ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ, ΙΣΤΟΡΙΑΣ

ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ – ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗΣ & ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών

"ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ"

Διπλωματική μελέτη

ΕΜΜΑΝΟΥΕΛΑΣ ΔΗΜΗΤΡΟΥΛΑΚΗ

Θέμα

ΣΧΕΣΕΙΣ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΤΙΣ ΕΠΙΣΤΗΜΟΛΟΓΙΚΕΣ ΠΕΠΟΙΘΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΤΗΝ ΕΠΙΔΟΣΗ ΤΟΥΣ

Επιβλέπων Καθηγητής

ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΦΙΛΙΠΠΟΥ

Αθήνα, Μάρτιος 2009

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία

εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών

για την απόκτηση του

Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

που απονέμει το

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεπταπτυχιακών Σπουδών

«Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»

Εγκρίθηκε την 18/03/09 από εξεταστική επιτροπή αποτελούμενη από τους:

Ονοματεπώνυμο	Βαθμίδα	Υπογραφή
1. **Φιλίππου Γεώργιος** (επιβλέπων)	Καθηγητής Πανεπιστημίου Κύπρου	……..
2. Δαμιανού Χαράλαμπος	Αναπληρωτής Καθηγητής ΕΚΠΑ	……..…
3. Κλαουδάτος Νικόλαος	Δρ. Διδακτικής Μαθηματικών	…….. .

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να απευθύνω θερμές ευχαριστίες στον επιβλέποντα μου, τον Καθηγητή του Πανεπιστημίου Κύπρου κ. Γιώργο Φιλίππου για την πολύτιμη βοήθειά του, την καθοδήγηση και τις συμβουλές κατά την εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Αναπληρωτή Καθηγητή του Πανεπιστημίου Αθηνών κ. Χ. Δαμιανού και τον κ. Ν. Κλαουδάτο Δρ. και διδάσκοντα του τμήματος, που με τίμησαν με τη συμμετοχή τους ως μέλη της τριμελούς εξεταστικής επιτροπής. Ευχαριστώ την κα Marlene Schommer-Aikins, PhD που είχε την καλοσύνη να μου στείλει το ερωτηματολόγιο της καθώς και χρήσιμες οδηγίες για τη διεξαγωγή της έρευνας μου.

Επίσης, ευχαριστώ ολόψυχα τους συναδέλφους καθηγητές μαθηματικών οι οποίοι δέχτηκαν με προθυμία και ευαισθησία να συμμετάσχουν και να βοηθήσουν στη διεξαγωγή της παρούσας έρευνας.

Τέλος, ευχαριστώ την οικογένεια μου και τον σύντροφο μου για την αμέριστη υποστήριξη τους.

Δημητρουλάκη Εμμανουέλα

Αθήνα, 18 Μαρτίου 2009

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ-ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ……..... 6
ΠΕΡΙΛΗΨΗ……..... 8

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ι: ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ
Περίληψη……... 10
Η έννοια της πεποίθησης……... 10
Η έννοια της προσωπικής επιστημολογίας……... 11
Η μελέτη της προσωπικής επιστημολογίας…..... 13
Επιστημολογικές πεποιθήσεις και μαθηματικά……..... 17
Ερευνητικές προσπάθειες στον ελλαδικό χώρο……..... 20
Ερευνητικά ερωτήματα……..... 20
Η αναγκαιότητα της έρευνας……..... 21

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙ: ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΤΗΣ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ
Περίληψη……... 24
Μονοδιάστατες θεωρίες επιστημολογικών πεποιθήσεων……..... 24
Πολυδιάστατες θεωρίες επιστημολογικών πεποιθήσεων……..... 33
Ειδικές και γενικές επιστημολογικές πεποιθήσεις……..... 44
Επιστημολογικές πεποιθήσεις και μαθηματικά……..... 49
Επιστημολογικές πεποιθήσεις και επίδοση……... 60
Επιστημολογικές πεποιθήσεις εκπαιδευτικών……..... 63

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙΙ: ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ
Περίληψη……... 66
Συμμετέχοντες……... 66
Μέσα συλλογής δεδομένων……..... 67
Διαδικασία εκτέλεσης της έρευνας……... 71
Στατιστική επεξεργασία δεδομένων…….. 71

ΚΕΦΑΛΑΙΟ IV: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ
Περίληψη……..... 73
Παράγοντες επιστημολογικών πεποιθήσεων……... 74

Επίδοση μαθητών ως προς τις επιστημολογικές τους πεποιθήσεις……..... 77
Σύγκριση επιστημολογικών πεποιθήσεων ανάμεσα στα δύο φύλα……..... 79
Σχέση επιστημολογικών πεποιθήσεων και επίδοσης……..... 79
Σύγκριση επιστημολογικών πεποιθήσεων μαθητών που διαφέρουν ως προς τον εκπαιδευτικό……..... 83
Ανάλυση δεδομένων δείγματος εκπαιδευτικών……..... 90
Σύγκριση επιστημολογικών πεποιθήσεων διδασκόντων και μαθητών…..... 94

ΚΕΦΑΛΑΙΟ V: ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Περίληψη…….. 97
Η δομή των επιστημολογικών πεποιθήσεων……..... 97
Επίδοση μαθητών ως προς τις επιστημολογικές τους πεποιθήσεις..... 99
Επιστημολογικές πεποιθήσεις και φύλο..... 100
Επιστημολογικές πεποιθήσεις και επίδοση στα μαθηματικά……..... 101
Σχέση ανάμεσα στις επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών για τα μαθηματικά και των εκπαιδευτικών τους……..... 102

ΑΝΑΦΟΡΕΣ……..... 106
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1: Ερωτηματολόγιο μαθητών……..... 109
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2: Ερωτηματολόγιο εκπαιδευτικών……..... 113
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3: Πίνακες……..... 116

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ – ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Πίνακας 1 Στοιχεία παραγοντικής ανάλυσης-Κλίμακες..... 116

Πίνακας 2 Στοιχεία παραγοντικής ανάλυσης-Παράγοντες..... 76

Πίνακας 3 Περιγραφικά μέτρα για τους τέσσερις παράγοντες 78

Πίνακας 4 Σύγκριση Ε.Π. ανάμεσα στα δύο φύλα..... 79

Πίνακας 5 Συντελεστές συσχέτισης επίδοσης και Ε.Π..... 80

Πίνακας 6 Κατανομή των μαθητών κατά επίδοση και οι αντίστοιχες πεποιθήσεις. 81

Πίνακας 7 Σύγκριση Ε.Π. μαθητών διαφορετικής επίδοσης..... 82

Πίνακας 8 Μέση επίδοση και τυπικές αποκλίσεις στις Ε.Π. μαθητών διαφορετικών εκπαιδευτικών..... 85

Πίνακας 9 Μέση επίδοση και τυπική απόκλιση των Ε.Π. μαθητών διαφορετικών εκπαιδευτικών για κάθε παράγοντα..... 86

Πίνακας 10 Σύγκριση των Ε.Π. μαθητών διαφορετικών εκπαιδευτικών- απλή ANOVA..... 88

Πίνακας 11 Σύγκριση Ε.Π. μαθητών διαφορετικών εκπαιδευτικών..... 99

Πίνακας 12 Παράγοντες Ε.Π. έρευνας Schommer (1990) και παρούσας έρευνας..... 119

Διάγραμμα 1 Μοντέλο δομής συστήματος πεποιθήσεων των μαθητών για τα μαθηματικά 59

Διάγραμμα 2 Διαστάσεις και υποκλίμακες ερωτηματολογίου SEBQ..... 69

Διάγραμμα 3 Κλίμακες και παράγοντες Ε.Π. μαθητών για τα μαθηματικά..... 77

Διάγραμμα 4 Διασπορά μεταξύ Ε.Π. και επίδοσης..... 83

Διάγραμμα 5 Κατανομή των επιστημολογικών πεποιθήσεων των μαθητών ανά εκπαιδευτικό..... 84

.

Στους γονείς μου,
Μιχάλη και Σούλα

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τις τελευταίες δεκαετίες έχει παρατηρηθεί έντονη αύξηση του ενδιαφέροντος των ερευνητών στην εκπαιδευτική έρευνα. Τα μαθηματικά ήταν πάντοτε πεδίο δοκιμής και έλεγχου για τις εκάστοτε ψυχολογικές θεωρίες μάθησης, όχι μόνο επειδή αποτελούν ένα σημαντικό και δομημένο πεδίο γνώσης αλλά και γιατί αυτά ήταν και παραμένουν το γνωστικό αντικείμενο στο οποίο οι μαθητές αντιμετωπίζουν τις περισσότερες δυσκολίες. Τα τελευταία πενήντα χρόνια έχει ενταχθεί το ενδιαφέρον της παιδαγωγικής έρευνας στη κατανόηση του συναισθηματικού τομέα στη μαθησιακή διαδικασία. Οι μέχρι τώρα έρευνες καταδεικνύουν ότι ο συναισθηματικός τομέας, συνεπιδρώντας με τον γνωστικό, διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στη διαδικασία μάθησης. Ένα από τα πεδία που συμπεριλαμβάνει τη συναισθηματική διάσταση της μάθησης είναι η “Προσωπική Επιστημολογία”. Ποια είναι τα “πιστεύω” των μαθητών ή των εκπαιδευτικών για τη γνώση και τη μάθηση των μαθηματικών;

Η αξία μελέτης των επιστημολογικών πεποιθήσεων έγκειται στο ότι κατά κανόνα επηρεάζουν τη συμπεριφορά και τη δράση των ατόμων. Η παραδοχή ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις αναπτύσσονται, εξελίσσονται και επηρεάζουν τη συμπεριφορά των ατόμων, υποδεικνύει την ανάγκη συμπερίληψης στόχων από την πλευρά του συναισθηματικού τομέα. Πρωτίστως όμως, θα πρέπει να ερευνηθούν και να αναλυθούν πλήρως οι συνιστώσες της προσωπικής επιστημολογίας.

Ήδη, από τη δεκαετία του ’50 έχει συσσωρευτεί πλήθος ερευνητικών δεδομένων και εργαλείων που μελετούν την προσωπική επιστημολογία. Στις περισσότερες έρευνες σπανίως έχει παρατηρηθεί ομοφωνία μεταξύ των επιστημόνων, ενώ στη πλειονότητα των ερευνών τα πιστεύω των ατόμων για τη γνώση και τη μάθηση μελετώνται ανεξάρτητα από κάποιο επιστημονικό πεδίο. Είναι όντως ανεξάρτητη ή οι πεποιθήσεις των μαθητών διαφέρουν ανάλογα με το γνωστικό αντικείμενο στο οποίο αναφέρονται; Κάτω από αυτήν την υπόθεση, ποιες είναι οι ειδικές επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών και των εκπαιδευτικών για τα μαθηματικά; Από την άλλη, υπάρχει πολιτισμική επίδραση στην προσωπική επιστημολογία; Διαθέτουμε πολύ λίγα στοιχεία για τον Ελλαδικό χώρο αφού μόνο τα τελευταία χρόνια το ενδιαφέρον των ερευνητών εντείνεται προς το συγκεκριμένο αντικείμενο μελέτης.

Στην παρούσα έρευνα, για τη διερεύνηση των επιστημολογικών πεποιθήσεων των ελλήνων μαθητών, συλλέχθηκαν δεδομένα από 230 μαθητές Γ΄ γυμνασίου και Α΄

λυκείου με μια μετάφραση - προσαρμογή του ερωτηματολογίου της Schommer (1990). Στη συνέχεια, εξετάστηκαν οι απόψεις των εκπαιδευτικών που δίδασκαν στα αντίστοιχα τμήματα με ένα ερωτηματολόγιο ανοικτού τύπου. Τα ποσοτικά δεδομένα που συλλέχθηκαν έτυχαν επεξεργασίας και ανάλυσης με περιγραφική και επαγωγική στατιστική μέσω του λογισμικού πακέτου SPSS. Αναφορικά με τη δομή των επιστημολογικών πεποιθήσεων, μέσα από την ανάλυση των αποτελεσμάτων, προέκυψε μια σειρά παραγόντων οι οποίοι συνθέτουν τις επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών, αυτές είναι:

- Έμφυτη ικανότητα μάθησης των μαθηματικών
- Απλότητα της μαθηματικής γνώσης
- Αποδοχή της προερχόμενης από την αυθεντία μαθηματικής γνώσης
- Βεβαιότητα μαθηματικής γνώσης και ταχύτητα μάθησης των μαθηματικών

Αντίθετα με άλλες έρευνες, δεν διαπιστώθηκαν διαφορές ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια. Βρέθηκε επίσης, ότι μαθητές με λιγότερο εκλεπτυσμένες επιστημολογικές πεποιθήσεις για τα μαθηματικά παρουσιάζουν χαμηλότερη επίδοση σε σύγκριση με άλλους που διατηρούν πιο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις. Τέλος, δεν προέκυψε το συμπέρασμα ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών είναι επηρεασμένες από τις αντίστοιχες των εκπαιδευτικών τους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ι
ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Περίληψη

Οι επιστημολογικές πεποιθήσεις (Ε.Π.) αναφέρονται στα «πιστεύω» ενός ατόμου σχετικά με τη φύση της γνώσης και της μάθησης. Η αξία μελέτης των πεποιθήσεων έγκειται στο ότι κατά κανόνα επηρεάζουν τη συμπεριφορά και τη δράση των ατόμων. Τεκμηριωμένα οι επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών και των εκπαιδευτικών έχουν επισημανθεί ως ο βασικός παράγοντας που επιδρά στη μαθησιακή διαδικασία. Στο διεθνή χώρο, από τη δεκαετία του ’50 και μετά, έχει συσσωρευτεί πλήθος ερευνητικών δεδομένων τα οποία εξετάζουν το ζήτημα της προσωπικής επιστημολογίας από διαφορετικές πτυχές. Στις περισσότερες από αυτές τις έρευνες σπανίως έχει παρατηρηθεί ομοφωνία μεταξύ των επιστημόνων, ενώ ελάχιστες εστιάζουν ειδικά στα μαθηματικά. Από την άλλη, στον ελλαδικό χώρο, μόνον τα τελευταία χρόνια παρατηρήθηκε αύξηση του ενδιαφέροντος των ερευνητών στο συγκεκριμένο αντικείμενο μελέτης. Στην παρούσα έρευνα, στόχος μας είναι να εξετάσουμε τη δομή των επιστημολογικών πεποιθήσεων των ελλήνων μαθητών γυμνασίου και λυκείου για τα μαθηματικά καθώς και πως αυτές επηρεάζουν την επίδοση τους. Επίσης, θα εξεταστεί πως αυτές σχετίζονται με το φύλο και τις επιστημολογικές πεποιθήσεις των αντίστοιχων εκπαιδευτικών.

Η έννοια της πεποίθησης

Οι πεποιθήσεις ενός ατόμου μπορούν να οριστούν ως οι υποκειμενικές του γνώσεις, θεωρίες και αντιλήψεις που περιλαμβάνουν και μια συναισθηματική συνιστώσα. Οι λόγοι που ωθούν το άτομο να υιοθετήσει μια πεποίθηση είναι υποκειμενικοί και βασίζονται σε δεδομένα από τη ζωή του. Συνεπώς, οι πεποιθήσεις μπορούν να θεωρηθούν ως λογικά συμπεράσματα από τη ζωή του ατόμου στα οποία υπάρχει συναισθηματική εμπλοκή (Φιλίππου & Χρίστου, 2001). Συνήθως, σχετίζονται με εσωτερικές αναπαραστάσεις (representations) βαθιά ριζωμένες και εκφράζονται με διαφορετικούς τρόπους. Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό των πεποιθήσεων είναι η διαφορά τους από την αντικειμενική δηλαδή την κοινά αποδεκτή γνώση. «Η

σημασιολογική διαφορά ανάμεσα στις πεποιθήσεις και τις γνώσεις είναι ότι οι μεν πεποιθήσεις είναι υποκειμενικές απόψεις ή «γνώσεις» οι οποίες είναι αμφισβητήσιμες και διαφοροποιήσιμες, ενώ οι γνώσεις με τη συνήθη έννοια του όρου εμπεριέχουν το στοιχείο της αντικειμενικότητας και περιλαμβάνουν αποδεκτά κριτήρια για τον έλεγχο ή την επαλήθευση τους» (Φιλίππου & Χρίστου, 2001, σελ. 34). Για παράδειγμα, ένας δάσκαλος μπορεί να εκτιμά με βάση τη μακρόχρονη εμπειρία του ότι μια διδακτική προσέγγιση είναι πιο αποδοτική από μια άλλη. Ωστόσο, δεν είναι σε θέση να τεκμηριώσει την άποψη του εφόσον δεν έχει πραγματοποιήσει καμία συστηματική έρευνα.

Οι επιστημολογικές πεποιθήσεις, όπως τις αντιλαμβάνονται οι εκπαιδευτικοί, είναι πεποιθήσεις αναφορικά με τη φύση της γνώσης και της μάθησης. Ανάλογα με τη περιοχή στην οποία εστιάζεται το ερευνητικό ενδιαφέρον, οι πεποιθήσεις μπορεί να αναφέρονται στη βεβαιότητα, την πηγή, την αιτιολόγηση, την απόκτηση, και τη δομή της γνώσης. Από τη δεκαετία του '50, έχουν συσσωρευτεί ερευνητικά δεδομένα που οδηγούν σε σημαντικές συνδέσεις μεταξύ των επιστημολογικών πεποιθήσεων και μάθησης. (δείτε π.χ., Dweck & Leggett, 1988˙ Hofer & Pintrich, 1997˙ Schommer & Walker, 1997˙ Schraw, Dunkle, & Bendixen, 1995). Παραδείγματος χάριν, έχει διαπιστωθεί ότι όσο περισσότερο οι μαθητές θεωρούν ότι η γνώση είναι απλή και συγκεκριμένη τόσο πιθανότερο είναι να υπεραπλουστεύσουν σύνθετες πληροφορίες κειμένων, να αντιμετωπίζουν αποσπασματικά τη γνώση, να παρερμηνεύσουν συμπεράσματα, και να επιδιώξουν μονοδιάστατες απαντήσεις. Από την άλλη, έχει επισημανθεί από πολλούς ερευνητές ότι οι Ε.Π. των εκπαιδευτικών έχουν άμεση σχέση με τον τρόπο σχεδιασμού και οργάνωσης των μαθησιακών δραστηριοτήτων στην τάξη.

Η έννοια της προσωπικής επιστημολογίας

Η επιστημολογία γενικά, είναι ένας κλάδος της φιλοσοφίας που ασχολείται με την επιστημονική γνώση θέτοντας θεμελιώδη ερωτήματα όπως τα ακόλουθα: «Ποιες είναι οι απαρχές της επιστημονικής γνώσης;» (Εμπειρικές η Ορθολογικές;); «Ποια είναι τα κριτήρια εγκυρότητας της επιστημονικής γνώσης;» (Ικανότητα πρόβλεψης πραγματικών γεγονότων ή Λογική συνέπεια;), «Ποιος είναι ο χαρακτήρας της διαδικασίας ανάπτυξης της επιστημονικής γνώσης;» (Συσσώρευση και συνέχεια ή

περίοδοι φυσιολογικής ανάπτυξης, επιστημονικές επαναστάσεις και ασυνέχεια ή μεταπτώσεις και βελτιώσεις σε επιστημονικά προγράμματα;) (Sieprinska & Lerman, 2002). Αρκετοί ερευνητές (δείτε Lederman et al., 2002˙ Lederman & O'Malley, 1990) θεωρούν ότι η επιστημολογία είναι συνώνυμη με τη φύση της επιστήμης, δηλαδή τις αξίες και τις πεποιθήσεις που είναι σχετικές με την επιστημονική γνώση και την ανάπτυξή της. Οι Ryder, Hind, & Leach (2001) υποστηρίζουν ότι η επιστημολογία της επιστήμης αναφέρεται στους τρόπους με τους οποίους η γνώση αναπτύσσεται και αιτιολογείται. Για παράδειγμα, τι προβληματίζει τους επιστήμονες καθώς και το εύρος των ερευνητικών σχεδιασμών που χρησιμοποιούν για να επιλύσουν τον προβληματισμό και να οδηγηθούν στη γνώση (Sieprinska & Lerman, 2002).

Η φιλοσοφική προοπτική στην επιστημολογία αφορά, σε γενικές γραμμές, στη μελέτη της έννοιας της γνώσης και ακόμη περισσότερο τη μελέτη του πώς κανείς μπορεί να δικαιολογήσει εκείνο που πράγματι ξέρει. Η επιστημολογία λοιπόν δεν ασχολείται με τις πεποιθήσεις των ατόμων για τη γνώση ή τη μάθηση αυτή καθ' εαυτή, αλλά με κάτι περισσότερο από αυτό. Από την άλλη, οι ερευνητές που ασχολούνται με την επιστημολογία από ψυχολογική σκοπιά εστιάζουν στο πως- για παράδειγμα- οι πεποιθήσεις των μαθητών για τη μάθηση και τη γνώση επηρεάζουν την επίδοση τους στο σχολείο. Εντούτοις, πώς μπορούμε να χτίσουμε τα πρότυπα όταν δεν έχουμε επιτύχει συμφωνία για τη φύση και το πεδίο του κεντρικού κατασκευάσματος; Πως μπορούμε να είμαστε σίγουροι ότι μιλάμε για το ίδιο επιστημολογικό φαινόμενο αν, για παράδειγμα, η μεταβλητή Α στη φιλοσοφία, μπορεί να είναι Α1 στην ψυχολογία και Α2 στην εκπαίδευση;

Προκειμένου να διαχωριστεί η φιλοσοφική από τη ψυχολογική μελέτη για τη γνώση, οι Hofer και Pintrich (2001) και οι Muis et al. (2006) χρησιμοποίησαν τον όρο «προσωπική επιστημολογία» τον οποίο είχε εισάγει η Schommer (1990). Αντιθέτως, η Alexander και οι συνεργάτες της (2006), στην ερευνά τους, απέφυγαν τη χρήση του παραπάνω όρου τον οποίο χαρακτήρισαν παρεξηγήσιμο, προτιμώντας τον όρο «επιστημονικές πεποιθήσεις». Σύμφωνα πάντως με την Alexander (2006), ο Dewey πιθανώς να θεωρούσε άσκοπο τον παραπάνω προβληματισμό διότι οι απώλειες που έχουμε από τον λεκτικό προσδιορισμό της συγκεκριμένης θεματολογίας δεν είναι σημαντικές, ενώ οι προσπάθειες να προσδιοριστεί λεκτικά η έννοια αυτή θα ήταν άκαρπες.

Στη παρούσα μελέτη με τη χρήση του όρου «επιστημολογικές πεποιθήσεις» των μαθητών θα αναφερόμαστε στις προσωπικές τους θεωρίες και αντιλήψεις για τη γνώση και τη μάθηση. Με τον όρο «λιγότερο εκλεπτυσμένες» Ε.Π. θα αναφερόμαστε σε πεποιθήσεις οι οποίες δεν επιτρέπουν στο άτομο υψηλού επιπέδου σκέψη. Για παράδειγμα, σύμφωνα με έρευνες των Schommer, Crouse, και Rhodes (1992) όσο κάποιος πιστεύει στην απλότητα της γνώσης τόσες περισσότερες δυσκολίες συναντά στη κατανόηση ενός σύνθετου κειμένου και στη χρήση στρατηγικών μάθησης (Schommer, 2004).

Μέσα από τη βιβλιογραφία σε αυτόν τον θεματικό τομέα, διακρίνουμε ποικιλία θεωριών και εργαλείων μελέτης της προσωπικής επιστημολογίας. Σαφώς, υπάρχει και μια ιστορική άποψη στις αλλαγές της έννοιας της προσωπικής επιστημολογίας. Τις τελευταίες δύο δεκαετίες παρουσιάστηκε και τελικά επικράτησε η θέση ότι η σύνθετη φύση των επιστημολογικών πεποιθήσεων δεν είναι δυνατό να περιγραφεί από ένα μονοδιάστατο μοντέλο.

Η μελέτη της προσωπικής επιστημολογίας

Πρωτοπόρος στο ζήτημα διερεύνησης της προσωπικής επιστημολογίας, ο Perry (1968) προσέγγισε το θέμα με μια θεωρία θέσεων μέσα από τις οποίες περνούν τα άτομα για να αντιληφθούν την πολυπλοκότητα της γνώσης. Η δουλεία του Perry αποτέλεσε βάση για πολλούς ερευνητές (π.χ., Kithener & King, 1981˙ Belenky et al., 1986˙ Magolda, 1989), οι οποίοι όμως ερεύνησαν την προσωπική επιστημολογία από διαφορετικές προοπτικές.

Οι Kithener και King (1981) κατασκεύασαν το Reflective Judgment Model, στο οποίο περιγράφονται επτά στάδια ανάπτυξης. Στα πρώτα στάδια των σπουδών τους, οι φοιτητές πιστεύουν στη βεβαιότητα της γνώσης αλλά με την πάροδο του χρόνου, σταδιακά, αντιλαμβάνονται την πολυπλοκότητα της.

Κάποιοι ερευνητές εστίασαν το ενδιαφέρον τους στις γυναικείες επιστημολογικές πεποιθήσεις (δείτε Magolda, 1992˙ Belenky et al., 1986˙ Clinchy, Goldberger, & Tarule, 1986). Για παράδειγμα, οι Belenky et al. (1986) ανέπτυξαν πέντε διαφορετικές κατηγορίες επιστημολογικών πεποιθήσεων αναφορικά με τους τρόπους που σκέπτονται οι γυναίκες. Στα κατώτερα στάδια επιστημολογικών πεποιθήσεων οι γυναίκες δεν έχουν άποψη. Αποδέχονται τις γνώσεις ακόμα και αν δεν τις

καταλαβαίνουν. Στα ενδιάμεσα στάδια, αποδέχονται μόνο ότι συμφωνεί με τις προσωπικές τους απόψεις και τέλος, στα ανώτερα επίπεδα επιστημολογικών πεποιθήσεων, κατανοούν ότι η γνώση αιτιολογείται τόσο μέσα από προσωπικά όσο και μέσα από αντικειμενικά κριτήρια (αναφορά στο Duell & Schommer, 2001). Η Magolda και οι συνεργάτες της (δείτε Magolda, 1989, 1998˙ Magola & Porterfield, 1985), επέκτειναν τη δουλειά του Perry με το να συγκρίνουν ανδρικές και γυναικείες επιστημολογικές πεποιθήσεις. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι στα πρώτα στάδια του Perry (1968) οι γυναίκες αποδέχονται τη γνώση χωρίς συζήτηση σε αντίθεση με τους άνδρες οι οποίοι εκφράζουν αμφιβολίες κατά τη διάρκεια της μαθησιακής διαδικασίας. Στη πορεία η γνώση για τις γυναίκες αποκτά έναν καθαρά υποκειμενικό χαρακτήρα, ενώ για τους άνδρες έναν απόλυτα αντικειμενικό και απρόσωπο. Τέλος, στα ανώτερα στάδια οι γυναίκες σε αντίθεση με τους άνδρες λαμβάνουν υπ' όψιν απόψεις άλλων.

Κάποιοι ερευνητές μελέτησαν τις επιστημολογικές πεποιθήσεις ανεξάρτητα από τις απόψεις του Perry. Για παράδειγμα η Dweck (1999) μελέτησε τις πεποιθήσεις των μαθητών για την ευφυΐα. Διαχώρισε τους μαθητές σε δυο κατηγορίες: α) σε αυτούς που θεωρούν ότι η ικανότητα του να μαθαίνει κανείς είναι έμφυτη – γενετικά προσδιορισμένη, την έχει κανείς ή δεν την έχει (fixed theorists) και β) στους μαθητές που θεωρούν ότι η ικανότητα μάθησης είναι εξελίξιμη (incremental theorists). Οι πρώτοι σε αντίθεση με τους δεύτερους όταν έρχονται αντιμέτωποι με μια δύσκολη δραστηριότητα, «παραδίδουν γρήγορα τα όπλα». Μια άλλη κατηγορία μαθητών που δεν επιμένουν σε δύσκολες δραστηριότητες είναι αυτοί που πιστεύουν στη γρήγορη μάθηση δηλαδή δίνουν πολύ λίγο χρόνο στον εαυτό τους να σκεφτεί ένα πρόβλημα.

Η Schommer (1990) παρατήρησε πως οι μελέτες οι οποίες είχαν προηγηθεί παρουσίαζαν την προσωπική επιστημολογία με έναν μονοδιάστατο τρόπο, κάτι που δεν συνάδει με την πολυπλοκότητα της. Έτσι, πρότεινε πολυδιάστατο μοντέλο για τις πεποιθήσεις, θεωρώντας ότι η προσωπική επιστημολογία θα απεικονιζόταν καλύτερα ως σύστημα που αποτελείται από «περισσότερο ή λιγότερο» ανεξάρτητες πεποιθήσεις. Πρόβαλε, δηλαδή, τη σύνθετη φύση των επιστημολογικών πεποιθήσεων. Η ανεξαρτησία έγκειται στο ότι οι διαφορετικές πεποιθήσεις μπορεί να μην αναπτύσσονται στον ίδιο βαθμό, δηλαδή δεν βρίσκονται κατ' ανάγκη σε συγχρονισμό, πράγμα που σημαίνει ότι η προσωπική επιστημολογία είναι πολυδιάστατη.

Τα ερευνητικά ερωτήματα της προσωπικής επιστημολογίας μπορούν να ερμηνευτούν με διάφορους τρόπους. Μπορούν να τεθούν στη πλήρη γενικότητα τους, όπως παραπάνω, ή μπορεί να γίνουν πιο συγκεκριμένα σε σχέση με κάποιο ειδικό τομέα επιστημονικής γνώσης, για παράδειγμα, τα μαθηματικά. Οι έρευνες στις οποίες αναφερθήκαμε παραπάνω εξετάζουν τις επιστημολογικές πεποιθήσεις των ατόμων ανεξαρτήτως γνωστικού αντικειμένου. Παρόλα αυτά, υπάρχουν ενδείξεις ότι οι προσωπικές πεποιθήσεις διαφέρουν ανάλογα με τον σκοπό και το αντικείμενο μελέτης, χωρίς, ωστόσο, να υπάρχει ομοφωνία στο συγκεκριμένο ζήτημα.

Οι Schommer και Walker (1995) εξέτασαν κατά πόσο διαφοροποιούνται οι επιστημολογικές πεποιθήσεις σε δύο γνωστικά αντικείμενα, τις κοινωνικές επιστήμες και τα μαθηματικά (Schommer, 2003). Δηλαδή εξέτασαν κατά πόσο υπάρχει διαφοροποίηση των επιστημολογικών πεποιθήσεων ανάλογα με το γνωστικό αντικείμενο – διαφοροποίηση κατά πεδίο. Η ανάλυση των στοιχείων της ερευνάς έδειξε υψηλή συσχέτιση μεταξύ των επιστημολογικών πεποιθήσεων στα δυο γνωστικά πεδία, και οι ερευνητές συμπέραναν ότι, μέχρι ενός ορίου, οι πεποιθήσεις των μαθητών δεν διαφοροποιούνται ανάλογα με το πεδίο. Οι διαφορές που εντοπίζονται πιθανώς έχουν να κάνουν με τη διαφορά στη δομή του γνωστικού πεδίου. Οι κοινωνικές επιστήμες σε αντίθεση με τα μαθηματικά θεωρούνται ως ένα «χαλαρά δομημένο» γνωστικό αντικείμενο αφού οι σχέσεις μεταξύ των θεμάτων που διαπραγματεύονται είναι πιο περίπλοκες και δυσνόητες από άλλες επιστήμες.

Μια διαφορετική εργασία πραγματοποιήθηκε από τους Paulsen και Wells (1998) (Schommer, 2003). Η ερευνά τους διαφοροποιείται από αυτή των Schommer και Walker στο γεγονός ότι αυτοί εξέτασαν φοιτητές διαφορετικών σχολών ως προς τις επιστημολογικές τους πεποιθήσεις. Ισχυρίστηκαν ότι η θετική συσχέτιση που βρέθηκε στην έρευνα των Schommer και Walker, δεν οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις είναι ανεξάρτητες του γνωστικού πεδίου. Αφού, αυτό μπορεί να οφείλεται στο γεγονός ότι τα δυο γνωστικά αντικείμενα που εξετάσθηκαν στη συγκεκριμένη έρευνα συγκαταλέγονται, σύμφωνα με τον Biglan, (1973) στην ίδια κατηγορία, αυτή των «θεωρητικών» επιστημών.

Η Hofer (2000) εστιάζοντας στη διαφοροποίηση των επιστημολογικών πεποιθήσεων κατά πεδίο διαπίστωσε ότι οι φοιτητές είχαν τη τάση να θεωρούν τη γνώση της φυσικής πιο βέβαιη και απόλυτη ενώ ως πηγή γνώσης αντιλαμβάνονται την αυθεντία (source of knowledge: authority). Αντιθέτως, στην ψυχολογία η γνώση

χαρακτηρίζεται λιγότερο βέβαιη και βάση της αιτιολόγησης της είναι η προσωπική εμπειρία (justification for knowing: personal). Παρατήρησε λοιπόν ότι οι πρωτοετείς φοιτητές εμφανίζουν διαφορές ως προς τις επιστημολογικές τους πεποιθήσεις, ανάλογα με το αντικείμενο σπουδών στο οποίο αναφέρονται. Τα ευρήματα αυτά έρχονται σε αντίθεση με αυτά των Schommer και Walker (1995). Επίσης, με ανάλυση παλινδρόμησης για τη σύγκριση των επιστημολογικών πεποιθήσεων φοιτητών διαφορετικών επιστημονικών πεδίων, διαπιστώθηκε ότι οι φοιτητές των φυσικών επιστημών συγκριτικά με τους φοιτητές των κοινωνικών επιστημών αντιλαμβάνονται σε μεγαλύτερο βαθμό την αλήθεια ως κάτι το εφικτό (attainability of truth). Αυτό συνάδει με τα ευρήματα των Jehng et al. (1993) καθώς και των Paulsen και Wells (1998).

Στην παραπάνω σύντομη ανασκόπηση, παρατηρούμε μια ιστορική προοπτική στις αλλαγές της μελέτης της προσωπικής επιστημολογίας, από την εποχή του Perry (1968). Ο Perry ξεκίνησε τη μελέτη των επιστημολογικών πεποιθήσεων τη δεκαετία του '60 εστιάζοντας στην απλότητα και βεβαιότητα της γνώσης. Από τότε παρατηρούνται πέντε κύματα αλλαγής στο τρόπο προσέγγισης. Μετέπειτα ερευνητές επικέντρωσαν την προσοχή τους στην αιτιολόγηση της γνώσης (π.χ., King & Kitchener, 1994˙ Kuhn, Pennington, & Leadbeater, 1983), στην αντιμετώπιση της αβεβαιότητας (π.χ., Boyes & Chandler, 1992), σε ζητήματα φύλου (π.χ., Magolda, 1992˙ Blenkey et al., 1986˙ Galotti et al., 1999), στο πολυδιάστατο των επιστημολογικών πεποιθήσεων (Schommer, 1998), και τέλος στην ιδιαιτερότητα των γνωστικών αντικειμένων (π.χ., De Corte, Verschaffel, Ratinckox, & Frere, 1998˙ Hammer, 1994˙ Mori, 1996˙ Schoenfeld, 1989). Είναι σημαντικό να ληφθεί υπόψη ότι τα εργαλεία που αναπτύχθηκαν για τη διεξαγωγή των παραπάνω ερευνών ήταν επηρεασμένα από την εκάστοτε θεωρία. Κατά τον ίδιο τρόπο, το εκάστοτε εργαλείο μέτρησης των επιστημολογικών πεποιθήσεων μπορούσε αμοιβαία να επηρεάσει τη θεωρία. Για παράδειγμα, στη περίπτωση της συνέντευξης οι λέξεις που χρησιμοποιούν οι συμμετέχοντες παίζουν πολύ σημαντικό ρόλο για τον ερευνητή στο να καθορίσει με ακρίβεια την προσωπική επιστημολογία μέσα από τις απόψεις τους (π.χ., Baxter Magolda, 1991˙ Belenky et al., 1986). Αλλά το ίδιο πράγμα μπορεί να ειπωθεί για τα ερωτηματολόγια πολλαπλής επιλογής. Παραδείγματος χάριν, η Schommer (1990) αρχικά υπέθεσε πέντε επιστημολογικές πεποιθήσεις. Το εργαλείο της παρήγαγε με συνέπεια μόνο τέσσερις. Αυτό την οδήγησε στο να επανεξετάσει τόσο το εργαλείο όσο και τη θεωρία. Εύλογα γεννάται το ερώτημα αν τα στοιχεία

αξιολόγησης του παράγοντα που δεν προέκυψε (πηγή της γνώσης) είναι ανεπαρκή, ή ο παράγοντας αυτός συνδυάζεται με άλλες επιστημολογικές πεποιθήσεις, παραδείγματος χάριν, τη βεβαιότητα της γνώσης, ώστε να μη μπορεί να απομονωθεί. Ως εκ τούτου, η επιλογή ενός επιστημολογικού εργαλείου αποτελεί αρκετά μεγάλη πρόκληση για έναν ερευνητή.

Επιστημολογικές πεποιθήσεις και μαθηματικά

Τα μαθηματικά ήταν πάντοτε πεδίο δοκιμής και έλεγχου για τις εκάστοτε ψυχολογικές θεωρίες μάθησης. Το ιδιαίτερο ενδιαφέρον των ερευνητών για τα μαθηματικά οφείλεται όχι μόνο στο γεγονός ότι αποτελούν ένα σημαντικό και δομημένο πεδίο γνώσης αλλά στο ότι αυτά ήταν και παραμένουν το γνωστικό αντικείμενο στο οποίο οι μαθητές αντιμετωπίζουν τις περισσότερες δυσκολίες.

Οι επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών για τα μαθηματικά σχετίζονται με την οντολογική φύση του αντικειμένου, τι είναι πως αναπτύσσονται και μπορεί να θεωρηθούν ότι αποτελούνται από το σύνολο των συνειδητών και υποσυνείδητων εννοιών, κανόνων, αναπαραστάσεων, αλγόριθμων και εμπειριών που έχουν άμεση ή έμμεση σχέση με τα μαθηματικά. Σύμφωνα με τον Schoenfeld (1985) (Op’t Eynde, De Corte, & Verschaffel, 2006), οι επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών για τα μαθηματικά είναι η οπτική εκείνη σύμφωνα με την οποία προσεγγίζουν διάφορες μαθηματικές δραστηριότητες. Στην πραγματικότητα, απεικονίζουν την άποψή τους για το τι είναι τα μαθηματικά, μια ερώτηση η οποία τίθεται συχνά καθ' όλη τη διάρκεια της ιστορίας των μαθηματικών και οι απαντήσεις οι οποίες έχουν δοθεί διαφέρουν κατά τη διάρκεια του χρόνου (de Corte, Greer, & Verschaffel, 1996).

Από τις αρχές του εικοστού αιώνα, μια γόνιμη και παραγωγική συζήτηση ανάδειξε τρεις τάσεις (σχολές) οι οποίες έφεραν τους χαρακτηρισμούς Φορμαλισμός, Λογικισμός, Διαισθητισμός και είχαν έναν κοινό στόχο: να απαλλάξουν τα μαθηματικά από ενδεχόμενες αντινομίες και αντιφάσεις. Η μαθηματική γνώση είναι στη συγκεκριμένη περίπτωση, απόλυτη βέβαιη και ανεξάρτητη από ιστορικές συγκυρίες. Οι απόψεις αυτές, όπως θα δούμε στη συνέχεια, παραπέμπουν στην αντίληψη της Πλατωνιστικής σχολής περί του κόσμου των ιδεών και ευνοούν μια διδακτική συμπεριφορά κατά την οποία ο δάσκαλος καθίσταται «αυθεντία» και κατέχει μια αδιαμφισβήτητη γνώση την οποία καλείται να μεταφέρει στους μαθητές.

Τις τελευταίες δεκαετίες, η άποψη ότι τα μαθηματικά είναι σώμα απόλυτων γεγονότων και διαδικασιών, που εξετάζει ποσότητες και τύπους, κάτω από μια ακλόνητη θεωρία, είναι υπό αμφισβήτηση. Από τη μια η ανακάλυψη των λογικών και σημασιολογικών παράδοξων, από την άλλη οι εργασίες του Godel, με τις οποίες απέδειξε ότι κανένα σύστημα του πρωτοβάθμιου προτασιακού μας λογισμού δεν μπορεί να αποδειχθεί ότι είναι συνεπές από μέσα, κλόνισαν την τυφλή εμπιστοσύνη στις αρχές της μαθηματικής επιστήμης (Κεϊσογλου, 2006). Σήμερα, επικρατεί οι άποψη ότι τα μαθηματικά μοντέλα δεν προϋπήρχαν, δεν είναι ανεξάρτητα από τους ανθρώπους, που τα κατασκευάζουν έστω και αν δίνουν την αίσθηση σε αυτούς ότι τα ανακάλυψαν. Κάποιοι ερευνητές (π.χ., Ernest, 1991˙ Schoenfeld, 1992) έχουν αντιληφθεί τα μαθηματικά ως μια δραστηριότητα βασισμένη στις ανθρώπινες πρακτικές, μια επιστήμη με σχέδια επίλυσης προβλήματος στη καρδιά της.

Με βάση τη δομή τους, σύμφωνα με τον Ernest (1989) οι πεποιθήσεις των μαθητών για τα μαθηματικά μπορούν να ενταχθούν στις ακόλουθες κατηγορίες (Φιλίππου & Χρίστου, 2001, σελ. 36):

Δυναμική θεώρηση: «τα μαθηματικά είναι μια διαρκώς αναπτυσσόμενη δημιουργία, μια διαδικασία διερεύνησης και ανακάλυψης της νέας γνώσης, που συμπληρώνει επεκτείνει ή διαφοροποιεί τη προηγούμενη»,

Στατική θεώρηση (Πλατωνιστική ιδεαλιστική άποψη): «τα μαθηματικά είναι ένα ενιαίο σώμα γνώσεων οι οποίες υπήρχαν πάντα και ο άνθρωπος τις ανακαλύπτει, μια κρυστάλλινη ενότητα γεγονότων και δομών συνδεδεμένων με τους ιστούς της»,

Εργαλειακή άποψη: «τα μαθηματικά αποτελούν ένα συγκροτημένο σύνολο συσσωρευμένων γεγονότων, κανόνων και δεξιοτήτων που χρησιμοποιούνται επιδέξια από τον ειδικό για τη επίτευξη πρακτικών στόχων (π.χ., βελτίωση του επιπέδου ζωής). Οι δάσκαλοι που υποστηρίζουν αυτή τη θεώρηση, δίνουν ιδιαίτερη έμφαση στην απομνημόνευση κανόνων και αλγορίθμων χωρίς να εμβαθύνουν στην αιτιολόγηση τους».

Με βάση την ιστορική εξέλιξη τα μαθηματικά αρχικά θεωρούνταν ως ένα παράδειγμα απόλυτης και ασφαλούς αλήθειας (μια άποψη που επικράτησε από την εποχή του Ευκλείδη έως τις μέρες του Lobatcevsky), αργότερα είχαμε την περίοδο της πολλαπλής φύσης του αντικειμένου που ακολούθησε τη λεγόμενη «απελευθέρωση

της γεωμετρίας» και της άλγεβρας και είχαμε πολλές διαφορετικές γεωμετρίες, άλγεβρες κλπ. Στη συνέχεια, ακολούθησε μια περίοδος σχετικισμού με χρονική οριοθέτηση την εγκατάλειψη της προσπάθειας για πλήρη λογική θεμελίωση των μαθηματικών και φτάσαμε στην παρούσα φάση όπου επικρατεί η αντίληψη του εξελισσόμενου δυναμικού χαρακτήρα της μαθηματικής επιστήμης μέσα στο πλαίσιο του σχετικισμού (Φιλίππου & Χρίστου, 2001).

