Καμία σχέση, αυτό είναι γνωστό.
Κ: Αυτό είναι προφανές, έτσι ότι ισχύει. Έγινε μια προσπάθεια στη Γ΄ Γυμνασίου και εκεί φαίνεται μια τεράστια απόσταση ανάμεσα στη Γ΄ και την Α΄ Γυμνασίου. Όπου στο τέλος ας πούμε έχει τις Γενικές Ασκήσεις μερικές από τις οποίες για ένα παιδί της Γ΄ Γυμνασίου είναι πολύ δύσκολο να λυθούν.
Ε: Ναι, είναι πιο ανεβασμένου επιπέδου.
Κ: Άρα, τι θέλουμε τελικά; Θέλουμε δραστηριοτητούλες, να μην φοβηθούν τα παιδιά τα Μαθηματικά; Να τα μάθουν καλύτερα; Υπάρχουν πολλοί τρόποι να μη φοβηθούν τα παιδιά τα Μαθηματικά και πρώτα απ' όλα εμείς οι ίδιοι. Το πώς λειτουργούμε ως άνθρωποι, ως καθηγητές, ως παιδαγωγοί έτσι; Αλλά το βιβλίο οφείλει να δίνει το στίγμα του από πάρα πολύ νωρίς. Αλλιώς η μετάβαση από τη μια χρονιά στην άλλη είναι πάρα πολύ απότομη. Κι αυτό το εισπράττουν τα παιδιά. Σου λένε στην Α΄ Γυμνασίου, εντάξει μια επανάληψη της Στ΄ Δημοτικού ήτανε και ξαφνικά στη Β΄ Γυμνασίου μπαίνουν κάτι προβλήματα στην Τριγωνομετρία, μπαίνουν προβλήματα στις Συναρτήσεις και τα παιδάκια ψάχνονται ας πούμε. Και λογικό είναι που ψάχνονται. **Άρα στο θέμα διαχείριση των ειδών των ασκήσεων και του**

επιπέδου δυσκολίας των ασκήσεων θα έκανα σίγουρα μια άλλη προσπάθεια. Δηλαδή δεν μπορώ να πω ότι είμαι ικανοποιημένος από αυτό ως φιλοσοφία ενιαία και στα τρία χρόνια. Δεν έχουν άποψη αυτά τα βιβλία για το τι ασκήσεις τα παιδιά καλούνται να φέρουν σε πέρας. Και σταδιακά υπάρχει το εξής κενό: πάμε στην Α΄ Λυκείου με ένα βιβλίο από το ’88, στη Β΄ Λυκείου με ένα βιβλίο του ’89 ή ’90, στην Γ΄ Λυκείου καμία σχέση τα θέματα, από ένα σημείο και μετά…

Ε: Κατ’ επέκταση τώρα όλα αυτά…

Κ: Κατ’ επέκταση γιατί πρέπει να τα βλέπουμε συνολικά, προβάλλοντας στο μέλλον, έτσι; Άρα τα παιδάκια πρέπει να έχουν ένα σαφές μήνυμα για το τι θα συναντήσουν μπροστά τους στα Μαθηματικά. Να έχουν μυηθεί λίγο, τμηματικά, τηρουμένων των αναλογιών, ας πούμε, από την Στ΄ Δημοτικού, Α΄, Β΄ *(Γυμνασίου)* κτλ.

Ε: Γι’ αυτό λένε ότι είναι πολύ σημαντικό ο καθηγητής που θα πετύχεις… Να βασιστείς μόνο σε ένα βιβλίο…

Κ: Ναι, γι’ αυτό είπα ότι σε ένα μεγάλο βαθμό εξαρτάται από εμάς. Εμείς δεν είμαστε τέλειοι, εμείς δεν είμαστε πάντοτε κατάλληλα εκπαιδευμένοι, οπότε δε σημαίνει ότι επειδή κάναμε την παραγοντοποίηση, ας πούμε, πριν από 15 χρόνια θα πρέπει και τώρα να κάνουμε 45 ώρες παραγοντοποίηση. Δεν είναι η παραγοντοποίηση τα Μαθηματικά. Οπότε θα πρέπει κι εμείς να δίνουμε βαρύτητα σε περισσότερους τομείς Μαθηματικών ώστε να γίνεται καλύτερη… οι πυλώνες δηλαδή πάνω στους οποίους θα στηριχθεί το παιδί να είναι και πιο γεροί και πιο πολλοί.

Ε: Σας έχουνε πει ποτέ τα παιδιά… Ας πούμε έχει τύχει να τους βάλετε κάποια δραστηριότητα να την διαβάσουν για το σπίτι; Ενδεχομένως… Ξαναγυρίζω τώρα… Ή τους λέτε: «Διαβάστε τη θεωρία, δείτε τα λυμένα παραδείγματα 1 και 2 και κάντε…»

Κ: Μερικές δραστηριότητες, δηλαδή ας πούμε για παράδειγμα θυμάμαι τους είχα δώσει μια δραστηριότητα με τη σοκολάτα να κάνουν εκεί στην εισαγωγή των εξισώσεων, και όταν γύρισαν την επόμενη μέρα τους είχα φέρει μια ζυγαριά, γιόρταζε και μια κοπελιά και τους είχε φέρει σοκολατάκια και μου ήρθε μια χαρά. Δηλαδή είχα ένα ζυγό ακριβείας, έκοψα το σοκολατάκι στα δύο, βρήκαν και κάτι βαριδάκια και εντάξει τους άρεσε πάρα πολύ. Αλλά το μου αρέσει κάτι με το να μπορώ να λύσω ένα πρόβλημα με τη βοήθεια μιας εξίσωσης έχει τεράστια απόσταση. Σίγουρα, όμως, ήταν ένα μάθημα που και εγώ το θυμάμαι και τα παιδιά το θυμούνται. Και τη ζυγαριά την έχω γιατί θα την εφαρμόσω του χρόνου πιο συχνά. Δηλαδή μου αρέσει να παίζω έτσι με τα Μαθηματικά πάνω σε τέτοια πράγματα, γιατί θεωρώ ότι τα παιδιά προσέχουν περισσότερο, συμμετέχουν πιο πολύ και επειδή είναι πιο βιωματικό το μάθημα, ίσως μπαίνει περισσότερο μέσα τους.

Ε: Ναι, έχουν παραπονεθεί ποτέ, ας πούμε, «Κύριε, διάβασα αυτή τη δραστηριότητα στο σπίτι και δεν κατάλαβα τι έλεγε ή έλεγε κάτι κουφό»…

Κ: Όχι, δεν μπορώ να πω… Συστηματικά κι εγώ δεν τους βάζω… Δεν το κάνουν αυτό. Τα παιδιά για να λέμε τα πράγματα με το όνομα τους, προσπαθούμε αυτό να το αντιστρέψουμε με μεγάλη έτσι ένταση, πάνε και λύνουν κατευθείαν τις ασκήσεις.

Ε: Άντε να δουν και κανένα λυμένο παράδειγμα.

Κ: Ναι, δηλαδή, στο αξίζει να θυμάμαι, έτσι, μαθαίνω κτλ. μερικές φορές το διαβάζουν και μόνο με τη δική μας επιμονή, γιατί είναι και δύσκολο να διατυπώνουν τις έννοιες των Μαθηματικών και τους ορισμούς. Άρα από μας εξαρτάται, δηλαδή, ζητάμε ας πούμε ορισμούς από τα παιδιά της Α΄ Γυμνασίου; Στη Β΄ Γυμνασίου δε νομίζω να υπάρχουν παραπάνω από 5-10 ορισμοί σ’ όλο το βιβλίο, στη Γ΄ Γυμνασίου υπάρχουν πάρα πολλοί ορισμοί. Άρα στην διατύπωση της θεωρίας, είναι θα μου πείτε και η δομή της ύλης των Μαθηματικών, υπάρχουν επίσης μεγάλες αποστάσεις από τάξη σε τάξη. **Θεωρώ, δηλαδή,** για να επανέλθω **ότι δεν υπήρξε ένα μάτι το οποίο είδε τις δουλειές των τριών αυτών επιτροπών, ας πούμε, και προσπάθησε να τις**

συνθέσει και να δημιουργήσει μια ενιαία άποψη για τα Μαθηματικά στην Ελλάδα.
Ε: Μάλιστα, ευχαριστώ πάρα πάρα πολύ…
Κ: Παρακαλώ, να ‘σαι καλά, καλή επιτυχία σε ότι κι αν κάνεις…
Ε: Καλή συνέχεια…

1.2.2 2η Συνέντευξη (2ος Εκπαιδευτικός)

Ε: Λοιπόν, θέλω να σας ρωτήσω, να μου περιγράψετε πως κάνετε το μάθημα μέσα στην τάξη. Ένα τυχαίο μάθημα, μια απλή ημέρα που έχετε… Εμείς είχαμε παρακολουθήσει Γ΄ Γυμνασίου, αν θυμάμαι έτσι; Ας πούμε για την Γ΄…
Κ: Ξεκινώντας, λοιπόν, θα γίνει, πιθανόν, όχι κάθε μέρα, ένας έλεγχος ποιοι έλυσαν ασκήσεις, θα γίνει μια εξέταση των ασκήσεων και κυρίως αυτών που δυσκόλεψαν το μάθημα, ε *(διορθώνει)* τους μαθητές, ε και μετά θα μπούμε στην παράδοση. Τώρα, κάποιες φορές ίσως χρησιμοποιήσω τη δραστηριότητα με την έννοια ποια: στη Β΄ *(Γυμνασίου)* δεν βοηθάει γιατί είναι λυμένες, έχουν τις απαντήσεις…
Ε: Α, μπράβο, και γι' αυτό θα σας ρώταγα… Ποια είναι η άποψη σας…
Κ: Οπότε **εάν θεωρώ ότι αυτή η δραστηριότητα είναι αρκετά καλή μεν και πρέπει να τη χρησιμοποιήσω, ζητάω από τα παιδιά, πιστεύω τα περισσότερα τα κάνουνε, να σκεπάσουνε την απάντηση με ένα τετράδιο και προχωράμε. Αν και πολλές φορές δεν παίρνουν είδηση καν ότι είναι η απάντηση από κάτω, γιατί είναι τόσο αδιάφορα ορισμένα.**
Ε: Να ρωτήσω κάτι: Πώς τη λύνετε τη δραστηριότητα; Δηλαδή…
Κ: Υπάρχουν κάποιες δραστηριότητες που αναγκαστικά, δηλαδή είναι τόσο καλές που από μόνες τους λύνονται εύκολα. Δεν τις χρησιμοποιώ όλες.
Ε: Δηλαδή είστε στον πίνακα…
Κ: Μέσα από το βιβλίο. Τη διαβάζουμε και την απαντάμε.
Ε: Είστε στον πίνακα και λέτε ας πούμε: «Γιώργο εσύ τι λες;»
Κ: Ναι, ναι, ναι. **Διαβάζουμε την πρόταση ή οτιδήποτε ζητάει ή μπορεί να είναι ένας πίνακας και πρέπει να συμπληρωθεί ή οτιδήποτε…**
Ε: Θέλω να πω τους αφήνετε καθόλου να σκεφτούν…
Κ: Να τη μελετήσουν εννοείτε. Να τη διαβάσουν την εκφώνηση…
Ε: Να τη λύσουν στα τετράδια;
Κ: Όχι, δεν έχουμε τόση πολυτέλεια χρόνου.
Ε: Σωστά.
Κ: Ε, όχι, **πολλές φορές μπορούν να την απαντήσουν και τόσο εύκολα προφορικά, χωρίς πολύ σκέψη.**
Ε: Α!
Κ: Είναι κάποιες που είναι πολύ απλές.
Ε: Α! Υπάρχουν κάποιες που θέλουνε πιο προβληματισμό…
Κ: Υπάρχουν κάποιες που θέλουν βοήθεια, που μπορεί να την κάνω και στον πίνακα αλλά δε σημαίνει ότι τις κάνω πάντα και όλες τις δραστηριότητες.
Ε: Ναι, ναι. Να σας ρωτήσω: Εσείς πώς την αντιλαμβάνεστε την έννοια μιας δραστηριότητας; Δηλαδή τι θα ήταν για σας μια δραστηριότητα;
Κ: Προφανώς **η δραστηριότητα ήτανε αυτό, δηλαδή ή μόνος του ο καθένας ή σε συνεργασία να έχουν και χρόνο, να τη μελετήσουν και να την απαντήσουν από μόνοι τους.**
Ε: Αυτό είναι το προφανώς.
Κ: Ακριβώς.
Ε: Το τι γίνεται;
Κ: Ο χρόνος, όμως, είναι τόσο πιεσμένος, εντωμεταξύ η πληθώρα των ασκήσεων είναι τόσο μεγάλη που δεν προλαβαίνεις να τα κάνεις όλα αυτά όπως το θες.
Ε: Οπότε δεν… Δηλαδή σαν δραστηριότητα…
Κ: Σαν δραστηριότητα με την έννοια της δραστηριότητας δεν υπάρχει.
Ε: Δεν την κάνετε.

