ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΚΥΠΡΟΥ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ - ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΩΝ - ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ

ΔΙΑΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟ - ΔΙΑΤΜΗΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
"ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ"

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

<<Η σχέση αλληλεπίδρασης μεταξύ της φυσικής και των μαθηματικών στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση>>

Διονύσιος Θεοχάρης
Α.Μ. 200909

ΕΠΙΒΛΕΠΟΥΣΑ ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ
Κ. ΒΑΣΙΛΙΚΗ ΦΑΡΜΑΚΗ

ΑΘΗΝΑ
2012

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία

εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών

για την απόκτηση του

Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

που απονέμει το

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών

«Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»

Εγκρίθηκε την ……από Εξεταστική Επιτροπή αποτελούμενη από τους :

Ονοματεπώνυμο	Βαθμίδα	Υπογραφή
1)……	……	……
2)……	……	……
3)……	……	……

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα εργασία είναι αποτέλεσμα εκτενούς αναζήτησης και έρευνας σε δύο διαφορετικές επιστήμες.
Θα ήθελα να απευθύνω θερμές ευχαριστίες λοιπόν στην επιβλέπουσα καθηγήτρια μου κ. Βασιλική Φαρμάκη καθώς και στον κ. Κλαουδάτο Νικόλαο για την καθοδήγηση τους και την άμεση & ουσιαστική αρωγή που μου παρείχαν κατά την διάρκεια της εκπόνησης αυτής της διπλωματικής εργασίας .
Ευχαριστώ επίσης τον κύριο Διονύση Λάππα που με τίμησε με τη συμμετοχή του στην τριμελή επιτροπή.

Διονύσιος Γ. Θεοχάρης
Νοέμβριος 2012

Αφιερώνεται στην οικογένεια μου και στους φίλους μου που με στήριξαν σε όλη την διάρκεια των σπουδών μου

.

Ιδιάιτερη μνεία *για την πολύτιμη βοηθειά τους στους : Ανδρέα Κουτσογιάννη (Διδάκτορα στα θεωρητικά Μαθηματικά) , Αθηνά Πουρή (Διδάκτορα στην Αστροφυσική) , Αντώνη Μαμμή (Καθηγητή Φυσικής) και Σωτηρία Βεροπούλου (Καθηγήτρια Φιλολογίας- Ιστορικό Αρχαιολογικό)*

ΔΕΝ ΠΑΥΕΙ ΠΟΤΕ ΝΑ ΜΕ ΕΚΠΛΗΣΣΕΙ ΤΟ ΓΕΓΟΝΟΣ ΟΤΙ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ ΤΗΣ ΦΑΝΤΑΣΙΑΣ ΤΟΥ ΑΝΘΡΩΠΟΥ) ΕΙΝΑΙ ΑΠΟΛΥΤΑ ΕΝΑΡΜΟΝΙΣΜΕΝΑ ΜΕ ΤΗΝ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ

(ALBERT EINSTEIN)

.....
Διονύσιος Γ. Θεοχάρης

Πτυχιούχος του Φυσικού Τμήματος του Πανεπιστημίου Αθηνών

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Περίληψη διπλωματικής ……...8

Σκοπός της Διπλωματικής ……9-10

ΜΕΡΟΣ Ι

1. Θεωρητικό Πλαίσιο……...…….…….…….....

Ιστορική αναδρομή μέρος α……...…….……11-22

Ιστορική αναδρομή μέρος β……23-28

1.α Φυσικές Επιστήμες και Κοινωνία……..29

1.β Φυσικές Επιστήμες και εκπαίδευση…….....30-33

1.γ Η συνεργατική μάθηση στις Φυσικές Επιστήμες……34-35

1.δ Ο ρόλος του δασκάλου στην αποικοδόμηση της γνώσης …35-39

1.ε Σταδιακή αλλαγή της φύσης των Φυσικών Επιστημών…….……40 -45

2. Σχολική ύλη Λυκείου Μαθηματικών και Φυσικής …….……..45-47

ΜΕΡΟΣ ΙΙ

Σύνολο προβλημάτων που λύνονται και στις δύο επιστήμες ……..48-69

Βιβλιογραφία……...70-77

Περίληψη : Είναι κοινός τόπος να επισημάνουμε ότι τα μαθηματικά αποτελούν το υπόβαθρο πάνω στο οποίο αναπτύχθηκαν οι θετικές επιστήμες και το ότι γνώσεις των μαθηματικών ανάλογα με την περίπτωση , είναι αναγκαίες στην προσέγγιση των επιστημών αυτών. Ιδιαίτερα η συσχέτιση φυσικής και μαθηματικών είναι έντονη και πολύπλοκη σε σημείο να θεωρείται ότι η φυσική είναι η πιο μαθηματικοποιημένη επιστήμη. Και ενώ αυτή η συσχέτιση είναι γνωστή στις αντίστοιχες επιστημονικές κοινότητες , στο σχολικό επίπεδο του Γυμνασίου και του Λυκείου δεν γίνεται αντιληπτή. Επιπλέον σε πρόσφατες έρευνες π.χ. Forester (2002), επισημαίνεται ότι θέματα που θα μπορούσαν να αποτελέσουν σημεία συνάντησης των δύο μαθημάτων είναι τελικά σημεία διαχωρισμού λόγω των διαφορών στην διδασκαλία των αντίστοιχων θεμάτων.
Στην διπλωματική αυτή θα επικεντρωθούμε στην ύλη των σχολικών βιβλίων του Λυκείου , μαθηματικών και Φυσικής, και επιπλέον θα ερευνήσουμε (ύστερα από μια ιστορική αναδρομή στην εξέλιξη των επιστημών αυτών) για εκείνες τις μαθηματικές έννοιες οι οποίες έχουν αντιστοιχία με έννοιες της Φυσικής. Ο στόχος είναι να δείξουμε πως η μαθηματικοποίηση των προβλημάτων φυσικής μπορεί να γίνει αρωγός στην προσπάθεια των μαθητών για καλύτερη κατανόηση μαθηματικών θεμάτων όπως είναι η τριγωνομετρία , οι λογάριθμοι κ.α. Παράλληλα θα επιχειρήσουμε να διαμορφώσουμε ένα σύνολο προβλημάτων τα οποία θα έχουν κοινό νόημα τόσο στα μαθηματικά όσο και στην φυσική και θα λύνονται με τον ίδιο ή με παρόμοιο τρόπο. Το σύνολο των προβλημάτων αυτών θα μπορεί να χρησιμοποιηθεί κατά την διδασκαλία των μαθηματικών στο Λύκειο και διαμέσου της οποίας θα γίνεται ,όσο είναι δυνατόν , φανερή η διάσταση της συσχέτισης μαθηματικών φυσικής καθώς επίσης και ο τρόπος με τον οποίο τα μαθηματικά επενεργούν στην φύση.

ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ

Ένα μεγάλο μέρος της έρευνας στην Διδακτική των μαθηματικών έχει εστιαστεί στην ανάπτυξη ιδεών και μεθόδων που μπορούν να βελτιώσουν την διδασκαλία. Ιδιαίτερα τα τελευταία χρόνια παρατηρούμε ένα συνεχώς αυξανόμενο αριθμό δημοσιεύσεων (π.χ. Scallfolding δηλαδή ένα πλαίσιο στήριξης και μάθησης, όπως ορίστηκε από τους Holton και Clarke (2006)).Το πλαίσιο στήριξης αυτό αποτελεί μια κοινωνική διαδικασία στην οποία συμμετέχουν δάσκαλος και μαθητές και έχει ως σκοπό να υποστηρίξει τη δραστηριότητα ανάπτυξης της γνώσης από τον μαθητή.Ταυτόχρονα, ένα κατάλληλο μοντέλο διδασκαλίας είναι το ΔΑΘ (διδάσκοντας ανάμεσα στα θρανία) στο οποίο βασική υπόθεση είναι η μεταβίβαση μέρους της υπευθυνότητας του δασκάλου για την ανάπτυξη της γνώσης στους μαθητές.

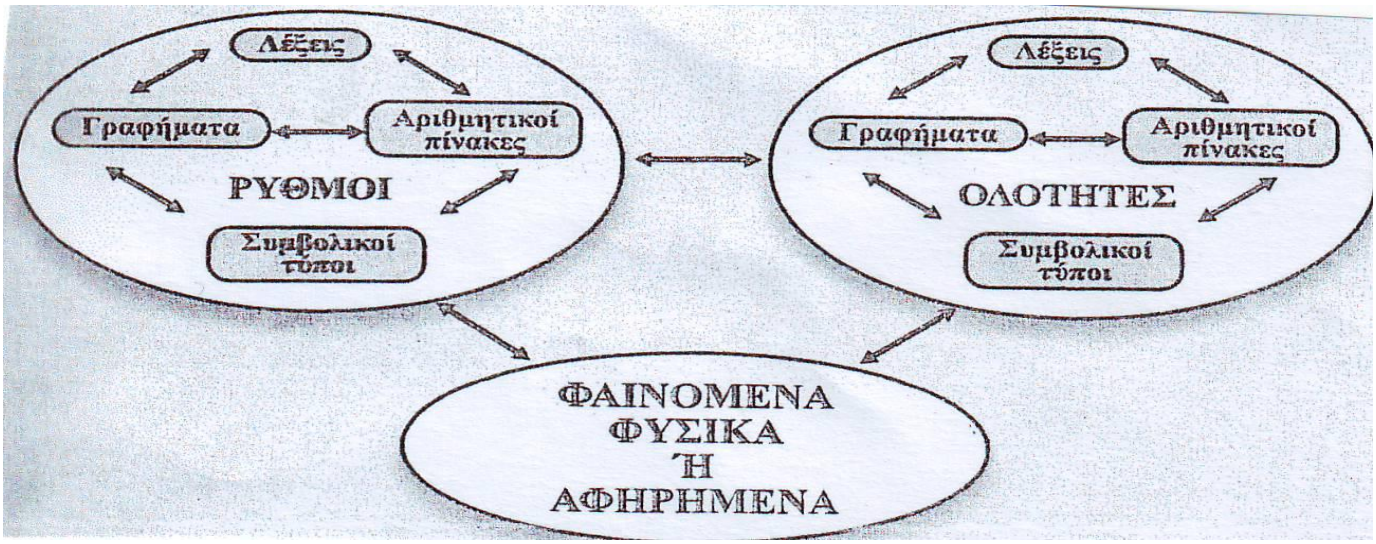
Σήμερα, στην διδακτική των μαθηματικών φαίνεται ότι αρχίζει να λαμβάνεται σοβαρά υπόψη η αλληλοσυσχέτιση των μαθηματικών και της Φυσικής, ως μια ακόμα συνιστώσα που μπορεί να προσφέρει στην διδασκαλία των μαθηματικών. Το ζήτημα αυτό αποτελεί την βασική ιδέα της διπλωματικής. Παράλληλα, και προς την κατεύθυνση αυτή, θα επιχειρήσουμε να διαμορφώσουμε ένα σύνολο προβλημάτων τα οποία θα έχουν νόημα και στις δύο επιστήμες και θα λύνονται με τον ίδιο ή παρόμοιο τρόπο. Είναι γνωστό ότι τα μαθηματικά και η φυσική σε πολλές περιπτώσεις, αναπτύσσονται σε μια αμφίδρομη σχέση. Επίσης, είναι γνωστό ότι τα μαθηματικά είναι η γλώσσα της φυσικής. Η φυσική όμως δεν είναι μόνο ένα πεδίο εφαρμογής των μαθηματικών όπου έτοιμα προς λύση τα διάφορα προβλήματα περιμένουν την απάντησή τους. Τα προβλήματα που διατυπώνονται στην Φυσική πολλές φορές αποτελούν αφορμή για επέκταση των μαθηματικών εργαλείων, εννοιών και θεωριών καθώς και διατύπωση νέων. Η φυσική αποτελεί μια από τις σπουδαιότερες πηγές πολιτιστικής πίεσης πάνω στα μαθηματικά, «η αναγκαιότητα είναι μητέρα κάθε εφεύρεσης». Πολλοί Μαθηματικοί βλέπουν τη Φυσική ως πηγή νέων ερωτημάτων για την επέκταση του ερευνητικού πεδίου που δουλεύουν. Άλλοι Μαθηματικοί κατανοούν τη Φυσική ως γενέτειρα νέων μαθηματικών θεωριών. Από την άλλη μεριά οι περισσότεροι Φυσικοί βλέπουν τα Μαθηματικά ως ένα ουσιαστικό εργαλείο , έτσι συμπεριφέρονται στα Μαθηματικά σαν να είναι μία γλώσσα που πρέπει κάποιος να την μιλά τόσο καλά, ώστε να καταλαβαίνει το εκάστοτε φαινόμενο και να γίνεται κατανοητός από τους συναδέλφους του.

Η **Φυσική** επομένως είναι η επιστήμη που ασχολείται με τη μελέτη της φύσης και των φυσικών φαινομένων και συγκεκριμένα με τη μελέτη της ύλης, της κίνησης της στο χώρο και στο χρόνο και των σχετιζόμενων με αυτή φυσικών μεγεθών και αλληλεπιδράσεων όπως η ενέργεια και οι παρατηρούμενες δυνάμεις. Σκοπός της φυσικής είναι η εύρεση του πλαισίου των θεμελιωδών νόμων που καθορίζουν τη συμπεριφορά του φυσικού κόσμου, από τη συμπεριφορά και τις ιδιότητες των υποατομικών σωματιδίων (σωματιδιακή φυσική) έως ολόκληρου το σύμπαντος (αστρονομία, αστροφυσική). Οι νόμοι αυτοί διατυπώνονται ως θεωρίες, οι οποίες εκφράζονται γενικά ως μαθηματικές σχέσεις.Στη φυσική λοιπόν χρησιμοποιούμε τα μαθηματικά ως εργαλείο για την κατανόηση της φύσης.

Τα δε **μαθηματικά** όμως , οι καθαρές έννοιες των αριθμών και των άλλων δομών δεν χρειάζονται την φυσική για να υπάρχουν ή για να τις εξηγούν ή ακόμα και να τις αιτιολογούν. Ταυτόχρονα είναι σημαντικό το γεγονός ότι η φυσική, δεν μπορεί να συναχθεί από τα μαθηματικά και μόνο αλλά και αντίστροφα. Τα μαθηματικά από την άλλη μας παρέχουν ένα σύντομο και ακριβές μέσο επικοινωνίας γιατί χρησιμοποιούν συμβολικές εκφράσεις , αυτή όμως η συμβολική παρουσίαση των πληροφοριών είναι που δυσκολεύει πολλές φορές τους μαθητές Για το λόγο αυτό ακόμα και αν δεν το προτείνει το εγχειρίδιο του καθηγητή προσπαθούμε να δώσουμε και μια φυσική διάσταση σε κάποιες μαθηματικές έννοιες προκειμένου οι μαθητές να αντιληφθούν καλύτερα τόσο την μαγεία των μαθηματικών όσο και την χρησιμότητα τους.
Διερωτόμαστε όμως :Για ποιο σκοπό όμως διδάσκουμε τα Μαθηματικά στο σχολείο;
Η απάντηση μπορεί να είναι για :

- **Να κατανοεί τι συμβαίνει γύρω του,**
- **Να κατανοεί τον Φυσικό κόσμο**
- **Να Μελετά και να σέβεται τον κόσμο και**
- **Να αναπτύξει την λογική & ιδιαίτερα την επιστημονική σκέψη**

Ένα ερώτημα που προβληματίζει την μαθηματική κοινότητα και ωθεί τα πράγματα προς νέες διδακτικές κατευθύνσεις είναι το πώς θα διδάξουμε τα μαθηματικά και ποια μαθηματικά, ώστε αυτά να αποκτούν νόημα για τους μαθητές, όταν μάλιστα βρίσκονται σε ένα περιβάλλον που τους παρέχει έναν υπερβολικό αριθμό ερεθισμάτων και πληροφοριών. Στο ερώτημα αυτό έχουμε πολλές απαντήσεις. Εμείς θα ασχοληθούμε με μία από αυτές.
Πιο συγκεκριμένα, ο σκοπός της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας είναι να οριοθετήσουμε ένα νέο πλαίσιο μάθησης και διδασκαλίας των μαθηματικών.
Η εργασία αυτή χωρίζεται σε δύο μέρη το πρώτο εκ των οποίων περιέχει μια σύντομη επισκόπηση της ανάπτυξης των μαθηματικών και της φυσικής διαχρονικά ενώ το δεύτερο περιλαμβάνει ένα σύνολο προβλημάτων που θα λύνονται με παρεμφερή τρόπο **<u>και</u>** στα μαθηματικά **<u>και</u>** στην φυσική.



Στα επόμενα, θα γίνει μία σύντομη ανασκόπηση στους σημαντικότερους επιστήμονες και στο έργο τους, το οποίο υπήρξε ιδιαίτερα ωφέλιμο από την Αρχαιότητα μέχρι την σύγχρονη εποχή που διανύει η ανθρωπότητα. Θα εστιάσουμε αποκλειστικά στις επιστημονικές τους ανακαλύψεις και στον τρόπο με τον οποίο συνέβαλαν στην εξέλιξη των Φυσικών Επιστημών.

ΜΕΡΟΣ Α

Ιστορική αναδρομή μέρος πρώτο

EVCLID. ELEM. GEOM.

vorò tangat: quod sub tota secante, & exterius inter punctum & conuexam peripheriam assumpta comprehenditur, rectangulum æquale erit ei, quod à tangente describitur, quadrato.

Theorema 31. Propositio 37.

Si extra circulum sumatur punctum aliquod, ab eoque puncto in circulum cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera circulum secet, altera in eum incidat, sit autem, quod sub tota secante, & exterius inter punctum, & conuexam peripheriam assumpta, comprehenditur rectangulum, æquale ei, quod ab incidente describitur quadrato; incidens ipsa circulum tanget.

FINIS ELEMENTI III.

EVCLI

LIBER IV. 57

EVCLIDIS ELEMENTVM QVARTVM.

DEFINITIONES.

1.

Figura rectilinea in figura rectilinea inscribi dicitur, cum singuli eius figuræ quæ inscribitur, anguli, singulis lateribus eius, in qua inscribitur, tangunt.

2.

Similiter & figura circum figuram describi dicitur, quum singula eius, quę circumscribitur, latera singulos eius figuræ angulos tetigerint, circum quam illa describitur.

3.

Figura rectilinea in circulo inscribi dicitur, quum singuli eius figuræ, quæ inscribitur, angu-

D 5

Τα μαθηματικά ως επιστήμη είναι η δημιουργία εκείνη των αρχαίων Ελλήνων, η οποία συντελέσθηκε με τη συνεισφορά των εξής παραγόντων, που υπήρξαν στην αρχαία Ελλάδα : α) η ιδιαίτερα ανεπτυγμένη φιλοσοφική δραστηριότητα και β) το ελεύθερο πνεύμα. Βεβαίως, τα δύο παραπάνω θα μπορούσαν να συνοψιστούν στην ύπαρξη του υψηλού πολιτιστικού επιπέδου γενικότερα. Σύμφωνα με ιστορικούς οι Αρχαίοι Έλληνες φιλόσοφοι πέτυχαν μία σύλληψη του κόσμου που διαφέρει από τις σύγχρονες παραστάσεις της φυσικής επιστήμης μόνο ως προς την έλλειψη της σαφούς και ακριβούς διατυπώσεως των φυσικών φαινομένων, η οποία έγινε μόνο ύστερα από τη μεγάλη ανάπτυξη των μαθηματικών. Στη σκέψη των Ελλήνων οι φυσικές επιστήμες ελευθερώνονται από τη θρησκεία και τη μαγεία και υψώνονται ψηλά σαν ιδανικά (τρόπος ζωής). Με την ελληνική σκέψη αρχίζει η επιστημονική αναγωγή των φυσικών φαινομένων σε φυσικά αίτια και η αντικατάσταση των υπερφυσικών δυνάμεων από τους φυσικούς νόμους. Ως θεωρητικές, ερμηνευτικές και οντολογικές οι Φυσικές επιστήμες είναι γνήσια τέκνα της ελληνικής ιδιοφυΐας. Με τον όρο "φυσική" οι Αρχαίοι Έλληνες εννοούσαν το μέρος εκείνο της φιλοσοφίας που περιελάμβανε κάθε τι που δεν μπορούσε να υπαχθεί στη λογική, ή την ηθική. Παράλληλα εννοούσαν με τη λέξη αυτή όλες τις επιστήμες της φύσεως. Όταν θα λέμε Φυσικές επιστήμες εννοούμε τη Φυσική (ύλη, την κίνηση και την ενέργεια) και τη Φυσιογραφία (φυτολογία, τη ζωολογία και την ορυκτολογία). Δυστυχώς ένα ελάχιστο μόνο μέρος των εργασιών των φυσικών επιστημόνων της Αρχαίας Ελλάδος έχει σωθεί.

Εκτός από το αριστοτελικό έργο που μας γνωρίζει τις φυσικές και τις φυσιογραφικές δοξασίες της Σχολής του Πλάτωνα, τα κείμενα, ιδίως εκείνα που αναφέρονται στον 6°, τον 5°, αλλά και στον 4° αιώνα, είναι ακρωτηριασμένα και διασκορπισμένα. Παρόλα αυτά οι ελάχιστες μαρτυρίες που διαθέτουμε αρκούν για να σχηματίσουμε μία ιδέα για τις Φυσικές επιστήμες στην Αρχαία Ελλάδα.

<u>Οι εποχές και η εξέλιξη των Φυσικών επιστημών</u>

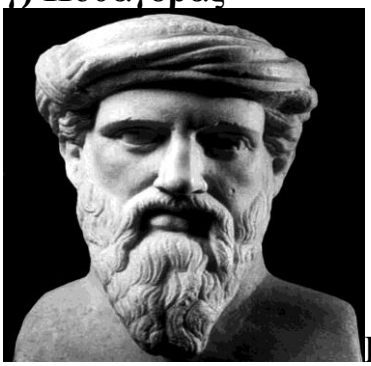
α) Ομηρική Εποχή (900 π. χ. - 700 π.χ.)

Οι πρώτες φυσιογνωστικές γνώσεις των Αρχαίων Ελλήνων παρουσιάζονται μέσα από τα Ομηρικά Έπη και μέσα από τα ποιήματα του Ησιόδου. Η Ιλιάδα και η Οδύσσεια δίνουν πολλές πληροφορίες για φυτά και ζώα, για πέτρες και ορυκτά. Αναφέρονται όλα τα γνωστά μέταλλα της εποχής αυτής (σίδηρος, μόλυβδος, χαλκός, ορείχαλκος, χρυσός, άργυρος). Αναφέρονται ακόμα χρωστικές και απολυμαντικές ουσίες, καθώς και οι γνώσεις της τυροκομίας, της οινοποιίας, της αρωματοποιίας, της μεταλλουργίας κ.ά. Το θέμα των έργων του Ησιόδου είναι καθαρά κοσμολογικό και φυσιογνωστικό. Από τα ποιήματα του Ησιόδου αντλούνται οι σχετικές κοσμολογικές και φυσιογνωστικές γνώσεις της εποχής που γράφτηκαν. (Πηγή: [7])

β) Πρώτη περίοδος (600 π.χ. - 300 π.χ.)

Σε αυτή την περίοδο ανήκει η Ιωνική Σχολή η οποία παραδέχεται την αρχέγονη ύλη αγέννητη και άφθαρτη. Ο Θαλής ο Μιλήσιος (640 - 546 π.χ.) θεώρησε ως πρώτη ύλη το "ύδωρ" από το οποίο με πύκνωση και αραίωση παράγονται τα σώματα. Κατά τον Αναξίμανδρο (611 - 546 π.χ.), μαθητή του Θαλή, αρχή των όντων είναι η "ύλη". Τη μητρική αυτή ύλη ονόμασε "άπειρον". Ο μαθητής του Αναξίμανδρου, Αναξιμένης (560 - 500 π.χ.) θεωρεί ως αρχή των πάντων τον άπειρο αέρα. Μεταγενέστεροι οπαδοί των ιωνικών δογμάτων ήταν ο Ίππων ο Σάμιος (5ος π.χ. αιώνας) που αντικατέστησε το "ύδωρ" του Θαλή με το εν γένει "υγρόν" και ο Διογένης ο Απολλωνιάτης (5ος π.χ. αιώνας) που θεωρούσε τον "αέρα" ως αίτιο σχηματισμού των σωμάτων (Πηγή: [22])

γ) Πυθαγόρας



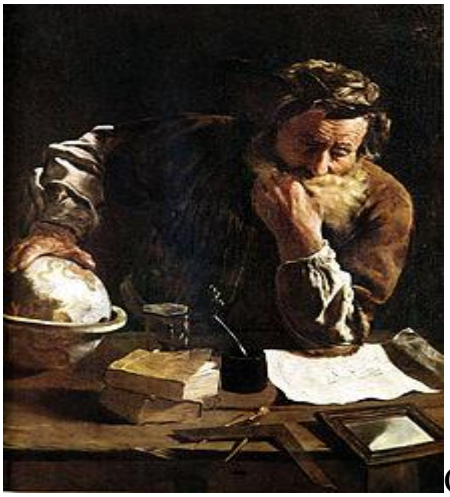
Κατά τον **Πυθαγόρα τον Σάμιο** και τους μαθητές του, η ύλη παρουσιάζεται στην δημιουργία του κόσμου διαιρεμένη κατά μονάδες. Τα σώματα είναι αρμονικός συνδυασμός αριθμών - στοιχείων. Μελέτησαν πειραματικά τον ήχο και ασχολήθηκαν με την οπτική. Οι Πυθαγόρειοι ήταν οι πρώτοι επιστήμονες που θεώρησαν τα φυτά ως όντα οργανικά και ζώντα. Ασχολήθηκαν με αστρονομία , αριθμητική , μουσική , γεωμετρία και φιλοσοφία. Εκπρόσωποι των Πυθαγορείων είναι ο Πυθαγόρας, ο Φιλόλαος, ο Αρχύτας ο Ταραντίνος, ο Ίππασος, η Θεανώ, η Δαμώ κ.ά. Εδώ αξίζει να λεχθεί και η ανακάλυψη των αρρήτων μεγεθών (αναλογία χρυσής τομής , διαγώνιος προς πλευρά τετραγώνου)τα οποία τα χρόνια που θα ακολουθήσουν θα είναι πολύ χρήσιμα στον ορισμό διαφόρων φυσικών μεγεθών και όχι μόνο.

Τέλος, οι Πυθαγόρειοι κατέχουν ανάμεσα στους Προσωκρατικούς μια μοναδική θέση διότι η φιλοσοφία τους στηρίζεται σε μια οντολογία ο άξονας της οποίας είναι φτιαγμένος με υλικά που ένας σύγχρονος μαθηματικός θα αναγνώριζε σαν τα βασικά αντικείμενα της καθημερινής του δραστηριότητας. (Πηγές: [12],[33] [44],[50])

δ) Ελεατική Σχολή

Χαρακτηριστικό γνώρισμα της Ελεατικής φιλοσοφίας είναι ότι η αρχική ύλη δεν περιέχει καμία δημιουργική δύναμη. Δηλαδή υπάρχει το "είναι", αλλά όχι το "γίγνεσθαι"."Ουδέν γαρ γίγνεσθαι, ούτε φθείρεσθαι των όντων, άλλα μόνο δοκείν ημΐν".Εκπρόσωποι της Ελεατικής Σχολής είναι ο Ξενοφάνης ο Κολοφώνιος (5ος -4ος π.χ. αιώνας), ο Παρμενίδης (6ος – 5ος π.χ. αιώνας), ο Ζήνων ο Ελεάτης με τα παράδοξα του (που σύμφωνα με πηγές κειμένων του Πλάτωνα πιθανότατα εκεί γίνεται χρήση της εις άτοπο απαγωγής για πρώτη φορά) που μαθηματικά ήταν ορθά αλλά πρακτικά(στον Φυσικό κόσμο) ήταν αδύνατα(495 - 435 π.χ.) και που ουσιαστικά σκόπευαν στην υπεράσπιση του παρμενιδίου δόγματος ότι η πραγματικότητα (το όντως ον) είναι αναλλοίωτη , συγκεκριμένα ο Παρμενίδης ξεχώριζε τα νοητά (αριθμοί) από τα αισθητά (μιμήματα αριθμών) σε αντίθεση με τους Πυθαγόρειους και τέλος ο Μέλισσος (Πηγές:[12],[47],[50])

ε) Αρχιμήδης



Ο **Αρχιμήδης** (287 π.χ.-212 π.χ.) ήταν ένας από τους μεγαλύτερους μαθηματικούς, φυσικούς και μηχανικούς της αρχαιότητας. Γεννήθηκε, έζησε και πέθανε στις Συρακούσες, τη μεγάλη ελληνική αποικία της Σικελίας. Πατέρας του Αρχιμήδη ήταν ο αστρονόμος Φειδίας ενώ συγγενής του ήταν και ο βασιλιάς των Συρακουσών, Ιέρων Α΄. Παρ' όλο που καταγόταν από ευγενική γενιά, ο Αρχιμήδης αρνήθηκε να πάρει οποιοδήποτε αξίωμα, επιμένοντας να διαθέτει όλο του τον χρόνο στη σπουδή και τη μάθηση. Γι' αυτόν τον λόγο ταξίδεψε Αλεξάνδρεια και γενικότερα στην Αίγυπτο και ήρθε σε επαφή με τους Ερατοσθένη και Δοσίθεο, ενώ ήταν φίλος και συμμαθητής του Κόνωνα του Σάμιου.

Ο Αρχιμήδης επεξεργάστηκε αρκετά μαθηματικά μοντέλα προκειμένου να μελετήσει διάφορα φυσικά φαινόμενα και να εξάγει ποσοτικούς νόμους. Δύο τέτοιοι πολύ γνωστοί νόμοι είναι **ο νόμος για την ισορροπία του ζυγού** (προκειμένου να βρει το κέντρο βάρους ή αλλιώς κέντρο μάζας για ένα σώμα ή ενός συστήματος σωμάτων) και η λεγόμενη **βασική αρχή της υδροστατικής**. Σχετικά τώρα με το θέμα της μαθηματικής επεξεργασίας της λειτουργίας του ζυγού από τον Αρχιμήδη, ο ιστορικός των μαθηματικών V. Katz αναφέρει τα εξής: «Εξ όσων είναι γνωστά, κανείς πριν από τον Αρχιμήδη δεν είχε δημιουργήσει ένα μαθηματικό μοντέλο με

βάση το οποίο θα μπορούσε να εξαγάγει μια μαθηματική απόδειξη του νόμου για τον ζυγό. Γενικώς, μία δυσκολία στην εφαρμογή των μαθηματικών σε φυσικά προβλήματα έγκειται στο ότι η φυσική πραγματικότητα είναι συχνά πολύ περίπλοκη. Είναι ανάγκη, επομένως, η φυσική κατάσταση να εξιδανικευτεί. Να αγνοήσει κανείς εκείνες τις πλευρές που φαίνονται να είναι λιγότερο σημαντικές και να επικεντρώσει την προσοχή του μόνο στις θεμελιώδεις μεταβλητές του φυσικού προβλήματος. Αυτή η εξιδανίκευση ονομάζεται σήμερα, δημιουργία μαθηματικού μοντέλου.
Αυτό ισχύει σε ό,τι αφορά το θέμα του ζυγού. Για να το χειριστεί κανείς ως έχει στην πραγματικότητα, πρέπει να εξετάσει όχι μόνο τα βάρη που ασκούνται στα δύο άκρα και τις αποστάσεις τους από το υπομόχλιο αλλά, επίσης, το βάρος και τη σύσταση του ίδιου του ζυγού. Μπορεί να είναι βαρύτερος στο ένα άκρο από ό,τι στο άλλο. Το πάχος του μπορεί να ποικίλλει. Μπορεί να λυγίζει ελαφρά – ή ακόμα και να σπάσει – όταν εφαρμοστούν ορισμένα βάρη σε ορισμένα σημεία. Το υπομόχλιο, επίσης, είναι ένα φυσικό αντικείμενο με ορισμένο μέγεθος.
Ο ζυγός μπορεί να λανθάνει λίγο κατά μήκος του υπομοχλίου, έτσι ώστε να μην είναι σαφές από ποιο σημείο πρέπει να μετρούνται οι αποστάσεις των βαρών. Ο συνυπολογισμός όλων αυτών των παραγόντων στη μαθηματική ανάλυση του ζυγού θα καθιστούσε τα μαθηματικά εξαιρετικά δύσκολα. Γι' αυτό, ο Αρχιμήδης, απλοποίησε το φυσικό πρόβλημα. Υπέθεσε ότι ο ζυγός είναι άκαμπτος, αλλά αβαρής, και ότι το υπομόχλιο και τα βάρη είναι μαθηματικά σημεία. Έτσι, μπόρεσε να επεξεργαστεί τις μαθηματικές αρχές του ζυγού.»

Η Υδροστατική αποτελεί το μέρος εκείνο της Φυσικής που πραγματεύεται κυρίως τα ηρεμούντα υγρά. Αποτελεί δε κλάδο της Μηχανικής των υγρών ή Υδρομηχανικής ενώ η Άλγεβρα (που είναι κλάδος των μαθηματικών) βασίζεται στην ιδέα της ισορροπίας των πραγμάτων με τα δύο μέλη των εξισώσεων να είναι πάντα ίσα όπως οι βραχίονες της ζυγαριάς.