Σύμφωνα με την καθημερινή εμπειρία, κατά τον Hersh (1986) οι αντιλήψεις των ατόμων για τα μαθηματικά μπορούν να συνοψιστούν ως εξής (Φιλίππου & Χρίστου, 2001, σελ. 37):

> «Τα μαθηματικά αντικείμενα είναι αποτέλεσμα ανθρώπινης δραστηριότητας. Εφευρίσκονται ή κατασκευάζονται από τον άνθρωπο άρα δεν τίθεται θέμα ανακάλυψης τους. Αυτό δεν πρέπει να θεωρηθεί με απόλυτο τρόπο αφού κάποιες πρώτες μαθηματικές ιδέες απαντούν στον φυσικό κόσμο».
>
> «Η κατασκευή μαθηματικών δεν είναι αποτέλεσμα τύχης αλλά προκύπτουν με την ενασχόληση με τα ήδη υπάρχοντα μαθηματικά για την εξυπηρέτηση αναγκών της καθημερινής ζωής και της επιστήμης.»
>
> «Από τη στιγμή της κατασκευής τους τα μαθηματικά αντικείμενα έχουν ιδιότητες π.χ. σχέσεις και αναλογίες καλά προσδιορισμένες, τις οποίες μπορεί να δυσκολευόμαστε πολύ να ανακαλύψουμε, αλλά υπάρχουν ανεξάρτητα του αν εμείς τις γνωρίζουμε ή όχι.»

Η σημασία μελέτης των πεποιθήσεων πηγάζει από το γεγονός ότι επηρεάζουν άμεσα τη συμπεριφορά του ατόμου. Η ανάληψη, δηλαδή, συγκεκριμένης δράσης προς επίτευξη προσωπικών στόχων υπηρετείται κατά κανόνα από τα πιστεύω του ατόμου (Φιλίππου & Χρίστου, 2001). Η μελέτη των επιστημολογικών πεποιθήσεων των μαθητών βοηθάει τους ερευνητές να κατανοήσουν καλύτερα την προέλευση, τη δομή και τις πολλαπλές επιπτώσεις του τομέα αυτού στη μαθησιακή διαδικασία. Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία (Schommer, 1994) οι επιστημολογικές πεποιθήσεις επηρεάζουν τον βαθμό με τον οποίο τα άτομα συμμετέχουν ενεργά στη διαδικασία της μάθησης και δεν είναι παθητικοί ακροατές, επιμένουν σε δύσκολες δραστηριότητες και δεν υποστηρίζουν τη γρήγορη μάθηση (all-in-all learning), κατανοούν γραπτά κείμενα και αντεπεξέρχονται σε δύσκολες δραστηριότητες (π.χ., προβλήματα ασθενούς δομής “ill-structure problems”).

Ερευνητικές προσπάθειες στον ελλαδικό χώρο

Στον ελλαδικό χώρο, η συστηματική παιδαγωγική έρευνα, γενικά έφθασε μόλις πρόσφατα. Ωστόσο, από το τέλος της δεκαετίας του 1980 και εφεξής παρατηρείται μια προοδευτική αύξηση της ερευνητικής παραγωγής. Στα πλαίσια ερευνητικού προγράμματος οι Φιλίππου και Χρίστου διεξήγαγαν μια σειρά από εμπειρικές μελέτες με σκοπό την ανάλυση των στάσεων και των πεποιθήσεων των μαθητών και των εκπαιδευτικών για τα μαθηματικά και τη διδασκαλία- μάθηση των μαθηματικών (Φιλίππου & Χρίστου, 2001). Πιο πρόσφατα, οι Μονογυιού, Καουρή και Φιλίππου (2006) διεξήγαγαν μια έρευνα με σκοπό να διερευνήσουν κατά πόσο υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα στις επιστημολογικές πεποιθήσεις των δασκάλων του δημοτικού σχολείου στα μαθηματικά και στις αντιλήψεις τους για τη μάθηση και τη διδασκαλία στο ίδιο μάθημα. Ανάλογη έρευνα διεξήχθη από την Κοκοσάρη (2006), η οποία εξέτασε τις επιστημολογικές πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών και το ρόλο τους στη διδακτική πρακτική. Παρά την παρατηρούμενη αύξηση της ερευνητικής παραγωγής τα τελευταία χρόνια, στον ελλαδικό χώρο, έχουν εξεταστεί μερικά μόνο από τα φλέγοντα ζητήματα της προσωπικής επιστημολογίας. Έτσι, η ανάγκη για περαιτέρω έρευνα στο ζήτημα των επιστημολογικών πεποιθήσεων, στην Ελλάδα, εξακολουθεί να υπάρχει και αποτέλεσε ένα από τα κίνητρα για τη διεξαγωγή της παρούσας έρευνας.

Ερευνητικά ερωτήματα

Η ανίχνευση των επιστημολογικών πεποιθήσεων των μαθητών για τα μαθηματικά και η επίδραση που έχουν οι πεποιθήσεις αυτές στην επίδοση τους στο συγκεκριμένο αντικείμενο είναι τα δύο κεντρικά ζητήματα αυτής της έρευνας. Προηγουμένως όμως χρειάζεται η εγκυροποίηση στο ελληνικό πολιτιστικό περιβάλλον ενός ερωτηματολογίου μέτρησης των επιστημολογικών πεποιθήσεων των μαθητών. Στην προκειμένη περίπτωση, επιλέχθηκε το ερωτηματολόγιο της Schommer (1990). Πιο συγκεκριμένα, τα ερευνητικά ερωτήματα στα οποία θα αναζητηθούν απαντήσεις είναι τα εξής:

1. Πόσο αποδοτικά μπορεί να χρησιμοποιηθεί το ερωτηματολόγιο της Schommer (1990) για τη μέτρηση των Ε.Π. των ελλήνων μαθητών των τάξεων Γ΄ γυμνασίου και Α΄ λυκείου; Προκύπτουν οι ίδιοι παράγοντες;

2. Πόσο εκλεπτυσμένες Ε.Π. διατηρούν οι έλληνες μαθητές της Γ΄ γυμνασίου και Α΄ λυκείου για τα μαθηματικά;
3. Υπάρχει σημαντική σχέση μεταξύ των Ε.Π. των ελλήνων μαθητών για τα μαθηματικά και της επίδοσης τους στο μάθημα αυτό;
4. Υπάρχουν σημαντικές διαφορές στις Ε.Π. ανάμεσα στα δύο φύλα;
5. Υπάρχει σημαντική σχέση ανάμεσα στις Ε.Π. των μαθητών και των αντίστοιχων εκπαιδευτικών;

Η αναγκαιότητα της έρευνας

Στο διεθνή χώρο, τις δύο τελευταίες δεκαετίες, παρατηρείται έντονη προσπάθεια από την ερευνητική κοινότητα να οριστούν και να αναλυθούν οι επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών καθώς επίσης να συσχετιστούν με άλλους παράγοντες όπως η επίδοση, το φύλο, η εκπαίδευση κ.α. Παρ' όλα αυτά, για πολλά από τα ιδιαίτερα ζητήματα που εξετάζονται, δεν έχει επιτευχθεί ομοφωνία μεταξύ των επιστημόνων, αφού οι έρευνες συχνά οδηγούν σε αντικρουόμενα αποτελέσματα. Τα αντιφατικά αυτά αποτελέσματα μπορεί να οφείλονται στο κοινωνικό-πολιτισμικό πλαίσιο μέσα στο οποίο διεξάγεται η έρευνα, στη χρησιμοποιούμενη κάθε φορά μεθοδολογία ή στην ομάδα στόχου. Η παρούσα έρευνα έχει ως στόχο την εξέταση των παραπάνω παραγόντων σε έλληνες μαθητές λυκείου. Στον ελλαδικό χώρο η ήδη υπάρχουσα ερευνητική προσπάθεια στο ζήτημα των επιστημολογικών πεποιθήσεων είναι αρκετά περιορισμένη, καθώς μόλις πρόσφατα ξεκίνησε η συστηματική παιδαγωγική έρευνα στο χώρο αυτό.

Ένα επιπλέον κίνητρο για τη διεξαγωγή της παρούσας έρευνας είναι το γεγονός ότι μέσα από την ανασκόπηση της σχετικής με το θέμα βιβλιογραφίας, διαπιστώθηκε ότι ελάχιστες έρευνες επικεντρώνονται αποκλειστικά στα μαθηματικά. Όμως, με ποιον τρόπο μπορεί να βοηθήσει μια έρευνα σχετική με τις πεποιθήσεις των μαθητών για τα μαθηματικά; Τα μαθηματικά αποτελούν το γνωστικό αντικείμενο στο οποίο οι μαθητές συναντούν αρκετές δυσκολίες. Ένα μεγάλο μέρος του σχολικού προγράμματος ασχολείται με τη διδασκαλία των μαθηματικών. Έτσι, είναι σημαντικό να κατανοηθούν παράγοντες που επηρεάζουν τις διαδικασίες μάθησης και γνώσης των μαθηματικών ώστε να εντοπιστούν τα προβλήματα και να περιοριστεί η σχολική αποτυχία. Οι εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις για τα μαθηματικά αποτελούν το κλειδί για

την ανάπτυξη δεξιοτήτων επίλυσης προβλημάτων. Από την άλλη οι λιγότερο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις δύνανται με τη λήψη κάποιων μέτρων να ανατραπούν. Για παράδειγμα, ένας μαθητής ο οποίος δεν πιστεύει στην ικανότητα του να λύνει μαθηματικά προβλήματα, αν βιώσει συνεχείς επιτυχίες μέσα από ατομική προσπάθεια, τελικά μπορεί να αντιληφθεί ότι το κλειδί για την επιτυχία είναι κυρίως η σκληρή δουλειά και όχι οι έμφυτες ικανότητες.

Η έρευνα των επιστημολογικών πεποιθήσεων είναι σημαντική δεδομένου ότι αφορά στη συμπεριφορά των μαθητών απέναντι στις σχολικές δραστηριότητες καθώς και την επίδοση τους. Ειδικότερα, μαθητές με χαμηλή επίδοση μπορεί να κρύβουν στο υποσυνείδητο τους λανθασμένες εντυπώσεις για τα μαθηματικά (π.χ. στα μαθηματικά τα καταφέρνει μόνο ο πιο γρήγορος ή τα μαθηματικά είναι τυπικές διαδικασίες και αλγόριθμοι), με αποτέλεσμα να πλήττεται ο τρόπος που μαθαίνουν και κατ' επέκταση η επίδοση τους.

Μόλις αξιολογηθούν και κατανοηθούν οι παραπάνω πεποιθήσεις, θα μπορούσαν να σχεδιαστούν επαρκείς εκπαιδευτικές παρεμβάσεις με στόχο να αλλάξουν βαθμιαία αυτές οι αφελείς πεποιθήσεις για τη φύση της μαθηματικής γνώσης και τις μεθόδους μάθησης των μαθηματικών. Οι αλλαγές αυτές θα επιφέρουν αποτελέσματα και στα κίνητρα των μαθητών. Οι Maison και Scrivani (2002), παρατηρώντας τάξεις οι οποίες στόχευαν προς αυτή την κατεύθυνση (την βελτίωση των πεποιθήσεων των μαθητών), διαπίστωσαν ότι οι προσπάθειες αυτές είχαν πράγματι αποτελέσματα. Μέσα από τη σύγκριση των δύο διδακτικών προσεγγίσεων σε ομάδες μαθητών, προέκυψε ότι η ομάδα των μαθητών στην οποία εφαρμόζονταν η καινοτόμος διδασκαλία είχε καλύτερη επίδοση από την ομάδα ελέγχου.

Μέσα σε όλα τα παραπάνω θα πρέπει να συμπεριληφθεί και το γεγονός ότι οι δάσκαλοι ασκούν σημαντική επιρροή στη διαμόρφωση των πεποιθήσεων των μαθητών μέσα από τις μεθόδους διδασκαλίας, τις διαδικασίες, τα κριτήρια αξιολόγησης που επιλέγουν και τους στόχους που θέτουν (δείτε Pehkonen, 1998, Pehkonen & Torner, 1996, Torner, 1998). Ενδεχομένως, οι επιστημολογικές πεποιθήσεις που διατηρούν οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί επηρεάζουν το πώς αυτοί διδάσκουν και επομένως πώς ενσυνείδητα ή ασυνείδητα διαμορφώνουν τις Ε.Π. των μαθητών τους. Για παράδειγμα, αν ο δάσκαλος απαιτεί από τους μαθητές να ανακαλούν γεγονότα και να αναπαράγουν τη γνώση, χωρίς επαγωγικό συλλογισμό, σύνθεση και εφαρμογή, τότε οι μαθητές θα πιστέψουν ότι η γνώση αποτελείται από

απομονωμένα γεγονότα. Αντίθετα, αν ο δάσκαλος ζητά από τους μαθητές να συνθέτουν και να εφαρμόζουν τη γνώση σε νέες καταστάσεις, αν ανάγει τη γνώση σε πρόκληση μέσα από τη χορήγηση κατάλληλων έργων, τότε οι μαθητές θα πιστέψουν ότι η γνώση είναι σύνθετη και πολυμερής και ότι τα έργα «πρόκληση» χρειάζονται χρόνο για να ολοκληρωθούν (Schommer-Aikins, 2004). Προκειμένου να τροποποιηθούν οι πεποιθήσεις των μαθητών για τα μαθηματικά, οι δάσκαλοι πρέπει να δώσουν έμφαση στην κατανόηση των εννοιών, στην αξία της προσπάθειας, στον έλεγχο της διαδικασίας εκμάθησης και στις δεξιότητες επίλυσης προβλήματος.

Συμπερασματικά, η διερεύνηση θεμάτων που σχετίζονται με τη μάθηση των μαθηματικών όπως είναι το ζήτημα της προσωπικής επιστημολογίας μπορεί να αποτελέσει βοηθητικό εργαλείο για τους εκπαιδευτικούς αλλά και ερέθισμα για μελλοντική διερεύνηση περαιτέρω θεμάτων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙ
ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑΣ

Περίληψη

Ο τρόπος με τον οποίο ένας ερευνητής αντιλαμβάνεται τον όρο επιστημολογικές πεποιθήσεις διαφέρει ανάλογα με την περιοχή στην οποία εστιάζει το ερευνητικό του ενδιαφέρον. Πέραν όμως από αυτό, εύκολα διακρίνεται και μια ιστορική άποψη των αλλαγών στην έννοια της προσωπικής επιστημολογίας από την δεκαετία του '50, όπου φαίνεται να υπάρχουν πέντε βασικά κύματα αλλαγής από τότε. Μέσα από τη βιβλιογραφία εντοπίζονται θεωρίες που μελετούν και περιγράφουν τις επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών με έναν μονοδιάστατο και ένα πολυδιάστατο τρόπο. Στο παρόν κεφαλαίο θα αναφερθούμε σε αυτές τις θεωρίες σε γενικό επίπεδο αλλά και σε συνάρτηση με τα μαθηματικά.

Μονοδιάστατες θεωρίες επιστημολογικών πεποιθήσεων

Το 1968 ο Perry και οι συνεργάτες του ερεύνησαν τις πεποιθήσεις φοιτητών κολεγίου, σχετικά με τη **βεβαιότητα** και τη **πηγή** της γνώσης χρησιμοποιώντας το ερωτηματολόγιο «Πίνακας Ελέγχου των Εκπαιδευτικών Απόψεων», (“Checklist of Educational Views”, CLEV). Βασισμένοι σε συνεντεύξεις, επινόησαν ένα αναπτυξιακό πρότυπο σχετικά με το πώς οι απόψεις των σπουδαστών για τη γνώση αλλάζουν και βελτιώνονται με την πάροδο του χρόνου. Το πρότυπο αυτό αποτελούνταν από εννέα διαφορετικές θέσεις κατά μήκος μιας γραμμής ανάπτυξης αναφορικά με τις απόψεις των σπουδαστών για τη γνώση. Η κίνηση σε αυτά τα εννέα στάδια δεν είναι συνεχής, καθώς μπορεί να υπάρξει παρέκκλιση (μεταπήδηση ή οπισθοχώρηση) από αυτή την αναπτυξιακή πορεία, (Duell & Schommer- Aikins, 2001). Σε μετέπειτα έρευνα του Perry παρατηρήθηκε ότι μόνο το 75% έφτασε στα ανώτερα επίπεδα επιστημολογικών πεποιθήσεων. Σε αντίστοιχη έρευνα των LaSalle, Gourde και Rodier (1990) το 25% των φοιτητών που εξετάσθηκαν έφτασαν στο τελικό επίπεδο που περιγράφεται από τον Perry (αναφορά στο Schommer, 1994).

Οι πρώτες τρεις θέσεις περιλάμβαναν μορφές **δυαδικής σκέψης** (“dualistic”: σωστής-λανθασμένης). Η γνώση αντιμετωπίζεται ως ένα σύνολο σωστών απαντήσεων που είναι γνωστές στις αυθεντίες και αναμφισβήτητες. Δεν υπάρχει καμία σκιά στην ορθότητα.

Καθώς τα άτομα αρχίζουν να αντιλαμβάνονται την ύπαρξη πολλαπλών απόψεων, κινούνται προς τις επόμενες τρεις θέσεις. Έτσι, η δυαδική μορφή σωστής-λανθασμένης σκέψης αντικαθίσταται με τη αποδοχή της ύπαρξης πολλαπλών θέσεων (**σχετικιστική σκέψη**). Τα άτομα είναι σε θέση να καταλάβουν ότι είναι φυσιολογικό για τον καθένα να έχει την προσωπική του άποψη. Παρόλο που αντιλαμβάνονται τη πολυπλοκότητα της σκέψης, δεν αποκλείεται και πάλι να θεωρήσουν ότι υπάρχει κάποια απλή "σωστή-λανθασμένη" γνώση. Επιπλέον, οι αυθεντίες εξακολουθούν να έχουν "τις απαντήσεις". Η αποδοχή πολλαπλών θέσεων σημαίνει ότι οι ίδιοι πρέπει να υιοθετήσουν μια στάση, δηλαδή να πάρουν μια θέση στα ζητήματα. Στις θέσεις έξι έως εννέα τα άτομα διατηρούν τις προσωπικές τους παραδοχές στα ζητήματα, διαχωρισμένες από εκείνες των οικογενειών και του πολιτισμού τους. Οι σπουδαστές χρησιμοποιούν τις προσωπικές τους εμπειρίες και αντιλήψεις ως θεμέλιο των παραδοχών τους και εξετάζουν τις επιπτώσεις των παραδοχών αυτών. Για την επιβεβαίωση του μοντέλου, ο Perry και οι συνάδελφοί του πραγματοποίησαν πολλές συνεντεύξεις σε δείγμα ανδρών.

Η πρώτη έκδοση του CLEV άρχισε με 90 δηλώσεις τύπου Likert 6-σημείων, εστιάζοντας στη στάση απέναντι στην εκπαίδευση, τους δασκάλους, τους γονείς, τους σπουδαστές και τα βιβλία, οι οποίες μέσω ανάλυσης των δηλώσεων μειώθηκαν στις 46. Η παραγοντική ανάλυση οδήγησε σε ένα σημαντικό παράγοντα, που τιτλοφορήθηκε «εμμονή» (adherence) και περιείχε 33 δηλώσεις. (αναφορά στο Duell & Schommer- Aikins, 2001)

Στηριζόμενοι στην εργασία του Perry (1968), οι Kitchener και King (1981) ανέπτυξαν το Μοντέλο Στοχαστικής Κρίσης (“Reflective Judgment Model”, RJM) στο οποίο περιγράφουν την ανάπτυξη των υποθέσεων που κάνουν οι άνθρωποι για τη γνώση συμπεριλαμβανομένων των ατομικών υποθέσεων για τα εξής:

1. Τι μπορεί και δεν μπορεί να μαθευτεί (υποθέσεις για τη γνώση και την πραγματικότητα),

2. Πώς οι άνθρωποι μπορούν να μάθουν κάτι (π.χ., οι άνθρωποι μαθαίνουν από μια αυθεντία ή οι άνθρωποι μπορούν να παρατηρήσουν τι υπάρχει)
3. Πόσο βέβαιοι είναι οι άνθρωποι για αυτά που ξέρουν (π.χ., πιθανή αλήθεια, απόλυτη αλήθεια).

Αντίθετα από τον Perry (1968), οι παραπάνω ερευνητές εστίασαν στον τρόπο με τον οποίο οι άνθρωποι προσπαθούν να λύσουν διφορούμενα προβλήματα, δηλαδή προβλήματα που οι εμπειρογνώμονες δεν θα συμφωνούσαν σχετικά με την «ορθή» λύση, εξετάζοντας τις πεποιθήσεις των ατόμων για την **αιτιολόγηση** και την **απλότητα** της γνώσης. Το RJM αποτελείται από επτά στάδια πεποιθήσεων για τη γνώση. Εντούτοις, μερικά άτομα δεν φθάνουν ποτέ στα υψηλότερα στάδια αυτού του μοντέλου, (Duell & Schommer- Aikins, 2001).

Στο πρώτο στάδιο οι άνθρωποι θεωρούν ότι η γνώση αποκτιέται από την άμεση παρατήρηση και είναι απολύτως βέβαιη. Οι πεποιθήσεις απεικονίζουν άμεσα την πραγματικότητα έτσι, δεν υπάρχει καμία ανάγκη να δικαιολογηθούν. Από το τέταρτο στάδιο τα άτομα αρχίζουν να αντιλαμβάνονται ότι η γνώση δεν έχει καμία βεβαιότητα, επειδή ποικίλλει σύμφωνα με τις περιστασιακές μεταβλητές. Οι πεποιθήσεις μπορούν να δικαιολογηθούν μέσω των ιδιοσυγκρασιακών αξιολογήσεων. Αν και υπάρχει μια πραγματικότητα, δεν μπορεί να γίνει αντιληπτή, έτσι η γνώση είναι ατομικά ιδιοσυγκρασιακή. Οι άνθρωποι μαθαίνουν βάσει των δικών τους εμπειριών και δεδομένων. Χαρακτηρίζουν τη γνώση είτε ως βέβαιη, είτε ως αβέβαιη. Τέλος, στο έβδομο στάδιο οι άνθρωποι θεωρούν ότι μερικοί ισχυρισμοί γνώσης είναι καλύτεροι ή πληρέστεροι από άλλους. Οι ισχυρισμοί για την πραγματικότητα κατασκευάζονται από γεγονότα και υποθέσεις. Οι άνθρωποι μαθαίνουν μέσω της κριτικής έρευνας ή σύνθεσης. Οι ισχυρισμοί δικαιολογούνται ως λογικές εικασίες για την πραγματικότητα που βασίζεται στην ενσωμάτωση και την αξιολόγηση των δεδομένων, των στοιχείων, της άποψης ή όλων αυτών. Τα τελευταία στάδια της γνώσης θεωρούνται ωριμότερα επειδή επιτρέπουν στα άτομα να χρησιμοποιήσουν διαφορετικές στρατηγικές για διαφορετικούς τύπους προβλημάτων.

Η εξέταση του παραπάνω μοντέλου πραγματοποιήθηκε μέσω συνεντεύξεων. Στους εξεταζόμενους δόθηκαν τέσσερα προβλήματα ασθενούς δομής (“ill-structured”) από τη φυσική, τις κοινωνικές επιστήμες, την ιστορία και τη βιολογία με δύο εναλλακτικές εκδοχές. Για κάθε πρόβλημα, οι συμμετέχοντες έπρεπε να απαντήσουν σε έξι ερωτήσεις όπου θα εξηγούσαν και υπερασπίζονταν την κρίση τους για το κάθε

ζήτημα και με ποιο τρόπο ήξεραν ότι η πεποίθησή τους είναι αληθινή. Οι απαντήσεις σε κάθε πρόβλημα σημειώνονταν με την ανάθεση τριφασικών αριθμών. Ο πρώτος αριθμός έδειχνε το στάδιο που χαρακτηρίζει την απάντηση. Ο δεύτερος αριθμός έδειχνε το επόμενο (subdominant) στάδιο. Ο τρίτος αριθμός δινόταν όταν υπήρχαν στοιχεία ενός τρίτου σταδίου. Ως αποτέλεσμα, υπολόγιζαν το μέσο όρο και για τα τέσσερα προβλήματα. Τουλάχιστον 30 μελέτες έχουν πραγματοποιηθεί χρησιμοποιώντας τη συνέντευξη στοχαστικής κρίσης (RJI) (δείτε Wood, 1997). Η ισχύς του μοντέλου και του εργαλείου μέτρησής του έχει μελετηθεί επίσης εκτενώς. Αυτό το εργαλείο μπορεί να εξετάσει σε βάθος τις ατομικές πεποιθήσεις των σπουδαστών για τη γνώση. Όμως, είναι χρονοβόρο στη διαχείριση του, την εκπαίδευση αυτών που το διαχειρίζονται, καθώς και δαπανηρό. Οπότε, οι Kitchener et al. (1999) εργάστηκαν στην ανάπτυξη ερωτηματολογίων για το μοντέλο στοχαστικής σκέψης (RTM) (Duell & Schommer- Aikins, 2001).

Το εργαλείο που ανέπτυξαν αποτελείται από δύο μέρη. Το πρώτο μέρος «Τμήμα Διάκρισης» (D.C., “Discrimination Component”) εστιάζει στην ικανότητα των εξεταζομένων να αντιλαμβάνονται τη πολυπλοκότητα ή μη των δηλώσεων. Ενώ το δεύτερο μέρος «Τμήμα Αναγνώρισης» (R.G., “Recognition Component”) εστιάζει στο επίπεδο πολυπλοκότητας των δηλώσεων το οποίο είναι πιο οικείο για τους εξεταζόμενους. Οι δηλώσεις για το τμήμα διάκρισης αναφέρονται σε επτά θέματα. Για κάθε θέμα, παρουσιάζονται δύο δοκίμια, ένα πιο επιστημολογικά περίπλοκο από το άλλο. Για να καθορίσει ποιο δοκίμιο ο συμμετέχων θεωρεί περιπλοκότερο, υποβάλλονται τρεις ερωτήσεις. Το τμήμα αναγνώρισης περιέχει 10 δηλώσεις που αντιπροσωπεύουν τις διαφορετικές απαντήσεις στοχαστικής κρίσης (R.J.) για τα πέντε διφορούμενα προβλήματα. Αν και αυτό το εργαλείο θα έλυνε το πρόβλημα του χρόνου, είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι αναπτύσσεται ακόμα.

Αξιοσημείωτο είναι ότι, οι Kitchener και King (1981), στη θεωρία που ανέπτυξαν αναφέρονται σε «στάδια» επιστημολογικών πεποιθήσεων σε αντίθεση με τον Perry (1968) που χρησιμοποιεί τον όρο «θέσεις» μέσα από τις οποίες το άτομο περνά κατά τη διάρκεια των σπουδών του και οι οποίες δεν είναι διακριτά στάδια που ακολουθούνται πιστά. Σε ερευνά τους που είχε διάρκεια έξι χρόνια εξέτασαν μαθητές πρώτης τάξης λυκείου, φοιτητές πρώτου έτους του πανεπιστημίου και άτομα που έχουν εκπονήσει διδακτορικό. Εκεί, βρέθηκε υψηλή συσχέτιση ανάμεσα στα στάδια του εν λόγω μοντέλου και της ηλικίας. Επιπλέον, παρατηρήθηκε συνέπεια στη

σταδιακά ανοδική πορεία, που περιγράφεται στο μοντέλο, μέσα από τον χρόνο. (Kitchener & King, 1981)

Μια εναλλακτική εργασία πραγματοποιήθηκε από τους Boyes και Chandler (1992) οι οποίοι εξέτασαν τις επιστημονικές πεποιθήσεις των μαθητών, εστιάζοντας στην ανάπτυξη (αναφορά στο Duell & Schommer- Aikins, 2001). Μέτρησαν την επιστημολογική ανάπτυξη μέσα από ένα νέο εργαλείο το οποίο βασίζεται σε συνεντεύξεις («Συνέντευξη Επιστημονικής Αμφισβήτησης», "Epistemic Doubt Interview", EDI). Σε αυτό το εργαλείο, ποικίλα διλήμματα χρησιμεύουν ως ερέθισμα για τους συμμετέχοντες, π.χ. «Θα έπρεπε ή δεν θα έπρεπε η κατάρτιση οδηγών ΙΧ να προσφερθεί στο λύκειο;». Οι συμμετέχοντες καλούνται να αρθρώσουν επιχειρήματα και για τι δύο πλευρές κάθε ζητήματος και να πάρουν μια απόφαση. Στη συνέχεια, περιγράφουν τα κοινά μεταξύ των δύο απόψεων.

Η βαθμολόγηση του EDI μπορεί να είναι διφορούμενη αλλά και χρονοβόρα για έναν ερευνητή που δεν έχει κατανοήσει λεπτομερώς τη θεωρία των Boyes και Chandler. Οι ερευνητές υποθέτουν μια σύνδεση μεταξύ της γνωστικής ανάπτυξης και της επιστημονικής ανάπτυξης. Υποστηρίζουν ότι η επιστημονική ανάπτυξη συνδέεται με το σχηματισμό ταυτότητας-προσωπικότητας. Τα διαφορετικά στάδια ανάπτυξης χαρακτηρίζονται είτε από την παρουσία είτε από την απουσία κριτικής αίσθησης για σημαντικές αποφάσεις ζωής, (Schommer, 1994˙ Duell & Schommer- Aikins, 2001). Τα στάδια είναι τα εξής:

Επίπεδο 0 ή **Αφελής Ρεαλισμός** (Naively Realistic): Σε αυτό το στάδιο, δεν υπάρχει η έννοια της αβεβαιότητας στο μυαλό του ατόμου. Στα προσχολικά έτη, τα άτομα θεωρούν ότι η γνώση είναι βασισμένη στην απλή παρατήρηση και αποκτιέται μέσα από την εμπειρία γεγονότων. Οι διαφορές στις απόψεις οφείλονται στο βίωμα διαφορετικών εμπειριών. Ίδιες εμπειρίες συνεπάγονται ταύτιση απόψεων.

Επίπεδο 1 ή **Αμυνόμενος Ρεαλισμός** (Defended Realism): Τα πρώτα σχολικά έτη και στην αρχή του συγκεκριμένου λειτουργικού σταδίου γνωστικής ανάπτυξης, οι νεαροί είναι πιθανό να εξετάσουν τη δυνατότητα ύπαρξης διαφορετικών απόψεων ανά υποκείμενο. Οι διαφορετικές ερμηνείες για τα ίδια γεγονότα δικαιολογούνται ως διαφορετικές απόψεις.

Επίπεδο 2 ή **Άξονας Δογματισμού-Σκεπτικισμού** (Dogmatism-Skepticism Axis): Στην αρχή των τυπικών διαδικασιών οι νεαροί διακατέχονται από αμφιβολίες για τη βεβαιότητα της γνώσης. Η γνώση τώρα, δεν προέρχεται από την απλή παρατήρηση αλλά κατασκευάζεται. Τα άτομα αποκτούν γνώση με έναν από τους εξής τρόπους: (α) δογματική σκέψη, προερχόμενη από την γνώση που παραδίδεται από την αυθεντία (π.χ., θρησκεία ή επιστήμη), ή (β) σκεπτικιστική σκέψη, προερχόμενη από την εγκατάλειψη της λογικής ομοφωνίας καθώς και την υπόθεση ότι κάθε γνώση είναι έγκυρη, δίνοντας μεγάλη έμφαση στη διαίσθηση, για τη λήψη αποφάσεων. Δηλαδή, τα άτομα είτε επιλέγουν να υποστηρίξουν μια ήδη υπάρχουσα θεωρία, θρησκεία, ή επιστήμη είτε αμφισβητώντας τα ήδη υπάρχοντα δημιουργούν κάτι δικό τους εκ νέου και στη συνέχεια το υποστηρίζουν.

Επίπεδο 3 ή **Λογικό** (Post skeptical Rational): Στο προηγμένο επίπεδο του τυπικού λειτουργικού σταδίου γνωστικής ανάπτυξης, οι έφηβοι θεωρούν ότι οι λογικές αποφάσεις μπορούν να ληφθούν μόνο με τη μερική βεβαιότητα της γνώσης. Έχουν την ωριμότητα να αντιληφθούν την υποκειμενική φύση της γνώσης και παίρνουν αποφάσεις που δε βασίζονται σε αποκλειστικά γεγονότα.

Συνοψίζοντας, καθώς τα άτομα περνούν από τα στάδια των συγκεκριμένων στα στάδια των τυπικών ενεργειών, αντιλαμβάνονται την αβεβαιότητα της γνώσης. Αυτή η συνειδητοποίηση μπορεί να οδηγήσει στη συνέχεια το άτομο από τον ακραίο δογματισμό έως τον ακραίο σκεπτικισμό.

Από μια άλλη οπτική, ερευνητές όπως η Magolda (1992), εστίασαν στη σύγκριση των επιστημονικών πεποιθήσεων των ανδρών και των γυναικών (Duell & Schommer-Aikins, 2001). Αν και η έρευνα της Magolda αφορούσε τις διαφορές φύλου, δεν λάμβανε τις διαφορές αυτές ως διχοτομία. Η εργασία της καθοδηγήθηκε από έξι αρχές. Κατ' αρχάς, οι επιστημολογικές πεποιθήσεις κατασκευάζονται μέσα από το κοινωνικό περιβάλλον. Οι τρόποι με τους οποίους οι σπουδαστές αλληλεπιδρούν με τους συνομήλικους, τους εκπαιδευτικούς, και τον κόσμο σχηματοποιούν τις επιστημολογικές πεποιθήσεις τους. Δεύτερον, η καλύτερη μέθοδος έρευνας των επιστημολογικών πεποιθήσεων είναι η φυσιοκρατική, η οποία επιτρέπει στον ερευνητή να αποκαλύψει την πολυπλοκότητα, τη ρευστότητα, και τα όρια τα οποία πλαισιώνουν τις επιστημολογικές πεποιθήσεις. Τρίτον, οι επιστημολογικές πεποιθήσεις είναι εξαρτώνται από τα διαφορετικά πλαίσια μέσα στα οποία

εξετάζονται. Τέταρτον, οι επιστημολογικές πεποιθήσεις σχετίζονται με το φύλο, αλλά δεν καθορίζονται από το φύλο. Πέμπτον, η θεωρία της Magolda είναι συνδεδεμένη με ένα συγκεκριμένο πλαίσιο και δεν γενικεύεται έξω από αυτό. Τέλος, αν και υπογράμμισε τη ρευστότητα και τη βασισμένη στα πλαίσια, φύση των επιστημολογικών πεποιθήσεων, είχε προσπαθήσει να συλλάβει μια γενική ιδέα για τα κυρίαρχους τρόπους της σκέψης.

Η ορολογία που χρησιμοποίησε η Magolda ήταν «τρόποι να μαθαίνεις» (ways of knowing) (παρόμοια με τους Belenky et al., 1986), και όχι «επιστημολογικές πεποιθήσεις». Στη θεωρία της περιγράφει τέσσερα επίπεδα επιστημολογικής στοχαστικής ανάπτυξης κατά μήκος μιας ενιαίας διάστασης, της βεβαιότητας, τα ακόλουθα:

1. **Απόλυτη γνώση**: Η γνώση είναι βέβαιη ή απόλυτη (Absolute Knowing),
2. **Μεταβατική γνώση**: Η γνώση είναι μερικώς βέβαιη ή απόλυτη (Transitional Knowing),
3. **Ανεξάρτητη γνώση**: Η γνώση είναι αβέβαιη, καθένας / καθεμιά έχει την πεποίθησή του / της (Independent Knowing),
4. **Βασισμένη στο πλαίσιο γνώση**: Η γνώση κρίνεται από στοιχεία μέσα στο πλαίσιο (Contextual Knowing).

Το εργαλείο που χρησιμοποιήθηκε για τον έλεγχο της παραπάνω θεωρίας καλείται «Μέτρο του Επιστημολογικού Στοχασμού» (Measure of Epistemological Reflection, MER) και είναι ένα ανοικτού τύπου ερωτηματολόγιο με ένα τυποποιημένο πρωτόκολλο εκτίμησης. Αυτό το εργαλείο συλλαμβάνει τα μοτίβο της επιστημολογικής σκέψης που συσχετίζονται με το φύλο, αλλά δεν είναι καθορισμένα από το φύλο. Οι ερωτήσεις εστιάζουν αρχικά στο περιεχόμενο (π.χ., ρόλος μαθητευόμενων, ρόλος εκπαιδευτικών). Έπειτα, ζητείται η αιτιολόγηση των απαντήσεων. Αυτό το εργαλείο είναι χρήσιμο για σύγκριση ομάδων. Όμως, οι ανοικτού τύπου ερωτήσεις απαιτούν προσεκτική ερμηνεία, η οποία ενδεχομένως είναι χρονοβόρα.

Οι Belenky et al. (1986), οι «ακαδημαϊκές φεμινίστριες» όπως αυτοαποκαλούνται, είχαν αρχίσει ήδη, από το τέλος της δεκαετίας του '70, να μελετούν τις Ε.Π. των γυναικών (αναφορά στο Duell & Schommer- Aikins, 2001). Άρχισαν εξετάζοντας τις έννοιες του Perry (1968) σε δείγμα γυναικών με τη μέθοδο των συνεντεύξεων. Στις

συνεντεύξεις κάποιες ερωτήσεις ήταν ευρείας φύσης και άλλες πιο συγκεκριμένες, για να αξιολογήσουν τις επιστημολογικές θέσεις του Perry (1968). Πρώτα προσπάθησαν να ταξινομήσουν τα δεδομένα στο «σχήμα» του Perry, αλλά διαπίστωσαν ότι τα δεδομένα των γυναικών δεν ήταν εναρμονισμένα στις εννέα θέσεις που περιγράφηκαν από τον Perry. Οι γυναίκες εξέφρασαν διλήμματα, όπως «θέλετε να σας μιλήσω για το τι η κοινωνία λέει ή τι εγώ σκέφτομαι;». Επιπλέον, προήλθαν από διαφορετικά εκπαιδευτικά υπόβαθρα, αντίθετα από το δείγμα του Perry που ήταν όλοι στην εκπαίδευση του Χάρβαρντ. Ως εκ τούτου, από την έρευνα των Belenky et al. (1986) τελικά προέκυψαν διαφορετικές επιστημολογικές προοπτικές.

Μέσω προσεκτικών αναλύσεων, οι Belenky et al. (1986) κατέληξαν σε πέντε επιστημολογικές κατηγορίες, οι οποίες όμως, σύμφωνα με τους ερευνητές δεν αφορούν αποκλειστικά στις γυναίκες (Duell & Schommer- Aikins, 2001). Οι πέντε κατηγορίες περιγράφονται ως εξής:

Στη κατηγορία της ***«σιωπής»*** περιλαμβάνονται γυναίκες, οι οποίες στηρίχθηκαν στην αυθεντία για τον καθορισμό του τι ξέρουν, έτσι, χαρακτηρίστηκαν «γυναίκες χωρίς φωνή».

Η κατηγορία της ***«αντιλαμβανόμενης γνώσης»*** χαρακτηρίζεται από τη παθητική μάθηση η οποία πραγματοποιείται μέσα από τα ακούσματα. Αυτή η κατηγορία προσομοιάζει αρκετά με τη «δυαδική» θέση του Perry. Η γνώση είναι είτε σωστή είτε λανθασμένη και προέρχεται αποκλειστικά από την αυθεντία. Δεν υπάρχει καμία διαβάθμιση της αλήθειας.

Η κατηγορία της ***«υποκειμενικής γνώσης»*** είναι η χρονική περίοδος που το άτομο στρέφει την πηγή γνώσης από την αυθεντία στα συναισθήματα του. Αυτή η κατηγορία είναι παρόμοια με τη θέση «πολλαπλότητας» του Perry, στην οποία υπάρχουν πολλαπλές προοπτικές, όλες εξίσου έγκυρες. Η διαφορά είναι ότι τα άτομα (άνδρες) στο δείγμα του Perry προσέγγισαν τον εαυτό τους ως γνώστη και βεβαίωσαν ότι η άποψή τους ήταν τόσο έγκυρη όσο η άποψη μιας αυθεντίας. Οι Belenky et al. ισχυρίστηκαν ότι «η αλήθεια για τους υποκειμενικούς γνώστες, είναι μια αντίδραση προαίσθησης- κάτι έμπειρο, όχι σκεπτόμενο, κάτι που γίνεται αισθητό - παρά κάτι ενεργά ακολουθημένο ή κατασκευασμένο» (Duell & Schommer- Aikins, 2001).

Η κατηγορία της **«διαδικαστικής γνώσης»** αποτελείται από δύο κύριες υποκατηγορίες, τη **διακριτή ή μεμονωμένη γνώση** (Separate Knowing) και τη **συνδεδεμένη γνώση** (Connected Knowledge). Τα άτομα τα οποία χρησιμοποιούν τη πρώτη κατηγορία για να μάθουν, συνηθίζουν πρώτα να αξιολογούν μια πληροφορία και μετά αποστασιοποιούνται από αυτή καθώς και από την πηγή από την οποία προήλθε. Προσεγγίζουν την αλήθεια διατηρώντας ουδέτερη στάση. Στόχος τους είναι να πείσουν και να πειστούν. Άτομα των οποίων ο τρόπος μάθησης ανήκει στη δεύτερη κατηγορία, πρώτα αποδέχονται ή κατανοούν την πληροφορία και την πηγή από την οποία προήλθε και μετά την αξιολογούν. Προσεγγίζουν την αλήθεια υιοθετώντας την άποψη των άλλων. Ο στόχος τους είναι να καταλάβουν και να γίνουν κατανοητοί.

Η κατηγορία της **«κατασκευασμένης γνώσης»** είναι ένα άλμα να σκέφτεσαι «έξω από καλούπια». Η γνώση θεωρείται πράξη κατασκευής από τον γνώστη. Οι εμπειρογνώμονες γίνονται σεβαστοί για τις σύνθετες ερωτήσεις που υποβάλλουν και που αναγνωρίζουν τα όρια τους στο τι ξέρουν, σε αντιδιαστολή με τους παντογνώστες- αυθεντίες. Για μια κονστρουκτιβίστρια, όλες οι ερωτήσεις εξαρτώνται από το πλαίσιο. Πραγματική συζήτηση – διανοούμενη συζήτηση- είναι μια συνεταιριστική, αμοιβαία ανταλλαγή πληροφοριών. Σε αυτή την περίπτωση, το άτομο μπορεί να λάβει θέση αποδοχής (σε αντιδιαστολή με την αμφισβήτηση), σε μια προσπάθεια να καταλάβει το άλλο πρόσωπο με το οποίο συνομιλεί. (Duell & Schommer- Aikins, 2001).

Αργότερα, οι Galotti et al**.** (1999), εστίασαν σε δύο διαστάσεις της θεωρίας των Belenky et al. (1986): τη (C.K.) συνδεδεμένη και τη (S.K.) διακριτή γνώση (αναφορά στο Duell & Schommer- Aikins, 2001). Διευκρίνισαν ότι η διακριτή γνώση είναι η επιστημολογική θέση ότι η γνώση περιλαμβάνει την αντικειμενική κατανόηση. Το παιχνίδι των ερωτήσεων τύπου «συνηγόρου του διαβόλου» είναι οι κύριες λεωφόροι στην κατανόηση. Αντίθετα, η συνδεδεμένη γνώση περιλαμβάνει την υιοθέτηση της άποψης ενός άλλου προσώπου. Η συνδεδεμένη γνώση είναι μια διαδικασία συνεργασίας («δίνω και παίρνω»). «Καταλαβαίνω» σημαίνει αντιλαμβάνομαι την άποψη κάποιου άλλου, όχι αξιολογώ την άποψη του. Οι Galotti et al. υπέθεσαν ότι η χωριστή και η συνδεδεμένη γνώση αποτελούν πτυχές μάθησης όλων των ατόμων αλλά με διαφορετική έμφαση στο καθένα. Με βάση αυτό, υποστήριξαν ότι οι γυναίκες δίνουν έμφαση στη συνδεδεμένη ενώ οι άνδρες στη χωριστή γνώση. Για τον

έλεγχο της θεωρίας τους, ανέπτυξαν το ερωτηματολόγιο: «επισκόπηση των στάσεων απέναντι στη σκέψη και τη μάθηση», (Attitudes Toward Thinking and Learning Survey, ATTLS).