Κ: Μπορεί να την κάνουμε σαν παράδειγμα ή σαν εισαγωγή στο μάθημα, δηλαδή να συζητήσεις πάνω σ' αυτό για να εισαχθείς σε μια έννοια αλλά πιο πολύ πιεσμένα…
Ε: Έχετε… Θυμάμαι και στο δικό μας μάθημα που είχα έρθει και σας παρακολούθησα, είχατε κάποια δικά σας… στην Παραγοντοποίηση θυμάστε;
Κ: Πάντα με το μυαλό δουλεύω εγώ. Δηλαδή βάζω τα παραδείγματα εκείνη την ώρα ότι μου 'ρθει. Ε, εντάξει η εμπειρία τόσων ετών τώρα… είναι λογικό.
Ε: Και το πάτε από μόνη σας, δεν θυμάμαι…
Κ: Ναι, σταδιακά. Ε, εντάξει τώρα εκεί ίσως και νη μην είχε τίποτα σπουδαίο σε στυλ δραστηριότητας. Είχε απλώς παραδειγματάκια, όπως αυτά, ήταν το μάθημα τέτοιο. Αλλά υπάρχουν κάποιες δραστηριότητες που ειδικά στη Β΄ *(Γυμνασίου)* ήταν καλές. Αλλά λίγες, όσες μπορείς να δουλέψεις. Δηλαδή αν πάμε να σκεφτούμε του τριμήνου, δεν υπήρξε καν τρίτο τρίμηνο, τι να προλάβεις να κάνεις.
Ε: Ναι. Να σας ρωτήσω: Νομίζετε ότι χρησιμεύουνε, δηλαδή αυτή η αλλαγή που έγινε από τα παλιά βιβλία, αυτά που τα ξέρατε χρόνια, έτσι; Υποτίθεται ότι η αλλαγή η μεγάλη πια ήταν αυτή: ότι μπήκαν στην αρχή κάθε παραγράφου αυτές οι δραστηριότητες, καλά στη Β΄ είναι και λυμένες, δε θεωρείται και ακριβώς δραστηριότητα… Στην Α΄ και τη Γ΄, ας πούμε, που είναι και άλυτες, θεωρείτε ότι χρησίμεψε, ότι έγινε κάτι διαφορετικό τέλος πάντων με αυτή την αλλαγή στην αρχή κάθε παραγράφου; Σας χρησίμεψε σε κάτι; Σας βοήθησαν εσάς στο μάθημα σας;
Κ: Πιθανόν κάποιες να βοηθούν ακόμα και τον καθηγητή.
Ε: Αν δεν υπήρχαν θα σας ενοχλούσε;
Κ: Εμένα προσωπικά, επειδή ξέρω τα βιβλία απ' έξω, ίσως και να μην τα χρειαζόμουνα. Αλλά ένα νέο άνθρωπο πιθανόν να τον βοηθούσε στο πώς θα εισάγει μια νέα έννοια πιο απλά, πιο κατανοητά στα παιδιά. Δεν είναι τόσο άσχημες. Απλά θεωρώ ότι η θεωρία είναι τόσο απλοϊκά γραμμένη και οι ασκήσεις είναι τόσο δυνατές που λίγο εκεί… χτυπάει. Δηλαδή ενώ λέμε πέντε πραγματάκια στάνταρ που είναι απαραίτητα στη θεωρία, ακόμα και η δραστηριότητα και οτιδήποτε, μετά έρχεται και ζητάει στις ασκήσεις, πολύ ωραίες ασκήσεις μεν αλλά πολύ δυνατές. Δεν απευθύνονται δηλαδή στους μαθητές του… της μέσης…
Ε: Με το παλιό βιβλίο δεν ήταν έτσι;
Κ: Δεν είχε τόσο δύσκολες ασκήσεις. Το βιβλίο αυτό, εμένα με αντιπροσωπεύει με την έννοια ποια: εγώ έψαχνα και έβρισκα τόσο μπερδεμένες ασκήσεις. Αλλά τις απεύθυνα στους 5 από τους 25 καλούς μαθητές.
Ε: Με τους υπόλοιπους;
Κ: Οι υπόλοιποι δεν μπορούν να λύσουν δύσκολες ασκήσεις.
Ε: Τι κάνετε;
Κ: Τίποτα το πολύ πολύ όταν θα ρωτήσω ποιος δυσκολεύτηκε σε μια δύσκολη άσκηση, θα μου πουν μέσα από εκείνους τους καλούς μαθητές αν υπάρχουν δυσκολίες ή όχι, και φυσικά αν υπάρχουν θα τη λύσω οπωσδήποτε στον πίνακα, αλλιώς οι άλλοι είναι έτσι κι αλλιώς αδιάφοροι που δεν μπορείς να κάνεις τίποτα. Αλλά προσπαθείς ειδικά σ' αυτές τις δύσκολες ασκήσεις να καλύψεις τους μαθητές που διαβάζουν.
Ε: Να ρωτήσω: αυτό που…
Κ: Δεν ξέρω αν σου απάντησα για τις δραστηριότητες… Θεωρώ ότι κάποιους τους βοηθάει, κάποιους… είναι περιττό…
Ε: Όχι, εμένα με ένοιαζε για σας αν σας βοηθάει…
Κ: Πολύ σπάνια τις χρησιμοποιώ…
Ε: Πολύ σπάνια. Μάλιστα. Να σας ρωτήσω: Το βιβλίο του εκπαιδευτικού σας βοηθάει στο σχεδιασμό ενός μαθήματος; Δηλαδή την προηγούμενη μέρα λέτε: «Ω, αύριο θα

μπω Παραγοντοποίηση» καλή ώρα που κάναμε παρεούλα, τότε που είχα παρακολουθήσει. Θα σας βοηθούσε ή θες λόγω εμπειρίας…
Κ: Θα σου απαντήσω και πάλι. **Εγώ πάντα έκανα σχέδιο μαθήματος. Δηλαδή από όταν διορίστηκα στο Δημόσιο, δεν δούλεψα και ιδιωτικά καθόλου, είχα πάρει βιβλίο σχολικό μαζί με άπειρα βοηθήματα και έβγαζα σχέδιο μαθήματος. Και τα είχα σε ένα ντοσιέ όπου κάθε φορά έκανα χρήση αυτού. Άρα, λοιπόν, στην ουσία, ερχόμουνα το καινούργιο βιβλίο να έχει τέτοια μεθοδολογία εγώ την είχα ήδη κάνει. Δηλαδή δεν ξέφυγα πολύ. Κι αυτή τη δραστηριότητα κι αυτά τα παραδείγματα κι αυτόν τον τρόπο τον είχα ήδη κάνει.** Δηλαδή είχε έρθει κάποτε η σύμβουλος, η Κ. η οποία φωτοτύπησε όλο μου το ντοσιέ. Και μιλάω κάποτε, το ’93-’94 στο Χαλάνδρι. Λοιπόν, την είχε εντυπωσιάσει**. Άρα για μένα προσωπικά χωρίς να περιαυτολογώ δεν ήταν και τεράστια η αλλαγή. Γιατί και δύσκολες ασκήσεις επέλεγα και σχέδιο μαθήματος είχα.**
Ε: Δηλαδή είναι αυτή η ερώτηση που θα σας κάνω ότι: η προηγούμενη εμπειρία σας, σας επιτρέπει να μην συμβουλεύεστε το βιβλίο του…
Κ: Όχι, έκατσα φέτος εκ νέου και ξαναέκανα οργανωμένη διαδικασία, πάλι σχέδια μαθήματος και τέτοια εκ νέου για το νέο βιβλίο. Πώς θα μεθοδεύσω την όλη πορεία. Άρα καθαρά καθαρά το βιβλίο από μόνο του μπορεί και να μην το χρησιμοποιώ μπροστά μου, να έχω το σχέδιο και παράλληλα το βιβλίο. Ή να έχω το σχέδιο μόνο, γιατί το σχέδιο μου το έχω φτιάξει…
Ε: Αυτό το σχέδιο που λέτε εσείς σχετίζεται με το βιβλίο του εκπαιδευτικού; Αυτό εννοώ, για το βιβλίο του εκπαιδευτικού.
Κ: Α, όχι, ναι, **το συμβουλεύομαι με την έννοια,** ίσως μπερδεύτηκα εγώ, το συμβουλεύομαι με την έννοια **τι πρέπει να δώσω έμφαση, πόσες ώρες πρέπει να κάνω εκείνο να κάνω το άλλο**, ναι. Το συμβουλεύομαι.
Ε: Για το σχεδιασμό του μαθήματος;
Κ: Ακριβώς, το συμβουλεύομαι, ναι. Αλλά στο βιβλίο του καθηγητή, το οποίο πέρσι το χρησιμοποίησα πιο πολύ, φέτος καθόλου, έχει κάποια τεστάκια τα οποία ήταν αρκετά δυνατά. Δηλαδή δεν μπορούσαν να απευθύνονται… Υπήρξαν συνάδελφοι που το ξέρω προσωπικά που τα βάζανε κανονικά σαν διαγώνισμα τριμήνου. Αλλά θεωρώ ότι ήταν λίγο ζόρικο.
Ε: Ναι. Κάποιες υποδείξεις του βιβλίου του εκπαιδευτικού, θεωρείτε ότι ήταν άστοχες; Ότι ήθελαν κάποια διόρθωση, ας πούμε;
Κ: Να σου απαντήσω σωστά δεν μπορώ γιατί φέτος δεν το χρησιμοποίησα καθόλου και δεν θυμάμαι λεπτομέρειες.
Ε: Ναι. Γενικά από πέρυσι σας άφησε έτσι μια καλή εντύπωση;
Κ: Νομίζω ψιλοαδιάφορη… το βιβλίο του καθηγητή.
Ε: Ναι.
Κ: Εκτός από κάποιες φορές που βοηθήθηκα από κάποιες ασκήσεις του στυλ, ναι είχε σωστό-λάθος, είχε τέτοιες… στο στυλ των θεμάτων ενός διαγωνίσματος.
Ε: Ναι. Και να ρωτήσω και κάτι ακόμη. **Σε ότι αφορά την ομαδική εργασία που προτείνει το βιβλίο του καθηγητή, λέει βάλτε τα παιδιά σε ομάδες…**
Κ: Δεν το έχω κάνει ποτέ. Δεν ξέρω πόσο είναι εφικτό να γίνει εκτός σχολείου.
Ε: Έχετε μοιράσει ποτέ Φύλλα Εργασίας; Ας πούμε στην Παραγοντοποίηση;
Κ: Ναι, πολλές φορές.
Ε: Είχατε ετοιμάσει εσείς μια κόλλα Α4 ενδεχομένως και τη μοιράσατε στα θρανία.
Κ: Ναι.
(Μας διακόπτει μια συνάδελφος…)
Ε: Και όταν μοιράζατε τα Φύλλα Εργασίας, μοιράζατε ένα σε κάθε μαθητή;