Επίσης , ο Αρχιμήδης ήταν εκείνος που πρώτος απέδειξε ότι ο όγκος της σφαίρας είναι τα 2/3 του όγκου του μικρότερου κυλίνδρου που την περιέχει κι ότι η επιφάνεια της είναι όση και η παράπλευρη επιφάνεια του κυλίνδρου. Αν όμως στην θέση της σφαίρας τοποθετούσαμε την υδρόγειο (γεγονός που κάνει το εν λόγω πρόβλημα να ξεφεύγει από τα στενά μαθηματικά του πλαίσια) και κόβαμε τον κύλινδρο από πάνω μέχρι κάτω και τον απλώναμε σε ένα χάρτη της γης τότε θα μπορούσε να εφαρμοστεί και σε αυτό η ιδιότητα των ίσων εμβαδών

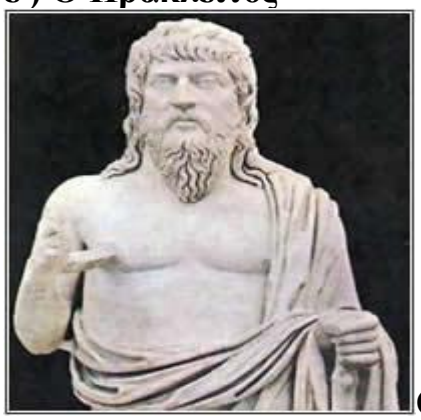
Πάντως , από μαθηματικής άποψης η γη είναι μια πελώρια σφαίρα με ακτίνα 6370 χιλιομέτρων. Ο ορίζοντας που είναι ορατός στο ανθρώπινο μάτι είναι το πιο απομακρυσμένο σημείο του περιβάλλοντος στο οποίο μπορεί να φτάσει το βλέμμα μας και υποθέτοντας ότι το φώς κινείται

σε ευθεία γραμμή δημιουργούμε ένα μαθηματικό παράδειγμα ιδεώδους κατάστασης. Επιπλέον , ο Αρχιμήδης επινόησε ένα σύστημα προκειμένου να βρίσκει το ειδικό βάρος των στερεών σωμάτων. Ζύγιζε πρώτα το στερεό στον αέρα και έπειτα το ζύγιζε μέσα στο νερό. Και αφού το στερεό ζύγιζε λιγότερο μέσα στο νερό, αφαιρούσε το βάρος που είχε μέσα στο νερό από το βάρος που είχε στον αέρα. Τέλος, διαιρούσε το βάρος του στερεού σώματος στον αέρα με την απώλεια βάρους που είχε το σώμα μέσα στο νερό. Έμαθε έτσι, πως ένας δοσμένος όγκος από χρυσάφι ζυγίζει 19,3 φορές τον ίσο όγκο νερού. (Πηγές:[12],[13],[32],[33],[34],[41],[50])

στ) Εύδοξος

Η συμβολή του **Ευδόξου του Κνίδιου** στην ιστορία της αστρονομίας είναι σπουδαία γιατί όπως γράφει ο D. Dicks (1970) : << Ο Εύδοξος είναι ο πρώτος αστρονόμος που εργάστηκε με πλήρη κατανόηση της αντίληψης της ουράνιας σφαίρας και ο πρώτος που προσπάθησε να κατασκευάσει ένα μαθηματικά θεμελιωμένο σύστημα προκειμένου να εξηγήσει τις φαινομενικές ανωμαλίες στις κινήσεις του ήλιου , της σελήνης και των πλανητών όπως αυτοί φαίνονται από την γη>> Ο Εύδοξος (337π.χ.) ουσιαστικά εγκαινιάζει ένα νέο πρόγραμμα στην ιστορία της αστρονομίας η καινοτομία του οποίου έγκειται στο ότι επιδιώκει να αναγάγει τη μελέτη των ουράνιων κινήσεων στην μαθηματική μελέτη των ιδιοτήτων αυτού του γεωμετρικού μηχανισμού , μια μελέτη για τη ανάπτυξη της οποίας μπορούσε πια να χρησιμοποιηθεί το πλούσιο οπλοστάσιο της γεωμετρίας που είχε αναπτυχτεί τις προηγούμενες δεκαετίες . (Πηγές: [12],[32],[50])

ε) Ο Ηράκλειτος



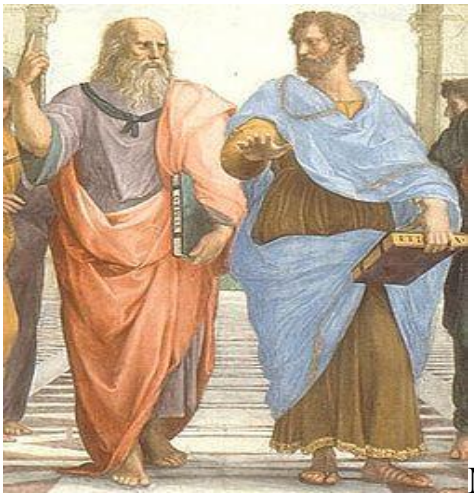
Ο **Ηράκλειτος** (540 - 480 π.χ.) απορρίπτει το "είναι" και παραδέχεται το "γίγνεσθαι". Υποστηρίζει ότι αρχή των όντων είναι το "πυρ" (η ενέργεια) και ότι στη φύση υπάρχει μία συνεχής ανάγκη μεταβολής των σωμάτων. Θεμελιώδες γεγονός της Φύσεως είναι η "αέναος μεταβολή".
Μέσα από τα αποσπάσματα του έργου του "Περί φύσεως" που σώθηκαν παρουσιάζονται βαθυστόχαστες και προχωρημένες αρχές της φυσικής, καθώς και οι απαρχές της χημείας.
(Πηγές: [7],[23],[39])

ζ) Ο Θαλής

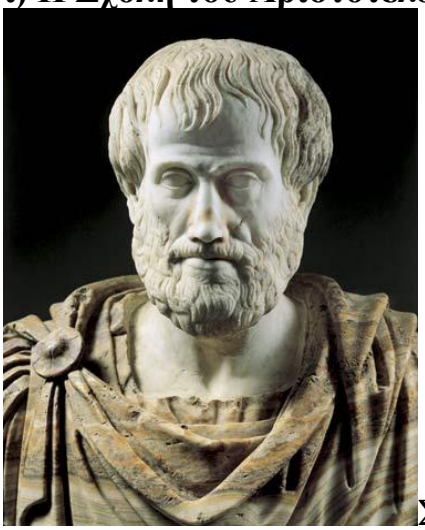
Ο **Θαλής ο Μιλήσιος**, (630/635 π.χ. - 543 π.χ.) ήταν προσωκρατικός φιλόσοφος που δραστηριοποιήθηκε στις αρχές του 6ου αιώνα π.χ. στη Μίλητο. Του αποδίδεται το έργο *Ναυτική Αστρολογία*, αλλά θεωρείται μάλλον αμφίβολο αν το έγραψε ο ίδιος. Για την ανασύσταση της σκέψης του βασιζόμαστε αποκλειστικά σε μαρτυρίες. Η παράδοση κατατάσσει τον Θαλή μεταξύ των επτά σοφών και τον περιγράφει ως άνθρωπο με πλατιές γνώσεις και μεγάλη επινοητικότητα. Το σημαντικότερο είναι, ωστόσο, ότι μέσω της προβληματικής του για την αρχή του κόσμου ανήγαγε τα πολλαπλά φαινόμενα του κόσμου σε μία απρόσωπη, μοναδική ή ενιαία αρχή, γεγονός που τον κατατάσσει δίκαια στη χορεία των φιλοσόφων. Ο Θαλής είναι γνωστός και για την επιτυχημένη πρόβλεψη της ηλιακής έκλειψης του 585. Επίσης , Ο Θαλής με τις γνώσεις του για τα τρίγωνα ανακάλυψε έναν δεξιοτεχνικό τρόπο να μετρά το ύψος των αντικειμένων. Αυτό το πέτυχε περιμένοντας την σκιά ενός αντικειμένου να γίνει ίση με το ύψος του δηλ. όταν ο ήλιος ήταν σε γωνία 45 μοιρών με το οριζόντιο επίπεδο. (Πηγές: [10],[40])

η) Ατομική Σχολή
Η αρχική ύλη με την ενέργεια της παράγει τα διάφορα σώματα χωρίς η ίδια να μεταβάλλεται. Γενικό γνώρισμα της Σχολής είναι ότι η αρχέγονη ύλη διαιρείται σε ελάχιστα σωματίδια αδιαίρετα, ασυμπίεστα και αόριστα, τα άτομα. Η Νέα Ιωνική Σχολή δέχεται την "αρχή της αφθαρσίας της ύλης" και δίνει εξηγήσεις σε διάφορα φυσικά φαινόμενα. Εκπρόσωποι είναι ο Εμπεδοκλής (495 - 435 π.χ.), ο Λεύκιππος (5ος π.χ. αιώνας), ο **Δημόκριτος** (460 - 360 π.χ.) και ο Αναξαγόρας (500 - 424 π.χ.). (Πηγές: [39],[40])

θ) Πλάτωνας


Μεγάλη ήταν η συμβολή της Ακαδημίας του Πλάτωνος (427 -347 π.χ.) στην εξέλιξη της Φυσικής. Στη μεγάλη αυτή Σχολή των Αθηνών, η οποία για περίπου 1000 χρόνια αποτελούσε ένα από τα μεγαλύτερα πνευματικά κέντρα, γίνονταν επιστημονικές συζητήσεις που αφορούσαν μεταξύ άλλων τα Μαθηματικά και τη Φυσική. Ο Πλάτων (καταγραφέας της απολογίας του **Σωκράτους**)και οι μαθητές του έθιξαν θέματα βαρύτητας, δυνάμεων, κινήσεως, μάζας, ύλης, ενέργειας, μαγνητισμού, οπτικής και αντιμετώπισαν θετικά την Πειραματική Φυσική. Εκπρόσωποι της Σχολής ήταν εκτός από τον αρχηγό της Πλάτωνα, ο Σπεύσιππος (4ος π.χ. αιώνας), ο Ξενοκράτης (4ος π.χ. αιώνας), ο Φίλιππος ο Οπούντιος (4ος π.χ. αιώνας), ο Ηρακλείδης ο Ποντικός (4ος π.χ. αιώνας), ο Εύδοξος ο Κνίδιος (Πηγές:[12],[32],[33],[45],[50])

ι) Η Σχολή του Αριστοτέλους



Στη φυσική φιλοσοφία του **Αριστοτέλους** (384 - 322 π.χ.) διακρίνονται τρεις αφετηρίες για τη φυσιογνωστική του έρευνα:

- Ο καθορισμός της επιστήμης.
- Η γενική μέθοδος στην επιστημονική έρευνα και
- Η ίδρυση μίας γενικής φυσικής φιλοσοφίας.

Στη Φυσική της νεώτερης επιστήμης ανάγονται οι πραγματείες του Αριστοτέλους ""Μετεωρολογικά", "Περί γενέσεως και φθοράς" και "Μηχανικά". Στα έργα του αυτά (που αντικατοπτρίζουν και τα θέματα διδασκαλίας και αναλογιών) & στα "μεταφυσικά" ο μεγάλος φιλόσοφος πραγματεύεται θέματα ύλης, ενέργειας, μηχανικής, οπτικής, ακουστικής, υδροστατικής, χημείας κ.τ.λ. Εκπρόσωποι της Σχολής του Αριστοτέλους είναι ο Θεόφραστος (372 - 287 π.χ.), ο Στράτων (4ος - 3ος π.χ. αιώνας), ο Εύδημος ο Ρόδιος (350 - 290 π.χ.) κ.ά.
Το 340 π.χ. ο Αριστοτέλης στο βιβλίο *περί ουρανού* ήταν σε θέση να υποστηρίξει την πεποίθηση του για μια γη σφαιρική και όχι επίπεδη αφενός βασιζόμενος στην κατανόηση του φαινομένου των εκλείψεων της Σελήνης (κατάλαβε ότι προκαλούνται από την παρεμβολή της γης ανάμεσα στην σελήνη και τον ήλιο) και αφετέρου στην παρατήρηση των ελλήνων ταξιδιωτών ότι ο Πολικός αστέρας φαίνεται χαμηλότερα στο στερέωμα όταν κάποιος βρίσκεται στις νοτιότερες περιοχές της γης (αφού είναι επάνω από τον βόρειο πόλο ενώ σε παρατηρητή που είναι στο ισημερινό φαίνεται στον ορίζοντα). Ο Αριστοτέλης σκέφτηκε (δίχως τα μηχανήματα που υπάρχουν σήμερα και κάνουν αστρονομικούς υπολογισμούς) ότι η γη είναι ακίνητη στο κέντρο του σύμπαντος και ο ήλιος , η σελήνη , οι πλανήτες και τα άστρα κινούνται γύρω της σε κυκλικές τροχιές.
Αξίζει να αναφέρουμε πως παλαιότερα υπήρχε και η ηλιοκεντρική θεώρηση του **Αρίσταρχου** η οποία (ήταν πολύ κοντά στην σημερινή πραγματικότητα που γνωρίζουμε) χαρακτηριζόταν από μια απλότητα στην σύλληψη της διότι έλεγε πως αντί να θεωρούμε πως όλα τα ουράνια σώματα γυρίζουν γύρω από την γη αλλά γύρω από τον άξονα της γης (παράγοντα για τα ημερήσια φαινόμενα) αλλά και γύρω από τον ήλιο κάτι που ήταν αρκετά ριζοσπαστικό για την εποχή του και όλα αυτά τα έδειχνε με μαθηματικό και λογικοφανή τρόπο. Τέλος, υπάρχει και μια άλλη Αριστοτελική άποψη η οποία λέει ότι για να κινηθεί ένα σώμα πρέπει να επιδρά πάνω ότι μια σταθερή δύναμη όχι μέσα στο κενό αλλά σε έναν χώρο που περιέχει ύλη. Από αυτή την άποψη

επηρεάστηκε και ο Νεύτωνας αργότερα στον α νόμο του. Το να πούμε ότι γι να κινηθεί ένα σώμα πρέπει να επιδρά πάνω του μια σταθερή δύναμη ισοδυναμεί με το να εννοούμε ότι αυτή η δύναμη θα είναι ίση με τις φυσικές δυνάμεις που επιδρούν στην κίνηση ,όπως επί παραδείγματι οι δυνάμεις τριβής (Πηγές:[12],[13],[20],[33],[43])

κ) Η Σοφιστική Σχολή

Η Σοφιστική Σχολή στο παιδαγωγικό της σύστημα περιλάμβανε και τη διδασκαλία των Φυσικών επιστημών και τη γνώση των Φυσικών φαινομένων. Η Σχολή αυτή συνετέλεσε κατά κάποιο τρόπο στη διάδοση του φυσιογνωστικού πνεύματος. Εκπρόσωποι της είναι ο Πρωταγόρας (485 - 420 π.χ.), ο Γοργίας (483-375 π.χ.), ο Καλλικλής και ο Αντιφών (5ος -4ος π.χ. αιώνας). (Πηγή:[21])

<u>Η Φιλοσοφία μετά τον Αριστοτέλη</u>

Στωικοί

Ο αρχηγός των Στωικών ήταν ο Ζήνων ο Κιτιεύς (4ος π.χ. αιώνας). Κατά τη φυσική των Στωικών μόνο τα υλικά σώματα υπάρχουν. Η ύλη είναι μείγμα μίας πυκνής και μίας αιθερώδους ύλης. Η αιθερώδης ύλη με τη βοήθεια του "τόνου" (της ενέργειας) δημιουργεί τα σώματα. Υπάρχουν φυσικοί νόμοι, αλλά δεν υπάρχει φυσική επιστήμη παρά μόνο εμπειρία. Η στωική φιλοσοφία διατηρήθηκε μέχρι και τον 2° μ.χ. αιώνα. Εκπρόσωποι της Στοάς είναι ο Κλεάνθης (332 - 232 π.χ.), ο Χρύσιππος (281 - 204 π.χ.), ο Παναίτιος (2υς - 1υς π.χ. αιώνας). (Πηγές:[7],[50])

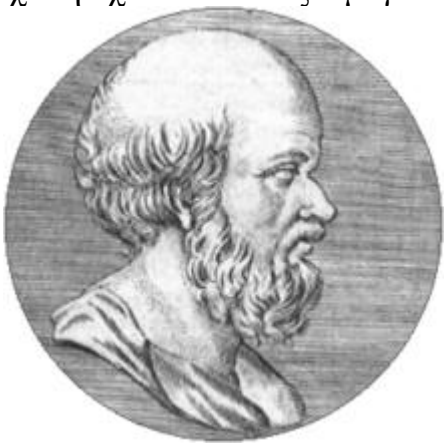
Επικούρειοι

Ιδρυτής της επικούρειας φιλοσοφίας ήταν ο Επίκουρος ο Αθηναίος (341 - 270 π.χ.). Η φυσική φιλοσοφία του Επικούρου είναι η δημοκρίτειος ατομική θεωρία. Ο Επίκουρος ερμηνεύει τις ελκτικές ιδιότητες του μαγνήτη και του ήλεκτρου με τη θεωρία των ατόμων, αναφέρεται σε θέματα βαρύτητας και διατυπώνει προχωρημένες αρχές της φυσικής (αρχή απροσδιοριστίας ή διαφορετικά η αρχή της αβεβαιότητας όπως λέγεται στην κβαντική μηχανική και η οποία μας λέει ότι είναι αδύνατο να μετρηθεί ταυτόχρονα και με ακρίβεια, ούτε πρακτικά, ούτε και θεωρητικά η <u>θέση</u> και η <u>ταχύτητα</u>, ή <u>ορμή</u>, ενός σωματίου). Εκπρόσωποι της επικούρειας φιλοσοφίας θεωρούνται ο Μητρόδωρος (4ος π.χ. -3ος π.χ. αιώνας), ο Αθηναίος (4ος π.χ. - 3ος π.χ. αιώνας), ο Τιμοκράτης (4ος π.χ. - 3ος π.χ. αιώνας), ο Έρμαχος (4ος π.χ. - 3ος π.χ. αιώνας) κ.ά. (Πηγές: [12],[50])

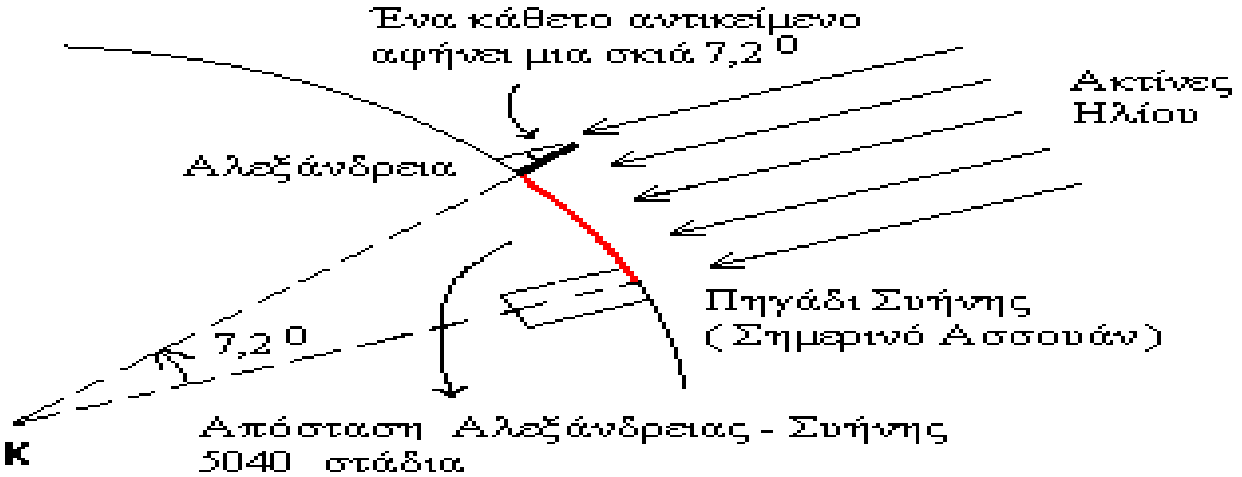
Περίοδος 300 π.χ. - 415 μ.χ.

Στην Αλεξάνδρεια ο Πτολεμαίος ο Σωτήρ (337 - 283 π.χ.) ίδρυσε το "Μουσείον", ένα επιστημονικό ερευνητικό κέντρο με μία τεράστια βιβλιοθήκη από 490.000 (τόμους) περίπου. Το Μουσείο πλαισιώθηκε από εκατοντάδες λόγιους που κατέφυγαν στην Αλεξάνδρεια από την Αθήνα. Ο διάδοχος του ο Πτολεμαίος ο Φιλάδελφος (285 - 247 π.χ.) προίκισε το Μουσείο με επιστημονικές συλλογές, με αστεροσκοπείο, με επιστημονικά όργανα, με ζωολογικό και γεωπονικό κήπο και με μία νέα βιβλιοθήκη στο Σεράπειο (Σχολείο Ελληνικής Παιδείας) 42.800

τόμων. Αργότερα, επί Πτολεμαίου του Ευεργέτου (247 - 222 π.χ.) η βιβλιοθήκη του Σεραπείου εμπλουτίσθηκε με βιβλία από τις βιβλιοθήκες του Αριστοτέλους και του Θεοφράστου κι έτσι έφτασε τους 100.000 κυλίνδρους (τόμους). Στις Σχολές του Μουσείου "προάγονταν εκτός από τα μαθηματικά και την αστρονομία και οι φυσικές επιστήμες, ιδίως οι κλάδοι της Γενικής Φυσικής: Μηχανική των στερεών, Υδροστατική, Ακουστική και Οπτική. Για πρώτη φορά γίνονται εφαρμογές που στηρίζονται σε μαθηματικές και φυσικές γνώσεις, γεγονός που προϋποθέτει δοκιμασίες και πειραματισμούς. Κατά τον Ευάγγελο Σταμάτη το Μουσείο διέθετε και εργαστήρια υψηλής τεχνολογίας για την εποχή του. Η ίδια Σχολή έχει να επιδείξει μεγάλα



επιτεύγματα στη φυτολογία και τη ζωολογία. (Πηγές:[21],[22])
Επίσης, ήταν την ίδια εποχή που ο **Ερατοσθένης** (276-194 π.χ.) έγινε διάσημος για την επονομαζόμενη μέθοδο της πίτας (ο εξοπλισμός του ήταν ένα είδος στρογγυλής **πίτας** που στο σχήμα και στο χρώμα θύμιζε τον ηλιακό δίσκο) που εφάρμοσε προκειμένου να υπολογίσει την περιφέρεια της γης (κάτι τρομερά δύσκολο για εκείνη την εποχή) . Για τους υπολογισμούς του στηρίχτηκε στην γνωστή απόσταση Αλεξάνδρεια – Ασουάν και στην γωνία που σχημάτιζε η σκιά στην Αλεξάνδρεια την ώρα που ο ήλιος φώτιζε ένα βαθύ πηγάδι στο Ασουάν. Επιπλέον χρησιμοποιώντας τον κύκλο διάμετρος επί π = περιφέρεια του κύκλου υπολόγισε και τη διάμετρο της γης (το π το είχε υπολογίσει εκείνη την εποχή ο Αρχιμήδης με εξαιρετική ακρίβεια με σφάλμα μικρότερο του 1%)

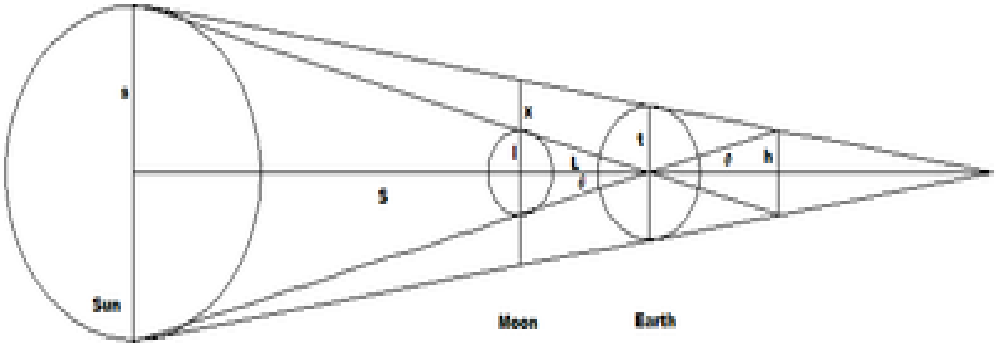


Συγκεκριμένα φαντάστηκε 2 ευθείες γραμμές να περνούν η μία μέσα από το πηγάδι και η άλλη από την κολόνα και να φτάνουν στο κέντρο της γης όπου και θα συναντούσαν η μία την άλλη.

Κατάλαβε πως οι γραμμές θα σχημάτιζαν γωνία 7,2 μοίρες δηλαδή το 1/50 του κύκλου και αν ο Ερατοσθένης γνώριζε την απόσταση μεταξύ Αλεξάνδρειας και Συήνης θα πολλαπλασίαζε με 50 και θα έβρισκε σχεδόν το ακριβές μήκος της περιμέτρου της γης 40000km.
Ο δε **Κλαύδιος Πτολεμαίος** επεξεργάστηκε αυτήν την εικόνα για το σύμπαν και με βάσει κάποιους μαθηματικούς υπολογισμούς δημιούργησε ένα πλήρες αστρονομικό μοντέλο : Η γη στέκεται ακίνητη στο κέντρο και περιβάλλεται από 8 μεγάλες σφαίρες στις οποίες κινούνται τα ουράνια σώματα (με τον όρο ουράνια σώματα εννοούμε αστέρες, πλανήτες, κομήτες, μελανές οπές, μετεωρίτες, δορυφόρους και γαλαξίες).
Μια επίσης χαρακτηριστική περίπτωση έμμεσου τρόπου σκέψης είναι η συνειδητοποίηση του σφαιρικού σχήματος της γης. Πρόκειται για μια γνωστική εξέλιξη που πραγματοποιήθηκε , όπως φαίνεται, με την αξιοποίηση κάποιων παρατηρησιακών ενδείξεων, όπως π.χ. η σταδιακή απώλεια οπτικής επαφής ενός πλοίου όταν απομακρύνεται από το λιμάνι, όπου χάνεται πρώτα το σκάφος και μετά το κατάρτι, ή το εσωτερικό τόξο της σελήνης στις διάφορες φάσεις της, ή ακόμη η αλλαγή των αστερισμών με τη μετατόπιση σε διαφορετικά γεωγραφικά μήκη. Τα πρώτα ίχνη της ιδέας αυτής σηματοδοτούνται στην προ-πλατωνική περίοδο και καθιερώθηκε την εποχή του Πλάτωνα. (Πηγές:[34],[43])

λ) Νεοπλατωνική Σχολή της Αλεξανδρείας (85μ.Χ. - 415μ.Χ.)
Στον νεοπλατωνισμό κυριαρχεί η μορφή του Πλάτωνος και δεν εκδηλώνονται τάσεις κάποιας ρήξης με την παράδοση. Επομένως η Νεοπλατωνική Σχολή είναι προσηλωμένη στα πλατωνικά φυσιογνωστικά δόγματα. Εκπρόσωποι της Σχολής είναι ο Απολλώνιος ο Τυανεύς (1ος μ.χ. αιώνας), ο Νικόμαχος ο Γερασηνός (1ος - 2ος μ.χ. αιώνας), ο Αμμώνιος Σακκάς (2ος - 3ος μ.χ. αιώνας), ο Πλωτίνος (3υς μ.χ. αιώνας), ο Θέων ο Σμυρναίος (2ος μ.χ. αιώνας), η Υπατία (370 - 415 μ.χ.), ο Συνέσιος (370 - 412 μ.χ.), κ.ά. (Πηγή:[44]).

μ) Νεοπλατωνική Σχολή των Αθηνών (415 μ.χ. - 525 μ.χ.)
Μετά τη δολοφονία της Υπατίας πολλοί αλεξανδρινοί φιλόσοφοι κατέφυγαν στην Αθήνα, όπου συγκρότησαν τη Νεοπλατωνική Σχολή των Αθηνών. Η σχολή αυτή διαλύθηκε το 525 με διαταγή του αυτοκράτορα Ιουστινιανού Εκπρόσωποι της Σχολής είναι ο φιλόσοφος, μαθηματικός, φυσικός και αστρονόμος Πρόκλος ο Διάδοχος (410 - 485 μ.χ.), ο Αμμώνιος (5ος - 6ος μ.χ. αιώνας), ο Σιμπλίκιος (5ος -6ος μ.χ. αιώνας) και ο Δαμάσκιος (Πηγή:[44]).



Επιπλέον, έχουμε τον **Ίππαρχο** ο οποίος ανακάλυψε την τριγωνομετρία με την οποία μπόρεσε να μετρήσει το ύψος διαφόρων αντικειμένων (αρχιτεκτονικής υφής όπως οι πυραμίδες) την

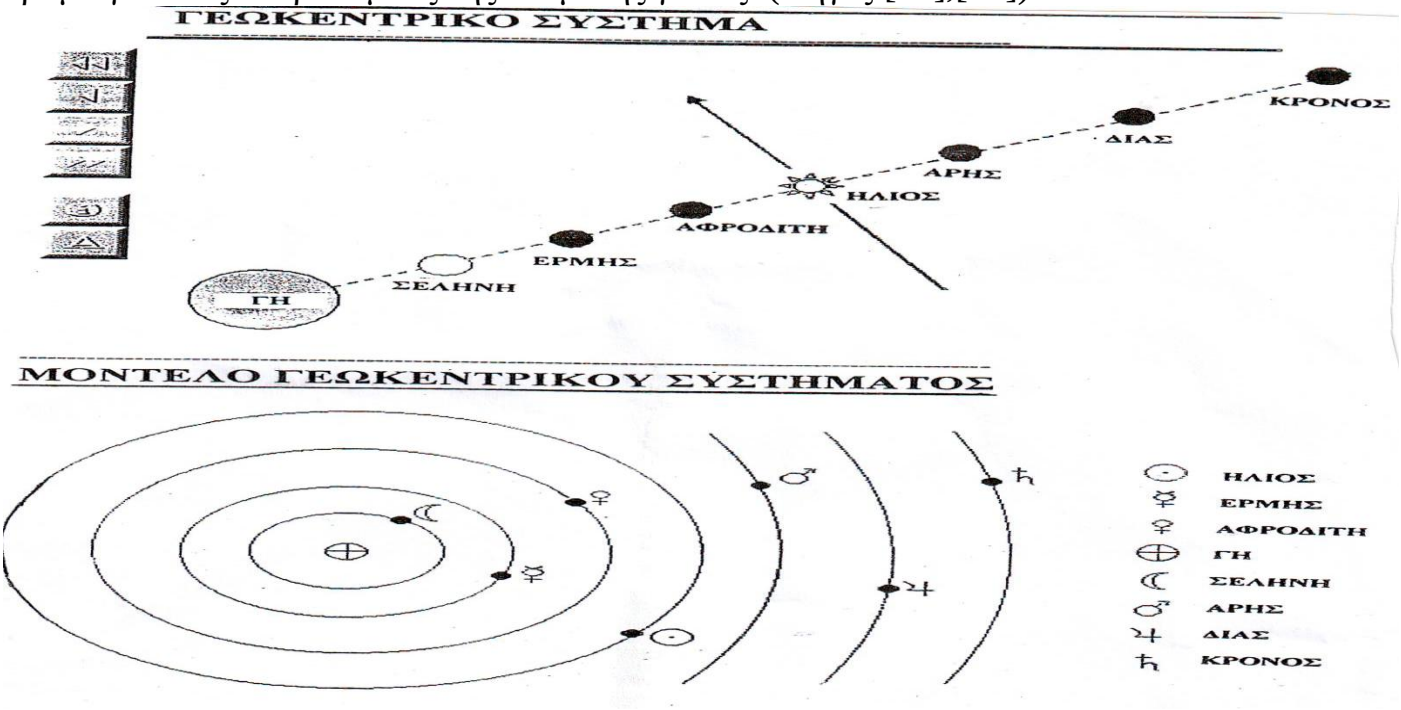
χρησιμοποίησε για να μπορέσει επίσης να μετρήσει και τις κινήσεις των ουράνιων σωμάτων. Με έξυπνο και κομψό τρόπο υπολόγισε πρώτα την απόσταση γης και σελήνης : Μέτρησε το μέγεθος και την θέση της σελήνης όταν ήταν ψηλά στον ουρανό και τις σύγκρινε με αυτές όταν η σελήνη ήταν ακριβώς στον ορίζοντα. Σχεδιάζοντας ένα ορθογώνιο τρίγωνο υπολόγισε ορθά (κάτι που η Nasa κάνει σήμερα με αρωγή τηλεσκόπιων και υπολογιστών) ότι η απόσταση της σελήνης από την γη ήταν ίση με 30 φορές την διάμετρο της γης.
Η μελέτη βέβαια της αλλαγής θέσεων του ηλίου στον ορίζοντα ή η αλλαγή της εμφάνισης των αστεριών κατά τη διάρκεια του έτους μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για τη δημιουργία αγροτικού ή τελετουργικού ημερολογίου. Σε ορισμένους πολιτισμούς μάλιστα τα αστρονομικά δεδομένα χρησίμευαν για αστρονομικές προβλέψεις. Αρχικά η βαβυλωνιακή αστρονομία αναφέρεται σε αστρονομικές μεθόδους και θεωρίες που αναπτύχθηκαν στη Μεσοποταμία (σημερινό Ιράκ) και ιδιαίτερα στη Βαβυλώνα, κληρονομώντας όμως και προηγούμενες πεποιθήσεις των **Σουμερίων**. Η **Βαβυλωνιακή αστρονομία** ήταν η βάση για πάρα πολλές αστρονομικές παραδόσεις που αναπτύχθηκαν τα επόμενα χρόνια από τους Έλληνες (που αναφέραμε πριν), τους Πέρσες, τους Σύριους, τους Βυζαντινούς, τους Άραβες και τους δυτικοευρωπαίους. Μια σημαντική πηγή πληροφοριών σήμερα αποτελούν και τα **αιγυπτιακά μαθηματικά** και συγκεκριμένα ο πάπυρος της Μόσχας που γράφτηκε περί το 1850 π.χ., στην ιερατική γραφή και ο οποίος περιλαμβάνει 25 προβλήματα, μεταξύ των οποίων δύο πολύ σημαντικά αποτελέσματα της αιγυπτιακής γεωμετρίας: την εύρεση του όγκου της κόλουρης πυραμίδας και την εύρεση του εμβαδού του ημισφαιρίου (ή, κατ' άλλους, του ημικυλίνδρου) που συνδυάζουν αρχιτεκτονική γεωμετρία και φυσική
Τέλος, θα ήταν παράλειψη να μην αναφερθούμε καθόλου και στους **Άραβες** που δεν είναι απλώς κληρονόμοι αλλά συνεχιστές της αρχαίας ελληνικής επιστήμης με την δημιουργία μιας ρητορικής Άλγεβρας (άλγεβρα του Διοφάντου) επίπεδης και σφαιρικής τριγωνομετρίας και φυσικά αστρονομίας του κλάδου εκείνου της φυσικής που ασχολείτε με την παρατήρηση και την ερμηνεία των φαινομένων που λαμβάνουν χώρα στον ουράνιο χώρο πέρα από την Γη και την ατμόσφαιρά της. (Πηγές:[32],[42],[43])

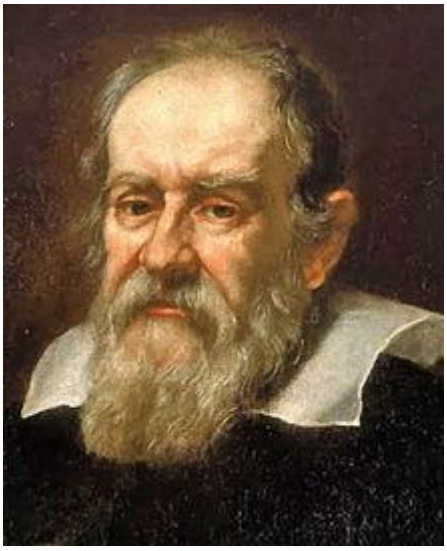
Ιστορική αναδρομή μέρος δεύτερο

Η σύγχρονη Φυσική μοιάζει σε πολλά σημεία με την επιστήμη των Μαθηματικών, όπως αυτή διαμορφώθηκε από την εποχή του Ευκλείδη ως σήμερα, έχει όμως και μία σημαντικότατη διαφορά. Οι ομοιότητες αναφέρονται στον τρόπο της αξιωματικής θεμελίωσης μιας φυσικής θεωρίας και η διαφορά στο γεγονός ότι στη Φυσική υπάρχει τρόπος να αποδειχθεί (πειραματικά) ότι μια θεωρία είναι λανθασμένη, ενώ στα Μαθηματικά όχι.