Πολυδιάστατες θεωρίες επιστημολογικών πεποιθήσεων

Το 1990 η Schommer χαρακτήρισε τις μέχρι τότε θεωρήσεις της προσωπικής επιστημολογίας ως μονοδιάστατες και ισχυρίστηκε ότι αντιτίθενται στην πολύπλοκη φύση της. Παρατήρησε ότι οι διαφορετικές πεποιθήσεις ενός ατόμου μπορεί να μην αναπτύσσονται στο ίδιο ποσοστό, δηλαδή σε απόλυτο συγχρονισμό. Για παράδειγμα, είναι δυνατόν ένα άτομο να θεωρεί ότι η γνώση είναι σύνθετη (εκλεπτυσμένη πεποίθηση) και ταυτόχρονα υποστηρίζει ότι είναι και αμετάβλητη (λιγότερο εκλεπτυσμένη πεποίθηση) (Schommer, 1994).

Επιπροσθέτως, η ερευνήτρια έκρινε αναγκαία την ανάπτυξη μιας θεωρίας στην οποία θα υπήρχε ισορροπία στο σύστημα των πεποιθήσεων ενός ατόμου. Οι προϋπάρχουσες θεωρίες, συμπεριλάμβαναν ακραίες πεποιθήσεις οι οποίες είναι γνωστό ότι οδηγούν σε προβληματικές καταστάσεις. Πιο συγκεκριμένα, μια ακραία πεποίθηση, όπως ότι η γνώση είναι αμετάβλητη θα μπορούσε να καταστήσει τα άτομα δογματικά και ανίκανα να προσαρμοστούν όταν μεταβάλλονται οι συνθήκες και οι απαιτήσεις. Ομοίως, μια ακραία πίστη στη ετοιμόρροπη γνώση θα μπορούσε να οδηγήσει τα άτομα σε παντελή έλλειψη σταθερότητας στις αντιλήψεις τους. Η ισορροπία επιτυγχάνεται αν αντιληφθούμε τις επιστημολογικές πεποιθήσεις ως κατανομή ποσοστού και όχι ως συνέχειες (Schommer, 1994, 2002). Δηλαδή, τα άτομα είναι πιθανό να έχουν την πεποίθηση ότι ένα μεγάλο ποσοστό της γνώσης είναι μεταβαλλόμενο ενώ ένα μικρό κομμάτι παραμένει αμετάβλητο. Αυτό θυμίζει τη σχετικιστική σκέψη για την οποία είχε κάνει λόγο ο Perry (1968). (Schommer-Aikins, 2004)

Η Schommer (1990) λοιπόν, πρότεινε μια καινοτόμο προσέγγιση στο ζήτημα των επιστημολογικών πεποιθήσεων σε σχέση με τους προηγούμενους ερευνητές, θεωρώντας ότι η προσωπική επιστημολογία θα απεικονιζόταν καλύτερα ως ένα **σύστημα «περισσότερο -ή- λιγότερο» ανεξάρτητων πεποιθήσεων**.

Εδώ θα πρέπει να σημειωθεί ότι ο όρος «πεποίθηση» εισήχθη από τη Schommer (1990). Η ορολογία που χρησιμοποιούνταν μέχρι τότε στο ζήτημα της προσωπικής

επιστημολογίας διέφερε περιλαμβάνοντας όρους όπως, επιστημονικές θέσεις (π.χ., Perry, 1968), επιστημονική σκέψη, (π.χ., King & Kitchener, 1994), επιστημολογική ανάκλαση (π.χ., Magolda, 1998) κ.α. Η Schommer με τον όρο «πεποίθηση» επιθυμούσε να ενσωματώσει όλα τα χαρακτηριστικά της προσωπικής επιστημολογίας. Καθώς, ο συγκεκριμένος όρος συμπεριλαμβάνει έννοιες όπως την επιρροή, περιορισμένη εμμονή στη λογική, δυσκολία στην αλλαγή, και ισχυρή επιρροή στη σκέψη (Schommer- Aikins, 2004).

Η Schommer (1990) διέκρινε πέντε κατηγορίες πεποιθήσεων που περιλαμβάνονταν στις μέχρι τότε θεωρίες και αφορούσαν:

1. **Σταθερότητα γνώσης**, που κυμαίνεται από την αμετάβλητη ως τη δοκιμαστική γνώση,
2. **Δομή γνώσης**, που κυμαίνεται από τα απομονωμένα κομμάτια ως τις ενσωματωμένες έννοιες,
3. **Πηγή γνώσης**, που κυμαίνεται από την πάνσοφη αυθεντία ως τα εμπειρικά στοιχεία,
4. **Ταχύτητα μάθησης** που κυμαίνεται από τη γρήγορη («all-in all learning») ως τη βαθμιαία γνώση,
5. **Ικανότητα μάθησης** που κυμαίνεται από την έμφυτη ως την επίκτητη.

Οι τρεις πρώτες κατηγορίες εξετάζονταν στις θεωρίες που ήταν επηρεασμένες από τον Perry (1968). Από την άλλη, οι πεποιθήσεις που σχετίζονται με την εκμάθηση (4) και (5) είχαν εισαχθεί από τον Schoenfeld (1983,1985) όταν μελέτησε σχολικές τάξεις όπου διδασκόταν το μάθημα της γεωμετρίας. Εκεί, παρατήρησε ότι οι περισσότεροι μαθητές θεωρούν ως κύρια πηγή γνώσης την αυθεντία διότι οι αυθεντίες είναι χαρισματικά άτομα τα οποία έχουν την ικανότητα να μαθαίνουν πολύ γρήγορα. Η Dweck (1988)- αν και δεν ήταν η πρώτη που το έκανε- συνέδεσε την ικανότητα μάθησης με τη μαθησιακή διαδικασία. Δηλαδή, παρατήρησε ότι οι μαθητές οι οποίοι πιστεύουν ότι η ικανότητα μάθησης είναι έμφυτη, δεν επιμένουν ιδιαίτερα σε δύσκολες δραστηριότητες. (Schommer- Aikins, 2004˙ Duell & Schommer- Aikins, 2001)

Για την αξιολόγηση των πέντε προαναφερθέντων επιστημολογικών πεποιθήσεων υπήρξε η ανάγκη κατασκευής ενός ερωτηματολογίου. Το **«Ερωτηματολόγιο Επιστημολογικών Πεποιθήσεων της Schommer»** (“Schommer’s Epistemological Beliefs Questioner”, SEBQ) περιείχε 63 δηλώσεις και οι συμμετέχοντες

αποκρίνονταν σε μια κλίμακα τύπου Likert 5-σημείων. Οι δηλώσεις αναφέρονταν είτε στο πρώτο είτε στο δεύτερο πρόσωπο και ήταν κατηγοριοποιημένες σε πέντε υποσύνολα προκειμένου να εξεταστεί η κάθε διάσταση. Η κάθε πεποίθηση (διάσταση) εξεταζόταν πολυπλεύρως μέσα από δύο επιμέρους υπό-κλίμακες. Για παράδειγμα, υπάρχουν δύο δυνατοί τρόποι να θεωρεί κάποιος ότι η γνώση είναι απλή. Μπορεί να νοείται ότι υπάρχουν μοναδικές απαντήσεις στα ερωτήματα ή ότι η γνώση μπορεί να διασπαστεί σε επιμέρους τμήματα πληροφοριών.

Σε έρευνα που διεξήχθη σε σπουδαστές κολεγίου, προέκυψαν μόνο τέσσερις από τις πέντε παραπάνω επιστημολογικές πεποιθήσεις (όλες εκτός της πηγής της γνώσης): η δομή της γνώσης, η σταθερότητα της γνώσης, η ταχύτητα της μάθησης, και η ικανότητα μάθησης. Στη συνέχεια, αυτό το εργαλείο εφαρμόστηκε ελαφρώς διαφοροποιημένο και σε άλλους σπουδαστές κολεγίων (Schommer et al., 1992), σε μαθητές Γυμνασίου (Schommer, 1993) και σε ενήλικες (Schommer, 1998) όπου επιβεβαιώθηκαν αυτές οι τέσσερις διαστάσεις (Schommer- Aikins**,** 2004˙ Duell & Schommer- Aikins, 2001).

Η θεωρία της Schommer αποτέλεσε σημαντικό σταθμό στην ιστορική εξέλιξη της μελέτης των επιστημολογικών πεποιθήσεων. Οι μέχρι τότε θεωρίες χαρακτηρίστηκαν **μονοδιάστατες** για να διαχωριστούν από τις μετέπειτα **πολυδιάστατες** θεωρίες που ήταν επηρεασμένες από τη Schommer. Αρκετοί ερευνητές τόσο στην Αμερική όσο και σε άλλες χώρες, βασισμένοι στη μεθοδολογία της Schommer διεξήγαγαν έρευνες προσεγγίζοντας ποικίλα ερευνητικά ζητήματα της προσωπικής επιστημολογίας.

Οι Jehng et al. (1993)- από τους πρώτους που βασίστηκαν στη θεωρία της Schommer- σύγκριναν τις επιστημολογικές πεποιθήσεις σπουδαστών από διαφορετικά επιστημονικά πεδία (π.χ. εφαρμοσμένη μηχανική και κοινωνικές επιστήμες) και μεταξύ διαφορετικών εκπαιδευτικών επιπέδων (π.χ., προπτυχιακοί σπουδαστές και απόφοιτοι) (αναφορά στο Duell & Schommer- Aikins, 2001). Για να αξιολογήσουν την προσωπική επιστημολογία οι Jehng et al. ανέπτυξαν ένα εργαλείο βασισμένο στα ερωτηματολόγια που είχαν αναπτυχθεί από τους Schommer (1990) και Spiro (1989). Το ερωτηματολόγιο των Jehng et al. (1993) προσπάθησε να μετρήσει τέσσερις από τις πέντε επιστημολογικές πεποιθήσεις που είχε υποθέσει αρχικά η Schommer, συγκεκριμένα: (α) τη σταθερότητα της γνώσης, (β) την πηγή της γνώσης, (γ) την ταχύτητα μάθησης και (δ) την ικανότητα μάθησης. Μια πέμπτη πεποίθηση, των Spiro et al. (1988), «η βασισμένη σε κανόνες διαδικασίας της μάθησης» (“orderly”),

αντικατέστησε την πεποίθηση που είχε υποθέσει η Schommer για τη δομή της γνώσης. Οι Spiro et al παρατήρησαν πως το γεγονός ότι η ύλη ενός γνωστικού αντικειμένου καθώς και η διαδικασία επίλυσης ενός προβλήματος παρουσιάζεται σε μια συστηματική, βήμα προς βήμα διαδικασία τόσο στα σχολεία όσο και στα πανεπιστήμια δίνει στους σπουδαστές την εντύπωση ότι η μάθηση είναι πάντα μια τακτοποιημένη, τυπική διαδικασία (Duell & Schommer- Aikins, 2001).

Το ερωτηματολόγιο των Jehng et al. (1993) περιείχε δηλώσεις για τη μάθηση και τη γνώση όμοιες με εκείνες της Schommer σε κλίμακα Likert- 7 σημείων. Το αρχικό ερωτηματολόγιο περιείχε συνολικά 60 δηλώσεις. Μέσω επεξεργασίας των δεδομένων στο ερωτηματολόγιο παρέμειναν 34 δηλώσεις για βαθύτερη ανάλυση. Αυτό το εργαλείο δεν χρησιμοποιήθηκε μετέπειτα σε μεγάλο βαθμό, αλλά παρέχει μια γρηγορότερη αξιολόγηση από το ερωτηματολόγιο της Schommer. Λίγα χρόνια αργότερα, οι Kardash και Wood (2000) σε ανάλογη έρευνα συνδύασαν τις δηλώσεις της Schommer με αυτές των Jehng et al. Έπειτα από βελτιώσεις που προέκυψαν από μια σειρά παραγοντικών αναλύσεων, κατέληξαν σε ένα ερωτηματολόγιο 38 δηλώσεων, το οποίο εξετάζει τις εξής πεποιθήσεις:

1. Ταχύτητα μάθησης
2. Δομή γνώσης
3. Κατασκευή γνώσης
4. Χαρακτηριστικά των επιτυχημένων μαθητών
5. Επίτευξη της αλήθειας

Το 1995 οι Schraw et al. κατασκεύασαν τον «Κατάλογο Επιστημονικής Πεποίθησης» (“Epistemic Belief Inventory”, EBI) με στόχο να μπορέσουν να συλλάβουν και τις πέντε πεποιθήσεις που η Schommer (1990) είχε υποθέσει αρχικά, ενώ κατά την παραγοντική ανάλυση οι δηλώσεις να μοιράζονται το λιγότερο δυνατό μεταξύ των παραγόντων. Χρησιμοποιώντας τις δηλώσεις της Schommer ως πρότυπο, ανέπτυξαν ένα εργαλείο 32 δηλώσεων. Οι δηλώσεις αναφέρονταν στη γνώση και τη μάθηση. Οι συμμετέχοντες αποκρίνονταν σε μια κλίμακα Likert 5-σημείων. Ένα μικρό ποσοστό των δηλώσεων ήταν σχεδόν ίδιες με τις δηλώσεις της Schommer. Οι υπόλοιπες δημιουργήθηκαν από τον Schraw και τους συναδέλφους του. (Duell & Schommer-Aikins, 2001).

Την ίδια χρονική περίοδο, οι Qian και Alvermann (1995), χρησιμοποιώντας το εργαλείο της Schommer (1990) πλην τις δηλώσεις για τη διάσταση «πηγή της γνώσης

είναι η αυθεντία» («omniscient authority»), προσδιόρισαν τρεις παράγοντες. Αυτοί οι τρεις παράγοντες χαρακτηρίστηκαν ως εξής: (α) απλή-βέβαιη γνώση ("simple-certain knowledge"), (β) γρήγορη μάθηση, ("quick learning") και (γ) έμφυτη ικανότητα ("innate ability"). Ο πρώτος παράγοντας είναι ένας συνδυασμός της απλής και της βέβαιης γνώσης της Schommer (αναφορά στο Chan & Elliott, 2004).

Οι Kuhn et al. (2000) παρεκκλίνοντας από τη μεθοδολογία της Schommer (1990), ανέπτυξαν μια θεωρία, σύμφωνα με την οποία υπάρχουν τέσσερα βασικά αναπτυξιακά επίπεδα γνώσης ή κατανόησης:

Επίπεδο «**Ρεαλισμού»** ("Realism"): Τα άτομα θεωρούν ότι οι ισχυρισμοί είναι αντίγραφα της πραγματικότητας, η γνώση προέρχεται από μια εξωτερική πηγή και η κριτική σκέψη δεν είναι απαραίτητη.

Επίπεδο «**Απολύτου»** ("absolutist"): Τα άτομα θεωρούν ότι οι ισχυρισμοί είναι γεγονότα (σωστά ή λανθασμένα), η γνώση συνεχίζει να προέρχεται από τις εξωτερικές πηγές, και η κριτική σκέψη ουσιαστικά συγκρίνει τους ισχυρισμούς με την πραγματικότητα.

Επίπεδο «**Πολυδιάστατου»** ("Multiplist"): Τα άτομα θεωρούν ότι οι ισχυρισμοί είναι απόψεις, η αβέβαιη γνώση παράγεται υποκειμενικά από το ανθρώπινο μυαλό.

Επίπεδο «**Αξιολογικού»** ("Evaluativist"): Τα άτομα θεωρούν ότι οι ισχυρισμοί είναι κρίσεις που μπορούν να αξιολογηθούν, ότι η αβέβαιη γνώση παράγεται από το μυαλό, και η κριτική σκέψη επιτρέπει σε κάποιον να κάνει διάκριση μεταξύ των διαφορετικών κρίσεων.

Οι Kuhn et al. (2000) υποστήριξαν ότι η επιστημολογική εξέλιξη των πεποιθήσεων εμφανίζεται σε πέντε διαφορετικές περιοχές: (α) προσωπική προτίμηση (π.χ., προτίμηση μουσικής), (β) αισθητικό κριτήριο (π.χ., ποιότητα τέχνης), (γ) κρίση αξίας (π.χ., οι οικογένειες πρέπει να κάνουν όσα παιδιά υποχρεούνται), (δ) κοινωνικών ζητημάτων (π.χ. εξηγήσεις για το πώς τα παιδιά μαθαίνουν τη γλώσσα), και (ε) φυσικών ζητημάτων. Οι άνθρωποι αναπτύσσονται από πραγματιστές σε αξιολογητές (evaluativist) σε διαφορετικά ποσοστά στις παραπάνω περιοχές. Παραδείγματος χάριν, η εξέλιξη στο πολλαπλό επίπεδο εμφανίζεται πρώτα στην περιοχή της προσωπικής προτίμησης, ακολουθείται από το αισθητικό κριτήριο, την κρίση αξίας, τα κοινωνικά γεγονότα και τα φυσικά παγκόσμια γεγονότα. Η εξέλιξη από το

πολλαπλό επίπεδο στο επίπεδο των αξιολογητών (evaluativist) εμφανίζεται σε αντίστροφη διάταξη, αρχίζοντας από τα φυσικά παγκόσμια γεγονότα, στα κοινωνικά παγκόσμια γεγονότα, τις αξίες και το αισθητικό κριτήριο. Για να αξιολογήσουν τη θεωρία τους οι Kuhn et al., ανέπτυξαν ένα ερωτηματολόγιο 15 δηλώσεων το οποίο αποτελεί έναν πρακτικό τρόπο αξιολόγησης των επιστημολογικών πεποιθήσεων και είναι κατάλληλο για ένα ευρύ φάσμα επιπέδων ηλικίας.

Την ίδια χρονική περίοδο, η Hofer (2000) διεύρυνε την προσπάθεια κατανόησης του αριθμού και του είδους των συνιστωσών που αποτελούν τη προσωπική επιστημολογία, καθώς και της σχέσης ανάμεσα στην ατομική επιστημολογία και τη μάθηση. Ποιο συγκεκριμένα, επικεντρώθηκε στα προτεινόμενα μοντέλα που οι διαστάσεις τους διακρίνονται σε δύο βασικές κατηγορίες:

Φύση της γνώσης (Τι θεωρεί κανείς ότι είναι γνώση), η οποία αποτελείται από δυο επιμέρους διαστάσεις:

Βεβαιότητα της γνώσης: Στα κατώτερα επίπεδα επιστημολογικών πεποιθήσεων η αλήθεια μιας γνώσης είναι απόλυτη και βέβαιη, ενώ στα ανώτερα, είναι εξελισσόμενη και μεταβαλλόμενη. Δύναται να παρασταθεί ως συνεχές φάσμα, όπου με την πάροδο του χρόνου μετακινείται ανάμεσα στα δύο άκρα.

Απλότητα της γνώσης: Τα άτομα μπορεί να αντιλαμβάνονται τη γνώση είτε με έναν αρκετά απλοϊκό τρόπο, όπως ένα σύνολο γεγονότων, συσσώρευση διακριτών, ανεξάρτητων μεταξύ τους τμημάτων πληροφορίας, είτε ως κάτι πιο περίπλοκο όπως ένα πλέγμα πολλαπλών ιδεών και αντιλήψεων.

Διαδικασία μάθησης (Πως πραγματοποιείται η διαδικασία της μάθησης), η οποία αποτελείται από δυο επιμέρους διαστάσεις:

Πηγή της γνώσης: Στα «κατώτερα επίπεδα» επιστημολογικών πεποιθήσεων, η γνώση θεωρείται εξωτερικός παράγων που απλώς μεταφέρεται από τον γνώστη στον μαθητευόμενο. Ενώ στα «ανώτερα επίπεδα», η γνώση είναι εσωτερικός παράγων που κατασκευάζεται από τον ίδιο τον μαθητευόμενο. Τη διάσταση αυτή τη συναντάμε και στο μοντέλο της Schommer.

Αιτιολόγηση της γνώσης: Τα άτομα στα κατώτερα επίπεδα επιστημολογικών πεποιθήσεων, για να δικαιολογήσουν έναν ισχυρισμό χρησιμοποιούν πιο πολύ τη διαίσθηση τους, ενώ στα ανώτερα κάνουν μια περισσότερο επιστημονική προσέγγιση.

Οι παραπάνω τέσσερις συνιστώσες δοκιμάστηκαν εμπειρικά με το «Γενικό Ερωτηματολόγιο Επιστημολογικών Πεποιθήσεων» (“General Epistemological Beliefs Questioner”, GEBQ), μια περιορισμένη έκδοση του SEBQ (Schommer,1990), το οποίο αποτελείται από 32 δηλώσεις (π.χ., Όλες οι λέξεις έχουν μια και σαφή ερμηνεία ή το μόνο αβέβαιο πράγμα είναι η ίδια η αβεβαιότητα κ.τ.λ.), κλίμακας Likert 5-σημείων (Hofer, 2000).

Έπειτα από στατιστικές αναλύσεις, το μοντέλο που προέκυψε σε γενικές γραμμές θύμιζε κατά πολύ αυτά που έχουμε δει μέχρι τώρα, με ορισμένες όμως διαφοροποιήσεις. Η βεβαιότητα και η απλότητα της γνώσης δεν προέκυψαν ως χωριστοί παράγοντες, όπως έχει προταθεί από τη βιβλιογραφία. Δηλώσεις που είχαν υποτεθεί και για τις δύο διαστάσεις συγχωνεύθηκαν σε έναν παράγοντα, επονομαζόμενο «απλή - βέβαιη γνώση» (κάτι παρόμοιο με αυτό που συναντήσαμε στους Qian & Alvermann, 1995). Πιθανή ερμηνεία είναι ότι ενώ οι δύο αυτές διαστάσεις αφορούν δύο διαφορετικές πτυχές της γνώσης δεν λειτουργούν ανεξάρτητα. Από την άλλη, οι δύο αυτές διαστάσεις δεν είναι ξεχωριστές αλλά αντιπροσωπεύουν την ίδια ομάδα πεποιθήσεων για τη γνώση. Εάν αυτό παρασταθεί ως συνεχές, στο ένα άκρο η γνώση θεωρείται ότι αποτελείται από ξεχωριστά μεταξύ τους στοιχεία που διέπονται από βεβαιότητα ενώ στο αντίθετο άκρο η γνώση φαίνεται πιο πολύπλοκη και μεταβαλλόμενη.

Οι σπουδαστές διατηρούσαν την πεποίθηση ότι η μάθηση και η επίδοση τους εξαρτώνται από τις ικανότητές τους και όχι από τη σκληρή δουλειά. Επιπλέον, αναδύθηκε μια καινούρια διάσταση, επονομαζόμενη ως «επίτευξη της αλήθειας» (“attainability of truth”). Ο νέος αυτός παράγοντας προέκυψε υψηλά συσχετισμένος με τον παράγοντα βεβαιότητα / απλότητα της γνώσης.

Όσον αφορά τις άλλες δυο διαστάσεις «αιτιολόγηση της γνώσης» (“justification for knowing”), και «πηγή της γνώσης» (“source of knowledge”), προέκυψαν ως δυο ξεχωριστοί παράγοντες. Εντούτοις, δεν αντιπροσωπεύουν επακριβώς το φάσμα των απόψεων οι οποίες είχαν υποτεθεί αρχικά. Πιο συγκεκριμένα, η αιτιολόγηση της γνώσης παίρνει τον χαρακτηρισμό «προσωπική», δηλαδή, αντιπροσωπεύει την άποψη ότι η γνώση είναι η προσωπική άποψη του καθενός ή ότι προκύπτει από την εμπειρία του ατόμου «από πρώτο χέρι» και δεν αφορά απόψεις ειδικών και επιστημονικά τεκμήρια. Ενώ η πηγή της γνώσης παίρνει τον χαρακτηρισμό «αυθεντία», δηλαδή, αντιπροσωπεύει την άποψη ότι η γνώση προκύπτει από βιβλία και ειδήμονες και δε

σχετίζεται καθόλου με το προσωπικό στοιχείο. Αυτές οι αποκλίσεις που εντοπίζονται στην ερμηνεία των διαστάσεων αποδίδονται, σύμφωνα με την ερευνήτρια, είτε στην ανεπάρκεια του συγκεκριμένου εργαλείου, είτε στο νεαρό της ηλικίας των εξεταζομένων που τους καθιστούσε λιγότερο ώριμους να αντιληφθούν τέτοιου είδους έννοιες.

Ενώ η Schommer και άλλοι ερευνητές στη βόρεια Αμερική συνέχιζαν τις μελέτες τους, κάποιοι ερευνητές άρχισαν να εξετάζουν τη θεωρία της Schommer (1990), σε άλλους πολιτισμούς (δείτε Chan & Elliott, 2000˙ Clarebout, Elen, Luylen, & Bamps, 2001˙ Hofer & Pintrich, 1997).

Στην Ιαπωνία, ο Mori (1997) χρησιμοποίησε το ερωτηματολόγιο της Schommer (1990) για να μελετήσει τις επιστημολογικές πεποιθήσεις 97 σπουδαστών κολεγίων (αναφορά στο Chan & Elliott, 2004). Μέσω της παραγοντικής ανάλυσης, προέκυψαν τέσσερις παράγοντες που τους ονόμασε: (α) γρήγορη μάθηση, (“quick learning”), (β) η προσπάθεια είναι χάσιμο χρόνου (“effort is a waste of time”), (γ) βέβαιη γνώση (“certain knowledge”) και (δ) αλήθεια (“truth”). Οι αποκλίσεις σε σχέση με το μοντέλο της Schommer (1990), οφείλονται ενδεχομένως στο γεγονός ότι η Schommer χρησιμοποίησε τις υποκλίμακες ως αρχικές μεταβλητές, ενώ ο Mori χρησιμοποίησε τις ατομικές δηλώσεις ως αρχικές μεταβλητές, κατά την παραγοντική ανάλυση.

Μέσα από μια παρόμοια ερευνητική προσπάθεια, χρησιμοποιώντας ένα ερωτηματολόγιο 50 δηλώσεων που κατασκευάστηκε από τους Schommer (1990) και Jehng et al. (1993), ο Lee (1995) διαπίστωσε ότι η πλειοψηφία των Κορεατών αποφοίτων που εξετάστηκαν, έτεινε να πιστεύει στον κυρίαρχο ρόλο των αυθεντιών (Chan & Elliott, 2004). Επίσης, οι Κορεάτες φάνηκε να διατηρούν πιο απλοϊκές απόψεις σχετικά με τη φύση της μάθησης από τους Αμερικάνους. Αρκετοί Κορεάτες απόφοιτοι υποστήριξαν περισσότερο την έμφυτη ικανότητα μάθησης από ό,τι οι Αμερικάνοι σπουδαστές. Ο Lee επέλεξε να ακολουθήσει τις κατηγορίες που προσδιορίστηκαν στις πρώτες μελέτες της Schommer, και αυτό αποτελεί μια πιθανή εξήγηση γιατί βρήκε πέντε διαστάσεις, σύμφωνα με το υποθετικό πλαίσιο της Schommer. Οι τιμές του δείκτη Cronbach για τις πέντε διαστάσεις κυμάνθηκαν από 0,47 έως 0,69, δείχνοντας ότι οι κλίμακες της Schommer παρουσίασαν προβλήματα συνέπειας και δεν ισχύουν σε άλλα πολιτιστικά πλαίσια.

Πρόσφατα, ο Lin (2001) πραγματοποίησε μια μελέτη επιστημολογικών πεποιθήσεων σε 1420 μαθητές δημοτικών σχολείων της Ταϊβάν (Chan & Elliott, 2004). Οι παράγοντες που προέκυψαν είναι οι εξής:

Ο παράγοντας γρήγορη μάθηση αποτελείται από δύο υπό-κλίμακες -«δεν μπορώ να μάθω πώς να μαθαίνω» και «η μάθηση πραγματοποιείται με την πρώτη».

Ο παράγοντας πηγή της γνώσης είναι η αυθεντία αποτελείται από τρεις υποκλίμακες -«εξάρτηση από την αυθεντία», «δεν ασκώ κριτική στην αυθεντία» και «η γνώση είναι βέβαιη»

Ο παράγοντας έμφυτη ικανότητα μάθησης αποτελείται από τέσσερις υποκλίμακες - «γρήγορη μάθηση», «οι προσπάθειες συγκέντρωσης είναι χάσιμο χρόνου», «η επιτυχία δεν έχει σχέση με τη σκληρή δουλεία» και «έμφυτη ικανότητα μάθησης» .

Ο παράγοντας απλή μάθηση αποτελείται από τρεις παράγοντες «αποφυγή της ασάφειας», «αναζήτηση απλών απαντήσεων» και «αποφυγή συνδυασμού γνώσης».

Ο Lin (2001) ισχυρίστηκε ότι η μελέτη του παρείχε μια καλύτερη περιγραφή των χαρακτηριστικών των επιστημολογικών πεποιθήσεων από αυτή της Schommer (1990), λόγω του μεγέθους του δείγματος που χρησιμοποίησε (Schommer: 317 συμμετέχοντες Lin: 1420 συμμετέχοντες). Στους Chan και Elliott (2004), ο ισχυρισμός αυτός φάνηκε προβληματικός, διότι οι αποκλίσεις μπορεί να οφείλονται στους διαφορετικούς πολιτισμούς. Η έρευνα της Schommer (1990) πραγματοποιήθηκε σε βορειοαμερικανικούς σπουδαστές πανεπιστημίων/ κολεγίων, ενώ ο Lin (2001) εξέτασε δείγμα μαθητών από δημοτικά σχολεία της Ταϊβάν χωρίς τροποποίηση ή προσαρμογή του ερωτηματολογίου.

Σε μια αρχική προσπάθεια να μελετηθούν οι επιστημολογικές πεποιθήσεις των Κινέζων σπουδαστών του Χονγκ Κονγκ, οι Chan και Elliott (2000) χρησιμοποίησαν το ερωτηματολόγιο επιστημολογικών πεποιθήσεων της Schommer για να ελέγξουν τη δυνατότητα εφαρμογής του στο δικό τους πολιτισμό. Αυτό το εργαλείο μεταφράστηκε στα κινέζικα και ελέγχθηκε από δύο σχολικούς ψυχολόγους. Μια δίγλωσση έκδοση (στα αγγλικά και τα κινέζικα) του εργαλείου της Schommer

χορηγήθηκε σε 352 σπουδαστές παιδαγωγικών. Μετά από στατιστικές αναλύσεις προέκυψαν τρεις παράγοντες (Chan & Elliott, 2000):

Ο πρώτος παράγοντας είχε δύο κλίμακες που αναφέρονται στη σταθερή / έμφυτη ικανότητα («can't learn how to learn» και «success is unrelated to hard work») και μια κλίμακα που αναφέρεται στη γρήγορη μάθηση («learn first time»).

Ο δεύτερος παράγοντας «ικανότητα / ταχύτητα», συνδέει τη γρήγορη μάθηση με τη σταθερή / έμφυτη ικανότητα. Οι σπουδαστές του Χονγκ Κονγκ θεωρούν ότι η έμφυτη ικανότητα καθορίζει όχι μόνο την ικανότητα απόκτησης της γνώση, αλλά και την ταχύτητα.

Ο τρίτος παράγοντας περιλαμβάνει τις εξής τρεις υπό-κλίμακες: «πηγή της γνώσης είναι η αυθεντία», «βέβαιη γνώση» και «γρήγορη μάθηση».

Σε μετέπειτα μελέτη που πραγματοποίησαν οι ίδιοι ερευνητές (Chan & Elliott, 2002), σε δείγμα 385 φοιτητών του τμήματος παιδαγωγικής του Χονγκ Κονγκ, η παραγοντική ανάλυση των απαντήσεών τους ανέδειξε τέσσερις παράγοντες. Από τη φύση αυτών των παραγόντων, προσδιορίστηκαν οι εξής συνιστώσες επιστημολογικών πεποιθήσεων:

1. Έμφυτη / καθορισμένη ικανότητα
2. Γνώση αυθεντιών / ειδικών
3. Βεβαιότητα γνώσης
4. Προσπάθεια / διαδικασία μάθησης

Οι Clarebout et al. (2001), με τη σειρά τους, διεξήγαγαν δύο εμπειρικές μελέτες χρησιμοποιώντας μια μεταφρασμένη έκδοση του ερωτηματολογίου της Schommer (1990) στα Ολλανδικά. Στα πλαίσια της πρώτης μελέτης, το ερωτηματολόγιο χορηγήθηκε σε 250 δευτεροετείς φοιτητές από τρία πανεπιστήμια του Βελγίου και της Ολλανδίας ενώ στη δεύτερη σε 450 δευτεροετείς φοιτητές, από τέσσερις συγκεκριμένες κατευθύνσεις σπουδών, τεσσάρων ανωτάτων εκπαιδευτικών ιδρυμάτων του Βελγίου. Σε καμιά από τις δύο μελέτες δεν προέκυψε παραγοντική δομή ίδια (ούτε στη φύση αλλά ούτε και στον αριθμό) με αυτήν που είχε βρει η Schommer (1990). Κάτι τέτοιο πιθανώς να οφείλεται στη διαφορετικότητα της γλώσσας ή στα ξεχωριστά εκπαιδευτικά περιβάλλοντα που ισχύουν σε κάθε χώρα (Clarebout et al., 2001).

Παρά τις αποκλίσεις που εντοπίζονται στα διαφορετικά πολιτισμικά πλαίσια, παρατηρούμε ότι υπάρχουν ορισμένες κοινές διαστάσεις που δύναται να προσδιοριστούν σε διαφορετικούς πολιτισμούς, (Chan & Elliott, 2004). Ο προσδιορισμός του παράγοντα «πηγή της γνώσης είναι η αυθεντία» στη μελέτη του Lin (2001), αντιστοιχεί στον προσδιορισμό του παράγοντα «γνώση αυθεντίας/ ειδικού» των Chan και Elliott (2000), στο κινεζικό πλαίσιο του Χονγκ Κονγκ. Ο παράγοντας «έμφυτης /σταθερής ικανότητας» προσδιορίζεται ταυτόχρονα στους βόρειο Αμερικάνους, στο Χονγκ Κονγκ και στη Ταϊβάν. Η συγχώνευση, στον ίδιο παράγοντα, των υπό-κλιμάκων «πηγή της γνώσης είναι η αυθεντία» και «η γνώση είναι βέβαιη» στην έρευνα του Lin (2001), εντοπίστηκε επίσης, στη μελέτη των Chan και Elliott (2000) με τους Κινέζους σπουδαστές του Χονγκ Κονγκ. Ομοίως, οι υπό-κλίμακες που αντιπροσωπεύουν τους παράγοντες «βέβαιη γνώση» και την «απλή γνώση» ανήκουν στον ίδιο παράγοντα, όπως βρέθηκε και στη μελέτη της Schommer (1990).

Εντούτοις, το γεγονός ότι τα αποτελέσματα που προέκυψαν στους διαφορετικούς πολιτισμούς ήταν αρκετά αντιφατικά μεταξύ τους, αρκετοί το απέδωσαν στην εκ κατασκευής αδυναμία των δηλώσεων του ερωτηματολογίου της Schommer (1990) και της μεθοδολογίας που υιοθετήθηκε στις μελέτες της (αναφορά στο Chan & Elliott, 2004). Όμως, παρά τις αδυναμίες που εντοπίζουμε στο εργαλείο της Schommer, η συμβολή της κρίνεται πολύτιμη. Άλλωστε, μια άλλη πιθανή εξήγηση για αυτό θα μπορούσε να είναι η πολιτιστική επίδραση. Η χρήση ενός εργαλείου που αναπτύσσεται στη βόρεια Αμερική είναι ενδεχομένως προβληματική όταν εφαρμόζεται στις μη-δυτικές χώρες. Μια ανάλυση στις διαστάσεις των επιστημολογικών πεποιθήσεων από διάφορα πολιτιστικά πλαίσια και σύγκριση αυτών είναι πιθανό να διευκρινίσουν περαιτέρω τη δομή των επιστημολογικών πεποιθήσεων, (Chan & Elliott, 2004).

Κλείνοντας, συμπεραίνουμε ότι η συμβολή της Schommer υπήρξε καθοριστική στο ζήτημα της μελέτης των επιστημολογικών πεποιθήσεων αφού επηρέασε καταλυτικά τον τρόπο με τον οποίο οι ερευνητές προσέγγιζαν το θέμα της προσωπικής επιστημολογίας μέχρι το 1990. Οι βασικές καινοτομίες της στη νέα αυτή θεώρηση, σε σχέση με τις παλαιότερες, συνοψίζονται στα εξής:

1. Προσθήκη πεποιθήσεων μάθησης,
2. Καθορισμός ξεχωριστών Ε.Π.,

3. Εισαγωγή ασυγχρόνιστης ανάπτυξης πεποιθήσεων,
4. Επίτευξη ισόρροπης σχέσης ανάμεσα στις Ε.Π.,
5. Εισαγωγή ορολογίας Ε.Π.,
6. Εισαγωγή ποσοτικής μέτρησης Ε.Π..

Ειδικές και γενικές επιστημολογικές πεποιθήσεις

Οι έρευνες που παρουσιάστηκαν παραπάνω κινούνταν υπό την υπόθεση ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις είναι κοινές, ανεξαρτήτως στόχου ή γνωστού αντικειμένου. Παρ' όλα αυτά, υπάρχουν ενδείξεις ότι οι Ε.Π. διαφέρουν ανάλογα με το σκοπό και το αντικείμενο μελέτης. Μέσα από τη βιβλιογραφική μελέτη συναντάμε αρκετές έρευνες οι οποίες έχουν ασχοληθεί με το ζήτημα της γενικότητας των επιστημολογικών πεποιθήσεων. Οι περισσότεροι ερευνητές συμφωνούν ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις διαφοροποιούνται ανά το εκάστοτε γνωστικό αντικείμενο. Ιστορικοί τέχνης, οικονομολόγοι, γεωλόγοι κ.α. δεν χρησιμοποιούν τις ίδιες μεθοδολογικές προσεγγίσεις ούτε τεκμηριώνουν τη γνώση τους με ίδιους τρόπους. Ακόμη και σε εκείνους τους τομείς όπου η εμπειριοκρατία είναι κυρίαρχη, υπάρχουν διαφορές (Hofer, 2006). Βέβαια, υπάρχουν ερευνητές οι οποίοι διαφωνούν με αυτή την άποψη. Παρακάτω παρουσιάζουμε μερικά αποτελέσματα ερευνών, κάποια από τα οποία δε βρίσκονται σε απόλυτη συμφωνία μεταξύ τους.

Μερικοί μελετητές υποστηρίζουν ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις για διαφορετικά γνωστικά αντικείμενα είναι σε γενικές γραμμές όμοιες μεταξύ τους, ενώ οι μικρές διαφορές που εντοπίζονται, πιθανώς σχετίζονται με τη δομή του εκάστοτε γνωστικού αντικειμένου. Οι Schommer και Walker (1995), εξέτασαν τον τρόπο με τον οποίο οι επιστημολογικές πεποιθήσεις γενικεύονται μέσα από τις κοινωνικές επιστήμες και τα μαθηματικά (αναφορά στο Schommer, 2003). Οι κοινωνικές επιστήμες σε αντίθεση με τα μαθηματικά θεωρούνται ως ένα «δυσνόητα δομημένο» γνωστικό αντικείμενο αφού οι σχέσεις μεταξύ των θεμάτων που διαπραγματεύονται είναι πιο περίπλοκες και δυσνόητες από άλλες επιστήμες. Η ανάλυση των στοιχείων της έρευνας έδειξε υψηλή συσχέτιση μεταξύ των επιστημολογικών πεποιθήσεων στα δυο γνωστικά αντικείμενα η οποία οδήγησε τους Schommer και Walker στο να συμπεράνουν τη γενικότητα των επιστημολογικών πεποιθήσεων.

Η ερμηνεία αυτή βρήκε αντίθετους τους Paulsen και Wells (1998) οι οποίοι απέδωσαν τα παραπάνω αποτελέσματα στο γεγονός ότι τα δύο γνωστικά αντικείμενα

που εξετάσθηκαν στη συγκεκριμένη έρευνα συγκαταλέγονται, σύμφωνα με τον Biglan (1973), στην ίδια κατηγορία, αυτή των «θεωρητικών» επιστημών (αναφορά στο Schommer, 2003). Πιο συγκεκριμένα, οι επιστήμες σύμφωνα με τον Biglan διακρίνονται σε «θεωρητικές» ή «πρακτικές». Οι «θεωρητικές» επιστήμες είναι επιστήμες όπως τα μαθηματικά και η ψυχολογία, που εστιάζουν στο θεμελίωμα και κτίσιμο θεωριών. Έτσι, σύμφωνα με τους Paulsen και Wells, είναι λογικό οι μαθητές σε τέτοια γνωστικά αντικείμενα να διαμορφώνουν την άποψη ότι η γνώση είναι ένα σύνολο από διακριτές, μεταξύ τους, έννοιες και ότι η μάθηση είναι μια απλή διαδικασία, η οποία πραγματοποιείται σταδιακά. Αντίθετα, οι «πρακτικές» επιστήμες, όπως τα οικονομικά, εστιάζουν στην πρακτική εφαρμογή των εν λόγω θεωριών.

Μια άλλη διάκριση που κάνει ο Biglan στα πεδία των επιστημών είναι αυτή των «εμπειρικών» και «μη εμπειρικών» επιστημών. Οι «εμπειρικές» επιστήμες (μηχανολογία, χημεία) χαρακτηρίζονται από το γεγονός ότι μέσα από το πείραμα οι μαθητευόμενοι συμφωνούν στις βασικές ιδέες οι οποίες είναι προφανείς. Έτσι, αυτές οι επιστήμες δημιουργούν ευνοϊκές συνθήκες για τους μαθητές στο να πιστεύουν ότι η γνώση είναι απόλυτη και βέβαιη, σε αντίθεση με τις μη εμπειρικές επιστήμες, όπου τα επιστημονικά συμπεράσματα μπορεί να ποικίλουν και διχάζουν τους φοιτητές.

Αντίθετα αποτελέσματα με των Schommer και Walker (1995), προέκυψαν σε έρευνα της Hofer (2000). Προς εξέταση των ερευνητικών ερωτημάτων, δόθηκε σε δείγμα 326 φοιτητών, στα πλαίσια ενός σεμιναρίου ψυχολογίας, το «Εστιασμένο σε Γνωστικά Αντικείμενα Ερωτηματολόγιο Επιστημολογικών Πεποιθήσεων» (“Discipline-Focused Epistemological Belief Questioner”). Το εργαλείο αυτό, περιείχε 27 δηλώσεις από το EBQ (Schommer, 1990) και το CEV (Perry, 1968), καθώς επίσης επιπρόσθετες δηλώσεις σύμφωνα με τις τέσσερις διαστάσεις της προσωπικής επιστημολογίας όπως αυτές περιγράφονται από τους Perry (1970), King και Kitchener (1994), Kuhm (1991), Magolda (1992), και Belenky et al. (1986). Αποτελούνταν από δυο μέρη, όπου το ένα εστίαζε στην ψυχολογία και το άλλο στη φυσική. Κάθε φορά που οι εξεταζόμενοι απαντούσαν σε μια ερώτηση είχαν στο μυαλό τους αποκλειστικά ένα από τα δυο γνωστικά αντικείμενα.