Κ: Ναι. Υποτίθεται θα το πάει και σπίτι του για αν ασχοληθεί, ας πούμε. Α! Εννοείς Φύλλο Εργασίας την ώρα του μαθήματος;
Ε: Ναι. Κάνατε κάποιες ασκησούλες στον πίνακα… Εσείς στον πίνακα, εκείνοι κάτω…
Κ: Ναι, ναι.
Ε: Και μπορεί μια άσκηση να μην την προλαβαίνανε και να την παίρνανε για το σπίτι, σαν άσκηση.
Κ: Όχι, αυτό, μπορεί να δοθεί και Φύλλο Εργασίας υπό μορφή τεστ, να το δουλέψουν για όλη την ώρα. Την υπόλοιπη ώρα, ας πούμε.
Ε: Ναι. Αυτά είναι πάνω σ' αυτά που έχουν διδαχθεί την προηγούμενη, έτσι;
Κ: Ή σ' αυτό που παραδόθηκε.
Ε: Ναι. **Αυτό είναι σαν τεστάκι.**
Κ: Ναι.
Ε: Φύλλο Εργασίας που να δουλέψουνε πάνω σ' αυτό για να βγει… Δηλαδή, εισαγωγή στην Παραγοντοποίηση. Έχει ποτέ να τους μοιράσετε ένα Φύλλο που μέσα σ' αυτό το χαρτί να δουλέψετε, να γίνει παράδοση με βάση αυτό το χαρτί; Να έχετε ετοιμάσει εσείς κάτι… Όχι, να τους εξετάσετε… Για να γίνει παράδοση, να γίνει παιχνίδι με τον πίνακα με τα παιδιά…
Κ: Όχι. Δεν το έχω κάνει. Δεν βοηθάει και το επίπεδο των παιδιών. Τα περισσότερα είναι τελείως αδιάφορα. Δηλαδή πιο πολύ με εξυπηρετεί να περάσω πάνω από κάθε θρανίο, αυτό που λες με το Φύλλο Εργασίας, εντάξει, το Φύλλο Εργασίας είναι απλώς να έχει μια κόλλα ή ένα φύλλο τετραδίου ο άλλος, περνάω από όλα τα θρανία, τους βάζω από το πιο απλό μέχρι να δυσκολέψουνε οι τρόποι, περνάω από όλα τα θρανία και κοιτάω τι κάνουνε.
Ε: Θυμάμαι που τους είχατε βάλει μια άσκηση στην Παραγοντοποίηση και περνάγατε…
Κ: Ναι, θεωρώ ότι αυτό βοηθάει περισσότερο. Το να του δώσω το Φυλλάδιο και να… δεν ξέρω…
Ε: Να γίνει ένα παιχνίδι δηλαδή εκείνη την ώρα…
Κ: Μα ακόμα κι όταν λέγοντας του ότι βγαίνει κοινός παράγοντας το 3, κάνε διαίρεση να δεις τι θα μείνει μέσα, τα περισσότερα δεν καταλαβαίνουν τι θα πει καν η διαίρεση. Δηλαδή το Δημόσιο σχολείο δυστυχώς, δεν ξέρω και το Ιδιωτικό πολύ πιθανόν, **τα περισσότερα παιδιά είναι τελείως αδιάφορα**. Οπότε δεν έχεις επίπεδο να δουλέψεις, να κάνεις και τόση δουλειά σε στυλ παιχνιδάκι. Έχω κάνει και δουλειά σε στυλ παιχνιδάκι για να καταλάβουν το μάθημα, στο Πυθαγόρειο με χαρτάκια με κείνο με τ' άλλο…
Ε: Ήτανε δραστηριότητα του σχολείου, του βιβλίου αυτό;
Κ: Δεν νομίζω ότι ήταν η αυτούσια του βιβλίου, νομίζω από κάπου την πέτυχα. Από κάποιο άλλο βοήθημα, δεν θυμάμαι…
Ε: Και κάνατε εισαγωγή μέσω ενός παιχνιδιού.
Κ: Εντάξει, μπορείς να κάνεις εισαγωγή έτσι παίζοντας, με κάποιο στερεό που θα σου έχουν κάνει τα παιδιά από χαρτόνι κι αυτά που τους έχω πει, ή να μετρήσουνε να κάνουνε στην πράξη τη διαίρεση του μήκους του κύκλου με τη διάμετρο για να βρουν το 3,14… Αυτά ναι. Αλλά δεν έχεις την πολυτέλεια να τα κάνεις αυτά συχνά. Είναι η πίεση του χρόνου, είναι οι αργίες, είναι οι γιορτές είναι εκείνο είναι τ' άλλο… Δεν σου μένουν και πολλά πράγματα.
Ε: Για πείτε μου λίγο σε γενικές γραμμές τα πλεονεκτήματα των νέων βιβλίων; Δηλαδή μ' αυτή την αλλαγή, εσείς έχετε εμπειρία και από τα παλιά έχετε και…
Κ: Εγώ θεωρώ… **Εγώ τα καινούργια βιβλία μ' αρέσουν. Άσχετα αν είναι κάποια πράγματα που δεν είναι και τόσο εφικτά. Είναι πιο καλογραμμένα.**

Ε: Δε σας ρώτησα εκεί που λέγαμε πριν για τις δραστηριότητες, η έννοα της δραστηριότητας θεωρείται ότι είναι, πρέπει να είναι ένα πρόβλημα οικείο στο μαθητή, να τον προβληματίσει, να είναι κοντά στην καθημερινότητα του…
Κ: Ξέρεις τώρα δεν τις πολυθυμάμαι κιόλας… Νομίζω ότι οι περισσότερες ήταν προσιτές… Κάνω λάθος… Δεν τις θυμάμαι… Καλά στην Α΄ δεν έχω κάνει και ποτέ εγώ, δεν ξέρω την ύλη της Α΄. Κάποιες ίσως είναι αδιάφορες αλλά κάποιες νομίζω ότι είναι προσιτές. Με πέτυχες… Έπρεπε δηλαδή να το ήξερα να έριχνα μια ματιά σε αυτά…
Ε: Όχι, εντάξει απλώς, ας πούμε θα μπορούσε να είναι ένα από τα μειονεκτήματα αυτό των νέων βιβλίων… Ότι οι δραστηριότητες που προτείνει…
Κ: Κοίταξε σαν γράψιμο οπτικά είναι πολύ καλύτερο και πιο καλογραμμένο…
Ε: Έχει χρώματα, έχει λυμένα παραδείγματα, έχει πληθώρα ασκήσεων…
Κ: Α μπράβο! Ακριβώς… Λοιπόν, **καλά το προηγούμενο βιβλίο δεν υπάρχει λόγος να το συζητάμε… Δεν ήταν ένα βιβλίο σπουδαίο. Μιλάμε γι' αυτό ή για κάποιο καλύτερο. Νομίζω ότι έτσι πρέπει να το σκεφτούμε. Λοιπόν, αν το πάμε έτσι, μπορεί μεν σαν βιβλίο να είναι καλό αλλά δεν είναι τόσο εύκολο να υλοποιηθούν όλα αυτά που θέλει.** Δεν ξέρω αν καταλαβαίνεις τι θέλω να πω;
Ε: Θα αλλάζατε κάτι εσείς; Αν σας δινόταν η ευκαιρία να…
Κ: Καταρχήν έχει αρκετά λάθη. Κατά δεύτερο, θα προσπαθούσαμε αν γινότανε να μειώσουμε λίγο την ύλη… *(βλέπουμε κάτι στο σχολικό βιβλίο)*
Ε: Να αυτό ήταν το δικό μας…
Κ: Ε, να βλέπεις ας πούμε αυτή η δραστηριότητα…
Ε: Μου έκανε εντύπωση εσείς… κάνατε κατευθείαν… με μεταβλητές…
Κ: Ε, ναι τώρα τι να κάνω με τα νουμεράκια[77]; Νομίζω ότι στα παιδιά η επιμεριστική ιδιότητα είναι πιο προσιτή, έχει γίνει μάλλον προσιτή και με γράμματα όπως είναι αυτό το παράδειγμα από κάτω… *(δείχνει τη δραστηριότητα του σχολικού βιβλίου)*… εντάξει δεν ξέρω… Αυτά νομίζω από την Ε΄ Δημοτικού τα ξέρουνε με τα νούμερα. Ε, και δεν έχεις και το χρόνο. Σε πιέζει ο χρόνος να κάτσεις και να κάνεις τόσα πολλά πράγματα.
Ε: Τι θα αλλάζατε εσείς που μου είπατε εσείς; Που ξεκινήσατε να μου λέτε… Αν ας πούμε…
Κ: Ε, εκ των πραγμάτων η ύλη δεν βγαίνει, άρα θα μπορούσε κάλλιστα αυτά τα κεφάλαια να είναι 1-2 κεφάλαια λιγότερα και να είναι λίγο πιο συνοπτικά κάποια σχόλια ή κάποια παραδείγματα…
Ε: Ας πούμε θυμάμαι στη Γ΄ Γυμνασίου έχουνε βάλει και τη Διαίρεση Πολυωνύμων.
Κ: Ναι, δεν είναι άσχημο με την έννοια ότι θα την ξαναδούν πια στη Β΄ Λυκείου αλλά δεν ξέρω δηλαδή είναι κάποια που… ας πούμε όλο αυτό το κατεβατό εδώ πέρα με τις Συναρτήσεις…
Ε: Εσείς κάνετε ένα δικό σας μάθημα έτσι; Με δικά σας παραδείγματα.
Κ: Ναι.
Ε: Και πολλές φορές νομίζετε ότι τους μπερδεύει κιόλας.
Κ: Ναι.
Ε: Τους τα βάζετε σαν ανάγνωση για το σπίτι ενδεχομένως;
Κ: Λογικά ένα παιδί για να ξέρει να λύσει άσκηση πρέπει να ξέρει τη θεωρία. Εγώ δεν είμαι της άποψης να τους υπαγορεύω κανόνα και να τον γράφουνε άρα εννοείται ότι πρέπει να μάθουν όλα τα πλαίσια, τους κανόνες κτλ.