Άς δούμε τώρα τους σημαντικότερους φυσικομαθηματικούς και το έργο τους στους τελευταίους αιώνες :

Ο **Νικόλαος Κοπέρνικος** (19 Φεβρουαρίου 1473 – 24 Μαΐου 1543) ήταν σημαντικός Πολωνός αστρονόμος. Γεννήθηκε στο Τορούν της Πολωνίας, και πέρασε μεγάλο μέρος της ενήλικης ζωής του στο Φρόμπορκ της Βάρμιας, επαρχίας της Πολωνίας όπου και πέθανε. Λίγο πριν το θάνατό του ο Κοπέρνικος εξέδωσε το βιβλίο του «*De Revolutionibus Orbium Coelestium Libri VI*» («*Έξι Βιβλία για τις Περιστροφές των Ουρανίων Σφαιρών*»), το οποίο αποτέλεσε τη βάση για την εξέλιξη της σύγχρονης Αστρονομίας. Ο Κοπέρνικος υποστήριξε την ηλιοκεντρική θεωρία, την άποψη δηλαδή ότι η Γη και τα άλλα σώματα του Ηλιακού Συστήματος περιστρέφονται κυκλικά γύρω από τον Ήλιο, σε αντίθεση με την τότε επίσημη γεωκεντρική θεωρία, που ήθελε τη Γη ακίνητη και κέντρο του κόσμου. Άνοιξε έτσι το δρόμο για τους αστρονόμους της επόμενης γενιάς. (Πηγές:[23],[30])

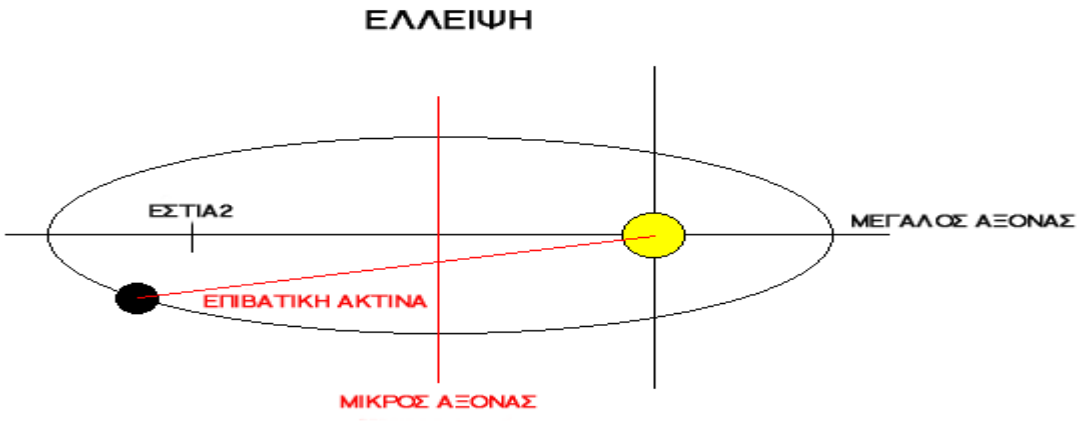



Ο **Γαλιλαίος**(15 Φεβρουαρίου 1564 – 8 Ιανουαρίου 1642) ήταν Ιταλός αστρονόμος, φιλόσοφος και φυσικός. Αναφέρεται ως ο «πατέρας της σύγχρονης Αστρονομίας» και ο πρώτος φυσικός με τη σύγχρονη σημασία του όρου, καθώς ήταν ο πρώτος που αντικατέστησε την υποθετική-επαγωγική μέθοδο με την πειραματική και εισηγήθηκε τη μαθηματικοποίηση της φυσικής. Η σταδιοδρομία του συνέπεσε με αυτή του Γιοχάνες Κέπλερ. Ο γαλιλαίος υποστήριξε ότι η Γη και οι άλλοι πλανήτες, στρέφονται κυκλικά γύρω από τον Ήλιο. Η κοινή αντίληψη της εποχής ήταν ότι ο Ήλιος, η Σελήνη και τα άστρα γύριζαν γύρω από τη Γη, η οποία έμενε ακίνητη. (Πηγές:[7],[24],[41],[42],[45])

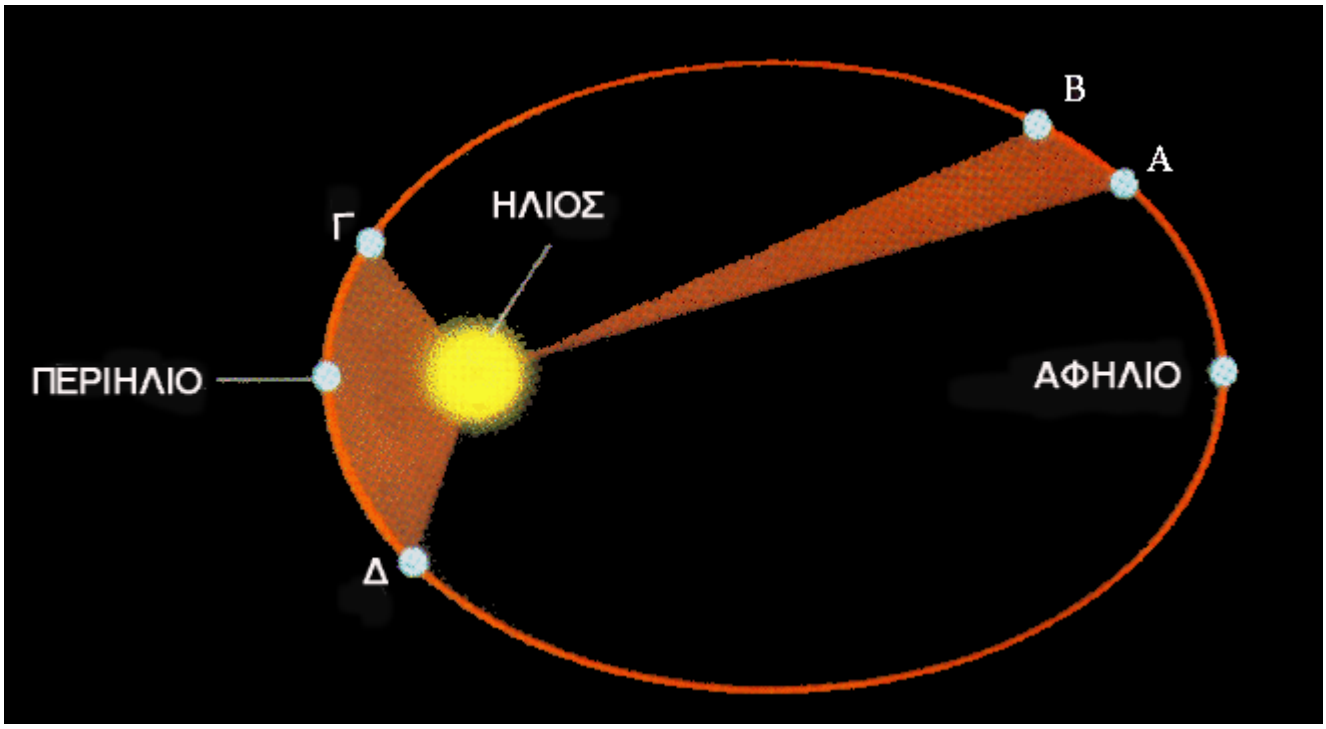
Ο **Γιοχάνες Κέπλερ** ήταν κορυφαίος Γερμανός μαθηματικός και αστρονόμος (27Δεκεμβρίου 1571 – 15 Νοεμβρίου 1630) και καταλυτική φυσιογνωμία στην επιστημονική επανάσταση των νεότερων χρόνων. Υπήρξε επίσης συγγραφέας, ενώ άσκησε κατά καιρούς και την αστρολογία για βιοποριστικούς λόγους. Είναι περισσότερο γνωστός ως ο «Νομοθέτης του ουρανού» από τους φερώνυμους Νόμους που αφορούν την κίνηση των πλανητών γύρω από τον Ήλιο και περιγράφονται στα έργα του. (Πηγές:[24],[31],[43])

Έφθασε στους εξής τρεις «Νόμους του Κέπλερ» (μαθηματικής υφής) για την κίνηση των πλανητών, που γίνονται δεκτοί σήμερα:

1. **Νόμος των ελλειπτικών τροχιών**: Οι πλανήτες περιφέρονται περί τον Ήλιο σε ελλειπτικές τροχιές, των οποίων ο Ήλιος καταλαμβάνει τη μία από τις δύο εστίες.



2. **Νόμος των ίσων εμβαδών**: Η επιβατική ακτίνα (η γραμμή που συνδέει ένα πλανήτη με το κέντρο του Ήλιου) σε ίσους χρόνους σαρώνει ίσα εμβαδά. Για το λογο αυτό ο κάθε πλανήτης κινείται ταχύτερα όταν βρίσκεται κοντά στο περιήλιο της τροχιάς του από ό,τι κοντά στο αφήλιο.



3. **Νόμος των περιόδων**: Το τετράγωνο του χρόνου που απαιτείται για να συμπληρώσει ένας πλανήτης μία πλήρη περιφορά γύρω από τον Ήλιο (η περίοδος του πλανήτη) είναι ανάλογο

του κύβου του μεγάλου ημιάξονα της ελλειπτικής του τροχιάς, και η σταθερά της αναλογίας είναι η ίδια για όλους τους πλανήτες.

$\mathbf{\Pi^2 = K * R^3}$

όπου το Π δηλώνει το χρόνο περιφοράς (περίοδο) ενός πλανήτη και το R την μέση απόσταση του από τον Ήλιο και το K δηλώνει μια σταθερά κατάλληλη για να εξισώνεται το τετράγωνο του χρόνο με τον κύβο της απόστασης

Descartes (1596-1650) Πίστευε ότι οι νόμοι της φύσης φωτίζονται με τους νόμους των μαθηματικών , υπήρξε επινοητής της Αναλυτικής Γεωμετρίας και εξέδωσε πολλά δοκίμια για την Διοπτρική , Γεωμετρία και τα Μετέωρα (όπου εξηγούνται διάφορα φυσικά φαινόμενα). Μία από τις βασικές ιδέες του ήταν να θεμελιωθεί το σύνολο των γνώσεων μέσω της ενοποίησης των επιστημών στο πεδίο της μαθηματικής μεθόδου. (Πηγές:[20],[24])

Νεύτωνας (1646-1716) Μια από τις κορυφαίες επιστημονικές φυσιογνωμίες της επιστημονικής επανάσταση. Υπήρξε μεταξύ άλλων κατασκευαστής εξαιρετικών συσκευών και επινοητής του νόμου της βαρύτητας (την φράση αυτή να την γράψεις πιο καλά: κατασκεύασε... επινόησε κτλ). Στα μαθηματικά η κύρια συνεισφορά του ήταν η διατύπωση (παράλληλα με τον Leibniz) του απειροστικού λογισμού . Η μέθοδος των ροών όπως ο ίδιος την ονόμασε, βασίστηκε στην ιδέα ότι η ολοκλήρωση μιας συνάρτησης (δηλαδή η εύρεση του εμβαδού που ορίζεται από την καμπύλη που την αναπαριστά) είναι ακριβώς η αντίστροφη διαδικασία της διαφόρισης (δηλαδή της εύρεσης της κλίσης της καμπύλης σε κάθε σημείο της). Πολύ ουσιαστικές συνεισφορές στα μαθηματικά αποτέλεσαν, επίσης, οι εργασίες του στην Άλγεβρα και τις σειρές. (Πηγές:[10],[13],[42])

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0$$

Ο **Lagrange** (1736-1813) ήταν Ιταλός μαθηματικός, φυσικός και αστρονόμος, που έζησε το μεγαλύτερο μέρος της ζωής του στην Ρωσία και τη Γαλλία. Έκανε πολύ σημαντικές μελέτες συνεισφέροντας σε όλα τα πεδία της μαθηματικής ανάλυσης, στη θεωρία αριθμών, αλλά και στην κλασσική μηχανική και ουράνια μηχανική. Κατέληξε στο συμπέρασμα ότι κάθε σημείο πάνω στην τροχιά της γης γύρω από τον ήλιο που σχηματίζει με τα 2 αυτά σώματα ένα ισόπλευρο τρίγωνο είναι δυνατόν να παραμένει επ άπειρον σε αυτή την θέση σε πλήρη ισορροπία . Η άποψη αυτή επαληθεύτηκε το 1906 για το σύστημα Δίας – Ήλιου . Επίσης, προκειμένου να περιγράψει τα μηχανικά συστήματα επινόησε κάποιες συναρτήσεις της θέσης και της ταχύτητας αυτών, οι οποίες με τη σειρά τους είναι υπολογισμένες σε ένα αδρανειακό καρτεσιανό σύστημα αξόνων. (Πηγές:[24],[42])

$$\varepsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = q$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

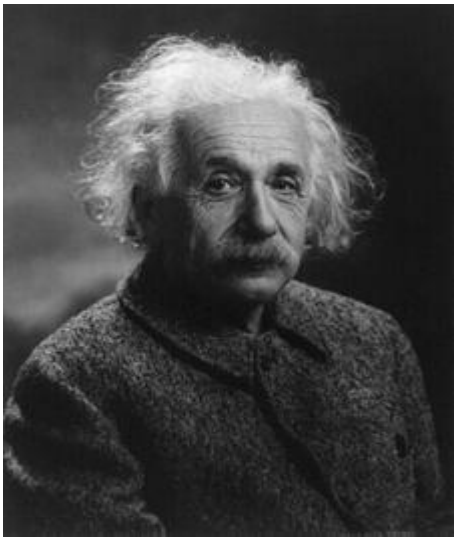
www.miastala.com

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \left(\varepsilon_0 \frac{d\Phi}{dt} + \mathbf{i} \right)$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Maxwell (1831-1879) Καθηγητής Φυσικής, Φιλοσοφίας και Μαθηματικών στο βασιλικό κολέγιο του Λονδίνου. Ήταν ο πρώτος που εφάρμοσε τις μεθόδους της θεωρίας πιθανοτήτων για την περιγραφή ενός συστήματος μορίων ενώ οι εργασίες του στην γεωμετρική οπτική οδήγησαν στην εύρεση των ιχθυοειδών φακών. Πολλοί σήμερα θεωρούν ότι η συμβολή του στην σύγχρονη φυσική θεωρείται ισάξια του Νεύτων και του Αϊνστάιν. Σημαντική ήταν και η συμβολή του στην ηλεκτρομαγνητική θεωρία όπου μια τετράδα εξισώσεων περιγράφουν τη συμπεριφορά ηλεκτρικών και μαγνητικών πεδίων καθώς και τις αλληλεπιδράσεις τους με την ύλη. (Πηγές:[24],[38],[42])

Ο **Κωνσταντίνος Καραθεοδωρής** (Βερολίνο, 13 Σεπτεμβρίου 1873 – Μόναχο, 2 Φεβρουαρίου 1950) ήταν κορυφαίος σύγχρονος Έλληνας μαθηματικός που διακρίθηκε σε παγκόσμιο επίπεδο.
Οι μαθηματικές του αποδείξεις χαρακτηρίζονται από «κομψότητα και απλότητα», αλλά και αυστηρότητα που δίνει απόλυτη ασφάλεια στα συμπεράσματα που προκύπτουν. Με την συμβολή του στον Λογισμό των Μεταβολών βοήθησε στην ανάπτυξη της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας. (Πηγές:[41],[48],[49])


Ο **Άλμπερτ Αϊνστάιν** (Ουλμ 14 Μαρτίου 1879 - Πρίνστον 18 Απριλίου 1955) ήταν φυσικός γερμανοεβραϊκής καταγωγής, ο οποίος έχει βραβευθεί με το Νόμπελ Φυσικής. Είναι ο θεμελιωτής της Θεωρίας της Σχετικότητας και από πολλούς θεωρείται ο σημαντικότερος φυσικός του 20ού αιώνα. Ο Άλμπερτ Αϊνστάιν ανέπτυξε μια σειρά από θεωρίες που διακήρυξαν, για πρώτη φορά, την ισοδυναμία της μάζας προς την ενέργεια ενώ ταυτόχρονα έδωσαν εντελώς νέο περιεχόμενο στις έννοιες του χώρου, του χρόνου και της βαρύτητας. Οι θεωρίες αυτές ήταν κατ' ουσίαν μια βαθιά αναθεώρηση της παλαιάς Νευτώνειας Φυσικής και αποτέλεσαν επανάσταση για την επιστημονική αλλά και φιλοσοφική έρευνα. (Πηγές:[41],[45],[46],[48],[49])

1.α Φυσικές Επιστήμες και Κοινωνία

Μερικές από τις πιο πρόσφατες έρευνες στα διάφορα πεδία των Φυσικών Επιστημών χαρακτηρίζονται ως στρατηγικές (strategic) έρευνες επειδή στοχεύουν στην επίλυση ενός σημαντικού προβλήματος. Για αυτό, οι σύγχρονες μεταρρυθμίσεις πρέπει να στρέφονται περισσότερο στην βελτίωση Προγραμμάτων σπουδών που εστιάζουν στην ανάπτυξη υπεύθυνων πολιτών που διαθέτουν αυτογνωσία, κοινωνική ευαισθησία καθώς και άλλες κοινωνικές δεξιότητες. Αυτοί οι σκοποί σχετίζονται άμεσα με το πως χρησιμοποιούν τα άτομα την επιστημονική γνώση για να παίρνουν τις κατάλληλες αποφάσεις και πώς να αντιμετωπίζουν και επιλύουν τα προβλήματα που συναντούν κατά τη διάρκεια της ζωής τους.

Στις μέρες μας οι Φυσικές Επιστήμες αλληλοδιαπλέκονται με τις κοινωνικές επιστήμες, όπως επίσης έχουν προεκτάσεις ηθικές, αξιακές και νομικές. Για παράδειγμα, ερωτήματα που σχετίζονται με την κλωνοποίηση ανθρώπινων εμβρύων, τη χρήση του κώδικα του DNA στην αναγνώριση της ανθρώπινης ταυτότητας, την καλλιέργεια και κατανάλωση βιοτεχνολογικών προϊόντων απαιτούν από τους πολίτες να βρουν λύσεις και να καταλήξουν σε κατάλληλες αποφάσεις σε όλες τις σφαίρες και τα κοινωνικά επίπεδα Ένα ερώτημα που θα μπορούσε να θέσει κάποιος είναι το ποιες δεξιότητες θα πρέπει να διαθέτουν οι μαθητές για να επιβιώσουν και να ανταπεξέλθουν στην κοινωνία του μέλλοντος; Πιθανόν ,στο μέλλον, με αφορμή το εκάστοτε εκπαιδευτικό περιεχόμενο να διδάσκουμε δεξιότητες ζωής, όπως δεξιότητες επίλυσης προβλημάτων, κριτικής και δημιουργικής σκέψης, συνεργατικές δεξιότητες κ.λπ. (Φυσικός Κόσμος Τεύχος 43)

Η σημερινή επιστημονική έρευνα δεν αποτελεί ένα μοναχικό εγχείρημα, αλλά πραγματοποιείται από ομάδες επιστημόνων. Το πλεονέκτημα σε αυτή την περίπτωση είναι πως η ερευνητική ομάδα αυξάνει τον αριθμό των γόνιμων υποθέσεων για την επίλυση του προς εξέταση προβλήματος και της ερμηνείας του (Hurd 1997). Επιπλέον, η εργασία των ερευνητικών ομάδων υποστηρίζεται από τη χρήση των νέων τεχνολογιών που βοηθούν σημαντικά στην διεξαγωγή των παρατηρήσεων, στην καταγραφή, κατηγοριοποίηση και την επεξεργασία των δεδομένων.

1.β Φυσικές Επιστήμες και εκπαίδευση

Στην εκπαιδευτική διαδικασία τα τελευταία χρόνια αναγνωρίζεται όλο και περισσότερο η σημασία της συνεργατικής μάθησης, ως παιδαγωγικής στρατηγικής που οδηγεί σε καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα, ενώ συγχρόνως ευνοεί την ανάπτυξη της σκέψης και της κοινωνικότητας των παιδιών (Σταυρίδου 2000, Ματσαγγούρας 2000, Roth 1995, Lazarovitz & Hertz- Lazarovitz 1998). Τα συνεργατικά σχήματα διδασκαλίας αποτελούν μια από τις αξιολογότερες εναλλακτικές προτάσεις που έχει να αντιπαραθέσει η σύγχρονη Διδακτική στις σημερινές εκδοχές της δασκαλοκεντρικής διδασκαλίας.

Σε όλους μας είναι ολοφάνερο ότι για τους Έλληνες μαθητές το σχολείο είναι ένας χώρος ανταγωνισμού όπου είναι ζωτικής σημασίας να βρίσκεται κανείς μεταξύ των καλύτερων στην τάξη και να υπερισχύει σε επιδόσεις των άλλων συμμαθητών του. Ερευνητές όμως, βασιζόμενοι στη διεθνή εργογραφία και έρευνα, υποστηρίζουν (Johnson & Johnson, 1987) ότι εάν δεν κυριαρχούσαν στη σχολική πραγματικότητα ανταγωνιστικά και ατομικά περιβάλλοντα μάθησης και η συνεργατική μάθηση ήταν μια πιο συνηθισμένη σχολική πρακτική, οι μαθητές θα μάθαιναν περισσότερα για τις Φυσικές Επιστήμες από ό,τι μαθαίνουν σήμερα θα είχαν θετικότερη στάση απέναντι στο μάθημα, θα είχαν μια πιο υγιή αντίληψη για τις διαμαθητικές σχέσεις και θα αποδέχονταν τη διαφορετικότητα των συμμαθητών τους (Σταυρίδου 2000).

Η κατανόηση της φύσης των Φυσικών Επιστημών και η εκπαίδευση σε αυτές και για αυτές απαιτεί ένα όραμα που ξεπερνά τα όρια της μοναχικής άσκησης στους χώρους ενός εργαστηρίου. Οι σύγχρονες μεταρρυθμιστικές προσπάθειες θα πρέπει να στοχεύουν στην ενοποίηση Φυσικών Επιστημών, Τεχνολογίας και Κοινωνίας, μια ενοποίηση που έχει χαρακτηριστεί από κάποιους ως «ζωντανό» Αναλυτικό Πρόγραμμα . Η εγκυρότητα της διδασκαλίας μιας συγκεκριμένης έννοιας με αυτή την προοπτική εξαρτάται από τις δυνατότητες του μαθητή να δράσει ο ίδιος και να βιώσει, συνεργαζόμενος με τους συνομήλικούς του, το προς μελέτη φαινόμενο, και τη σχέση και το νόημα που αυτό το φαινόμενο ή έννοια έχει για την προσωπική του ανάπτυξη αλλά και την ευρύτερη κοινωνική ευημερία. Ενώ το εργαστήριο κάποτε χρησιμοποιείτο για να επιβεβαιωθεί ένα γεγονός, ένας νόμος, μια αρχή ή μια θεωρία, οι τρέχουσες τάσεις μας οδηγούν στην άποψη ότι το εργαστήριο θα πρέπει να χρησιμοποιείται ως ένας χώρος διερεύνησης. Δηλαδή ένας χώρος που οι μαθητές θα χρησιμοποιούν τις γνώσεις και τις δεξιότητές τους στις Φυσικές Επιστήμες και τις Νέες Τεχνολογίες για να επιλύουν προβλήματα. (Καλκάνης 2004)

Τα προηγούμενα χρόνια κάθε προσπάθεια αναμόρφωσης της εκπαίδευσης στις Φυσικές Επιστήμες έθετε ως προμετωπίδα τη φράση «προτεραιότητα στις ανάγκες των μαθητών». Σε καμιά, όμως από αυτές, το νόημα της φράσης δεν υλοποιήθηκε σε ικανοποιητικό βαθμό. «Προτεραιότητα στις ανάγκες των μαθητών» σημαίνει ότι λαμβάνει κανείς υπόψη του τη σχέση μεταξύ Φυσικών Επιστημών, Τεχνολογίας και Κοινωνίας και τις επιπτώσεις και συνέπειες που αυτές έχουν στις ανάγκες προσαρμογής των μαθητών σε ένα εντελώς διαφορετικό κόσμο απ΄ αυτόν που βιώνουμε εμείς. Είναι καιρός να κατανοήσουμε ότι πρέπει να αναπτύξουμε Προγράμματα Σπουδών με τέτοιους τρόπους έτσι ώστε να μην απομονώνονται οι Φυσικές Επιστήμες από τις ανθρώπινες κοινωνικές υποθέσεις και από την κοινωνική και οικονομική

πρόοδο. Αυτή είναι μια προοπτική που είναι συνεπής και σύμφωνη με την κουλτούρα και την πρακτική των Φυσικών Επιστημών έτσι όπως υποστηρίζεται από σύγχρονους φιλόσοφους και επιστημολόγους των Φυσικών Επιστημών. (Driver-Wood 1998)

Πολλοί υποστηρίζουν ότι οι Φυσικές Επιστήμες, η εκπαίδευση στις Φυσικές Επιστήμες, και η έρευνα για την εκπαίδευση στις Φυσικές Επιστήμες είναι ανθρώπινες κοινωνικές δραστηριότητες που λαμβάνουν χώρα μέσα σε συγκεκριμένα θεσμικά και πολιτισμικά πλαίσια (Lemke, 1999). Τι σημαίνει να αντιμετωπίζουμε τα προς μελέτη πεδία (φυσικές επιστήμες, εκπαίδευση στις φυσικές επιστήμες , έρευνα στην εκπαίδευση των φυσικών επιστημών) ως "κοινωνικές δραστηριότητες"; Από τη θεώρηση μιας ερευνητικής ή μιας εκπαιδευτικής προοπτικής σημαίνει, πρώτα και κύρια ότι ανάγονται σε βασικά ερωτήματα ενώ δίνεται προτεραιότητα, στο ρόλο που διαδραματίζει η κοινωνική αλληλεπίδραση στη διαδικασία της διδασκαλίας και της μάθησης των Φυσικών Επιστημών και τη μελέτη του φυσικού κόσμου, είτε αυτό λαμβάνει χώρα στις τάξεις, είτε στα ερευνητικά εργαστήρια. Σημαίνει επίσης πως δίνεται ουσιαστικό θεωρητικό βάρος στο ρόλο της κοινωνικής αλληλεπίδρασης (Vygotsky 1963, Leontiev 1978, Cole 1996). Με αυτή την προοπτική η αλληλεπίδραση ανάγεται ως κεντρικό, θεμελιώδες και απαραίτητο της μαθησιακής διαδικασίας στοιχείο και όχι απλά ως ένα συμπληρωματικό, επικουρικό στοιχείο. Ομοίως, όσον αφορά τη μελέτη του φυσικού κόσμου, σημαίνει την επιστημονική μελέτη του κόσμου ως εγχειρήματος αδιαχώριστου από την κοινωνική οργάνωση των δραστηριοτήτων των επιστημόνων, όπως υποστηρίζουν στις εργασίες τους πολλοί σύγχρονοι κοινωνιολόγοι και ιστορικοί των Φ.Ε (Latour 1987, Latour 1993, Lynch & Woolgar 1990, Shapin & Schaffer 1985). Δεν είναι τυχαίο ότι η UNESCO, που ασχολείται με την εκπαίδευση, την επιστήμη και τον πολιτισμό, σε έκθεσή της αναφέρει πως υπάρχουν καταγεγραμμένες 141 χώρες που κάνουν προσπάθειες στην αναζήτηση μιας νέας προοπτικής στην εκπαίδευση των Φυσικών Επιστημών.

Η Φυσική αποτελεί το ιδανικό περιβάλλον για την εφαρμογή των Μαθηματικών σε ένα εφαρμοσμένο επιστημονικό πλαίσιο. Οι Φυσικοί συχνά εκπλήσσονται για το πόσο λίγα μαθηματικά (πόσα κενά έχουν) γνωρίζουν οι μαθητές σε αντίθεση με τις επιδόσεις τους στα μαθήματα των Μαθηματικών (Redish 2005). Αυτό οφείλεται κατά πάσα πιθανότητα στο διαφορετικό τρόπο εφαρμογής των μαθηματικών εννοιών στα μαθηματικά και στη Φυσική (όπου συνήθως περιγράφετε κάποιο φυσικό φαινόμενο) και έτσι γενάτε και η ανάγκη οπτικοποίησης κάποιων μαθηματικών θεωριών προκειμένου να γίνουν πιο κατανοητές.

Οι νέες τεχνολογίες σήμερα μας παρέχουν πολλές ευκαιρίες για τη δημιουργία περιβαλλόντων μάθησης που επεκτείνουν τις δυνατότητες των 'παλιών' - αλλά ακόμα χρήσιμων- τεχνολογιών (βιβλία, μαυροπίνακες) & επίσης άμεση επικοινωνία των Μ.Μ.Ε., όπως το ραδιόφωνο και η τηλεόραση - που επίσης στις μέρες μας προσφέρουν νέες δυνατότητες. Εντούτοις, η τεχνολογία δεν εγγυάται αποτελεσματική μάθηση. Λανθασμένες χρήσεις της τεχνολογίας μπορούν να σταθούν εμπόδιο στη μάθηση - για παράδειγμα, όταν οι μαθητές καταναλώνουν τον περισσότερο χρόνο τους επιλέγοντας γραμματοσειρές και χρώματα αντί να σχεδιάζουν, να κάνουν κάποιες υποθέσεις (εικασίες) και να επεξεργάζονται τις ιδέες τους. Όλοι γνωρίζουν πόσο πολύ χρόνο μπορούν να σπαταλήσουν οι μαθητές περιπλανώμενοι άσκοπα στο διαδίκτυο.

