ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ, ΙΣΤΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ – ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗΣ & ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών

"ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ"

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Ενισχύοντας τους αδύνατους μαθητές στα Μαθηματικά:

Η αποτελεσματικότητα του διδακτικού μοντέλου 'Διδάσκοντας Ανάμεσα στα Θρανία' (ΔΑΘ) στις τάξεις της Πρόσθετης Διδακτικής Στήριξης

Κυριακή Κεχαΐδου

Επιβλέπουσα καθηγήτρια
Βασιλική Φαρμάκη

Οκτώβριος 2008

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία

εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών

για την απόκτηση του

Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

που απονέμει το

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών

«Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»

Εγκρίθηκε την ……από Εξεταστική Επιτροπή αποτελούμενη από τους :

Ονοματεπώνυμο	Βαθμίδα	Υπογραφή
1) Βασιλική Φαρμάκη (επιβλέπουσα Καθηγήτρια)	Αναπληρώτρια Καθηγήτρια	…….
2) Θεοδόσιος Ζαχαριάδης	Αναπληρωτής Καθηγητής	……..…
3) Νικόλαος Κλαουδάτος	Διδάκτωρ στη Διδακτική των Μαθηματικών	……..…

ΚΕΧΑΪΔΟΥ ΚΥΡΙΑΚΗ, Οκτώβριος 2008

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στη

«Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»

Τμήμα Μαθηματικών

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΕΝΙΣΧΥΟΝΤΑΣ ΤΟΥΣ ΑΔΥΝΑΤΟΥΣ ΜΑΘΗΤΕΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: Η ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ 'ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΑΣ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΤΑ ΘΡΑΝΙΑ' (ΔΑΘ) ΣΤΙΣ ΤΑΞΕΙΣ ΤΗΣ ΠΡΟΣΘΕΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΣΤΗΡΙΞΗΣ

Υποβλήθηκε στο Πανεπιστήμιο Αθηνών

στα πλαίσια των σπουδών

για την απόκτηση του

Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

στη Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών

που απονέμει

το Μαθηματικό Τμήμα

Ευχαριστίες

Η παρούσα εργασία είναι αποτέλεσμα εκτενούς αναζήτησης και έρευνας. Θα ήθελα να απευθύνω θερμές ευχαριστίες στην επιβλέπουσα καθηγήτρια μου κ. Βασιλική Φαρμάκη, καθώς και στον καθηγητή μου κ. Κλαουδάτο Νίκο, για την καθοδήγηση και την άμεση και ουσιαστική βοήθεια που μου παρείχαν κατά τη διάρκεια της εκπόνησης αυτής της διπλωματικής εργασίας.

Ευχαριστώ επίσης και τον κ. Θεοδόσιο Ζαχαριάδη που με τίμησε με τη συμμετοχή του στην τριμελή επιτροπή μου. Αισθάνομαι ιδιαίτερη ανάγκη να ευχαριστήσω τη διεύθυνση και τους καθηγητές του Λεοντείου Λυκείου Πατησίων για την αμέριστη υποστήριξη που μας έδωσαν, χωρίς την οποία η εργασία αυτή δε θα ήταν δυνατή.

Τέλος, δε μπορώ να μην αναφερθώ στην οικογένεια μου που ήταν δίπλα μου σε κάθε μου βήμα. Χρωστάω σε όλους ένα μεγάλο ευχαριστώ!

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΣΚΟΠΟΣ της ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ.....6

2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ.....8

2.1. Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ PIAGET (ΓΝΩΣΙΑΚΗ ΘΕΩΡΙΑ).....10
2.2. ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ-ΠΟΛΙΤΙΣΜΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ.....12
2.2.1 ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ, ΔΙΑΠΡΑΓΜΑΤΕΥΣΗ, ΔΙΥΠΟΚΕΙΜΕΝΙΚΟΤΗΤΑ.....14
2.2.2 Η ΖΩΝΗ ΤΗΣ ΕΠΙΚΕΙΜΕΝΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ.....19
2.2.3 ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ ΣΤΗΝ ΤΑΞΗ.....20
2.2.4 ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΑΣ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΤΑ ΘΡΑΝΙΑ (Δ.Α.Θ.).....21
2.2.5 ΛΥΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....23
2.3. Ο ΡΟΛΟΣ ΤΗΣ ΧΕΙΡΟΝΟΜΙΑΣ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ ΚΑΤΑ ΤΗ ΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ.....26
Ο ΡΟΛΟΣ ΤΗΣ ΧΕΙΡΟΝΟΜΙΑΣ ΣΤΗ ΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΗ ΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ.....28
ΕΡΜΗΝΕΥΟΝΤΑΣ ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ-ΧΡΟΝΟΥ ΜΕ ΧΕΙΡΟΝΟΜΙΕΣ.....31
2.4. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ ΚΑΙ Η ΕΠΙΡΡΟΗ ΤΟΥΣ ΣΤΗ ΜΑΘΗΣΗ.....36
ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΜΑΘΗΤΗ – ΜΑΘΗΤΗ.....37
ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΔΑΣΚΑΛΟΥ-ΜΑΘΗΤΗ.....38
ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΕΡΓΟΥ-ΜΑΘΗΤΗ.....40
ΠΟΣΟΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΩΝ ΜΑΘΗΤΗ – ΜΑΘΗΤΗ.....41
ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΩΝ ΔΑΣΚΑΛΟΥ – ΜΑΘΗΤΗ.....43
SCAFFOLDING – ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΠΡΑΚΤΙΚΗ.....45
Scaffolding αναθεωρούμενο / Μία αλληλεπίδραση δασκάλου- μαθητή:.....45
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....49
2.5 ΓΝΩΣΤΙΚΗ ΕΜΠΛΟΚΗ ΣΤΗ ΤΑΞΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ.....50
ΓΝΩΣΤΙΚΗ ΕΜΠΛΟΚΗ ΚΑΙ ΜΑΘΗΣΗ.....51
ΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ ΣΤΗ ΓΝΩΣΤΙΚΗ ΕΜΠΛΟΚΗ.....52
Η ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΓΝΩΣΤΙΚΗΣ ΕΜΠΛΟΚΗΣ.....53
ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΖΗΤΗΣΗ.....54
Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΗΣ ΧΙΛΑΡΥ: «ΘΑ ΒΑΛΟΥΜΕ ΤΟ ΜΥΑΛΟ ΜΑΣ Σ' ΑΥΤΟ».....64
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....65
3. Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΈΡΕΥΝΑΣ.....67

4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ.....69

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....114

6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ.....116

7. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....124

1. ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ

Ένα μεγάλο μέρος της έρευνας στην Διδακτική των Μαθηματικών έχει εστιαστεί στην ανάπτυξη ιδεών και μεθόδων που μπορούν να βελτιώσουν την διδασκαλία. Ιδιαίτερα τα τελευταία χρόνια, π.χ. από το 2000 και μετά, παρατηρούμε έναν συνεχώς αυξανόμενο αριθμό δημοσιεύσεων που αφορούν τόσο στην έρευνα για την διδασκαλία των Μαθηματικών όσο και στην επιμόρφωση των καθηγητών της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης.

Ένα από τα διδακτικά μοντέλα που αναπτύχθηκαν γι' αυτόν τον σκοπό είναι και το 'Διδάσκοντας Ανάμεσα στα Θρανία' (ΔΑΘ), το οποίο έχει ως μία από τις βασικές του υποθέσεις *την μεταβίβαση μέρους της υπευθυνότητας του δασκάλου, για την ανάπτυξη της γνώσης, στους μαθητές.* Η υπόθεση αυτή ισχύει τόσο στην περίπτωση που ο διδάσκων βάλει τους μαθητές του να δουλεύουν ατομικά όσο και συλλογικά. Στη δεύτερη περίπτωση μάλιστα, υπάρχει επιπλέον και η υπόθεση ότι οι ενέργειες αναπτύσσονται πρώτα στο κοινωνικό επίπεδο, δηλαδή σε επίπεδο ομάδας ή ολόκληρης της τάξης. Ταυτόχρονα, παρατηρούμε και *σε ποιόν βαθμό οι μαθητές αποδέχονται αυτή την υπευθυνότητα* διαμέσου συγκεκριμένων δεικτών. Η υπόθεση αυτή καθορίζει και μιαν αντίστοιχη πρακτική στην τάξη που είναι αρκετά διαφορετική από την τρέχουσα πρακτική της διδασκαλίας.

Από την άλλη μεριά, η Πρόσθετη Διδακτική Στήριξη (ΠΔΣ) εφαρμόζεται στα περισσότερα Γυμνάσια και Λύκεια της Ελλάδος. Αφορά κάποια συγκεκριμένα μαθήματα και η παρακολούθηση της δεν είναι υποχρεωτική. Σκοπός της είναι να βοηθήσει τους μαθητές που αντιμετωπίζουν κάποιες δυσκολίες μέσα στην τάξη. Κάθε τμήμα αποτελείται από 7-14 μαθητές οι οποίοι μπορούν να ενταχθούν σε τμήματα και να ξεκινήσουν μαθήματα ΠΔΣ οποτεδήποτε μέσα στο σχολικό έτος. Τα τμήματα ΠΔΣ λειτουργούν με απόφαση του Διευθυντού Διεύθυνσης (ΔΔΕ) ή Προϊσταμένου Γραφείου ΔΕ ή ΕΕ (ΠΓΡ) της οικείας Διεύθυνσης ή Γραφείου, μετά από αιτιολογημένη πρόταση του Σχεδιαστή-Αξιολογητή. (Για περισσότερες πληροφορίες για την ΠΔΣ, βλέπε το παράρτημα στο τέλος της εργασίας.)