[77] Η εκπαιδευτικός ξεκίνησε την εισαγωγή στην έννοια της Παραγοντοποίησης με παραδείγματα που περιείχαν γράμματα (α, β, γ) ενώ το βιβλίο πρότεινε ένα παράδειγμα πρώτα με νούμερα και έπειτα με γράμματα.

Ε: Τους λέτε να διαβάσουν θεωρία, τα λυμένα παραδείγματα, τις εφαρμογές και μετά προχωράτε σε κάποιες ασκήσεις. **Έχει μπει ποτέ μια τέτοια δραστηριότητα σαν άσκηση για το σπίτι;**
Κ: Όχι, όχι.
Ε: Δηλαδή πιο πολύ δεν πολυχρησιμοποιούνται…
Κ: Σαν να μην τις χρησιμοποιώ.
Ε: Για το σκοπό που έχουν δημιουργηθεί… εγώ αυτό προσπαθώ να καταλάβω… Δεν έχουν εφαρμογή…
Κ: Και πιστεύω ότι σχεδόν κανείς δεν πρέπει να τις χρησιμοποιεί έτσι όπως… με το στόχο αυτό που μπήκανε… Εγώ το εισέπραξα πιο πολύ στο να με βοηθήσει εμένα πώς θα εισάγω ένα μάθημα, πώς θα εισαχθώ σε ένα καινούργιο μάθημα παρά να το βάλω…
Ε: Και να λειτουργήσει μες την τάξη κτλ.
Κ: Μα δεν έχουν δηλαδή… **για να μπορέσεις να κάνεις αυτό το πράγμα σωστά πρέπει η πρώτη ολόκληρη ώρα του κεφαλαίου να φύγει με αυτή τη δραστηριότητα.**
Ε: Ενώ εσείς μέσα στην πρώτη ώρα έχετε πει…
Κ: Εγώ είμαι υποχρεωμένη και να εξετάσω και να παραδώσω και να κάνω εφαρμογές και να βάλω ασκήσεις για το σπίτι.
Ε: Ναι, ναι, κατάλαβα.
Κ: Στο Λύκειο βέβαια κάνουν κάτι άλλο: μπορεί να καθιερώσουν δύο μαθήματα παράδοσης και μετά να αρχίσουν, να βάλουν άσκηση. Αλλά φεύγει το παιδί στο σπίτι χωρίς ασκήσεις τη μια μέρα.
Ε: Ναι.
Κ: Θα μου πεις και τι έγινε; Σάμπως και που τις βάζεις τις γράφει; Αλλά…
Ε: Όχι, όχι υποτίθεται ότι δουλειά πρέπει να υπάρχει. Μάλιστα. Ευχαριστώ πάρα πολύ…
Κ: Να ‘σαι καλά γλυκιά μου, δεν ξέρω αν σε βοήθησα… Γιατί κι εγώ ψιλομπερδεμένη με τα βιβλία, ναι μεν φαινομενικά μου αρέσανε, σαν βιβλία είναι καλογραμμένα αλλά έτσι όπως το πας τόσο σχολαστικά να δεις αν δουλεύει, αν αυτό… Δεν έχουμε το χρόνο να το κάνουμε. Είναι πολυτέλεια.
Ε: Αυτό είναι που ήθελα εγώ να εξετάσω: το τι γίνεται στην πράξη. Δηλαδή στη θεωρία το βιβλίο λέει και βάλτε τους σε ομάδες και αφήστε τα παιδιά να δουλέψουνε… και περάστε εσείς πάνω από τα θρανία κτλ.
Κ: Όχι, όχι… **Πιστεύω ότι μπορεί να το λέει, αλλά στην ουσία το ξέρουν και στο Παιδαγωγικό ότι δεν λειτουργεί έτσι. Δεν μπορεί να λειτουργήσει έτσι. Δε φτάνει ο χρόνος…**

1.2.3 3η Συνέντευξη (3ος Εκπαιδευτικός)

Ε: Ξεκινάμε με την κυρία Φ. Θέλω να μου πείτε καταρχήν πώς αντιλαμβάνεστε την έννοια των Δραστηριοτήτων. Αυτές οι δραστηριότητες που υπάρχουν στην αρχή κάθε ενότητας και που προτείνει το βιβλίο και το βιβλίο του εκπαιδευτικού, ίσως να κάνετε μια εισαγωγή με αυτό τον τρόπο, μέσω μιας δραστηριότητας, εσείς πώς τις αντιλαμβάνεστε; Σαν ασκήσεις; Σαν κάτι να το δούνε επιπλέον τα παιδιά στο σπίτι; Τις χρησιμοποιείτε μέσα στην τάξη; Δεν τις χρησιμοποιείτε;
Κ: Η Δραστηριότητα για μένα είναι μια απλή άσκηση που συνδέει το προηγούμενο κομμάτι με το επόμενο. Δεν ακολουθώ πάντοτε τις Δραστηριότητες του βιβλίου, κάνω μερικά παραδείγματα γενικά μέσα από την ζωή μας την καθημερινή.
Ε: Ωραία. Σε τι νομίζετε ότι χρησιμεύουν; Δηλαδή για ποιο λόγο τις βάλανε αυτοί που γράψανε το βιβλίο;
Κ: Πιστεύω ότι ήθελαν να προκαλέσουν και να προξενήσουν το ενδιαφέρον των παιδιών για το κομμάτι του μαθήματος που θα ακολουθήσει.
Ε: Το πέτυχαν λέτε;
Κ: Ε, έως τώρα, επειδή τα παιδάκια που έρχονται από το Δημοτικό έχουν πάρα πολλά κενά, πιστεύω ότι ένα μεγάλο μέρος δεν καταλαβαίνει τι σημαίνει Δραστηριότητα…
Ε: Εσείς, λοιπόν, να μου ξαναπείτε, τις χρησιμοποιείτε τις Δραστηριότητες ή όχι και για ποιους λόγους; Ας πούμε πιθανοί λόγοι θα μπορούσαν να είναι: Ότι δεν προσελκύουν το ενδιαφέρον των μαθητών, ενδεχομένως, ή ότι υπάρχει περιορισμένος χρόνος και δε σας φτάνει μέσα στην τάξη να καλύψετε όλη την παράγραφο, ή ότι έτσι έχετε συνηθίσει από το παρελθόν, από τα παλιά βιβλία τόσα χρόνια, και ξαφνικά αυτό σας φαίνεται κάτι καινούργιο… Ή έτσι πιστεύετε εσείς, έτσι θεωρείτε… είναι η δική σας πεποίθηση… Τα πιστεύω σας… Ότι εγώ θεωρώ ότι το μάθημα μου είναι προτιμότερο έτσι παρά να κάνω εισαγωγή μέσω μιας τέτοιας Δραστηριότητας. Δηλαδή είναι πολλοί οι λόγοι…
Κ: Ξεκινάω πάντα από το πώς βρίσκεται η τάξη την ώρα που θέλω να πω μάθημα. Όχι όλες οι Δραστηριότητες, λίγες του βιβλίου έχω χρησιμοποιήσει. Πάντοτε κάνω παρατηρήσεις ή φέρνουν τα παιδιά παραδείγματα από αυτά που τα ίδια βιώνουν.
Ε: Μάλιστα, και πολλές φορές αυτά δεν σχετίζονται με τις Δραστηριότητες…
Κ: …που υπάρχουν στο βιβλίο. Το καινούργιο βιβλίο που κρατάμε στα χέρια μας, μας διευκολύνει πάρα πολύ στις Ανακεφαλαιώσεις, που έχουμε συγκεντρωμένες όλες τις έννοιες που διαπραγματευτήκαμε στα προηγούμενα μαθήματα. Τα παιδιά δεν ξέρουν να συγκεντρώνουν ή να βγάζουν συμπεράσματα, αδυνατούν ακόμα. Έτσι, λοιπόν…
Ε: Σ' αυτό σας βοηθάει…
Κ: Βοηθάει η Ανακεφαλαίωση. **Τα παραδείγματα περισσότερο τα λυμένα παρά οι Δραστηριότητες.** Γι' αυτό το λόγο με κάνουν να μη χρησιμοποιώ τόσο πολύ τις Δραστηριότητες. Μερικές φορές σε κάποια κεφάλαια τις χρησιμοποιώ. Όχι, όμως, πάντα.
Ε: Τους προτείνετε να τους ρίξουν μια ματιά για το σπίτι ενδεχομένως;
Κ: Καμιά φορά όταν μας περισσεύει λίγος χρόνος προσπαθούμε να δούμε πως είναι γραμμένο το βιβλίο ή πως πρέπει να διαβάζουμε. Εκείνη τη στιγμή, τα παιδιά με ενδιαφέρον, πραγματικό ενδιαφέρον, προσπαθούν από το διάβασμα της σελίδας να δουν ποιο είναι το σπουδαιότερο, δηλαδή τι ξεκινήσαμε, τι είδαμε στη ζωγραφιά, τι συμπέρασμα βγάλαμε και σε ποιον κανόνα καταλήξαμε. Σε μια τέτοια περίπτωση φυσικά διαβάζει τη Δραστηριότητα ο μαθητής.