Ωστόσο, πολλές πλευρές της τεχνολογίας διευκολύνουν τη δημιουργία περιβαλλόντων που είναι σύμφωνες με τις σύγχρονες αποδεκτές μαθησιακές αρχές. Εξαιτίας του γεγονότος ότι οι νέες τεχνολογίες προσφέρουν δυνατότητες αλληλεπίδρασης (Greenfield and Cocking,1996), είναι ευκολότερο να δημιουργηθούν περιβάλλοντα στα οποία οι μαθητές μπορούν να μαθαίνουν μέσα από την πράξη, να λαμβάνουν ανατροφοδότηση και συνεχώς να βελτιώνουν την κατανόησή τους και να οικοδομούν νέα γνώση (Barron et al.1998, Bereiter and Scardamalia, 1993). Οι νέες τεχνολογίες μπορούν επίσης να βοηθήσουν τους ανθρώπους να συλλάβουν δυσνόητες έννοιες, όπως η διαφοροποίηση μεταξύ θερμότητας και θερμοκρασίας (Linn et al.1996). Οι μαθητές μπορούν να ασχοληθούν με την ανάπτυξη και την διαμόρφωση προγραμμάτων στον υπολογιστή, αυξάνοντας την πιθανότητα να μεταφερθούν τέτοιου είδους σημαντικές δεξιότητες από τη σχολική τάξη στη ζωή. Αυτές οι τεχνολογίες παρέχουν επιπλέον πρόσβαση σε μια απέραντη περιοχή πληροφοριών, που περιλαμβάνει ηλεκτρονικές βιβλιοθήκες, δεδομένα για ανάλυση, και άλλους ανθρώπους που παρέχουν πληροφορίες, ανατροφοδότηση και έμπνευση. Επίσης, μπορούν να βελτιώσουν τις δυνατότητες μάθησης των εκπαιδευτικών, όπως και αυτές των μαθητών, και να αυξήσουν τους συνδέσμους μεταξύ σχολείων και κοινοτήτων. Με την υπολογιστική υποστήριξη, θα μπορεί πλέον το μάθημα των Φυσικών Επιστημών, αλλά και τα άλλα μαθήματα, να στοχεύουν σε ριζική αναβάθμιση του ρόλου του μορφωτικού περιβάλλοντος, καλλιεργώντας στο μαθητή όχι μόνο κάποιες συγκεκριμένες γνώσεις, αλλά και γενικότερες ικανότητες, ώστε να είναι σε θέση να αυτενεργεί, να συνεργάζεται, να εξερευνά και να διερευνά, να αξιολογεί τις πληροφορίες συνδυάζοντας την κατανόηση των φυσικών εννοιών με την ανάπτυξη δεξιοτήτων στις επιστημονικές διαδικασίες. Το πρόγραμμα της Κοινωνίας της Πληροφορίας, αν και ξεκινάει με καθυστερήσεις και δυσκολίες, ελπίζουμε ότι θα συμβάλλει αποφασιστικά στη βελτίωση της ποιότητας της εκπαίδευσης που παρέχει το ελληνικό σχολείο. Κι αυτό γιατί πιστεύουμε ότι η αξιοποίηση των ΤΠΕ (τεχνολογιών πληροφορικής της επιστήμης)στην εκπαίδευση αποτελεί αναγκαιότητα για κάθε εκπαιδευτικό της εποχής μας.
Οι νέες τεχνολογίες μπορούν να προσφέρουν εναλλακτικές μορφές επιμόρφωσης των εκπαιδευτικών (π.χ. εξ αποστάσεως εκπαίδευση), αναβάθμιση και εμπλουτισμό των ακολουθούμενων διδακτικών προσεγγίσεων, ευκαιρίες για συμμετοχή σε ευρύτερες κοινότητες μάθησης και ευκολίες πρόσβασης σε νέες πηγές γνώσης.(Πηγές: Διαδικτυακές [2],[10],[13])

Οι Lave & Wenger (1991) αντιμετωπίζοντας την μάθηση ως αναπόσπαστο μέρος της κοινωνικής πρακτικής και προσπαθώντας να αποσαφηνίσουν και να επεξεργαστούν αυτήν την ιδέα χαρακτήρισαν την μάθηση ως νόμιμη περιφερειακή συμμετοχή σε κοινότητες πρακτικής πράγμα που σημαίνει πως η εκάστοτε εκπαιδευτική κοινότητα θα πρέπει να εναρμονίζεται με τις κοινότητες πρακτικής με τις οποίες εμπλέκονται. Πιο συγκεκριμένα οι δάσκαλοι των μαθηματικών θεωρείται ότι μαθαίνουν τι είναι πιο σημαντικό και αποδεκτό μέσα στην κοινότητα των μαθηματικών της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης έτσι κάνουν μια πιο στοχευμένη διδασκαλία και προσέγγιση κάποιων μαθημάτων που επιλέγει το Υπουργείο Παιδείας . Αυτή τη δύναμη των Μαθηματικών την εξέφρασε με σαφή τρόπο ο Γαλιλαίος τον 17^{ο} αιώνα, ο οποίος είπε ότι «**οι νόμοι της φύσεως είναι γραμμένοι στη γλώσσα των μαθηματικών**». Βέβαια προϋπήρχε και η ρήση του Πλάτωνος, ο οποίος, κατά τον Πλούταρχο στα ***Συμποσιακά*** 718Β, «**έλεγε τον Θεόν αεί γεωμετρείν**»(Νεγρεπόντης 2010).

Μετά τα επιτεύγματα του Νεύτωνα στην κλασσική μηχανική, του Αϊνστάιν στην θεωρία σχετικότητας, του Heisenberg και άλλων στην κβαντική μηχανική, μέχρι και τη σύγχρονη θεωρία των υπερ-χορδών, η ρήση του Γαλιλαίου για την τότε φυσική ισχύει σε ακόμη μεγαλύτερο βαθμό για την σημερινή και όχι μόνο για την φυσική αλλά και **την πληροφορική**, **την βιολογία, την γεωλογία (**ειδικότερα τη θεωρία των σεισμών, τα φαινόμενα του περιβάλλοντος και του κλίματος,)**, τις οικονομικές επιστήμες** (ειδικότερα **τα χρηματιστηριακά οικονομικά)**, οι οποίες βασίζονται σε μαθηματικές θεωρίες, είτε της Μαθηματικής Ανάλυσης (συνεχές, διαφορικές εξισώσεις) είτε της συνδυαστικής και μαθηματικής λογικής, είτε της θεωρίας πιθανοτήτων.

Οι γραφικές παραστάσεις στα μαθηματικά & την φυσική

	Μαθηματικά	***Φυσική***
Οι γραφικές παραστάσεις	Αναπαριστούν **<u>ένα μόνο</u>** αντικείμενο π.χ. μια συνάρτηση y=Ax+B.	Αναπαριστούν σχέσεις μεταξύ δύο ποσοτήτων. U=at, F=ma κλπ.
Οι άξονες	Αναπαρίστανται αριθμοί χωρίς διαστάσεις και η διαβάθμιση είναι γραμμική.	Οι ποσότητες εκφράζονται σε μονάδες και η διαβάθμιση μπορεί να μην είναι γραμμική.
Η αρχή των συντεταγμένων	Η αρχή των αξόνων είναι το (0,0).	Η αρχή των αξόνων είναι αυθαίρετη θέση.
Το πεδίο ορισμού και τιμών	Άπειρες τιμές.	Καθορισμένο και εξαρτάται από την φύση των μεγεθών που αναπαρίστανται.
Η κλίση	Αδιάστατος αριθμός που έχει μόνο γεωμετρική ερμηνεία.	Αναπαριστά την αλλαγή της ποσότητας σε σχέση με άλλη και είναι αυτή η ίδια μια φυσική ποσότητα με μονάδες.

Πηγή : Ellermeijer and Heck, 2003

1.γ Η συνεργατική μάθηση στις Φυσικές Επιστήμες

Από τη δεκαετία του ‘80 η έννοια της συνεργατικής μάθησης επανέρχεται στο προσκήνιο ως πρόταση με σαφή θεωρητική υποδομή και ερευνητική στήριξη Κύριο στοιχείο είναι η χρήση της ομάδας για την αντιμετώπιση των διδακτικών και των μαθησιακών δραστηριοτήτων στα πλαίσια της συνεργατικής μάθησης. Στόχος της προσέγγισης αυτής είναι η προώθηση της ατομικής μάθησης, καθώς και η συμβολή της στη μάθηση των υπολοίπων μελών της ομάδας. Δεν πρέπει να μας διαφεύγει και η σημασία του παράγοντα της κοινωνικοποίησης των μαθητών όπου στα πλαίσια αυτά γίνεται αποτελεσματική. Οι συνεργατικού τύπου προσεγγίσεις άρχισαν να εφαρμόζονται στη διδασκαλία των Φυσικών Επιστημών μόλις στα τέλη της δεκαετίας του 1970. Η εφαρμογή τους στο μάθημα των Φυσικών Επιστημών βασίζεται σε σύγχρονες επιστημολογικές θέσεις για την πλαισιοθετημένη μάθηση (**situated learning**), και της κοινωνικοπολιτισμικής θεώρησης της γνώσης. Στις μέρες μας το μοντέλο της ομαδοσυνεργατικής μάθησης έχει λάβει τη μορφή οργανωμένου παιδαγωγικού κινήματος που οδηγεί σε καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα.

Στο επίπεδο της τάξης ο όρος «επικοινωνία» σημαίνει μεταξύ άλλων ότι μοιράζομαι τις ιδέες μου με άλλους. Η κοινωνική διαδικασία της συζήτησης και του διαλόγου ενεργεί ως καταλύτης για τη σκέψη. Η ομάδα είναι ο μηχανισμός για συνεργατική και λεπτομερειακή μάθηση και εξασφαλίζει την εξερεύνηση, την κατανόηση και την επίδραση πάνω στις ιδέες των μελών για μια συγκεκριμένη έννοια των Φυσικών Επιστημών. Αυτού του είδους η διδασκαλία, έρχεται σε αντίθεση με τη δασκαλοκεντρική διδασκαλία, στην οποία οι μαθητές ακούν παθητικά τις εξηγήσεις του δασκάλου, αντιδρούν στα ερεθίσματα που τους προσφέρονται και αναπτύσσουν ικανότητες και δεξιότητες με προκαταβολικά δομημένες διαδικασίες. Η ομαδική συνεργασία δημιουργεί μια αναπτυξιακή δυναμική που επιτρέπει στα μέλη της ομάδας να ξεπεράσουν τα ατομικά τους όρια σκέψης και πράξης που κανένα από τα μέλη δε θα μπορούσε ατομικά, να αναπτύξει. Πρώτος και κύριος στόχος της συνεργατικής μάθησης στο μάθημα των Φυσικών Επιστημών είναι να εμπλέξει ενεργά τους μαθητές στη μαθησιακή διαδικασία. Αυτό σημαίνει ότι οποιοδήποτε μαθησιακό έργο κι αν δοθεί στους μαθητές, μια ερώτηση, ένα πρόβλημα, ένα πείραμα θα πρέπει να ακολουθήσει μια συλλογική διερευνητική δραστηριότητα. Θα χρειαστεί τα μέλη της ομάδας να επικοινωνήσουν, να μοιραστούν ιδέες, απόψεις, πληροφορίες, να μελετήσουν τα δεδομένα και να πάρουν αποφάσεις ή να καταλήξουν σε συμπεράσματα και τελικά να παρουσιάσουν τη δουλειά τους στην ολομέλεια της τάξης.
(Πηγές: Ελληνικές[27],[35],[36] και Διαδικτυακές [17],[21])

Επίσης, η συνεργατική μάθηση στο μάθημα των Φυσικών Επιστημών εξασφαλίζει αυθεντικές συνθήκες εξοικείωσης των μαθητών στην επιστημονική νοοτροπία, δημιουργεί το ιδανικό περιβάλλον για άσκηση των μαθητών στις επιστημονικές διαδικασίες και εξασφαλίζει με φυσικό και αβίαστο τρόπο την ενεργό συμμετοχή και αυτενέργειά τους. Μια σύντομη ματιά στα περιεχόμενα των επιστημονικών περιοδικών δείχνει με τον πιο ξεκάθαρο τρόπο τη συνεργατική φύση της επιστημονικής μεθοδολογίας αφού οι επιστημονικές εργασίες αποτελούν συλλογικές στη συντριπτική τους πλειοψηφία προσπάθειες.

Επιπρόσθετα σε τάξεις όπου διδάσκονται οι Φυσικές Επιστήμες με προσεγγίσεις που χρησιμοποιούν διάφορα επιστημονικά εργαλεία και ενθαρρύνουν την πρακτική εργασία είναι απαραίτητη η συνεργασία των μαθητών ανά ζεύγη ή σε μικρές ομάδες. Η συνεργατική φύση της επιστημονικής και της τεχνολογικής εργασίας θα πρέπει να ενδυναμώνεται από συχνές συλλογικές δραστηριότητες στην τάξη. Οι επιστήμονες εργάζονται κυρίως σε ομάδες και λιγότερο ως άτομα. Αν υπάρχει ένα συμπέρασμα που υποστηρίζεται από ιστορικές και κοινωνικές μελέτες των Φυσικών Επιστημών, αυτό είναι ότι οι μηχανισμοί με τους οποίους τίθενται, κρίνονται και τροποποιούνται οι επιστημονικές απόψεις, είναι πολύ σημαντικοί για αυτό που «θεωρείται» ως γνώση σε οποιοδήποτε δεδομένο χρόνο, και ότι γενικά ανάλογα με το βαθμό στον οποίο οι ερευνητές των Φυσικών Επιστημών υποβάλλουν τους εαυτούς τους σε τέτοιες διαδικασίες βελτιώνονται. Από τις παραπάνω επιστημολογικές θέσεις αντλούμε συμπεράσματα που επηρεάζουν τη Διδακτική των Φυσικών Επιστημών, τους σκοπούς της εκπαίδευσης των Φυσικών Επιστημών και μας οδηγούν στην επανεξέταση του κοινωνικού χαρακτήρα της μάθησης στις Φυσικές Επιστήμες.

1.δ Ο ρόλος του δασκάλου στην εποικοδόμηση της γνώσης (constructivism)

Στην εποικοδομητική προσέγγιση της διδασκαλίας ο ρόλος του δασκάλου είναι πολύπλευρος. Ποικίλει στη διάρκεια της προσέγγισης, από το στάδιο του προσανατολισμού ως το τέλος του σταδίου της ανασκόπησης. Στην αρχή, ο δάσκαλος πρέπει να βρει έναν τρόπο για να προκαλέσει το ενδιαφέρον και να προσανατολίσει τους μαθητές σε μια νέα περιοχή μελέτης, που να έχει νόημα για αυτούς και να είναι γνωστή στον ίδιο. Στη συνέχεια, φάση εξωτερίκευσης, ο δάσκαλος συγκεντρώνει αποδείξεις για τις ιδέες των μαθητών. Αρχίζουμε πάντα από εκεί που βρίσκεται ο μαθητής. Αυτό είναι εύκολο να το λέμε, είναι όμως πολύ δύσκολο να το εφαρμόσουμε στην πράξη. Ο δάσκαλος που ακολουθεί την εποικοδομητική προσέγγιση παίρνει πολύ σοβαρά αυτή τη φάση της διδασκαλίας. Χρησιμοποιεί ποικίλες στρατηγικές προκειμένου να βοηθήσει τους μαθητές να ξεδιαλύνουν αυτό που ήδη γνωρίζουν, να το σκεφτούν και να το συζητήσουν μαζί του. Ακολούθως, αποφασίζει με βάση τις αποδείξεις που συγκέντρωσε για τον τρόπο και το είδος της παρέμβασης που θα κάνει. Το ερώτημα που θέτει στον εαυτό του είναι: Πώς μπορούν να αναδομηθούν οι αντιλήψεις των παιδιών, ώστε να συμβιβάζονται με το επιστημονικό πρότυπο; Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με βοήθεια προς το μαθητή που οργανώνει έρευνα και την πραγματοποιεί μέσα από την ανταλλαγή απόψεων με τα άλλα μέλη της ομάδας, με ειδικές εμπειρίες, με ερωτήσεις που ο ίδιος θέτει ή προτείνοντας την προσφυγή σε βιβλία ή άλλες πηγές. Η στάση του δασκάλου πρέπει να είναι «ευαίσθητη», αλλά και αποφασιστική.
Ο δάσκαλος που υιοθετεί την εποικοδομητική προσέγγιση είναι υποχρεωμένος να αντιμετωπίζει κριτικά ό,τι συμβαίνει μέσα στην αίθουσα της διδασκαλίας. Προτείνει τρόπους διαφοροποίησης της διδακτικής προσέγγισης, ώστε να βελτιώνεται διαρκώς το επίπεδο μάθησης.
(Πηγές: Ελληνικές [15],[16] & ξένες [3],[4])

Για να κρίνει αν η νέα διδακτική προσέγγιση είναι αποδοτικότερη από την παραδοσιακή έχει ανάγκη από στοιχεία για ό,τι συμβαίνει μέσα στην Τάξη. Πρέπει επίσης να είναι σε θέση να αντλεί συμπεράσματα από αυτά, ώστε οι αποφάσεις του να βασίζονται σε δεδομένα και όχι σε εντυπώσεις. Είναι σαφές ότι η θεωρητική φυσική αναζητεί στα μαθηματικά (και ιδιαίτερα στην γεωμετρία) συστήματα με ισχυρή ενοποιημένη δύναμη τα οποία να μπορέσουν να βρεθούν σε

συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα. Ο κοινωνικός αποικοδομισμός τώρα εκτιμάται τις μέρες μας σε μεγάλο βαθμό για τη σημασία που αποδίδει στα κοινωνικά και πολιτισμικά στοιχεία, στην επικοινωνία, στη συνεργασία και στο ρόλο που παίζει η γλώσσα σε όλα αυτά ως συμβολικό σύστημα. (Σολομωνίδου, 2006 σελ. 38) Στο σχολείο η επιστημονική γνώση διδάσκεται σε μια μετασχηματισμένη μορφή ώστε οι μαθητές να μπορέσουν βαθμιαία να γνωρίσουν την κουλτούρα της επιστήμης

Οι σημαντικότερες προσεγγίσεις για την μάθηση στις Φυσικές επιστήμες και όχι μόνο συμβαίνουν στο σχολείο κυρίως μέσω :

_ Της εννοιολογικής αλλαγής (Piaget)

Με τον όρο αυτόν, εννοούμε την τροποποίηση των αντιλήψεων των μαθητών για την ερμηνεία των φυσικών φαινομένων. Ο Wandrersee δέχεται ότι οι τεχνικές που βοηθούν στην τροποποίηση αυτή είναι αυτό που ονομάζουμε «διδακτική μεθοδολογία». Ο ρόλος του δασκάλου πλέον έγκειται στο να διαπραγματεύεται τις ιδέες των παιδιών και να γίνεται "αρωγός της αλλαγής". Είναι φανερό ότι αυτή είναι η αποικοδομιστική προσέγγιση.

Η "εννοιολογική αλλαγή" έχει να κάνει με την αναδόμηση της ήδη υπάρχουσας γνώσης, αφού έχει αποδεχθεί ότι οι ιδέες των παιδιών πολλές φορές είναι "λανθασμένες". Είναι σχετικό με την "προσαρμογή" του Piaget, αλλά διαφέρει από την "αφομοίωση" που ο ίδιος πρέσβευε. (Βοσνιάδου 2010)

Οι αλλαγές αυτές χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες:

α. Την επαύξηση της γνωστικής δομής, όπου προστίθενται νέα στοιχεία σε προϋπάρχουσες γνώσεις, κάτι που μπορεί να γίνει και με τον παραδοσιακό τρόπο.

β. Την εναρμόνιση, που αλλάζει τα χαρακτηριστικά του αρχικού μοντέλου, και

γ. Την αναδιοργάνωση που είναι και η δυσκολότερη.

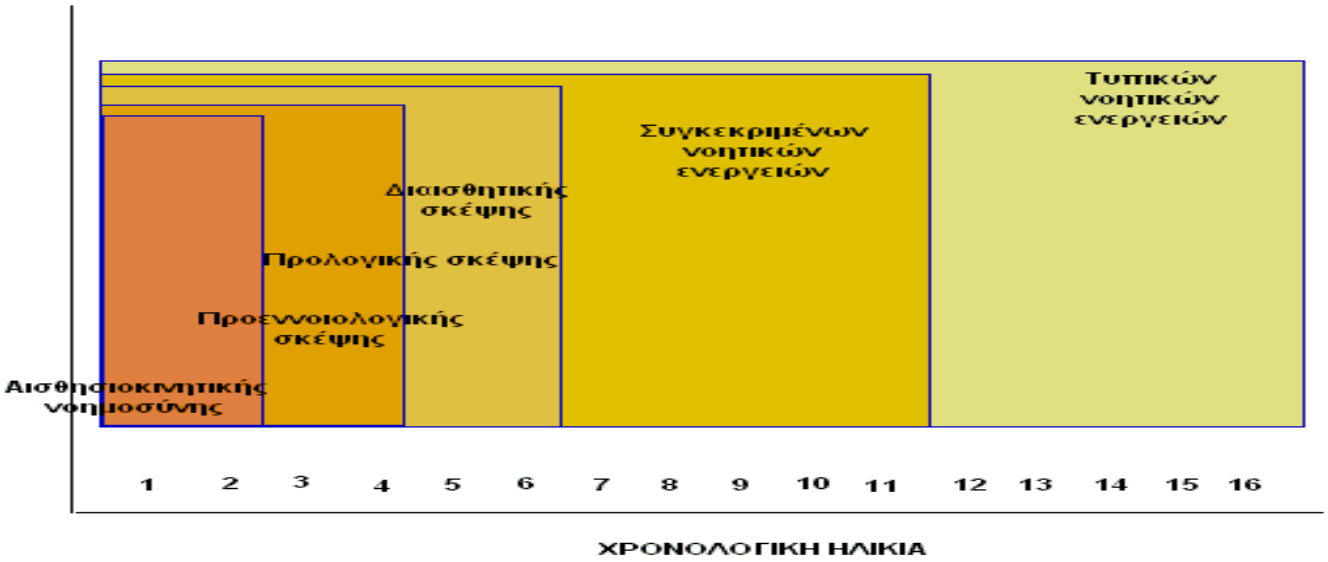
Για να αλλάξει η παλιά άποψη πρέπει:

α. Η παλιά γνώση να είναι μη ικανοποιητική, αφού έτσι θα απαιτηθεί η αλλαγή της.

β. Η νέα γνώση να είναι κατανοητή, και αυτό είναι και το δυσκολότερο σημείο αφού πολλές φορές το παιδί δεν μπορεί ακόμα να την καταλάβει.

γ. Η νέα γνώση πρέπει να είναι αρχικά αληθοφανής για να μπορεί να γίνει η αρχική προσέγγισή της.

δ. Η νέα γνώση πρέπει να είναι παραγωγική, καρποφόρα. Μόνο αν ανοίγει νέους δρόμους θα γίνει αποδεκτή.



Πηγή: http://archives.ictscenarios.gr/Theories_Mathisis/gnostikes_theories_mathisis.htm

_ Η θεωρία του Vygotsky

Ο Λευκορώσος ψυχολόγος Lev Vygotsky παρότι πέθανε νέος, το 1934, άφησε πίσω του ένα έργο το οποίο στις μέρες μας, όχι μόνο θεωρείται σημαντικότατο, αλλά ακόμη μελετάται και τυγχάνει μεγάλης αποδοχής από την επιστημονική κοινότητα. Και αυτό γιατί ήταν αυτός που έθεσε το κοινωνικό και πολιτισμικό πλαίσιο στη θέση του εξέχοντος πλαισίου όσον αφορά τη μάθηση. Οι δύο διαστάσεις τις οποίες εισήγαγε στην επιστήμη της μελέτης της ανθρώπινης νόησης και των διαδικασιών της μάθησης, είναι η σημασία των κοινωνικών και πολιτισμικών στοιχείων που μέσω της γλώσσας εκφράζονται στη διαδικασία της μάθησης και η έννοια της "ζώνης της επικείμενης ανάπτυξης". (Σολομωνίδου 2006, σελ. 37-38)**.** Για τον Vygotsky η νοητική ανάπτυξη είναι μια διαδικασία άρρηκτα συνδεδεμένη με την ιστορικοκοινωνική διάσταση και το πολιτισμικό πλαίσιο, μέσα στο οποίο συντελείται. Συνεπώς, δεν είναι τα ατομικά νοητικά εργαλεία που είναι τα πρωτεύοντα στο φαινόμενο της μάθησης, όπως, ιδιαίτερα στην κλασική της μορφή, υποστηρίζει η σχολή της γνωσιακής επιστήμης, αλλά "η διαμεσολάβηση των κοινωνικών γεγονότων και των πολιτισμικών εργαλείων... (και) η εσωτερίκευση των σημασιών με τις οποίες αυτά είναι φορτισμένα". Η διαφορά είναι ότι στη μεν θεωρία του Piaget η αλληλεπίδραση ατόμου - κοινωνικού περιβάλλοντος παίζει επικουρικό ρόλο, στο δε κοινωνικό αποικοδομισμό παίζει τον κυρίαρχο ρόλο, δεν διευκολύνει απλώς τη μάθηση, τη δημιουργεί. (Πηγή: Διαδικτυακή [16])

<u>Η κοινωνική διαμεσολάβηση.</u>

Φυσικά, η θεωρία αυτή είναι μια θεωρία ενταγμένη στο επιστημονικό παράδειγμα του αποικοδομισμού, που σημαίνει ότι και σε αυτή, οι γνώσεις θεωρείται ότι "χτίζονται" προοδευτικά και ότι αντί της μιας και μοναδικής έγκυρης γνώσης του θετικιστικού παραδείγματος, υπάρχουν οι αναπαραστάσεις των φυσικών αντικειμένων στην ανθρώπινη νόηση.

Για το Vygotsky γνωστική ανάπτυξη είναι ο "μετασχηματισμός των κοινωνικών σχέσεων σε νοητικές λειτουργίες" η οποία και συντελείται μέσω της επικοινωνίας που λαμβάνει χώρα με τη

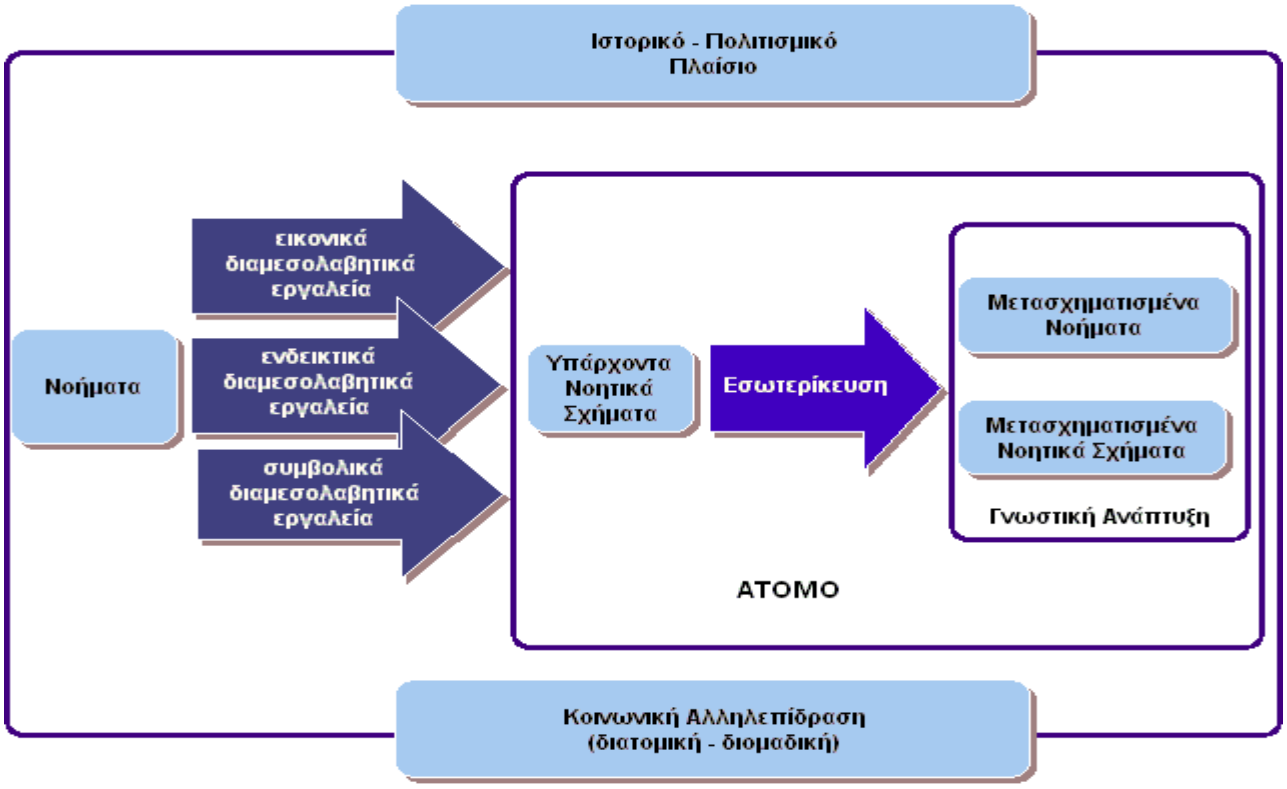
διαμεσολάβηση των "σημείων" που δεν είναι τίποτε άλλο από πολιτισμικά εργαλεία. Ακολουθεί η εσωτερίκευση, που είναι η οικειοποίηση ορισμένων νοημάτων, δηλαδή η ατομική πρόσληψη του κοινωνικού γεγονότος, που ακολουθείται από μετασχηματισμό της νοητικής διαδικασίας και τελικά του ίδιου του ατόμου. (Πηγές: Ελληνική [20] , Ξένη [7] και Διαδικτυακή [26])

Η σημασία της γλώσσας.

Σημαντικότατο πολιτισμικό διαμεσολαβητικό εργαλείο είναι η γλώσσα, καθώς με αυτή το παιδί μαθαίνει να οικοδομεί τη σκέψη του, να κατανοεί τον κόσμο γύρω του και να διαμορφώνει την ίδια του την ταυτότητα. Επιπλέον και το σημαντικότερο, μέσω της γλώσσας δημιουργούνται εμπειρίες και νοήματα κοινωνικά καθορισμένα, είναι δηλαδή το σημαντικότερο μέσο αναπαράστασης του κόσμου στη νόηση, με αποτέλεσμα η αντίληψη του κόσμου να βασίζεται σε αυτή. Καθότι βέβαια είναι ένας κώδικας κοινωνικά καθορισμένος, είναι φανερό το μέγεθος του κοινωνικού καθορισμού της γνώσης.

Διαμέσου λοιπόν της γλώσσας, το άτομο, παρωθούμενο από κοινωνικά κίνητρα, κατά την αλληλεπίδρασή του με το κοινωνικό του περιβάλλον, επηρεάζεται από τα πολιτισμικά του στοιχεία συγκροτώντας τελικά τις νοητικές του δομές.

Στο επόμενο σχήμα γίνεται μια προσπάθεια να περιγραφεί η διαδικασία επίτευξης της γνωστικής ανάπτυξης:



Πηγή: http://archives.ictscenarios.gr/Theories_Mathisis/koinonikopolitismikes.htm

Η Ζώνη της Επικείμενης Ανάπτυξης.

Πολύ σημαντική στη θεωρία της γνωστικής ανάπτυξης του Vygotsky είναι η έννοια της Ζώνης Επικείμενης Ανάπτυξης (Zone of Proximal Development - ZPD), της οποίας βασικός άξονας είναι η κρίσιμη για την ανάπτυξη, διαμεσολαβητική λειτουργία του περιβάλλοντος και των ατόμων που προσφέρουν στο παιδί βοήθεια για την ανάπτυξή του αυτή.

Συνοπτικά, ZPD είναι η απόσταση μεταξύ του επίπεδου ανάπτυξης στο οποίο το παιδί βρίσκεται σε μια γνωστική περιοχή - αυτών που το παιδί μπορεί να επιτύχει από μόνο του - και του επιπέδου που το παιδί μπορεί να φτάσει αν βοηθηθεί από κάποιους πιο έμπειρους ενήλικους ή συνομήλικους.

Κάθε παιδί, ανάλογα με το επίπεδο στο οποίο βρίσκεται είναι ικανό να επιτύχει κάποια πράγματα από μόνο του, κατά τη διαδικασία της επίλυσης προβλημάτων. Μπορώντας όμως εν δυνάμει να επιτύχει ένα ανώτερο επίπεδο, διαθέτοντας αυτή την ZPD, θα προχωρήσει παραπάνω, αν βοηθηθεί γνωστικά από κάποιους, ενήλικες ή συνομήλικούς του και, όπως είδαμε παραπάνω, εσωτερικεύσει τα αντίστοιχα νοήματα. Τότε και η ZEA θα μετακινηθεί προς επόμενες περιοχές:

Το Πλαίσιο Στήριξης.