Σκοπός της Διπλωματικής είναι να ερευνήσουμε τη δυνατότητα της ΔΑΘ να βελτιώσει την επίδοση στα Μαθηματικά, εκείνων των μαθητών που παρακολουθούν μαθήματα ΠΔΣ. Η έρευνα πραγματοποιήθηκε στο Λύκειο της Λεοντείου Σχολής Πατησίων, κατόπιν συνεννοήσεως με τη διεύθυνση του σχολείου, μέσα σε δύο συνεχόμενες σχολικές χρονιές και αφορούσε στους μαθητές της Α Λυκείου. Πιο

συγκεκριμένα, δημιουργήθηκε επιτροπή που αποτελέστηκε από την ερευνήτρια, ένα μέλος της επιτροπής της διπλωματικής (κ. Κλαουδάτος), την καθηγήτρια σε τμήματα της ΠΔΣ της Α Λυκείου, η οποία είναι απόφοιτος του ΜΠΣ του Μαθηματικού Τμήματος Αθήνας, και από τον καθηγητή μαθηματικών της Α Λυκείου του σχολείου στην τάξη του οποίου φοιτούσε ένας αριθμός μαθητών της ΠΔΣ. Η επιτροπή καθόρισε τα θέματα της άλγεβρας της Α Λυκείου στα οποία θα παρακολουθούσαμε την εξέλιξη των μαθητών αυτών, τόσο στην τάξη της ΠΔΣ όσο και στην τάξη της Α Λυκείου, και συνεδρίαζε τακτικά στην αρχή και στο τέλος της κάθε σχολικής χρονιάς καθώς και στο ενδιάμεσο διάστημα όποτε προέκυπτε η ανάγκη. Παρακολουθήσαμε συγκεκριμένους μαθητές τόσο στην τάξη της ΠΔΣ όσο και στην αντίστοιχη τάξη τους στην Α Λυκείου. Η παρακολούθηση είχε σκοπό να μελετήσει την αποτελεσματικότητα της ΔΑΘ σε αυτούς τους μαθητές στην πορεία τους στο σχολείο μέχρι και τις εξετάσεις του Ιουνίου. Τα μαθήματα αυτά βιντεοσκοπήθηκαν και αποτέλεσαν το υλικό, μαζί με τα γραπτά των εξετάσεων, πάνω στο οποίο βασίστηκε η έρευνα. Στην σελίδα 58 θα παρουσιαστεί η μεθοδολογία πιο αναλυτικά.

2. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Τα Μαθηματικά αποτελούν αναπόσπαστο τμήμα του σύγχρονου σχολικού αναλυτικού προγράμματος και μέσον για την πραγμάτωση των παιδευτικών σκοπών και στόχων, που αφορούν τόσο το άτομο όσο και την κοινωνία και εκπληρώνονται στο σχολείο.

Όπως όλοι γνωρίζουμε, κύριος σκοπός του σημερινού σχολείου είναι να προσφέρει στους μαθητές τα πλέον αξιόλογα στοιχεία του πολιτισμού τα οποία, εκείνοι, θα μετουσιώσουν σε γνώσεις και ικανότητες με σκοπό να βάλουν τάξη και νόημα στη σχέση τους με τον εαυτό τους και με τον κόσμο γενικότερα. Στην επίτευξη αυτού του στόχου σημαντικό ρόλο παίζουν τα Μαθηματικά, τα οποία καθώς αναπτύσσονται, παράλληλα αναπτύσσονται και κάποιες από τις σημαντικότερες ικανότητες που χαρακτηρίζουν τον άνθρωπο. Το αφετηριακό λοιπόν ερώτημα αφορά στο ποιες είναι αυτές οι ικανότητες.

Περιληπτικά και σύμφωνα με το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, σκοπός των Μαθηματικών στο σχολείο είναι: Η μεθοδική άσκηση του μαθητή στην ορθολογική σκέψη, στην ανάλυση, αφαίρεση, γενίκευση και εφαρμογή, η γενικότερη καλλιέργεια και η συμβολή στην ολοκλήρωση της προσωπικότητας του μαθητή, η ανάπτυξη της ικανότητας για ακριβή σύλληψη των εννοιών, των μεγεθών και των μεταξύ σχέσεων, ο εθισμός στην διατύπωση των διανοημάτων στην μαθηματική γλώσσα και η κατανόηση του ρόλου τους στους διάφορους τομείς της γνώσης.

Οι ικανότητες αυτές λοιπόν, πρέπει να αποτελέσουν πρωτεύοντες στόχους μάθησης του μαθήματος των Μαθηματικών. Οι στόχοι αυτοί είναι πολύ σημαντικοί τόσο για τον ανθρώπινο πολιτισμό όσο και για τον ίδιο τον μαθητή.

Για να αναπτυχθούν όμως οι παραπάνω ικανότητες, οι οποίες στην πραγματικότητα αποτελούν μεγάλες κατηγορίες ικανοτήτων, πρέπει αρχικά να αναπτυχθούν πολλές διαφορετικές και επιμέρους ικανότητες. Κάποιες από αυτές μπορούν να αναπτυχθούν τόσο στα Μαθηματικά όσο και σε άλλα μαθήματα. Για παράδειγμα, στα Μαθηματικά μπορεί να επιδιωχθεί η κατανόηση της αξιωματικής δόμησης και των συνεπειών της, να αναπτυχθεί η ικανότητα να εργαζόμαστε με ακρίβεια ενώ, όχι μόνο στο μάθημα των Μαθηματικών, άλλα και σε πολλά άλλα μαθήματα μπορεί να επιδιωχθεί η ανάπτυξη της κριτικής σκέψης, της αυτοκριτικής, της πνευματικής πρωτοβουλίας, της δημιουργικότητας, της φαντασίας, της ουσιαστικότητας, της αντικειμενικότητας κ.α. Πρέπει επίσης, να αναπτυχθούν ικανότητες που σχετίζονται με επιμέρους μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες (π.χ. γνώση διαδικασιών και ικανότητα

λύσης προβλημάτων) και την ικανότητα αξιοποίησης τους σε εφαρμογές. Τέλος, το μάθημα των μαθηματικών μπορεί να συμβάλλει στην ανάπτυξη των λεγομένων δευτερευόντων αρετών δηλ. τάξη, πειθαρχία, επιμέλεια, επιμονή, υπομονή, ικανότητα συγκέντρωσης κ.α.

Για την επίτευξη όμως, όλων των παραπάνω σημαντικό ρόλο παίζει η παρουσία του δασκάλου μέσα στην τάξη. Τίποτα δεν είναι πιο απωθητικό από ένα δάσκαλο που εισέρχεται στην τάξη και αντιμετωπίζει τη διδασκαλία περίπου ως αγγαρεία, ως κάτι το οποίο είναι υποχρεωμένος να κάνει. Η συμπεριφορά του είναι ιδιαίτερα απόμακρη, και αυτή η απόσταση που έχει από τους μαθητές απορρέει από τη γνωστική και αξιολογική αυθεντία του. Πιστεύει ότι με τον τρόπο αυτό αποκτά κυριαρχική θέση απέναντι τους. Συνεπώς, σε αυτές τις περιπτώσεις, υπάρχει μια ιεραρχική και μονόδρομη σχέση που κινείται από τον εκπαιδευτικό προς το μαθητή η οποία μπορεί, μερικές φορές, να φθάσει σε ακραίες καταστάσεις.

Η παραπάνω συμπεριφορά έχει ως αποτέλεσμα οι μαθητές να αντιδρούν αργά ή γρήγορα. Αρχίζουν να αδιαφορούν για το μάθημα, για τον ίδιο το δάσκαλο, ειρωνεύονται την έπαρση και την κενολογία του και συνεχώς προκαλούν αναστάτωση την ώρα του μαθήματος.

Ένα νόμισμα όμως, δεν έχει μία μόνο πλευρά. Υπάρχει και το πρότυπο εκείνου του δασκάλου που είναι φιλότιμος, εργατικός και νοιάζεται για τους μαθητές του και την πρόοδο τους, γεγονός που αναγνωρίζεται από τα ίδια παιδιά. Η τάξη είναι ένα σύνθετο σκηνικό όπου κατά την διάρκεια της διδασκαλίας συμβαίνουν συνεχώς μαθησιακές καταστάσεις με διάρκεια μόλις λίγων στιγμών. Μόνον ένας ενημερωμένος δάσκαλος μπορεί να τις παρακολουθήσει και να τις κατανοήσει και από αυτές όχι όλες. Ταυτόχρονα, η κατανόηση των φαινομένων της τάξης προϋποθέτει τη γνώση των αρχών του διδακτικού του μοντέλου, δηλαδή για ποιόν λόγο επέλεξε ο διδάσκων ένα συγκεκριμένο διδακτικό μοντέλο και ποιες είναι οι συνέπειές του, για ποιόν λόγο θα το αλλάξει, ποιους σκοπούς επειδιώκει μέσα από κάθε διδακτική επιλογή. Τις ίδιες δυσκολίες συναντούν όσοι παρακολουθούν μια διδασκαλία. Στην περίπτωση αυτή μάλιστα υπάρχει και η επιπρόσθετη δυσχέρεια ότι θα πρέπει να ερμηνευτούν 'απέξω' οι ενέργειες τόσο του καθηγητή όσο και των μαθητών του στα πλαίσια της συγκεκριμένης κοινότητας, με το συγκεκριμένο θέμα της διδασκαλίας. Κατά τη γνώμη μας, ένα κατάλληλο διδακτικό μοντέλο που μπορεί να δώσει απαντήσεις στα προβλήματα της διδασκαλίας είναι το ΔΑΘ, το οποίο αναπτύσσουμε στην σελίδα 17 στα πλαίσια του θεωριτικού πλαισίου της εργασίας.

ΣΥΝΟΠΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΒΑΣΙΚΩΝ ΘΕΩΡΙΩΝ ΜΑΘΗΣΗΣ

2.1. Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ PIAGET (ΓΝΩΣΙΑΚΗ ΘΕΩΡΙΑ)

Η θεωρία του Piaget έχει επηρεάσει περισσότερο από κάθε άλλη ψυχολογική θεωρία το μεταρρυθμισμένο μάθημα των μαθηματικών. Ακόμα, οι νεότερες ψυχολογικές προσεγγίσεις για την ανάπτυξη των μαθηματικών ικανοτήτων ξεκινούν από την κριτική αντιπαράθεση με τη θεωρία του.