Κατά τη σύγκριση των επιστημολογικών πεποιθήσεων των φοιτητών στα δυο γνωστικά αντικείμενα, διαπιστώθηκε ότι στη φυσική οι φοιτητές θεωρούν τη γνώση πιο βέβαιη και απόλυτη, ενώ ως πηγή γνώσης ορίζουν την αυθεντία-ειδικό (source of knowledge :authority). Αντιθέτως, στην ψυχολογία η γνώση χαρακτηρίζεται λιγότερο βέβαιη και τεκμηριώνεται με βάση την προσωπική εμπειρία (justification for knowing

:personal). Παρατηρούμε λοιπόν ότι σε αντίθεση με τους ισχυρισμούς των Schommer και Walker (1995), οι πρωτοετείς φοιτητές έκάναν διακρίσεις στις απόψεις τους, σύμφωνα με το αντικείμενο σπουδών στο οποίο αναφέρονταν. Όμως, πότε ακριβώς ξεκινούν αυτού του είδους οι διακρίσεις και κατά πόσο διατηρούνται στη συνέχεια; Επιπλέον, τίθεται υπό αμφισβήτηση το κατά πόσο τα μέτρα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν ικανά για την ορθή διερεύνηση αυτού του ζητήματος. Τέλος, σύμφωνα με την ερευνήτρια χρειάζεται περαιτέρω έρευνα στην οποία να λαμβάνεται υπόψη η πρότερη γνώση, η εξοικείωση και το γενικότερο υπόβαθρο των εξεταζομένων για το γνωστικό αντικείμενο (Hofer, 2000).

Στην ίδια έρευνα (Hofer, 2000), πραγματοποιήθηκε ανάλυση παλινδρόμησης για σύγκριση των επιστημολογικών πεποιθήσεων φοιτητών διαφορετικών σχολών. Διαπιστώθηκε ότι οι φοιτητές των φυσικών επιστημών συγκριτικά με τους φοιτητές των κοινωνικών επιστημών αντιλαμβάνονται σε μεγαλύτερο βαθμό την αλήθεια ως κάτι το εφικτό (attainability of truth). Αυτό συμφωνεί με τα ευρήματα των Jehng et al. και Paulsen και Wells (1998). Χρειάζεται όμως περαιτέρω έρευνα σε μεγαλύτερο έτος σπουδών, για να ελέγξουμε το κατά πόσο διατηρούνται αυτές οι πεποιθήσεις.

Προς την ίδια κατεύθυνση κινήθηκε και η μελέτη των Buehl et al. (2002). Σκοπός της έρευνάς τους ήταν η εξέταση ενδεχόμενων διαφορών στις επιστημολογικές πεποιθήσεις των φοιτητών ανάλογα με το εκάστοτε γνωστικό αντικείμενο. Στην έρευνα αυτή (η οποία αποτελεί προέκταση προηγούμενης έρευνας της Hofer (2000)) εντοπίστηκαν στοιχεία που ενισχύουν την άποψη ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις διαφοροποιούνται ανάλογα με το γνωστικό αντικείμενο που εξετάζεται κάθε φορά. Πιο συγκεκριμένα, οι πεποιθήσεις των μαθητών σχετικά με τη γνώση εμφανίζουν συνάφεια όταν συγκρίνονται π.χ. τα μαθηματικά, που έχουν πιο αυστηρή δομή με την Ιστορία, που χαρακτηρίζεται από μια πιο ασαφή δομή. Με αυτά τα αποτελέσματα ενισχύθηκαν και τα ευρήματα της Hofer (2000). Βέβαια, η έρευνα επικεντρώθηκε στους τομείς των μαθηματικών και της ιστορίας, όπου είναι πιο εύκολα συγκρίσιμοι λόγω της δομής τους. Τα μεν πρώτα έχουν πιο αυστηρή δομή, ενώ τα δεύτερα χαρακτηρίζονται από μια πιο ασαφή δομή (Buehl et al., 2002).

Σαν απάντηση προς όλα τα παραπάνω οι Schommer, Duell και Barker (2003) επιχείρησαν να επανεξετάσουν τη δουλειά που είχε πραγματοποιηθεί από τους Schommer και Walker (1995). Εξέτασαν 152 φοιτητές από ποικίλες σχολές, χρησιμοποιώντας το προσαρμοσμένο ερωτηματολόγιο των Schommer και Walker. Οι φοιτητές κάθε φορά που απαντούσαν σε μια δήλωση είχαν ένα συγκεκριμένο

γνωστικό αντικείμενο στο μυαλό τους. Τα αποτελέσματα των στατιστικών αναλύσεων συμφώνησαν με τα ευρήματα των Schommer και Walker (1995), δηλαδή έδειξαν ότι «μέχρι ενός σημείου» οι επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών ήταν ανεξάρτητες γνωστικού αντικειμένου (moderate domain generality). Επίσης, σε αντίθεση με τη κατηγοριοποίηση του Biglan, βρέθηκε υψηλότερη συσχέτιση στις μεταξύ των μαθηματικών και της διοίκησης επιχειρήσεων από ότι μεταξύ των μαθηματικών και των κοινωνικών επιστημών. Αυτά τα ευρήματα είναι σύμφωνα και με προηγούμενες έρευνες που έχουν γίνει όπως των Schrow, Dunkle και Bendixen (1995) και Spiro, Coulson, Feltovich και Anderson (1998).

Έτσι, οι Schommer et al. (2003) κάνοντας χρήση του όρου “moderate” (μέχρι ενός ορίου) για τον χαρακτηρισμό της οικουμενικότητας των επιστημολογικών πεποιθήσεων, διαχώρισαν τη θέση τους από (γενικές ή ειδικές επιστημολογικές πεποιθήσεις;). Με άλλα λόγια θεώρησαν λανθασμένο το δίλημμα ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις είναι είτε γενικές είτε ειδικές. Όταν ένας μαθητής υποστηρίζει ότι η γνώση είναι απλή και βέβαιη σε ένα γνωστικό αντικείμενο, τότε λογικά θα έχει παρόμοιες πεποιθήσεις και για τα άλλα. Αυτό όμως, δεν συνεπάγεται ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις για κάθε γνωστικό αντικείμενο θα είναι ακριβώς ίδιες μεταξύ τους. Κάποιοι ερευνητές αντιτίθενται σε αυτήν την άποψη, ενώ κάποιους άλλους τους βρίσκει σύμφωνους (Schommer et al., 2003).

Οι ερευνητές πρότειναν για περαιτέρω έρευνα την εξής αναπτυξιακή πορεία των Ε.Π.: Οι μαθητές του δημοτικού λαμβάνοντας μια γενικότερη μορφή εκπαίδευσης και βασιζόμενοι στις εμπειρίες που έχουν από το οικογενειακό και κοινωνικό τους περιβάλλον αναπτύσσουν γενικές επιστημολογικές πεποιθήσεις. Στα χρόνια του λυκείου, γνωρίζοντας διαφορετικά γνωστικά αντικείμενα, διαφοροποιούν και προσαρμόζουν τις επιστημολογικές τους πεποιθήσεις σε αυτά. Τέλος, κατά τη διάρκεια των ανώτερων σπουδών τους, καθώς εντρυφούν σε συγκεκριμένα γνωστικά πεδία, αρχίζουν να εντοπίζουν ομοιότητες σε ένα πιο αφηρημένο επίπεδο μεταξύ των επιστημών.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι ήδη υπάρχουσες έρευνες σε αυτόν τον τομέα, δεν απαντούν ομόφωνα στο συγκεκριμένο ερώτημα. Σύμφωνα με την Hofer (2006), υπάρχουν αρκετές ερμηνείες για τα αντιφατικά αυτά αποτελέσματα. Καταρχάς, υπάρχει έλλειψη του κατάλληλου εργαλείου. Η έρευνα των ειδικών επιστημολογικών πεποιθήσεων με ερωτηματολόγιο γενικών επιστημολογικών πεποιθήσεων, δεν δίνει μεγάλης ακρίβειας αποτελέσματα. Επιπλέον, σε μια τέτοια έρευνα καλό θα ήταν το δείγμα να

αποτελείται από απόφοιτους λυκείων οι οποίοι έχουν διαμορφώσει άποψη για θέματα που αφορούν συγκεκριμένα επιστημονικά πεδία αφού και οι ίδιοι βρίσκονται σε ένα προ-στάδιο πριν εξειδικευτούν σε κάποιον συγκεκριμένο τομέα. Εντούτοις, λίγες από τις υπάρχουσες έρευνες εξετάζουν τέτοιου είδους δείγματα. Επιπροσθέτως, ελάχιστες έρευνες απεικονίζουν την αναπτυξιακή εικόνα της επιστημολογίας ενσωματώνοντας αποτελεσματικά την ιδιομορφία των γνωστικών αντικειμένων αλλά και την αλληλεπίδραση αυτής της ιδιομορφίας με το γενικότερο πλαίσιο των επιστημολογικών πεποιθήσεων. Ένα άλλο ζήτημα, το οποίο τίθεται από τους Muis et al. (2006), είναι η σύγχυση που λανθασμένα υφίσταται μεταξύ της διαφοροποίησης των επιστημολογικών πεποιθήσεων ανά γνωστικό αντικείμενο και της διαφοροποίησης της φύσης και δομής των γνωστικών αντικειμένων. Τέλος, κάποιες έρευνες δεν εξετάζουν πως και αν οι γενικές επιστημολογικές πεποιθήσεις ενός ατόμου διαφοροποιούνται ανά το εκάστοτε γνωστικό αντικείμενο, αλλά ερευνούν αυτές καθ' αυτές τις πεποιθήσεις σε κάθε ένα από τα γνωστικά αντικείμενά (αναφορά στο Hofer, 2006).

Πιο πρόσφατα, παρουσιάστηκε η πιο επαναστατική άποψη της συνύπαρξης των γενικών και ειδικών επιστημολογικών πεποιθήσεων. Πιο συγκεκριμένα, οι Buehl και Alexander (2001) πρότειναν μια πολυδιάστατη και μια πολυστρωματική παρουσίαση των επιστημολογικών πεποιθήσεων των φοιτητών, σε τρία επίπεδα (αναφορά στο Eynde et al., 2006): (1) εξαρτώμενες από το πεδίο πεποιθήσεις, (2) ακαδημαϊκές επιστημολογικές πεποιθήσεις, (3) γενικές επιστημολογικές πεποιθήσεις. Ανάλογα με το επίπεδο ιδιομορφίας / γενικότητας των ερωτήσεων που παρουσιάζονται στους φοιτητές, οι έρευνες θα εστιάζουν σε κάποιο από τα παραπάνω επίπεδα επιστημολογικών πεποιθήσεων. Εξάλλου, σύμφωνα με την Alexander (2006) τι αναμένεται από τους σπουδαστές; Αναμένεται να αντισταθούν στις εξωτερικές επιρροές και να διαμορφώσουν επιστημονικές πεποιθήσεις που είναι σε διαφωνία με την εκπαιδευτική ή πολιτιστική εμπειρία; Ποιες γνωστικές ικανότητες, προσωπικά γνωρίσματα, ή κίνητρα θα έδιναν στους σπουδαστές τη δυνατότητα να δουν πέρα από την αξία της ταχύτητας, της ακρίβειας και της βεβαιότητας στις καλά δομημένες, πρακτικές, ή θεωρητικές επιστήμες; Αν είναι έτσι τα πράγματα ποιες είναι αυτές οι εξωτερικές επιρροές που πρέπει οι μαθητές να παραβλέψουν;

Επιστημολογικές πεποιθήσεις και μαθηματικά

Μιλώντας για ειδικές επιστημολογικές πεποιθήσεις μπορούμε να μεταφέρουμε τα παραπάνω ερευνητικά ζητήματα υπό το πρίσμα της μαθηματικής επιστήμης. Ζητήματα όπως η ύπαρξη μοναδικής απάντησης σε οποιοδήποτε πρόβλημα μαθηματικών και μόνο μια σωστή μέθοδος επίλυσης, η αδυναμία κατανόησης των μαθηματικών από τους μέτριους μαθητές, η άποψη ότι επίσημη απόδειξη είναι άσχετη με τις διαδικασίες ανακάλυψης ή εφεύρεσης, αποτελούν σύμφωνα με τον Schoenfeld (1992) μερικές από τις πιο συνήθεις μαθητικές πεποιθήσεις σχετικά με τη μαθηματική επιστήμη (Coe, 1994). Επίσης, ποικίλα επιστημολογικά ζητήματα που σχετίζονται με τον ρόλο της εξήγησης και της απόδειξης στην καθιέρωση της μαθηματικής γνώσης, τη θέση της συζήτησης και του επιχειρήματος στη μάθηση των μαθηματικών και τη σχέση μεταξύ των τοπικά-αναπτυγμένων και τυπικών μορφών μαθηματικής γνώσης εντοπίστηκαν από τον Ruthven (1989) κατά τη διάρκεια της αξιολόγησης διερευνητικών προσεγγίσεων διδασκαλίας, (Coe, 1994).

Ο Schoenfeld (1983) πρότεινε ένα σύστημα πεποιθήσεων το οποίο παρατήρησε ότι επηρεάζει τους μαθητές κατά την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Ακόμα και σε τάξεις που οι μαθητές είχαν ένα καλό επίπεδο στα μαθηματικά, παρατήρησε ότι δεν διαμόρφωναν απαραιτήτως καλή άποψη για αυτά (αναφορά στο Gfeller, Niess, & Lederman, 2000). Ζητώντας από δύο μαθητές να κάνουν γεωμετρικές κατασκευές σκεπτόμενοι δυνατά, παρατήρησε ότι τα παιδιά διατηρούσαν μη εκλεπτυσμένες Ε.Π. για τις μαθηματικές έννοιες, θεωρώντας τη γνώση ως ένα σύνολο ασύνδετων μεταξύ τους τμημάτων. Η αιτιολόγηση των επιλογών τους γινόταν με κύριο κριτήριο τη προσωπική τους εμπειρία (σχεδιασμός με το χέρι) παρά με αποδεικτικές διαδικασίες και λογική συνέπεια. Μέσα από την έρευνα προέκυψε το συμπέρασμα ότι η εμπειρική αιτιολόγηση ήταν συνέπεια της απλοϊκής και αφελούς εντύπωσης που είχαν οι μαθητές για τη μαθηματική γνώση,

Αργότερα, ο Schoenfeld (1989) παρατήρησε ότι στο μυαλό των μαθητών τα μαθηματικά χωρίζονται σε δυο κατηγορίες (αναφορά στο Maison, 2003):

1. Στα σχολικά μαθηματικά τα οποία είναι αυτά που διδάσκονται στη σχολική τάξη και χαρακτηρίζονται από μεθόδους αποστήθισης.
2. Τα αφηρημένα μαθηματικά τα οποία οι μαθητές δεν γνωρίζουν, αλλά έχουν ακουστά και τα οποία χαρακτηρίζονται από ανακάλυψη και δημιουργικότητα.

Στην ερευνά του, οι περισσότεροι μαθητές αφιέρωναν πολύ λίγο χρόνο στις ασκήσεις αφού υπέθεταν ότι αν δεν κατάφερναν να ολοκληρώσουν μια άσκηση σε λίγα μόνο λεπτά, τότε θα ήταν γενικά αδύνατον να τη λύσουν.

Οι έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί σε αυτόν τον θεματικό τομέα, δεν αφορούν μόνο τις πεποιθήσεις των μαθητών για τη φύση των μαθηματικών αλλά και την ικανότητα μάθησης (Kloosterman & Stage, 1992). Παρόλο που μέχρι το 1992 είχαν γίνει αρκετές έρευνες για τις πεποιθήσεις των μαθητών για τη φύση των μαθηματικών, δεν υπήρχε κάποιο αξιόπιστο ερωτηματολόγιο το οποίο να εστιάζει αποκλειστικά στα μαθηματικά. Οι Kloosterman & Stage (1992) εξέτασαν τις πεποιθήσεις των μαθητών για τη χρησιμότητα των μαθηματικών και πως αυτές σχετίζονται με τα κίνητρα μάθησης τους και κατ' επέκταση με την επιτυχία επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων. Για τον σκοπό αυτό κατασκεύασαν τις εξής πέντε κλίμακες:

Κλίμακα 1: **Μπορώ να λύσω χρονοβόρα μαθηματικά προβλήματα.**

Σύμφωνα με τον Schoenfeld (1985), αρκετοί μαθητές έχουν την πεποίθηση ότι ένα πρόβλημα πρέπει να επιλύεται το πολύ μέσα σε 5 λεπτά, με αποτέλεσμα να εγκαταλείπουν την προσπάθεια πολύ γρήγορα. Αυτή η πεποίθηση, σύμφωνα με τους Nibbelink et al. (1987), πιθανώς να προέρχεται από το γεγονός ότι μέσα στη σχολική τάξη επιλύονται γρήγορα τα προβλήματα, για να λυθούν όσο το δυνατόν περισσότερα προβλήματα.

Κλίμακα 2: **Υπάρχουν λεκτικά προβλήματα που δεν μπορούν να λυθούν με απλές βήμα προς βήμα διαδικασίες**.

Αρκετοί μαθητές υποστηρίζουν την εξής άποψη: «υπάρχει πάντα κάποιος κανόνας να ακολουθήσεις στα μαθηματικά» (Doosey et al., 1988, σελ. 102). Πράγματι, σε κάποια υπολογιστικά προβλήματα υπάρχουν κανόνες οι οποίοι μπορούν να ακολουθηθούν από τους μαθητές για την επίλυση τους. Όμως είναι αρκετά σημαντικό οι μαθητές να καταλαβαίνουν τον λόγο για τον οποίο χρησιμοποιούν αυτούς τους κανόνες. Από την άλλη όμως, υπάρχουν προβλήματα που δεν εντάσσονται σε κάποιο μοτίβο κανόνων. Αυτά τα προβλήματα χαρακτηρίζονται, από τους Charles και Lester (1982), ως «αληθινά μαθηματικά προβλήματα» και οι καλοί λύτες ενδιαφέρονται για τέτοιου είδους προβλήματα.

Κλίμακα 3: **Η κατανόηση των εννοιών είναι σημαντική στα μαθηματικά**.

Αρκετοί μαθητές υποστηρίζουν την άποψη ότι «το να γνωρίζεις γιατί μια απάντηση είναι σωστή είναι το ίδιο σημαντικό με το να γνωρίζεις την ίδια την απάντηση» (Doosey et al., 1988, σελ. 102). Όμως, σύμφωνα με τους Schoenfeld (1985) και Doosey et al. (1988) επειδή αρκετοί μαθητές δεν πιστεύουν στην ικανότητα τους να «δημιουργούν μαθηματικά» αποδέχονται τις διαδικασίες, χωρίς να επιχειρούν να τις κατανοήσουν. Οι μαθητές οι οποίοι διατηρούν αυτού του είδους τις πεποιθήσεις έχουν χαμηλά κίνητρα στην επίλυση «πραγματικών μαθηματικών προβλημάτων» και υψηλές πιθανότητες αποτυχίας.

Κλίμακα 4: **Τα λεκτικά προβλήματα είναι σημαντικά στα μαθηματικά**

Εστιάζοντας στην υπολογιστική διαδικασία ενός προβλήματος (πράξεις με χαρτί και μολύβι), χάνεται η ουσία επίλυσης του. Οι μαθητές οι οποίοι θεωρούν ότι το κλειδί για τα μαθηματικά είναι οι υπολογισμοί δεν γίνονται αρκετά καλοί λύτες προβλημάτων.

Κλίμακα 5: **Η προσπάθεια μπορεί να βελτιώσει τη μαθηματική ικανότητα**

Σύμφωνα με τον Tobias (1978), κάποιοι μαθητές πιστεύουν ότι δεν είναι αρκετά καλοί στα μαθηματικά και έτσι δεν έχουν προοπτικές να πετύχουν στα μαθηματικά. Αυτοί οι μαθητές δεν έχουν κίνητρο να προσπαθήσουν να βελτιώσουν τις ικανότητες τους στην επίλυση μαθηματικού προβλήματος.

Για την εξέταση των παραπάνω πεποιθήσεων κατασκευάστηκε ένα ερωτηματολόγιο από δέκα δηλώσεις κλίμακας Likert για κάθε μια από τις παραπάνω πεποιθήσεις εκτός της τελευταίας για την οποία χρησιμοποιήθηκαν έτοιμες δηλώσεις του Kloosterman (1988). Κάποιες δηλώσεις ήταν αρνητικά διατυπωμένες ενώ κάποιες άλλες θετικά. Οι μαθητές με ισχυρά κίνητρα μάθησης μαθηματικών αναμενόταν να συμφωνήσουν έντονα με τις θετικές δηλώσεις και να διαφωνήσουν έντονα με τις αρνητικές. Έπειτα από έλεγχο, 24 δηλώσεις, δηλαδή έξι για κάθε μια από τις τέσσερις κλίμακες, αποτέλεσαν τις «Κλίμακες Μαθηματικών Πεποιθήσεων» (Indiana Mathematics Belief Scales, IMBS) όπου μαζί με πρόσθετες δηλώσεις για τη χρησιμότητα των μαθηματικών, των Fenneman-Sherman (1976), αποτέλεσαν το ερωτηματολόγιο της συγκεκριμένης έρευνας. Το IMBS απευθύνεται σε μαθητές λυκείου και φοιτητές πανεπιστήμιου και μπορεί να αξιοποιηθεί από ερευνητές οι οποίοι ενδιαφέρονται να μελετήσουν τις πεποιθήσεις των μαθητών για τα μαθηματικά οι οποίες λειτουργούν ως κίνητρα (motivational beliefs). Επιπλέον, κάθε κλίμακα μπορεί να αξιοποιηθεί μεμονωμένα και όχι σαν σύνολο με τις υπόλοιπες του

ερωτηματολογίου. Η τελική έκδοση του ερωτηματολογίου δόθηκε σε δείγμα 517 φοιτητών (Kloosterman & Stage, 1992).

Όπως προέκυψε από τον έλεγχο αξιοπιστίας των πέντε κλιμάκων, η αξιοπιστία του επιπέδου σημαντικότητας της τέταρτης κλίμακας είχε τη χαμηλότερη τιμή από τις υπόλοιπες τέσσερις. Υπάρχουν δύο πιθανές εξηγήσεις για το γεγονός αυτό. Καταρχάς, οι δηλώσεις αυτής της κλίμακας ήταν αντιφατικές. Η δεύτερη πιθανή εξήγηση έχει να κάνει με το γεγονός ότι στο μυαλό των μαθητών επικρατεί μια σύγχυση για την έννοια λεκτικό πρόβλημα. Στις σχολικές τάξεις τα λεκτικά προβλήματα τα οποία λύνουν απαιτούν μόνο κάποιες αριθμητικές πράξεις ή την επίλυση κάποιων εξισώσεων. Από την άλλη, στα πανεπιστήμια οι φοιτητές λύνουν προβλήματα τα οποία απαιτούν μια σειρά βημάτων. Επιπλέον, προέκυψε αρνητική συσχέτιση μεταξύ της δεύτερης και πέμπτης κλίμακας, γεγονός που δείχνει ότι οι μαθητές συνδέουν τη μαθηματική ικανότητα με την ικανότητα κατασκευής αλγόριθμων επίλυσης στα μαθηματικά προβλήματα.

Αρκετά πρόσφατα, η Maison (2003) ερεύνησε τις πεποιθήσεις Ιταλών μαθητών λυκείου για τα μαθηματικά και την επίλυση μαθηματικού προβλήματος. Το εργαλείο που χρησιμοποιήθηκε ήταν το IMBS των Kloosterman και Stage (1992) συν την επιπλέον κλίμακα των Fennema-Sherman (1976), σε μεταφρασμένη μορφή στα ιταλικά και με κάποιες τροποποιήσεις. Στο δείγμα συμπεριλήφθησαν 599 μαθητές δύο γυμνασίων της νοτιοανατολικής Ιταλίας. Στη συνέχεια μια ομάδα 24 μαθητών επιλέχτηκε με βάση τα αποτελέσματα του ερωτηματολόγιου για συνέντευξη. Κατά τη συνέντευξη, οι σπουδαστές κλήθηκαν να δικαιολογήσουν την εκτίμηση που είχαν κάνει για έξι επιλεγμένες δηλώσεις.

Τα αποτελέσματα της έρευνας, ήταν σύμφωνα με αυτά των Kloosterman και Stage (1992). Από τον έλεγχο αξιοπιστίας του ερωτηματολογίου, επιβεβαιώθηκαν όλες πλην της τέταρτης κλίμακας η οποία δεν συμπεριλήφθηκε στις περαιτέρω αναλύσεις. Στη μετάφραση του ερωτηματολογίου από τα αγγλικά στα ιταλικά επειδή δεν υπήρχε ακριβής απόδοση της έννοιας του λεκτικού προβλήματος, χρησιμοποιήθηκε ο όρος «πρόβλημα». Μια πιθανή εξήγηση λοιπόν για το γεγονός ότι η κλίμακα αυτή ήταν χαμηλής αξιοπιστίας είναι ο τρόπος με τον οποίο οι μαθητές ερμήνευσαν τον όρο «πρόβλημα», αφού υπάρχει μεγάλη ποικιλία προβλημάτων στα μαθηματικά.

Στην πολλαπλή ανάλυση διασποράς, προέκυψε ότι η επίδραση της ηλικίας και του φύλου είναι σημαντική. Πιο συγκεκριμένα, η πεποίθηση που αφορά στην ικανότητα επίλυσης δύσκολων προβλημάτων τροποποιούνταν από χρόνο σε χρόνο αλλά όχι γραμμικά. Ήταν σε υψηλότερο επίπεδο το δεύτερο έτος και σε χαμηλότερο το τρίτο και πέμπτο έτος. Η πεποίθηση ότι δεν μπορούν όλα τα λεκτικά προβλήματα να λυθούν με μια απλή, βήμα προς βήμα διαδικασία αυξανόταν από το δεύτερο στον πέμπτο χρόνο, κάτι το οποίο είναι αναμφισβήτητα θετικό. Η πεποίθηση ότι τα μαθηματικά δεν είναι χρήσιμα μειωνόταν από το πρώτο προς το πέμπτο έτος. Όσον αφορά το φύλο, τα κορίτσια είχαν περισσότερο τη τάση από τα αγόρια να δίνουν αξία στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών. Γενικά, τα κορίτσια είχαν καλύτερες επιδόσεις από τα αγόρια. (αναφορά στο Maison, 2003)

Σε μια ανάλογη προσπάθεια μελέτης των επιστημολογικών πεποιθήσεων των μαθητών για τα μαθηματικά, οι Gfeller et al. (2000) κατέληξαν στις εξής τρεις κατηγορίες πεποιθήσεων: *(1) φύση της μαθηματικής γνώσης, (2) τρόποι μάθησης και (3) μαθηματική διαδικασία*. Το δείγμα (39 εθελοντές μαθητές λυκείου) προήλθε από τρία διαφορετικά τμήματα ενός σχολείου στα οποία διδάσκονταν το μάθημα της γεωμετρίας, της άλγεβρας και των υπολογισμών αντίστοιχα, από τον ίδιο διδάσκοντα. Αρχικά δόθηκε στους μαθητές ένα ερωτηματολόγιο ανοικτού τύπου και στη συνέχεια ακολούθησε συνέντευξη σε δεκαέξι μαθητές από το δείγμα, ώστε να δοθούν διευκρινήσεις σχετικά με τις απαντήσεις που είχαν δώσει.

Το περιεχόμενο της «φύσης της μαθηματικής γνώσης» προήλθε από λέξεις ή φράσεις χρησιμοποιούμενες από τους μαθητές για να περιγράψουν τα μαθηματικά από την άποψη των «μαθηματικών αντικειμένων». Οι μαθητές αναφέρονταν σε ποικίλα μαθηματικά αντικείμενα: αριθμοί, συναρτήσεις, μεταβλητές, τύποι, εξισώσεις, ιδιότητες, αξιώματα, και θεωρήματα. Η κατηγορία των «μαθηματικών διαδικασιών» προήλθε από λέξεις ή φράσεις που χρησιμοποιούνταν από τους μαθητές για να περιγράψουν τι σημαίνει «κάνω μαθηματικά». Λέξεις κλειδιά ήταν: επίλυση, υπολογισμός, διατύπωση, επικοινωνία, εξήγηση, εξέταση, πειραματισμός, παρουσίαση αποδείξεων, έλεγχος, υπόθεση, πειθώ, και γενίκευση. Η κατηγορία «τρόποι μάθησης» αποτελούνταν από τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα της μαθηματικής μάθησης, μέσα από τις επιστημολογικές υποκατηγορίες: συνοχή, επιμονή, προσπάθεια, αφαιρετικότητα, απόδοση και μη-εμπειρικότητα. Περίπου οι μισοί από τους μαθητές περιέγραψαν τουλάχιστον ένα χαρακτηριστικό γνώρισμα των

μαθηματικών ως μέθοδο μάθησης. Αρκετοί μαθητές εξέφρασαν αβεβαιότητα σχετικά με το πως οι μαθηματικοί γνωρίζουν ότι επίλυσαν ένα πρόβλημα ή απέδειξαν μια θεωρία.

Αυτή η μελέτη κατέληξε σε τρία σημαντικά συμπεράσματα (Gfeller et al., 2000). Καταρχάς οι μαθητές έδειξαν ότι είναι σε θέση να έχουν άποψη για τη φύση των μαθηματικών αφού περισσότεροι από τους μισούς μαθητές διατηρούσαν συγκεκριμένες πεποιθήσεις για το τι είναι μαθηματικά. Ένα άλλο σημαντικό συμπέρασμα είναι ότι ένα συνεχές απόψεων εκφράστηκε από τους μαθητές στις διάφορες προκύπτουσες κατηγορίες. Ανάμεσα στις απόψεις των μαθητών, η πιο συχνή αφελής άποψη που εκφράστηκε ήταν ότι η αιτιολόγηση της μαθηματικής γνώσης πραγματοποιείται μόνο μέσω της παρατήρησης των φυσικών φαινομένων. Μια πιθανή εξήγηση για αυτό είναι η αυξανόμενη προσοχή που δίνεται από τα αναλυτικά προγράμματα σε πραγματικά προβλήματα, με αποτέλεσμα τα μαθηματικά να συνδέονται μόνο με πραγματικές καταστάσεις. Η αλήθεια είναι ότι τα πραγματικά προβλήματα μπορούν να παρακινήσουν τους σπουδαστές αλλά μπορεί να οδηγήσουν και σε μια ελλιπή εικόνα για το πως αιτιολογείται η μαθηματική γνώση.

Οι Maison και Scrivani (2004) εξέτασαν τις επιστημολογικές πεποιθήσεις μικρών μαθητών και τον τρόπο με τον οποίο αυτές διαφοροποιούνται μέσα από τα ποικίλα μαθησιακά περιβάλλοντα. Το δείγμα αποτελούνταν από ογδόντα έξι Ιταλούς μαθητές πέμπτης τάξης δημοτικού οι οποίοι χωρίστηκαν σε δύο ομάδες αναλόγως αν διδάσκονταν σε καινοτόμο ή παραδοσιακό μαθησιακό περιβάλλον, (Maison & Scrivani, 2004). Οι δύο ομάδες συμμετείχαν σε μαθήματα μαθηματικών μιάμισης ώρας την εβδομάδα για το διάστημα τριών μηνών. Στην καινοτόμο διδακτική προσέγγιση, οι μαθητές ενθαρρύνονταν «να κάνουν» μαθηματικά, δηλαδή να κατανοήσουν τους μηχανισμούς, να παραγάγουν εναλλακτικές λύσεις σε ένα δεδομένο πρόβλημα, και να τις αξιολογήσουν λαμβάνοντας υπόψη το σύνολο των λύσεων που προτείνονται μέσα στην τάξη. Η ευθύνη κατανόησης των μαθηματικών μεταβιβάζονταν από τον διδάσκοντα στους ίδιους τους μαθητές. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού στην τάξη ήταν να υποκινεί και να ενθαρρύνει τους μαθητές να συμμετέχουν στις γνωστικές και μεταγνωστικές δραστηριότητες. Οι δραστηριότητες που καλούνταν να συμμετάσχουν οι μαθητές αποτελούνταν από βήματα τα οποία απαιτούσαν αυτό-ρυθμιστικές στρατηγικές και μεταγνωστικές ικανότητες. Οι μαθητές ενθαρρύνονταν να θέτουν ερωτήσεις γενικής στρατηγικής (δείτε Schoenfeld, 1992): «τι ξέρω;», «Τι θέλω να βρω;», «έχω χρησιμοποιήσει τις στρατηγικές που έχω

μάθει;», «εάν δοκίμαζα άλλη στρατηγική;» , «η απάντησή μου έχει νόημα;». Μια εξίσου ιδιαίτερη καινοτομία ήταν η ενθάρρυνση της κοινωνικό-γνωστικής αλληλεπίδρασης μεταξύ των μαθητών μέσω των ομαδικών συζητήσεων (Maison & Scrivani, 2004).

Επιπλέον, έγινε προσπάθεια εισαχθεί μια σειρά μη στερεότυπων προβλημάτων όπως τα ρεαλιστικά, άλυτα και διφορούμενα προβλήματα παράλληλα με τα τυπικά λεκτικά προβλήματα που διδάσκονται στα σχολεία. Οι μαθητές ήρθαν αντιμέτωποι με προβλήματα που επιτρέπουν ποικίλες πορείες λύσης και διαφορετικού τύπου απαντήσεις, καθώς επίσης και προβλήματα που απαιτούν τη χρησιμοποίηση γνώσης που προέρχεται από τη καθημερινότητα και τη ζωή («ρεαλιστικά προβλήματα»), αποφεύγοντας τις στερεότυπες λύσεις που προέρχονται από την εφαρμογή επίκτητων διαδικασιών και αλγόριθμων. Επίσης, δόθηκαν προβλήματα που τα δεδομένα τους δεν επαρκούν για κάποια λύση («παράλογα προβλήματα»). Στόχος ήταν να υποκινηθούν οι μαθητές να σκεφτούν τη φύση του προβλήματος και να δώσουν προσοχή στη δομή και όχι μόνο στις επιφανειακές λεπτομέρειες της εκφώνησης. Ένα παράδειγμα «παράλογου» προβλήματος είναι: «σε μια τάξη υπάρχουν τέσσερις σειρές με επτά γραφεία κάθε μια. Πόσο χρονών είναι ο δάσκαλος;». Σε αυτήν την περίπτωση οι εξεταζόμενοι έπρεπε να εντοπίσουν την ασάφεια του προβλήματος και να μη προβούν σε τυχαίο συνδυασμό αριθμών για να παραγάγουν απλώς μια απάντηση. Το «ρεαλιστικό» πρόβλημα λήφθηκε από την έρευνα των de Corte και τους συνεργάτες του: «υπάρχουν 450 στρατιώτες που πρέπει να πάνε στη περιοχή εκπαίδευσης με το λεωφορείο. Κάθε λεωφορείο στρατού χωρά 36 στρατιώτες. Πόσα λεωφορεία χρειάζονται;».

Το εργαλείο μέτρησης κατασκευάστηκε από τους ερευνητές βάσει άλλων ερωτηματολόγιων που μετρούσαν τις πεποιθήσεις μαθητών μεγαλύτερων τάξεων. Κυρίως βασίστηκαν στην ιταλική εκδοχή του IMBS των Kloosterman και Sage (1992). Μέσα από την ανάλυση των αποτελεσμάτων, προέκυψαν δύο διαστάσεις:

1. πεποιθήσεις για τον εαυτό μου ως μαθητευόμενο των μαθηματικών
2. πεποιθήσεις για την επίλυση προβλημάτων και τα μαθηματικά

Το ερωτηματολόγιο αυτό συμπληρώθηκε από τους μαθητές πριν από τη διδακτική παρέμβαση για να προσδιοριστούν οι αρχικές τους πεποιθήσεις. Μετά τη διδακτική παρέμβαση, οι μαθητές κλίθηκαν να συμπληρώσουν ένα ερωτηματολόγιο ανοικτού τύπου ώστε να εντοπιστούν ενδεχόμενες αλλαγές στις επιστημολογικές τους

πεποιθήσεις. Οι μαθητές που παρακολούθησαν τα μαθήματα καινοτόμου διδασκαλίας φάνηκε να διατηρούν πιο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις μετά το πέρας των μαθημάτων. Αυτό δείχνει ότι η νέα αυτή διδακτική προσέγγιση επηρέασε σε θετικό επίπεδο τις επιστημολογικές τους πεποιθήσεις (Maison & Scrivani, 2004).

Παρατηρούμε ότι το ζήτημα των επιστημολογικών πεποιθήσεων, εστιάζοντας στο αντικείμενο των μαθηματικών, έχει πολύπλευρο ερευνητικό ενδιαφέρον. Οι έρευνες στις οποίες αναφερθήκαμε ως τώρα, αποτελούν αξιόλογες προσπάθειες μελέτης μερικών μόνο πλευρών του ζητήματος αυτού. Έτσι, το 2006 οι Eynde et al. διεξήγαγαν μια έρευνα όπου εξέτασαν ένα αρκετά μεγάλο σύνολο παραγόντων, τους οποίους παλαιότερες έρευνες εξέταζαν μεμονωμένα. Οι ερευνητές κατηγοριοποίησαν τους παράγοντες που συγκέντρωσαν, σε τρεις βασικές κλίμακες κάθε μια από τις οποίες αποτελείται από έναν αριθμό υπό-κλιμάκων, όπως παρουσιάζονται παρακάτω:

Πεποιθήσεις για τη μάθηση των μαθηματικών:

- Πεποιθήσεις για τα μαθηματικά
- Πεποιθήσεις για τη μάθηση των μαθηματικών και την επίλυση μαθηματικού προβλήματος
- Πεποιθήσεις για τη διδασκαλία μαθηματικών

Πεποιθήσεις για τον εαυτό μου ως μαθηματικό:

- Εγγενείς πεποιθήσεις προσανατολισμού στόχου
- Εξωγενείς πεποιθήσεις προσανατολισμού στόχου
- Πεποιθήσεις στόχου-αξίας
- Πεποιθήσεις ελέγχου

Πεποιθήσεις αυτό-αποτελεσματικότητας:

- Πεποιθήσεις για το πλαίσιο της τάξης μαθηματικών
- Πεποιθήσεις για το ρόλο και το σκοπό του δασκάλου
- Πεποιθήσεις για το ρόλο και το σκοπό των συμμαθητών
- Πεποιθήσεις για τους κοινωνικό-μαθηματικούς κανόνες μέσα στη τάξη

Για τη διεξαγωγή της έρευνας, κατασκεύασαν ένα ερωτηματολόγιο που αποτελείται από κλίμακες βασισμένες σε διαφορετικές κατηγορίες και υποκατηγορίες που αναφέραμε (Eynde et al., 2006). Συνδυάζοντας δοκιμασμένα ερωτηματολόγια που εξετάζουν μόνο κάποια τμήματα από τους παραπάνω παράγοντες, ανέπτυξαν ένα ενιαίο εργαλείο το οποίο τους εξετάζει όλους, στο σύνολο τους. Τα δεδομένα συγκεντρώθηκαν από ένα δείγμα 365 Φλαμανδών μαθητών (ηλικίας 14 ετών). Μέσα

από τις αναλύσεις εντοπίστηκαν οι εξής τέσσερις παράγοντες πεποιθήσεων σχετικά με τα μαθηματικά:

1. Πεποιθήσεις για το ρόλο και το σκοπό του δασκάλου
2. Πεποιθήσεις για τη αξία και την ικανότητά τους στα μαθηματικά
3. Τα μαθηματικά ως κοινωνική δραστηριότητα
4. Τα μαθηματικά ως περιοχή άριστης επίδοσης

Το γεγονός αυτό δείχνει ότι υπάρχει εμπειρική αλήθεια στο θεωρητικό σύστημα που παρουσιάσθηκε παραπάνω. Η θεώρηση των μαθηματικών ως κοινωνική δραστηριότητα περιλαμβάνει την ισχυρή πεποίθηση ότι τα μαθηματικά είναι χρήσιμα στην καθημερινή ζωή, βασίζονται στις ανθρώπινες πρακτικές και είναι μια εξελίξιμη επιστήμη. Δηλώσεις αυτού του παράγοντα είναι όπως, «τα μαθηματικά επιτρέπουν στο άτομο να καταλάβει καλύτερα το κόσμο που ζει» και «τα μαθηματικά εμπλουτίζονται συνεχώς με νέο υλικό το οποίο εξακολουθεί ανακαλύπτεται» (Ernest, 1991), «ο καθένας μπορεί να μάθει μαθηματικά», «υπάρχουν διάφοροι τρόποι να λυθεί ένα μαθηματικό πρόβλημα».

Οι μαθητές που θεωρούν τα μαθηματικά μάθημα επίδοσης είναι πεπεισμένοι ότι μέσα από τα μαθηματικά μπορούν να επιδείξουν τις ικανότητές τους και να αποδείξουν ότι είναι καλύτεροι από άλλους. Επιπλέον, φαίνεται να έχουν μια πιο απολυταρχική άποψη σχετικά με την εκμάθηση και την επίλυση μαθηματικού προβλήματος. Αντιπροσωπευτικές δηλώσεις για αυτόν τον παράγοντα είναι όπως, «με το να δίνω το καλύτερο μου εαυτό στα μαθηματικά θα δείξω στο δάσκαλο ότι είμαι καλύτερος από τους συμμαθητές μου» (εξωγενής προσανατολισμός στόχου), «υπάρχει μόνο ένας τρόπος να βρεθεί η σωστή απάντηση στο πρόβλημα των μαθηματικών» (απολυταρχική άποψη σχετικά με την επίλυση μαθηματικού προβλήματος).

Οι παραπάνω παράγοντες συσχετίζονται με ποικίλους τρόπους. Οι μαθητές που έχουν μια πιο κοινωνική, και πιο δυναμική άποψη για τα μαθηματικά δίνουν περισσότερη αξία σε αυτά και έχουν περισσότερη εμπιστοσύνη στις μαθηματικές τους ικανότητες. Τείνουν επίσης να έχουν θετικότερες πεποιθήσεις για τον δάσκαλο και το ρόλο του μέσα στην τάξη. Επιπλέον, ανεξάρτητα από το αν οι μαθητές έχουν κοινωνική, δυναμική ή απολυταρχική θεώρηση των μαθηματικών, έχουν θετικές πεποιθήσεις για το δάσκαλό τους και, γενικά, θεωρούν τα μαθηματικά πολυτιμότερα και αισθάνονται μεγαλύτερη άνεση με αυτά. Μη αναμενόμενη ήταν η χαμηλή συσχέτιση μεταξύ των

παραγόντων «Τα μαθηματικά ως κοινωνική δραστηριότητα» και «Τα μαθηματικά ως περιοχή άριστης επίδοσης», δεδομένου ότι και οι δύο απόψεις εμπεριέχουν αντίθετες επιστημολογικές θέσεις (έτσι αναμενόταν να συσχετιστούν αρνητικά ως αντίθετοι πόλοι μιας διάστασης). Στον τρίτο παράγοντα επικρατεί η άποψη των κοινωνικό-κονστρουκτιβιστών ενώ ο τέταρτος παράγοντας περιλαμβάνει δηλώσεις σχετικές με την απολυταρχική άποψη των μαθηματικών. Αυτό δείχνει ότι αυτές οι δύο αντίθετες θεωρητικά αντιλήψεις μπορεί να μη είναι και τόσο αντιφατικές μέσα στην τάξη των μαθηματικών. Αλλά, από την επιστημολογική προοπτική αυτά τα συμπεράσματα είναι δύσκολο να γίνουν κατανοητά. Το αποτέλεσμα αυτό θα μπορούσε να αποδοθεί στη φύση των μαθηματικών και το γεγονός ότι οι μαθητές ενδεχομένως διατηρούν διαφορετικές Ε.Π. ανά επιστημονικό πεδίο. Μια ακόμα πιθανή εξήγηση αποτελεί το γεγονός ότι η συνύπαρξη αντιφατικών δηλώσεων, μπορεί να είναι ένας τρόπος να κατανοήσουμε τη κατάσταση που επικρατεί μέσα στις σχολικές τάξεις. Πράγματι, στις περισσότερες παραδοσιακές τάξεις μαθηματικών τα ερωτήματα και οι ασκήσεις που δίνονται στους μαθητές έχουν συνήθως μια και μόνο σωστή απάντηση την οποία πρέπει να βρουν ώστε να πάρουν έναν καλό βαθμό. Έτσι, οι μαθητές είναι ρητά προσανατολισμένοι προς αυτό το στόχο. Όμως, ανεξάρτητα από αυτό, στο βάθος μπορεί να έχουν τελείως διαφορετική άποψη για τη φύση της γνώσης και της μάθησης των μαθηματικών έξω από τη σχολική τάξη (Eynde et al., 2006).