Μία άλλη πολύ σημαντική έννοια, η οποία αναπτύχθηκε ανεξάρτητα από την θεωρία του Vygotsky αλλά ενσωματώθηκε οργανικά σε αυτήν, είναι το Πλαίσιο Στήριξης (scaffolding) ή "σκαλωσιάς"(Holton and Clarke 2006) . Η έννοια αυτή περιέχει όλα αυτά τα οποία ο εκπαιδευτικός προσφέρει στο μαθητή για να το στηρίξει και να τον "οπλίσει" με τρόπο τέτοιο που αυτός να καταστεί ικανός να προχωρήσει με σιγουριά πέρα από το σημείο στο οποίο βρίσκεται. Συνδυάζεται δε με το μοντέλο της "γνωστικής μαθητείας" που αναφέρεται στην εσωτερίκευση εκ μέρους του μαθητή μοντέλων εργασίας που του παρέχονται και εργαλείων που επινοεί μέσα από αυθεντικές δραστηριότητες. Ο δάσκαλος λοιπόν δεν είναι αυτός που απλά παρέχει στο μαθητή έννοια πλούσιο μαθησιακό περιβάλλον βοηθώντας τον να αυτοαναπτυχθεί (Piaget), αλλά ενεργός διαμεσολαβητής των κοινωνικών και πολιτισμικών νοημάτων που διαπραγματεύεται με το μαθητή του και τον βοηθά να εσωτερικεύσει όλα αυτά που τον βοηθούν να αναπτυχθεί. (Ράπτης, Ράπτη 2007, σελ. 109-116)

Η γνωστική σκαλωσιά επιτρέπει σε αυτόν που μαθαίνει να φτάσει σε σημεία που διαφορετικά θα ήταν αδύνατον να φτάσει. Με την κατάλληλη λέξη , την κατάλληλη ερώτηση ή κάποιο άλλο μέσο ο δάσκαλος μπορεί να τοποθετήσει την σκαλωσιά που θα επιτρέψει την κατασκευή νέας γνώσης , την διόρθωση ή αμφισβήτηση ελλιπών εννοιών και την ανάκληση γνώσεων που έχουν ξεχαστεί. Αυτή η σκαλωσιά δραστηριοποιεί τον μαθητή μέσα στην ζώνη επικείμενης ανάπτυξης και όπως στην κατασκευή ενός κτιρίου ή η ανακαίνιση τότε αφαιρείτε και η σκαλωσιά.

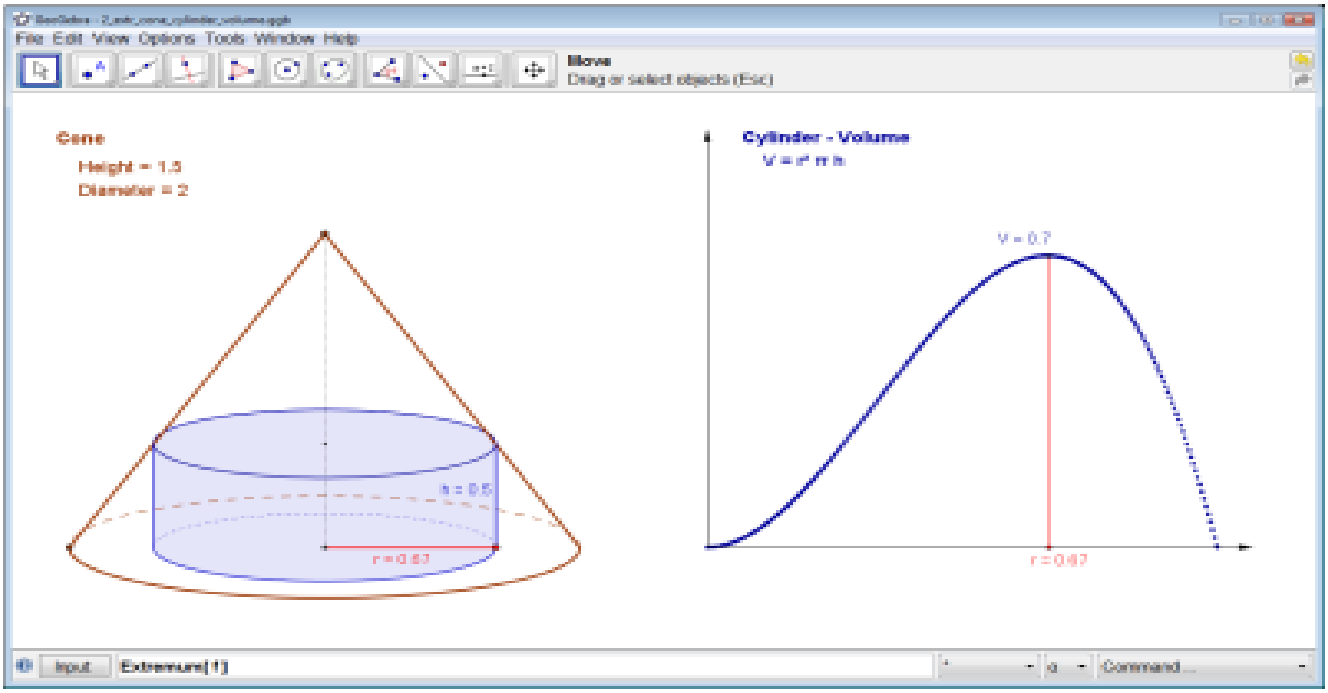
1.ε Σταδιακή αλλαγή της φύσης των Φυσικών Επιστημών

Αναφορικά με την εκπαίδευση στις Φυσικές Επιστήμες, η πιο σημαντική αλλαγή που λαμβάνει χώρα και μας υποχρεώνει να αλλάξουμε κατευθύνσεις στην εκπαίδευση που προσφέρουμε σε αυτές και για αυτές είναι η σταδιακή αλλαγή της ίδιας της φύσης των Φυσικών Επιστημών.
Το πλαίσιο έρευνας των Φυσικών Επιστημών όλο και περισσότερο αναζητεί λύσεις σε κοινωνικό επίπεδο παρά εστιάζει στη διατύπωση νέων θεωριών για το φυσικό κόσμο. Τα επιστημονικά πεδία, όπως Βιολογία, Χημεία, Φυσική, Γεωλογία, έχουν χωριστεί πλέον σε εκατοντάδες ερευνητικά πεδία. Την ίδια στιγμή, οι Φυσικές Επιστήμες γίνονται ολοένα και πιο διεπιστημονικές, κάτι που είναι φανερό από τα ονόματα των νέων επιστημονικών πεδίων που αναδύονται, όπως για παράδειγμα: Βιοχημεία, Βιοφυσική, Βιογεωχημεία, Βιοτεχνολογία, Βιοπληροφορική, Νευροβιολογία κτλ, που σύμφωνα με τα σημερινά δεδομένα ξεπερνούν τα 400. Ποιος θα μπορεί άραγε να απαντήσει σε λίγα χρόνια ποια από αυτά τα επιστημονικά πεδία θα πρέπει να διδάσκονται και ποια να μη διδάσκονται στα σχολεία; Παραδοσιακά, η έρευνα στις Φυσικές Επιστήμες, έχει αντιμετωπιστεί ως έρευνα για να δοκιμαστεί ή να ερευνηθεί μια εξήγηση ενός φυσικού φαινομένου. (Πηγές: Ελληνικές[26],[27] και ξένες [3],[5])

Με αυτή την προοπτική, οι Φυσικές Επιστήμες θεωρείται ότι είναι μια συστηματική ορθολογική και μεθοδολογικά οργανωμένη πνευματική δραστηριότητα που αποβλέπει στην κατανόηση, την εξήγηση και την πρόβλεψη των φαινομένων. Κατά τη διάρκεια του περασμένου αιώνα, η διδασκαλία των Φυσικών Επιστημών, έχοντας υιοθετήσει αυτή τη θέση, για τη φύση των Φυσικών Επιστημών είχε εστιάσει τις προσπάθειές της στη γνωριμία και την εξοικείωση των μαθητών με τις μεθόδους της επιστημονικής έρευνας. Ο πρωτεύων σκοπός ήταν οι μαθητές και αργότερα οι ενήλικοι πολίτες να σκέφτονται ως επιστήμονες ("think like a scientist"), με άλλα λόγια η εκπαίδευση στις Φυσικές Επιστήμες είχε ως κύριο προσανατολισμό τη δημιουργία επιτυχημένων επιστημόνων. Ωστόσο θα πρέπει να αναρωτηθούμε μέσα από αυτή τη διαδικασία πόσοι ήταν αυτοί που πραγματικά μάθαιναν Φυσικές Επιστήμες και πόσοι αυτοί που σταδιακά υιοθετούσαν μια όχι και τόσο θετική στάση για το αντικείμενο; Έτσι θα μπορούσαμε να πούμε ότι στο σχολείο του μέλλοντος επιδίωξή μας θα πρέπει να είναι ότι οι μαθητές θα πρέπει να συλλογίζονται με τους ίδιους τρόπους όπου και οι επιστήμονες συλλογίζονται, ότι οι μαθητές θα είναι ικανοί να χρησιμοποιούν εργαλεία και πρακτικές που οι επιστήμονες χρησιμοποιούν ως αναπόσπαστο μέρος της επίλυσης των προβλημάτων που αντιμετωπίζουν, ότι συζητούν επιστημονικά θέματα και συμμετέχουν στην γεμάτη τεχνολογικά επιτεύγματα καθημερινή τους πραγματικότητα. Επιτακτική ανάγκη λοιπόν πέρα από μια απλή προσομοίωση είναι και να τους διδάξουμε προβλήματα τέτοια που αγγίζουν και τις δύο επιστήμες (μαθηματικά – Φυσική) ή και άλλες ενδεχομένως (π.χ. Βιολογία , ιατρική) ώστε να μπορούν να εσωτερικεύουν καλύτερα τα όσα διδάσκονται στο σχολείο και να μην γίνονται παπαγάλοι ή να αδιαφορούν.
(Πηγές: Ελληνική [14] , ξένη [4] , Διαδικτυακή [22])

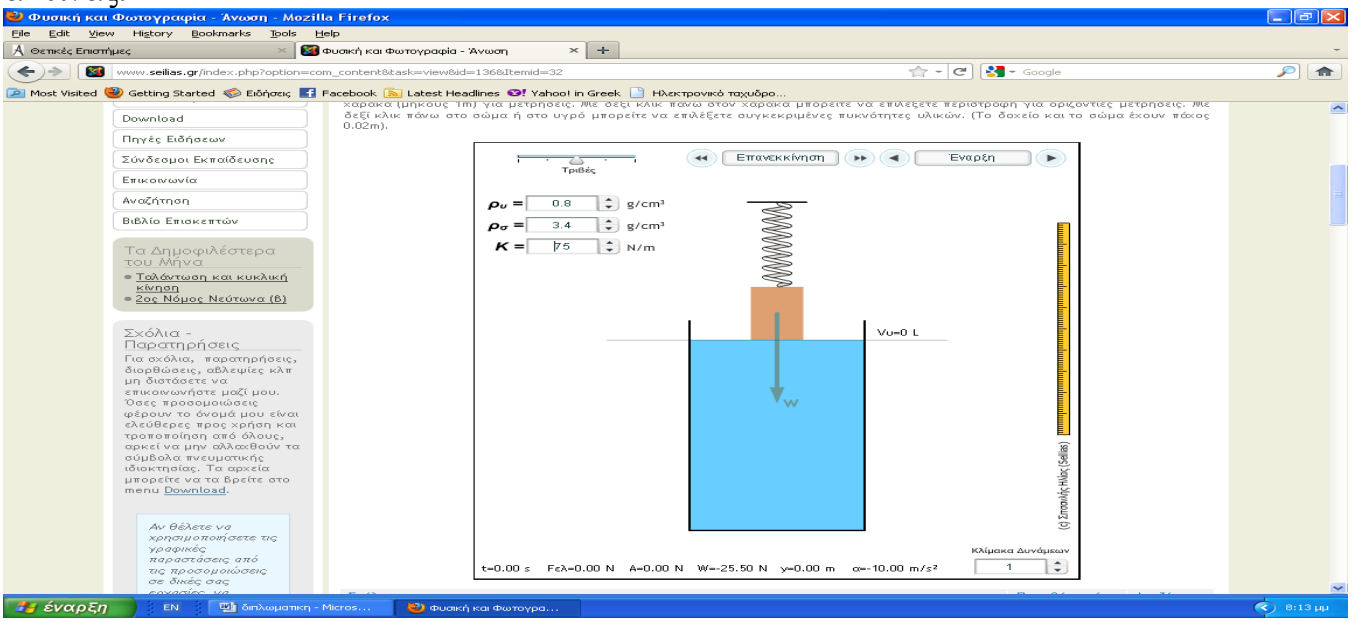
Υπάρχει όμως και λογισμικό που υποστηρίζει τη μετεξέλιξη της εκπαιδευτικής πρακτικής, νέους δηλαδή τρόπους διδασκαλίας και μάθησης που βοηθούν στην απόκτηση δεξιοτήτων, κριτικής σκέψης, οξυμένης αντίληψης, θετικής στάσης και αυτονομίας απέναντι στη μάθηση. Το λογισμικό αυτό έχει πολύ περισσότερο ενδιαφέρον, παρουσιάζει όμως ιδιομορφίες και απαιτεί εξειδικευμένη τεχνογνωσία για την ανάπτυξή του και διαρκές ενδιαφέρον και επένδυση. Η δε

αξιοποίησή του από τους χρήστες χρειάζεται περισσότερη και εξειδικευμένη υποστήριξη. Η «ανταμοιβή» όμως είναι μια πρόσθετη αξία στη χρήση της τεχνολογίας για την υποστήριξη της μάθησης και της διδασκαλίας, κι έτσι όπως είναι η εκπαίδευσή μας σήμερα, αυτή την πρόσθετη αξία τη χρειαζόμαστε(Κυνηγός 2009)



ΕΙΚΟΝΑ 1 (Σχεδιασμός κωνικών τομών με αρωγή του προγράμματος GEOGEBRA)

Στο πρώτο σχήμα σχεδιάσαμε ένα κύλινδρο δοσμένης ακτίνας μέσα σε μια πυραμίδα και στο δεύτερο έχουμε γραφική παράσταση του όγκου του κυλίνδρου καθώς μεταβάλουμε τις τιμές της ακτίνας.



ΕΙΚΟΝΑ 2 (Υπολογισμός ιξώδες υγρού με την βοήθεια του προγράμματος INTERACTIVE PHYSICS)

Μεταβάλουμε αλγεβρικά τις τιμές της δύναμης που ασκούμε και σε συνδυασμό με το βάρος του εμβόλου μετράμε την πίεση που ασκείται στο εκάστοτε υγρό.

Σήμερα ο τρόπος διδασκαλίας τόσο της Φυσικής και των μαθηματικών όσο και των επιστημών (για διάφορους λόγους) γίνεται και από απόσταση. Όπως προσδοκάται, το e-learning διαφέρει από τη βασισμένη σε αίθουσα κατάρτιση από πολλές απόψεις. Επομένως, η μετατροπή μιας παραδοσιακής σειράς μαθημάτων σε e-learning μπορεί να αντιπροσωπεύσει μια σύνθετη προσπάθεια, και απαιτείται ακριβής προγραμματισμός, παρακολούθηση και έλεγχος για να καταστεί η μετατροπή αποτελεσματική και οικονομική. Πρώτα από όλα, αν τα πλεονεκτήματα του e-learning δεν ξεπερνούν τα μειονεκτήματα για το εκπαιδευτικό σύστημα και για τους εκπαιδευόμενους, η στροφή προς την εκμάθηση e-learning μπορεί να αντιπροσωπεύει μια μη αποδοτική λύση. Μεταξύ των πολλών θετικών στοιχείων του e-learning , μπορούμε να απαριθμήσουμε τα εξής :

_Είναι συνήθως πιο οικονομικός τρόπος διάδοσης γνώσης,

_Έχει αυτόνομο ρυθμό (συνήθως, τα μαθήματα e-learning μπορούν να ληφθούν όταν κριθεί απαραίτητο),

_Είναι γρηγορότερο (οι σπουδαστές μπορούν να παραβλέψουν το υλικό που γνωρίζουν ήδη),

_Παρέχει περιεχόμενο με συνοχή (ενώ κατά την παραδοσιακή εκμάθηση, διαφορετικοί δάσκαλοι μπορούν να διδάξουν διαφορετικό υλικό για το ίδιο θέμα),

_Λειτουργεί από οπουδήποτε και οποιαδήποτε χρονική στιγμή (οι σπουδαστές μπορούν να συμμετέχουν όταν θέλουν),

_Μπορεί να ενημερωθεί και να αναβαθμιστεί εύκολα και γρήγορα (οι on-line συνεδρίες e-learning είναι ιδιαίτερα εύκολο να διατηρούνται ενήμερες επειδή το ενημερωμένο υλικό φορτώνεται απλά σε έναν κεντρικό υπολογιστή),

_Μπορεί να οδηγήσει σε αυξανόμενη διατήρηση και σε έναν ισχυρότερο έλεγχο στο θέμα (λόγω των πολλών στοιχείων που είναι συνδυασμένα στο e-learning για να ενισχύεται το μήνυμα, όπως το βίντεο, ήχος, διαγωνισμοί γνώσεων, αλληλεπίδραση, κ.λπ.),

_Μπορεί να προσαρμοστεί εύκολα για μεγάλες ομάδες σπουδαστών.

Το **e-learning** μπορεί να βελτιώσει τη διατήρηση με την ποικιλία των τύπων περιεχομένου (εικόνες, ήχοι και κείμενο μαζί), δημιουργώντας την αλληλεπίδραση που δεσμεύει την προσοχή (παιχνίδια, διαγωνισμοί γνώσεων, κ.λπ.),παρέχοντας άμεση ανατροφοδότηση, ενθαρρύνοντας την αλληλεπίδραση μεταξύ εκπαιδευτών και εκπαιδευόμενων (τα chat rooms , τα παράθυρα συζήτησης και το ηλεκτρονικό ταχυδρομείο προσφέρουν αποτελεσματική αλληλεπίδραση για τους σπουδαστές).

Επιπλέον, δεδομένου ότι μπορούν να προσαρμόσουν το υλικό εκμάθησης στις ανάγκες τους, οι σπουδαστές έχουν περισσότερο έλεγχο επί της διαδικασίας μάθησης και έχουν τη δυνατότητα να κατανοήσουν καλύτερα το υλικό, κάτι που οδηγεί σε μια γρηγορότερη πορεία εκμάθησης. Η παράδοση του περιεχομένου σε μικρότερες μονάδες μπορεί να συμβάλει περαιτέρω σε μια πιο

μόνιμη επίδραση εκμάθησης. Οι σπουδαστές που παρακολουθούν μια on-line σειρά μαθημάτων μπορούν να έχουν την ευκαιρία να εισέλθουν σε ένα χωρίς ρίσκο περιβάλλον προσομοίωσης στο οποίο μπορούν να κάνουν λάθη χωρίς να εκθέτουν άμεσα τους εαυτούς τους, και τελικά να λαμβάνουν την ανάδραση των συνεπειών των ενεργειών τους. Αυτό το χαρακτηριστικό είναι ιδιαίτερα πολύτιμο κατά την προσπάθεια εκμάθησης λεπτών δεξιοτήτων, όπως και η σωστή λήψη αποφάσεων. Αφ' ετέρου, τα μειονεκτήματα και οι κίνδυνοι του e-learning μπορούν να συμπεριλάβουν τα ακόλουθα : μπορεί να κοστίσει αρκετά για να αναπτυχθεί , απαιτεί νέες δεξιότητες των παραγωγών και πρέπει ακόμα σαφώς να είναι επικερδές. Επιπλέον, η σχετική τεχνολογία μπορεί να δημιουργεί αίσθημα φόβου, να είναι συγκεχυμένη ή απλά απογοητευτική, καθώς στερείται μέρος της άτυπης κοινωνικής αλληλεπίδρασης και της διαπροσωπικής επαφής του παραδοσιακού τρόπου εκμάθησης . Η τεχνολογία μπορεί επίσης να είναι δαπανηρή, ειδικά σε περίπτωση προηγμένου οπτικού περιεχομένου. Επιπλέον, η μέθοδος e-learning απαιτεί περισσότερη υπευθυνότητα και αυτοπειθαρχία για τον σπουδαστή για να καταφέρει να συμβαδίσει με την πιο ελεύθερη και χωρίς περιορισμούς διαδικασία εκμάθησης.
(Πηγές: Διαδικτυακές [2],[13],[14])

Προφανώς, τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα που περιγράφονται ανωτέρω δεν είναι απαραιτήτως αναπόφευκτα. Με προσεχτική ανάπτυξη και καλό σχεδιασμό, τα περισσότερα από τα μειονεκτήματα μπορούν να υπερνικηθούν, ενώ χωρίς ακριβές και ενημερωμένο εκπαιδευτικό σχέδιο κανένα από τα πλεονεκτήματα δε θα μπορέσει να επιτευχθεί.

Επιπλέον έχουμε και τους διαδραστικούς πινάκες που μπαίνουν στην ζωή μας , τι είναι αυτοί?
Ορισμός: οι (Interactive whiteboards) ή διαδραστικοί πίνακες είναι συσκευές που συνδυάζουν

Μια ευαίσθητη στην αφή οθόνη (πίνακας)

Ένα προβολέα δεδομένων LSD(projector)

Ένα ηλεκτρονικό υπολογιστή (μέσω USB και Bluetooth)

- Διαδραστικοί»: τα προβαλλόμενα αλλάζουν κατά βούληση δασκάλου/καθηγητή ειδικό καταδεικτικό ή με το δάχτυλο σε πίνακα . Προβολή παρουσιάσεων μαθητών και δασκάλων
- Δημιουργία ψηφιακών διηγήσεων
- Δημιουργία εργασιών
- Διδασκαλία χρήσης υπολογιστών
- Ασκήσεις ιδεών

2. Στην συνέχεια παραθέτουμε την σχολική ύλη όπως υφίσταται για την σχολική χρονιά 2011-2012 και στα 2 μαθήματα , τι πρέπει να ξέρουν τα παιδιά σύμφωνα με το Υπουργείο Παιδείας σε κάθε τάξη του Λυκείου :

Η σχολική ύλη των Μαθηματικών της Α' Λυκείου περιλαμβάνει βασικά θέματα **Άλγεβρας** (Πραγματικοί αριθμοί, συναρτήσεις, συστήματα γραμμικών εξισώσεων, εξισώσεις-ανισώσεις 2ου βαθμού και τριγωνομετρία.) και **Γεωμετρίας** (Επίπεδο, ευθεία, ευθύγραμμο τμήμα, είδη γωνιών, τρίγωνα, παράλληλες ευθείες, παραλληλόγραμμα, τραπέζια, εγγεγραμμένα σχήματα, αναλογίες, ομοιότητα).

Η σχολική ύλη των Μαθηματικών της Β' Λυκείου περιλαμβάνει θέματα **Άλγεβρας** (Τριγωνομετρία, Πολυώνυμα-Πολυωνυμικές εξισώσεις, Πρόοδοι, Εκθετική και Λογαριθμική συνάρτηση), **Μαθηματικά Κατεύθυνσης** (Διανύσματα, Εξίσωση ευθείας, Κωνικές τομές, Θεωρία αριθμών) και **Γεωμετρίας** (Μετρικές σχέσεις, Εμβαδά, Μέτρηση κύκλου, Ευθείες και επίπεδα, Στερεά σχήματα).

Τα μαθηματικά Γενικής Παιδείας της Γ' Λυκείου εξετάζουν τα θέματα: Συναρτήσεις, η έννοια της παραγώγου, εφαρμογές των παραγώγων, βασικά στοιχεία Στατιστικής, μέτρα θέσης και διασποράς, Δειγματικός χώρος -Ενδεχόμενα και η έννοια της πιθανότητας.

Τα μαθηματικά της Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης της Γ' Λυκείου εξετάζουν τα θέματα: (Άλγεβρα) Μιγαδικοί αριθμοί, (Ανάλυση) Όριο-συνέχεια συνάρτησης, Διαφορικός λογισμός, και Ολοκληρωτικός λογισμός.

Φυσική Α Λυκείου , ευθύγραμμες κινήσεις , δυνάμεις και νόμοι του Νεύτωνα , βαρύτητα , ελεύθερη πτώση , επίπεδες κινήσεις , διατήρηση της ορμής και διατήρηση της μηχανικής ενέργειας

Φυσική Γενικής Παιδείας Β λυκείου είναι σχετικά αυξημένης δυσκολίας για μάθημα Γενικής Παιδείας. Επικαλύπτεται σε ένα κομμάτι της στο κεφάλαιο του Ηλεκτρομαγνητισμού και του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου με την Φυσική Θετικής & Τεχνολογικής Κατεύθυνσης Β Λυκείου. Το κεφάλαιο των ταλαντώσεων επικαλύπτεται σε μικρό βαθμό με το πρώτο κεφάλαιο Φυσικής Κατεύθυνσης

Φυσική Κατεύθυνσης Β λυκείου είναι αρκετά απαιτητική ως προς την διδακτέα ύλη. Τα κεφάλαια της Θερμοδυναμικής, του Ηλεκτρικού και Μαγνητικού Πεδίου και του Ηλεκτρομαγνητισμού είναι αυτά που διδάσκονται. Το μοναδικό προαπαιτούμενο από αυτό το μάθημα για την Φυσική Κατεύθυνσης Γ Λυκείου είναι στο κεφάλαιο του Ηλεκτρομαγνητισμού οι αυτεπαγωγές, δηλαδή τα πηνία, και ο κανόνας του Lenz. λυκείου, αλλά καλύπτει βασικό επίπεδο γνώσεων.

Φυσική Γενικής Παιδείας Γ
Το φώς (η φύση του φωτός. Μήκος κύματος και συχνότητα του φωτός κατά τη διάδοσή του. Ανάλυση λευκού φωτός και χρώματα.) τα ατομικά φαινόμενα **(**Ενέργεια του ηλεκτρονίου στο άτομο του υδρογόνου. Διακριτές ενεργειακές στάθμες. Μηχανισμός παραγωγής και απορρόφησης φωτονίων. Ακτίνες Χ.) και τα πυρηνικά φαινόμενα (Ιδιότητες των πυρήνων. Η ραδιενέργεια. (Εκτός της υποπαραγράφου: Ρυθμοί διάσπασης - Χρόνος υποδιπλασιασμού. Πυρηνικές αντιδράσεις. (Εκτός των υποπαραγράφων: Πυρηνική σχάση, Πυρηνική σύντηξη και το πρόβλημα των πυρηνικών αποβλήτων. Εφαρμογές και κίνδυνοι της ραδιενέργειας)

Φυσική Κατεύθυνσης Γ λυκείου
Ηλεκτρικές και μηχανικές ταλαντώσεις (Περιοδικά φαινόμενα. Απλή αρμονική ταλάντωση. Ηλεκτρικές ταλαντώσεις. Φθίνουσες ταλαντώσεις. Εξαναγκασμένες ταλαντώσεις. Σύνθεση ταλαντώσεων) τα κύματα**.** (Μηχανικά κύματα. Επαλληλία ή υπέρθεση κυμάτων. Συμβολή δύο κυμάτων στην επιφάνεια υγρού. Στάσιμα κύματα. Παραγωγή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Το φάσμα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Ανάκλαση και διάθλαση. Ολική ανάκλαση) μηχανική στερεού σώματος **(**Οι κινήσεις των στερεών σωμάτων. Ροπή δύναμης. Ισορροπία στερεού σώματος. Ροπή αδράνειας. Θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης. Στροφορμή. Διατήρηση της στροφορμής. Κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής. Έργο κατά τη στροφική κίνηση.) και κρούσεις και σχετικές κινήσεις (Κρούσεις. Κεντρική ελαστική κρούση δύο σφαιρών. Ελαστική κρούση σώματος με άλλο ακίνητο πολύ μεγάλης μάζας. Φαινόμενο Doppler.)

Σε πανεπιστημιακό επίπεδο παρατηρούμε πως η φυσική προηγείται των μαθηματικών όπως συμβαίνει επι παραδείγματι στην στην τετρασδιάστατη διαφορική τοπολογία του **Donalson** ή η επίλυση των 3 σωμάτων του Νεύτωνα που οδήγησε στην δημιουργία των χαμιλτιονανών μεθόδων. Είναι αναμφισβήτητο γεγονός πάντως ότι τα μαθηματικά είναι ουσιωδώς απαραίτητα στην εξερεύνηση, περιγραφή και εξήγηση της φυσικής πραγματικότητας. άλλωστε, η φυσική αξιώνει τον τίτλο της επιστήμης από τότε και στο βαθμό που αξιοποίησε τα μαθηματικά στη μελέτη του αντικειμένου της. Ωστόσο, μεταξύ των μαθηματικών και της φυσικής υπάρχει μια θεμελιώδης διαφορά: οι οντότητες της φυσικής, ακόμη και όταν δεν είναι παρατηρήσιμες (όπως π.χ., ηλεκτρόνια, πεδία, φωτόνια, κτλ), αλληλεπιδρούν με τον υλικό κόσμο κατά τρόπο πειραματικά ανιχνεύσιμο, ενώ οι μαθηματικές οντότητες (αριθμοί, συναρτήσεις, σύνολα, κτλ) είναι αφηρημένες και εκτός χωροχρόνου, συλλαμβάνονται δηλαδή μόνο νοητικά.

Δεδομένου αυτού του οντολογικού χάσματος μεταξύ των μαθηματικών και φυσικών αντικειμένων, πώς θα εξηγήσουμε την αναμφισβήτητη εφαρμοσιμότητα των μαθηματικών στη φυσική; Γιατί η φυσική πραγματικότητα είναι μαθηματικά περιγράψιμη; Πώς είναι δυνατόν μαθηματικά γεγονότα (για αφηρημένες οντότητες και σχέσεις) που συλλαμβάνουμε μόνο με το νου να είναι συναφή προς τον εμπειρικό κόσμο που συλλαμβάνουμε με τις αισθήσεις και μελετά η φυσική; Οπότε η ενσωμάτωση προβλημάτων όπως αυτών που ακολουθούν στο Μέρος Β της εργασίας αυτής θα πρέπει να υιοθετηθεί (στα πλαίσια των παραδόσεων του μαθήματος των μαθηματικών) από όλους τους εκπαιδευτικούς δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης προκειμένου να βοηθήσουν τους μαθητές να καταλάβουν ακόμη περισσότερο την σημασία των μαθηματικών και την στενή τους διασύνδεση με την Φυσική.

ΜΕΡΟΣ Β

Ο σκοπός του β μέρους είναι να παρουσιάσει ένα σύνολο προβλημάτων τα οποία μπορούν να λυθούν με παρόμοιους τρόπους τόσο στα μαθηματικά όσο και στην φυσική. Ο στόχος είναι να δώσουμε στους μαθηματικούς της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης την δυνατότητα να χρησιμοποιήσουν τα προβλήματα αυτά στην καθημερινή τους διδασκαλία τόσο στο Γυμνάσιο όσο και στο Λύκειο, προκειμένου οι μαθητές να αρχίσουν να αντιλαμβάνονται την στενή σχέση μαθηματικών και φυσικής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1 (Εξισώσεις / Κινηματική)

Δύο αυτοκίνητα ξεκινούν ταυτόχρονα από την πόλη Α και κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση. Το πρώτο αυτοκίνητο τρέχει με μέση ταχύτητα 60 km/h και το δεύτερο με 80 km/h .