Ένας από τους στόχους του Piaget ήτανε η μελέτη της ανάπτυξης και εξέλιξης των εννοιών, των λογικών ενεργειών και πράξεων και της συμβολικής σκέψης στο νου των παιδιού. Οι εργασίες του οδήγησαν την ανάπτυξη τόσος της Γενετικής Επιστημολογίας (Genetic epistemology) όσο και της Γνωστικής- Εξελικτικής Ψυχολογίας (Cognitive Psychology).

Στη Γνωστική Ψυχολογία ο Piaget διατύπωσε τη γνωστή θεωρία των σταδίων της νοητικής ανάπτυξης.

Αναλυτικότερα,

1. **Το αισθησιοκινητικό στάδιο** (sensori-motor, 0-2 έτη).
2. **Το προσυλλογιστικό ή περίοδος της προδιεργασιακής αναπαράστασης** (pre-operational,2-7 έτη).
3. **Το στάδιο των συγκεκριμένων διεργασιών** (concrete-operational 7-13 έτη).

Σύμφωνα με τον Piaget, σ' αυτό το στάδιο το παιδί έχει κατακτήσει την έννοια της αντιστρεψιμότητας και κατ' επέκταση την έννοια της διατήρησης του αριθμού. Η αρχή αυτής της περιόδου συμπίπτει περίπου με τη στιγμή που το παιδί πηγαίνει για πρώτη φορά στο σχολείο (περίπου 6 ή 7 χρονών). Σ' αυτή τη φάση ο μικρός μαθητής μπορεί να σκεφθεί με όρους περισσότερων της μιας διάστασης συγχρόνως και η προσοχή του μετατοπίζεται από τις στατικές καταστάσεις στους μετασχηματισμούς. Ο όρος «συγκεκριμένα αντικείμενα», δηλώνει ότι έχει αποκτήσει την ικανότητα να αντιλαμβάνεται τη μεταβολή και γενικά να χειρίζεται νοερά συγκεκριμένα αντικείμενα.

4. **Το στάδιο των τυπικών *διεργασιών*** (formal operational 13- … έτη).

Γύρω στα 12 χρόνια το παιδί είναι ικανό για νοητικές λειτουργίες όχι μόνο με αφορμή συγκεκριμένα αντικείμενα αλλά και σύμβολα. Αναπτύσσει σταδιακά την ικανότητα

να διατυπώνει και να ελέγχει υποθέσεις, να σκέφτεται με όρους πιθανοτήτων και, δεδομένης μίας κατάστασης, να ανακαλύπτει εναλλακτικές περιπτώσεις.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον στη θεωρία του Piaget, παρουσιάζει η διαδικασία μετάβασης από το ένα στάδιο στο άλλο. Κατά τη διάρκεια αυτής της μετάβασης είναι πιθανόν να παρατηρηθεί μια αστάθεια στη συμπεριφορά του ατόμου λόγω μιας ενδεχόμενης σύγκρουσης μεταξύ παλαιότερων και νέων ιδεών. Ο Piaget χρησιμοποιεί τον όρο ***«αφομοίωση»*** (assimilation) για να περιγράψει τη διαδικασία ενσωμάτωσης των νέων δεδομένων στις ήδη υπάρχουσες δομές γνώσης και τον όρο ***«συμμόρφωση»*** (accommodation) όταν αναφέρεται στη διαδικασία τροποποίησης των γνωστικών δομών του ατόμου. Θεωρεί την αφομοίωση και τη συμμόρφωση ως συμπληρωματικές διαδικασίες.

Ο Piaget καθώς επιχειρεί να διερευνήσει το θέμα του, χρησιμοποιεί μία μεθοδολογία, η οποία συνίσταται στις ακόλουθες αρχές:

(a) Ο σκοπός είναι να εξετάσει το παιδί ως αυτόνομο υποκείμενο και όχι ως ένα «μικρό ενήλικα» με έλλειψη γνώσεων. Να δει δηλαδή το παιδί ως υποκείμενο που «παράγει γνώση» και να εξετάσει το είδος αυτής της γνώσης «από μέσα».

(b) Αφετηρία των ερευνών είναι η παρατήρηση και η εξέταση των παρανοήσεων ή «παθολογιών» που παρουσιάζει το παιδί όταν λύνει συγκεκριμένα προβλήματα.

(c) Συσσώρευση των παρατηρήσεων μέσα από μελέτες περίπτωσης (case studies) με ιδιαίτερο ενδιαφέρον στις «παθολογίες» της σκέψης.

(d)Η συσσώρευση των παρατηρήσεων οδηγεί στην κατανόηση της φυσιολογικής, μη παθολογικής, κατάστασης της σκέψης και στην ανάπτυξη μιας αντίστοιχης θεωρίας τη γνωστικής εξέλιξης. Αυτό επιτυγχάνεται με την αντιπαράθεση των αποτελεσμάτων των «παθολογικών» καταστάσεων με τα συνεπή «φυσιολογικά» μοντέλα των γνωστικών διεργασιών, δηλαδή με τη δομή των διαδικασιών της σκέψης του παιδιού.

Σύμφωνα με τη μεθοδολογία αυτή, παρατηρώντας τις λανθασμένες προσπάθειες των παιδιών στη λύση προβλημάτων, είμαστε ικανοί να διατυπώσουμε υποθέσεις για το πώς θα είναι η μη λανθασμένη συμπεριφορά. Ορίζοντας τώρα, την παθολογική συμπεριφορά ως ερευνητικό ερώτημα, δηλαδή ως ερώτημα που μπορεί να απαντηθεί, είμαστε ικανοί να κατανοήσουμε τις διαδικασίες της σκέψης.

Οι ιδέες του Glaserfeld στηριγμένες στη Γενετική Επιστημολογία του Piaget γέννησαν τον "Ριζοσπαστικό Κονστρουκτιβισμό".

Ο Ριζοσπαστικός Κονστρουκτιβισμός προσδιορίζεται από ακόλουθες δύο υποθέσεις:

1. Η γνώση κατασκευάζεται ενεργητικά από το υποκείμενο και δε «συλλαμβάνεται» παθητικά από το περιβάλλον.

2. Η γνώση είναι μία διαδικασία προσαρμογής με τον κόσμο των εμπειριών και όχι η ανακάλυψη ενός προϋπάρχοντος κόσμου, ο οποίος είναι ανεξάρτητος από το γνώστη.

Οι δύο αυτές αρχές αν εφαρμοστούν στην διδασκαλία των Μαθηματικών, εκφράζουν το σημαντικό γεγονός ότι 'δεν είναι αυτά που λέγονται και αυτά που γίνονται μέσα στην τάξη που αναπτύσσουν την γνώση, αλλά ο τρόπος που αντιλαμβάνονται οι μαθητές αυτά που λέγονται και αυτά που γίνονται στην τάξη'.

2.2. ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ-ΠΟΛΙΤΙΣΜΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Μέχρι σήμερα έχουμε εστιάσει την προσοχή μας στις Κονστρουκτιβιστικές αντιλήψεις γενικά, οι οποίες δίνουν προτεραιότητα στη δράση του υποκειμένου και στην εσωτερική ανάδειξη του νοήματος, ως ένα επιστημολογικό πλαίσιο ανάπτυξης των μαθηματικών εννοιών.

Ένα από τα προβληματικά σημεία του Κονστρουκτιβισμού είναι το γεγονός ότι ο μαθητής θεωρείται ως άτομο, το οποίο προσπαθεί να δώσει νόημα στις εμπειρίες του, χωρίς να εξετάζεται η σχέση του με το δάσκαλο και με τους υπόλοιπους μαθητές της τάξης. Χωρίς δηλαδή να εξετάζεται η ανάπτυξη της γνώσης σε σχέση με τα φαινόμενα επικοινωνίας στην τάξη των Μαθηματικών: 'Ο μαθητής μιλάει, ο καθηγητής ακούει'. Πιο συγκεκριμένα, στον Κονστρουκτιβισμό ένα μεγάλο πρόβλημα είναι η ερμηνεία των φαινόμενων στην τάξη. Εστιάζοντας την προσοχή στον μεμονωμένο μαθητή και στις νοητικές του διεργασίες, αγνοούμε ότι αυτός είναι ενταγμένος σε ένα περιβάλλον στο οποίο αναπτύσσονται φαινόμενα επικοινωνίας που τον επηρεάζουν.

Οι κεντρικές ιδέες μιας κοινωνικοπολιτισμικής προσέγγισης της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι συνοπτικά τέσσερις:

1. Το κοινωνικό, πολιτισμικό και εκπαιδευτικό περιβάλλον δεν διευκολύνει (ή παρακωλύει) απλά τη μάθηση. Οι κοινωνικές οργανωτικές διαδικασίες είναι έμφυτο χαρακτηριστικό της μάθησης είτε αυτή λαμβάνει χώρα σε ένα ανοιχτό κοινωνικό πλαίσιο είτε όχι.
2. Η μάθηση πρέπει να αντιμετωπισθεί ως μια μορφή μαθητείας κατά τη διάρκεια της

οποίας οι αρχάριοι γίνονται «ειδικοί» μέσα από συμμετοχή σε δραστηριότητες μιας κοινωνικής ομάδας.

3. Η μάθηση των Μαθηματικών είναι μια επικοινωνιακή δραστηριότητα.
4. Η μάθηση απαιτεί τη διαπραγμάτευση του νοήματος στο πλαίσιο μιας συγκεκριμένης δραστηριότητας.

Οι κοινωνικοπολιτισμικές θεωρίες έχουν τις ρίζες τους στις εργασίες των ρώσων ψυχολόγων Vygotsky, Luria, Leont'ev, οι οποίες έγιναν ευρέως γνωστές στους Αμερικανούς και Ευρωπαίους ερευνητές στη δεκαετία του '70.