Σύμφωνα με τους Yackel και Cobb (1996), η υποκειμενική λογική που κρύβεται κάτω από την οργάνωση του συστήματος των μαθηματικών πεποιθήσεων των μαθητών σπάνια γίνεται συνειδητά γνωστή από τους μαθητές (Eynde et al., 2006). Μάλλον, αποκαλύπτεται με τον τρόπο που αυτοί αντιλαμβάνονται τα μαθηματικά προβλήματα, και πώς τα λύνουν. Οι πεποιθήσεις των μαθητών κατευθύνουν αλλά και κατευθύνονται από τις δραστηριότητες, τις αλληλεπιδράσεις και τους κανόνες μέσα στην τάξη μαθηματικών.

Στον ελλαδικό χώρο, μόλις πρόσφατα το ενδιαφέρον των ερευνητών μεταστράφηκε στη μελέτη των επιστημολογικών πεποιθήσεων των μαθητών. Οι Φιλίππου και Χρίστου, από τους πρώτους που ασχολήθηκαν σοβαρά με την εξέταση της επίδοσης ποικίλων παραμέτρων του συναισθηματικού τομέα στη μάθηση των μαθηματικών, πραγματοποίησαν μια σειρά από εμπειρικές μελέτες με σκοπό την ανάλυση των στάσεων και των πεποιθήσεων για τα μαθηματικά. Στα πλαίσια των παραπάνω ερευνητικών προσπαθειών το 1997 επιχείρησαν να προσδιορίσουν τη δομή των

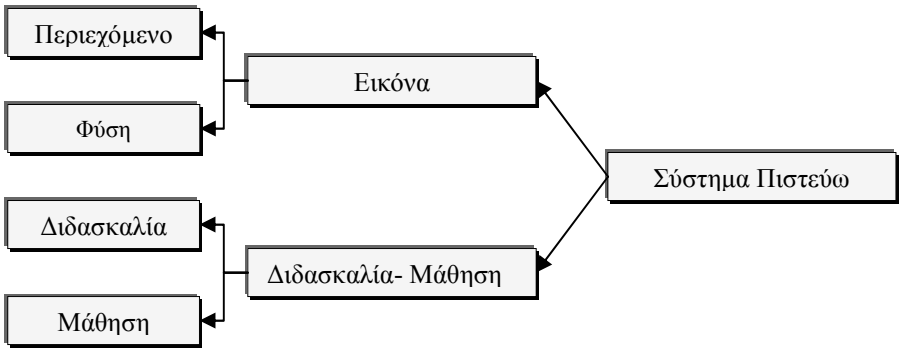
πεποιθήσεων των μαθητών για τα μαθηματικά αναφορικά με το γνωστικό επίπεδο του συστήματος πεποιθήσεων τους (Φιλίππου & Χρίστου, 2001). Σύμφωνα με το θεωρητικό μοντέλο στο οποίο βασίστηκαν, το σύστημα των επιστημολογικών πεποιθήσεων των μαθητών για τα μαθηματικά αποτελείται από τις αντιλήψεις τους για τα εξής:

1. Μάθηση των μαθηματικών,
2. Διδασκαλία των μαθηματικών,
3. Φύση των μαθηματικών,
4. Ρόλος του μαθητή στη μάθηση,
5. Ρόλος του δασκάλου στη μάθηση.

Μέσα από έρευνα σε έλληνες μαθητές γυμνασίου, επιβεβαιώθηκε η ισχύς ενός ιεραρχικού μοντέλου (Διάγραμμα 1) σύμφωνα με το οποίο, οι πεποιθήσεις των μαθητών για τη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών συναποτελούν ένα παράγοντα δεύτερης τάξης, επονομαζόμενο «εικόνα των μαθηματικών», οι πεποιθήσεις για το περιεχόμενο και τη φύση των μαθηματικών συνθέτουν επίσης έναν άλλο παράγοντα δεύτερης τάξης, τον παράγοντα «διδασκαλία - μάθηση». Οι δύο παράγοντες δεύτερης τάξης συμβάλλουν στη δημιουργία του συστήματος πεποιθήσεων με άμεσο τρόπο, ενώ οι πέντε παράγοντες πρώτης τάξης, με έμμεσο (Φιλίππου & Χρίστου, 2001).

Διάγραμμα 1

Μοντέλο δομής συστήματος πεποιθήσεων των μαθητών για τα μαθηματικά (Φιλίππου & Χρίστου, 2001, σελ.83)



Όπως προέκυψε στη μελέτη των Eynde et al. (2006) οι πεποιθήσεις των μαθητών για τη γνώση και τη μάθηση σε ένα συγκεκριμένο γνωστικό αντικείμενο όπως είναι τα μαθηματικά είναι ιδιαίτερα εξαρτώμενες από το επιστημονικό πεδίο καθώς και το

ευρύτερο πλαίσιο. Φυσικά, οι γενικότερες επιστημολογικές πεποιθήσεις δεν παύουν να επηρεάζουν την αντίληψη και τη συμπεριφορά των μαθητών, αλλά δεν αποτελούν τον πιο κυρίαρχο και καθοριστικό παράγοντα. Η σύνδεση μεταξύ αυτού του συγκεκριμένου επιπέδου και του γενικότερου παραμένει ασαφής. Σύμφωνα με τους Hofer και Pintrich, (1997), εάν θεωρήσουμε τις επιστημολογικές πεποιθήσεις γενικής φύσης, τότε οι μαθηματικές πεποιθήσεις για τη γνώση και τη μάθηση μπορεί να παύουν να θεωρούνται, υπό αυτήν τη μορφή, επιστημολογικές πεποιθήσεις. Αυτές οι πεποιθήσεις τείνουν να λειτουργούν μέσα σε ένα διαφορετικό σύστημα το οποίο δύσκολα συμπίπτει στη δομή με αυτό των γενικότερων επιστημολογικών πεποιθήσεων (Eynde et al., 2006).

Επιστημολογικές πεποιθήσεις και επίδοση

Μελετώντας τις επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών, αναδύεται το ερώτημα πως αυτές επηρεάζουν τη μαθησιακή διαδικασία και κατ' επέκταση την επίδοση. Τα τελευταία πενήντα χρόνια η παιδαγωγική έρευνα δίνει όλο και περισσότερη έμφαση στη κατανόηση του συναισθηματικού τομέα και στη σχέση του με τη μαθησιακή διαδικασία. Οι μέχρι τώρα έρευνες καταδεικνύουν ότι ο συναισθηματικός τομέας, κομμάτι του οποίου είναι η προσωπική επιστημολογία, διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στη διαδικασία μάθησης και συνεπιδρα με τον γνωστικό τομέα επηρεάζοντας την επίδοση του ατόμου σε διάφορους τομείς όπως τα μαθηματικά. Αρκετοί ερευνητές υποστηρίζουν ότι οι λιγότερο εκλεπτυσμένες επιστημολογικές πεποιθήσεις πλήττουν τον τρόπο που χρησιμοποιούν οι μαθητές για να μάθουν. Για παράδειγμα, σύμφωνα με τη Dweck (1988), οι μαθητές που πιστεύουν στο έμφυτο της μαθηματικής ικανότητας ("fixed theorists") όταν έρχονται αντιμέτωποι με μια δύσκολη δραστηριότητα, εγκαταλείπουν γρήγορα την προσπάθεια. Σύμφωνα με τη Schommer (2004), οι μαθητές που πιστεύουν στη γρήγορη μάθηση, δίνουν πολύ λίγο χρόνο στον εαυτό τους να σκεφτεί τη λύση ενός μαθηματικού προβλήματος. Έχει αποδειχθεί ότι όσο περισσότερο κανείς υποστηρίζει τη γρήγορη μάθηση ("all-in-one learning") τόσο δυσκολότερα κατανοεί ένα γραπτό κείμενο, όπως είναι εκφώνηση ενός μαθηματικού προβλήματος, και τόσο περισσότερο παραποιεί τις πληροφορίες που παίρνει από αυτό (Schommer, 1994).

Η Hofer (2000) διαπίστωσε ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις σχετίζονται με την ακαδημαϊκή επίδοση. Μέσα από μια έρευνα σε 326 πρωτοετείς φοιτητές, μικτού φύλου, ο έλεγχος των συντελεστών συσχέτισης έδειξε ότι τόσο οι ειδικές όσο και οι γενικές επιστημολογικές πεποιθήσεις είναι αρνητικά συσχετισμένες με τους βαθμούς των εξεταζομένων.

Σε ανάλογη έρευνα οι Schommer και Easter (2006) εξέτασαν τη σχέση ανάμεσα στην επίδοση και τις επιστημολογικές πεποιθήσεις 107 φοιτητών του πανεπιστημίου της Καλιφόρνια. Το εργαλείο μέτρησης ήταν το ερωτηματολόγιο «Στάση Απέναντι στη Σκέψη και τη Μάθηση» ("Attitude Toward Thinking and Learning", ATTL), το οποίο ερευνά τις δυο ανώτερου επιπέδου μεθόδους σκέψης και μάθησης τη χωριστή γνώση (S.K.) και τη συνδεδεμένη γνώση (C.K.) στις οποίες είχαμε αναφερθεί σε προηγούμενη παράγραφο. Επίσης, χρησιμοποιήθηκε και ένα άλλο ερωτηματολόγιο («Kardash Epistemological Belief»), το οποίο αξιολογεί τις πεποιθήσεις των φοιτητών σχετικά με: (α) το χρόνο που χρειάζεται για τη διαδικασία της μάθησης, (β) τη δομή της γνώσης, (γ) την αντίληψη ότι η γνώση κατασκευάζεται, (δ) τα κριτήρια με τα οποία κάποιος φοιτητής θεωρείται πετυχημένος, (ε) το ποτέ μια γνώση κρίνεται αληθής και αξιόπιστη. Για τον έλεγχο της επίδοσης, οι φοιτητές εξετάστηκαν σε κείμενα κατανόησης («Raid London House RAI-12 Reading Comprehension Test»). Η απόδοση τους βασίστηκε επιπλέον στο τελικό βαθμό του έτους φοίτησης ο οποίος προέκυψε από ποικίλους τρόπους αξιολόγησης καθ' όλη τη διάρκεια του ακαδημαϊκού έτους.

Έπειτα από την ανάλυση των αποτελεσμάτων, το S.K. προέκυψε σημαντικά συσχετισμένο με τις πεποιθήσεις για τη ταχύτητα μάθησης, τις πεποιθήσεις για το πως κατασκευάζεται η γνώση, τον βαθμό των φοιτητών μετά το πέρας των μαθημάτων, τις πεποιθήσεις για τη δομή της γνώσης και τις πεποιθήσεις για την επιτυχημένη απόδοση. Ενώ το C.K. βρέθηκε σημαντικά συσχετισμένο μόνο με τις πεποιθήσεις για ταχύτητα μάθησης, τις πεποιθήσεις για το πως κατασκευάζεται η γνώση και τον τελικό βαθμό. Η κατανόηση κειμένου και ο τελικός βαθμός βρέθηκαν συσχετισμένα μόνο με τις πεποιθήσεις για τη ταχύτητα μάθησης.

Οι δυο αυτοί τύποι μάθησης (S.K. & C.K.) αντιπροσωπεύουν τα ανώτερα επίπεδα επιστημολογικών πεποιθήσεων και ακαδημαϊκής απόδοσης (Schommer & Easter, 2006). Όταν κανείς πιστεύει είτε στο S.K. είτε στο C.K. διατίθεται να αφιερώσει περισσότερο χρόνο για να μάθει (από ότι αν δεν υποστήριζε κάποια από αυτές τις

μεθόδους μάθησης) έτσι έχει καλύτερη απόδοση. Παρατηρούμε λοιπόν, ότι οι πεποιθήσεις σχετικά με τη ταχύτητα μάθησης αποτελούν τον «μεσάζοντα» μεταξύ των πεποιθήσεων για τις μεθόδους μάθησης και της ακαδημαϊκής απόδοσης. Η έρευνα αυτή αν και οδήγησε σε συμπαντικά συμπεράσματα κατάφερε να εξετάσει μόνο τις πεποιθήσεις για τη ταχύτητα μάθησης και την κατασκευή της γνώσης.

Οι Schommer και Dunnell (1997) εξέτασαν τις επιστημολογικές πεποιθήσεις μαθητών ιδιαίτερης ευφυΐας. Εξήντα εννέα μαθητές γυμνασίου επιλέχθηκαν μέσα από ένα δοκιμαστικό τεστ ευφυΐας, ανάμεσα σε άλλους εθελοντές, ως οι πιο «χαρισματικοί» για να συμμετάσχουν στην έρευνα. Αρχικά, συμπλήρωσαν το επιστημολογικό ερωτηματολόγιο της Schommer (1990) και έπειτα πρότειναν οι ίδιοι λύσεις σε προβλήματα που παρουσιάστηκαν υπό μορφή «επιστολών προς την Abby». Οι επιστολές αυτές ήταν κατασκευασμένες από τις ίδιες τις ερευνήτριες και περιείχαν υποθετικά προβλήματα που αντιμετωπίζουν γονείς με τα παιδιά τους και προβλήματα από την καθημερινή ζωή. Για παράδειγμα, ένας πατέρας γράφει στην Abby ότι η εντεκάχρονη κόρη του, δεν μπορεί να διαβάσει, ή μια μητέρα γράφει στην Abby ότι ο γιος της, δεκαπέντε χρονών, απειλεί να εγκαταλείψει το σχολείο, ή ένας άνδρας γράφει στην Abby για να περιγράψει έναν προκατειλημμένο γείτονα κ.α.. (Schommer & Dunnell, 1997).

Οι απαντήσεις των μαθητών προς τις επιστολές κατηγοριοποιήθηκαν σε πολύπλοκες, απλοϊκές, απόλυτες, κατακριτέες, και απερίσκεπτες. Ένα παράδειγμα πολύπλοκης απάντησης είναι «με αρκετή προσπάθεια, κάθε παιδί μπορεί να μάθει οτιδήποτε…». Ένα παράδειγμα απλής απάντησης είναι «τον ενθαρρύνει και με φυσικό και λεκτικό έπαινο.». Ένα παράδειγμα απόλυτης απάντησης είναι «το παιδί σας απεχθάνεται το σχολείο λόγω της κληρονομημένης ανικανότητάς του να μάθει...». Ένα παράδειγμα κατακριτέας απάντησης είναι «ο σύζυγός σας κάνει λάθος πολύ…». Ένα παράδειγμα απερίσκεπτης απάντησης είναι «ποιος δίνει δεκάρα;»

Οι περιγραφικές στατιστικές αναλύσεις αποκάλυψαν ιδιαίτερη ποικιλία στις επιστημολογικές πεποιθήσεις των «χαρισματικών» μαθητών. Οι αναλύσεις παλινδρόμησης έδειξαν ότι οι περισσότεροι μαθητές, αν και «χαρισματικοί», διατηρούσαν λιγότερο εκλεπτυσμένες επιστημολογικές πεποιθήσεις. Δηλαδή, θεωρούσαν ότι η ικανότητα μάθησης είναι έμφυτη, ότι η μάθηση μια γρήγορη διαδικασία («all-in-all learning»), και ότι η γνώση είναι αμετάβλητη. Σύμφωνα με την ανάλυση διασποράς, ανάμεσα στους χαρισματικούς μαθητές, αυτοί που είχαν

χαμηλότερη επίδοση ήταν πιθανότερο να υποστηρίξουν το έμφυτο της μαθησιακής ικανότητας. Επίσης, όσο περισσότερο οι μαθητές θεωρούσαν τη γνώση βέβαιη και την εκμάθηση γρήγορη, τόσο πιο απλοϊκές και απόλυτες λύσεις πρότειναν στα προβλήματα. Τέλος, οι μαθητές που ήταν νεώτεροι σε ηλικία, έδωσαν περισσότερο απερίσκεπτες ή κατακριτέες απαντήσεις.

Επιστημολογικές πεποιθήσεις εκπαιδευτικών

Όπως είδαμε, πολυάριθμες μελέτες επιβεβαιώνουν την άποψη ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών επηρεάζουν τη διαδικασία μάθησής τους. Αντίθετα, λίγες είναι οι εμπειρικές μελέτες που διερευνούν το ρόλο των επιστημολογικών πεποιθήσεων και τον τρόπο που αυτές επηρεάζουν τις διδακτικές πρακτικές των εκπαιδευτικών οι οποίες, με τη σειρά τους, επηρεάζουν την ανάπτυξη των επιστημολογικών πεποιθήσεων των μαθητών τους. Για παράδειγμα, εάν ένας εκπαιδευτικός απαιτεί από τους μαθητές του τη σύνθεση γνώσεων και την εφαρμογή τους σε ένα ενδιαφέρον αλλά όχι εύκολο πρόβλημα, είναι πιθανό να τους οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι η γνώση είναι πολύπλοκη και ότι οι ενδιαφέρουσες εφαρμογές έχουν και μεγαλύτερο χρόνο ολοκλήρωσης (Κοκοσάρη, 2006).

Ο Schoenfeld (1988) αναφέρεται στη διατήρηση του «**μοντέλου απορρόφησης**», σύμφωνα με το οποίο οι παραδοσιακοί δάσκαλοι διδάσκουν τα μαθηματικά ως ένα ενιαίο σώμα γνώσης το οποίο πρέπει να απορροφηθεί από τους μαθητές (αναφορά στο Helms & Nova, 1984). Σε αυτήν την περίπτωση, ως καλός δάσκαλος νοείται εκείνος που διαθέτει δέκα διαφορετικούς τρόπους να εξηγήσει κάτι, έτσι ώστε τελικά οι μαθητές του να το κατανοήσουν. Κατά την εμπειρική του μελέτη, παρατήρησε τάξεις γεωμετρίας κατά τη διάρκεια μιας σχολικής χρονιάς. Εκεί διαπίστωσε ότι οι καθηγητές δίδασκαν τις γεωμετρικές αποδείξεις στους μαθητές με μια βήμα προς βήμα διαδικασία, την οποία έπρεπε στο τέλος να αποστηθίσουν. Σε αντίστοιχη έρευνα των Ridgen και Tobias (1991) παρατηρήθηκαν τάξεις φυσικής. Εκεί, διαπιστώθηκε ότι από την πλευρά των εκπαιδευτικών δινόταν ιδιαίτερη έμφαση στην αποστήθιση των μεμονωμένων γεγονότων και στην εύρεση της μιας και μοναδικής σωστής απάντησης στα ερωτήματα τους. Μέσα σε ένα τέτοιο διδακτικό περιβάλλον ευνοείται τελικά μια πεποίθηση για τα μαθηματικά, που έχει περισσότερο πλατωνική χροιά,

αφού τα μαθηματικά παρουσιάζονται ως απόλυτες και αναλλοίωτες στον χρόνο έννοιες, ιδεώδη αντικείμενα και αδιαπραγμάτευτες αλήθειες.

Πιο πρόσφατα, οι Μονογυιού, Καουρή και Φιλίππου (2006) διεξήγαγαν μια έρευνα με σκοπό να διερευνήσουν κατά πόσο υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα στις επιστημολογικές πεποιθήσεις των δασκάλων του δημοτικού σχολείου στα μαθηματικά και στις αντιλήψεις τους για τη μάθηση και τη διδασκαλία στο ίδιο μάθημα. Σε 181 εκπαιδευτικούς χορηγήθηκαν κλίμακες μέτρησης των επιστημολογικών πεποιθήσεων και των αντιλήψεων τους για τη μάθηση και τη διδασκαλία. Η ανάλυση των αποτελεσμάτων έδειξε ότι η πλειοψηφία των δασκάλων με εκλεπτυσμένες Ε.Π. είχαν οικοδομιστικές αντιλήψεις μάθησης και διδασκαλίας. Ίσος αριθμός δασκάλων με εκλεπτυσμένες και λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π. φάνηκε να έχει ενδιάμεσες αντιλήψεις μάθησης και διδασκαλίας. Βρέθηκε επίσης θετική συσχέτιση επιστημολογικών πεποιθήσεων και παραδοσιακών αντιλήψεων, δηλαδή όσο πιο αφελείς Ε.Π. διατηρούσαν οι εκπαιδευτικοί τόσο πιο παραδοσιακές ήταν οι αντιλήψεις τους για τη μάθηση και τη διδασκαλία (Μονογυιού, Καουρή & Φιλίππου, 2006).

Ανάλογη έρευνα πραγματοποιήθηκε από την Κοκοσάρη (2006) με στόχο να εξεταστούν οι επιστημολογικές πεποιθήσεις εκπαιδευτικών και ο ρόλος τους στη διδακτική πρακτική που ακολουθούν. Για να απαντηθούν τα ερωτήματα της έρευνας χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος της κλινικής συνέντευξης και παρατήρησης στην τάξη εκπαιδευτικών μέσης εκπαίδευσης. Από την ανάλυση των αποτελεσμάτων διαφάνηκε κατ΄ αρχήν η πολυπλοκότητα των επιστημολογικών πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών για τη γνώση, τη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών. Προέκυψε ότι αποτελούνται από ένα σύνολο συνιστωσών οι οποίες συνθέτουν την πολυδιάστατη φύση τους. Βρέθηκε επίσης ότι η σχέση των επιστημολογικών πεποιθήσεων, των συμμετεχόντων, με τη διδακτική τους πρακτική είναι ιδιαιτέρως πολύπλοκη. Φαίνεται να επηρεάζουν μέχρι ενός ορισμένου σημείου τη διδασκαλία τους. Διότι, το σύστημα λειτουργίας του ελληνικού σχολείου έχει τέτοιες δομές που «εγκλωβίζει» το δυναμισμό του κάθε εκπαιδευτικού και τον υποχρεώνει να ενταχθεί σε συγκεκριμένες φόρμες, ανεξάρτητα από την ποιότητα και το επίπεδο των πεποιθήσεών του (Κοκοσάρη, 2006).

Σύμφωνα με τους Φιλίππου και Χρίστου (1999), οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών αναπτύσσονται ως ένα συνεπές φιλοσοφικό σύστημα το οποίο, με τη σειρά του,

σχετίζεται άμεσα με τη συμπεριφορά τους μέσα στην τάξη. Όλο αυτό το σύστημα λειτουργεί σαν φίλτρο το οποίο επηρεάζει τις αποφάσεις και τις ενέργειές τους για τη διδασκαλία και τη μάθηση. Η διαχείριση της τάξης καθώς και η επιλογή των δραστηριοτήτων που ακολουθούν, δεν εξαρτώνται μόνο από τις γνώσεις τους, ως εκπαιδευτικοί, αλλά και από τις επιστημολογικές τους πεποιθήσεις για τα μαθηματικά και τη διδασκαλία τους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙΙ
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Περίληψη

Για τη διερεύνηση των επιστημολογικών πεποιθήσεων των μαθητών, συλλέχθηκαν δεδομένα από 230 μαθητές Γ΄ γυμνασίου και Α΄ λυκείου με μια μετάφραση - προσαρμογή του ερωτηματολογίου της Schommer (1990). Οι μαθητές συμπλήρωσαν τα ερωτηματολόγια στη διάρκεια μιας διδακτικής ώρας αφού πρώτα ενημερώθηκαν για τους σκοπούς της έρευνας και τη μέθοδο συμπλήρωσης. Για τον έλεγχο της επίδοσης, συγκεντρώθηκαν οι βαθμοί του κάθε μαθητή στα μαθηματικά γενικής παιδείας. Στα ερωτηματολόγια αναγράφονταν επίσης το φύλο, η τάξη και το τμήμα στο οποίο ανήκε ο κάθε μαθητής. Στη συνέχεια, εξετάστηκαν οι απόψεις των εκπαιδευτικών που δίδασκαν στα αντίστοιχα τμήματα με ένα ερωτηματολόγιο ανοικτού τύπου. Στο παρόν κεφάλαιο θα περιγράψουμε εκτενώς τη μέθοδο που ακολουθήθηκε για τη συλλογή του δείγματος, τα εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν καθώς και τη διαδικασία που ακολουθήθηκε κατά την πορεία εκτέλεσης της έρευνας.

Συμμετέχοντες

Τα σχολεία από τα οποία λήφθηκε δείγμα ήταν η Λεόντειος σχολή, το 46^{ο} ενιαίο λύκειο Αθηνών, τα εκπαιδευτήρια Κωστέα-Γείτονα και το 2^{ο} πειραματικό γυμνάσιο Αθηνών. Η επιλογή του δείγματος βασίστηκε στη δυνατότητα προσφοράς. Πιο συγκεκριμένα, περιλήφθηκαν εκείνα τα τμήματα της Α΄ λυκείου και Γ΄ γυμνασίου στα οποία είχε ολοκληρωθεί η ύλη και υπήρχε το περιθώριο χρόνου να διατεθεί μια διδακτική ώρα για τους σκοπούς αυτής της έρευνας.

Τελικά, συμμετείχαν στη έρευνα 230 μαθητές (123 κορίτσια και 107 αγόρια) και οι 7 εκπαιδευτικοί που δίδασκαν στα αντίστοιχα τμήματα των μαθητών. Στη συνέχεια, ακολουθεί σύντομη περιγραφή των προφίλ των συμμετεχόντων εκπαιδευτικών.

> Ε1: Είναι γυναίκα, δεν κατέχει μεταπτυχιακό τίτλο σπουδών. Είναι διορισμένη μέσω Α.Σ.Ε.Π. σε δημόσιο σχολείο τα τελευταία 5 χρόνια. Πριν τον διορισμό παρέδιδε ιδιαίτερα μαθήματα και δίδασκε σε φροντιστήριο μέσης εκπαίδευσης.

Ε2: Είναι άνδρας, κατέχει τίτλο μεταπτυχιακών σπουδών με θέμα «*Διδακτική και μεθοδολογία των μαθηματικών*». Τα πρώτα χρόνια της επαγγελματικής του πορείας εργαζόταν σε φροντιστήρια μέσης εκπαίδευσης ενώ τα τελευταία 15 χρόνια είναι διορισμένος σε δημόσιο σχολείο.

Ε3: Είναι άνδρας, δεν κατέχει μεταπτυχιακό τίτλο σπουδών. Συνολικά, διδάσκει 16 χρόνια. Αρχικά, έκανε ιδιαίτερα μαθήματα όπου προετοίμαζε μαθητές λυκείου για τις πανελλήνιες εξετάσεις. Έπειτα διορίστηκε και σήμερα διδάσκει σε δημόσιο σχολείο στην Αθήνα.

Ε4: Είναι άνδρας, κατέχει τίτλο μεταπτυχιακών σπουδών με θέμα «*Διδακτική και μεθοδολογία των μαθηματικών*». Τα πρώτα χρόνια της επαγγελματικής του πορείας εργαζόταν σαν ωρομίσθιος εκπαιδευτικός. Τα τελευταία 19 χρόνια είναι διορισμένος σε δημόσιο σχολείο.

Ε5: Είναι γυναίκα, δεν κατέχει κάποιον μεταπτυχιακό τίτλο σπουδών. Ξεκίνησε ως ωρομίσθια, αναπληρώτρια και τελικά διορίστηκε σε δημόσιο σχολείο. Συνολικά διδάσκει 10 χρόνια.

Ε6: Είναι άνδρας, δε κατέχει κάποιον τίτλο μεταπτυχιακών σπουδών. Τα πρώτα διδακτικά του χρόνια παρέδιδε ιδιαίτερα μαθήματα. Τα τελευταία 16 χρόνια διδάσκει στο λύκειο των εκπαιδευτηρίων «Κωστέα- Γείτονα». Συνολικά διδάσκει 29 χρόνια.

Ε7: Είναι άνδρας, δε κατέχει κάποιον τίτλο μεταπτυχιακών σπουδών. Ξεκίνησε την επαγγελματική του πορεία ως εκπαιδευτικός κάνοντας ιδιαίτερα μαθήματα και διδάσκοντας σε φροντιστήριο μέσης εκπαίδευσης. Δίδαξε σε σχολές της αεροπορίας ΣΥΔ-ΣΤΥΑ και από το 1991 διδάσκει σε ιδιωτικό σχολείο.

Μέσα συλλογής δεδομένων

Για την εξέταση των επιστημολογικών πεποιθήσεων των μαθητών, κρίθηκε απαραίτητη η αξιοποίηση ενός ήδη δοκιμασμένου και αξιόπιστου μέτρου επιστημολογικών πεποιθήσεων. Τα διαφορετικά εργαλεία μέτρησης των επιστημολογικών πεποιθήσεων μαζί με τις θεωρίες στις οποίες είναι βασισμένα περιγράφηκαν αναλυτικά στο δεύτερο κεφάλαιο. Όπως είδαμε, οι αρχικές μονοδιάστατες θεωρίες στηρίχθηκαν σε μεγάλες, σε βάθος συνεντεύξεις.

Πιο πρόσφατα, οι πολυδιάστατες θεωρίες παρείχαν μια πιο σύνθετη θεωρία προσωπικής επιστημολογίας. Τα εργαλεία μέτρησης στα οποία βασίστηκαν, αποτελούσαν ερωτηματολόγια κλίμακας Likert που είναι εύκολο να σημειωθούν με χαρτί και μολύβι. Αυτά τα όργανα μέτρησης ποικίλουν και διαφέρουν αρκετά ως προς το ποιες διαστάσεις της προσωπικής επιστημολογίας μετρούν και οι ερευνητές καλούνται να επιλέξουν προσεκτικά αυτό που ταιριάζει με το σκοπό τους. Η θεωρία και οι ψυχομετρικές ιδιότητες θεωρούνται κρίσιμα ζητήματα για τη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Έτσι, είχαμε να επιλέξουμε ανάμεσα σε μια ποικιλία ερωτηματολογίων, εκ των οποίων ελάχιστα είναι αυτά τα οποία εστιάζουν ειδικά στα μαθηματικά. Μια ενδεχόμενη επιλογή ήταν το «Indiana Mathematics Belief Scales» (Kloosterman & Stage, 1992) το οποίο απευθύνεται σε μαθητές λυκείου και φοιτητές πανεπιστήμιου και μπορεί να αξιοποιηθεί από ερευνητές οι οποίοι ενδιαφέρονται να μελετήσουν τις πεποιθήσεις των μαθητών για τα μαθηματικά οι οποίες λειτουργούν ως κίνητρα (motivational beliefs) (αναφορά στο Kloosterman & Stage, 1992). Παρ' όλα αυτά, με το εργαλείο αυτό θα ξεφεύγαμε από τους σκοπούς αυτής της έρευνας.

Για την επίτευξη των σκοπών αυτής της ερευνάς επιλέχθηκε το δοκιμασμένο και ιδιαίτερα αξιόπιστο ερωτηματολόγιο SEBQ της Schommer (1990), το οποίο απεστάλη από την ίδια την ερευνήτρια μέσω του ηλεκτρονικού ταχυδρομείου. Το ερωτηματολόγιο κατασκευάστηκε έτσι ώστε η ερευνήτρια να εξετάσει τις πέντε διαστάσεις επιστημολογικών πεποιθήσεων που είχε υποθέσει από την αρχή:

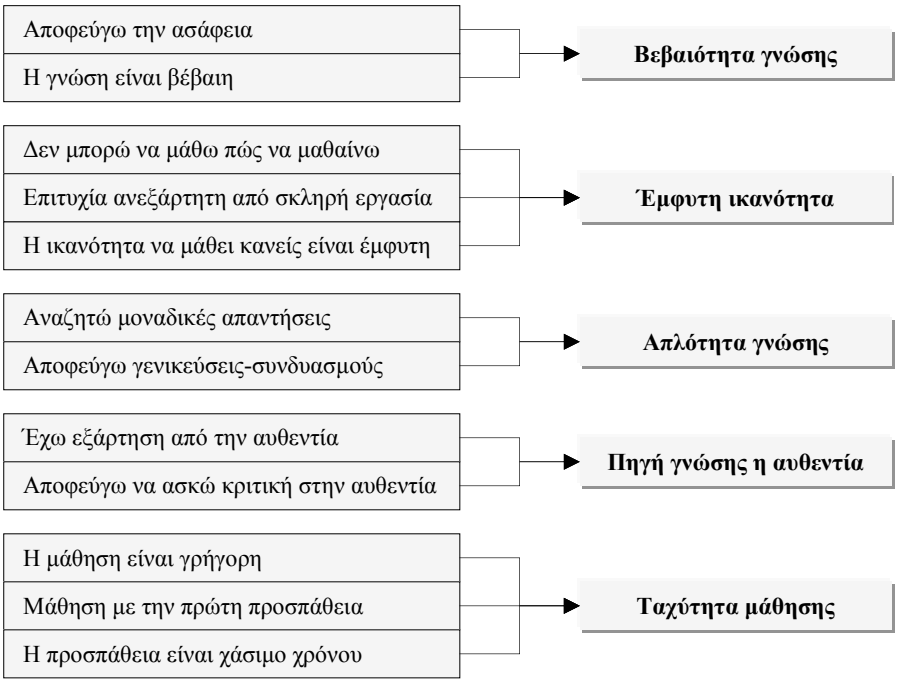
- **Δομή της γνώσης** (που κυμαίνεται από τα απομονωμένα μέρη ως τις ενσωματωμένες έννοιες),
- **Σταθερότητα της γνώσης** (που κυμαίνεται από το αμετάβλητο ως τη συνεχή αλλαγή),
- **Πηγή γνώσης** (που κυμαίνεται από την αυθεντία προερχόμενη έως τα εμπειρικά στοιχεία και το συλλογισμό),
- **Ταχύτητα της εκμάθησης** (που κυμαίνεται από τη γρήγορη ως τη βαθμιαία), και
- **Δυνατότητα μάθησης** (κυμαινόμενη από την έμφυτη έως τη βελτιώσιμη κατά τη διάρκεια του χρόνου).

Το ερωτηματολόγιο περιέχει 63 δηλώσεις στις οποίες οι συμμετέχοντες αποκρίνονται με μια κλίμακα Likert 5-σημείων (1: διαφωνώ εντελώς -5: συμφωνώ απόλυτα

διαφωνώ εντελώς). Οι δηλώσεις αναφέρονται είτε στο πρώτο είτε στο δεύτερο πρόσωπο και είναι είτε αρνητικά διατυπωμένες (αν αντιπροσωπεύουν μια εκλεπτυσμένη πεποίθηση δηλ. ενισχύουν την αντίθετη άποψη από την πεποίθηση που αντιπροσωπεύουν) είτε θετικά (αν αντιπροσωπεύουν μη εκλεπτυσμένη πεποίθηση δηλ. αν ενισχύουν τη πεποίθηση που αντιπροσωπεύουν). Επιπλέον, είναι κατηγοριοποιημένες σε πέντε υποσύνολα καθένα από τα οποία εξετάζει κάθε μια από τις πέντε διαστάσεις: απλότητα της γνώσης, βεβαιότητα της γνώσης αυθεντία ως πηγή γνώσης, έμφυτη ικανότητα μάθησης, γρήγορη μάθηση. Η κάθε πεποίθηση (διάσταση) εξετάζεται πολύπλευρα μέσα από δύο έως τρεις επιμέρους υπό-κλίμακες, (Διάγραμμα 2).

Διάγραμμα 2

Διαστάσεις και υποκλίμακες ερωτηματολογίου SEBQ



Παραδείγματα δηλώσεων:

1) *Βάζω τα δυνατά μου για να συνδυάσω γνώσεις από διάφορα κεφάλαια:* Είναι μια δήλωση πρώτου προσώπου, αντιστοιχεί στην κατηγορία απλότητα της γνώσης και στην υποκατηγορία «αποφυγή γενίκευσης-συνδυασμού». Επιπλέον, είναι αρνητικά διατυπωμένη αφού δηλώνει μια εκλεπτυσμένη πεποίθηση,
2) *Μερικές φορές πρέπει να δεχτείς τις απαντήσεις από τον δάσκαλο ακόμα κι αν δεν τις καταλαβαίνεις:* Είναι μια δήλωση δεύτερου προσώπου, αντιστοιχεί στην κατηγορία αυθεντία ως πηγή γνώσης και την υποκατηγορία «μην ασκείτε κριτική

στην αυθεντία», είναι θετικά διατυπωμένη διότι ενισχύει τη πεποίθηση ότι η πηγή της γνώσης είναι η αυθεντία (μη εκλεπτυσμένη πεποίθηση).

Στην έρευνα της Schommer (1990), έπειτα από παραγοντική ανάλυση, προέκυψαν οι τέσσερις από τους πέντε παράγοντες τους οποίους είχε αρχικά υποθέσει. Για τους σκοπούς αυτής της έρευνας, ακολούθησε πιστή μετάφραση και προσαρμογή του ερωτηματολογίου έτσι ώστε οι δηλώσεις να αναφέρονται στα μαθηματικά. Παραδείγματος χάριν, η δήλωση «Τα πράγματα είναι απλούστερα από ότι θα ήθελαν να μας τα παρουσιάζουν οι περισσότεροι καθηγητές» (“Things are simpler than most professors would have you believe”) μετατράπηκε στην προσαρμοσμένη στα μαθηματικά δήλωση «Τα μαθηματικά είναι απλούστερα από ότι θα ήθελαν να μας τα παρουσιάζουν οι περισσότεροι καθηγητές». Για πρακτικούς λόγους, ο αριθμός των δηλώσεων στο τελικό ερωτηματολόγιο περιορίστηκε (από τις 63) στις 45 δηλώσεις. Από τις 63 δηλώσεις επιλέχθηκαν εκείνες οι οποίες είναι πιο αντιπροσωπευτικές για την κάθε πεποίθηση- διάσταση με μια περίπου ισάριθμη κατανομή στις πέντε εξεταζόμενες κατηγορίες. Μόλις ολοκληρώθηκε η κατασκευή του ερωτηματολογίου, η διαδικασία δοκιμάστηκε πιλοτικά ώστε να εντοπισθούν και να διορθωθούν λάθη και ασάφειες που πιθανώς υπήρχαν.

Στην πρώτη σελίδα του ερωτηματολογίου, καταγράφηκαν γραπτές οδηγίες για τη συμπλήρωση του ερωτηματολόγιου και ζητήθηκαν οι εξής επιπρόσθετες προσωπικές πληροφορίες-μεταβλητές: φύλο, τμήμα, τάξη και βαθμός α΄ τετραμήνου στη γεωμετρία και την άλγεβρα. Οι πληροφορίες για το φύλο και την τάξη χρησιμοποιήθηκαν ως μεταβλητές για την εξέταση τυχόν διαφορών μεταξύ των υποκατηγοριών αυτών των μεταβλητών. Οι βαθμοί αποτέλεσαν το κριτήριο επίδοσης για τη μελέτη του δεύτερου ερευνητικού ερωτήματος. Τα ερωτηματολόγια αρχικά δόθηκαν στους διευθυντές τριών σχολείων της Αθήνας που είχαν επιλεγεί τυχαία, ώστε να εγκρίνουν τη χορήγηση τους στα τμήματα της Α΄ λυκείου και Γ΄ γυμνασίου. Η ανταπόκριση ήταν θετική.

Για τη διερεύνηση των επιστημολογικών πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών, χρησιμοποιήθηκε ένα ερωτηματολόγιο ανοικτού τύπου. Οι ανοικτές ερωτήσεις αφήνουν ελεύθερο το άτομο να εκφράσει τις σκέψεις, τα συναισθήματα και τις προτιμήσεις του όπως εκείνο θέλει. Η πλειοψηφία των ερωτήσεων οι οποίες στο σύνολο τους ήταν 13, επιλέχθηκαν από το ερωτηματολόγιο της Κοκοσάρη (2006), ενώ οι υπόλοιπες ήταν αυτοσχέδιες έτσι ώστε να εξετάζονται οι παράγοντες Ε.Π. της

Schommer (1990). Πιο συγκεκριμένα, το ερωτηματολόγιο αποτελούνταν από ερωτήσεις οι οποίες αφορούσαν δημογραφικά στοιχεία του εξεταζόμενου π.χ. ηλικία, φύλο, έτη υπηρεσίας, προκαθορισμένες ερωτήσεις οι οποίες επικεντρώνονταν στις επιστημολογικές τους πεποιθήσεις για τα μαθηματικά και το περιεχόμενό τους σχετίζονταν με τις συνιστώσες της ατομικής επιστημολογίας σχετικά με τη μαθηματική γνώση και μάθηση, όπως αυτές αναδείχθηκαν από την ανασκόπηση της σχετικής βιβλιογραφίας (Schommer, 1990˙ Chan, & Elliot, 2002˙ 2004˙ Hofer, 2000, 2004). Επιπλέον, υπήρχαν ερωτήματα σχετικά με τις πεποιθήσεις τους για τη διδασκαλία των μαθηματικών.

Διαδικασία εκτέλεσης της έρευνας

Η διαδικασία συμπλήρωσης των ερωτηματολογίων από τους μαθητές είχε συνολική διάρκεια μια διδακτική ώρα. Πριν την έναρξη της διαδικασίας, οι μαθητές ενημερώθηκαν για τους σκοπούς της έρευνας και έλαβαν τις απαραίτητες οδηγίες για τη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου. Έγινε κατανοητό από τους μαθητές ότι στις ερωτήσεις δεν υπάρχουν απαντήσεις που να θεωρούνται σωστές ή λανθασμένες. Εξάλλου, τονίστηκε ιδιαίτερα το γεγονός το ερωτηματολόγιο είναι ανώνυμο και ο καθένας μπορεί να εκφράσει ελεύθερα τις απόψεις του σχετικά με τη γνώση και τη μάθηση των μαθηματικών. Η υπεύθυνος της έρευνας ήταν στη διάθεση των μαθητών καθ’ όλη τη διάρκεια της διαδικασίας ώστε να απαντάει τυχόν διευκρινιστικές ερωτήσεις σχετικά με τις δηλώσεις του ερωτηματολογίου.

Μετά το πέρας της διαδικασίας για κάθε τμήμα, δινόταν προς συμπλήρωση το ερωτηματολόγιο των εκπαιδευτικών στον αντίστοιχο μαθηματικό του τμήματος. Οι διδάσκοντες είχαν τη δυνατότητα να πάρουν το ερωτηματολόγιο στο σπίτι τους ώστε να το συμπληρώσουν με απόλυτη συγκέντρωση και να το επιστρέψουν την επόμενη μέρα.

Στατιστική επεξεργασία δεδομένων

Μετά τη συλλογή των δεδομένων, ακολούθησε η ανάλυση των απαντήσεων των μαθητών με το λογισμικό πακέτο SPSS. Πιο συγκεκριμένα, πραγματοποιήθηκε περιγραφική και επαγωγική στατιστική ανάλυση. Αρχικά, μέσω παραγοντικής

ανάλυσης πραγματοποιήθηκε διερεύνηση του πρώτου ερευνητικού ερωτήματος, για την κατηγοριοποίηση των δηλώσεων του ερωτηματολογίου σε παράγοντες επιστημολογικών πεποιθήσεων. Στη συνέχεια, πραγματοποιήθηκε έλεγχος με τη βοήθεια του κριτηρίου χ^2, για να διαπιστωθεί αν υπάρχει κάποια σχέση μεταξύ του φύλου και των επιστημολογικών πεποιθήσεων. Κατηγοριοποιώντας το δείγμα σε ομάδες σύμφωνα με την επίδοση τους πραγματοποιήθηκε ανάλυση διασποράς για να εξεταστεί αν οι επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών σχετίζονται με την επίδοση τους στα μαθηματικά. Στη συνέχεια, κατηγοριοποιώντας το δείγμα των μαθητών σε ομάδες ανάλογα με τον εκπαιδευτικό από τον οποίο διδάσκονται τα μαθηματικά, προέκυψαν ζεύγη ομάδων τα οποία εξετάστηκαν ως προς το αν διαφέρουν σημαντικά ως προς τις επιστημολογικές τους πεποιθήσεις.