(α) Σε πόσες ώρες τα δύο αυτοκίνητα θα απέχουν μεταξύ τους 560 km;

(β) Αν κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις πόσες ώρες θα χρειάζονταν τότε για να απέχουν μεταξύ τους την ίδια απόσταση;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

(α) Έστω t ο χρόνος των δύο αυτοκινήτων, όταν θα απέχουν 560 χιλιόμετρα τότε:

Το πρώτο αυτοκίνητο θα έχει κάνει 60*t km

Το δεύτερο αυτοκίνητο θα έχει κάνει 80*t km

Επομένως , για να βρούμε τον χρόνο που ζητείται θα πρέπει να ισχύει η εξής εξίσωση :

$80t - 60t = 560 \Rightarrow t = 28$ ώρες

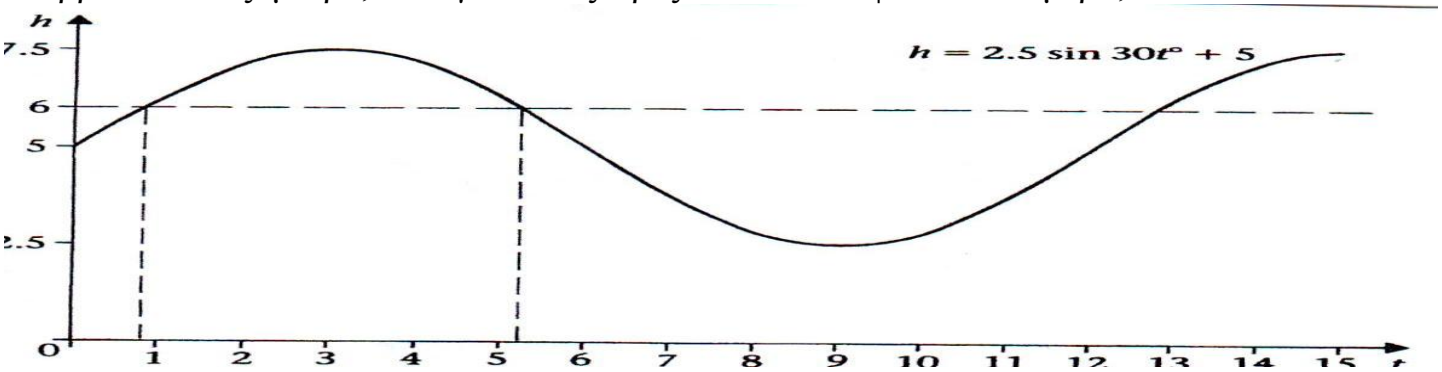
(β)Αν κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις τότε για να βρούμε τον χρόνο θα αλλάξουμε το πρόσημο στην παραπάνω εξίσωση δηλαδή θα έχουμε :

$80t+60t = 560 \Rightarrow t = 4$ ώρες

<u>ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2 (Τριγωνομετρικές εξισώσεις / γραφικές παραστάσεις)</u>

ΟΡΙΣΜΟΣ : **Παλίρροια** ονομάζεται το φυσικό φαινόμενο της περιοδικής ανόδου και καθόδου της στάθμης του νερού μίας μεγάλης λίμνης και κυρίως των θαλασσών. Η άνοδος της στάθμης ονομάζεται *πλημμυρίδα* (flood tide), ενώ η κάθοδος ονομάζεται *άμπωτη* (low tide). Από κοινού, πλημμυρίδα και άμπωτη αποτελούν το φαινόμενο της παλίρροιας. Το φαινόμενο αυτό είναι περιοδικό και επαναλαμβάνεται δύο φορές το 24ώρο , οφείλεται στη βαρυτική έλξη της Σελήνης αλλά και του Ήλιου πάνω στη Γη.

Υποθέτουμε ότι το ύψος της παλίρροιας σε μέτρα δίνεται από την σχέση
$h = 2.5 \sin(30\, t)^o + 5$ όπου t ο αριθμός των ωρών μετά τα μεσάνυχτα
Ζητείται:
(α) Πότε το ύψος της παλίρροιας θα είναι 6 μέτρα;
(β) Αν ένα πλοίο μπορεί να μπαίνει και να βγαίνει στο λιμάνι μόνο όταν το βάθος του νερού υπερβαίνει τα έξι μέτρα, τότε για πόσες ώρες είναι αυτό εφικτό κάθε μέρα;



ΑΠΑΝΤΗΣΗ

(α) Από την γραφική παράσταση παρατηρούμε ότι σε τέσσερα σημεία το ύψος της παλίρροιας αγγίζει τα 6 μέτρα, αλγεβρικά όμως για να βρούμε σε όλο το 24ωρο ποιες χρονικές στιγμές γίνεται αυτό θα πρέπει να λύσουμε την εξίσωση:
$2.5 \sin(30\, t)^o + 5 = 6 \Leftrightarrow \sin(30\, t)^o = \sin(23.58)^o$
➔ $30\, t = 23{,}58$ ➔ $t_1 = 0.786$
➔ $30t = 180 - 23{,}58$ ➔ $t_2 = 5.214$
➔ $30t = 360 + 23{,}58$ ➔ $t_3 = 12.786$
➔ $30t = 360 + 180 - 23{,}58$ ➔ $t_4 = 17{,}214$
Τα αποτελέσματα είναι σε ώρες.
Μπορούμε να εργαστούμε και ως εξής:
__Με δεδομένο ότι $t_1 = 0{,}786$ και $t_2 = 5.214$, τότε, μετά από 12 ώρες θα είναι $t_3 = 12 + 0.786 = 12.786$ και $t_4 = 12 + 5.214 = 17.214$.

(β)Για να βρούμε πόσο χρόνο συνολικά μένει πάνω από τα 6 μέτρα αρκεί να αθροίσουμε τα παρακάτω διαστήματα που συμβαίνει αυτό :
$t_2 - t_1 = 5.214 - 0.786 = 4.428$ ώρες
$t_4 - t_3 = 17{,}214 - 12.786 = 4.428$ ώρες
Επομένως , είναι τελικά 8,856 ώρες

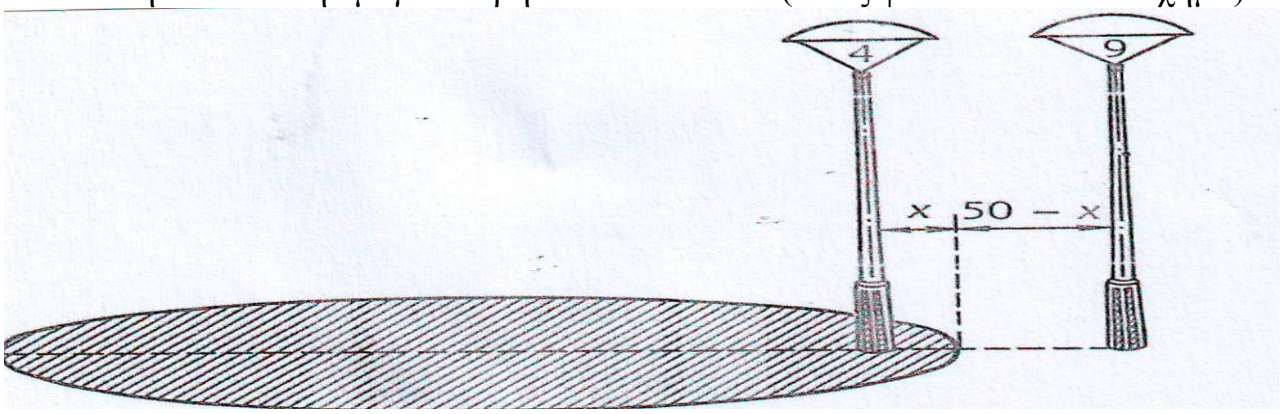
ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3 (Εξισώσεις / Κύματα)

ΟΡΙΣΜΟΣ: **Κύμα** ονομάζεται η διάδοση μιας διαταραχής από την μία περιοχή ενός υλικού στην άλλη και όλα τα σημεία του υλικού εκτελούν διαδοχικά την ίδια κίνηση. Η διάδοση αυτή γίνεται, στα υλικά μέσα, ως παλμική κίνηση μεταξύ των στοιχειωδών σωματιδίων του μέσου, όμως ορισμένα είδη κυμάτων, όπως τα **ηλεκτρομαγνητικά**, μπορούν να διαδίδονται και στο κενό. Τέλος , τα κύματα χωρίζονται ως προς την διεύθυνση σε **εγκάρσια** (όλα τα σημεία ταλαντώνονται κάθετα στην διεύθυνση διάδοσης) και στα **διαμήκη** (όλα τα σημεία ταλαντώνονται παράλληλα στην διεύθυνση διάδοσης)

Δεκατρία μεγάφωνα είναι τοποθετημένα σε κάποια πλατεία σε δύο ομάδες : μια των 4 και μια των 9. Οι δύο ομάδες απέχουν μεταξύ τους 50 μέτρα. Τίθεται το εξής ερώτημα : Σε ποιο σημείο πρέπει να σταθεί ένα άτομο ώστε η ένταση του ήχου και από τις δύο ομάδες μεγαφώνων να είναι η ίδια?

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Αν συμβολίσουμε Χ την απόσταση του ζητούμενου σημείου από την μικρότερη ομάδα τότε η απόσταση του από την μεγαλύτερη θα είναι 50 – Χ (όπως φαίνεται και στο σχήμα)



Γνωρίζοντας ότι η ένταση του ήχου μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα προς το τετράγωνο της απόστασης από την πηγή και έτσι έχουμε την εξίσωση

$$\frac{4}{9} = \frac{X^2}{(50 - X)^2} \Rightarrow X_1 = 20 \text{ και } X_2 = -100$$

Η πρώτη λύση δίνει αμέσως το ζητούμενο , το σημείο ίσης ακουστικότητας εντοπίζεται σε απόσταση 20 μέτρων από την ομάδα 4 μεγαφώνων και συνεπώς 30 μέτρων από την ομάδα των 9.

Τώρα όσο αναφορά το άλλο αποτέλεσμα που είναι αρνητικό έχει και αυτό κάποιο νόημα διότι δηλώνει ότι το δεύτερο σημείο ακουστικότητας βρίσκεται σε κατεύθυνση αντίθετη από εκείνη την οποία θεωρήσαμε ως θετική όταν κάναμε το σχήμα. Αν λοιπόν απομακρυνθούμε 100 μέτρα από την θέση των 4 μεγαφώνων βρίσκουμε το σημείο όπου ο ήχος φτάνει και από τις δύο ομάδες μεγαφώνων με την ίδια ένταση. Το σημείο εντοπίζεται σε απόσταση 150 μέτρων από την ομάδα των 9 μεγαφώνων , στην ευθεία που συνδέει τις ηχητικές πηγές.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4 (Εξισώσεις / Κύματα)

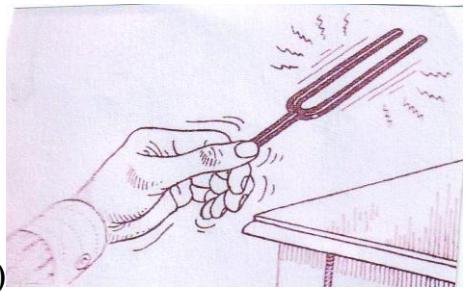
ΟΡΙΣΜΟΙ: **Περίοδος** ονομάζεται το χρονικό διάστημα μεταξύ της δημιουργίας δύο διαδοχικών διαταραχών, ή της διέλευσης δύο διαδοχικών χαρακτηριστικών μιας διαταραχής, για παράδειγμα δυο κορυφών του κύματος από ένα συγκεκριμένο σημείο του χώρου. Συμβολίζεται με T και μετριέται σε s (δευτερόλεπτα). **Συχνότητα** ονομάζεται ο αριθμός των διαταραχών που δημιουργήθηκαν ή πέρασαν από ένα συγκεκριμένο σημείο ανά μονάδες χρόνου, δηλαδή ο αριθμός των διαταραχών διά του χρονικού διαστήματος στο οποίο μετρήσαμε τον αριθμό των διαταραχών. Συμβολίζεται με f και μετριέται σε *δευτερόλεπτα εις τη μείον ένα* ή s^{-1}, ή αλλιώς σε hz. Εδώ , ισχύει f=N/Δt, όπου N είναι ο αριθμός των διαταραχών που πέρασαν σε χρονικό διάστημα Δt. Όταν έχουμε όμως διαταραχή σε χρόνο μιας περιόδου (N=1) ο τύπος γίνεται f=1/T. Με τον όρο **φάση κύματος** ή ταλάντωσης χαρακτηρίζεται το μέγεθος που εκφράζει την απομάκρυνση ενός σώματος που εκτελεί ταλάντωση από τη θέση ισορροπίας του σε κάποιο δεδομένο χρόνο. Η **φάση κύματος** αντιστοιχεί στο τόξο $(\omega t - kx + \theta)$ στην μαθηματική έκφραση του κύματος ή στο τόξο $(\omega t + \theta)$ στην μαθηματική έκφραση της ταλάντωσης. Η γωνία θ και στις δύο εκφράσεις ονομάζεται αρχική φάση και υπολογίζεται από τις δοθείσες αρχικές συνθήκες για ένα κύμα ή μία ταλάντωση. **Πλάτος κύματος** χαρακτηρίζεται η καθ΄ ύψος μέγιστη μετατόπιση ενός σημείου, από το σημείο ισορροπίας του κατά τη διέλευση ενός κύματος. Για παράδειγμα οι ισχυροί άνεμοι δημιουργούν υψηλό κυματισμό είτε στις θάλασσες είτε στις λίμνες. Πλάτος του θαλάσσιου κύματος ονομάζεται το ύψος του όρους ή της κορυφής ή και το βάθος της κοιλίας του (κύματος), μετρούμενα πάντα από την κανονική στάθμη ή μέση κανονική στάθμη.

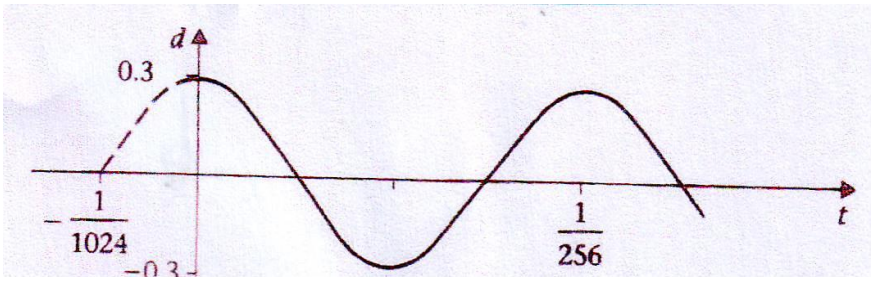
__Όταν ένα διαπασών χτυπηθεί κάθε προεξοχή του δονείται με συχνότητα 256 Hz (κύκλοι ανά δευτερόλεπτο) με μέγιστη μετατόπιση στην κορυφή 0,3mm

(α)Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της μετατόπισης σε σχέση με τον χρόνο

(β) Υποθέτοντας ότι είναι μια κίνηση me ημιτονοειδές γράφημα να βρείτε την μετατόπιση d συναρτήσει του χρόνου t

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

(α) 



(β) d(t)= α sin(bt + c)

Πλάτος : α = 0.3

Περίοδος : $\frac{360}{b} = \frac{1}{256}$ ➔ b = 92160

Διαφορά Φάσης : $\frac{-C}{b} = \frac{-1}{1024}$ ➔ c = 90

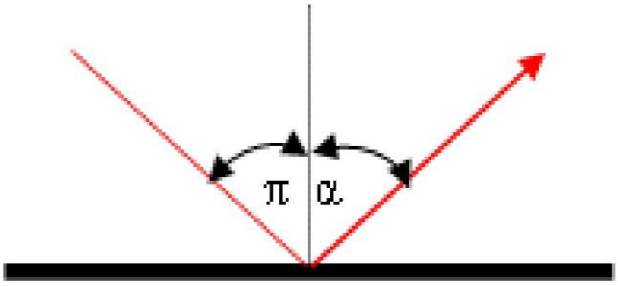
Οπότε , d(t) = 0.3 sin (92160t + 90)

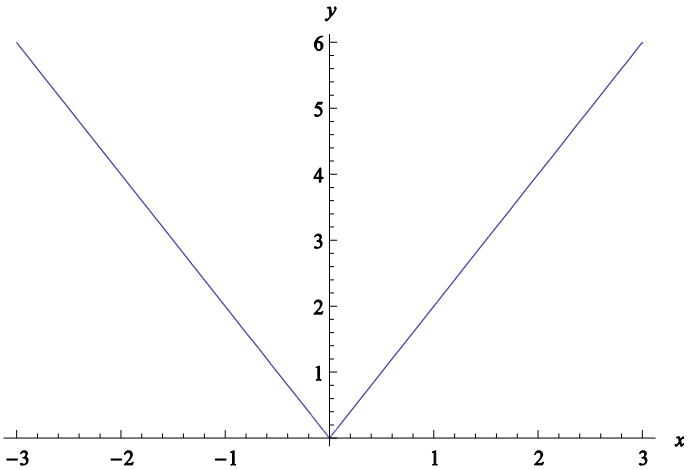
<u>ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5 (Γραφική Παράσταση Συνάρτησης / Ανάκλαση Φωτός)</u>

ΟΡΙΣΜΟΣ: **Ανάκλαση** ονομάζεται το φαινόμενο της αλλαγής διεύθυνσης διάδοσης ενός μετώπου κύματος μέσα στο ίδιο μέσο, από μια διαχωριστική επιφάνεια. Τα πιο συνηθισμένα παραδείγματα ανάκλασης είναι αυτά των κυμάτων φωτός, ήχου και νερού.

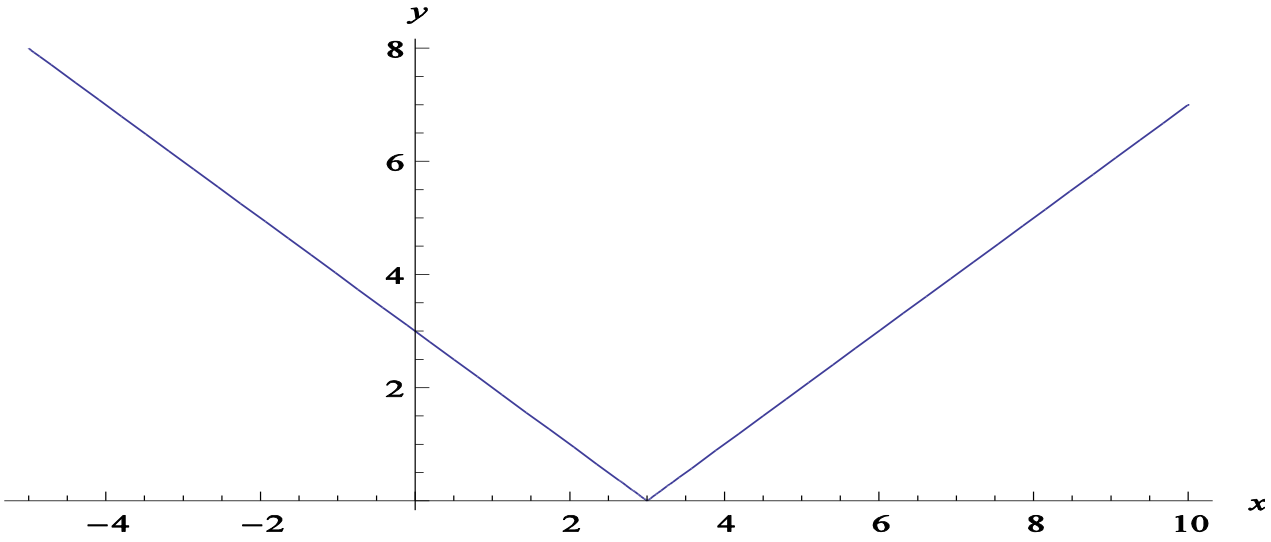
Να κάνετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης F(x) = │X │ και της συνάρτησης G(x) = │ X + 3 │

ΑΠΑΝΤΗΣΗ





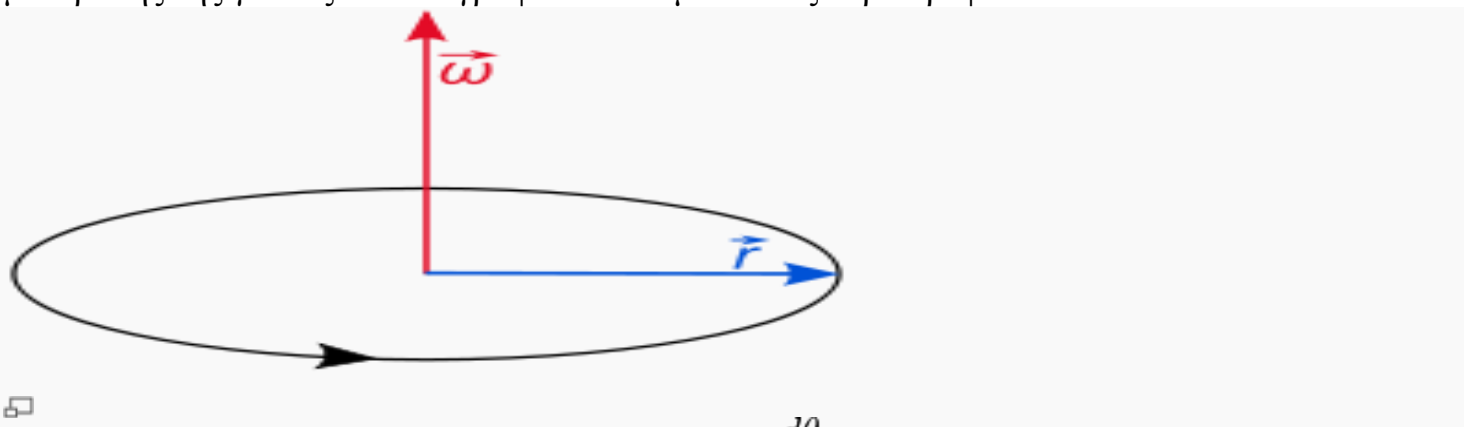
Όπου **π** είναι η γωνία πρόσπτωσης και **α** η γωνία ανάκλασης.



Παρατηρούμε γενικά ότι οι συναρτήσεις της μορφής : f(x) = │αx+β│, είναι μαθηματικά μοντέλα της ανάκλασης του φωτός.

<u>ΠΡΟΒΛΗΜΑ 6 (Γραφικές παραστάσεις / Ομαλή κυκλική κίνηση)</u>

ΟΡΙΣΜΟΣ: **Γωνιακή ταχύτητα ω** είναι το διανυσματικό μέγεθος που εκφράζει τον ρυθμό μεταβολής της γωνίας που διαγράφει ένα σώμα καθώς περιστρέφεται

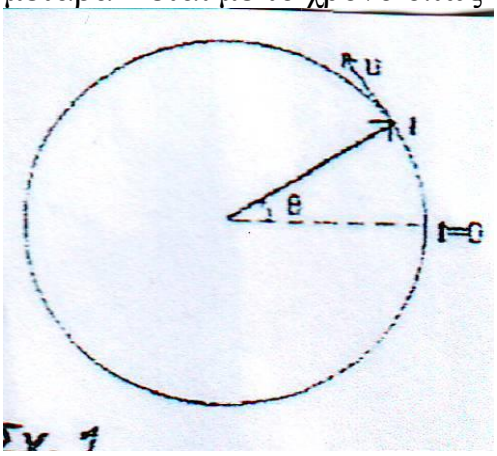


Το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας ισούται $\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$

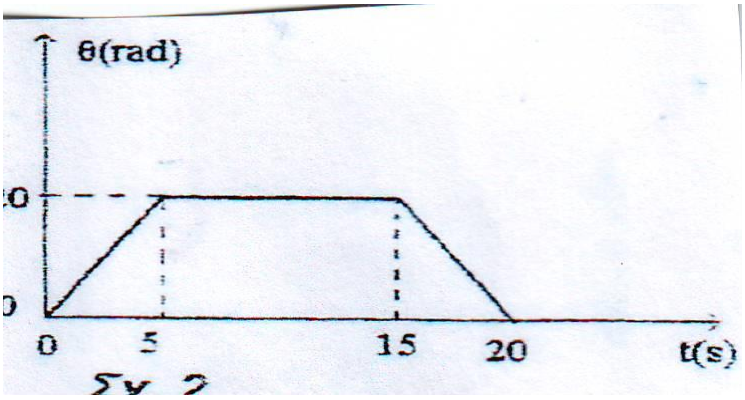
Όπου dθ η μεταβολή της γωνίας που αντιστοιχεί στο διαγραφόμενο τόξο.

Η μονάδα μέτρησης είναι το rad/sec, η διεύθυνση του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας είναι κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς της κίνησης και εμπειρικά η φορά του ακολουθεί τον κανόνα του δεξιού χεριού, δηλαδή για αριστερόστροφη κίνηση η φορά του διανύσματος είναι προς τα πάνω και για δεξιόστροφη κίνηση προς τα κάτω.

Υλικό σημείο κινείται κυκλικά όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα (1) και η θέση του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα (2)

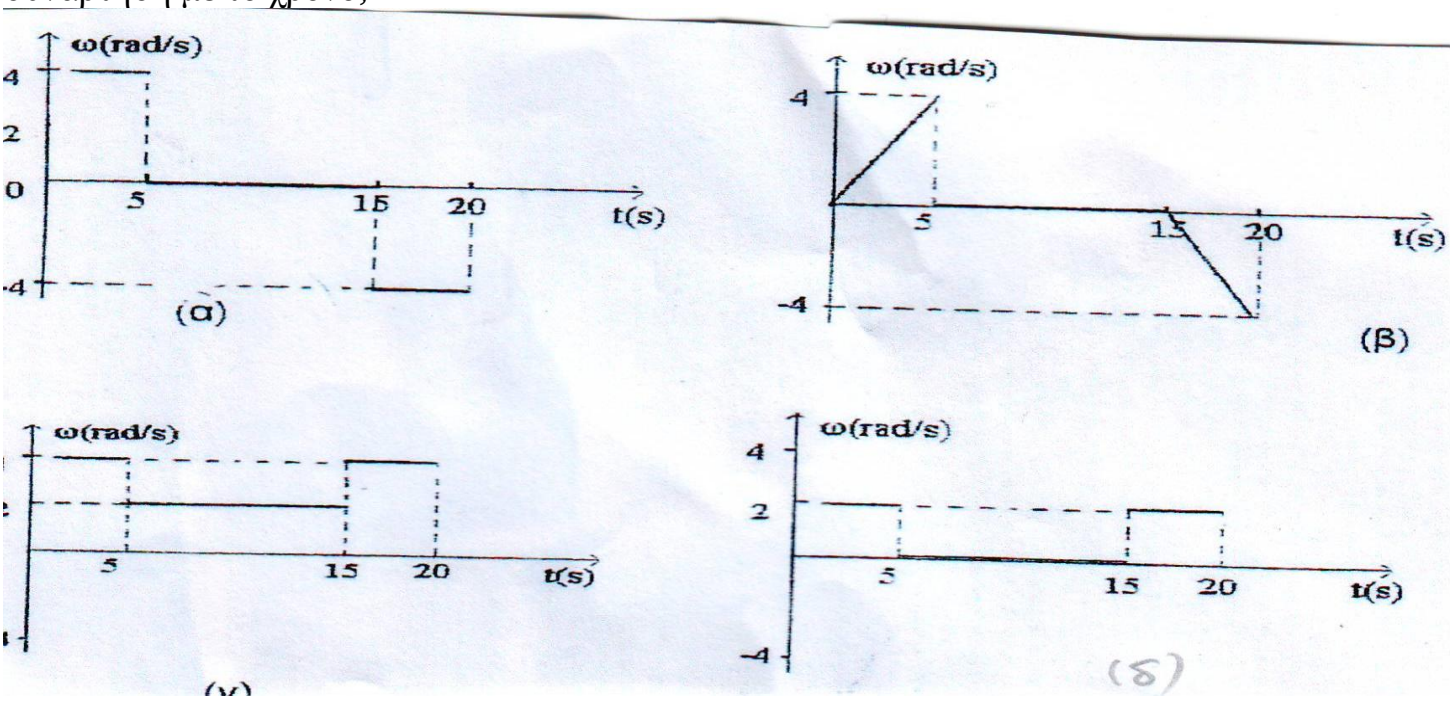


Σχ. 1



Σχ. 2

Ποιο από τα διαγράμματα που ακολουθούν δίνει την αλγεβρική τιμή της γωνιακής ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο;



ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Αρχικά με βάση τα δεδομένα της υπόθεσης θα βρω την εξίσωση της γωνίας συναρτήσει του χρόνου :

$$\theta(t) = \begin{pmatrix} 4t, 0 \le t < 5 \\ 20, 5 < t < 15 \\ 80 - 4t, 15 < t \le 20 \end{pmatrix}$$

και μετά αρκεί να υπολογίσω την παράγωγο για να βρω την γωνιακή ταχύτητα συναρτήσει του χρόνου

$$\frac{d\theta}{dt} \equiv \begin{pmatrix} 4, t \in [0,5) \\ 0, t \in (5,15) \\ -4, t \in (15,20] \end{pmatrix}$$

Άρα το διάγραμμα που ανταποκρίνεται σε αυτή την συνάρτηση είναι το α

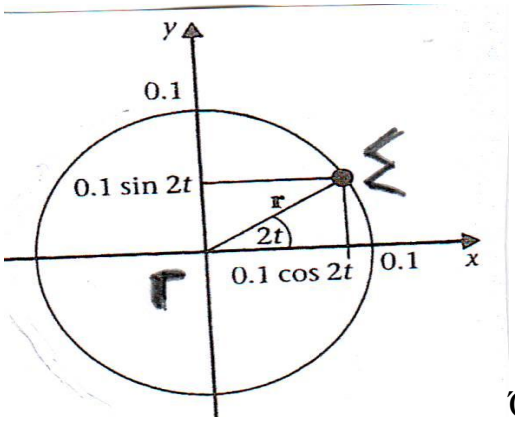
<u>ΠΡΟΒΛΗΜΑ 7 (τριγωνομετρία , συναρτήσεις , διανύσματα / εφαπτομενική ταχύτητα, γωνιακή ταχύτητα , κυκλική κίνηση)</u>

ΟΡΙΣΜΟΣ: **Εφαπτομενική ταχύτητα:** Αν ένα σώμα εκτελεί κυκλική κίνηση, η ταχύτητά του είναι εφαπτόμενη στην τροχιά, δηλαδή τον κύκλο. Η εφαπτομενική ταχύτητα, v_ε, ενός κινητού που εκτελεί κυκλική κίνηση ισούται κατά μέτρο με το μήκος τόξου που διαγράφει η τροχιά του σώματος σε ένα δεδομένο χρονικό διάστημα προς το ίδιο χρονικό διάστημα $\frac{ds}{dr}$ και έχει φορά εφαπτομενική προς την περιφέρεια του κύκλου που διαγράφει κατά την κίνησή του. Μονάδα μέτρησης της εφαπτομενικής ταχύτητας στο S.I. είναι το 1m/s.

Αν τοποθετήσουμε την αρχή των αξόνων στο κέντρο του κύκλου, τότε η ταχύτητα δίνεται διανυσματικά από την εξίσωση: $\mathbf{v} = \omega R\,\hat{\boldsymbol{\theta}}$

Ενώ κατά μέτρο ισχύει: $$v = \omega R = \frac{2\pi R}{T}$$

Έστω ότι η κίνηση της σελήνης γύρω από τη γη μπορεί να μοντελοποιηθεί αν κολλήσουμε ένα κέρμα σε ένα περιστρεφόμενο δίσκο. Υποθέτουμε ότι το κέρμα απέχει 0,1 m από το κέντρο του δίσκου και ότι το ω = 2 rad / sec



Όπου Σ η θέση της σελήνης και Γ η θέση της Γης

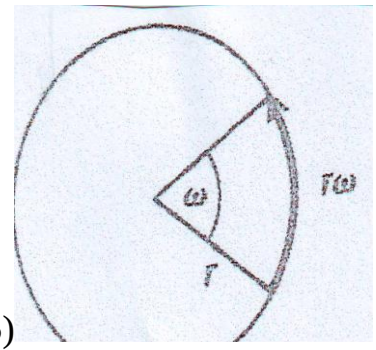
Τότε η θέση του κέρματος σε οποιοδήποτε χρόνο t δίνεται από την σχέση :
r(t)= (0.1cos2t , 0.1sin2t) και η ταχύτητα v(t) = (-0.2sin2t , 0.2cos2t)

Να υπολογίσετε:
(α)Την θέση και την ταχύτητα του φεγγαριού για t= 0 , 0.5 &
(β)Να σχεδιάσετε την εφαπτομενική (γραμμική) ταχύτητα, να βρείτε την σχέση με την γωνιακή ταχύτητα ω και τέλος να την υπολογίσετε

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

(α) r(0) = (0.1 , 0) v(0)= (0 , 0.2)

r(0.5)= (0.1cos1 , 0.1sin1) v(0.5)=(-0.2sin1 , 0.2cos1)

(β) 

$$\omega = \frac{d\theta}{d.t} = \frac{d(s/r)}{d.t} = v*\frac{1}{r} \rightarrow v = \omega * r = 2*0.1 = 0.2 \text{ m/s}$$

<u>ΠΡΟΒΛΗΜΑ 8 (Διανύσματα / Κεντρομόλος επιτάχυνση)</u>

ΟΡΙΣΜΟΣ: Στη Φυσική, **κυκλική κίνηση** ονομάζεται η κίνηση στην οποία η τροχιά ενός κινητού ταυτίζεται με την περιφέρεια ενός κύκλου. Η πιο απλή από τις κυκλικές κινήσεις είναι η ομαλή, κατά την οποία το μέτρο της ταχύτητας του κινητού παραμένει σταθερή. Παραδείγματα κυκλικής κίνησης αποτελούν οι δείκτες στο ρολόι και η κίνηση του ανεμιστήρα. Η ομαλή κυκλική κίνηση εντάσσεται σε μία γενικότερη κατηγορία κινήσεων που λέγονται περιοδικές.