Τον Vygotsky, ως ψυχολόγο, τον απασχόλησαν μια σειρά από προβλήματα όπως το πρόβλημα της δομής και της λειτουργίας της συνείδησης, το ζήτημα της προσωπικότητας και της διαδικασίας για τη διαμόρφωσή της καθώς και η συνάφεια μάθησης και ανάπτυξης. Έτσι, σε μία νέα θεώρηση θέτει στο κέντρο του ενδιαφέροντος όχι το άτομο, αλλά την κοινωνική ομάδα.

Η εκπαίδευση για τον Vygotsky είναι κατά βάση μια διαδικασία εκπολιτισμού κατά την οποία τα παιδιά ενθαρρύνονται, παρακινούνται και υποβοηθούνται στην κατάκτηση βασικής γνώσης, συνδυασμένης με το ανθρωπιστικό στοιχείο.

Για τον Vygotsky η μάθηση δεν είναι μια απλή σχέση μεταξύ ατόμου και γνώσης, αλλά η εισαγωγή του ατόμου σε μια υπάρχουσα κουλτούρα. Οι συνέπειες αυτού του γεγονότος για τη διδασκαλία είναι πολύ μεγάλες, ειδικά όσον αφορά το ρόλο του δασκάλου και την αλληλεπίδραση μεταξύ δασκάλου και μαθητή. Μια από τις βασικές διαδικασίες αυτής της αλληλεπίδρασης είναι η ***σημειολογική (δια)μεσολάβηση*** (Vygotsky 1978). Ένα τέτοιο φαινόμενο εντοπίζεται όταν «η άμεση παρόρμηση του μαθητή να αντιδράσει σε ένα ερέθισμα παρεμποδίζεται από την σκόπιμη εισαγωγή κάποιου «σήματος» από το δάσκαλο. Το αποτέλεσμα είναι ο έλεγχος της συμπεριφοράς των μαθητών με βάση το εξωτερικό ερέθισμα» (Bartolini Bussi 1994).

Ο Vygotsky τάσσεται υπέρ μιας ***πολιτισμικό-ιστορικής προσέγγισης της εκπαίδευσης*** κατά την οποία η μάθηση εξαρτάται από την ευκαιρία που έχουν οι μαθητές να αξιολογήσουν τις ιδέες και τις σκέψεις τους διαμέσου ενός συνόλου πολιτισμικών εργαλείων, όπως είναι οι έννοιες και οι διάφορες μεθόδους που χρησιμοποιούνται.

Σύμφωνα με τη θεωρία που ανέπτυξε ο Vygotsky, η ατομική θέση εξαρτάται από την κοινωνική αλληλεπίδραση. Η θέση του είναι ότι οι ίδιες οι ιδιότητες της σκέψης προσδιορίζονται από τα οργανικά χαρακτηριστικά της κοινωνικής αλληλεπίδρασης.

Συνεπώς, όταν επιθυμούμε να εμφανίσει το παιδί κάποια νοητική λειτουργία (π.χ. αναστοχασμό, ικανότητα αυτοαξιολόγησης, λογική μνήμη κ.λπ.) οι αλληλεπιδράσεις στα πλαίσια της εκπαίδευσης πρέπει να οργανωθούν με τέτοιο τρόπο ώστε η εκπλήρωση της λειτουργίας αυτής να διασφαλίζεται ήδη στο κοινωνικό επίπεδο (με ένα «δημόσιο» τρόπο) από έναν από τους συμμετέχοντες. Αυτό σημαίνει ότι ένας από τους συμμετέχοντες πρέπει να αναλάβει το ρόλο του δημόσιου «αναστοχαστή», «αξιολογητή», «υποστηρικτή εναλλακτικών ή αντικρουόμενων απόψεων», ανάλογα με τη νοητική λειτουργία που επιδιώκουμε. Η κατάκτηση της επιδιωκόμενης νοητικής λειτουργίας θα επηρεάσει στη συνέχεια την ποιότητα και το περιεχόμενο εξειδικευμένων (π.χ. μαθηματικών) εννοιών, θα προωθήσει τη μαθησιακή διαδικασία και την γενικότερη γνωστική ανάπτυξη του παιδιού. Η συστηματική προσπάθεια για παροχή αυτού του είδους μάθησης στο σχολείο είναι γνωστή ως ***εξελικτική διδασκαλία*** (developmental teaching).

Από τα προηγούμενα προκύπτει ότι το παιδί, στα πρώτα στάδια της ανάπτυξης του έχει ανάγκη της υποστήριξης των δασκάλων, των συμμαθητών και των γονέων για να φέρει σε πέρας μια δραστηριότητα, ενδεχομένως μέσα από τη μίμηση κάποιων λειτουργιών. Η μίμηση, αποτελεί έναν από τους βασικότερους παράγοντες πάνω στους οποίους ο Vygotsky (1978) στηρίχθηκε για τη δημιουργία αυτού που αποκάλεσε ***ζώνη επικείμενης ανάπτυξης*** (zone of proximal development). Η ζώνη επικείμενης ανάπτυξης είναι η απόσταση μεταξύ του τρέχοντος αναπτυξιακού επιπέδου -όπως αυτό προσδιορίζεται από την αυτόνομη επίλυση προβλημάτων- και του εν δυνάμει επιπέδου όπως αυτό προσδιορίζεται μέσα από την επίλυση προβλημάτων κάτω από την καθοδήγηση ενός ενήλικα ή σε συνεργασία με ένα πιο ικανό άτομο ιδίας περίπου ηλικίας. Με άλλα λόγια, η ζώνη επικείμενης ανάπτυξης είναι το πεδίο δραστηριοποίησης στο οποίο το παιδί μπορεί να μάθει αποκομίζοντας τα καλύτερα δυνατά οφέλη. Εντούτοις, η ζώνη επικείμενης ανάπτυξης δεν παράγει αυτόματα τη μάθηση. Είναι μόνο ένα υποστηρικτικό πλαίσιο του νου για τη μάθηση. Είναι, σύμφωνα με τον Bruner (1985), μια «σκαλωσιά» («scaffold») που βοηθά το παιδί να κινηθεί προς τα πάνω στα πλαίσια της πολιτισμικής ανάπτυξης.

2.2.1 ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ, ΔΙΑΠΡΑΓΜΑΤΕΥΣΗ, ΔΙΥΠΟΚΕΙΜΕΝΙΚΟΤΗΤΑ

Η ανάπτυξη της σκέψης απαιτεί την παρουσία μιας κατάστασης που προκαλεί δισταγμό, σύγχυση, αμφιβολία, γενικότερα μια νοητική δυσκολία. Η κατάσταση αυτή, με τη σειρά της, προκαλεί μια ανισορροπία, αβεβαιότητα, η οποία πρέπει να αποκατασταθεί, επειδή η αναζήτηση της βεβαιότητας είναι μια ψυχολογική δύναμη που καθοδηγεί τη μάθηση.

Η αβεβαιότητα συναντάται στα πλαίσια της μαθηματικής εκπαίδευσης με ποικίλες μορφές. Κάποιες από τις πιο σημαντικές μορφές που συναντάμε είναι, η αβεβαιότητα ως προς τη διδασκαλία, δηλαδή ο δάσκαλος ποτέ δεν μπορεί να είναι βέβαιος ως προς το τι έχουν κατανοήσει οι μαθητές από το μάθημα σε σχέση με τους στόχους, η αβεβαιότητα ως προς την επιλογή της κατάλληλης διδακτικής προσέγγισης, η αβεβαιότητα ως προς την αξιολόγηση των μαθητών, η αβεβαιότητα ως προς το διδακτικό περιεχόμενο, δηλαδή ως προς τις επιλογές του προγράμματος σπουδών και που θα επικεντρώσουμε την προσοχή μας, η αβεβαιότητα ως προς τη θέση και το ρόλο του καθηγητή στην τάξη, η βεβαιότητα ως προς τον τρόπο με τον οποίο μπορούμε να βελτιώσουμε τη διδασκαλία μας.

Όσον αφορά την έννοια της διαπραγμάτευσης, προκειμένου να παρουσιαστεί, να συμβεί θα πρέπει κάτι να παρουσιαστεί, να συζητηθεί στην τάξη, που να μην μπορεί να λυθεί ή να είναι αβέβαιο.

Η φράση '*Διαπραγμάτευση του νοήματος*' χρησιμοποιείται για να περιγράψει τους τρόπους με τους οποίους αναπτύσσεται η μάθηση σε κοινωνικά πλαίσια. Είναι μια κοινωνική διαδικασία που συσχετίζεται με τις πρακτικές των Μαθηματικών στην τάξη και συνδέει την ανάγκη της διαπραγμάτευσης με την παρουσία της αβεβαιότητας. Αναλυτικότερα, η αβεβαιότητα δημιουργεί διαφορετικές οπτικές στους μαθητές που, συνήθως, είναι διαφορετικές από αυτή του καθηγητή. Τότε είναι απαραίτητη η διαπραγμάτευση των νοημάτων, δηλαδή η διαπραγμάτευση είναι μια απαραίτητη συνθήκη για τη μάθηση, επειδή το γνωστικό υπόβαθρο των μαθητών είναι διαφορετικό από τη γνώση που ο δάσκαλος θέλει να διδάξει. Γενικότερα, *φαίνεται ότι οι μαθητές συμμετέχουν στην διαπραγμάτευση με πολλά νοήματα*. Δηλαδή, εκτός του μαθηματικού νοήματος που αναφέρεται στο έργο, διαμορφώνονται και άλλα που έχουν σχέση με τους μαθηματικούς όρους, με τις προθέσεις του δασκάλου, με την κοινότητα κτλ. Θα πρέπει όμως, να δώσουμε ιδιαίτερη προσοχή σε ένα σημείο. Η διαπραγμάτευση των νοημάτων στην τάξη ποτέ δεν εξασφαλίζει ότι όλοι οι μαθητές θα κατασκευάσουν ακριβώς το ίδιο νόημα και μεταξύ τους και με τον καθηγητή τους. Ποτέ δεν μπορούμε να είμαστε βέβαιοι για τα κενά ή τις παρανοήσεις στις γνώσεις που έχει κάποιος. Άρα, κατά τη διαδικασία της διαπραγμάτευσης παράγονται νοήματα που φαίνεται να συμμερίζονται όλοι. Τα νοήματα αυτά επιτρέπουν στον καθηγητή και στους μαθητές του να αλληλεπιδρούν και να ερμηνεύουν ένα μαθηματικό θέμα με τον ίδιο τρόπο και να αποφεύγουν τις αντιπαραθέσεις.