Ακολούθησε ποιοτική ανάλυση των απαντήσεων στις ανοικτού τύπου ερωτήσεις που λήφθηκαν από τους εκπαιδευτικούς. Πιο συγκεκριμένα, για κάθε έναν από τους παράγοντες επιστημολογικών πεποιθήσεων, οι απαντήσεις των εκπαιδευτικών κατηγοριοποιήθηκαν σύμφωνα με το αν εκφράζουν εκλεπτυσμένες ή λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π..

Στη συνέχεια, ακολούθησε ποιοτικός έλεγχος για την ύπαρξη κάποιας σχέσης ανάμεσα στις επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών και των αντίστοιχων εκπαιδευτικών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ IV
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Περίληψη

Τα ποσοτικά δεδομένα που συλλέχθηκαν με το ερωτηματολόγιο έτυχαν επεξεργασίας και ανάλυσης με περιγραφική και επαγωγική στατιστική μέσω του λογισμικού πακέτου SPSS, για να απαντηθούν τα ερευνητικά ερωτήματα. Από την πολλαπλή διερευνητική παραγοντική ανάλυση προέκυψαν έντεκα κλίμακες. Στη συνέχεια, εφαρμόστηκε και πάλι παραγοντική ανάλυση στις έντεκα αυτές κλίμακες που οδήγησε στην κατασκευή τεσσάρων παραγόντων, οι οποίοι προσομοιάζουν αλλά δεν ταυτίζονται με τους τέσσερις παράγοντες που βρήκε η Schommer (1990). Πιο συγκεκριμένα, οι παράγοντες που προέκυψαν αναφέρονται στα εξής:

1. Έμφυτο μαθηματικής ικανότητας
2. Απλότητα μαθηματικής γνώσης
3. Αποδοχή γνώσης η οποία προέρχεται από την αυθεντία
4. Βεβαιότητα και ταχύτητα μάθησης της μαθηματικής γνώσης

Εφαρμόζοντας το κριτήριο χι-τετράγωνο, προέκυψε ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών/τριών είναι ανεξάρτητες του φύλου. Αντίθετα, ο συντελεστής Pearson έδειξε αρνητική συσχέτιση ανάμεσα στην επίδοση των μαθητών στα μαθηματικά και των επιστημολογικών τους πεποιθήσεων. Κατηγοριοποιώντας το δείγμα σε ομάδες σύμφωνα με την επίδοση τους, πραγματοποιήθηκε ανάλυση διασποράς από την οποία διαπιστώθηκε ότι οι μαθητές με χαμηλούς βαθμούς στα μαθηματικά, διατηρούν λιγότερο εκλεπτυσμένες επιστημολογικές πεποιθήσεις. Στη συνέχεια, το δείγμα των μαθητών κατηγοριοποιήθηκε σε ομάδες, ανάλογα με τον εκπαιδευτικό από τον οποίο διδάσκονται τα μαθηματικά. Σε γενικές γραμμές, οι ομάδες δεν φάνηκε να διαφέρουν σημαντικά ως προς το σύνολο των επιστημολογικών τους πεποιθήσεων για τα μαθηματικά. Εντούτοις, όταν πραγματοποιήθηκε παραγοντική ανάλυση για να ελεγχθεί η ύπαρξη τυχόν διαφορών για κάθε παράγοντα Ε.Π. ξεχωριστά, προέκυψαν ζεύγη ομάδων τα οποία διαφέρουν σημαντικά, ως προς όλους, πλην του παράγοντα «βεβαιότητα και ταχύτητα μαθηματικής γνώσης». Παρόλα αυτά, κατά την ποιοτική ανάλυση που ακολούθησε

στο δείγμα των εκπαιδευτικών, δεν φάνηκε να υπάρχει κάποια σχέση στις επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών και των αντίστοιχων εκπαιδευτικών.

Παράγοντες επιστημολογικών πεποιθήσεων

Για να απαντηθεί το πρώτο ερευνητικό ερώτημα, αναλύθηκαν τα δεδομένα του δείγματος των μαθητών χρησιμοποιώντας το λογισμικό πακέτο SPSS. Αρχικά ορίστηκαν οι εξής μεταβλητές:

- **Φύλο** (με δύο τιμές 1: κορίτσι, 2: αγόρι)
- **Τάξη** (με δύο τιμές 1: Γ΄ γυμνασίου, 2: Α΄ λυκείου)
- **Εκπαιδευτικός** (με επτά τιμές: Ε1: Εκπαιδευτικός 1, Ε2: Εκπαιδευτικός 2, Ε3: Εκπαιδευτικός 3, Ε4: Εκπαιδευτικός 4, Ε5: Εκπαιδευτικός 5, Ε6: Εκπαιδευτικός 6, και Ε7: Εκπαιδευτικός 7)
- **Βαθμός Άλγεβρας** Α΄ τετραμήνου (algebra)
- **Βαθμός Γεωμετρίας** Α΄ τετραμήνου (geometry)
- **Δηλώσεις ερωτηματολογίου** (45 δηλώσεις, με τιμές 1- διαφωνώ απόλυτα, 2- διαφωνω, 3- ούτε συμφωνώ, ούτε διαφωνώ, 4- συμφωνώ, 5- συμφωνώ απόλυτα)

Ακολούθησε αντιστροφή κάποιων δηλώσεων ώστε να έχουν όλες την ίδια φορά. Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με τη Schommer[1] το ερωτηματολόγιο έχει κατασκευαστεί έτσι ώστε να μετρά πόσο ανώριμες είναι οι πεποιθήσεις των μαθητών. Δηλαδή, όσο πιο υψηλό είναι το σκορ ενός μαθητή τόσο λιγότερο εκλεπτυσμένες επιστημολογικές πεποιθήσεις διατηρεί. Μέσα στο ερωτηματολόγιο όμως, υπάρχουν δηλώσεις με αρνητική φορά δηλαδή δηλώσεις που αντιπροσωπεύουν εκλεπτυσμένες επιστημολογικές πεποιθήσεις π.χ. *Βάζω τα δυνατά μου για να συνδυάσω γνώσεις από διάφορα κεφάλαια των μαθηματικών.* Με τη βοήθεια της εντολής «recode» αντιστράφηκε η φορά αυτών των δηλώσεων.

Ακολούθησε διερευνητική παραγοντική ανάλυση (principal component analysis) για την κατηγοριοποίηση των δηλώσεων. Η διαδικασία επαναλήφθηκε πέντε φορές, αφαιρώντας κάθε φορά τις δηλώσεις οι οποίες είχαν συντελεστή μικρότερο από 0,5 και αυτές που φόρτιζαν σε παραπάνω από ένα παράγοντα (με eigenvalue>1). Τελικά,

[1] Η ίδια η Schommer είχε την καλοσύνη να μου στείλει προσωπικές οδηγίες μέσω του ηλεκτρονικού ταχυδρομείου για να διευκολύνει τη διεξαγωγή της παρούσας έρευνας

μετά τον αποκλεισμό 11 δηλώσεων, προέκυψαν 11 κλίμακες που ερμηνεύουν το 75,9% της συνολικής διασποράς (Παράρτημα 3, Πίνακας 1). Οι κλίμακες αυτές ανάλογα με το περιεχόμενό των δηλώσεων τους, χαρακτηρίζονται από τα εξής:

Κ1: Έμφυτο μαθηματικής ικανότητας

Κ2: Πηγή της μαθηματικής γνώσης είναι η αυθεντία

Κ3: Αποφυγή συνδυασμού και γενίκευσης της μαθηματικής γνώσης

Κ4: Αδυναμία να μάθεις πώς να μαθαίνεις μαθηματικά

Κ5: Αναζήτηση απλών λύσεων στα μαθηματικά προβλήματα

Κ6: Βεβαιότητα μαθηματικής γνώσης

Κ7: Η επιμονή για κατανόηση των μαθηματικών δεν βοηθά

Κ8: Η μάθηση των μαθηματικών είναι σύντομη διαδικασία

Κ9: Απλότητα μαθηματικής γνώσης

Κ10: Κάθε μαθηματική πρόταση έχει νόημα μόνον αν συνδέεται με μια συγκεκριμένη κατάσταση

Κ11: Το σημαντικό στα μαθηματικά είναι η απάντηση ακόμα και χωρίς τη διαδικασία από την οποία προέκυψε

Παρατηρούμε ότι δεν υπάρχει ταύτιση με τις κλίμακες της Schommer (1990). Πιο συγκεκριμένα, αν εξαιρέσουμε όλες τις υπόλοιπες κλίμακες, οι Κ2, Κ10 και Κ11 δεν είχαν προκύψει στην έρευνα της Schommer. Από την άλλη στην παρούσα έρευνα δεν προέκυψαν καθόλου οι εξής κλίμακες: «αποφυγή της ασάφειας», «εξάρτηση από την αυθεντία», «αποφυγή κριτικής της αυθεντίας» και «οι προσπάθειες συγκέντρωσης είναι χάσιμο χρόνου».

Στη συνέχεια, ακολούθησε ο υπολογισμός της μέσης επίδοσης του κάθε μαθητή στις δηλώσεις της κάθε μιας από τις έντεκα κλίμακες και κατασκευάστηκαν έντεκα μεταβλητές κατ’ αντιστοιχία με τις κλίμακες αυτές. Πραγματοποιήθηκε παραγοντική ανάλυση για την κατηγοριοποίηση των κλιμάκων και την κατασκευή παραγόντων. Η διαδικασία επαναλήφθηκε τρεις φορές, αφαιρώντας κάθε φορά τις μεταβλητές-κλίμακες που δεν φόρτιζαν σε κανένα παράγοντα. Τελικά, αποκλείστηκαν οι κλίμακες Κ3 και Κ10, ενώ βάσει των υπόλοιπων, προέκυψαν τέσσερις παράγοντες οι οποίοι παρουσιάζονται στον Πίνακα 2. Παρατηρούμε ότι όλοι αποτελούνται από 2 κλίμακες, εκτός του Π2 που αποτελείται από τρεις. Οι παράγοντες αυτοί σύμφωνα με το περιεχόμενο των κλιμάκων από τις οποίες αποτελούνται, χαρακτηρίζονται ως εξής:

Π1: Έμφυτη μαθηματική ικανότητα

Π2: Αποδοχή της προερχόμενης από την αυθεντία μαθηματικής γνώσης

Π3: Απλότητα της μαθηματικής γνώσης

Π4: Βεβαιότητα και ταχύτητα απόκτησης της μαθηματικής γνώσης

Πίνακας 2

Στοιχεία παραγοντικής ανάλυσης- Παράγοντες

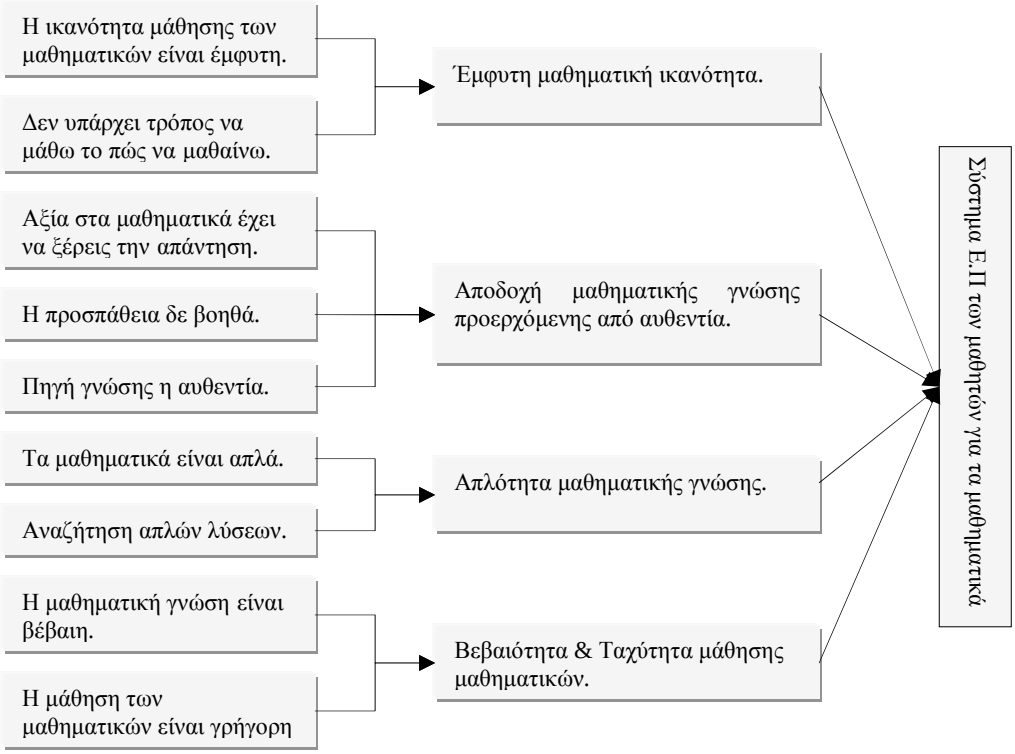
	Π1	Π2	Π3	Π4
Η ικανότητα μάθησης των μαθηματικών είναι έμφυτη.	0,833			
Δεν υπάρχει τρόπος να μάθω το πώς να μαθαίνω τα μαθηματικά.	0,814			
Αξία στα μαθηματικά έχει να ξέρεις την απάντηση ακόμα και αν δε καταλαβαίνεις πως προέκυψε.		0,692		
Η επίμονη προσπάθεια κατανόησης των μαθηματικών δε βοηθά.		0,649		
Πηγή της μαθηματικής γνώσης είναι η αυθεντία.		0,619		
Τα μαθηματικά είναι απλά.			0,814	
Αναζήτηση απλών λύσεων στα μαθηματικά προβλήματα.			0,820	
Η μαθηματική γνώση είναι βέβαιη.				0,754
Η μάθηση των μαθηματικών είναι μια γρήγορη διαδικασία.				-0,640

Για τη διευκόλυνση των υπολογισμών που θα ακολουθήσουν, πραγματοποιήθηκε η κατασκευή τεσσάρων μεταβλητών που αφορούν στο έμφυτο της ικανότητας (-innate), στην αποδοχή της αυθεντίας (-authority), στην απλότητα της γνώσης (-simple) και στην ταχύτητα & βεβαιότητα (-quickcertain). Κάθε μια από αυτές τις μεταβλητές ορίστηκε ως η μέση επίδοση του κάθε μαθητή στο σύνολο των δηλώσεων από τις οποίες αποτελείται ο κάθε παράγοντας. Οι νέες μεταβλητές, οι οποίες λάμβαναν οποιαδήποτε ρητή τιμή από 1 έως το 5, ομαδοποιήθηκαν (για πρακτικούς λόγους) σε ακέραιες τιμές (από το 1 έως το 5), ως εξής: οι τιμές [1 - 1,5] αντιστοιχούν στην τιμή 1 οι (1,5 - 2,5] αντιστοιχούν στην τιμή 2, οι (2,5 - 3,5] αντιστοιχούν στην τιμή 3, οι

τιμές (3,5 - 4,5] αντιστοιχούν στην τιμή 4 και τέλος οι τιμές (4,5 - 5] αντιστοιχούν στην τιμή 5.

Διάγραμμα 3

Κλίμακες και παράγοντες Ε.Π. μαθητών για τα μαθηματικά



Επίδοση μαθητών ως προς τις επιστημολογικές τους πεποιθήσεις

Με κλίμακα μέτρησης την πεντάβαθμη κλίμακα Likert, θεωρούμε ότι, μαθητές με επίδοση κάτω του τρία διατηρούν εκλεπτυσμένες Ε.Π., άνω του τρία λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π. και (περίπου) ίση με 3 «μετρίως» εκλεπτυσμένες Ε.Π..

Έτσι, σύμφωνα με τη μέση επίδοση των μαθητών $\overline{X} = 2{,}74$ για το σύνολο των 34 δηλώσεων, το δείγμα τείνει να διατηρεί εκλεπτυσμένες επιστημολογικές πεποιθήσεις.

Για να εξεταστεί η επίδοση των μαθητών για κάθε έναν από τους τέσσερις παράγοντες χωριστά, υπολογίστηκαν η συχνότητα, η μέση τιμή και τυπική απόκλιση αντίστοιχα για κάθε μια από τις τέσσερις μεταβλητές-παράγοντες. Στον Πίνακα 3 παρουσιάζονται τα παραπάνω περιγραφικά μέτρα. Όπως παρατηρούμε, με μια πρώτη ματιά στον Πίνακα, το δείγμα τείνει να έχει μια περίπου ισόρροπη θέση αναφορικά με το περιεχόμενο των δηλώσεων που απαρτίζουν τους τέσσερις παράγοντες.

Αναφορικά με τον πρώτο παράγοντα (έμφυτη μαθηματική ικανότητα), η μέση επίδοση είναι $\overline{X_1} = 2{,}6$. Δηλαδή, οι μαθητές στο σύνολο τους τείνουν να διατηρούν εκλεπτυσμένες επιστημολογικές πεποιθήσεις, σε αυτόν τον παράγοντα. Σχεδόν οι μισοί (48,7%) από τους μαθητές έχουν εκλεπτυσμένες Ε.Π., μόνο το 21,7% έχει λιγότερο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις, ενώ το 29,6% έχει μετρίως εκλεπτυσμένες Ε.Π.

Όσον αφορά τον δεύτερο παράγοντα (αποδοχή μαθηματικής γνώσης όταν προέρχεται από την αυθεντία), οι μαθητές διατηρούν τις πιο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις με μέση επίδοση $\overline{X_2} = 2{,}5$. Σχεδόν οι μισοί από τους μαθητές (54,3%) διατηρούν εκλεπτυσμένες επιστημολογικές πεποιθήσεις, μόνο το 9,6% έχει λιγότερο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις, ενώ το 36,1% έχει μετρίως εκλεπτυσμένες Ε.Π.

Πίνακας 3

Περιγραφικά μέτρα για τους τέσσερις παράγοντες

	Έμφυτη Ικανότητα		Αποδοχή γνώσης από αυθεντία		Απλότητα μαθηματικής γνώσης		Βέβαιη & γρήγορη μαθηματική γνώση	
	ν	f%	ν	f%	ν	f%	N	f%
Διαφωνώ απόλυτα	19	8,3	10	4,3	14	6,1	10	4,3
Διαφωνώ	93	40,4	115	50	55	23,9	77	33,5
Ούτε συμφωνώ ούτε διαφωνώ	68	29,6	83	36,1	98	42,6	99	43,0
Συμφωνώ	44	19,1	11	4,8	55	23,9	32	13,9
Συμφωνώ απόλυτα	6	2,6	11	4,8	8	3,5	12	5,2
$\overline{X}$	2,6		2,5		2,9		2,8	
SD	0,96		0,84		0,92		0,91	

Σχετικά με τον τρίτο παράγοντα (απλότητα μαθηματικής γνώσης), οι μαθητές τείνουν να διατηρούν μετρίως εκλεπτυσμένες επιστημολογικές πεποιθήσεις με μέση επίδοση $\overline{X_3} = 2{,}9$. Το 30% των μαθητών διατηρεί εκλεπτυσμένες Ε.Π., το 27,4% διατηρεί λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π., ενώ πάνω από τέσσερις στους δέκα διατηρούν μετρίως εκλεπτυσμένες Ε.Π..

Τέλος, όσον αφορά τον τέταρτο παράγοντα (βέβαιη και γρήγορη μαθηματική γνώση), οι μαθητές τείνουν να διατηρούν εκλεπτυσμένες επιστημολογικές πεποιθήσεις με

μέση επίδοση $\overline{X_4} = 2{,}8$. Το 37,8% των μαθητών διατηρεί εκλεπτυσμένες Ε.Π., το 19,1% διατηρεί λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π. ενώ λίγο πιο κάτω από τους μισούς μαθητές (43%) έχουν μετρίως εκλεπτυσμένες επιστημολογικές πεποιθήσεις.

Σύγκριση επιστημολογικών πεποιθήσεων ανάμεσα στα δύο φύλα

Για να ελεγχθεί κατά πόσο οι διαφορές στις Ε.Π. μεταξύ των δυο φύλων είναι στατιστικά σημαντικές πραγματοποιήθηκε για κάθε παράγοντα, με τη βοήθεια του κριτηρίου t-test (επειδή το μέγεθος του δείγματος είναι αρκετά μεγάλο υποθέτουμε ότι η στατιστική συνάρτηση προσεγγίζει την κανονική κατανομή) ο έλεγχος της υπόθεσης Ho: $\mu=\mu_0$ (η μέση επίδοση των μαθητών είναι ίση με τη μέση επίδοση των μαθητριών) έναντι της H_1: $\mu\neq\mu_0$ (οι μέσες επιδόσεις των δύο πληθυσμών διαφέρουν).

Ο Πίνακας 4 δίνει τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των μαθητών και μαθητριών για κάθε έναν από τους τέσσερις παράγοντες και τις τιμές που προέκυψαν από το κριτήριο t, καθώς και τα αντίστοιχα επίπεδα σημαντικότητας. Όπως παρατηρούμε, τα επίπεδα σημαντικότητας p παίρνουν αρκετά μεγάλες τιμές (άνω του 0,05), έτσι η υπόθεση H_0 γίνεται δεκτή, δηλαδή, δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μέσων επιδόσεων. Με άλλα λόγια, οι μαθητές και οι μαθήτριες διατηρούν παρόμοιες επιστημολογικές πεποιθήσεις για τα μαθηματικά.

Πίνακας 4

Σύγκριση Ε.Π. ανάμεσα στα δύο φύλα

Παράγοντας	φύλο	$\overline{X}$	SD	T	p
Έμφυτη Ικανότητα	αγόρια*	2,76	0,95	-1,36	0,17
	κορίτσια**	2,59	0,96		
Αποδοχή γνώσης από αυθεντία	αγόρια	2,43	0,64	-0,537	0,59
	κορίτσια	2,46	0,71		
Απλότητα μαθηματικής γνώσης	αγόρια	3,00	0,94	-0,794	0,43
	κορίτσια	2,90	0,91		
Βέβαιη & γρήγορη μαθηματική γνώσης	αγόρια	2,77	0,87	-0,736	0,46
	κορίτσια	2,70	0,76		

*N=107 **N=123

Σχέση επιστημολογικών πεποιθήσεων και επίδοσης στα μαθηματικά

Για τον έλεγχο της συσχέτισης των επιστημολογικών πεποιθήσεων με την επίδοση των μαθητών, κατασκευάστηκε μια νέα μεταβλητή (algeom) η οποία προκύπτει από το μέσο όρο των βαθμών στην άλγεβρα και τη γεωμετρία για κάθε μαθητή. Ακολούθως, υπολογίστηκαν οι συντελεστές συσχέτισης Pearson (επειδή το μέγεθος του δείγματος είναι αρκετά μεγάλο υποθέτουμε ότι η στατιστική συνάρτηση προσεγγίζει την κανονική κατανομή, ανάλογα αποτελέσματα θα είχαμε και με τους συντελεστές συσχέτισης Spearman) μεταξύ των τεσσάρων παραγόντων και της μέσης βαθμολογίας. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 5 που ακολουθεί. Όπως είναι προφανές, οι τέσσερις παράγοντες έμφυτη μαθηματική ικανότητα (-0,369, p=0,000), αποδοχή αυθεντίας (-0,342, p=0,000), απλότητα μαθηματικής γνώσης (-0,135, p=0,041) και βέβαιη και γρήγορη μαθηματική γνώση (-0,143, p=0,030), συσχετίζονται αρνητικά με τη βαθμολογία των μαθητών.

Πίνακας 5

Συντελεστές Συσχέτισης μεταξύ επίδοσης και επιστημολογικών παραγόντων

	Pearson r	p
Έμφυτη ικανότητα	-0,369	0,000
Αποδοχή γνώσης από αυθεντία χωρίς κατανόηση	-0,342	0,000
Απλότητα μαθηματικής γνώσης	-0,135	0,041
Βέβαιη & γρήγορη μαθηματική γνώση	-0,143	0,030

Συμπληρωματικά, για τον έλεγχο της υπόθεσης αν οι μαθητές με πιο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις έχουν καλύτερη επίδοση από τους μαθητές με λιγότερο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις, πραγματοποιήθηκε απλή ανάλυση διασποράς με ανεξάρτητη μεταβλητή τη μέση επίδοση στην άλγεβρα και τη γεωμετρία και εξαρτημένη μεταβλητή τη μέση τιμή των επιστημολογικών πεποιθήσεων των μαθητών. Ως λειτουργική τιμή των επιστημολογικών πεποιθήσεων (beliefs) ορίστηκε η μέση επίδοση στις 34 δηλώσεις του ερωτηματολογίου που παρέμειναν τελικά στους παράγοντες. Για διευκόλυνση των υπολογισμών οι βαθμοί των μαθητών ομαδοποιήθηκαν σε τέσσερις κλάσεις ίσου πλάτους ως εξής: 9-11,75 (χαμηλή επίδοση), 11,75-14,5 (μέτρια επίδοση), 14,5-17,25 (καλή επίδοση), 17,25-20 (άριστη επίδοση).

Στον Πίνακα 6 παρουσιάζεται η κατανομή των μαθητών κατά επίδοση και η μέση τιμή των αντίστοιχων πεποιθήσεων. Όπως παρατηρούμε, οι 59 μαθητές έχουν χαμηλή

επίδοση στα μαθηματικά και μέσο όρο πεποιθήσεων 3,01, οι 54 μαθητές έχουν μέτρια επίδοση στα μαθηματικά και μέσο όρο πεποιθήσεων 2,79, οι 63 μαθητές έχουν καλή επίδοση στα μαθηματικά και μέσο όρο πεποιθήσεων 2,64, και οι υπόλοιποι 54 έχουν βαθμολογία από 17,25 και άνω (άριστη επίδοση) και μέσο όρο πεποιθήσεων 2,64.

Κατά την ανάλυση διασποράς (F=294,07 και p=0,00) προέκυψε ότι οι διαφορές στις πεποιθήσεις των μαθητών των τεσσάρων παραπάνω κατηγοριών, είναι στατιστικά σημαντικές. Εντούτοις, δεν γνωρίζουμε αν αυτό συμβαίνει για όλες τις διαφορές ή κάποιες από αυτές. Για να βρούμε ποιες από τις παραπάνω ομάδες μαθητών διαφέρουν μεταξύ τους ως προς τις πεποιθήσεις τους, χρησιμοποιήσαμε την εντολή («posthoc») πολλαπλών συγκρίσεων.

Πίνακας 6

Κατανομή μαθητών κατά επίδοση και οι αντίστοιχες πεποιθήσεις τους

Βαθμοί	N	$\overline{X}$	SD
9-11,75 (Χαμηλή επίδοση)	59	3,01	0,109
11,75-14,5 (Μέτρια επίδοση)	54	2,79	0,004
14,5-17,25 (Καλή επίδοση)	63	2,67	0,092
17,25 -20 (Άριστη επίδοση)	54	2,64	0,010
Σύνολο	230	2,78	0,163

Από τον Πίνακα 7 φαίνεται ότι οι μαθητές με βαθμούς από 9-11,75 έχουν σημαντικά λιγότερο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις από τους υπόλοιπους μαθητές που έχουν υψηλότερους βαθμούς στα μαθηματικά. Οι μαθητές με βαθμούς από 11,75-14,5 διατηρούν πιο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις από τους μαθητές με βαθμούς κάτω του 11,75 (μέση διαφορά: -0,2118 και p=0,000), λιγότερο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις από τους μαθητές με βαθμούς από 14,5-17,25 (μέση διαφορά: 0,1206 και p=0,000) και από τους μαθητές με βαθμούς από 17,25-20 (μέση διαφορά: 0,578 και p=0,000). Οι μαθητές με μέτρια επίδοση δηλαδή, με βαθμούς από 14,5-17,25 διατηρούν όπως είπαμε πιο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις από τους μαθητές με βαθμούς κάτω του 14,5 αλλά έχουν λιγότερο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις σε σχέση με τους μαθητές άριστης επίδοσης (μέση διαφορά: 0,0372 και p=0,015). Έτσι, οι μαθητές με βαθμούς από 17,25 και άνω έχουν πιο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις από τους υπόλοιπους μαθητές.

Συμπεραίνουμε λοιπόν, ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις είναι επηρεασμένες από την επίδοση των μαθητών και ότι οι μαθητές χαμηλότερης επίδοσης διατηρούν λιγότερο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις από μαθητές υψηλότερης επίδοσης στα μαθηματικά.

Πίνακας 7

Σύγκριση Ε.Π. μαθητών διαφορετικής επίδοσης

Βαθμοί (I)	Βαθμοί (J)	Mean deference (I-J)	Std. error	p
9-11,75	11,75-14,5	0,2118	0,014	0,000
	14,5-17,25	0,3324	0,018	0,000
	17,25-20	0,3696	0,014	0,000
11,75-14,5	9-11,75	-0,2118	0,024	0,000
	14,5-17,25	0,1206	0,011	0,000
	17,25-20	0,1578	0,001	0,014
14,5-17,25	9-11,75	-0,3324	0,018	0,000
	11,75-14,5	-0,1206	0,011	0,000
	17,25-20	0,1578	0,011	0,015
17,25-20	9-11,75	-0,3696	0,014	0,000
	11,75-14,5	-0,1578	0,001	0,000
	14,5-17,25	-0,0372	0,011	0,015

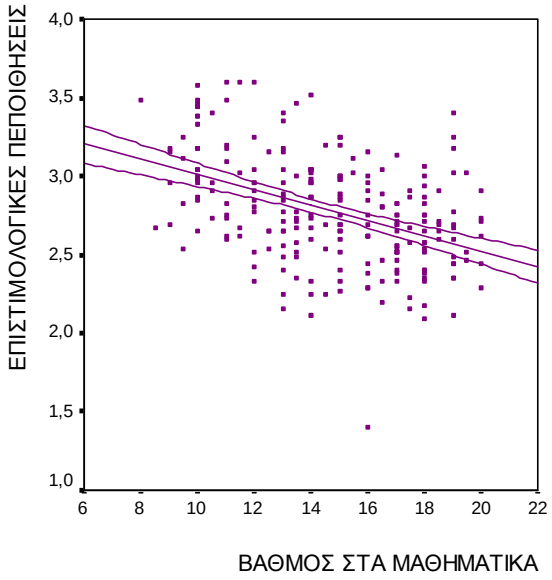
Στη συνέχεια, για να ελέγξουμε κατά πόσο υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών (βαθμοί και πεποιθήσεις), κατασκευάσαμε ένα διάγραμμα διασποράς (Διάγραμμα 3). Παρατηρούμε ότι υπάρχει σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών και ότι μπορούμε να υποθέσουμε τη γραμμικότητα της σχέσης τους.

Ακολούθησε απλή γραμμική παλινδρόμηση (regression analysis), με ανεξάρτητη μεταβλητή την επίδοση (βαθμό) των μαθητών στα μαθηματικά και εξαρτημένη μεταβλητή τις επιστημολογικές τους πεποιθήσεις για τα μαθηματικά. Επειδή το μέγεθος του δείγματος είναι αρκετά μεγάλο, βασιστήκαμε στην ασυμπτωτική προσέγγιση του κριτηρίου από τη κανονική κατανομή. Για να υποθέσουμε την ανεξαρτησία και την ομοσκεδαστικότητα των καταλοίπων κατασκευάσαμε ένα διάγραμμα διασποράς το οποίο περιέχει τις εκτιμηθείσες τιμές στον οριζόντιο άξονα και τα κατάλοιπα στο κάθετο άξονα.

Ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης (R) βρέθηκε 0,429 ενώ ο συντελεστής προσδιορισμού (R^2) 0,184 δηλαδή το συγκεκριμένο μοντέλο που προσαρμόσαμε εξηγεί μόνο το 18,4% της ολικής διασποράς. Στην ανάλυση διακύμανσης (η οποία βασίζεται στην F κατανομή) προέκυψε F=51,4 και p=0,00. Έτσι, συμπεραίνουμε ότι η παλινδρομική σχέση (R=0,429) είναι στατιστικά σημαντική.

Διάγραμμα 4

Διασπορά μεταξύ Ε.Π. και επίδοσης



Τελικά, το μοντέλο που προσαρμόσαμε στις δύο μεταβλητές (η ευθεία ελαχίστων τετραγώνων όπως αλλιώς λέγεται) έχει τη μορφή y=βχ+α όπου α=3,493 και β=-0,049 δηλαδή, **Ε.Π. για τα μαθηματικά = 3,493 - 0,049*(βαθμός στα μαθηματικά)**.

Έτσι, για κάθε αύξηση του βαθμού κατά μία μονάδα η εκτιμώμενη μέση τιμή των επιστημολογικών πεποιθήσεων μειώνεται κατά 0,049 μονάδες. Επειδή κατά τον έλεγχο των υποθέσεων H_0: α=0, έναντι H_1: α≠0 και H_0: β=0, έναντι H_1: β≠0, τα παρατηρηθέντα επίπεδα στατιστικής σημαντικότητας είναι ίσα με μηδέν, συμπεραίνουμε ότι οι εκτιμώμενες τιμές των παραμέτρων α και β είναι στατιστικά σημαντικές. Δηλαδή, οι δύο μηδενικές υποθέσεις απορρίπτονται, συνεπώς και οι δύο συντελεστές είναι απαραίτητοι για το μοντέλο.

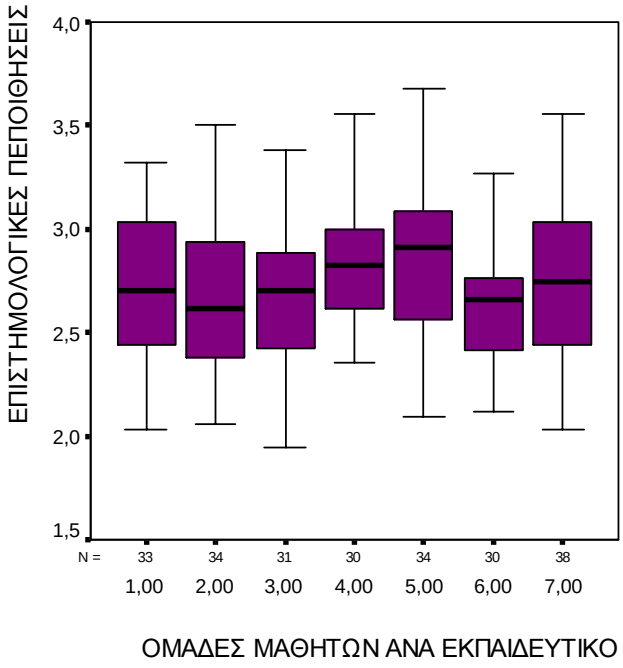
Σύγκριση επιστημολογικών πεποιθήσεων μαθητών που διαφέρουν ως προς τον εκπαιδευτικό

Για τη διερεύνηση του τελευταίου ερευνητικού ερωτήματος, εφαρμόσαμε στο δείγμα των μαθητών απλή ανάλυση διασποράς με ανεξάρτητη μεταβλητή τον διδάσκοντα και εξαρτημένη τις επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών, όπως ορίσθηκε παραπάνω (μέση επίδοση στις απαντήσεις του κάθε μαθητή για τις 34 δηλώσεις που συμπεριλαμβάνονται στους παράγοντες).

Πριν όμως αναφερθούμε στα αποτελέσματα της ανάλυσης διακύμανσης, καλό θα ήταν να δούμε πως κατανέμονται γραφικά οι επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών ανά εκπαιδευτικό (Διάγραμμα 4).

Διάγραμμα 5

Κατανομή των επιστημολογικών πεποιθήσεων των μαθητών ανά εκπαιδευτικό



Στο διάγραμμα (Box plot) οι οριζόντιες γραμμές που βρίσκονται μέσα σε κάθε ορθογώνιο είναι οι διάμεσοι. Όπως παρατηρούμε οι διάμεσοι όλων των ομάδων παίρνουν τιμές μεταξύ του 2,5 και του 3. Συνήθως, σε ένα τέτοιο διάγραμμα, τα σημεία που βρίσκονται εκτός των ορθογωνίων πάνω στις κάθετες γραμμές (ακραία σημεία) αποτελούν τιμές που απέχουν περισσότερο από δύο ή τρεις τυπικές αποκλίσεις από τη μέση τιμή.

Στον Πίνακα 8 παρουσιάζονται τα περιγραφικά μέτρα (μέση τιμή και τυπική απόκλιση) του δείγματος των μαθητών για κάθε εκπαιδευτικό ξεχωριστά. Όπως παρατηρούμε, οι μαθητές που διδάσκονται τα μαθηματικά από τον Ε6 διατηρούν τις πιο εκλεπτυσμένες επιστημολογικές πεποιθήσεις συγκριτικά με τους υπόλοιπους (μέση επίδοση, $\overline{X}$ =2,638). Ακολουθούν με την εξής σειρά, οι μαθητές των Ε2 (μέση επίδοση, $\overline{X}$ =2,692), Ε3 (μέση επίδοση, $\overline{X}$ = 2,705), Ε1 (μέση επίδοση, $\overline{X}$ = 2,745), Ε7 (μέση επίδοση, $\overline{X}$ = 2,763) και Ε5 (μέση επίδοση, $\overline{X}$ = 2,812) και τέλος, οι μαθητές του Ε4 που διατηρούν τις λιγότερο εκλεπτυσμένες επιστημολογικές πεποιθήσεις (μέση επίδοση, $\overline{X}$ = 2,814).

Πίνακας 8

Μέση επίδοση και τυπικές αποκλίσεις στις Ε.Π. μαθητών διαφορετικών εκπαιδευτικών

Εκπαιδευτικοί	$\overline{X}$	S.D.	N
Ε1	2,745	0,34	33
Ε2	2,692	0,37	34
Ε3	2,705	0,37	31
Ε4	2,814	0,28	30
Ε5	2,812	0,39	34
Ε6	2,638	0,30	30
Ε7	2,763	0,37	38
Συνολικά	2,740	0,35	230

Για να εξετάσουμε αν υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές ανάμεσα στις επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών ανάλογα με τον εκπαιδευτικό, πραγματοποιήσαμε ανάλυση διασποράς όπου προέκυψε F=1,042 και P=0,399>0,05. Είναι προφανές ότι η υπόθεση ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών που διδάσκονται τα μαθηματικά από διαφορετικούς εκπαιδευτικούς διαφέρουν, απορρίπτεται. Δεχόμαστε δηλαδή, ότι οι διαφορές που παρουσιάστηκαν στον Πίνακα 8 δεν είναι στατιστικά σημαντικές, συνεπώς οι μαθητές διαφορετικών εκπαιδευτικών διατηρούν όμοιες επιστημολογικές πεποιθήσεις για τα μαθηματικά.

Παραπάνω, συγκρίναμε τις επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών που διδάσκονται τα μαθηματικά από διαφορετικούς εκπαιδευτικούς, ορίζοντας τις ως τη μέση επίδοση στις απαντήσεις του κάθε μαθητή στο σύνολο των 34 δηλώσεων. Στη συνέχεια συγκρίνουμε τις επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών διαφορετικών εκπαιδευτικών ξεχωριστά για κάθε έναν από τους τέσσερις παράγοντες. Στον Πίνακα 9 που ακολουθεί, παρουσιάζονται η μέση επίδοση και τυπική απόκλιση των μαθητών κατά εκπαιδευτικό και κατά παράγοντα.

Πίνακας 9

Μέση επίδοση και τυπική απόκλιση των Ε.Π. μαθητών διαφορετικών εκπαιδευτικών για κάθε παράγοντα.

Εκπ/κοι	Έμφυτη ικανότητα		Αποδοχή αυθεντίας		Απλότητα των μαθηματικών		Βεβαιότητα και ταχύτητα		N
	$\overline{X}$	S.D.	$\overline{X}$	S.D.	$\overline{X}$	S.D.	$\overline{X}$	S.D.	
E1	2,87	0,857	2,66	0,645	3,39	0,998	2,54	0,869	33
E2	2,29	0,871	2,23	0,780	2,91	0,792	2,79	0,946	34
E3	2,61	1,02	2,51	0,769	2,90	0,789	2,61	0,843	31
E4	2,46	0,819	2,53	0,730	3,33	0,922	2,96	0,850	30
E5	2,55	0,894	2,47	0,861	2,88	1,03	2,88	0,913	34
E6	2,80	1,06	2,40	0,855	2,63	0,964	2,90	0,884	30
E7	3,05	1,03	3,00	1,03	2,63	0,750	3,02	0,999	38
Σύνολο	2,67	0,96	2,55	0,84	2,94	0,92	2,82	0,81	230

Όπως παρατηρούμε, ως προς την έμφυτη ικανότητα μάθησης οι μαθητές του Ε7 διατηρούν τις λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π. (μέση επίδοση, $\overline{X}$ =3,05), ακολουθούν με πιο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις οι μαθητές που διδάσκονται από τους εκπαιδευτικούς Ε1, Ε6, Ε3, Ε5, Ε4 και τέλος οι μαθητές του Ε2 οι οποίοι διατηρούν τις πιο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις συγκριτικά με τους υπόλοιπους στον εν λόγω παράγοντα (μέση επίδοση, $\overline{X}$ = 2,29).

Όσον αφορά την αποδοχή της μαθηματικής γνώσης όταν αυτή προέρχεται από την αυθεντία, οι μαθητές του Ε7 διατηρούν πάλι, τις λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π. (μέση επίδοση, $\overline{X}$ =3,00), συγκριτικά με τους υπόλοιπους. Ακολουθούν, με πιο

εκλεπτυσμένες Ε.Π., οι μαθητές που διδάσκονται από τους εκπαιδευτικούς Ε1, Ε4, Ε3, Ε5, Ε6, και τέλος οι μαθητές του Ε2, οι οποίοι διατηρούν και σε αυτόν τον παράγοντα, τις πιο εκλεπτυσμένες επιστημολογικές πεποιθήσεις (μέση επίδοση, $\overline{X}$ = 2,23).