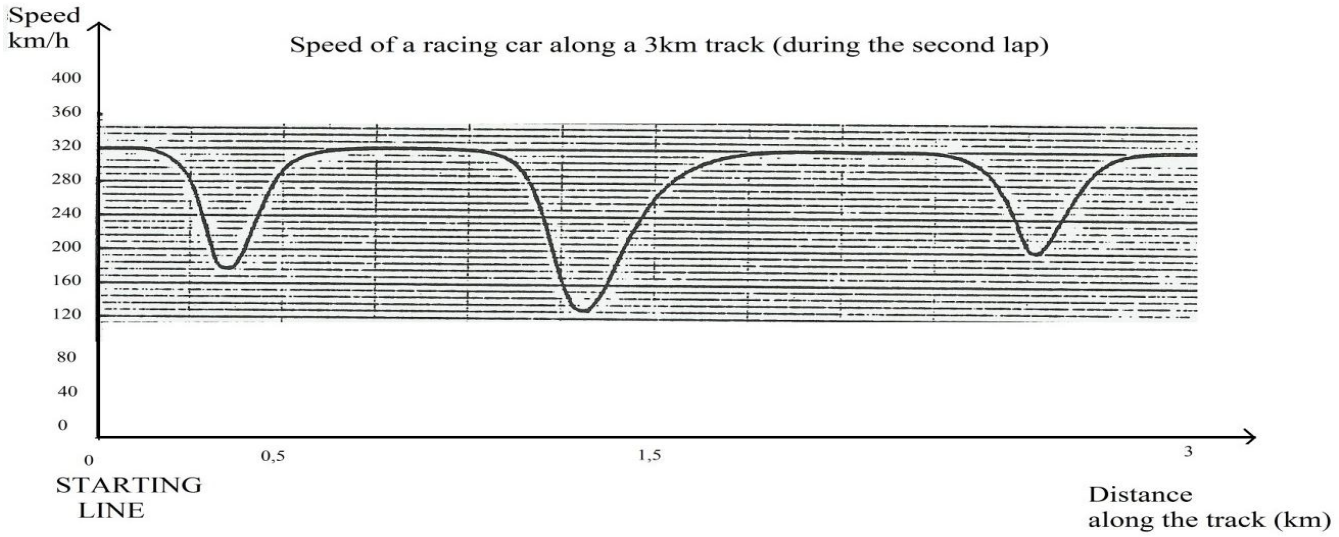
Επίσης αξίζει να λεχθεί πως στην ομαλή κυκλική κίνηση η τιμή της ταχύτητας είναι σταθερή όμως η διεύθυνση αλλάζει συνεχώς , συνεπώς το διάνυσμα της ταχύτητας αλλάζει με αποτέλεσμα να εμφανίζεται επιτάχυνση με κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς η οποία καλείται **Κεντρομόλος Επιτάχυνση** και ορίζεται ως

$$a_k = \frac{\upsilon^2}{R}$$

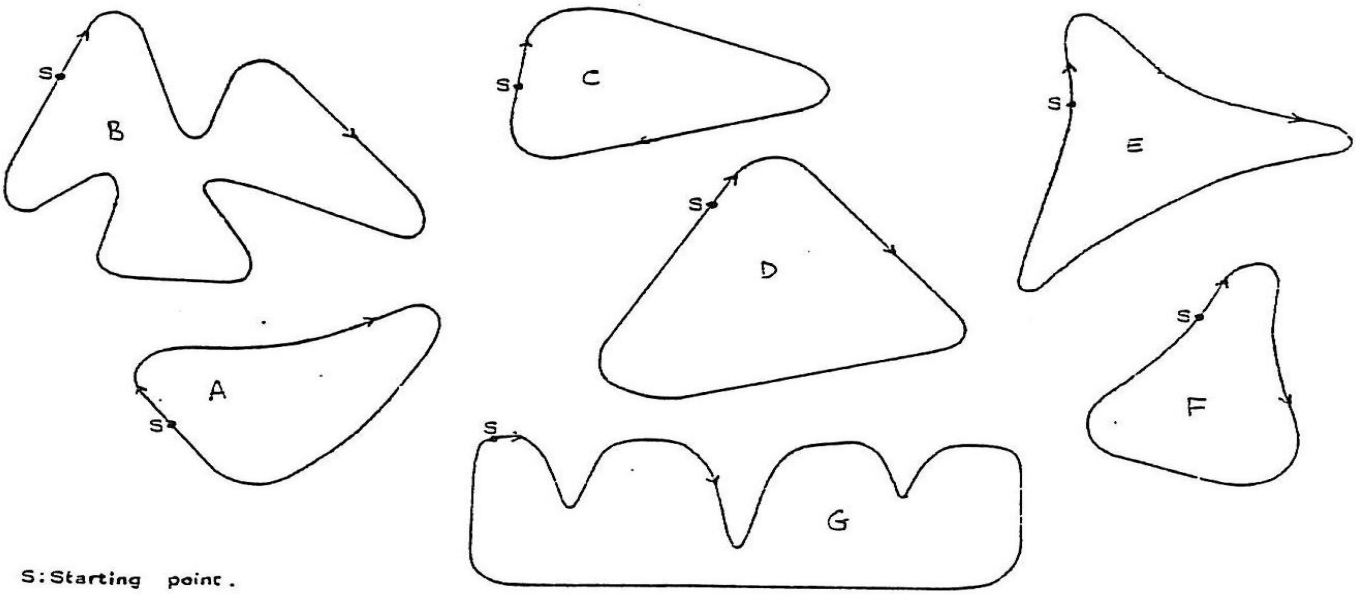
Μονάδα μέτρησης της επιτάχυνσης είναι το $1 m/s^2$

Έχουμε μια γραφική παράσταση η οποία δείχνει την μεταβολή της ταχύτητας ενός αγωνιστικού αυτοκινήτου **FORMULA 1** που κινείται σε μια πίστα συνολικού μήκους 3km κατά την διάρκεια του δεύτερου γύρου.

Μπορειτε να σχεδιασετε την πιστα με βαση το διαγραμμα?



GRAPH



(α) Ποια από τις παραπάνω πίστες είναι η σωστή**;**

(β)Να υπολογίσετε και να δείξετε στο σχήμα το διάνυσμα της επιτάχυνσης που αναπτύσσεται στο αυτοκίνητο στις στροφές τις πίστας που επιλέξατε αν γνωρίζετε ότι οι ακτίνες των στροφών της πίστας είναι 150m ,100m και 200m αντίστοιχα. Επιπλέον οι αντίστοιχες ταχύτητες στα σημεία A , B , C είναι 180Km/h, 130Km/h και 200Km/h

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

(α)Παρατηρούμε ότι στην αρχή της κίνησης είναι σταθερή η ταχύτητα άρα συμπεραίνουμε πως η επιτάχυνση είναι μηδέν. Στην συνέχεια η ταχύτητα ελαττώνεται γρήγορα, μετά αυξάνεται επίσης γρήγορα, και αυτό γίνεται τρεις φορές. Αυτό σημαίνει ότι η πίστα έχει τρεις στροφές, με διαφορετικές ακτίνες.

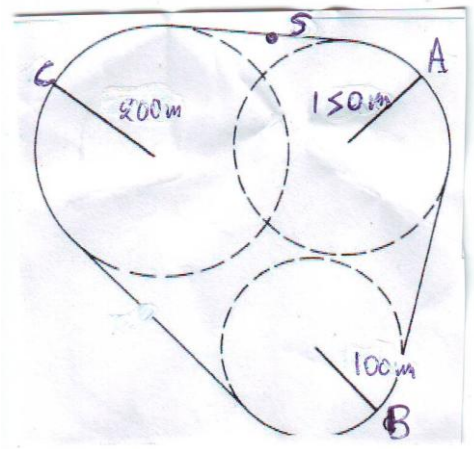
Το σχήμα που αντιστοιχεί σε αυτή την κίνηση είναι το D

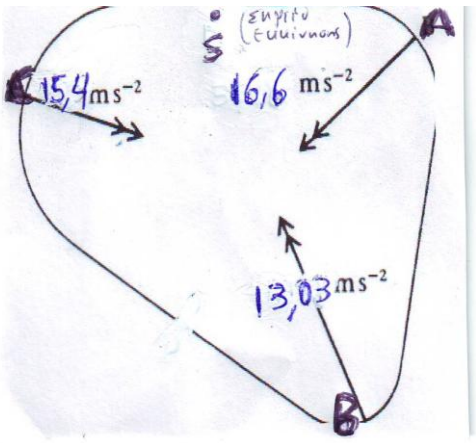
(β)Όσο αναφορά τον υπολογισμό της επιτάχυνσης θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο της κεντρομόλου επιτάχυνσης που αναφέραμε στην θεωρία δηλαδή: $\alpha_\kappa = U^2 / R$

Τότε θα έχουμε: στο σημείο A : $\dfrac{(180\frac{km}{h})^2}{150m} = \dfrac{(180*\frac{1000}{3600})^2\frac{m^2}{\sec^2}}{150m} = \dfrac{2500\frac{m^2}{\sec^2}}{150m} = 16.6m/\sec^2$

στο σημείο B : $\dfrac{(130\frac{km}{h})^2}{100m} = \dfrac{(130*\frac{1000}{3600})^2\frac{m^2}{\sec^2}}{100m} = \dfrac{1303.21\frac{m^2}{\sec^2}}{100m} = 13.03m/\sec^2$

στο σημείο C : $\dfrac{(200\frac{km}{h})^2}{200m} = \dfrac{(200*\frac{1000}{3600})^2\frac{m^2}{\sec^2}}{200m} = \dfrac{3080.25\frac{m^2}{\sec^2}}{200m} = 15.40m/\sec^2$





Αριστερά είναι τα διανύσματα.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 9 (Τριγωνομετρία / Εναλλασσόμενα ρεύματα)

ΟΡΙΣΜΟΣ: **Νόμος των ρευμάτων του Kirchhoff**: Το αλγεβρικό άθροισμα των εντάσεων των ρευμάτων σε κάθε κόμβο του κυκλώματος είναι ίσο με μηδέν**,** *δηλαδή:* $\sum_k I_k = 0$ Όπου το ρεύμα I_k που εισέρχεται σε ένα κόμβο θεωρείται θετικό και λαμβάνεται με πρόσημο (+) ενώ το ρεύμα που αποχωρεί από ένα κόμβο θεωρείται αρνητικό και λαμβάνεται με πρόσημο (-). Εκφράζει την αρχή διατήρησης του φορτίου δηλαδή όσο φορτίο φτάνει σε ένα κόμβο τόσο ηλεκτρικό φορτίο φεύγει από αυτόν.

Θεωρούμε ένα αγωγό από τον οποίο διέρχονται 3 εναλλασσόμενα ρεύματα της ίδιας κυκλικής συχνότητας ω με στιγμιαίες εντάσεις : I_1= ημωt , I_2= ημ(ωt + 2π/3) & I_3= ημ(ωt + 4π/3)
Να αποδειχθεί ότι η ολική ένταση δίνεται από τον τύπο I = I_1+ I_2+ I_3 του ρεύματος που διέρχεται από τον αγωγό είναι μηδέν

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

I = ημωt + ημ(ωt + 2π/3) + ημ(ωt + 4π/3) =
= ημωt + ημωτσυν2π/3 + συνωτημ2π/3 + ημωτσυν4π/3 + συνωτημ4π/3 =
= ημωt + ημωt (-1/2) + συνωt(√3 /2) + ημωt (-0.5) + συνωt (-√3 / 2) =
= ημωt – ½ ημωt – ½ ημωt =
= 0

[Χρησιμοποιήσαμε τις ιδιότητες των αναπτυγμάτων ημ(α+β) , συν(α+β) καθώς και τον 1=ο κανόνα του Kircoff]

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10 (Νόμος των ημιτόνων / Ισορροπία Δυνάμεων)

ΟΡΙΣΜΟΣ: Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα μας λέει πως σε κάθε σώμα, που βρίσκεται μέσα σε ένα αδρανειακό σύστημα, διατηρεί την κατάσταση ηρεμίας, ή ευθύγραμμης και ομαλής κίνησής του, εφόσον καμία εξωτερική δύναμη δεν επιδρά για τη μεταβολή της. Ο νόμος αυτός ονομάζεται και Νόμος της Αδράνειας.

Στα Μαθηματικά, αυτό σημαίνει πως, αν $\Sigma\mathbf{F}_{\varepsilon\xi}$ είναι το (διανυσματικό) άθροισμα όλων των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται σε σώμα μάζας m και **v** η αντίστοιχη ταχύτητά του, τότε

$$\sum \mathbf{F}_{\varepsilon\xi} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{v} = \sigma\tau\alpha\vartheta.$$

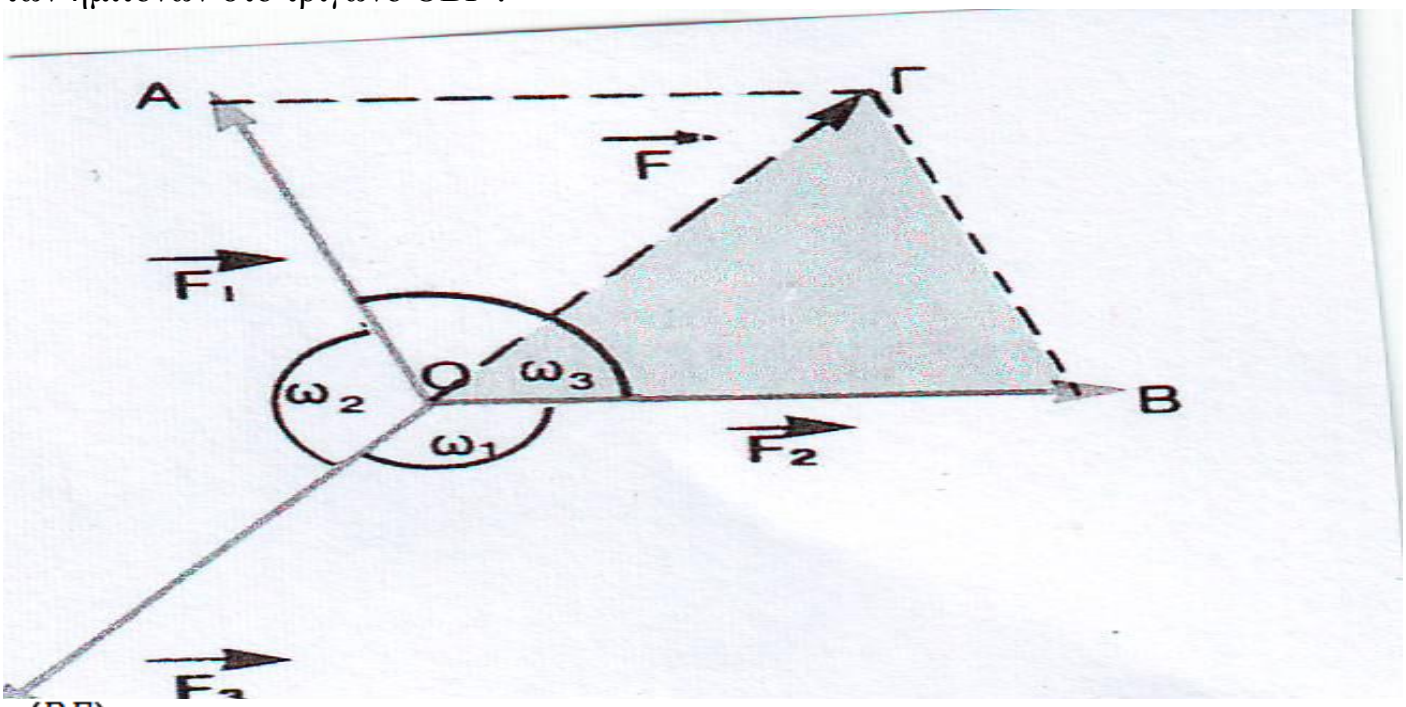
Η παραπάνω σχέση είναι αμφίδρομη, το οποίο σημαίνει πως ισχύει και το αντίθετο. Αν, δηλαδή, ένα σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα ως προς αδρανειακό παρατηρητή, τότε η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό θα είναι μηδέν.

Σε ένα υλικό σημείο Ο εφαρμόζονται 3 δυνάμεις με μέτρα F_1, F_2, F_3 αντιστοίχως και σχηματίζουν γωνίες ω_1, ω_2, ω_3 αντίστοιχα. Ποια σχέση θα πρέπει να ισχύει ώστε να ισορροπεί το υλικό σημείο και όταν συμβαίνει αυτό να δείξετε ότι ισχύει:

$$\frac{F_1}{\eta\mu\omega_1} = \frac{F_2}{\eta\mu\omega_2} = \frac{F_3}{\eta\mu\omega_3}$$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Για να υπάρχει ισορροπία στο Ο πρέπει η συνισταμένη $\vec{F}$ των $\vec{F}_1$, και $\vec{F}_2$ να έχει ίδια διεύθυνση, αντίθετη φορά και ίδιο μέτρο με την $\vec{F}_3$ και έτσι προκύπτει από τον Νόμο των ημιτόνων στο τρίγωνο ΟΒΓ :



$$\frac{(B\Gamma)}{\eta\mu\widehat{BO\Gamma}} = \frac{OB}{\eta\mu\widehat{B\Gamma O}} = \frac{O\Gamma}{\eta\mu\widehat{OB\Gamma}} \Rightarrow \frac{F_1}{\eta\mu\omega_1} = \frac{F_2}{\eta\mu\omega_2} = \frac{F_3}{\eta\mu\omega_3}$$

Αφού γωνία $\widehat{BO\Gamma} = 180 - \omega_1$

Αφού γωνία $\widehat{B\Gamma O} = 180 - \omega_2$

Αφού γωνία $\widehat{OB\Gamma} = 180 - \omega_3$

Συμπεραίνουμε πως όταν ένα σώμα ισορροπεί όλοι οι φορείς των δυνάμεων που το απαρτίζουν περνούν από το ίδιο σημείο (στην προκειμένη περίπτωση το σημείο ο)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 11 (Αρχή Fermat / Νόμος Snell)

ΟΡΙΣΜΟΣ: Στην οπτική ο **νόμος του Σνέλ** (Snell) (γνωστός και ως ο νόμος του Descartes ή ο νόμος του Snell-Descartes ή ως ο νόμος της διάθλασης) είναι μια μαθηματική σχέση που περιγράφει την σχέση της γωνίας πρόσπτωσης με την γωνία διάθλασης του φωτός σε μια διαχωριστική επιφάνεια δύο οπτικών μέσων (π.χ. από αέρα-κενό σε νερό ή γυαλί). Στην επιστήμη της οπτικής ο νόμος αυτός χρησιμοποιείται για να βρούμε την τροχιά του φωτός που προσπίπτει ή διαθλάται σε μια επιφάνεια. Στην πειραματική οπτική και στην γεωλογία ο νόμος αυτός χρησιμοποιείται για την εύρεση του δείκτη διάθλασης ενός υλικού.

Ο νόμος έχει πάρει το όνομα του Ολλανδού μαθηματικού *Willebrond Snellius*. Ο νόμος αναφέρει ότι ο λόγος $\frac{n_1}{n_2}$ των δεικτών διάθλασης (ο δείκτης αυτός εξαρτάται από το μέσο) είναι ίσος με το λόγο των ταχυτήτων στα δύο μέσα αλλά αντιστρόφως ανάλογος των ημιτόνων των γωνιών πρόσπτωσης θ_1 και διάθλασης θ_2.

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

v = ταχύτητα, οι μονάδες μέτρησης στο SI είναι m/s.

n = δείκτης διάθλασης (δ.δ.) υλικού.

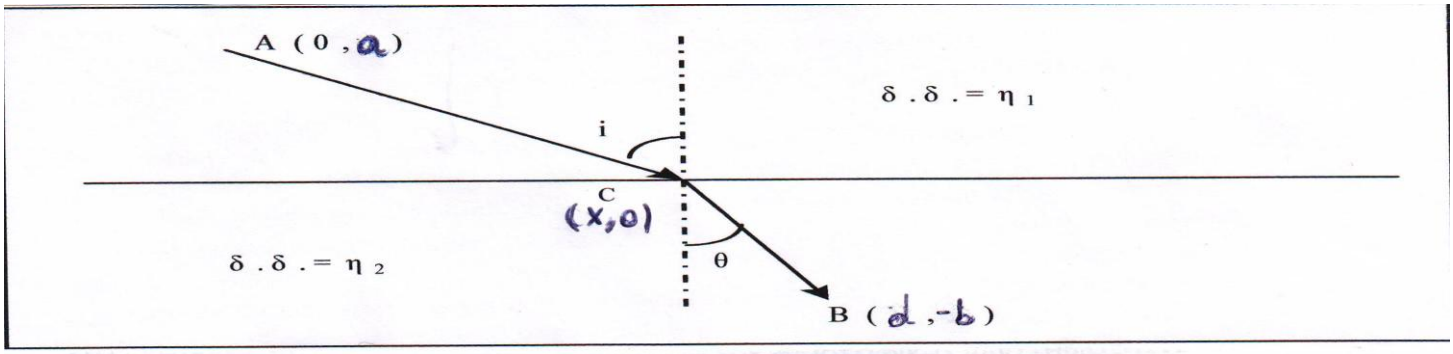
Ο νόμος του Snell ακολουθεί την αρχή του ελαχίστου χρόνου (αρχή Fermat) η οποία ακολουθεί την θεώρηση του φωτός ως κύμα.

Η Αρχή του Fermat δηλώνει ότι το φως διαθλάται με τέτοια γωνία έτσι ώστε ο χρόνος που απαιτείται για να μεταβεί από ένα σημείο P σε ένα σημείο Q να είναι ελάχιστος.

Σ΄ αυτή την άσκηση σαν απόδειξη της αρχής του Fermat χρησιμοποιούμε το γεγονός ότι το επίπεδο ACB είναι κάθετο στην επιφάνεια διάθλασης αφού για οποιοδήποτε άλλο σημείο πάνω στην επιφάνεια οι δημιουργούμενοι οπτικοί δρόμοι είναι μεγαλύτεροι.

Να βρεθεί η συνάρτηση ώστε η διαθλώμενη ακτίνα από το σημείο Α στο σημείο Β να διανύσει τον ελάχιστο δρόμο.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



Έστω t_1 ο χρόνος που χρειάζεται το φως για να διανύσει την απόσταση ΑC και t_2 ο χρόνος που χρειάζεται για να διανύσει την απόσταση CB. Έχουμε λοιπόν :

$t_1 = t_{AC} = \frac{\sqrt{a^2+x^2}}{V_1}$ και $t_2 = t_{CB} = \frac{\sqrt{b^2+(d-x)^2}}{V_2}$

όπου v_1 και v_2 οι εκάστοτε ταχύτητες του φωτός στα δύο μέσα με δείκτες διάθλασης η_1 και η_2 αντίστοιχα.

Ο ολικός χρόνος για να διανύσει την απόσταση ACB θα είναι: $t_{ολ}=t_1 + t_2$.

Πρέπει να ισχύει ότι : $t_{ολ} = \min \Rightarrow \frac{dt}{dx} = 0$, οπότε λοιπόν θα έχουμε :

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{V_1 * \sqrt{(a^2+x^2)}} - \frac{(d-x)}{V_2 * \sqrt{[b^2+(d-x)^2]}} = 0 \Rightarrow \frac{\sin(i)}{v_1} = \frac{\sin(\theta)}{v_2} \Rightarrow$$

Όμως ισχύει επίσης : **$c = n_1 v_1$ και $c = n_2 v_2$** προκύπτει :

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{n_2}{n_1}$ ➔ $\frac{\sin(i)}{\sin(\theta)} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_2}{n_1}$ (Συνθήκη ελαχίστου χρόνου) όπου οι ταχύτητες είναι αντιστρόφως ανάλογες με τους δ.δ.

Υπολογίζοντας στη συνέχεια τη δεύτερη παράγωγο βρίσκουμε ότι $\frac{d^2t}{dx^2} > 0$ πράγμα το οποίο σημαίνει ότι έχει ελάχιστο δρόμο.

Παρατήρηση: Από την αρχή του Fermat προκύπτει ένα πολύ σημαντικό συμπέρασμα . Στο κενό ισχύει: $n_1 = c/c = 1$, ενώ σε οποιοδήποτε άλλο μέσο ισχύει: $n_2 = \frac{c}{v_2} = \frac{\sin(i)}{\sin(\theta)}$. Μετρώντας πειραματικά τις γωνίες βρίσκεται ότι πάντα i>θ ,επομένως : $\boxed{c > v_2}$ δηλαδή η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι μέγιστη.Ο Fermat απέδειξε λοιπόν την σχέση του Snell ξεκινώντας από την αρχή του ακρότατου.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 12 (Εκθετική Συνάρτηση / Χρόνος Ημιζωής Υλικών)

ΟΡΙΣΜΟΣ: **Χρόνος ημιζωής** ή αλλιώς χρόνος υποδιπλασιασμού ενός ραδιενεργού στοιχείου ονομάζεται ο χρόνος που απαιτείται ώστε ο αριθμός των αδιάσπαστων ραδιενεργών πυρήνων να μειωθεί στο μισό του αρχικού αριθμού. Ο χρόνος ημιζωής επηρεάζει πρακτικά και την ανθρώπινη αντίληψη της αντίδρασης. Μπορεί ο χρόνος να είναι εκατομμύρια χρόνια, ώστε η αντίδραση ουσιαστικά να μη συμβαίνει, ή να είναι εξαιρετικά μικρή, ώστε η αντίδραση να συμβαίνει για την ανθρώπινη αντίληψη ακαριαία ή πολύ γρήγορα. Όταν η ποσότητα του αντιδρώντος είναι πλέον αμελητέα και δε γίνεται να εντοπιστεί θεωρούμε ότι τελείωσε η αντίδραση.

Αν η ημιζωή ενός ραδιενεργού υλικού που υπάρχει σε ένα πυρηνικό εργοστάσιο είναι 5 έτη να βρεθεί η συνάρτηση της εκθετικής του απόσβεσης

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Με δεδομένο ότι $t_{1/2} = 5$ παίρνουμε τον τύπο της εκθετικής απόσβεσης

$$Q(t) = Q_0 e^{ct} \Rightarrow \frac{Q_0}{2} = Q_0 e^{c5} \Rightarrow e^{c} = 2^{-\left(\frac{1}{5}\right)}$$ με $C < 0$

Οπότε $Q(t) = Q_0 2^{\left(-\frac{t}{5}\right)}$

{Αξιοποιήσαμε και θεωρία λογαρίθμων και την έννοια της ημιζωής που χρησιμεύει στο κεφάλαιο της πυρηνικής φυσικής}

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 13 (Εκθετική Συνάρτηση / Χρόνος Ημιζωής Υλικών)

Μια πολύ σπάνια αρρώστια χτύπησε ένα απομονωμένο χωριό 200 κατοίκων.
Η συνάρτηση που εκφράζει τα άτομα που κόλλησαν την ασθένεια είναι :

$$Y = \frac{200}{(1+199e^{-0.2t})}$$

Μετά από πόσο καιρό θα έχει μολυνθεί ο μισός πληθυσμός;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Θα έχουμε $100 = \frac{200}{(1+199e^{-0.2t})}$

⇨ $1 + 199e^{-0.2t} = 2$

⇨ $e^{-0.2t} = \frac{1}{199}$

⇨ $-0.2t = \ln\left(\frac{1}{199}\right)$

⇨ $T = 26.5$ μέρες

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 14 (Διαφορικός λογισμός / Κινηματική)

Σώμα μάζας m κινείται σε ευθεία υπό την επίδραση της δύναμης $F = F_0 - kt$ όπου F_0, k γνωστές σταθερές. Υπολογίστε την επιτάχυνση, την ταχύτητα, την θέση του σώματος ως συναρτήσεις του χρόνου , αν για t=0 είναι $u_0 = 0$.

Παρατήρηση: Όπου u η ταχύτητα του σώματος σε μια χρονική στιγμή t και u_o η ταχύτητα του σώματος για t=0

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Από τον 2° Νόμο του Νεύτωνα προκύπτει:

$F = ma \Rightarrow F_0 - kt = ma \Rightarrow a(t) = \frac{F_0 - kt}{m}$ όπου F η δύναμη που ασκείται στο σώμα μάζας m (Μονάδα μέτρησης : Newton)

$a(t) = \frac{du}{dt} \Rightarrow \int_0^u du = \int_0^t \left(\frac{F_0}{m} - \frac{kt}{m}\right) dt \Rightarrow u(t) = \frac{F_0}{m} t - \frac{kt^2}{2m}$ όπου α η επιτάχυνση του σώματος σε χρόνο t (Μονάδα μέτρησης : m/sec^2)

$u(t) = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int_0^x dx = \int_0^t \left(\frac{F_0}{m} t - \frac{kt^2}{2m}\right) dt \Rightarrow x(t) = \frac{F_0}{2m} t^2 - \frac{kt^3}{6m}$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 15 (Διαφορικός λογισμός / γωνιακή ταχύτητα)

Αρχικά ακίνητος δίσκος αρχίζει να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $12\ rad/sec^2$.

1. Ποια είναι η γωνιακή ταχύτητα που αποκτά σε χρονικό διάστημα 10 sec;
2. Πόσες περιστροφές πραγματοποιεί ο δίσκος στον χρόνο αυτό;

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

1. Από την γωνιακή επιτάχυνση προκύπτει:

$\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{12rad}{sec^2} \Rightarrow \int_0^\omega d\omega = (12rad/sec^2) \int_0^t dt \Rightarrow \omega(t) = 12t\ rad/sec$

Άρα για t=10sec έχουμε γωνιακή ταχύτητα ω=120 rad/sec

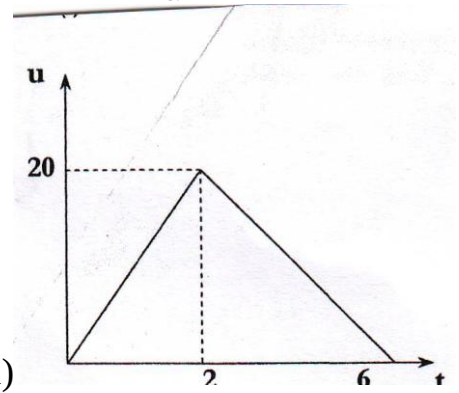
2. Από την γωνιακή ταχύτητα προκύπτει:

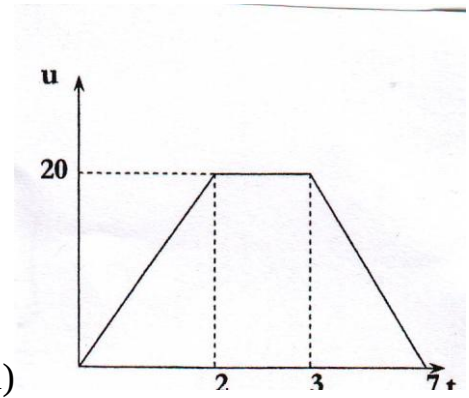
$\omega(t) = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \int_0^\theta d\theta = 12 \int_0^t tdt \Rightarrow \theta(t) = 6t^2\ rad$

Επομένως ο δίσκος θα κάνει : $\frac{\Theta(10)}{2\pi} = \frac{6*10^2}{2\pi} = \frac{600}{2\pi}$ περιστροφές

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 16 (Παράγωγος / Ταχύτητα & Επιτάχυνση)

(α)Δίνεται συνάρτηση διαστήματος ενός σώματος από τον τύπο: $X(t) = 5t^2 + 10$ (m)
Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του / οι παράγωγοι X'(t), X''(t) και να πείτε τι εκφράζουν
(β) Με βάση τις γραφικές παραστάσεις που ακολουθούν να υπολογίσετε την επιτάχυνση και το ολικό διάστημα

(i) 

και (ii) 

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

(α) X'(t)=10t → Εκφράζει την ταχύτητα σε m / sec

X''(t)=10 → Εκφράζει την επιτάχυνση σε m / sec^2

(β) Στο **διάγραμμα (i)** για να βρούμε το ολικό διάστημα αρκεί να υπολογίσουμε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζετε $S_i = \frac{6*20}{2} = 60m$

Ενώ η επιτάχυνση θα βρεθεί αν βρούμε τον ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου $a_i = \frac{20-0}{2-0} = 10m/\sec^2$ στο πρώτο κομμάτι και $a_i = \frac{0-20}{6-2} = -5m/\sec^2$ στο δεύτερο κομμάτι (που σημαίνει ότι η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη)

Στο **διάγραμμα (ii)** για να βρούμε το ολικό διάστημα πρέπει να υπολογίσουμε το εμβαδόν των δύο ορθογωνίων τριγώνου που σχηματίζονται καθώς και του ορθογωνίου που τα χωρίζει
$S_{ii} = \frac{20*2}{2} + (3-2)*20 + \frac{(7-3)*20}{2} = 80m$

Η επιτάχυνση όπως και πριν θα βρεθεί αν βρούμε τον ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας συναρτήσει του χρόνου $a_{ii} = \frac{20-0}{2-0} = 10m/\sec^2$ (πρώτο κομμάτι) και $a_{ii} = \frac{20-20}{3-2} = 0m/\sec^2$ (δεύτερο κομμάτι) και $a_{ii} = \frac{0-20}{7-3} = -5m/\sec^2$ (τρίτο κομμάτι)

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 17 (Ολοκληρώματα / Φυσική Διαστήματος)

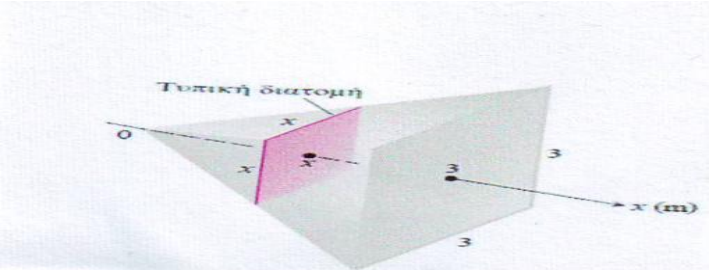
Έστω ένα στερεό αντικείμενο τύπου κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας στον πλανήτη Άρη του ηλιακού μας συστήματος.