Επιπλέον, ο όρος '*Διαπραγματευτικό Στιγμιότυπο*' (negotiative event) ορίζεται από έναν αναγνωρίσιμο σκοπό. Ο σκοπός είναι η πραγματοποίηση ενός ενδιάμεσου στόχου μέσα σε ένα επεισόδιο της δραστηριότητας. Η αναγνώριση του διαπραγματευτικού στιγμιότυπου ως μονάδας ανάλυσης έχει σημαντικές θεωρητικές συνέπειες, δεδομένου ότι ουσιαστικά είναι μια μονάδα αλληλεπίδρασης. Έτσι, αντί να κάνουμε διαχωρισμό των εκφράσεων των ατόμων που συμμετέχουν στην αλληλεπίδραση, το στιγμιότυπο αναγνωρίζει την αλληλεπίδραση καθαυτή ως το αντικείμενο του ενδιαφέροντος μας, οπότε η ανάλυσή μας μπορεί να εστιαστεί στα χαρακτηριστικά και τη δομή του διαπραγματευτικού στιγμιότυπου.

Τέλος, αναφερόμενοι στην έννοια της Διυποκειμενικότητας, στην ανάπτυξη της γνώσης εισέρχεται ως διαμεσολαβητικός μηχανισμός, ο οποίος είναι ουσιαστικός για τη διαδικασία της διαπραγμάτευσης, όπου επιλύεται-αναιρείται η αβεβαιότητα και κατασκευάζεται η νέα γνώση. Με αυτή την οπτική η Διυποκειμενικότητα είναι αποτέλεσμα μιας διαπραγματευτικής διαδικασίας αλλά, ταυτόχρονα, και προϋπόθεση για τη διαπραγμάτευση. Πράγματι, προκειμένου να αρχίσει η διαπραγματευτική διαδικασία απαιτείται να έχει εγκατασταθεί ήδη μια αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών που θα υποστηρίξει τη διαδικασία αυτή. Το αποτέλεσμα της Διαπραγμάτευσης θα είναι μια πιο 'πλούσια' μορφή διυποκειμενικότητας. Το επιχείρημα αυτό μπορεί να διατυπωθεί ως εξής: Η Διαπραγμάτευση εξαρτάται από κάποιας μορφής επικοινωνία, συνήθως τη γλώσσα, και η επικοινωνία είναι από τη φύση της διυποκειμενική. Έτσι, προαπαιτείται ένα επίπεδο διυποκειμενικότητας μεταξύ δασκάλου-μαθητή και μαθητή-μαθητή προκειμένου να πραγματοποιηθεί η διαπραγμάτευση.

Κατά τη διαδικασία της αλληλεπίδρασης ή της Διυποκειμενικότητας, οι συμμετέχοντες διαπραγματεύονται τα μαθηματικά τους νοήματα και προσπαθούν να φθάσουν σε μια συμφωνία σχετικά με το ποια αποτελέσματα και ποια επιχειρήματα θα θεωρηθούν ως μαθηματικές λύσεις και κατάλληλες μαθηματικές εξηγήσεις αντίστοιχα (το νόημα του έργου). Κατά τη διαδικασία αυτή, ο κάθε μαθητής ρυθμίζει τη δράση του σε συνάρτηση με αυτό που ο ίδιος υποθέτει ότι είναι οι προσδοκίες και οι γνώσεις των άλλων συμμετεχόντων. Παράλληλα, οι αποδέκτες της δράσης την ερμηνεύουν ανάλογα με αυτό που πιστεύουν ότι είναι οι γνώσεις και οι προσδοκίες του υποκειμένου που ενεργεί. Οι ενέργειες των άλλων ερμηνεύονται από τον πρώτο ως προς τις προσδοκίες του και μπορούν να τον οδηγήσουν σε μια αναθεώρηση της δράσης του και των ιδεών του κλπ. Για παράδειγμα, ο μαθητής μπορεί να ερμηνεύσει την αντίδραση του δασκάλου ως αξιολόγηση της σκέψης του παρόλο που η αντίδραση του δασκάλου μπορεί να είναι

π.χ. μια έκφραση χαμόγελου σε μια στιγμή που παρατηρεί το μαθητή να ενεργεί, να προσπαθεί δηλαδή να λύσει ένα πρόβλημα. Ο μαθητής τώρα, βλέποντας την αντίδραση του δασκάλου αναπτύσσει διάφορα συναισθήματα, π.χ. θεωρεί ότι η μέθοδος που ακολουθεί είναι λάθος και αλλάζει τον τρόπο επίλυσης ως αντίδραση στην αντίδραση του καθηγητή του. Σε παρόμοια περίπτωση, ένας άλλος μαθητής θα αντιδρούσε προσπαθώντας να ευχαριστήσει το δάσκαλο παρουσιάζοντας κάτι που υποθέτει ότι αναμένει από αυτόν, χωρίς ο μαθητής, ενδεχομένως, να το έχει κατανοήσει.

Επιπλέον, ένα σύνηθες φαινόμενο είναι και η περίπτωση, κατά την οποία ο μαθητής διατυπώνει ένα μη αληθές συμπέρασμα και ο δάσκαλος του λέει 'λάθος', σαν να ήταν ο δικαστής και ο μαθητής ο κατηγορούμενος. Δηλαδή εδώ έχουμε μια μετατόπιση του νοήματος όπου τα Μαθηματικά μετασχηματίζονται σε ένα είδος 'νομικού πλαισίου' αντί για μια γνώση που προκύπτει από τη συζήτηση. Στο πλαίσιο αυτό, το οποίο καθορίζεται από το 'ο καθηγητής διδάσκει και ο μαθητής μαθαίνει', οι μαθηματικοί όροι μπορεί να αποκτήσουν μια συναισθηματική φόρτιση που μπορεί να αποτελέσει πηγή ανησυχίας για μερικούς ευαίσθητους μαθητές.

Έρευνες έχουν δείξει την στενή σχέση μεταξύ των γνωστικών διαδικασιών και των συναισθηματικών παραγόντων. Σύμφωνα με τις M. Carlson & I. Bloom, ο συναισθηματικός τομέας αποτελείται από τις ακόλουθες συνιστώσες:

Στάσεις (attitudes)	**Πιστεύω (beliefs)**	**Συναισθήματα (emotions)**	**Αξίες (values)**
➢ Ευχαρίστηση ➢ Κίνητρα ➢ Ενδιαφέρον ➢ Δυσαρέσκεια ➢ Αδιαφορία	➢ Αυτοπεποίθηση ➢ Υπερηφάνεια ➢ Εμμονή ➢ Στα μαθηματικά απαιτούνται πολλές προσπάθειες για να λύσεις ένα πρόβλημα ➢ Αν δε λύσεις ένα πρόβλημα σε 10 λεπτά τότε είναι άλυτο.	➢ Απογοήτευση ➢ Ανησυχία ➢ Ευχαρίστηση, απόλαυση ➢ Ανυπομονησία, θυμός	➢ Μαθηματική οικειότητα ➢ Μαθηματική ολοκλήρωση

Πιο γενικά, οι διαφορετικές γλώσσες της τάξης των Μαθηματικών έχουν κανόνες και λογική που δεν είναι σαφείς, με αποτέλεσμα ο μαθητής πρέπει να μάθει να 'κινείται' με επιτυχία ανάμεσα σε ασαφή όρια, να αναγνωρίζει 'σημάδια'- σημεία που να τον προειδοποιούν ποια γλώσσα χρησιμοποιούμε μια συγκεκριμένη στιγμή. Και τα 'σημάδια' αυτά επίσης είναι ασαφή, μη διαφανή. Μπορεί να βρεθούν στον τόνο της φωνής του δασκάλου και στις χειρονομίες του αλλά και σε άλλες πηγές. Συνεχείς αποτυχίες στην αναγνώριση τέτοιων σημείων είναι επίσης πηγή ανησυχίας, έλλειψης αυτοπεποίθησης και, τέλος, σχολικής αποτυχίας.

Η Διυποκειμενικότητα κατανοείται σε συγκεκριμένα πολιτιστικά πλαίσια και ενέργειες και αναγνωρίζεται διαμέσου της ανάλυσης των διαπραγματευτικών στιγμιότυπων. Αν λοιπόν, κατά την ανάλυση ενός διαπραγματευτικού στιγμιότυπου, διαπιστώσουμε ότι οι προτάσεις των συνδιαλεγόμενων είναι ατελείς, δεν είναι σύμφωνες με τη γραμματική και το συντακτικό, οι φράσεις τους είναι σύντομες, συχνά μια λέξη, ο ένας να συμπληρώνει την πρόταση του προηγουμένου του χωρίς να αναφέρεται το αντικείμενο στο οποίο συνδιαλέγονται, τότε μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι υπάρχουν ενδείξεις διυποκειμενικότητας. Και αυτό γιατί η επικοινωνία αυτής της μορφής υποστηρίζεται μόνο επειδή οι συμμετέχοντες στο διάλογο έχουν μια κοινή κατανόηση των αναφορών των προτάσεων ή λέξεων, των ενεργειών ή σχέσεων, χωρίς να χρειάζεται να εκφραστούν ρητά αλλά υπονοούνται και υποστηρίζονται, ενδεχομένως, και από άλλες μορφές επικοινωνίας π.χ. χειρονομίες.