Αναφορικά με την απλότητα της μαθηματικής γνώσης, τα δεδομένα αλλάζουν, αφού τις λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π. τις διατηρούν οι μαθητές του Ε1 (μέση επίδοση: 3,39), ακολουθούν οι μαθητές των Ε4, Ε2, Ε3, Ε5, και τέλος οι μαθητές των Ε6 και Ε7 με τις πιο εκλεπτυσμένες επιστημολογικές πεποιθήσεις (μέση επίδοση, $\overline{X}$ =2,63).
Τέλος, ως προς τη βεβαιότητα και τη ταχύτητα απόκτησης της μαθηματικής γνώσης, όπως και στους δύο πρώτους παράγοντες, τις λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π. τις διατηρούν οι μαθητές του Ε7 (μέση επίδοση, $\overline{X}$ =3,02). Ακολουθούν, με πιο εκλεπτυσμένες Ε.Π., οι μαθητές των Ε4, Ε6, Ε5, Ε2, Ε3 και τέλος οι μαθητές του Ε1 (μέση επίδοση, $\overline{X}$ =2,54), με τις πιο εκλεπτυσμένες Ε.Π., συγκριτικά με όλους τους υπόλοιπους.
Μελετώντας οριζόντια τον Πίνακα 9, παρατηρούμε ποικίλες διακυμάνσεις στο φάσμα των επιστημολογικών πεποιθήσεων για κάθε ομάδα μαθητών ξεχωριστά. Πιο συγκεκριμένα, οι μαθητές του Ε1, από τους τέσσερις παράγοντες υποστηρίζουν περισσότερο την απλότητα της μαθηματικής γνώσης (μέση επίδοση, $\overline{X}$ =3,39) και λιγότερο τη βεβαιότητα και ταχύτητα των μαθηματικών (μέση επίδοση, $\overline{X}$ =2,54). Οι μαθητές του Ε2 όπως και οι μαθητές του Ε3, διατηρούν λιγότερο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις για τον παράγοντα απλότητα της μαθηματικής γνώσης (μέσες επιδόσεις, $\overline{X}$ =2,91 και $\overline{X}$ =2,90 αντίστοιχα) και περισσότερο εκλεπτυσμένες για τον παράγοντα αποδοχή της αυθεντίας (μέσες επιδόσεις, $\overline{X}$ =2,23 και $\overline{X}$ =2,51 αντίστοιχα). Οι μαθητές του Ε4 διατηρούν λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π. σχετικά με την απλότητα των μαθηματικών (μέση επίδοση, $\overline{X}$ =3,33) και περισσότερο εκλεπτυσμένες για τον παράγοντα έμφυτη ικανότητα μάθησης των μαθηματικών. Οι μαθητές του Ε5 διατηρούν τις λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π. για τους παράγοντες απλότητα, ταχύτητα και βεβαιότητα (μέσες επιδόσεις: 2,88) και τις πιο εκλεπτυσμένες για τον παράγοντα αποδοχή της αυθεντίας (μέση επίδοση, $\overline{X}$ =2,47). Οι μαθητές του Ε6 από τους τέσσερις παράγοντες Ε.Π., υποστηρίζουν περισσότερο τη βεβαιότητα και ταχύτητα των μαθηματικών (μέση επίδοση, $\overline{X}$ =2,90) και λιγότερο την αποδοχή της αυθεντίας (μέση επίδοση, $\overline{X}$ =2,40). Τέλος, οι μαθητές του Ε7 υποστηρίζουν περισσότερο την

έμφυτη ικανότητα (μέση επίδοση, $\overline{X}$ =3,05) και λιγότερο την απλότητα των μαθηματικών (μέση επίδοση, $\overline{X}$ =2,63).

Συμπερασματικά, οι Ε.Π. των μαθητών που διδάσκονται τα μαθηματικά από διαφορετικούς εκπαιδευτικούς δε διαφέρουν ως προς το σύνολο τους, όμως, δε φαίνεται να ισχύει το ίδιο για τις Ε.Π. κατά παράγοντα.

Σε γενικές γραμμές, παρατηρούμε ότι ο παράγοντας απλότητα των μαθηματικών είναι εκείνος για τον οποίο οι μαθητές συνολικά διατηρούν τις λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π. (μέση επίδοση, $\overline{X}$ =2,94). Αντίθετα, ο παράγοντας αποδοχή της αυθεντίας υποστηρίζεται λιγότερο, συγκριτικά με τους υπόλοιπους παράγοντες, από το σύνολο των μαθητών (μέση επίδοση, $\overline{X}$ =2,55).

Πίνακας 10

Σύγκριση των Ε.Π. μαθητών διαφορετικών εκπαιδευτικών- απλή ANOVA.

Πηγή Διακύμανσης		β.ε	Μέσοι τετράγωνων	F	P
Έμφυτη μαθηματική ικανότητα	Μεταξύ των ομάδων	6	2,345	2,635	0,017
	Εντός των ομάδων	223	0,890		
	Σύνολο	229			
Αποδοχή μαθηματικής γνώσης από αυθεντία	Μεταξύ των ομάδων	6	2,073	3,034	0,007
	Εντός των ομάδων	223	0,683		
	Σύνολο	229			
Απλότητα μαθηματικής γνώσης	Μεταξύ των ομάδων	6	3,008	3,740	0,001
	Εντός των ομάδων	223	0,804		
	Σύνολο	229			
Βέβαιη & γρήγορη μαθηματική γνώση	Μεταξύ των ομάδων	6	1,071	1,303	0,257
	Εντός των ομάδων	223	0,822		
	Σύνολο	229			

Για να εξετάσουμε αν οι παραπάνω διαφορές είναι στατιστικά σημαντικές πραγματοποιήθηκε απλή ανάλυση διασποράς. Ως εξαρτημένες μεταβλητές ορίσθηκαν οι μεταβλητές που αντιστοιχούν στους τέσσερις παράγοντες επιστημολογικών πεποιθήσεων, ενώ ως ανεξάρτητη μεταβλητή ο εκπαιδευτικός από τον οποίο ο κάθε μαθητής διδάσκεται τα μαθηματικά. Όπως μπορούμε να διαπιστώσουμε από τον Πίνακα 10 στον οποίο παρατίθενται τα αποτελέσματα, οι μαθητές που διδάσκονται τα μαθηματικά από διαφορετικούς εκπαιδευτικούς διατηρούν διαφορετικές πεποιθήσεις

σχετικά με την έμφυτη ικανότητα μάθησης (F=2,635, p=0,017<0,05), την αποδοχή της προερχόμενης από την αυθεντία γνώσης (F= 3,034, p=0,007<0,01) και την απλότητα της μαθηματικής γνώσης (F=3,740, p=0,001<0,01). Αντίθετα, οι πεποιθήσεις των μαθητών σχετικά με τον τέταρτο παράγοντα (βέβαιη & γρήγορη μαθηματική γνώση) δεν φαίνεται να διαφοροποιούνται σημαντικά (p=0,257>0,05).

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι, από τις διαφορές που επισημάναμε πιο πάνω (Πίνακας 9) στις Ε.Π. των μαθητών που διδάσκονται τα μαθηματικά από διαφορετικούς εκπαιδευτικούς, εκείνες οι οποίες είναι στατιστικά σημαντικές αφορούν τους παράγοντες έμφυτη ικανότητα, αποδοχή της αυθεντίας και απλότητα της μαθηματικής γνώσης. Οι διαφορές που επισημάνθηκαν ανάμεσα στις ομάδες των μαθητών, αναφορικά με τον παράγοντα βεβαιότητα και ταχύτητα της μαθηματικής γνώσης δεν είναι στατιστικά σημαντικές οπότε αμελούνται.

Μέσα από την παραπάνω διαδικασία (post hoc test), το δείγμα διαιρέθηκε σε επτά κατηγορίες ανάλογα με τον διδάσκοντα και εξετάσθηκε η στατιστική σημαντικότητα των διαφορών που παρουσιάζονται στις επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών αυτών των κατηγοριών (Πίνακας 10). Παρόλο που διαπιστώθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ κάποιων παραγόντων και των επτά κατηγοριών των μαθητών, δεν γνωρίζουμε αν όλες οι διαφορές είναι σημαντικές ή κάποιες από αυτές.

Μέσα από την ανάλυση διασποράς πραγματοποιήθηκε έλεγχος για να προσδιοριστούν εκείνα τα ζεύγη ομάδων μαθητών τα οποία διαφέρουν σημαντικά ως προς τις πεποιθήσεις τους, για κάθε παράγοντα ξεχωριστά (Πίνακας 11, Παράρτημα 3). Συμπερασματικά, παρατηρούμε τα εξής:

Ως προς το έμφυτο της μαθηματικής ικανότητας, οι μαθητές οι οποίοι διδάσκονται από τον Ε2, διατηρούν σημαντικά διαφορετικές πεποιθήσεις από τους μαθητές που διδάσκονται από τον Ε7 (μέση διαφορά =-0,7585 και p=0,016) με πιο εκλεπτυσμένες αυτές των πρώτων. Οι υπόλοιπες ομάδες μαθητών δεν διαφέρουν σημαντικά.

Ως προς την αποδοχή της μαθηματικής γνώσης προερχόμενης από την αυθεντία, οι μαθητές του Ε2 διαφέρουν ως προς τις πεποιθήσεις τους με τους μαθητές του Ε7 (μέση διαφορά =-0,7647 και p=0,002) με πιο εκλεπτυσμένες αυτές των πρώτων. Οι υπόλοιπες ομάδες έχουν αμελητέες διαφορές σε αυτόν τον παράγοντα.

Ως προς την απλότητα της μαθηματικής γνώσης οι μαθητές του Ε1 έχουν διαφορετικές πεποιθήσεις σε σχέση με τους μαθητές των Ε6 (μέση διαφορά =0,7606 και p=0,019) και Ε7 (μέση διαφορά =0,7624 και p=0,009) με πιο εκλεπτυσμένες αυτές των δεύτερων. Σημαντική διαφορά επισημαίνεται στις ομάδες των μαθητών Ε4 και του Ε7 (μέση διαφορά =-0,701 και p=0,033) με πιο εκλεπτυσμένες αυτές των πρώτων. Τέλος, στα υπόλοιπα ζεύγη κατηγοριών δεν παρατηρούνται στατιστικά σημαντικές διαφορές.

Ως προς την ταχύτητα και βεβαιότητα της μαθηματικής γνώσης, όπως αναφέραμε παραπάνω, δεν επισημαίνονται διαφορές σε κανένα ζεύγος ομάδων.

Ανάλυση ποιοτικών δεδομένων από το δείγμα των εκπαιδευτικών

Στην παρούσα παράγραφο πραγματοποιείται ποιοτικός έλεγχος στις απαντήσεις των επτά εκπαιδευτικών αναφορικά με τις επιστημολογικές τους πεποιθήσεις για τα μαθηματικά. Το ερωτηματολόγιο των εκπαιδευτικών αρχικά καλύπτει δημογραφικά στοιχεία τα οποία είναι απαραίτητα για τη δημιουργία του προφίλ των συμμετεχόντων και στη συνέχεια εξετάζει τις συνιστώσες της ατομικής επιστημολογίας αναφορικά με τη γνώση, τη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών. Με την κατηγοριοποίηση των απόψεων που καταγράφηκαν, θα γίνει προσπάθεια κωδικοποίησής τους ώστε να διευκολυνθεί η εμβάθυνση στις πεποιθήσεις και στις πρακτικές των συμμετεχόντων και η συσχέτισή τους με τις πεποιθήσεις των μαθητών τους. Στη συνέχεια, ακολουθούν τα αποτελέσματα οργανωμένα σύμφωνα με τους τέσσερις παράγοντες επιστημολογικών πεποιθήσεων: Έμφυτη ικανότητα μάθησης των μαθηματικών, αποδοχή της μαθηματικής γνώσης (προερχόμενης) από την αυθεντία, απλότητα της μαθηματικής γνώσης, και βεβαιότητα και ταχύτητα μαθηματικής γνώσης. Για κάθε παράγοντα διακρίνονται δυο κατηγορίες επιστημολογικών πεποιθήσεων: εκλεπτυσμένες και λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π.

Έμφυτη ικανότητα μάθησης των μαθηματικών

Αναφορικά με τον πρώτο παράγοντα, κριτήριο για τη διάκριση μεταξύ εκλεπτυσμένων και λιγότερο εκλεπτυσμένων Ε.Π., αποτέλεσε ο βαθμός στον οποίο οι εκπαιδευτικοί υποστήριξαν ότι οι έμφυτες ικανότητες μάθησης συμβάλλουν στην δόμηση της μαθηματικής γνώσης στους μαθητές. Πιο συγκεκριμένα, ζητήθηκε από

τους εκπαιδευτικούς να τοποθετήσουν σε σειρά μειούμενης σημασίας για τη μάθηση, κάποιους από τους παράγοντες, ανάμεσα στους οποίους ήταν και οι έμφυτες ικανότητες.

Εκλεπτυσμένες Ε.Π. είχαν οι Ε1, Ε2, Ε3, Ε4, και Ε5, οι οποίοι τοποθέτησαν τις έμφυτες ικανότητες στη τελευταία κατάταξη. Καθώς, παράγοντες όπως η προσπάθεια, κατανόηση, μέθοδος μάθησης, διδακτική πρακτική κρίθηκαν πιο καθοριστικοί για τη μαθησιακή διαδικασία.

Λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π. είχαν οι Ε6 και Ε7 οι οποίοι ισχυρίστηκαν ότι ο παράγοντας έμφυτες ικανότητες είναι από τους πιο καθοριστικούς στη μαθησιακή διαδικασία. Ο Ε6 υποστήριξε ότι είναι ακόμα πιο σημαντικός από τη προσπάθεια, την κατανόηση, τη μέθοδο μάθησης και τη διδακτική πρακτική. Ο Ε7 τον τοποθέτησε δεύτερο σε σειρά προτεραιότητας, θεωρώντας τον λιγότερο σημαντικό από την προσπάθεια αλλά πιο σημαντικό από την καθοδήγηση του διδάσκοντα, τη μέθοδο μάθησης, τη στρατηγική διδασκαλίας και τη κατανόηση.

Αποδοχή της γνώσης από την αυθεντία

Αναφορικά με τον δεύτερο παράγοντα, οι συμμετέχοντες διερωτήθηκαν αν αποδέχονται αυτά που λένε οι ερευνητές μαθηματικοί ακόμα και αν διαφέρουν από αυτά που ήδη γνωρίζουν.

Εκλεπτυσμένες Ε.Π. είχαν οι Ε1, Ε2, Ε3, Ε4 και Ε6, καθώς όπως δήλωσαν δεν αποδέχονται μια νέα γνώση αν οι ίδιοι δεν πεισθούν για την επιστημονική της εγκυρότητα. Αντιπροσωπευτικές της παραπάνω άποψης είναι ενδεικτικά οι ακόλουθες απαντήσεις:

> Ε3: *«Δεν αποδέχομαι κάτι που διαφέρει από αυτό που ήδη γνωρίζω χωρίς να προβληματιστώ πρώτα.»*
>
> Ε4: «*Φυσικά (Αποδέχομαι αυτά που λένε οι έλληνες μαθηματικοί ακόμα και αν διαφέρουν από αυτά που ήδη γνωρίζω) αν τα ερευνητικά συμπεράσματα έχουν όλα τα επιστημονικά εχέγγυα.»*

Λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π. είχαν οι Ε5 και Ε7 οι οποίοι δήλωσαν ότι αποδέχονται τη νέα γνώση από συναδέλφους μαθηματικούς ακόμα και αν αυτή διαφέρει από αυτά που ήδη γνωρίζουν, χωρίς να τεκμηριώσουν τον ισχυρισμό τους.

Ε5: «*Φυσικά και αποδέχομαι αυτά που λένε οι συνάδελφοι μαθηματικοί.*»

Ε7: «*Ναι τα αποδέχομαι, δεν έχω λόγο να τα αμφισβητήσω.*»

Απλότητα μαθηματικής γνώσης

Ως προς την απλότητα της μαθηματικής γνώσης διατυπώθηκαν δύο ειδών απόψεις (εκλεπτυσμένες και λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π.). Κριτήριο για την εν λόγω διάκριση αποτέλεσε ο βαθμός στον οποίο οι συμμετέχοντες αντιλαμβάνονται την μαθηματική γνώση ως απλή και κατά πόσο θεωρούν ότι αυτή μπορεί να διδαχτεί μέσα από μαθηματικούς κανόνες και αλγοριθμικές διαδικασίες.

Εκλεπτυσμένες Ε.Π. είχαν οι Ε2, Ε3, Ε6 και Ε7. Στη κατηγορία αυτή επικρατεί η άποψη ότι τα μαθηματικά δεν είναι μια εύκολη επιστήμη και είναι πολύ δύσκολο, αν όχι αδύνατο, να τοποθετηθούν σε «καλούπια» μεθοδολογίας και στρατηγικών:

Ε2: «*Η μαθηματική γνώση δεν είναι απλή και η διαδικασία μάθησης είναι δύσκολη και επίπονη προκειμένου να ανακαλύψουν σχέσεις και στρατηγικές.*»

Ε3: «*Οι κανόνες και οι αλγοριθμικές διαδικασίες περιορίζουν την σκέψη των μαθητών. Τα μαθηματικά είναι κάτι παραπάνω από αυτό που διδάσκεται στο σημερινό σχολείο.*»

Ε6: «*Όσο πιο βαθιά μπαίνει κανείς στη μαθηματική γνώση τόσο απομακρύνεται από την κοινή λογική. Δεν είναι εύκολο με μαθηματικούς κανόνες να καλύψει κάποιος πολλές περιπτώσεις*»

Ε7: «*Η μαθηματική γνώση δε θα έλεγα ότι είναι και τόσο απλή.*»

Λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π. είχαν Ε1, Ε4 και Ε5. Σε αυτή την κατηγορία, οι συμμετέχοντες υποστηρίζουν ότι υπάρχουν απλές μαθηματικές έννοιες και δεν αποκλείεται η χρήση αλγοριθμικών διαδικασιών για τη διδασκαλία κάποιων μαθηματικών εννοιών.

Ε1: «*Μερικές φορές υπάρχει η ανάγκη υιοθέτησης από τους μαθητές κάποιων στρατηγικών προκείμένου να οδηγηθούν πιο εύκολα στη λύση μιας άσκησης.*»

Ε4: « *Όχι δεν είναι όλα τα μαθηματικά απλά. Υπάρχουν αλγοριθμικές διαδικασίες που μπορούν να διδάσκονται απλά αλλά υπάρχουν και πολύ δύσκολες έννοιες και μέθοδοι σκέψης.*»

Ε5: «*Οι αλγοριθμικές διαδικασίες είναι μέρος της μαθηματικής επιστήμης.*»

Βεβαιότητα και ταχύτητα μαθηματικής γνώσης

Αναφορικά με τη βεβαιότητα της μαθηματικής γνώσης, διακρίνουμε δύο κατηγορίες επιστημολογικών πεποιθήσεων. Οι συμμετέχοντες που ανήκουν στην κατηγορία των εκλεπτυσμένων Ε.Π. απέρριψαν τη θέση ότι τα μαθηματικά είναι ακριβείς και αιώνιες αλήθειες που παραμένουν αναλλοίωτες μέσα στο χρόνο. Αντιθέτως, οι συμμετέχοντες με λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π. υποστήριξαν το αναλλοίωτο των μαθηματικών εννοιών.

Εκλεπτυσμένες Ε.Π. είχαν οι Ε1, Ε2, Ε3, Ε4 και Ε5, οι οποίοι διατυπώνουν την άποψη ότι τα μαθηματικά βρίσκονται σε μια διαρκή εξέλιξη μέσα στο χρόνο.

Ε1: *«Τα μαθηματικά όπως κάθε θετική επιστήμη δεν χαρακτηρίζονται από στασιμότητα. Η μαθηματική επιστήμη έχει προοπτικές εξέλιξης και προόδου.»*

Ε3: *«Η ιστορία έχει δείξει ότι τα μαθηματικά δεν είναι αιώνιες αλήθειες αλλά εξελίσσονται με το χρόνο.»*

Λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π. είχαν οι Ε6 και Ε7, οι οποίοι κάνουν λόγο για ακριβείς και αναλλοίωτες, στο πέρασμα του χρόνου, μαθηματικές αλήθειες.

Ε6: «*Κάποιες αλήθειες είναι ακριβείς και αιώνιες. Πολλές αλλάζουν με το χρόνο και αυτό σημαίνει πρόοδος και εξέλιξη.»*

Ε7: *«Θεωρώ ότι είναι ακριβέστερες άλλων επιστημών και ότι δεν αλλάζουν εκ βαθέων όπως ισχύει σε άλλες επιστήμες (ιατρική οικονομία κ.α).»*

Αναφορικά με την ταχύτητα μάθησης, οι εκπαιδευτικοί εξέφρασαν την άποψη τους σχετικά με το πόσο σημαντικό είναι οι μαθητές να απαντούν σε σύντομο χρόνο στα μαθηματικά ζητήματα. Οι απόψεις των συμμετεχόντων παρουσιάζονται παρακάτω σε δύο κατηγορίες τις εκλεπτυσμένες και τις λιγότερο εκλεπτυσμένες.

Εκλεπτυσμένες Ε.Π. είχαν οι Ε2, Ε3, Ε4, Ε5 και Ε6 οι οποίοι υποστήριξαν ότι η ταχύτητα δεν παίζει μεγάλο ρόλο. Χαρακτηριστικά, αναφέρουμε τις ακόλουθες απαντήσεις οι οποίες είναι αντιπροσωπευτικές για τις υπόλοιπες:

Ε3*: «Αρκεί να κατανοούν. Δε παίζει κανένα ρόλο ο χρόνος (απάντησης).»*

Ε4: «*Όχι δεν είναι ιδιαίτερα σημαντικός (*ο *χρόνος απάντησης). Το κριτήριο για έναν καλό μαθητή είναι σχετικό και με την ορθότητα της απάντησης και με το αν η απάντηση είναι γρήγορη.»*

Ε6: *«Δε θεωρώ τόσο σημαντικό να βρίσκουν γρήγορα τις απαντήσεις όσο να τις έχουν δικαιολογήσει μέσα τους.»*

Λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π. είχαν οι Ε1, Ε7, οι οποίοι ισχυρίστηκαν ότι η ταχύτητα απάντησης αποτελεί σημαντικό κριτήριο για έναν καλό μαθητή.

Ε1: *«Στις ερωτήσεις κρίσεως ο χρόνος απάντησης δεν είναι πάντα το κριτήριο (για έναν καλό μαθητή). Στις ερωτήσεις για τον εντοπισμό της ήδη αποκτηθείσας μαθηματικής γνώσης είναι το απόλυτο κριτήριο.»*

Ε7: *«είναι πολύ σημαντικό οι μαθητές να βρίσκουν γρήγορα τις απαντήσεις. Είναι κριτήριο για έναν καλό μαθητή ο χρόνος απάντησης.»*

Συμπερασματικά, για τον παράγοντα «βεβαιότητα και ταχύτητα μάθησης των μαθηματικών», οι συμμετέχοντες Ε2, Ε3, Ε4, και Ε5 διατηρούν εκλεπτυσμένες Ε.Π. διότι, από τη μια, υποστηρίζουν ότι τα μαθηματικά δεν είναι βέβαιες αλήθειες και από την άλλη θεωρούν ότι η ταχύτητα δεν παίζει σημαντικό ρόλο.

Ακολουθούν οι συμμετέχοντες Ε1, Ε6 και Ε7 με τις λιγότερο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις. Πιο συγκεκριμένα ο Ε1 υποστηρίζει την ταχύτητα μάθησης, ο Ε6 υποστηρίζει τη βεβαιότητα κάποιων μαθηματικών αληθειών και τέλος ο Ε7 υποστηρίζει τόσο τη βεβαιότητα όσο και την ταχύτητα της μαθηματικής γνώσης.

Σύγκριση επιστημολογικών πεποιθήσεων διδασκόντων και μαθητών

Σε προηγούμενη παράγραφο, κατηγοριοποιήσαμε το δείγμα των μαθητών σε ομάδες ανάλογα με τον εκπαιδευτικό από τον οποίο διδάσκονται τα μαθηματικά, για να εξετάσουμε πόσο σημαντικές είναι οι διαφορές που παρατηρούνται στις επιστημολογικές πεποιθήσεις μεταξύ αυτών των ομάδων. Ως προς τις γενικές επιστημολογικές πεποιθήσεις για τα μαθηματικά δεν φάνηκε να διαφέρουν οι ομάδες. Όσον αφορά τις επιστημολογικές πεποιθήσεις ανά παράγοντα, όπως προέκυψε, υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές σε κάποια ζεύγη ομάδων. Εντούτοις, γεννάται το ερώτημα αν οι διαφορές και ομοιότητες μεταξύ των επιστημολογικών πεποιθήσεων των μαθητών, οφείλονται στους εκπαιδευτικούς. Επιπλέον, αν πράγματι συμβαίνει αυτό, θα ήταν ενδιαφέρον να εξετάσουμε τι είδους επιρροή ασκούν οι επιστημολογικές πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών στην προσωπική επιστημολογία των μαθητών τους. Στην παρούσα παράγραφο, συγκρίνοντας τις επιστημολογικές

πεποιθήσεις μεταξύ των ομάδων των μαθητών και των αντίστοιχων εκπαιδευτικών, για κάθε παράγοντα χωριστά, θα αναζητήσουμε απαντήσεις στα παραπάνω ερευνητικά ζητήματα.

Έμφυτη ικανότητα μάθησης των μαθηματικών

Ως προς τον πρώτο παράγοντα, είδαμε ότι οι μαθητές του Ε7 διατηρούν λιγότερο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις συγκριτικά με τους μαθητές του Ε2, ενώ οι υπόλοιπες ομάδες μαθητών δεν φαίνεται να διαφέρουν σημαντικά. Ο Ε7 πράγματι, διατηρεί λιγότερο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις από τον Ε2, σχετικά με το έμφυτο της μαθηματικής ικανότητας.

Ενώ σύμφωνα με τα παραπάνω φαίνεται ότι οι δύο αυτοί εκπαιδευτικοί επηρεάζουν τις πεποιθήσεις των μαθητών τους σχετικά με την έμφυτη ικανότητα μάθησης, δεν φαίνεται να ισχύει το ίδιο και με τους υπόλοιπους. Πιο συγκεκριμένα, παρόλο που ο Ε6 θεωρεί πρωτεύουσας σημασίας τον παράγοντα έμφυτες ικανότητες, η ομάδα των μαθητών του δεν διαφέρει σημαντικά από τις υπόλοιπες ομάδες των οποίων οι εκπαιδευτικοί θεωρούν ότι ο παράγοντας αυτός παίζει τον τελευταίο ρόλο. Ομοίως, οι ομάδες μαθητών των υπόλοιπων εκπαιδευτικών οι οποίοι συγκαταλέγονται στην ίδια κατηγορία με τον Ε2, δεν διαφέρουν ως προς τις πεποιθήσεις τους με αυτές των Ε6 και Ε7. Συνεπώς, δεν προκύπτει το συμπέρασμα ότι οι εκπαιδευτικοί επηρεάζουν τις πεποιθήσεις των μαθητών τους σχετικά με την έμφυτη ικανότητα μάθησης των μαθηματικών.

Αποδοχή της γνώσης από την αυθεντία

Όσον αφορά τον δεύτερο παράγοντα, διαπιστώσαμε ότι οι μαθητές του Ε7 διατηρούν πιο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις από τους μαθητές του Ε2 (στις υπόλοιπες ομάδες δεν διαπιστώθηκαν σημαντικές διαφορές). Παρόλα αυτά, ο Ε7 εξέφρασε λιγότερο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις από ότι ο Ε2. Επομένως, η διαφορά που υπάρχει στις πεποιθήσεις των δύο ομάδων στο συγκεκριμένο παράγοντα δε δικαιολογείται βάσει των πεποιθήσεων των διδασκόντων τους.

Απλότητα της μαθηματικής γνώσης

Αναφορικά με την απλότητα της μαθηματικής γνώσης, διαπιστώσαμε ότι οι μαθητές των Ε6 και Ε7 διατηρούν πιο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις συγκριτικά με τους μαθητές του Ε1. Επίσης, είδαμε ότι οι μαθητές του Ε4 διατηρούν λιγότερο εκλεπτυσμένες

πεποιθήσεις από τους μαθητές του Ε7. Πράγματι, οι Ε1 και Ε4 διατηρούν πιο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις από τους Ε6, Ε6 και Ε4, στο συγκεκριμένο παράγοντα.

Παρόλο που υπάρχει κάποια σχέση στις επιστημολογικές πεποιθήσεις των συγκεκριμένων μαθητών και των αντίστοιχων εκπαιδευτικών τους, δεν μπορούμε να πούμε το ίδιο και για τους υπόλοιπους. Για παράδειγμα, οι Ε2 και Ε3 θεωρούν ότι τα μαθηματικά δεν μπορούν να διδαχτούν μέσω αλγοριθμικών διαδικασιών σε αντίθεση με τον Ε1 ο οποίος θεωρεί ότι οι αλγοριθμικές διαδικασίες είναι κάποιες φορές αναγκαίες για τους μαθητές. Εντούτοις, οι αντίστοιχες ομάδες μαθητών δεν φαίνεται να διαφοροποιούνται ως προς τις πεποιθήσεις τους για αυτόν τον παράγοντα. Επομένως, δεν καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι οι εκπαιδευτικοί επηρεάζουν τις πεποιθήσεις των μαθητών τους σχετικά με την απλότητα της μαθηματικής γνώσης.

Βεβαιότητα της μαθηματικής γνώσης και τη ταχύτητα μάθησης

Τέλος, ως προς τέταρτο παράγοντα οι ομάδες των μαθητών δεν προέκυψαν να διαφέρουν κατά την ποσοτική ανάλυση. Δεν ισχύει το ίδιο όμως με τις πεποιθήσεις των αντίστοιχων εκπαιδευτικών. Όπως είδαμε υπάρχουν εκπαιδευτικοί που θεωρούν ιδιαίτερα σημαντικό οι μαθητές να βρίσκουν γρήγορα τις απαντήσεις στα μαθηματικά ζητήματα και άλλοι για τους οποίους ο χρόνος δεν έχει καμία απολύτως σημασία. Παρόμοια, υπάρχουν διακρίσεις στις πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών και ως προς την βεβαιότητα της μαθηματικής γνώσης. Συνεπώς, δεν εξάγεται το συμπέρασμα ότι εκπαιδευτικοί επηρεάζουν τις πεποιθήσεις των μαθητών τους σχετικά με τη βεβαιότητα της μαθηματικής γνώσης και την ταχύτητα μάθησης των μαθηματικών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ V
ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Περίληψη

Αναφορικά με τη δομή των επιστημολογικών πεποιθήσεων, μέσα από την ανάλυση των αποτελεσμάτων, προέκυψε μια σειρά παραγόντων οι οποίοι συνθέτουν τις επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών, προσομοιάζουν αλλά δεν ταυτίζονται πλήρως με αυτούς της Schommer (1990). Η διαφορετική πολιτισμική κουλτούρα των ελλήνων μαθητών, η επεξεργασία που υπέστη το πρωτότυπο ερωτηματολόγιο για να εξυπηρετεί τους σκοπούς της παρούσας έρευνας καθώς και το γεγονός ότι δεν παραμείναμε πιστοί στη μεθοδολογία της Schommer, είναι μερικοί από τους παράγοντες όπου ενδεχομένως να οφείλεται η εν λόγω απόκλιση. Όσον αφορά τη σχέση των επιστημολογικών πεποιθήσεων με το φύλο, αντίθετα με άλλες έρευνες, δεν διαπιστώθηκαν διαφορές ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια. Προς απάντηση του τρίτου ερευνητικού ερωτήματος, βρέθηκε ότι μαθητές με λιγότερο εκλεπτυσμένες επιστημολογικές πεποιθήσεις για τα μαθηματικά παρουσιάζουν χαμηλότερη επίδοση σε σύγκριση με άλλους που διατηρούν πιο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις. Τα αποτελέσματα αυτά είναι σύμφωνα με άλλα παλαιότερων ερευνών. Τέλος, αντίθετα με άλλες έρευνες, δεν προέκυψε συμπέρασμα σχετικά με το αν οι επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών είναι επηρεασμένες από τις αντίστοιχες των εκπαιδευτικών τους. Όμως, το μικρό μέγεθος του δείγματος των εκπαιδευτικών δεν μας επιτρέπει να γενικεύσουμε το συμπέρασμα.

Η δομή των επιστημολογικών πεποιθήσεων

Μέσα από την ανασκόπηση της βιβλιογραφίας εντοπίσαμε ποικιλία θεωριών που μελετούν και περιγράφουν το ζήτημα της προσωπικής επιστημολογίας. Στην παρούσα μελέτη αφετηρία αποτέλεσε η επαναστατική -για την εποχή της- θεωρία της Schommer (1990), η οποία εξετάζει και περιγράφει τις επιστημολογικές πεποιθήσεις μέσα από ένα πολυδιάστατο μοντέλο όπου οι διαφορετικοί παράγοντες πεποιθήσεων μπορεί να βρίσκονται σε μεγάλη ή μικρή εξάρτηση μεταξύ τους. Η Schommer όπως

έχουμε ήδη αναφέρει σε προηγούμενο κεφάλαιο, κατέληξε σε τέσσερις διαστάσεις: (α) τη δομή της γνώσης, (β) τη σταθερότητα της γνώσης, (γ) την ταχύτητα μάθησης, και (δ) την ικανότητα μάθησης.

Στην παρούσα έρευνα, ακολουθώντας παρόμοια ερευνητική πορεία, το εργαλείο αξιολόγησης ήταν μια προσαρμοσμένη και μεταφρασμένη μορφή του ερωτηματολογίου της Schommer (1990). Ο πρώτος στόχος ήταν να εξεταστεί η ύπαρξη των τεσσάρων παραγόντων της Schommer, σε έλληνες μαθητές λυκείου και γυμνασίου για τα μαθηματικά. Για το σκοπό αυτό, πραγματοποιήθηκε παραγοντική ανάλυση στα δεδομένα των μαθητών. Οι παράγοντες που προέκυψαν είναι οι εξής:

1. Έμφυτη ικανότητα μάθησης των μαθηματικών,
2. Απλότητα της μαθηματικής γνώσης,
3. Αποδοχή της προερχόμενης από την αυθεντία μαθηματικής γνώσης,
4. Βεβαιότητα γνώσης και ταχύτητα μάθησης των μαθηματικών.

Στον Πίνακα 12 που ακολουθεί, γίνεται σύγκριση ανάμεσα στους παράγοντες και τις κλίμακες που προέκυψαν από την έρευνα της Schommer (1990) και αυτούς της παρούσας έρευνας. Όπως παρατηρούμε, ο παράγοντας «απλότητα της γνώσης» προέκυψε και στις δύο έρευνες με διαφορετική όμως σύσταση κλιμάκων. Στην παρούσα έρευνα οι κλίμακες «αναζήτηση απλών απαντήσεων» και «αποφυγή συνδυασμού γνώσεων» δεν προέκυψαν, άντ' αυτών προέκυψε μια καινούρια κλίμακα «τα μαθηματικά είναι απλά». Οι παράγοντες «βεβαιότητα της γνώσης» και «ταχύτητα μάθησης», της Schommer (1990) δεν προέκυψαν μεμονωμένα στην παρούσα ερευνά αλλά σε συνδυασμό μεταξύ τους, συνθέτοντας ένα νέο παράγοντα «ταχύτητα και βεβαιότητα της μαθηματικής γνώσης». Ο παράγοντας «έμφυτη ικανότητα μάθησης» προέκυψε και στις δύο έρευνες με διαφορετική όμως σύσταση κλιμάκων. Η κλίμακα «η μάθηση πραγματοποιείται με την πρώτη προσπάθεια» δεν προέκυψε στην παρούσα έρευνα. Προέκυψε όμως η καινούρια κλίμακα «η ικανότητα μάθησης των μαθηματικών είναι έμφυτη». Τέλος, στην παρούσα έρευνα προέκυψε ένας εντελώς διαφορετικά δομημένος παράγοντας ο οποίος κατονομάστηκε «αποδοχή της μαθηματικής γνώσης όταν προέρχεται από την αυθεντία».

Όπως παρατηρούμε, οι παράγοντες της παρούσας έρευνας προσομοιάζουν αλλά δεν ταυτίζονται με αυτούς της Schommer (1990). Το γεγονός ότι το ερωτηματολόγιο της Schommer διαφοροποιήθηκε αρκετά ώστε να προσαρμοστεί στην ηλικία, το μέγεθος και την κουλτούρα του δείγματος, ίσως είναι ένας από τους λόγους που

παρουσιάστηκε η εν λόγω απόκλιση. Εξάλλου, στην παρούσα έρευνα οι δηλώσεις διατυπώθηκαν έτσι ώστε να εξετάζουν τις ειδικές επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών για τα μαθηματικά και όχι τις γενικές, ανεξαρτήτως γνωστικού αντικειμένου επιστημολογικές πεποιθήσεις (όπως εξετάζει το πρωτότυπο ερωτηματολόγιο). Από την άλλη, θα πρέπει να λάβουμε υπόψη τη διαφορετική πολιτισμική κουλτούρα των Ελλήνων μαθητών που αποτέλεσαν το δείγμα αυτής της έρευνας.

Πίνακας 12

Παράγοντες Ε.Π. έρευνας Schommer (1990) και παρούσας έρευνας.

Παράγοντες	Schommer (1990)	Έρευνα σε έλληνες μαθητές για τα μαθηματικά
1ος	**Απλότητα γνώσης** Αποφυγή της ασάφειας. Αναζήτηση απλών απαντήσεων. Αποφυγή συνδυασμού γνώσεων.	**Απλότητα της μαθηματικής γνώσης** Αναζήτηση απλών λύσεων στα μαθηματικά προβλήματα. Τα μαθηματικά είναι απλά.
2ος	**Βεβαιότητα γνώσης** Η γνώση είναι βέβαιη, σταθερή και αιώνια.	**Βεβαιότητα μαθηματικής γνώσης και ταχύτητα μάθησης των μαθηματικών** Η μαθηματική γνώση είναι βέβαιη. Η μάθηση των μαθηματικών είναι γρήγορη. Πηγή της μαθηματικής γνώσης είναι η αυθεντία.
3ος	**Έμφυτη ικανότητα μάθησης** Η μάθηση πραγματοποιείται με τη πρώτη προσπάθεια. Δε μπορώ να μάθω τρόπους να μαθαίνω. Η επιτυχία δεν έχει σχέση με τη σκληρή δουλειά.	**Έμφυτη ικανότητα μάθησης των μαθηματικών** Δεν υπάρχει τρόπος να μάθω το πώς να μαθαίνω τα μαθηματικά. Η ικανότητα μάθησης των μαθηματικών είναι έμφυτη.
4ος	**Ταχύτητα μάθησης** Η μάθηση είναι γρήγορη.	**Αποδοχή της μαθηματικής γνώσης από την αυθεντία** Αξία στα μαθηματικά έχει να ξέρεις την απάντηση ακόμα και αν δε καταλαβαίνεις πως προέκυψε. Η επίμονη προσπάθεια κατανόησης των μαθηματικών δε βοηθά.

Επίδοση μαθητών ως προς τις επιστημολογικές τους πεποιθήσεις

Οι μαθητές τείνουν να διατηρούν εκλεπτυσμένες Ε.Π. ως προς το σύνολο των 34 δηλώσεων. Εξετάζοντας την μέση επίδοση για κάθε παράγοντα ξεχωριστά, διαπιστώνουμε ότι για τους παράγοντες «έμφυτη μαθηματική ικανότητα» και

«αποδοχή της προερχόμενης από την αυθεντία, μαθηματικής γνώσης» οι μαθητές διατηρούν εκλεπτυσμένες επιστημολογικές πεποιθήσεις. Για τους παράγοντες «απλότητα μαθηματικής γνώσης» και «βεβαιότητα και ταχύτητα μαθηματικής γνώσης» οι μαθητές διατηρούν τις λιγότερο εκλεπτυσμένες Ε.Π. από το σύνολο των πεποιθήσεων τους.

Στο ελληνικό σχολείο, η διδακτική προσέγγιση είναι τέτοια, που οι μαθητές γνωρίζουν τη μαθηματική επιστήμη κυρίως μέσα από αλγοριθμικές διαδικασίες, κανόνες και τύπους, με αποτέλεσμα να μην αντιλαμβάνονται σε έναν ικανοποιητικό βαθμό την πολυπλοκότητα της. Επιπλέον, η πληθώρα ύλης σε σχέση με τον διδακτικό χρόνο που διατίθεται, έχει σαν αποτέλεσμα να περιορίζεται ο χρόνος απάντησης. Έτσι, αρκετοί μαθητές θεωρούν ότι ο «πιο γρήγορος» είναι και καλύτερος λύτης προβλημάτων. Επιπλέον, στο αναλυτικό πρόγραμμα δεν προβλέπεται συστηματική ενημέρωση των μαθητών σχετικά με την ιστορική εξέλιξη της μαθηματικής επιστήμης και η μαθηματική γνώση αποκτά έναν βέβαιο χαρακτήρα.

Μια περαιτέρω έρευνα στην οποία να εξετάζονταν παράγοντες του κοινωνικού περιβάλλοντος (σχολικού/ οικογενειακού) που διαμορφώνουν το επίπεδο των Ε.Π., θα έδινε μια πιο ολοκληρωμένη εικόνα.

Επιστημολογικές πεποιθήσεις και φύλο

Όπως διαπιστώσαμε στο κεφάλαιο ΙΙ αρκετές έρευνες στην υπάρχουσα βιβλιογραφία εστιάζουν στο ζήτημα των δύο φύλων. Στη παρούσα έρευνα δεν διαπιστώθηκε στατιστικά σημαντική διαφορά στις επιστημολογικές πεποιθήσεις ανάμεσα στα αγόρια και τα κορίτσια. Παρόλα αυτά, η υπόθεση ότι οι γυναίκες διατηρούν διαφορετικές επιστημολογικές πεποιθήσεις από τους άντρες, έχει επιβεβαιωθεί αρκετές φορές στο παρελθόν. Για παράδειγμα, η Magolda (1992), διαπίστωσε διαφορετική επιστημολογική ανάπτυξη ανάμεσα στα δύο φύλα (αναφορά στο Duell & Schommer- Aikins, 2001). Η Hofer (2000) διαπίστωσε ότι οι άνδρες υποστηρίζουν τη βεβαιότητα της γνώσης και την αυθεντία ως πηγή γνώσης περισσότερο από ό,τι οι γυναίκες. Ο Clinchy (2002) βασισμένος στις δύο κατηγορίες γνώσης των Belenky et al. (1986) («συνδεδεμένη» (C.K.) και «διακριτή» (S.K.)) διαπίστωσε ότι οι γυναίκες είναι περισσότερο προσανατολισμένες προς τη «συνδεδεμένη γνώση» σε αντίθεση με

τους άνδρες που είναι περισσότερο προσανατολισμένοι προς τη «χωριστή γνώση» (Schommer & Easter, 2006).

Το γεγονός ότι στην παρούσα έρευνα δεν προέκυψαν διαφορές στις επιστημολογικές πεποιθήσεις ανάμεσα στα δύο φύλα, θα μπορούσε να αποδοθεί σε πολιτισμικούς παράγοντες. Επιπλέον, η ηλικία και το επίπεδο εκπαίδευσης του δείγματος θα μπορούσαν να είναι παράμετροι που επηρεάζουν σημαντικά τον τρόπο με τον οποίο διαμορφώνονται τα αποτελέσματα. Ας μη ξεχνάμε ότι η παρούσα έρευνα έχει πραγματοποιηθεί σε μαθητές γυμνασίου και λυκείου όπου μπορεί να μην είναι ακόμα ξεκάθαρες οι διαφορές ανάμεσα στα δύο φύλα. Εντούτοις, το μικρό μέγεθος του δείγματος αλλά και η απουσία αντίστοιχων ερευνών στον Ελλαδικό χώρο, οι οποίες θα μπορούσαν να αποτελέσουν μέτρο σύγκρισης, δεν μας επιτρέπουν να γενικεύσουμε τα παραπάνω αποτελέσματα. Ως εκ τούτου, χρειάζεται περαιτέρω έρευνα που να εστιάζει στο ζήτημα των δύο φύλων λαμβάνοντας υπόψη τους παραπάνω παράγοντες.