Η διατομή σε τυχόν x είναι ένα τετράγωνο πλευράς x με $A(x) = x^2$.

Οι τετράγωνες διατομές εκτείνονται από το X = 0 έως X = 3

Να βρεθεί ο χώρος που καταλαμβάνει, ο όγκος του!

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



Ολοκληρώνουμε για να βρούμε τον όγκο

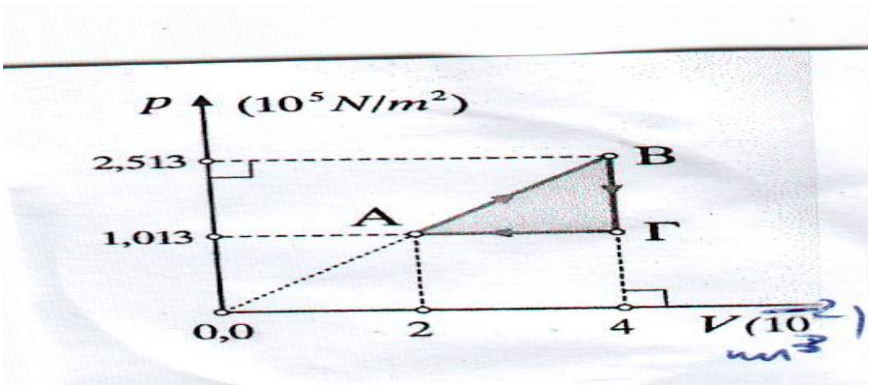
$$V = \int_0^3 A(x)dx = 9m^3$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 18 (Αναλυτική γεωμετρία / Θερμοδυναμική)

ΟΡΙΣΜΟΣ: Η **Θερμοδυναμική** είναι μια πλήρης μαθηματική θεωρία που περιγράφει τις καταστάσεις ισορροπίας των μακροσκοπικών συστημάτων. Μια μεταβολή λέγεται αντιστρεπτή (κυκλική) κάθε μεταβολή που μπορεί να γίνει και αντίστροφα, δηλαδή ξεκινώντας απ' την τελική κατάσταση του συστήματος να μπορούμε, με κάποιο τρόπο, να ξαναγυρίσουμε στην αρχική του κατάσταση

Έστω μια ποσότητα ιδανικού αερίου εκτελεί την κυκλική μεταβολή του σχήματος που ακολουθεί, να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου & εξηγήστε τι εκφράζει αυτό

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



Σε κυκλική μεταβολή W = Q

$W = \frac{(ΑΓ)*(ΒΓ)}{2} = ½ *(4-2)* 10^{-2} *(2.513-1.013) * 10^5 = 1500$ joule

Το εμβαδόν του τριγώνου εκφράζει ουσιαστικά το έργο (W) και συνεπώς και το ποσό θερμότητας (Q) που απορροφά το εν λόγω αέριο

<u>ΠΡΟΒΛΗΜΑ 19 (Τριγωνομετρία / Διακρότημα)</u>

ΟΡΙΣΜΟΣ: **Το διακρότημα** είναι ένα φαινόμενο που συμβαίνει όταν δύο κύματα με σχεδόν ίσες συχνότητες, συμβάλλουν. **Συμβολή** ονομάζεται η ταυτόχρονη διάδοση δύο κυμάτων στην ίδια περιοχή του μέσου. Για να παρατηρηθούν φαινόμενα συμβολής θα πρέπει οι κυματικές πηγές να είναι σύμφωνες, <u>δηλαδή</u> να έχουν ίδια ακριβώς συχνότητα και μονοχρωματικές, <u>δηλαδή</u> να εκπέμπουν αποκλειστικά κύμα μίας συγκεκριμένης συχνότητας και μήκους κύματος. Η συμβολή συναντάται συχνά στις τηλεπικοινωνίες.

__Εφαρμόστε την αρχή της επαλληλίας σε ένα σώμα που εκτελεί 2 απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης ίδιου πλάτους και γύρω από το ίδιο σημείο ισορροπίας με εξισώσεις $X_1 = A\ \eta\mu\omega_1 t$

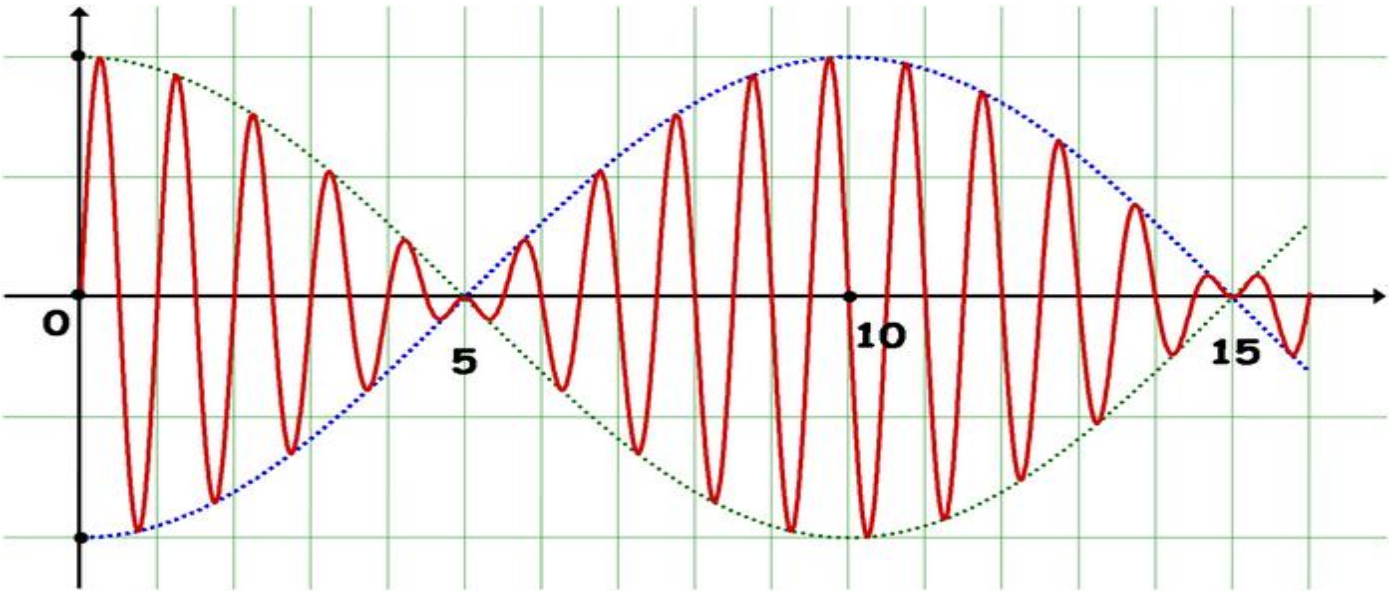
$X_2 = A\ \eta\mu\omega_2 t$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Εφαρμόζοντας την αρχή της επαλληλίας, δηλαδή $X_1+X_2=X$, έχουμε την εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης:

$$X = 2A\eta\mu\left(\frac{(\omega_1+\omega_2)t}{2}\right)\sigma\upsilon\nu\left(\frac{(\omega_1-\omega_2)t}{2}\right)$$

Η εξίσωση αυτή εκφράζει το <u>διακρότημα</u> με συχνότητα ίση με τον μέσο όρο των 2 αρχικών συχνοτήτων και μεταβαλλόμενο πλάτος $2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{(\omega_1-\omega_2)*t}{2}\right)$ με $\omega_1 \approx \omega_2$

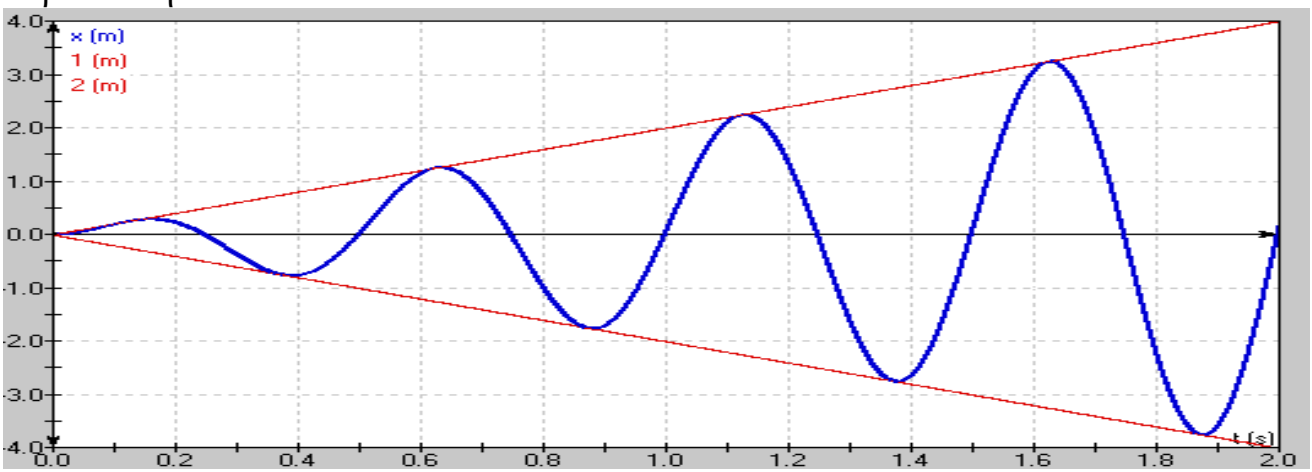


<u>ΠΡΟΒΛΗΜΑ 20 (Γραφικές παραστάσεις / Διακροτήματα)</u>

Ας μιλήσουμε για λίγο τη γλώσσα των <u>Μαθηματικών</u>:

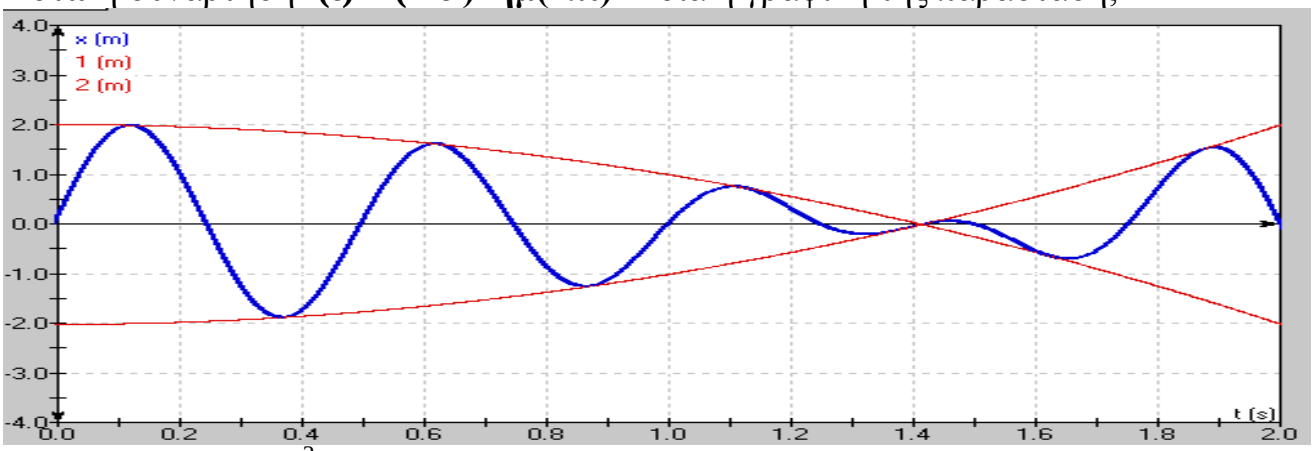
Έστω μια συνάρτηση **f(t) = 2t·ημ4πt**

Ποια είναι η γραφική της παράσταση; Η παραπάνω συνάρτηση περιέχει δύο συναρτήσεις-παράγοντες. Ο ένας (2t) μεταβάλλεται αργά με το χρόνο, ενώ ο άλλος (ημ4πt) μεταβάλλεται γρήγορα. Τότε ο πρώτος ορίζει τις περιβάλλουσες (±2t), ορίζει δηλαδή την περιοχή του επιπέδου, εντός του οποίου θα μεταβληθεί το ημίτονο, όπως δείχνει η επόμενη γραφική παράσταση:



Ας δούμε ένα δεύτερο παράδειγμα.

Έστω η συνάρτηση **f(t) = (2-t^2)· ημ(4πt)** Ποια η γραφική της παράσταση;



Ο παράγοντας ±(2-t^2) καθορίζει τις περιβάλλουσες, εντός των οποίων περιορίζεται η μεταβολή του ημιτόνου.

Έστω τώρα ότι έχουμε τις συναρτήσεις $f_1(t)$=0,1·ημ(202πt) και $f_2(t)$=0,1ημ(198πt) (μονάδες στο S.I.) η σύνθεση (το άθροισμα) των οποίων οδηγεί στην συνάρτηση:

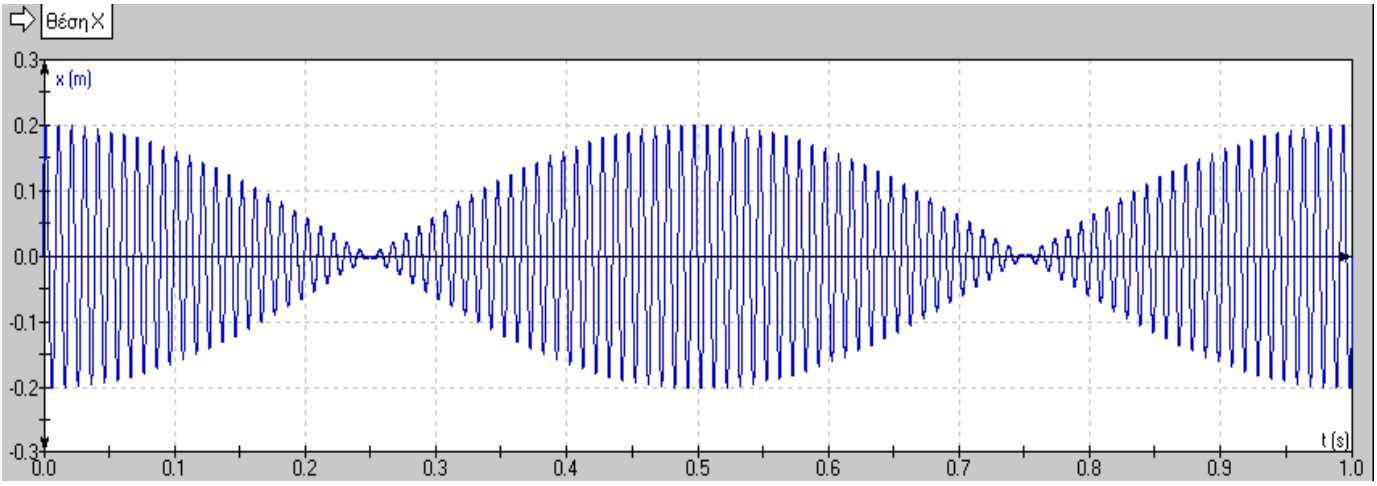
f(t)= 0,2·συν2πt·ημ200πt

Ποιο είναι το αποτέλεσμα της σύνθεσης;

Όπως και στο προηγούμενο πρόβλημα και εδώ ισχύουν όσα είπαμε προηγουμένως.

Ο παράγοντας (0,2συνπt) καθορίζει τις περιβάλλουσες, οριοθετώντας το μέρος του επιπέδου εντός του οποίου μεταβάλλεται το ημίτονο.

Η αντίστοιχη γραφική παράσταση της f φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



Και τώρα ας μιλήσουμε την γλώσσα της <u>φυσικής</u>:

Μας δίνουν την παραπάνω γραφική παράσταση και μας ρωτάνε, τι βλέπετε; Περιγράψτε την κίνηση. Τι θα απαντήσουμε;

Μια «λογική» απάντηση θα ήταν να πούμε, ότι βλέπουμε μια ιδιόμορφη ταλάντωση, το πλάτος της οποίας μεταβάλλεται περιοδικά μεταξύ των τιμών 0 και 0,2m. Δηλαδή να πούμε λίγο πολύ, αυτό που λέει το σχολικό μας βιβλίο(π.χ. Δύο ήχοι και ένα διακρότημα).

Μετά έχουμε:

x= 0,2·συν2πt·ημ200πt

ημ200πt=±1 ➔ 200πt= (2k+1) * $\frac{\pi}{2}$ (←υπολογισμός ακρότατων τιμών)

ή αλλιώς $t = \frac{(2K+1)}{400}$ sec

Αλλά τώρα ας υπολογίσουμε σε αυτές τις στιγμές, τι τιμή παίρνει η παράσταση

A΄= 0,2·συν2πt:

A΄= 0,2·συν(2k+1)2π/400

Έτσι για K=0 έχουμε:

A΄=0,2·συν(π/200)=0,2·0,999876632!

Τι λέτε αυτό δεν είναι περίπου 0,2m;

Συμπερασματικά , ο όρος διακρότημα προέρχεται από φαινόμενα συμβολής σε ήχους. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα οι συχνότητες είναι πολύ μικρές (0,55Hz και 0,45Hz) και επομένως αναφερόμαστε σε «υπόηχους».

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] Βιβλίο Φυσικής Α Λυκείου , Οργανισμός Εκδόσεων Σχολικών Βιβλίων

[2] Βιβλίο Φυσικής Β Λυκείου (Γενικής παιδείας και κατεύθυνσης), οαέδ

[3] Βιβλίο Φυσικής Γ Λυκείου (Γενικής παιδείας και κατεύθυνσης), οαέδ

[4] Βιβλίο Μαθηματικών Α Λυκείου (Άλγεβρα και Γεωμετρία), οαέδ

[5] Βιβλίο Μαθηματικών Β Λυκείου (Γενικής παιδείας και κατεύθυνσης), οαέδ

[6] Βιβλίο Μαθηματικών Γ Λυκείου (Γενικής παιδείας και κατεύθυνσης), οαέδ

[7] Ιστορία των επιστημών και της τεχνολογίας Γ Λυκείου , Οαέδ , (1999)

[8] Βοηθήματα για τα μαθηματικά Λυκείου , Εκδόσεις Πατάκη

[9] Βοηθήματα για την Φυσική Λυκείου , Εκδόσεις Σαββάλας

[10] Σημειώσεις του μαθήματος <<Γεωμετρία για την διδακτική>> , Ευστ. Βασιλείου 09-10

[11] Σημειώσεις του μαθήματος <<Εισαγωγή στην Στατιστική>> Κ. Δαμιανού 2009-2010

[12] Σημειώσεις του μαθήματος <<Ιστορία των αρχαίων Ελληνικών – Στοιχεία Ευκλείδη>> Κ. Νεγρεπόντης 2009-2010

[13] Σημειώσεις του μαθήματος <<Ιστορία νεώτερων Μαθηματικών>> Κ. Λάππας 2009-2010

[14] Σημειώσεις του μαθήματος <<Παιδαγωγική αξιοποίηση νέων τεχνολογιών στα μαθηματικά>> Κ. Χρόνης Κυνηγός 2009-2010

[15] Σημειώσεις μαθήματος <<Διδακτική των μαθηματικών 1>> , Κ.Κλαουδάτου 2010-2011

[16] Σημειώσεις του μαθήματος <<Διδασκαλία των μαθηματικών με διαδικασίες επίλυσης προβλημάτων>> Κ. Κλαουδάτος Νικόλαος 2009-2010

[17] Σημειώσεις μαθήματος <<Διδακτική των μαθηματικών 2>> , Κ.Χρόνης Κυνηγός 10-11

[18] Σημειώσεις μαθήματος <<Διδακτική απειροστικού Λογισμού>> , Κ. Θεόδωρος Ζαχαριάδης 2010-2011

[19] Σημειώσεις μαθήματος << Ειδικά Θέματα Διδακτικής , Έρευνα στη Διδακτική Μαθηματικών και Διδακτική Πράξη >> , Κ. Πόταρη 2010-2011

[20] Σημειώσεις μαθήματος <<Επιστημολογίες για την διδακτική των μαθηματικών>> Κ. Σπύρου 2010-2011

[21] Σημειώσεις μαθήματος <<Διδακτική των Φυσικών Επιστημών>> Κ. Χαλκιά Παιδαγωγικό Αθηνών, 2010-2011

[22] << Ιστορία και φιλοσοφία των Φυσικών επιστημών >> , Τόμος Α , Ευστράτιος Θ. Θεοδοσίου , Αθήνα , Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Εκπα (2003)

[23] << Ιστορία και φιλοσοφία των Φυσικών επιστημών 1>> , Τόμος Β , Ευστράτιος Θ. Θεοδοσίου , Αθήνα , Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Εκπα (2003)

[24] << Ιστορία και φιλοσοφία των Φυσικών επιστημών 2 >> ,Ευστράτιος Θ. Θεοδοσίου , Αθήνα , Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Εκπα (2003)

[25] <<Η ψυχολογία των Μαθηματικών>> , Στέλλα Βοσνιάδου , Εκδόσεις Gutenberg (2000)

[26] <<Μέθοδοι Διδασκαλίας Φυσικής>> , Σταμάτης Πατάπης , Αθήνα , (1995)

[27] << Θέματα διδακτικής για τα μαθήματα των Φυσικών Επιστημών>> Γ. Ζησιμόπουλος , Κ. Καφετζόπουλος Ε. Μουτζούρη , Εκδόσεις Πατάκη (2004)

[28] <<Η επιστημονική μέθοδος και τα βήματά της>> (Πηγή : Γ. Θ Καλκάνης και Δ. Ι Κωστόπουλος. Φυσική), Εκδόσεις Διάπλαση (1995)

[29] <<Η μαθηματική εμπειρία>> , Philip J. Davis & Reuben Hersh , Εκδόσεις Τροχαλία (2009)

[30] << Το σύμπαν που αγάπησα >> Τόμος Α , Μάνος Δανέζης , Στράτος Θεοδοσίου , Εκδόσεις Δίαυλος (1999)

[31] << Το σύμπαν που αγάπησα >> Τόμος β , Μάνος Δανέζης , Στράτος Θεοδοσίου, Εκδόσεις Δίαυλος (1999)

[32]<<Αφύπνιση της Επιστήμης>> , Van Der Waeden , Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης (2003)

[33] <<Εισαγωγή στην Φιλοσοφία των Μαθηματικών>> , Διονύσιος Αναπολιτάνος , Εκδόσεις Νεφέλη (2009)

[34] <<Όπερ έδει δείξαι>> , Burkard Polster , Εκδόσεις Αλεξάνδρεια (2009)

[35] << Το πρόβλημα και η επίλυση του>> , Δημήτριος Καραγεώργος ,
Εκδόσεις Σαββάλας (2001)

[36] << Η σχολική τάξη >> , Ηλίας Ματσαγγούρας , Εκδόσεις Κέδρος (2001)

[37] Περιοδικό <<Φυσικός κόσμος>>, Τεύχος 43 , Ένωσης Ελλήνων Φυσικών

[38] Πρακτικά συνέδριου ΕΝΙΔΕΜ(2009) & Σημειώσεις Φυσικής κυματικής(2004)

[39] Περιοδικό <<Χημικά Χρονικά>>, Τεύχος 5/11 , Ένωσης Ελλήνων Χημικών

[40] Μαθηματικό περιοδικό για το Λύκειο << Ευκλείδης >> Τεύχη 58,64,71 και 74 , Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία

[41]<<Το χρονικό του Χρόνου>> , Stephen Hawking , Εκδόσεις Κάτοπτρο, (1997)

[42]<< Η μετεξέλιξη των μαθηματικών στον πρώιμο μεσογειακό κόσμο>> , Ρεβιέλ – Νέτς, Εκδόσεις Τραυλός (2010)

[43]<<Μαθημαγικά>> , Τζόνι Μπόλ , Εκδόσεις Polaris (2011)

[44] << Η κλίκα των αριθμών>> , Miquel Alberti, Εκδόσεις 4π (2012)

[45]<< Η δημιουργικότητα στα μαθηματικά>> , Miquel Alberti, Εκδόσεις 4π (2012)

[46] <<Το πανηγύρι της φυσικής>> , Jearl Walker , Εκδόσεις Κάτοπτρο (2001)

[47] <<Παράδοξα>> , R. M. Sainsbury , Εκδόσεις Κέδρος (2010)

[48] <<Πως τα μαθηματικά εξηγούν τον κόσμο>> ,Τζέιμς Στάιν , Εκδόσεις ΑΒΓΟ (2009)

[49] <<Μαθηματικά και Φυσική , μια ιδιαίτερη σχέση>>, Γεώργιος Ευαγγελόπουλος

[50] Αρχαίες Πηγές: Νομάς 22(Πλούταρχος) , Ιάμβλιχος 1-7, Σχόλια Πρόκλου ‘Ες Ευκλείδην’185,357,373 , Παρμενίδης 132a1-b3, Πλάτωνος Πολιτεία, Χωρία Θεαίτητος, Σοφιστής, Πολιτικόν και Αριστοτέλης Μεταφυσικά , Περί Ουρανού , Θεογονία Ησιόδου , Ομήρου Ηλιάδα εισαγωγικά κομμάτια και Πλούταρχου Συμποσιακά.

[50] Αναφορά: <<παιδαγωγικές μέθοδοι>> του Ματσαγγούρα-Σταυρίδου (2000)

[51]Αναφορά: << κοινωνικοπολιτισμικές θεωρίες μάθησης >> Σολωμίδου (2006) – Ράπτης (2007)

[52]Αναφορά: "Εισαγωγή στις εκπαιδευτικές εφαρμογές των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των επικοινωνιών", Κόμης (2004)

ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ

[1] Derek Holton and David Clarke <<Πλαίσιο Στήριξης και Μεταγνώση>>, Ελληνική μετάφραση από Σταματόπουλου Κωνσταντίνο (2006)

[2] Driver, R., Squires, A., Rushworth, P., Wood-Robinson, V. , <<Οικοδομώντας τις έννοιες των Φυσικών επιστημών>>, (Ελληνική μετάφραση), Εκδόσεις Τυπωθήτω, Αθήνα , (1998)

[3] Sfard, A. & Linchevski, L. (1994) . <<The gains and the pitfalls of reification: The case of algebra. Educational Studies in Mathematics , Learning Mathematics - Constructivist and Interactionist theories of mathematical development>> Publicer : Kluwer Academic Publishers , (2002)

[4] Patricia Forester, <<An investigation of disjuncture between graphing in school mathematics and school physics>>, Proceedings of the 25th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Auckland, p. 268-275, Sydney : MERGA , (2000)

[5] Patricia Forester, << Applying Constructivist Theory to Practice in a Technology-Based Learning Environment>> , Publisher Taylor & Francis e-library, (1999)

[6] Patricia Forester, <<Impact on school assessment where use of graphics calculators is mandatory in a related public examination>> , Publisher Taylor & Francis e-library, (2003)

[7] Vygotsky , L. S., << Mind in society , the development of higher physiological process >> Cambridge , MA Harvard University Press , (1978)

[8] Cambridge University Press , <<Modeling with force and motion>> , <<Functions>> and <<Mathematical Methods>>

[9] B. Yu. Kogan , <<The Application of Mechanics to Geometry>> , University of Chicago press , (1974)

[10] Jay L. Lemke , <<Talking Science language educational process>> , (1999)

[11] Latour 1987, Latour 1993, Lynch & Woolgar 1990, Shapin & Schaffer 1985 , <<Sociology of scientfic knowledge>> , Cambridge press

[12] Bereiter and Scardamalia,<<How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School>>: Expanded Edition Barron et al.1998, 1993

[13] Lave & Wenger , <<Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation>> , Cambridge University Press , (1991)

[14] Ellermeijer and Heck, <<Differences between the use of mathematical entities in mathematics and physics and the consequences for an integrated learning environment>>. In: M. Michelini and M. Cobal (eds.) *Developing Formal Thinking in Physics.* Proceedings of the first international GIREP seminar, 2-6 September 2001, University of Udine, Italy. (2003)

[15] Reference <<Scientific literacy: New minds for a changing world>> , Hurd (1997)

[16] Reference <<the affects of cooperative learning methods on achievement retention and attitudes of students in North >> , Johnson & Johnson (1987)

ΔΙΑΔΙΚΤΥΑΚΑ

{1} http://www.haef.gr/gr/acl/gymnasio/phys_math.pdf

{2} http://www.mathisi20.gr

{3} http://www.statistics.gr/

{4} http://archive.minedu.gov.gr/

{5} http://www.didamath.gr/

{6} http://www.oefe.gr/

{7} http://www.primedu.uoa.gr/

{8}http://www.seilias.gr/index.php?option=com_content&task=view&id=203&Itemid=32

{9} http://www.learn-e-pedia.gr/eshop/lykeio.html

{10}http://lykevag.att.sch.gr/Activities/Hmerides/HmeridaProjects2011.htm

{11}http://icodl.openet.gr/index.php/icodl/2011/schedConf/presentations

{12}http://www.edutv.gr/index.php?option=com_content&task=blogcategory&id=27&Itemid=72

{13}http://www2.media.uoa.gr/sgsbest2011/

{14}http://www2.media.uoa.gr/medialab/milia/

{15}http://bestbuydoc.com/el/doc-file/2915/%CE%B7-%CF%80%CE%B1%CF%81%CE%AC%CE%BB%CE%BF%CE%B3%CE%B7-%CE%B1%CF%80%CE%BF%CF%84%CE%B5%CE%BB%CE%B5%CF%83%CE%BC%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CF%8C%CF%84%CE%B7%CF%84%CE%B1-%CF%84%CF%89%CE%BD-%CE%BC%CE%B1%CE%B8%CE%B7%CE%BC%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CF%8E%CE%BD-%CF%83%CF%84%CE%B9%CF%82-%CE%AC%CE%BB%CE%BB%CE%B5%CF%82-%CE%B5%CF%80%CE%B9%CF%83%CF%84%CE%AE%CE%BC%CE%B5%CF%82.html

{16}http://www.linkedin.com/pub/anne-forster/5/99/23

{17} http://www.physics4u.gr/articles/2008/Anaximander.html

{18}http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A6%CF%85%CF%83%CE%B9%CE%BA%CE%AE

{19}http://lemonia.weebly.com/mualphathetaetamualphatauiotakappa940--deltaiotaalphathetaepsilonmualphatauiotakappa972tauetataualpha.html

{20}http://books.google.gr/books?ei=3jH8Tt6YHYG48gPRxbDFAQ&hl=el&id=8VogAQAAIAAJ&dq=who+mathematics+explain+the+world&q=who+mathematics+explain+the+world#search_anchor

{21}http://sfak.org/page/%CE%9C%CE%B5%CE%B3%CE%AC%CE%BB%CE%BF%CE%B9%20%CE%B5%CF%80%CE%B9%CF%83%CF%84%CE%AE%CE%BC%CE%BF%CE%BD%CE%B5%CF%82%20%CE%BA%CE%B1%CE%B9%20%CE%91%CF%83%CF%84%CF%81%CE%BF%CE%BD%CF%8C%CE%BC%CE%BF%CE%B9/350

{22} http://grmath4.phpnet.us/istoria.htm

{23} http://archives.ictscenarios.gr/Theories_Mathisis/koinonikopolitismikes.htm

{24} http://www.uowm.gr/kodifeet/?q=el/system/files/%20%CF%84%CE%B7%CF%82%20%CE%BC%CE%B5%CF%84%CE%AC%CE%B2%CE%B1%CF%83%CE%B7%CF%82%20%CF%83%CE%B5%20%CE%B4%CE%B9%CE%B1%CF%86%CE%BF%CF%81%CE%B5%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AD%CF%82%20%CE%B1%CE%BD%CE%B1%CF%80%CE%B1%CF%81%CE%B1%CF%83%CF%84%CE%AC%CF%83%CE%B5%CE%B9%CF%82%20%CE%BC%CE%B5%CF%84%CE%B1%CE%B2%CE%B1%CE%BB%CE%BB%CF%8C%CE%BC%CE%B5%CE%BD%CE%B7%CF%82%20%CE%BA%CE%AF%CE%BD%CE%B7%CF%83%CE%B7%CF%82%20%CE%BC%CE%B5%20%CF%84%CE%B7%CE%BD%20%CE%B5%CF%86%CE%B1%CF%81%CE%BC%CE%BF%CE%B3%CE%AE%20%CE%BC%CE%B1%CE%B8%CE%B7%CE%BC%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CF%8E%CE%BD%20%CE%B5%CE%BD%CE%BD%CE%BF%CE%B9%CF%8E%CE%BD_0.pdf

{25} http://staff.science.uva.nl/~heck/Research/art/MSEC08.pdf

{26} http://archives.ictscenarios.gr/Theories_Mathisis/gnostikes_theories_mathisis.htm