Από τα παραπάνω, μπορούμε να κατανοήσουμε ότι η σχέση μεταξύ της διαπραγμάτευσης, της διυποκειμενικότητας και της αβεβαιότητας μπορεί να είναι η ακόλουθη:

Ένα μονοπάτι προς τη γνώση είναι διαμέσου της επίλυσης της αβεβαιότητας. Η διαδικασία της επίλυσης είναι συχνά διαπραγματευτική. Η διαπραγμάτευση διαμεσολαβείται από τη γλώσσα, η οποία, με τη σειρά της προϋποθέτει τη διυποκειμενικότητα. Το ζητούμενο της διυποκειμενικότητας είναι το νόημα.

2.2.2 Η ΖΩΝΗ ΤΗΣ ΕΠΙΚΕΙΜΕΝΗΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ

Αποτελεί ένα νέο τρόπο προσέγγισης της ανάπτυξης της νόησης των μαθητών, σε συνάρτηση με τη σχολική μάθηση. Αντιστοιχεί στην απόσταση ανάμεσα στο πραγματικό αναπτυξιακό επίπεδο, όπως αυτό καθορίζεται από την ανεξάρτητη επίλυση προβλημάτων, και στο επίπεδο δυνάμει ανάπτυξης, όπως αυτό καθορίζεται από την επίλυση προβλημάτων κάτω από την καθοδήγηση των ενηλίκων ή σε συνεργασία με πιο ικανούς συνομηλίκους.

Η μελέτη των νοητικών λειτουργιών δεν είναι επαρκής για την κατανόησή τους επειδή το συγκεκριμένο επίπεδό τους, σε μία συγκεκριμένη στιγμή, **δεν αντικατοπτρίζει τη δυναμική τους, την επικείμενη και απώτατη προοπτική της ανάπτυξης της προσωπικότητας και των δυνατοτήτων του μαθητή.**

Η ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης παρέχει τη δυνατότητα επιστημονικής πρόβλεψης των δυνατοτήτων και των προοπτικών του μαθητή, ο οποίος συμμετέχει στην εκπαιδευτική διαδικασία και δρα ως ενεργό υποκείμενο. Η συνεργασία του μαθητή με τους ενηλίκους, π.χ. το δάσκαλο, αλλά και τους συμμαθητές του, είναι η βάση της ανάπτυξης των ανώτερων νοητικών λειτουργιών και γενικότερα της προσωπικότητάς του.

Μια από τις σημαντικότερες παιδαγωγικές συνέπειες της θεωρίας του V., είναι η **ομαδοσυνεργατική διδασκαλία,** όπου ο εκπαιδευτικός έχει αποφασιστικό ρόλο στη διαμόρφωση της κατεύθυνσης και του χαρακτήρα της επικοινωνίας στην τάξη. Όμως η παρέμβαση του εκπαιδευτικού δεν είναι αυθαίρετη, αλλά στηρίζεται στον υπολογισμό των αναπτυσσόμενων ενδιαφερόντων των μαθητών του.

Η ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης είναι, ίσως, η πιο σημαντική έννοια στη θεωρία του Vygotsky και αυτό επειδή μόνον όταν αυτή αναπτύσσεται αρχίζει η μάθηση και παρουσιάζονται όλα τα στοιχεία της θεωρίας, δηλαδή η διαμεσολάβηση των συμβόλων, αποκτούν νόημα οι δραστηριότητες κλπ.

Πιο συγκεκριμένα, η ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης θεωρείται ως ένας συμβολικός χώρος που περιλαμβάνει τα άτομα, τις πρακτικές τους καθώς και τις συνθήκες υπό τις οποίες ενεργοποιούνται οι δραστηριότητες. Είναι ένα φαινόμενο εύθραυστο, ευαίσθητο, στο οποίο αναδύεται η διαδικασία της συμβολικής διαμεσολάβησης.

Κατά τον Vygotsky, η διαδικασία μάθησης των επιστημονικών εννοιών είναι μια διαδικασία συμβολικής διαμεσολάβησης ανάμεσα στο υποκείμενο και στο γνωστικό

αντικείμενο. Η αλληλοδράση ανάμεσα στο υποκείμενο και στον πραγματικό κόσμο καθοδηγείται και μετασχηματίζεται από τη χρήση του συμβολικού υλικού, τα πολιτιστικά 'τεχνουργήματα' (artefacts), π.χ. οι αναπαραστάσεις κάθε είδους που χρησιμοποιούμε στα Μαθηματικά, ο κανόνας και ο διαβήτης, ο υπολογιστής κλπ.

2.2.3 ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΗΣ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ ΣΤΗΝ ΤΑΞΗ

Κατά τη διάρκεια του μαθήματος καταστάσεις αβεβαιότητας αναπτύσσονται διαρκώς. Αναλυτικότερα, της μαθητής έχει αβεβαιότητα ως της ένα γεγονός ή έναν όρο, ως της τη σωστή μορφή μιας ενέργειας ή μιας διαδικασίας, ως της το νόημα της όρου ή μιας ενέργειας, ως της τη μορφή μιας αναπαράστασης, ως της τη γνώμη της άλλου μαθητή, ως της την κατανόησή του για ένα θέμα και ως της τη μέθοδο που ακολουθεί ή το αποτέλεσμα που βρήκε.

Η αβεβαιότητα δεν είναι άγνοια με μια απόλυτη έννοια. Προκειμένου ο μαθητής να αισθανθεί αβεβαιότητα, πρέπει να έχει κάποια γνώση για το τι ή το ποιο αισθάνεται αβέβαιος. Το γεγονός αυτό τοποθετεί τον μαθητή στα *σύνορα της γνώσης του.* Αν δούμε έτσι την Αβεβαιότητα τότε αυτή μπορεί να αποτελεί μια προαπαιτούμενη συνθήκη για τη λειτουργία της ZPD.

Η αναγνώριση της Αβεβαιότητας ως κατάσταση που πρέπει να λυθεί, βασίζεται στο ενδιαφέρον του μαθητή για το ζήτημα που διαπραγματεύεται. Της, της μαθητής μπορεί να αναγνωρίσει την αβεβαιότητα που υπάρχει σε ένα ζήτημα, *αλλά να επιλέξει να την αποδεχθεί και να μην επιδιώξει την επίλυσή της.* Από την άποψη αυτή *η αβεβαιότητα μόνη της είναι αναγκαία συνθήκη αλλά όχι και επαρκής για την αρχή της μαθησιακής διαδικασίας.* Παρόλα αυτά, η πίεση για την επίλυση της Α, που προκύπτει από την πρακτική της τάξης, επιβάλλει, κατά κάποιον τρόπο και της περισσότερες περιπτώσεις, στον μαθητή να κάνει της αναγκαίες κοινωνικές και γνωστικές διαδικασίες προκειμένου να άρει-να επιλύσει την αβεβαιότητα.

Η επίλυση (resolution) της αβεβαιότητας γίνεται με την αναφορά, ή την επίκληση, σε παράγοντες της:

- Σε εμπειρικά δεδομένα
- Στη γνώμη κάποιου άλλου, μαθητή ή καθηγητή.
- Στο διδακτικό βιβλίο ή σε άλλο.
- Σε προηγούμενες εμπειρίες.

- Σε λογικά επιχειρήματα.

Θεωρητικά, κάθε περίπτωση αβεβαιότητας μπορεί να λυθεί με έναν ή με συνδυασμό από της πιο πάνω τρόπους. Το σημαντικό που θα πρέπει να τονίσουμε εδώ είναι ότι *καθένας από της τρόπους επίλυσης της Αβεβαιότητας οδηγεί σε διαφορετικό είδος γνώσης*.

2.2.4 ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΑΣ ΑΝΑΜΕΣΑ ΣΤΑ ΘΡΑΝΙΑ (Δ.Α.Θ.)

Γνωρίζουμε ότι τα αρχέτυπα μοντέλα διδασκαλίας είναι δύο i) Παρουσίαση και ii) Διδάσκοντας Ανάμεσα στα Θρανία. Συνήθως ο διδάσκον, ακολουθεί ένα από τα δύο μοντέλα ή συνδυασμό αυτών. Ακόμη και στην περίπτωση που οι μαθητές παρουσιάζουν την εργασία, γίνεται μία περίπου αντιστροφή των ρόλων όχι των θέσεων.

Βασική υπόθεση στο μοντέλο 'διδάσκοντας ανάμεσα στα θρανία' (ΔΑΘ) είναι η *μεταβίβαση μέρους της υπευθυνότητας του δασκάλου για την ανάπτυξη της γνώσης στους μαθητές.* Αυτό επιτυγχάνεται όταν ο δάσκαλος δίνει την δυνατότητα και την ευκαιρία στους μαθητές του να εργαστούν ατομικά ή συλλογικά. Στη δεύτερη περίπτωση μάλιστα, υπάρχει επιπλέον και η υπόθεση ότι οι ενέργειες αναπτύσσονται πρώτα σε επίπεδο ομάδας. Ταυτόχρονα, παρατηρούμε και *σε ποιόν βαθμό οι μαθητές αποδέχονται αυτή την υπευθυνότητα.*

Καθώς το μάθημα εξελίσσεται, όταν ο καθηγητής κρίνει ότι οι μαθητές έχουνε φτάσει στα όρια της ζώνης επικείμενης ανάπτυξης, τότε επεμβαίνει εκείνος, σταματώντας την εργασία των μαθητών και το κέντρο του ενδιαφέροντος, τώρα, γίνεται η συζήτηση ανάμεσα στους μαθητές και το δάσκαλο. Η συζήτηση έχει σκοπό να παρουσιαστούν οι ιδέες των μαθητών και να κριθούν με λογικά επιχειρήματα, ή να δοθούν επιπλέον πληροφορίες και να συνεχιστεί η εργασία των μαθητών. Κατά τη διάρκεια της συζήτησης με όλη την τάξη μπορούμε να επισημάνουμε μαθητές που προτείνουν ιδέες οι οποίες, μετά από τη συζήτηση θα τις τροποποιήσουν ή θα τις εγκαταλείψουν. Θα διαπιστώσουμε επίσης πως, όταν στους μαθητές δίνεται η ευκαιρία να εργαστούν με τις δικές τους ιδέες, χωρίς την προσπάθεια του δασκάλου να τους κατευθύνει, τότε αναπτύσσονται όλοι οι τρόποι επίλυσης της αβεβαιότητας, οι οποίοι, όπως είδαμε, αντιστοιχούν σε διαφορετικούς τύπους γνώσης. Αυτό βέβαια δεν συμβαίνει μόνον στην συζήτηση με όλη την τάξη αλλά και σε κάθε άλλο είδος αλληλεπίδρασης μεταξύ των ατόμων. Θα δούμε ακόμα ότι οι μαθητές μέσα στους συλλογισμούς τους παρεμβάλουν και προσωπικά στοιχεία που προέρχονται από τις εμπειρίες τους ως προς

την κατάσταση που μελετούν ή από την εικόνα που έχουν για τους διάφορους μαθηματικούς όρους που χρησιμοποιούν. Στην περίπτωση αυτή μόνον μετά από συζήτηση η οποία απαιτεί χρόνο, οι μαθητές θα καταφύγουν στα Μαθηματικά προκειμένου να άρουν την αβεβαιότητα, δηλαδή στα λογικά επιχειρήματα και στις μαθηματικές σχέσεις.