Ε: Αλλά αυτές μου λέτε ότι είναι σε συγκεκριμένα κεφάλαια…
Κ: Σε συγκεκριμένα κεφάλαια. Η Δευτέρα τάξη έχει τις εξισώσεις… το πρώτο κεφάλαιο. Έχει το δεύτερο κεφάλαιο τους Πραγματικούς Αριθμούς. Το τρίτο κεφάλαιο είναι οι Συναρτήσεις και το τέταρτο κεφάλαιο είναι η Στατιστική. **Τις Δραστηριότητες τις είδαμε σε μεγαλύτερη εφαρμογή στη Στατιστική… σε παραδείγματα.**
Ε: Δηλαδή ξεκινάγατε το μάθημα…
Κ: Με μια Δραστηριότητα…
Ε: Ναι.
Κ: Στη Στατιστική: «Παιδιά κάντε μεταξύ σας ένα παράδειγμα στο τεστάκι των Μαθηματικών πόσοι πήρατε πάνω απ' τη βάση πόσοι πήρατε κάτω. Πόσοι καταλάβατε το θέμα πόσοι δεν το καταλάβατε».
Ε: Όλα αυτά βέβαια γίνονταν ενώ εσείς ήσασταν στον πίνακα… έτσι;
Κ: …και τα παιδιά κάτω…
Ε: …και υπάρχει το παιχνίδι αυτό…
Κ: Ακριβώς. **Να γράφουμε λάθος, να βρίσκουν τα σωστά, να προτείνουν λύσεις, να συζητάμε…**
Ε: Ένας συνεχόμενος διάλογος.
Κ: Διάλογος.
Ε: Με τον καθηγητή έτσι;
Κ: Και όλοι οι μαθητές να συμμετέχουνε.
Ε: Ναι, το είδαμε στο… *(βίντεο)*
Κ: Να μην υπάρχει κανείς που να αφαιρείται. Και όταν κάποιος δεν ξέρει, στεκόμαστε, του λέμε αυτό που ξέρει και τον τραβάμε μαζί μας στην παρέα. Δηλαδή το μάθημα το κάνουμε περισσότερο παιχνίδι για να μη φανεί ότι είναι κάτι που είναι αναγκαστικό. Είναι κάτι επειδή το επιδιώκουμε. **Ας πούμε εδώ *(δείχνει μια Δραστηριότητα του βιβλίου της Β΄ Γυμνασίου)* άμα το πούμε με θεωρία, δεν θα το καταλάβω. Αν είχαμε μια ζυγαριά και βάζαμε, εκεί μπορούσαν να το νοιώσουν και να δουν.** Δηλαδή τα παιδιά είναι…
Ε: Άρα είναι μια θεωρητική Δραστηριότητα που δεν έχει εκείνη την ώρα εφαρμογή.
Κ: Έτσι μπράβο. Ωραίο μεν αλλά αν είχαμε και μια ζυγαριά με βαρίδια να καταλάβαιναν ποιο είναι το 1 γραμμάριο, ποιο είναι τα 2 γραμμάρια, ποια είναι τα 500.
Ε: Εγώ είχε τύχει και ο μπαμπάς μου ήταν μηχανικός και μου είχε δείξει τέτοια ζυγαριά και το καταλάβαινα γιατί το είχα δει. Τώρα κάποιος που το βλέπει, ας πούμε…
Κ: Δεν το ξέρει. Ούτε ξέρουνε αυτό εδώ, εκτός αν πάνε σε παλιό μπακάλικο…
Ε: Τη μόνη ζυγαριά που ίσως να έχουνε είναι αυτή που ανεβαίνουμε με τα ποδαράκια επάνω…
Κ: Και ζυγιζόμαστε, που είναι του Φαρμακείου. Αντίθετα, παραδείγματα Δραστηριότητες όταν πήγαμε στη Γεωμετρία στα Εμβαδά και στις μονάδες μήκους και επιφάνειας.
Ε: Σας βοήθησαν;
Κ: Εκεί ποια ήταν η Δραστηριότητα που κάναμε: Θα φέρουνε όλοι μέτρο και θα αρχίσουμε να μετράμε.
Ε: Το πρότεινε αυτό η Δραστηριότητα του βιβλίου;
Κ: …Το είχαμε ξεκινήσει και από την Α΄ Γυμνασίου *(ψάχνει στο βιβλίο)* … **Δεν το προτείνει.**
Ε: Ήταν δική σας πρόταση…

Κ: Απλά στο λέει. Δεν έχουμε εδώ … Μονάδες μέτρησης *(σχολιάζοντας το βιβλίο)* … Δραστηριότητα: «Θα πάρουμε και θα παίξουμε με ένα κουτάκι». Δεν το προτείνει. Εμείς, λοιπόν, αυτή τη Δραστηριότητα την αντικαταστήσαμε με κάτι άλλο: Πήραμε αυτό το φύλλο και είδαμε πόσα τέτοια φύλλα μπορούμε να βάλουμε και να καλύψουμε το θρανίο μας, να καλύψουμε την έδρα μας, να βγάλουμε αυτό εδώ το τελάρο και να στρώσουμε την τάξη.
Ε: Ενώ το βιβλίο τι πρότεινε;
Κ: Το βιβλίο πρότεινε να φτιάξουμε ένα τετράγωνο και να το χωρίσουμε σε μικρά τετραγωνάκια και να αρχίσουμε να το κόβουμε και να δούμε ότι αυτό το τετράγωνο χωρίζεται σε αυτά τα δύο ίσα… Αυτό το κάναμε εμείς μετά χωρίς να έχουμε εμβαδόν στην ισότητα των σχημάτων. Είπαμε δύο σχήματα είναι ίσα. Πώς θα το καταλάβουμε απλά, καθημερινά, χωρίς να ξέρουμε: Παίρνω το ένα το τοποθετώ πάνω στο άλλο και όταν εφαρμόσουν… Και μετά αυτή η πλευρά του ενός και η άλλη πλευρά του άλλου επειδή εφαρμόζουν και είναι ίσες λέγονται και αντίστοιχες.
Ε: Λοιπόν, εσείς πιστεύετε ότι βοηθάει το βιβλίο του εκπαιδευτικού στο σχεδιασμό ενός μαθήματος; Για το σχεδιασμό;
Κ: Πάντα! Είναι απαραίτητο γιατί είναι ένας οδηγός που δείχνει στο δάσκαλο που πρέπει να κινηθεί και τι να πει. Και από εκεί μέσα καταλαβαίνει και την ομάδα των παιδιών του που έχουν αδυναμία και που είναι άνετοι. Δηλαδή αν πω σε ένα παιδάκι τώρα «μέτρησε μου το ύψος» και το δω και βάλει το μέτρο στο έδαφος, ξέρω ότι δεν ξεχωρίζει τι λέγεται ύψος και τι… Έχει τύχει και τέτοια περίπτωση. Και ήταν η διδασκαλία να μάθουμε όλοι μαζί τι σημαίνει ύψος.
Ε: Να ρωτήσω κάτι: Η προηγούμενη εμπειρία σας, σας επιτρέπει να μην συμβουλεύεστε το βιβλίο του εκπαιδευτικού σε ότι αφορά το σχεδιασμό ενός μαθήματος;
Κ: Σε όλα μου τα χρόνια σα δασκάλα ποτέ δεν εγκατέλειψα το βιβλίο του εκπαιδευτικού. Το χρησιμοποιούσα πάντα και ας δίδασκα πολλά χρόνια στην ίδια τάξη και το ίδιο κομμάτι ύλης. Πάντοτε γιατί κάθε φορά αφαιρούσα κάτι πριν και πρόσθετα κάτι καινούργιο. Με οδηγούσαν πάντα τα παιδιά.
Ε: Χωρίς αυτό να σημαίνει ότι το ακολουθείτε και κατά γράμμα… Φυσικά ο καθένας βάζει και την προσωπική του…
Κ: Έκανα πάντοτε ένα σχεδιασμό όλης της χρονιάς: Πώς λογικά και κανονικά θα μου πάει η ύλη. Και μέσα σε κείνα τα περιθώρια είχα τη δυνατότητα να επιμείνω κάπου, να κάνω επανάληψη, να πάω λίγο πιο αργά, να πάω λίγο πιο γρήγορα. Για μένα είναι πάντοτε απαραίτητο το βιβλίο να το έχουμε.
Ε: Τώρα, θεωρείτε ότι είναι άστοχες οι υποδείξεις του βιβλίου του εκπαιδευτικού και ότι θα έπρεπε να διορθωθούν;
Κ: Έχουμε κάνει προτάσεις σαν σύλλογος Μαθηματικών προς τη σύμβουλο μας στις συγκεντρώσεις που έχουμε τι θα έπρεπε να γίνει, τι θα έπρεπε να διορθωθεί, πως θα έπρεπε να διατυπωθεί, ποια σειρά θα έπρεπε να έχει και νομίζω ότι αυτά έχουνε πάρει το δρόμο τους. Έχουνε γίνει τέτοιες προτάσεις. Πάντοτε στην αρχή κάθε χρονιάς μαζευόμαστε…
Ε: Ας πούμε ένα από αυτά τι θα ήτανε;
Κ: Αυτό πιο πολύ φαίνεται στο βιβλίο της Α΄ Γυμνασίου και όχι της Β΄. Ας πούμε στο βιβλίο της Β΄ Γυμνασίου στις Συναρτήσεις… Συγκεκριμένα *(ψάχνει να βρει στο βιβλίο το κεφάλαιο με τις Συναρτήσεις)* στη συνάρτηση της μορφής ψ=αχ+β θεωρεί και όχι θεωρεί αλλά είναι και εκτός ύλης της Β΄ Γυμνασίου η εξίσωση της ευθείας που έχει μορφή αχ+βψ=γ.
Ε: Το βιβλίο του εκπαιδευτικού προτείνει να το διδάξετε;