Επιστημολογικές πεποιθήσεις και επίδοση στα μαθηματικά

Στο προηγούμενο κεφάλαιο διαπιστώθηκε αρνητική συσχέτιση μεταξύ των επιστημολογικών πεποιθήσεων των μαθητών για τα μαθηματικά και της επίδοσης τους σε αυτά. Όπως επιβεβαιώθηκε και με τη μετέπειτα ανάλυση διασποράς, μαθητές χαμηλότερης επίδοσης στα μαθηματικά διατηρούν λιγότερο εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις για αυτά. Στην συνέχεια, αναζητώντας μια συνάρτηση της μορφής $y= ax + b$ η οποία να προσδιορίζει τη σχέση ανάμεσα στις επιστημολογικές πεποιθήσεις (μέση επίδοση του κάθε μαθητή στο ερωτηματολόγιο της έρευνας) και την επίδοση (βαθμό) των μαθητών στα μαθηματικά καταλήξαμε, με αρκετά χαμηλό συντελεστή προσαρμοστικότητας, στην εξής σχέση:

Ε.Π. για τα μαθηματικά =3,493- 0,049* (βαθμός στα μαθηματικά)

Δηλαδή, για κάθε αύξηση του βαθμού κατά μία μονάδα η εκτιμώμενη μέση τιμή των επιστημολογικών πεποιθήσεων μειώνεται κατά 0,049 μονάδες.

Τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας συμφωνούν με άλλων ερευνών που έχουν πραγματοποιηθεί στο παρελθόν σε μαθητές και σπουδαστές. Για παράδειγμα, η Hofer (2000) επιβεβαίωσε την άποψη ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις σχετίζονται με την ακαδημαϊκή επίδοση (Hofer, 2000). Σε ανάλογη έρευνα, οι Schommer και Easter

(2006) διαπίστωσαν ότι όταν κάποιος διατηρεί εκλεπτυσμένες πεποιθήσεις για τη γνώση (C.K. ή S.K.), είναι πιο πρόθυμος να αφιερώσει περισσότερο χρόνο για να μάθει, έτσι, έχει καλύτερη επίδοση. Σε παρόμοια συμπεράσματα, στο παρελθόν, είχαν καταλήξει και οι Schommer και Dunnell (1997).

Τα παραπάνω αποτελέσματα δεν προκαλούν ιδιαίτερη έκπληξη. Προφανώς, οι επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών για τη γνώση και τη μάθηση των μαθηματικών, επηρεάζουν τις μεθόδους που χρησιμοποιούν για να μάθουν και κατ' επέκταση την επίδοση τους σε αυτά. Για παράδειγμα, σύμφωνα με τον Dweck (1988) μαθητές που θεωρούν ότι η ικανότητα μάθησης είναι έμφυτη, όταν έρχονται αντιμέτωποι με μια δύσκολη δραστηριότητα, εγκαταλείπουν γρήγορα τη προσπάθεια. Μια άλλη κατηγορία μαθητών που δεν επιμένουν σε δύσκολες δραστηριότητες είναι αυτοί που πιστεύουν στη γρήγορη μάθηση δηλαδή δίνουν πολύ λίγο χρόνο στον εαυτό τους να σκεφτεί για ένα πρόβλημα (Schommer, 1994). Τα μαθηματικά αποτελούν από τη φύση τους ένα γνωστικό αντικείμενο που απαιτεί ιδιαίτερη επιμονή και υπομονή από τη πλευρά του μαθητευόμενου ώστε να αντεπεξέλθει στις δύσκολες δραστηριότητες και να οδηγηθεί στη γνώση. Από την άλλη, η πεποίθηση ότι η γνώση κατακτείται γρήγορα οδηγεί τους μαθητές να μη δίνουν ιδιαίτερη προσοχή κατά τη μελέτη ενός γραπτού κειμένου παραποιώντας τις πληροφορίες που λαμβάνουν.

Επειδή στη παρούσα έρευνα ως κριτήριο επίδοσης χρησιμοποιήθηκε ο βαθμός, θα ήταν ιδιαίτερα χρήσιμο, να πραγματοποιηθεί περαιτέρω έρευνα η οποία να εστιάζει στο πως οι επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών επηρεάζουν τον τρόπο που λύνουν μαθηματικά προβλήματα, κατανοούν μαθηματικά κείμενα και γενικά στους τρόπους που χρησιμοποιούν για να μάθουν τα μαθητικά.

Σχέση ανάμεσα στις επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών για τα μαθηματικά και των εκπαιδευτικών τους

Ένα ακόμα ζήτημα, το οποίο μας απασχόλησε στην παρούσα έρευνα, αναφέρεται στην αναζήτηση κάποιας ενδεχόμενης σχέσης που υπάρχει ανάμεσα στις επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών και των αντίστοιχων εκπαιδευτικών. Όπως προέκυψε στο δείγμα μας, οι μαθητές οι οποίοι διδάσκονται τα μαθηματικά από διαφορετικούς εκπαιδευτικούς δεν διαφέρουν, σημαντικά, ως προς το σύνολο των επιστημολογικών τους πεποιθήσεων για τα μαθηματικά.

Αντίθετα, συγκρίνοντας τις Ε.Π. μαθητών διαφορετικών εκπαιδευτικών για κάθε έναν από τους τέσσερις παράγοντες χωριστά, προέκυψαν σημαντικές διαφορές σε όλους πλην του παράγοντα ταχύτητα και βεβαιότητα. Εντούτοις, κατά την ποιοτική ανάλυση του δείγματος των εκπαιδευτικών, δεν φάνηκε κάποια αντιστοιχία ανάμεσα στις Ε.Π. αυτών και των μαθητών τους.

Έτσι, δεν εξήχθη το συμπέρασμα ότι οι εκπαιδευτικοί επηρεάζουν τις επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών τους. Επιπροσθέτως, λαμβάνοντας υπόψη το μικρό μέγεθος του δείγματος των εκπαιδευτικών δε θα μπορούσαμε να οδηγηθούμε σε κάποια γενίκευση.

Σύμφωνα με έρευνες που έχουν γίνει στο εξωτερικό οι διδάσκοντες και το εκπαιδευτικό σύστημα αρκετές φορές ευθύνονται για τις επιστημολογικές πεποιθήσεις που αναπτύσσουν οι μαθητές τους (Schommer, 1994). Αυτό μπορεί να θεωρηθεί βάσιμο αν συλλογιστούμε ότι αρκετές φορές έχει διαπιστωθεί ότι οι επιστημολογικές πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών επηρεάζουν τη διδακτική πρακτική που τελικά εφαρμόζουν (Chan, & Elliot, 2004˙ Schoenfeld, 1984). Για παράδειγμα, ο Schoenfeld (1988) αναφέρεται στο «μοντέλο απορρόφησης» (Helms & Nova, 1984), σύμφωνα με το οποίο οι παραδοσιακοί δάσκαλοι διδάσκουν τα μαθηματικά ως ένα ενιαίο σώμα γνώσης το οποίο πρέπει να απορροφηθεί από τους μαθητές. Σε αυτήν την περίπτωση, ως καλός δάσκαλος νοείται εκείνος που διαθέτει δέκα διαφορετικούς τρόπους να εξηγήσει κάτι, έτσι ώστε τελικά οι μαθητές του να το κατανοήσουν. Έτσι, το μάθημα των μαθηματικών μετατρέπεται σε μάθημα στυγνής αποστήθισης.

Στην Ελλάδα, το εκπαιδευτικό σύστημα είναι τέτοιο που οι εκπαιδευτικοί ανεξάρτητα από την ποιότητα των επιστημολογικών πεποιθήσεων εγκλωβίζονται σε συγκεκριμένες «φόρμες» διδασκαλίας (Κοκοσάρη, 2006). Φαίνεται πως η έλλειψη επαρκούς διδακτικού χρόνου σε συνάρτηση με τη πληθώρα ύλης καθώς και άλλοι παράγοντες, περιορίζουν τον δυναμισμό του εκπαιδευτικού. Σύμφωνα με έρευνα της Κοκοσάρη (2006), όπου συγκρίθηκαν δεδομένα που καταγράφηκαν από τις συνεντεύξεις καθηγητών, με τα στοιχεία που προέκυψαν από την παρατήρηση της διδασκαλίας τους από την τάξη, προέκυψε μεγάλο χάσμα μεταξύ θεωρίας και πράξης. Έτσι, ενώ οι εκπαιδευτικοί μίλησαν για την πρωτοβουλία που πρέπει να αναθέτουν στους μαθητές και για την ενθάρρυνση τους με σκοπό να αναζητούν μόνοι τους απαντήσεις, στη πράξη εφάρμοζαν μια μάλλον δασκαλοκεντρική διδασκαλία.

Στη παρούσα μελέτη οι εκπαιδευτικοί έχουν διαμορφώσει μια σύγχρονη θεώρηση της διδακτικής πράξης, στοχεύοντας στην ανάπτυξη της αυτονομίας του μαθητή. Στις απαντήσεις κάποιων συμμετεχόντων εξακολουθούν, όμως, να υπάρχουν, άλλοτε φανερά και άλλοτε σε λανθάνουσα κατάσταση, παραδοσιακές αντιλήψεις για τη μάθηση, τη γνώση, και τη διδακτική πρακτική. Παρόλο, όμως, που οι περισσότεροι εκπαιδευτικοί έδειξαν να τείνουν προς μια πιο μαθητοκεντρική και οικοδομιστική θεώρηση γεννάται η αμφιβολία για το αν και κατά πόσο υποστηρίζουν έμπρακτα τα λεγόμενα τους μέσα στην τάξη. Για παράδειγμα, ο Ε2 θεώρησε ιδιαίτερα σημαντική την προσωπική δράση του κάθε μαθητή για τη δόμηση της μαθηματικής γνώσης. Παρόλα αυτά, ισχυρίστηκε ότι το ελληνικό σχολείο δε διαθέτει την κατάλληλη υποδομή προς αυτό τον σκοπό. Χαρακτηριστικά, ανέφερε: *«Απαραίτητη προϋπόθεση είναι ένα σωστό μαθησιακό περιβάλλον. Η μαθηματική γνώση δεν κτίζεται στο υπάρχον αναλυτικό πρόγραμμα.»*.

Τα παραπάνω θα μπορούσαν να αποτελέσουν μια λογική εξήγηση για το γεγονός ότι δεν προέκυψε κάποιου είδους συσχέτιση ανάμεσα στις επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών και των αντίστοιχων εκπαιδευτικών. Από την άλλη, η εναλλαγή των εκπαιδευτικών στις τάξεις των μαθηματικών κάθε χρόνο δεν αφήνει περιθώρια να ασκηθεί κάποιου είδους επιρροή.

Πέραν τούτου, θα πρέπει να ληφθεί υπόψη ότι ο τρόπος που απαντούσαν τις ερωτήσεις οι συμμετέχοντες δεν έδινε πάντα μια ολοκληρωμένη εικόνα για την εκάστοτε πεποίθηση τους. Ας μην ξεχνάμε ότι οι ερωτήσεις απαντήθηκαν γραπτώς και όχι υπό τη μορφή συνέντευξης. Έτσι, εκτός του ότι δεν υπήρχε το περιθώριο για αναζήτηση διευκρινήσεων στις απαντήσεις τους, αρκετοί από αυτούς περιορίστηκαν σε πολύ σύντομες και κάποιες φορές μονολεκτικές απαντήσεις.

Κλείνοντας, θα πρέπει να αναφέρουμε ότι το παρόν ζήτημα αξίζει ευρύτερης μελέτης. Η Schommer (1994) μέσα από μια σύνθεση μελετών, (Magolda, 1992˙ Beers 1988˙ Burbuls & linn, 1991 κ.α.) υπογραμμίζει κάποιες διδακτικές προτάσεις οι οποίες έχει διαπιστωθεί ότι συμβάλλουν στην ανάπτυξη θεμιτών επιστημολογικών πεποιθήσεων στους μαθητές:

- Διδάσκουμε έτσι ώστε η μάθηση να συντελείται με την ενεργό συμμετοχή των μαθητών στη διαδικασία. Η μαθησιακή διαδικασία διαφέρει από άτομο σε άτομο και εμπεριέχει το προσωπικό στοιχείο του κάθε μαθητή,

- Διδάσκουμε έτσι ώστε όταν η δυσκολία του γνωστικού αντικειμένου αυξάνει αυτό να αντιμετωπίζεται ως πρόκληση από τους μαθητές και όχι ως μια αξεπέραστη δυσκολία,
- Διδάσκουμε έτσι ώστε η εφαρμογή της νέας γνώσης στην καθημερινή ζωή να είναι εμφανής και όχι αποκομμένη από αυτήν, (Schommer, 1994).

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Alexander, P. (2006). What would Dewy say? Channelling Dewey on the issue of specificity of epistemic beliefs: A response to Muis, Bendixen and Haerle. *Educational Psychology Review*, *18*, 55-76.

Buehl, M. M., Alexander, P. A., & Murphy, P. A. (2002). Beliefs about schooled knowledge: Domain specific or domain general? *Contemporary Educational Psychology*, *27*, 415 – 449.

Chan, K. W. & Elliot, R. G. (2002). Exploratory study of Hong Kong education students' epistemological beliefs: Cultural perspectives and implications on beliefs research. *Contemporary Educational Psychology*, *27*, 392 – 414.

Chan, K. W., & Elliott, R. G. (2004). Epistemological Beliefs Across Cultures: Critique and analysis of beliefs structure studies. *Educational Psychology*, *24*, 122-142.

Clarebout, G., Elen, J., Luyten, L., & Bamps, H. (2001). Assessing epistemological beliefs: Schommer's questionnaire revisited. *Educational Research and Evaluation*, *7*, 53 – 77.

Duell, O., & Schommer-Aikins, M. (2001). Measures of People's Beliefs about Knowledge and Learning. *Educational Psychology Review*, *13*, 419-449.

Hofer, B. K. (2000). Dimensionality and Disciplinary Differences in Personal Epistemology, *Contemporary Educational Psychology*, *25*, 378-405.

Hofer, B. K (2006) Beliefs about Knowledge and Knowing: Integrating Domain Specificity and Domain Generality: A Response to Muis, Bendixen, and Haerle *Educational Psychology Review*, *18*, 67-76.

Κεϊσογλου, Σ. (2006). Θέματα διδακτικής των μαθηματικών: Από τη θεωρία στην πράξη, *εκδόσεις Μπόνια.*

Kitchener, K. S., & King, P. M. (1981). Reflective judgment: Concepts of justification and their relationship to age and education. *Journal of Applied Developmental Psychology*, *2*, 89–116.

Kloosterman, P., Frances, Stage, K., (1992). Measuring beliefs about mathematical problem solving, *School Science and Mathematics*, *9*, 109-115.

Κοκοσάρη, Χ. (2006). Οι επιστημολογικές πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών και ο ρόλος τους στην διδακτική πρακτική, ανασύρθηκε: *http://www.math.uoa.gr/me/*.

Kuhn, D., Cheney, R., and Weinstock, M. (2000). The development of epistemological understanding, *Cognitive Development, 15*, 309-328.

Maison, L., (2003) High School Students' Beliefs about Maths, Mathematical Problem Solving, and Their Achievement in Maths: A cross-sectional study, *Educational Psychology, 2,* 73-85.

Maison, L., Scrivani, L. (2004). Enhancing student's mathematical beliefs: an intervention study, *Learning and instruction, 14,* 153-176.

Μονογυιού Α., Καουρή Ζ., Φιλίππου Γ. (2006). Επιστημολογικές πεποιθήσεις των δασκάλων για τη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών, *Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, ανασύρθηκε: http://www.emepatras.gr/emec23/emec23/program.htm*

Schommer, M. (1994). Synthesizing Epistemological belief research: Tentative understandings and Provocative confusions *Educational Psychology Review, 6,* 293-319.

Schommer- Aikins, M., Brookhart, S., & Huttre, R. (2000) Understanding Middle Students' Beliefs About Knowledge and Learning Using a Multidimensional Paradigm, *The Journal of Educational Research, 9,* 120-127.

Schommer, M., Dunnell, P., (1997). Epistemological Beliefs of Gift High school student, *Roeper Review 19,* 153-156.

Schommer, M., Duell, O., & Barker, S., (2003) Epistemological Beliefs across domains using Biglan's classification of academic disciplines. *Research in Higher Education, 44,* 347-366.

Schommer- Aikins, M., (2004). Explaining the Epistemological Belief System: Introducing the Embedded Systemic Model and Coordinated Research Approach, *Educational Psychologist, 39,* 19-29.

Schommer- Aikins, M., & Easter, M. (2006). Ways of knowing and epistemological beliefs: combined effect on academic performance, *Educational Psychology, 26,* 411-423.

Sierpinska A., Lerman S., (2002). Epistemologies of mathematics and of mathematical education, μετάφραση Καραγιαννίδου Α. (2004), ανασύρθηκε: (11/2/08) *http://eclass.uoa.gr/*

Op't Eynde, P., De Corte, E., Verschaffel, L. (2006). Epistemic dimensions of students' Mathematics-related belief systems, *International Journal of Educational Research, 45,* 57–70.

Philippou, G., & Christou, C. (1999). Teachers' conceptions of mathematics and students' achievement: A cross – cultural study based on results from TIMSS. *Studies in Educational Evaluation, 25,* 379 – 398.

Φιλίππου Γ., Χρίστου Κ., (2001). Συναισθηματικοί παράγοντες και μάθηση των μαθηματικών, *εκδόσεις Ατραπός*.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1

Ερωτηματολόγιο έρευνας με θέμα :
«Σχέσεις Ανάμεσα στις Επιστημολογικές Πεποιθήσεις των Μαθητών για τα Μαθηματικά και την Επίδοση τους»

Ημερομηνία:
Τμήμα:

Συμπλήρωσε <u>τον βαθμό</u> που πήρες στον έλεγχο επίδοσης του πρώτου τετραμήνου στην άλγεβρα και τη γεωμετρία.

Βαθμός 1ου τετραμήνου στην άλγεβρα	
Βαθμός 1ου τετραμήνου στη γεωμετρία	

Στο διπλανό κουτάκι συμπλήρωσε Α αν είσαι Αγόρι και Κ αν είσαι Κορίτσι ☐

Στην επόμενη σελίδα, υπάρχουν κάποιες απόψεις σχετικά με τη γνώση και τη μάθηση των μαθηματικών. <u>Βάλε σε κύκλο</u> τον κατάλληλο βαθμό στον οποίο συμφωνείς ή διαφωνείς με κάθε μια από τις παρακάτω απόψεις, σύμφωνα με την εξής κλίμακα:

Διαφωνώ Εντελώς	*Διαφωνώ*	*Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ*	*Συμφωνώ*	*Συμφωνώ Απόλυτα*
1	*2*	*3*	*4*	*5*

Δεν υπάρχει σωστή ή λανθασμένη απάντηση, να αναφέρεις αυτό που ειλικρινά <u>εσύ</u> πιστεύεις. Το ερωτηματολόγιο είναι <u>ανώνυμο</u> και ο καθένας εκφράζει ελεύθερα την άποψη του.

Δηλώσεις	Κλίμακα				
1. Στα μαθηματικά, αν δε καταλάβεις κάτι τη πρώτη φορά που θα το ακούσεις δεν θα το καταλάβεις ποτέ.	1	2	3	4	5
2. Το μόνο πράγμα που είναι σίγουρο στα μαθηματικά είναι η ίδια αβεβαιότητα.	1	2	3	4	5
3. Αν θα μάθει κάποιος καλά τα μαθηματικά εξαρτάται κυρίως από το πόσο καλός είναι ο καθηγητής που του τα διδάσκει.	1	2	3	4	5
4. Συχνά αναρωτιέμαι πόσα πραγματικά γνωρίζουν οι καθηγητές των μαθηματικών.	1	2	3	4	5
5. Οι καλοί μαθητές δε χρειάζονται πολύ χρόνο για να καταλάβουν τα μαθηματικά.	1	2	3	4	5
6. Εάν οι επιστήμονες-μαθηματικοί προσπαθήσουν αρκετά, μπορούν να βρουν απαντήσεις σχεδόν στα πάντα.	1	2	3	4	5
7. Βάζω τα δυνατά μου για να συνδυάσω γνώσεις από διάφορα κεφάλαια από το βιβλίο των μαθηματικών.	1	2	3	4	5
8. Οι πιο πετυχημένοι στα μαθηματικά, έχουν βρει τον τρόπο να βελτιώσουν τη ικανότητά τους να μαθαίνουν.	1	2	3	4	5
9. Τα μαθηματικά είναι απλούστερα από ότι τα παρουσιάζουν οι περισσότεροι καθηγητές.	1	2	3	4	5
10. Όταν βρω χρόνο να ξαναδιαβάσω ένα κεφάλαιο μαθηματικών, καταλαβαίνω πολύ περισσότερα πράγματα από τη πρώτη φορά μελέτης.	1	2	3	4	5
11. Όλοι πρέπει να ενημερωθούν για τους τρόπους με τους οποίους μαθαίνονται τα μαθηματικά.	1	2	3	4	5
12. Το να είναι κανείς καλός στα μαθηματικά σχετίζεται με την ικανότητα αποστήθισης που έχει.	1	2	3	4	5
13. Εάν ένα άτομο δεν μπορεί να κατανοήσει κάτι μέσα σε ένα σύντομο χρονικό διάστημα, δεν πρέπει να εγκαταλείψει την προσπάθεια. Πρέπει να συνεχίσει μέχρι να τα καταφέρει	1	2	3	4	5
14. Μερικές φορές πρέπει να δέχεσαι πληροφορίες από τον δάσκαλο ακόμα κι αν δεν τις καταλαβαίνεις.	1	2	3	4	5
15. Εάν οι καθηγητές εστίαζαν περισσότερο σε πρακτικές εφαρμογές και λιγότερο στη θεωρία, οι μαθητές θα μάθαιναν περισσότερα μαθηματικά στο σχολείο.	1	2	3	4	5
16. Είναι χάσιμο χρόνου να εργάζεται κάποιος σε προβλήματα μαθηματικών που δεν έχουν μια ξεκάθαρη και σαφή απάντηση.	1	2	3	4	5
17. Συχνά, ακόμη και οι πληροφορίες από τους καθηγητές πρέπει να εξετάζονται.	1	2	3	4	5
18. Μερικοί άνθρωποι γεννούνται με την έμφυτη ικανότητα να μαθαίνουν μαθηματικά, ενώ άλλοι έχουν περιορισμένη δυνατότητα.	1	2	3	4	5

19. Οι πραγματικά έξυπνοι μαθητές τα πηγαίνουν καλά στα μαθηματικά χωρίς ιδιαίτερο διάβασμα.	1	2	3	4	5
20. Όταν κάποιος προσπαθεί σκληρά να καταλάβει ένα πρόβλημα τότε αυτό μπορεί να φέρει τα αντίθετα αποτελέσματα δηλαδή, να μπερδευτεί χειρότερα.	1	2	3	4	5
21. Σχεδόν όλά όσα μπορείς να πάρεις από το κείμενο ενός προβλήματος τα παίρνεις με την πρώτη ανάγνωση. Δε κερδίζεις τίποτε περισσότερο με το να το ξαναδιαβάσεις.	1	2	3	4	5
22. Μπορείς να καταλάβεις τις δύσκολες μαθηματικές έννοιες, αν ξεπεράσεις αυτά που σου αποσπούν τη προσοχή και συγκεντρωθείς πραγματικά στο θέμα.	1	2	3	4	5
23. Οι μαθητές που είναι "μέτριοι" στο σχολείο θα παραμείνουν "μέτριοι" για το υπόλοιπο της ζωής τους.	1	2	3	4	5
24. Το καλό σχετικά με τα μαθηματικά είναι ότι τα περισσότερα προβλήματα έχουν μια σωστή απάντηση η οποία είναι μοναδική.	1	2	3	4	5
25. Το σημαντικό στα μαθηματικά δεν είναι να ξέρεις τις απαντήσεις, αλλά να ξέρεις πώς να τις βρίσκεις .	1	2	3	4	5
26. Εάν προσπαθήσεις να ενσωματώσεις τις γνώσεις από ένα κείμενο μαθηματικών στις ήδη υπάρχουσες γνώσεις για το ίδιο θέμα, απλά θα μπερδευτείς.	1	2	3	4	5
27. Μια μεμονωμένη μαθηματική πρόταση δεν έχει νόημα εκτός και αν συνδέεται με μια συγκεκριμένη κατάσταση.	1	2	3	4	5
28. Το βρίσκω ενδιαφέρον να προβληματίζομαι σε θέματα μαθηματικών για τα οποία δεν συμφωνούν οι μαθηματικοί.	1	2	3	4	5
29. Η μαθηματική αλήθεια είναι αμετάβλητη	1	2	3	4	5
30. Όταν συναντάς για πρώτη φορά μια δύσκολη έννοια στα μαθηματικά, είναι καλύτερο να το ψάξεις μόνος σου.	1	2	3	4	5
31. Για να πετυχαίνουν στα μαθηματικά οι μαθητές, δεν θα πρέπει να εκφράζουν και πολλές απορίες .	1	2	3	4	5
32. Ειδήμονας γίνεται κάποιος που ήδη έχει χάρισμα σε κάποιον επιστημονικό τομέα.	1	2	3	4	5
33. Τα βιβλία μάθησης των μαθηματικών χωρίς δάσκαλο, δεν βοηθούν και πολύ.	1	2	3	4	5
34. Η μαθηματική ευφυΐα είναι κατά 10% έμφυτη και 90% σκληρή εργασία.	1	2	3	4	5

35. Το να διαβάζεις και να ξαναδιαβάζεις ένα δύσκολο κεφάλαιο των μαθηματικών συνήθως δεν σε βοηθά να το καταλάβεις	1	2	3	4	5
36. Η μάθηση των μαθηματικών είναι μια αργή διαδικασία οικοδόμησης της γνώσης.	1	2	3	4	5
37. Οι περισσότεροι μαθηματικοί όροι έχουν ένα μοναδικό νόημα.	1	2	3	4	5
38. Μελέτη των μαθηματικών για μένα σημαίνει να παίρνω τις κεντρικές ιδέες, όχι τις λεπτομέρειες.	1	2	3	4	5
39. Δεν μου αρέσουν οι ταινίες που δεν έχουν τέλος.	1	2	3	4	5
40. Κάτι που ισχύει σήμερα, αύριο μπορεί να μην ισχύει.	1	2	3	4	5
41. Στα μαθηματικά μπορείς να αποδέχεσαι όλα όσα διαβάζεις.	1	2	3	4	5
42. Ένα μάθημα για το πώς να μελετά κανείς μαθηματικά, θα ήταν χρήσιμο.	1	2	3	4	5
43. Χρειάζεται πολλή εργασία για να πάει κάποιος μπροστά στα μαθηματικά .	1	2	3	4	5
44. Η παρατεταμένη προσπάθεια για ένα πρόβλημα αποζημιώνει μόνο τους πραγματικά έξυπνους μαθητές.	1	2	3	4	5
45. Για να πηγαίνει κανείς καλά στα διαγωνίσματα των μαθηματικών, είναι απαραίτητο να θυμάται τους ορισμούς των μαθηματικών εννοιών κατά λέξη.	1	2	3	4	5

Ευχαριστούμε πολύ για τη συνεργασία!

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2

Ερωτηματολόγιο για Εκπαιδευτικούς

Θέμα Έρευνας: «Οι σχέσεις ανάμεσα στις επιστημολογικές πεποιθήσεις των μαθητών για τα μαθηματικά και την επίδοση τους.»

Διδάσκω στα εξής τμήματα:
Έτη προϋπηρεσίας:
Κατοχή μεταπτυχιακού/ διδακτορικού τίτλου σπουδών:
Φύλο:

1) Θα μπορούσατε να δώσετε περιληπτικά μια εικόνα της επαγγελματικής σας πορείας μέχρι σήμερα; Υπάρχει κάποιο γεγονός στην καριέρα σας ως εκπαιδευτικός το οποίο θα θέλατε να αναφέρετε; Στο σχολείο ήσασταν καλός μαθητής /μαθήτρια στα Μαθηματικά;

---

2) Τι σημαίνει για εσάς η μαθηματική γνώση; Πώς θεωρείτε ότι αυτή χτίζεται στους μαθητές σας;

---

3) Ποια από τα ακόλουθα είναι καθοριστικοί παράγοντες για την απόκτηση της μαθηματικής γνώσης; Επιλέξτε αυτά που θεωρείτε πιο σημαντικά και ταξινομήσετε τα σε φθίνουσα σειρά: Εγγενείς/ Έμφυτες ικανότητες, Προσπάθεια, Κατανόηση, Μέθοδος μάθησης, Στρατηγική διδασκαλίας, καθοδήγηση διδάσκοντα.

---

4) Πόσο σημαντικό είναι για σας οι μαθητές σας να βρίσκουν γρήγορα τις απαντήσεις στα ερωτήματα σας; Θεωρείτε ότι ο χρόνος απάντησης είναι κριτήριο για έναν καλό μαθητή;

---

5) Θεωρείτε ότι τα Μαθηματικά είναι ακριβείς και αιώνιες αλήθειες ή μήπως αλλάζουν με το χρόνο; Πώς αιτιολογείτε την απάντηση σας;

---

6) Πόσο απλή είναι η μαθηματική γνώση και πόσο εύκολο είναι οι μαθητές να διδάσκονται μαθηματικούς κανόνες και διαδικασίες που καλύπτουν πολλές περιπτώσεις μιας ενότητας;

---

7) Πιστεύετε αυτά που λένε οι ερευνητές Μαθηματικοί, ακόμα και αν διαφέρουν από αυτά που ήδη γνωρίζετε;

---

8) Τι σημαίνει για εσάς καλή διδασκαλία των Μαθηματικών; Νομίζετε ότι κάτι τέτοιο γίνεται σήμερα στο ελληνικό σχολείο;

---

9) Γνωρίζετε κάτι για τις υπάρχουσες θεωρίες διδακτικής (π.χ. Δομισμού, ...); Εάν ναι, σας φάνηκαν χρήσιμες στο να εμπλουτίσετε τις απόψεις σας για τη διδασκαλία;

---

10) Ποια είναι κατά τη γνώμη σας τα βασικά γνωρίσματα που προσδιορίζουν έναν καλό καθηγητή Μαθηματικών (π.χ. μαθηματική ικανότητα, εμπειρία στην καθοδήγηση της τάξης);

---

11) Πόσο επηρεάζουν τον τρόπο που διδάσκετε ως εκπαιδευτικός οι εμπειρίες που είχατε για ενότητες ή έννοιες των Μαθηματικών από τα σχολικά σας χρόνια (παραδείγματα);

---

12) Πόσο σημαντικό είναι για σας να ενθαρρύνετε τους μαθητές σας να αναζητούν μόνοι τους απαντήσεις; Πόσο συχνά το κάνετε στις τάξεις σας;

---

13) Τι θεωρείτε ότι θα βοηθούσε περισσότερο τους μαθητές : επιπλέον διδακτικός χρόνος για την επίλυση επιπρόσθετων ασκήσεων και προβλημάτων μέσα στη τάξη ή επιμορφωτικά σεμινάρια σχετικά με τις στρατηγικές μάθησης των μαθηματικών;

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3

Πίνακας 1

Στοιχεία παραγοντικής ανάλυσης

	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8	K9	K10	K11
Η μαθηματική ευφυΐα είναι 10% έμφυτη και 90% σκληρή εργασία. (34)	0,74										
Μερικοί άνθρωποι γεννούνται με την έμφυτη ικανότητα να μαθαίνουν μαθηματικά, ενώ άλλοι έχουν περιορισμένη δυνατότητα. (18)	0,90										
Οι πραγματικά έξυπνοι μαθητές, τα πηγαίνουν καλά στα μαθηματικά χωρίς ιδιαίτερο διάβασμα. (19)	0,87										
Οι μαθητές που είναι μέτριοι στο σχολείο θα παραμείνουν μέτριοι για το υπόλοιπο της ζωής τους. (23)	0,85										
Το να είναι καλός στα μαθηματικά σχετίζεται με την ικανότητα αποστήθισης που έχει. (12)	0,88										
Αν θα μάθει κάποιος καλά τα μαθηματικά εξαρτάται από το πόσο καλός είναι ο δάσκαλος. (3)		0,70									
Συχνά αναρωτιέμαι πόσα πραγματικά γνωρίζουν οι καθηγητές των μαθηματικών. (4)		0,75									
Μερικές φορές πρέπει να αποδέχεσαι τις πληροφορίες από το δάσκαλο ακόμα και αν δεν τις καταλαβαίνεις. (14)		0,85									
Συχνά ακόμη και οι πληροφορίες από τους καθηγητές πρέπει να εξετάζονται. (17)		0,88									
Όταν συναντάς μια δύσκολη έννοια στα μαθηματικά καλύτερα να το ψάξεις μόνος σου. (30)		0,86									
Βάζω τα δυνατά μου για να συνδυάσω διάφορα κεφάλαια των μαθηματικών (7)				0,96							
Όταν κάποιος προσπαθεί πολύ να καταλάβει ένα πρόβλημα τότε μπορεί να μπερδευτεί χειρότερα. (20)				0,90							

Αν προσπαθήσεις να ενσωματώσεις τις γνώσεις από ένα κείμενο των μαθηματικών στις ήδη υπάρχουσες για το ίδιο θέμα, απλά θα μπερδευτείς. (26)	0,76				
Όλοι πρέπει να ενημερώνονται για τους τρόπους με τους οποίους μαθαίνονται τα μαθηματικά. (11)		0,90			
Οι πιο επιτυχημένοι στα μαθηματικά, έχουν βρει τον τρόπο να βελτιώσουν την ικανότητα τους να μαθαίνουν. (8)		0,74			
Ένα μάθημα για το πώς μελετά κανείς μαθηματικά θα ήταν χρήσιμο.(42)		0,89			
Είναι χάσιμο χρόνου να εργάζεται κάποιος σε προβλήματα μαθηματικών που δεν έχουν μια ξεκάθαρη και σαφή απάντηση. (16)			0,94		
Το καλό σχετικά με τα μαθηματικά είναι ότι τα περισσότερα τα προβλήματα έχουν μια ξεκάθαρη και σαφή απάντηση. (24)			0,72		
Το μόνο πράγμα που είναι σίγουρο στα μαθηματικά είναι η ίδια η αβεβαιότητα. (2)				0,92	
Κάτι που ισχύει σήμερα αύριο μπορεί να μην ισχύει. (40)				0,71	
Στα μαθηματικά μπορείς να αποδέχεσαι όλα όσα διαβάζεις. (41)				0,80	
Το να διαβάζεις και να ξαναδιαβάζεις ένα δύσκολο κεφάλαιο των μαθηματικών συνήθως δε σε βοηθά να το καταλάβεις.(35)					0,91
Η παρατεταμένη προσπάθεια για ένα πρόβλημα αποζημιώνει μόνο τους πραγματικά έξυπνους μαθητές. (44)					0,91
Χρειάζεται πολύ εργασία για να πάει κάποιος μπροστά στα μαθηματικά. (43)					0,66
Εάν οι επιστήμονες μαθηματικοί προσπαθήσουν αρκετά, μπορούν να βρουν απαντήσεις σχεδόν στα πάντα. (6)					0,65

Οι καλοί μαθητές δεν χρειάζονται πολύ χρόνο για να καταλάβουν τα μαθηματικά. (5)	0,90			
Εάν ένα άτομο δε μπορεί να καταλάβει κάτι μέσα σε ένα σύντομο χρονικό διάστημα δε πρέπει να εγκαταλείψει τη προσπάθεια. (13)	0,86			
Οι περισσότεροι μαθηματικοί όροι έχουν ένα και μοναδικό νόημα. (37)		0,92		
Τα μαθηματικά είναι απλούστερα από ότι τα παρουσιάζουν οι περισσότεροι καθηγητές. (9)		0,87		
Μια μεμονωμένη μαθηματική πρόταση δεν έχει νόημα εκτός και αν συνδέεται με μια συγκεκριμένη κατάσταση. (27)			0,81	
Μπορείς να καταλάβεις τις δύσκολες μαθηματικές έννοιες, αν ξεπεράσεις αυτά που σου αποσπούν τη προσοχή και συγκεντρωθείς πραγματικά στο θέμα. (22)				0,73
Το σημαντικό στα μαθηματικά δεν είναι να ξέρεις τις απαντήσεις αλλά να ξέρεις πως θα τις βρίσκεις. (25)				0,64
Το βρίσκω ενδιαφέρον να προβληματίζομαι σε θέματα στα οποία δε συμφωνούν οι ειδικοί. (28)				0,59
Για να πετύχουν στα μαθηματικά οι μαθητές δε πρέπει να εκφράζουν και πολλές απορίες. (31)				0,57

Πίνακας 11

Σύγκριση Ε.Π. μαθητών διαφορετικών εκπαιδευτικών.

I	J	Mean difference (I-J)	Std error	p
Έμφυτη ικανότητα				
E1	E2	0,5847	0,2305	0,25
	E3	0,2659	0,2359	0,11
	E4	0,4121	0,2379	0,10
	E5	0,3200	0,2305	0,15
	E6	0,0788	0,2379	0,11
	E7	-0,1725	0,2244	0,11
E2	E1	-0,5847	0,2305	0,25
	E3	-0,3188	0,2342	0,10
	E4	-0,1725	0,2363	0,12
	E5	-0,2647	0,2288	0,10
	E6	-0,5059	0,2363	0,70
	E7	**-0,7585**	**0,2227**	**0,01***
E3	E1	-0,2659	0,2379	0,11
	E2	0,3188	0,2363	0,10
	E4	0,1462	0,2416	0,10
	E5	0,0541	0,2283	0,12
	E6	-0,1871	0,2416	0,11
	E7	-0,4397	0,2283	0,10
E4	E1	-0,4121	0,2379	0,10
	E2	0,1725	0,2363	0,12
	E3	-0,1462	0,2416	0,10
	E5	-0,0922	0,2435	0,10
	E6	-0,3333	0,2435	0,10
	E7	-0,5860	0,2304	0,24
E5	E1	-0,3200	0,2305	0,15
	E2	0,2647	0,2288	0,10
	E3	-0,0541	0,2342	0,12

	E4	0,0922	0,2363	0,10
	E6	-0,2412	0,2363	0,11
	E7	-0,2526	0,2227	0,58
E6	E1	-0,0788	0,2379	0,11
	E2	0,5059	0,2363	0,70
	E3	0,1871	0,2416	0,11
	E4	0,333	0,2435	0,10
	E5	0,2412	0,2363	0,11
	E7	-0,2526	0,2304	0,10
E7	E1	0,1738	0,2244	0,11
	E2	**-0,7585**	**0,2227**	**0,01**
	E3	0,4397	0,2283	0,10
	E4	0,5860	0,2304	0,24
	E5	0,4938	0,2227	0,58
	E6	0,2526	0,2304	0,10
Αποδοχή γνώσης από αυθεντία χωρίς κατανόηση				
E1	E2	0,431	0,201	0,71
	E3	0,150	0,206	0,10
	E4	0,133	0,208	0,17
	E5	0,196	0,201	0,10
	E6	0,266	0,208	0,12
	E7	-0,333	0,196	0,10
E2	E1	-0,431	0,201	0,71
	E3	-0,280	0,205	0,15
	E4	-0,298	0,207	0,17
	E5	-0,235	0,200	0,15
	E6	-0,164	0,207	0,10
	E7	**0,764**	**0,195**	**0,002***
E3	E1	-0,150	0,206	0,10
	E2	0,318	0,205	0,15
	E4	-0,017	0,211	0,13
	E5	0,045	0,205	0,10

	E6	0,116	0,211	0,13
	E7	-0,483	0,200	0,34
E4	E1	-0,133	0,208	0,10
	E2	0,298	0,207	0,17
	E3	-0,017	0,211	0,13
	E5	0,045	0,207	0,15
	E6	-0,116	0,2134	0,10
	E7	-0,483	0,201	0,45
E5	E1	-0,196	0,201	0,10
	E2	0,235	0,200	0,15
	E3	-0,045	0,205	0,10
	E4	-0,062	0,207	0,13
	E6	0,070	0,207	0,10
	E7	-0,529	0,195	0,15
E6	E1	-0,266	0,208	0,12
	E2	0,164	0,207	0,10
	E3	-0,116	0,211	0,13
	E4	-0,133	0,213	0,11
	E5	0,070	0,207	0,10
	E7	**-0,600**	**0,201**	**0,07***
E7	E1	0,333	0,196	0,10
	E2	**0,764**	**0,195**	**0,002**
	E3	0,483	0,200	0,33
	E4	0,466	0,201	0,45
	E5	0,529	0,195	0,15
	E6	**0,600**	**0,201**	**0,07***
Απλότητα μαθηματικής γνώσης				
E1	E2	0,482	0,219	0,60
	E3	0,490	0,224	0,62
	E4	0,060	0,226	0,10
	E5	0,511	0,219	0,43
	E6	**0,760**	**0,226**	**0,019***
	E7	**0,762**	**0,213**	**0,009***

E2	E1	-0,482	0,219	0,60
	E3	0,0085	0,222	0,15
	E4	-0,421	0,224	0,10
	E5	0,029	0,217	0,11
	E6	0,278	0,224	0,10
	E7	0,280	0,211	0,11
E3	E1	-0,490	0,224	0,62
	E2	-0,008	0,222	0,15
	E4	-0,430	0,229	0,10
	E5	0,020	0,222	0,10
	E6	0,269	0,229	0,11
	E7	0,271	0,217	0,10
E4	E1	-0,060	0,223	0,10
	E2	0,421	0,224	0,10
	E3	0,430	0,229	0,10
	E5	0,451	0,224	0,96
	E6	**0,700**	**0,231**	**0,06***
	E7	**0,701**	**0,219**	**0,03***
E5	E1	-0,511	0,219	0,43
	E2	-0,029	0,217	0,11
	E3	-0,020	0,222	0,10
	E4	-0,451	0,224	0,96
	E6	-0,249	0,224	0,10
	E7	-0,250	0,211	0,10
E6	E1	-0,760	0,226	0,19
	E2	-0,278	0,224	0,10
	E3	-0,269	0,229	0,11
	E4	-0,700	0,231	0,96
	E5	-0,249	0,224	0,10
	E7	-0,001	0,219	0,10
E7	**E1**	**-0,762**	**0,213**	**0,009***
	E2	-0,280	0,211	0,11
	E3	-0,271	0,217	0,10

	E4	**-0,700**	**0,231**	**0,03***
	E5	-0,249	0,224	0,10
	E6	0,001	0,219	0,10
Γρήγορη και βέβαιη μαθηματική γνώση				
E1	E2	-0,248	0,221	0,17
	E3	-0,067	0,226	0,10
	E4	-0,421	0,228	0,10
	E5	-0,336	0,221	0,11
	E6	-0,354	0,228	0,15
	E7	-0,480	0,215	0,56
E2	E1	-0,248	0,221	0,17
	E3	-0,181	0,225	0,10
	E4	-0,172	0,227	0,13
	E5	-0,088	0,219	0,10
	E6	-0,105	0,227	0,10
	E7	-0,232	0,214	0,11
E3	E1	0,067	0,221	0,10
	E2	-0,181	0,225	0,10
	E4	-0,353	0,227	0,10
	E5	-0,269	0,219	0,17
	E6	-0,287	0,227	0,13
	E7	-0,413	0,214	0,34
E4	E1	-0,421	0,228	0,10
	E2	0,172	0,227	0,13
	E3	-0,353	0,232	0,10
	E5	0,084	0,227	0,14
	E6	-0,066	0,234	0,10
	E7	-0,059	0,221	0,17
E5	E1	-0,336	0,221	0,11
	E2	0,088	0,219	0,10
	E3	-0,269	0,225	0,17
	E4	-0,084	0,227	0,14
	E6	0,017	0,227	0,17

	E7	-0,144	0,214	0,10
E6	E1	-0,354	0,228	0,15
	E2	0,105	0,227	0,10
	E3	-0,287	0,232	0,13
	E4	-0,066	0,234	0,10
	E5	0,017	0,227	0,17
	E7	-0,126	0,221	0,10
E7	E1	0,480	0,215	0,563
	E2	0,232	0,214	0,10
	E3	0,413	0,219	0,10
	E4	0,059	0,221	0,17
	E5	0,144	0,214	0,10
	E6	0,126	0,221	0,10