Η συζήτηση με όλη την τάξη μπορεί να αναπτυχθεί και με τον τρόπο της *επαναφώνησης* (re-voicing). Πιο συγκεκριμένα, η επαναφώνηση είναι ένα ιδιαίτερο είδος επανέκφρασης κάποιου άλλου σε μια συζήτηση. Για παράδειγμα, κάποιος μαθητής εκφράζει μια σκέψη του για το πώς μπορεί π.χ. να λυθεί ένα πρόβλημα και ο δάσκαλος λέει: Όπως μας είπε ο Γιάννης (αναφέρει την έκφραση του μαθητή, ενδεχομένως τροποποιημένη). Τι λες Γιώργο, ποια είναι η άποψή σου;

Σε κάθε περίπτωση μπορούμε να δούμε ότι η πρακτική της τάξης περιγράφεται από ένα επαναλαμβανόμενο μοντέλο αλληλεπίδρασης το οποίο έχει την ακόλουθη μορφή: Ο καθηγητής εισάγει-προτείνει ένα έργο, οι μαθητές εργάζονται σε ομάδες, ίσως και μόνοι τους, ο δάσκαλος βαδίζει ανάμεσα στα θρανία και συζητεί με τους μαθητές, επακολουθεί συζήτηση με όλη την τάξη. Ο 'κύκλος' αυτός μπορεί να επαναληφθεί. Η πρακτική αυτή είναι συν-κατασκευαζόμενη από μαθητές και καθηγητή. Για παράδειγμα, όταν ο δάσκαλος συζητά με τους μαθητές ενός θρανίου και είναι έτοιμος να προχωρήσει στο αμέσως επόμενο, ένας μαθητής από άλλο θρανίο ρωτά κάτι. Τότε ο δάσκαλος αλλάζει το σχέδιο της κίνησής του και βαδίζει προς τον μαθητή αυτόν. Η αλλαγή αυτή μπορεί να έχει σοβαρά αποτελέσματα, αν για παράδειγμα είχε σκοπό να συζητήσει με κάποιους μαθητές που προέβλεπε ότι θα έχουν δυσκολία να συμμετάσχουν στην δραστηριότητα της τάξης, και λόγω αυτής της αλλαγής παραλείψει να το κάνει. Από την άλλη μεριά, ο δάσκαλος έχει ένα σχέδιο, αλλά κατά τη διάρκεια της συζήτησης πιθανόν να παρουσιαστεί μια ιδέα ενός μαθητή η οποία να του ανατρέψει το σχέδιο και να εκτρέψει την συζήτηση σε διαφορετικό πεδίο. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να επισημάνουμε ότι σε παρόμοιες περιπτώσεις ο δάσκαλος μπορεί να βρεθεί σε αβεβαιότητα. Η κατάσταση αυτή δεν είναι απαραίτητα κακή ώστε να αποφεύγεται. Αντίθετα, κατά τους Holton & Thomas ο δάσκαλος κάνει τις πιο παραγωγικές του ερωτήσεις όταν βρίσκεται σε αβεβαιότητα. Η αβεβαιότητα λοιπόν είναι μια κατάσταση που αντιμετωπίζει τόσο ο μαθητής όσο, μερικές φορές, και ο καθηγητής κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας.

2.2.5 ΛΥΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Αναφερόμαστε στη «Λύση Μαθηματικού Προβλήματος» όταν αντιμετωπίζουμε μια μη-οικεία κατάσταση, από την οποία δεν μπορούμε άμεσα να διαμορφώσουμε τρόπους για να τη διαπραγματευτούμε. Επομένως, ,το βαθύτερο νόημα του όρου είναι η ανίχνευση ενός δρόμου για την επίλυση ενός προβλήματος και όχι η εφαρμογή μιας γνωστής τεχνικής. Κατά τη διαδικασία αυτή ο λύτης έχει ένα μεγάλο βαθμό αυτονομίας, όπου αναζητεί διάφορες δυνατότητες και αποφασίζει κατάλληλα, εκμεταλλευόμενος το "απόθεμα" όλων των γνώσεων που διαθέτει.

Η λύση προβλήματος μπορεί να θεωρηθεί ως εντασσόμενη στα πλαίσια των θεωριών που προκύπτουν από τις ιδέες του Vygotsky, αν θεωρήσουμε ότι οι στρατηγικές λύσης προβλήματος που θα παρουσιάσουμε σύντομα πιο κάτω, είναι πρακτικές κοινωνικού χαρακτήρα που χρησιμοποιούν οι μαθηματικοί προκειμένου να αντιμετωπίσουν τα προβλήματα που συναντούν στη δουλειά τους.

Έτσι, όταν οι μαθητές ερευνούν το πρόβλημα περνούν από δύο στάδια a) την επαγωγική σκέψη και b) την παραγωγική σκέψη η καθεμία εκ των οποίων έχει επιμέρους στάδια. Πιο αναλυτικά:

- ***ΕΠΑΓΩΓΙΚΗ ΣΚΕΨΗ:***

1. Πειραματισμός –Παρατήρηση

2. Επισήμανση ενός Patend

3. Ανάπτυξη εικόνας

- ***ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΗ ΣΚΕΨΗ:***

4. Έλεγχος εικασίας

Θα παρουσιάσουμε μερικές από τις πιο χρήσιμες Στρατηγικές που μπορούν να βοηθήσουν στη Διδασκαλία των Μαθηματικών.

Στρατηγικές (Ευρετικές)

Στηρίζονται στις ιδέες του Polya.

Αν δεν μπορείς να λύσεις ένα πρόβλημα:

1. Λύσε ένα απλούστερο πρόβλημα

Δοκίμασε:

- Συγκεκριμένους αριθμούς

- Ειδικές περιπτώσεις οι οποίες συνεπάγονται στην ελάττωση της πολυπλοκότητας
- Συγκεκριμένες περιπτώσεις

2. Λύσε ένα σχετικό πρόβλημα

- Μείωσε τις προϋποθέσεις με σκοπό τη γενίκευση του προβλήματος

3. Λύσε ένα ισοδύναμο πρόβλημα

Ένας συνήθης τρόπος δημιουργίας ισοδυνάμου προβλήματος είναι:

- Επαναδιατύπωση του προβλήματος, με:
- Αλλαγή 'οπτικής γωνίας'
- Χρήση της εις άτοπον απαγωγής ή της αντιθετοαντιστροφής
- "Έστω ότι το πρόβλημα έχει λυθεί…'