Κ: Όχι. Αυτό το έχουνε βάλει για να διδαχθεί. Το βιβλίο, όμως, του οδηγού του εκπαιδευτικού θεώρησε ότι δίνοντας αυτό τα παιδιά πρώτη φορά στις συναρτήσεις και βλέποντας αυτό θα μπερδευτούν.
Ε: Ναι, και τι πρότεινε το βιβλίο του εκπαιδευτικού δηλαδή;
Κ: Να μην το διδάξουμε. Να το αφήσουμε για την Γ΄ Γυμνασίου, την επόμενη τάξη. Έγιναν και κάποιες άλλες διορθώσεις. Ας πούμε στην Α΄ Τάξη κατέβηκε όλη η θεωρία των Ρητών Αριθμών. Στα παλιά βιβλία ήταν μόνο η έννοια των Ρητών Αριθμών, Πρόσθεση και Αφαίρεση Ρητών Αριθμών και πάμε Πολλαπλασιασμό στον πρώτο μήνα… Έτσι;
Ε: Τα έβγαζες.
Κ: Τώρα, όμως, θεώρησαν ότι τα παιδιά είναι ικανά να κατεβάσουν την ύλη των Μαθηματικών μια τάξη χαμηλότερα. Νομίζω ότι εκεί δυσκολεύονται. Ή τουλάχιστον στο τέλος μπερδεύονται.
Ε: Κάποιο σημείο που το βιβλίο του εκπαιδευτικού σας υποδεικνύει κάτι…
Κ: Το βιβλίο του εκπαιδευτικού μας υποδεικνύει ποια να προτείνουμε και ποια να αποφεύγουμε. Και σε ασκήσεις, αυτή είναι δύσκολη άσκηση, ήταν για άσκηση της Γ΄ Γυμνασίου και όχι της Β΄ Γυμνασίου. Είναι πολλές ασκήσεις, τις έχω σημειώσει κι εδώ απάνω…
Ε: Σε γενικές γραμμές δηλαδή συμφωνείτε με τις υποδείξεις του…
Κ: Συμφωνούμε, γιατί νομίζω ότι το βιβλίο του εκπαιδευτικού έχει γίνει κατόπιν εισηγήσεων και προτάσεων και πάλι βελτιώνεται. Να πω κάτι: *(ξεφυλλίζοντας το βιβλίο της Β΄)* μας λέει για τη σφαίρα, έχει σχετικές θέσεις σφαίρας και επιπέδου, να μην τέμνονται. Εδώ στη σφαίρα, λέω συνήθως δύο πράγματα: τα παιδιά στο τελευταίο κομμάτι της στερεομετρίας της Β΄ Γυμνασίου, δυσκολεύονται στο απομνημονεύουν τύπους.
Ε: Το βιβλίο του εκπαιδευτικού προτείνει…
Κ: Να αποφεύγουμε τις αποδείξεις και να εστιάζουμε στα σπουδαία. Στους ξεχωρισμούς εννοιών. Άλλο κύκλος, άλλο επίπεδο, άλλο στερεό άλλο σφαίρα, που δεν μοιάζει με τα στερεά. Εδώ έχουνε δυσκολία στην απομνημόνευση των τύπων. Ας πούμε, κλείνοντας το ρεφρέν όλο βάζει τις Γεωγραφικές Συντεταγμένες. Αυτό από τότε που έγινε το βιβλίο μας είπαν να μην το διδάσκουμε ποτέ. Γιατί είναι ένα κομμάτι που αναφέρεται στη Γεωγραφία. Όμως, δεν θα ήτανε κακό να το πούμε και στη Στερεομετρία.
Ε: Αυτό είναι κάτι που δεν το προτείνει…
Κ: Δεν το προτείνει, δεν είναι κακό να το πούμε, αλλά θέλουν τα παιδιά όταν φτάνουμε στα τελευταία μαθήματα να κάνουμε επαναλήψεις στον τρόπο που… γιατί είναι τα παιδάκια που για πρώτη φορά συναντάνε εξετάσεις στο Γυμνάσιο και πολλά δυσκολεύονται να προσαρμοστούν στον τρόπο εξέτασης ή δεν καταλαβαίνουν τις έννοιες, ίσως γιατί δεν καταλαβαίνουν καλά τη γλώσσα, είναι παιδιά που ήρθανε τα τελευταία χρόνια στην Ελλάδα, το σχολείο μας έχει πρόβλημα με παιδιά που δεν γνωρίζουν καλά την ελληνική γλώσσα. Όμως, αν είναι από χώρες κυρίως ανατολικές έχουνε μια ιδιαίτερη ικανότητα στις θετικές επιστήμες και πιο πολύ στα Μαθηματικά. Δηλαδή έχουνε περισσότερο αντίληψη στις κατασκευές.
Ε: Γι' αυτό και χρησιμοποιείτε στο μάθημα σας, έτσι παίρνετε και από τις επιστήμες *(παραδείγματα)* είχατε αναφέρει για την αστρονομία…
Κ: Τα καταλαβαίνουν και με βοηθούν.
Ε: Δίνει τέτοια παραδείγματα το βιβλίο του εκπαιδευτικού; Κάνει τέτοιες νύξεις ή είναι προσωπική σας…;

Κ: Όχι, προσωπικά και η σύμβουλός μας τελευταία μας είπε ότι μπορούμε να βρούμε τον τρόπο να προκαλέσουμε του ακροατή μας, να είναι ενεργητικός και όχι παθητικός.
Ε: Ναι, το βιβλίο δεν προτείνει τέτοια νομίζω αντίστοιχα κομμάτια; Τουλάχιστον εγώ δεν έχω δει κάποιες τέτοιες…
Κ: Δεν έχει.
Ε: Είναι, λοιπόν, στην προσωπική… του καθηγητή.
Κ: Το κινητό το ξέρουν όλα τα παιδιά. Δεν ξέρουν, όμως, ποια είναι η συσχέτιση χρόνος ομιλίας και πληρωμή. ***(Αναφέρεται σε μια Δραστηριότητα του βιβλίου)***
Ε: Αυτό χτυπάει τους γονείς γι' αυτό! Δεν πληρώνουν τα παιδιά, οπότε για ποιο λόγο να το ξέρουν κιόλας!
Κ: Όμως, στο σχολείο, ο συγγραφέας έχει κάνει όμορφο σκίτσο. Πολύ πετυχημένες στα βιβλία οι φωτογραφίες αυτές *(εννοεί τα σκίτσα)* δηλαδή θεωρούν ότι τα Μαθηματικά…
Ε: Σε αυτή τη Δραστηριότητα εδώ με το κινητό, τη βρίσκουν ενδιαφέρουσα;
Κ: Πιο ενδιαφέρουσα θα τη βρίσκανε αν αυτό το αντικαταστήσουμε με διαδρομή σε ένα ταξίδι: χιλιόμετρα και απόσταση.
Ε: Το κάνατε εσείς;
Κ: Ναι, αμέ. Και το βρήκανε. Και με 10 ευρώ στην τσέπη άμα πηγαίνει 1 χιλιόμετρο η απόσταση πόσα χιλιόμετρα θα κάνει.
Ε: Δηλαδή συνήθως προτείνετε αυτό αντί;
Κ: Και το ένα και το άλλο.
Ε: Α, και το ένα και το άλλο.
Κ: Είναι μια Δραστηριότητα που την χρησιμοποίησα. Και μετά αυτή τη Δραστηριότητα τα ίδια τα παιδιά τη μετέτρεψαν σε παγωτό και σε τιμή παγωτού, σε γλυκό και σε τιμή γλυκού, σε βιβλίο και σε τιμή αγοράς βιβλίου. Δηλαδή φτιάχνανε μόνα τους μετά πολλά δικά τους παραδείγματα. Και φυσικά η πιο όμορφη συνάρτηση από όλους είναι των Αναλόγων Ποσών ψ=αχ. Εντωμεταξύ εδώ μην ξεχνάμε ότι μπαίνουμε και στη Φυσική. Τα παιδάκια της Β΄ Γυμνασίου βλέπουνε για 1^{η} φορά την έννοια της Φυσικής και έχουνε την απόσταση. Η ομαλή κίνηση, η ομαλή μεταβαλλόμενη κίνηση…
Ε: Υπάρχουν εδώ νύξεις του βιβλίου που σε στέλνουνε και στη Φυσική λίγο…
Κ: Ναι, ναι. Στο πρώτο κομμάτι όταν μιλάμε για τις Εξισώσεις, κλείνει το κεφάλαιο με την επίλυση τύπου και το χρησιμοποιήσαμε. Και πιο πολύ το χρησιμοποιήσαμε στην επίλυση τύπων όχι Φυσικής, ελάχιστα Φυσικής, Γεωμετρίας.
Ε: Όταν το κάνουν, όμως, αυτό με τους τύπους, υποτίθεται ότι είναι ακόμη νωρίς την ύλη, δεν ξέρω αν στη Φυσική έχουν φτάσει σε ένα τέτοιο *(επίπεδο)*…
Κ: Όχι, γι' αυτό δε χρησιμοποιήσαμε τύπους Φυσικής, χρησιμοποιήσαμε τύπους Γεωμετρίας.
Ε: Οπότε την Δραστηριότητα δεν…
Κ: Αποκλειστικά την αφήσαμε, η Δραστηριότητα 1 και 2 είναι Φυσικής. Ενώ πήγαμε στην Εφαρμογή…
Ε: Πήγατε κατευθείαν στην Εφαρμογή.
Κ: Ή είπαμε το εξής…
Ε: Γιατί είναι κάτι πιο οικείο έτσι; Άλλο ένα τρίγωνο και άλλο**…**
Κ: …Άλλο ένα τετράγωνο, να ξέρουμε την περίμετρο πόσο είναι και να θέλουμε να βρούμε το μήκος της μιας πλευράς.
Ε: Εδώ τη συγκεκριμένη Δραστηριότητα θα την αποκαλούσατε…
Κ: Ε, λίγο δύσκολη εξίσωση για την αρχή, παρόλο που στην Α΄ Γυμνασίου καταπιανόμαστε με εξισώσεις. Πρώτα απλές που τις βρίσκουν με το μυαλό, μετά λίγο

πιο δύσκολες που χρειάζονται μολυβάκι και χαρτί για να τη λύσουν να βεβαιωθούν και μετά να δουν ότι η απάντηση είναι η σωστή και δεν είναι η λάθος. Και σε κάποιες εξισώσεις που δεν υπάρχει λύση, να καταλάβουν ποιο είναι το αδύνατο της εξίσωσης.
Ε: Να ρωτήσω κάτι: Εδώ στης Β΄ Γυμνασίου, οι Δραστηριότητες είναι λυμένες, υπάρχει πάντα και η λύση τους. Ενώ στην Α΄ και στη Γ΄…
Κ: Στην Α΄ προτείνει στα παιδιά, στη Γ΄ έχω 2-3 χρόνια να κάνω μάθημα…
Ε: Στην Α΄ και στη Γ΄ δεν είναι λυμένες οι Δραστηριότητες. Το μοναδικό που είναι λυμένο είναι εδώ στης Β΄. Και είναι όλες οι Δραστηριότητες λυμένες. Εσείς θεωρείτε ότι πρέπει να είναι μια Δραστηριότητα σε ένα βιβλίο ή να την αφήνει στο μαθητή να τη σκεφτεί, να προβληματιστεί, γιατί η ουσία υποτίθεται ότι οι Δραστηριότητες είναι…
Κ: Να προβληματίσουν το μαθητή πως θα ακολουθήσει…
Ε: …μέσα από την καθημερινότητα, να είναι δηλαδή προβλήματα οικεία για το μαθητή και να του προξενήσουν και το ενδιαφέρον έτσι; Διαφορετικά…
Κ: Διαβάζοντας, όμως, αυτή τη Δραστηριότητα πιστεύω ότι δεν θα πήγαινε το μυαλό κανενός μαθητή να σκεφτεί αυτή εδώ τη σύνθεση.
Ε: Οπότε θα έπρεπε να είναι μια άλλου είδους Δραστηριότητα, προφανώς. Εσείς τι προτιμάτε να είναι λυμένες ή να είναι άλυτες και να γίνεται ένα παιχνίδι μέσα στην τάξη;
Κ: Εγώ θα ήθελα το 50% των Δραστηριοτήτων να μη λύνονται, να αφήνουν το μαθητή να σκέφτεται…
Ε: Μέσα στην τάξη; Την ώρα του μαθήματος να γίνεται αυτό το παιχνίδι; Στην εισαγωγή;
Κ: Την ώρα του μαθήματος ή στο τέλος για να προετοιμαστούμε για το επόμενο μάθημα: «Παιδιά κοιτάτε αυτή τη Δραστηριότητα, τι πιστεύετε ότι θα κάνουμε;»
Ε: Σαν άσκηση και για το σπίτι, κάπως έτσι;
Κ: Όχι να γίνει εδώ . Οι ασκήσεις να μην είναι του επόμενου μαθήματος. Ποιος θα είναι ο προβληματισμός μας για το επόμενο μάθημα, πώς θα αντιμετωπίσουμε αυτή την ενότητα. Ή στην αρχή του μαθήματος που θα μας λέει: «Παιδιά θέλουμε να βρούμε το εμβαδόν, τι θα κάνουμε; Βρείτε το εμβαδόν της κόλλας που έχετε για να ζωγραφίζετε».
Ε: Να ξεκινήσει το μάθημα έτσι με μια τέτοια Δραστηριότητα;
Κ: Να κλείσει το μάθημα με μια Δραστηριότητα που θα μας αφήσει ανοιχτό το περιθώριο να συνεχίσουμε για την επόμενη φορά. Και όχι να το δουν στο σπίτι, να το συνεχίσουμε εδώ στο πρόχειρο τετράδιο.
Ε: Γι' αυτό προτείνετε να μην έχουν λύση και κάποιες άλλες να έχουν σαν Εφαρμογές…
Κ: …και κάποιες άλλες να έχουν…
Ε: Άλλο η Εφαρμογή άλλο η Δραστηριότητα, αυτό δυστυχώς που μπερδεύουνε… η Δραστηριότητα έχει την έννοια του προβληματισμού…
Κ: Η Δραστηριότητα τότε να μην έχει λύση. Να αφήνει το κάθε παιδί να μας πει το δικό του τρόπο που μπορούμε να προσεγγίσουμε ασκήσεις.
Ε: Τώρα από κάτω ας έχει κάποιες εφαρμογές που θα μπορεί το παιδί να εμβαθύνει.
Κ: Υπήρχανε προβλήματα στη Γεωμετρία που μπορούν να λυθούν απλά με μια εξίσωση. Όμως, είδα παιδάκια που να μου δίνουν σωστές απαντήσεις χρησιμοποιώντας τον δικό τους πρακτικό τρόπο, τον οποίο θεωρούσα ολόσωστο. Χρησιμοποιούσαν δηλαδή τη σκέψη της Δ΄ Δημοτικού: προβλήματα των τεσσάρων πράξεων. Κι αυτό μ' αρέσει γιατί όταν έχει αυτό το υπόβαθρο μετά μπορείς σιγά σιγά να το βάλεις χωρίς πίεση στο κανάλι πώς να σκέφτεται. Θεωρώ τα Μαθηματικά χωρίς αυτό να θεωρηθεί ανόητο ότι είναι η κριτική που πρέπει να έχουμε διαβάζοντας ένα

οποιοδήποτε μάθημα. Δηλαδή ένα παιδάκι που δεν τα καταφέρνει για μένα Μαθηματικά, πιστεύω ότι δυσκολεύεται σε όλα τα μαθήματα. Τα απλά Μαθηματικά γιατί από το Λύκειο και μετά μπαίνουμε σε θεωρία και εκεί πρέπει να έχεις βάσεις…
Ε: Πείτε μου λίγο σε ότι αφορά την ομαδική εργασία, τη συνεργασία μεταξύ των παιδιών που προτείνει το βιβλίο του εκπαιδευτικού, υπάρχει κάτι που σας ενοχλεί σ' αυτό;
Κ: Δεν έχουμε την πολυτέλεια του χρόνου και όταν υπάρχουν ας πούμε τα 20 παιδάκια 5 ομάδες, σε 10 λεπτά δεν προλαβαίνουν να εργαστούν. Το μάθημα μας πρέπει να γίνεται: 4-5 λεπτά εξέταση… ***(Μας διέκοψαν)***
Ε: Για το θέμα της συνεργασίας μεταξύ των παιδιών, αυτό το λέει το βιβλίο του εκπαιδευτικού, να μπούνε σε ομάδες των 2-3-4 ατόμων…
Κ: Και όχι μόνο να κάνουμε και διαθεματική εργασία και να συνεργαστούμε και με άλλους καθηγητάς.
Ε: Σας ενοχλεί κάτι σ' αυτό; Το κάνετε; Το πραγματοποιείτε;
Κ: Όχι καθόλου. Υπάρχουνε…
Ε: Το κάνετε; Το πραγματοποιείτε;
Κ: Δεν προλάβαμε φέτος να το πραγματοποιήσουμε γιατί είχαμε πρόβλημα στην αρχή της χρονιάς με καταλήψεις και χάθηκε ένα αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα, με αποτέλεσμα τα παιδάκια ιδιαίτερα της Α΄ Τάξης ενώ έπρεπε να έχουν μπει από τον Οκτώβριο στο νόημα λειτουργίας του καινούργιου σχολείου να δυσκολευτούν πολύ. Έτσι, λοιπόν, για την Α΄ Τάξη μιλάω, το να μπορέσουμε να οργανωθούμε σε ομάδες δεν ήτανε δύσκολο αλλά δεν μας έπαιρνε ο χρόνος. Είδα στις ομάδες να υπάρχουν κάποιοι που να γίνονται αρχηγοί και να οδηγούν τους άλλους.
Ε: Έτσι πρέπει να γίνεται. Πρέπει μια ομάδα να αποτελείται, το ιδανικό πιο θα ήτανε, να τους έχει όλους μέσα.
Κ: Αλλά εκεί είδα…
Ε: Γιατί αν ήτανε σε μια ομάδα των τεσσάρων ατόμων και οι τέσσερις πολύ καλοί…
Κ: Τότε η ομάδα θα έβγαζε…
Ε: Ωραία αποτελέσματα…
Κ: Αυτή η ομάδα θα ήτανε ελίτ.
Ε: Ναι αλλά μια ομάδα που θα είχε όλους τους αδύναμους;
Κ: Λέμε ιδανικές συνθήκες για όλα τα παιδιά. **Στην ομάδα, τώρα, επειδή τα παιδιά έχουνε πάντα μια ψυχολογία: «Δεν πειράζει, ένας δουλεύει, εμείς ας ακολουθήσουμε λίγο, βοηθάμε αλλά βοηθάμε στο ελάχιστο», υπάρχουν, λοιπόν, ένα ή δύο παιδιά που τραβούν την ομάδα. Έτσι, λοιπόν, τελειώνουν την εργασία και τα άλλα παιδάκια απ' έξω ναι μεν συμμετέχουν αλλά μπορεί να μην έχουν καταλάβει και όλη την εργασία.**
Ε: Το πραγματοποιείτε μες την τάξη; Βάζετε να δουλεύουνε;
Κ: Ναι, έχουμε κάνει…
Ε: Να σας δώσω να καταλάβετε: σε ένα απλό καθημερινό σας μάθημα, ας πούμε, ήταν να μπείτε στην έννοια της εφαπτομένης που ήρθα και παρακολουθήσαμε και βιντεοσκοπήσαμε, το κάνετε;
Κ: Ναι και θα το έκανα αργότερα όταν τους έβαλα ένα τρίγωνο, στις επαναλήψεις τώρα στο τέλος…
Ε: Όχι, όχι, όταν είναι να κάνετε εισαγωγή νέας έννοιας, να έχετε ετοιμάσει ενδεχομένως ένα Φύλλο Εργασίας και να τους πείτε «Παιδιά δουλεύετε δυο-δυο στα θρανία σας και θα το συζητάμε, θα σηκώνεστε και στον πίνακα, θα περνάω εγώ να μιλάμε»...

Κ: Πολλές φορές και πιο πολύ αυτό έχει γίνει στις Απεικονίσεις και στις Γραφικές Παραστάσεις Συναρτήσεων.
Ε: Σε συγκεκριμένα κεφάλαια δηλαδή;
Κ: Συγκεκριμένα κεφάλαια.
Ε: Γιατί το βιβλίο του εκπαιδευτικού προτείνει γενικά ότι μπορείς να το κάνεις…
Κ: Πιο πολύ τα παιδιά το δέχονται αυτό όταν είμαστε στις Γραφικές Παραστάσεις.
Ε: Σας παίρνει ο χρόνος τότε; Έχετε κάνει ένα σχεδιασμό μαθήματος κατάλληλο και σύμφωνο με το βιβλίο του εκπαιδευτικού, παίρνετε κάποιες προτάσεις από εκεί και τις κάνετε;
Κ: Τις οποίες αλλάζω σύμφωνα με τη δύναμη, πάντοτε τη δύναμη της τάξης και αφήνουμε να δουλέψουνε… μερικές φορές η ομάδα μπορεί να αποτελείται και από δύο…
Ε: Σας φτάνει ο χρόνος να παραδώσετε όλη την παράγραφο;
Κ: Ναι, ναι.
Ε: Φέτος πόσες φορές το κάνατε;
Κ: 5 φορές.
Ε: Σε ποια μαθήματα; 5 φορές συνολικά ή μόνο στην Α΄ ή στη Β΄;
Κ: Στη Β΄.
Ε: Σε ποια μαθήματα;
Κ: Συναρτήσεις, Γραφικές Παραστάσεις και Στατιστική που είχε διαγράμματα. Και που εκεί τα παιδιά στη Β΄ Τάξη, και στο τμήμα που θεωρούσα πιο αδύνατο από το άλλο, είχαν μεγαλύτερη συμμετοχή.
Ε: Και να ρωτήσω πως το κάνατε; Μας περιγράφετε λίγο… Μπήκατε μέσα έτσι; Τι κάνατε;
Κ: Παιδιά θέλω να μου πείτε, στο τελευταίο τεστάκι που κάναμε, πόσοι ήμασταν; Τόσοι. Βάλτε άλλον ένα παραπάνω για να βγαίνουν τα ποσά ακριβώς.
Ε: Τους βάλατε πως;
Κ: Ανά δύο. Και ο τρίτος βοηθός…
Ε: Και γράφανε στα τετράδια τους; Δεν τους δώσατε εσείς κάποιο φύλλο εργασίας;
Κ: Όχι, όχι. Είχανε το πρόχειρο τους, ήτανε δύο, γιατί κάθεται ένας ένας στο θρανίο (*είναι λίγα παιδάκια σε κάθε τμήμα και κάθεται ένας ένας μόνος του)*, οι κοντινοί, οι γείτονες, και ο τρίτος βοηθός ήταν το βιβλίο.
Ε: Μάλιστα. **Εσείς στον πίνακα;**
Κ: Ναι, πήραμε αυτά τα αποτελέσματα, τόσο γράψατε στα τεστάκια…
Ε: Αυτό ήτανε ένας συνεχής διάλογος πάλι με εσάς…
Κ: Και όποιος τελείωνε και το 'χε σωστό… Λοιπόν, δουλεύανε στο τετράδιο τους…
Ε: Εσείς τι κάνατε;
Κ: Έχω γράψει τις παρατηρήσεις στον πίνακα.
Ε: Ήσαστε στον πίνακα. Σας φωνάζανε κάποιοι από κάτω, κυρία κυρία; Όχι, ήσασταν αποκλειστικά εδώ.
Κ: Όταν είπαμε το τι θέλαμε να κάνουμε, αφήσαμε 2 λεπτά για να καταλάβει το κάθε παιδί τι θέλουμε, να φτιάξουμε πίνακα, πίνακα συχνοτήτων, μετά διαγράμματα, κυκλικά διαγράμματα…
Ε: Αυτά τα κάνανε εκείνοι στο τετράδιο;
Κ: Στο τετράδιο. Και όταν κάποιος δεν καταλάβαινε ή είχανε διαφωνία «Δεν το 'κανες σωστό, βρήκες λάθος» πήγαινα να δω που είναι η διαφωνία τους. 4-5 λεπτά πριν χτυπήσει το κουδούνι, λέγαμε: «Είδα το τάδε παιδί να το έχει σωστά, είδα

στα 15 παιδιά τα 10 να είναι σωστά, τα 2 να μην έχουνε φτάσει στο τέρμα αλλά να έχουνε προχωρήσει σωστά, τα 3 παιδάκια να μην κατάλαβαν τίποτα. Σήκω, ποιος θέλει να σηκωθεί, εσύ στον πίνακα» και δεν έλυνε ένας την άσκηση…
Ε: Υπήρχε συμμετοχή και από κάτω.
Κ: Από όλους. Δηλαδή έγραφε μια άσκηση ο ένας…
Ε: Αυτό, πιστεύετε γινότανε σε ένα μάθημα όπως π.χ. είναι η Στατιστική που υπάρχει έτσι αυτό το παιχνίδι. Ας πούμε στους τριγωνομετρικούς αριθμούς που ήρθα και κάναμε την παρακολούθηση, ήταν δυνατόν να γίνει ένα τέτοιο μάθημα;
Κ: Στους τριγωνομετρικούς αριθμούς επειδή μας έχουνε πει ότι πρέπει να κάνουμε μόνο την έννοια των τριγωνομετρικών αριθμών και να κάνουμε τιμή παραστάσεων, ας πούμε, Α=2ημ30συν45, εκεί λοιπόν δεν μπορούσε να έχει συνεργασία, έπρεπε να θυμάται το κάθε παιδί…
Ε: Άρα σε συγκεκριμένα κεφάλαια πιστεύετε ότι μπορεί να γίνει ένα τέτοιο μάθημα.
Κ: Εγώ πιστεύω ότι υπάρχει συνεργασία στην τριγωνομετρία. Όταν αργότερα ακολουθούν οι αποδεικτικές ασκήσεις, αυτό είναι για την Γ΄ Γυμνασίου, εκεί βάζεις δύο-δύο τα παιδιά πως θα αποδείξουν μια πρόταση.
Ε: Όταν έγινε αυτό που τους βάλατε λέτε δύο-δύο πήρε όλη την ώρα έτσι;
Κ: Ναι, ναι. Και κάποια φορά δεν τελειώσαμε το αφήσαμε για την επόμενη φορά. *(Μας διέκοψαν)*
Ε: Τώρα, θέλω να μου πείτε ποια είναι κατά τη γνώμη σας τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα των νέων βιβλίων; Σε γενικές γραμμές…
Κ: Ε, πλεονεκτήματα: Είναι πιο κατανοητά από τα πρώτα.
Ε: Επειδή έχουν πιο πολλά παραδείγματα;
Κ: Υπάρχουνε λύσεις, υπάρχουν παραδείγματα…
Ε: Λυμένες εφαρμογές.
Κ: Εφαρμογές, Ανακεφαλαίωση. Τα βιβλία του Γυμνασίου, τώρα, φέρνουν τα παιδάκια συνέχεια στην καθημερινή ζωή. Δεν είναι αποκομμένα. Οι εικόνες, τα σχέδια, οι φωτογραφίες, οι ανακεφαλαιώσεις και οι ιστορικές αναδρομές…
Ε: Τις διαβάζουνε τις ιστορικές αναδρομές;
Κ: Ναι. **Και εκεί ήθελα να κάνουμε, δεν μας έφτασε ο χρόνος, λυπούμεθα, πιστεύουμε ότι θα το κάνουμε του χρόνου, να φέρουμε πληροφορίες για όλους τους μαθηματικούς που συναντήσαμε στο βιβλίο της Αρχαιότητας. Πώς έζησαν, ποιο ήταν το έργο τους, τι έκαναν…**
Ε: Μειονεκτήματα;
Κ: Να πω μια φράση; **Μπορούν να βελτιωθούν. Και πάντοτε κάθε τι που φτιάχνεται από τον άνθρωπο πάντοτε παίρνει βελτίωση.**
Ε: Δηλαδή αν σας δινόταν η ευκαιρία να αλλάξετε κάτι, τι θα ήταν αυτό και για ποιο λόγο;
Κ: Υπάρχουν κάποια κεφάλαια, κάποιοι παράγραφοι που είναι δυσνόητες ως προς τα παιδιά. Τα παιδιά που έρχονται στην Α΄ Γυμνασίου δεν είναι με τα παιδιά τα παλιά το ίδιο. Δεν έχουνε γνωρίσει τι σημαίνει εξέταση. Δυσκολεύονται στο να γράψουν και μας παίρνει ένα μεγάλο χρονικό διάστημα να τα μάθουμε να γράφουν. Τη σκέψη τους να την αποτυπώνουν.
Ε: Αυτό το κάνει ακόμα δυσκολότερο το ότι κάποια παιδιά δεν είναι από την Ελλάδα. Εκεί δυσκολεύουν ακόμη πιο πολύ τα πράγματα.
Κ: Στη ζωή μου, ήρθε κοπελίτσα Νοέμβριο μήνα από την Αλβανία και στο 2^{ο} μάθημα δέχθηκε με νοήματα να συμμετέχει σε τεστ. Έμεινα εμβρόντητη από το αποτέλεσμα. Αφού με νοήματα συνεννοηθήκαμε τι έλεγε η άσκηση, η κοπελίτσα μόνο με τους

τύπους έγραψε και πήρα 14-15. Ενώ τα ελληνόπουλα είχανε 7 και 8. Άρα, λοιπόν, τα παιδιά που προέρχονται από τις… επειδή οι αριθμοί και τα Μαθηματικά…
Ε: Εδώ σ' αυτό το σχολείο, στο κέντρο…
Κ: Είναι το 45%... το ευτύχημα είναι ότι τώρα έχουνε γεννηθεί στην Ελλάδα και πηγαίνουνε 6 χρόνια στο Ελληνικό σχολείο, αλλά το Δημοτικό είναι ολίγον τι χαλαρό σχολείο.
Ε: Οπότε δεν παύουν να υπάρχουν τα προβλήματα.
Κ: Οι καλοί μαθητές είναι παιδάκια από οικογένειες που ανησυχούν για τα παιδιά. Τώρα τα άλλα τα παιδιά τα αδύνατα είναι όταν οι γονείς τους δουλεύουνε δουλεύουν όλη μέρα και δεν έρχονται καθόλου να ρωτήσουνε γι' αυτά. Μη ζητάμε και πολλά.
Ε: Μάλιστα, ευχαριστώ πάρα πολύ.
Κ: Εγώ σ' ευχαριστώ.

2. ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ

Ιούνιος 2009 **[ΣΥΝΕΝΤΕΥΞΕΙΣ]**

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Πώς αντιλαμβάνεστε την έννοια των δραστηριοτήτων;
2. Σε τι νομίζετε ότι χρησιμεύουν;
3. Χρησιμοποιείτε τις δραστηριότητες ή όχι και για ποιους λόγους; (δεν προσελκύουν το ενδιαφέρον ενός μαθητή Γυμνασίου, περιορισμένος χρόνος, προσκόλληση σε διδακτική συνήθεια του παρελθόντος, διαφορετική επιλογή διδακτικής μεθόδου, άλλο).
4. Θεωρείτε ότι θα έπρεπε να είναι λυμένες όπως στο βιβλίο της Β΄ Γυμνασίου ή όχι και γιατί;

5. Βοηθάει το Βιβλίο του Εκπαιδευτικού στο σχεδιασμό του μαθήματος;
6. Η προηγούμενη εμπειρία σας, σας επιτρέπει να μην συμβουλεύεστε το Βιβλίο του Εκπαιδευτικού σε ότι αφορά το σχεδιασμό του μαθήματος;
7. Θεωρείτε ότι είναι άστοχες οι υποδείξεις του Βιβλίου του Εκπαιδευτικού και ότι θα πρέπει να διορθωθούν;
8. Σε ότι αφορά την ομαδική εργασία που προτείνει το Βιβλίο του Εκπαιδευτικού, υπάρχει κάτι που σας ενοχλεί σχετικά με αυτό;

9. Ποια τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα των νέων βιβλίων;

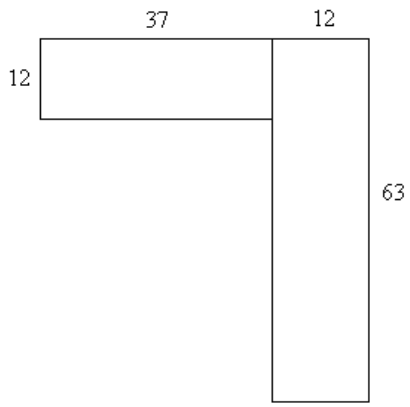
10. Αν σας δινόταν η ευκαιρία να αλλάξετε κάτι στα νέα βιβλία, τι θα ήταν αυτό και για ποιο λόγο;

3. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΤΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΕ ΝΕΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΝΝΟΙΑ

1ος Εκπαιδευτικός (Γ΄ Γυμνασίου)

Παράδειγμα του καθηγητή για την Εισαγωγή στην Παραγοντοποίηση

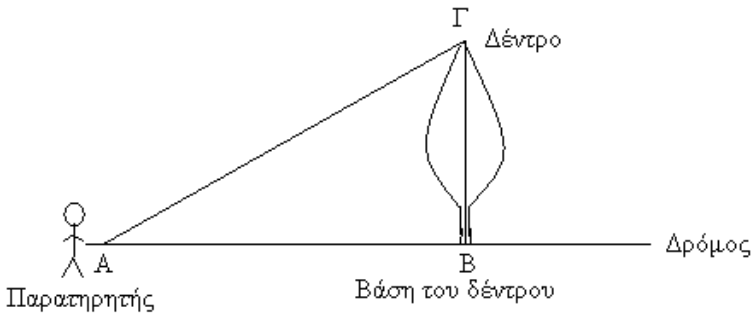
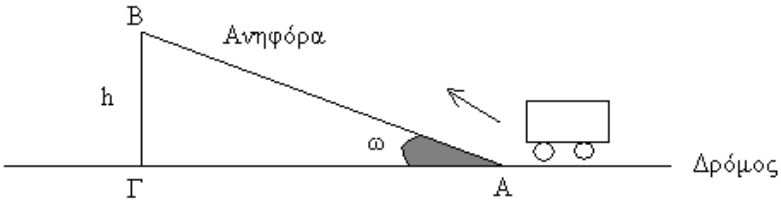
Να βρεθεί το Εμβαδόν του διπλανού σχήματος.



Λύση: $12 \cdot 37+12 \cdot 63=12(37+63)=12 \cdot 100=1200$

3ος Εκπαιδευτικός (Β΄ Γυμνασίου)

Παράδειγμα του καθηγητή στους λόγους των πλευρών ενός τριγώνου



Παράδειγμα του καθηγητή στην εφαπτομένη οξείας γωνίας