4. Λύσε ένα ανάλογο πρόβλημα

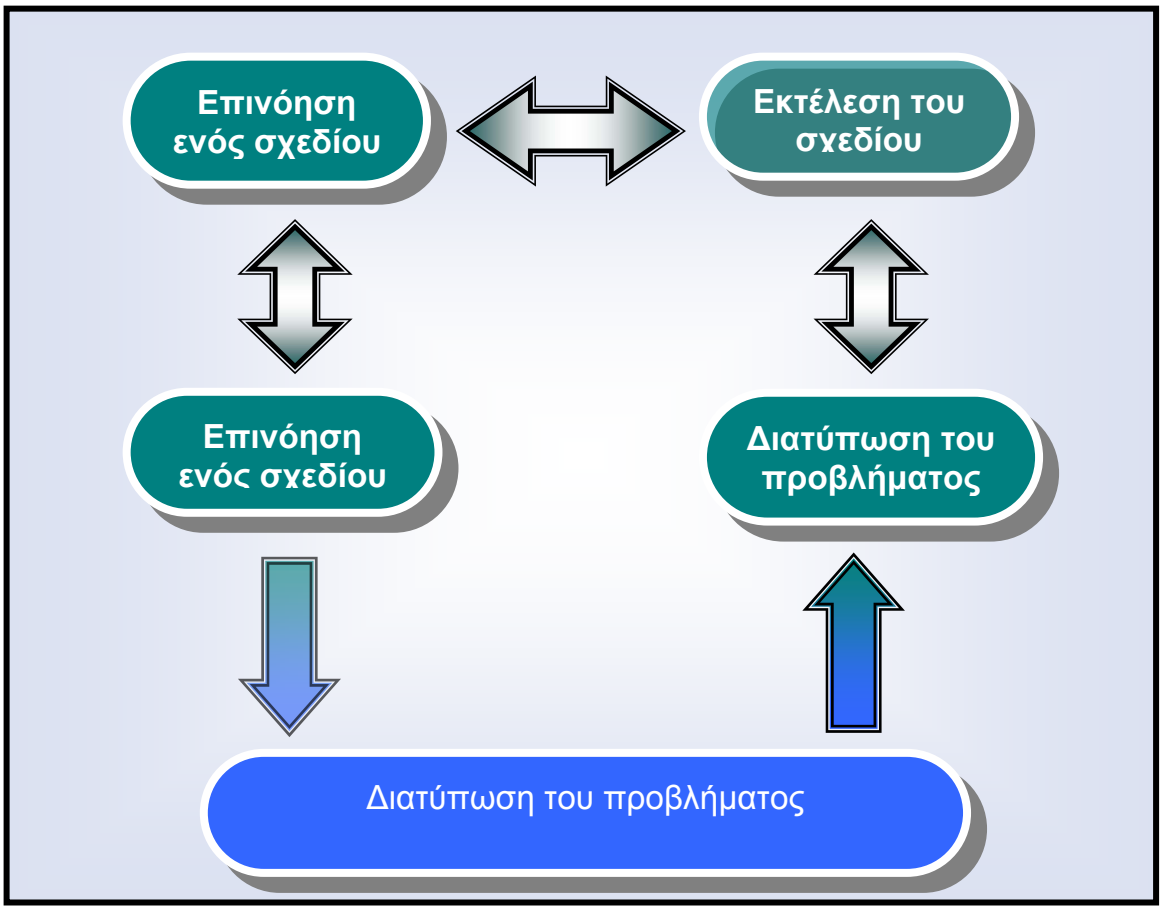
- Αντιστοιχία συγκεκριμένων συνθηκών

5. Κάνε ένα σχήμα

- Σχεδίασε ένα γράφημα, μια γραφική παράσταση, ένα διάγραμμα κτλ.
- Ακόμα και αν έχεις λύσει ένα πρόβλημα διαφορετικά π.χ. με αλγεβρικό τρόπο, κάνε ένα σχήμα αν αυτό είναι δυνατόν. Θα αποκτήσεις μια καλύτερη κατανόηση του προβλήματος.

Η Λύση Μαθηματικού Προβλήματος ως Διαδικασία

Το ακόλουθο διάγραμμα δείχνει τη δυναμική και 'κυκλική' φύση της Λύσης Προβλήματος, σύμφωνα με τον Wilson (1994).



2.3. Ο ΡΟΛΟΣ ΤΗΣ ΧΕΙΡΟΝΟΜΙΑΣ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ ΚΑΤΑ ΤΗ ΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

Συχνό φαινόμενο αποτελεί, κατά τη συνεργατική επίλυση προβλήματος, το γεγονός ότι όταν οι μαθητές δεν κατανοούν την τυπική μαθηματική γλώσσα στην οποία είναι διατυπωμένο ένα πρόβλημα, να προσπαθούν να κατασκευάσουν μια κοινή ερμηνεία του προκειμένου να το λύσουν και η οποία αλλάζει κατά τη διάρκεια των αλληλεπιδράσεων. Μεταξύ άλλων είναι σημαντικό να εντοπίσουμε τα μεταβατικά γεγονότα τα οποία αναγνωρίζονται με δυσκολία και μπορεί να διαφέρουν, ανάλογα με την προϋπάρχουσα γνώση των συμμετεχόντων, το ενδιαφέρον τους, τη συμμετοχή τους σε δραστηριότητες, τις μεταγνωστικές τους ικανότητες και τα κίνητρα, ενώ όλοι αυτοί οι παράγοντες μπορεί να συμμεταβάλλονται κατά τη διάρκεια της συνεργατικής λύσης - προβλήματος. Εδώ, εξετάζουμε τον ισχυρισμό ότι η χειρονομία επειδή εκφράζει την ποιότητα της εξελισσόμενης κατανόησης του κάθε ατόμου ξεχωριστά, εκτελεί μια επικοινωνιακή λειτουργία σε περιβάλλοντα συνεργατικής λύσης-προβλήματος. Επίσης θα επιχειρήσουμε να αποτιμήσουμε έναν πιο αμφισβητούμενο ισχυρισμό, αυτόν της Goldin-Meadow και των συνεργατών της, ότι μερικές μορφές χειρονομίας επισημαίνουν μεταβατικά γεγονότα κατά την ανάπτυξη της κατανόησης.

Προκειμένου να κατανοήσουμε το ρόλο της χειρονομίας στην κατασκευή μαθηματικής κατανόησης κατά τη συνεργατική μάθηση, θα στηριχθούμε στο άρθρο των Robert a. Reeve και Fiona j. Reynolds (2001). Πιο συγκεκριμένα, οι αναλύσεις θα επικεντρωθούν στον τρόπο με τον οποίο δυο μαθητές γυμνασίου συνεργάζονται για να λύσουν ένα πρόβλημα 'ταχύτητας-χρόνου' και στις προσπάθειές τους να αναπτύξουν έναν τρόπο για να κατανοήσουν κάποιες γραφικές παραστάσεις ταχύτητας - χρόνου. Η δομή της συγκεκριμένης μελέτης αποτελείται από τέσσερα βήματα. Στο πρώτο βήμα, κάνουμε μία θεώρηση των ερευνών που υπάρχουν πάνω στη συνεργατική λύση-προβλήματος με σκοπό να δείξουμε την αιτία που πιστεύουμε πως η χειρονομία είναι ένα σημαντικό στοιχείο των αλληλεπιδράσεων μεταξύ δύο ατόμων κατά την επίλυση ενός προβλήματος. Στη συνέχεια, κάνουμε μία θεώρηση των ερευνών για τη σχέση χειρονομίας-επικοινωνίας και χειρονομίας-μάθησης. Στο τρίτο βήμα, αναλύουμε τα πρωτόκολλα και τα στοιχεία για το γεγονός ότι η χειρονομία δηλώνει επικοινωνιακές δυσκολίες και αλλαγές στην κατανόηση. Και στο τέταρτο καταλήγουμε περιγράφοντας ένα προτεινόμενο πλαίσιο για την περαιτέρω μελέτη του ρόλου της χειρονομίας στη μάθηση γενικότερα.

Όλοι γνωρίζουμε ότι η συνεργασία για την επίλυση προβλημάτων μπορεί να επηρεάσει την κατανόηση του κάθε ατόμου ξεχωριστά. Ωστόσο, οι απόψεις για το πώς και με ποιους τρόπους η συνεργατική επίλυση προβλημάτων επηρεάζει τις αλλαγές στην κατανόηση, γίνονται όλο και πιο αμφιλεγόμενες με την έννοια ότι αντανακλούν διαφορές σε μεταθεωρητικές απόψεις.

Τα τελευταία είκοσι χρόνια, μεγάλο μέρος των ερευνών που έγιναν για τη συνεργασία μεταξύ μαθητών και για τις επιπτώσεις της στη πάνω στη γνωστική ανάπτυξη, έχει γίνει είτε με βάση τη θεωρία του Piaget είτε με βάση τη θεωρία του Vygotsky. Σύμφωνα με τη θεωρία του Piaget η γνωστική ανάπτυξη συμβαίνει όταν οι συμμετέχοντες έχουν διαφορετικές απόψεις ή ικανότητες και εμπλέκονται σε κοινωνικογνωστική σύγκρουση. Μάλιστα, η κοινωνικογνωστική σύγκρουση είναι πιο πιθανό να συμβεί όταν τα παιδιά αλληλεπιδρούν με συνομήλικους, ενώ πρέπει να σημειωθεί πως ορίζεται δύσκολα. Αντίθετα, όσοι ερευνητές βασίζονται στη θεωρία του Vygotsky θεωρούν πως η μεταβολή στην κατανόηση συμβαίνει διότι οι συμμετέχοντες αναπτύσσουν μια κοινή ερμηνεία του νοήματος των προβλημάτων. Ωστόσο, οι έρευνες πάνω στην επίδραση που έχει η συνεργασία μεταξύ δύο ατόμων στη μάθηση δεν μας έχει προσφέρει ισχυρά επιχειρήματα για καμία συγκεκριμένη θεωρία εξαιτίας προβλημάτων μεθοδολογικής φύσεως.

Πρόσφατα, ένας αριθμός από αναπτυξιακούς ψυχολόγους (π.χ. , Fischer & Granott, 1995; Karmiloff-Smith, 1992; Siegler, 1996) χρησιμοποίησαν τις αποκαλούμενες μικρογενετικές μεθόδους για να μελετήσουν το πώς διαφέρει η αλλαγή της κατανόησης από άτομο σε άτομο. Το έργο των Fischer and Granott (1995) παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Στη δραστηριότητα τους μαγνητοσκοπήθηκαν δύο μαθητές κατά τη διάρκεια της συνεργασίας τους (για περίπου τέσσερις ώρες) προσπαθώντας να κατανοήσουν τις λειτουργίες ενός ηλεκτρονικού παιχνιδιού-ρομπότ. Στόχος των συγγραφέων ήταν να αναλύσουν τον τρόπο με τον οποίο οι μαθητές ανέπτυξαν μια αντίληψη για το μηχάνημα, αλλά και να αναλύσουν τη γλώσσα που χρησιμοποίησαν οι μαθητές για να περιγράψουν τις ενέργειές τους.

Τα συμπεράσματα τα οποία διεξήχθησαν από τις αναλύσεις τους είναι τα εξής: Πρώτον, υπάρχει διαφορά μεταξύ των δεξιοτήτων ανάλογα με το αν επικοινωνούσαν μεταξύ τους ή προσπαθούσαν να κατανοήσουν τις λειτουργίες του ρομπότ. Δεύτερον, Οι αρχικές προσπάθειες κατανόησης και επικοινωνίας φάνηκε να βασίζονται στις χειρονομίες (δεν σχολιάζουν όμως πάνω σε αυτό). Τρίτον, η κατανόηση της ομάδας για τις λειτουργίες του ρομπότ άλλαξε κατά τη διάρκεια των αλληλεπιδράσεων από ένα

επίπεδο-ενεργειών (κατά ένα μεγάλο μέρος χειρονομιακό) σε ένα επίπεδο-αναπαραστάσεων.

Ο ΡΟΛΟΣ ΤΗΣ ΧΕΙΡΟΝΟΜΙΑΣ ΣΤΗ ΣΥΝΕΡΓΑΤΙΚΗ ΛΥΣΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Η χειρονομία θεωρείται ότι είναι μια έμφυτη πλευρά της επικοινωνίας που φαίνεται να είναι παρούσα από τη γέννηση. Οι ενδείξεις λένε ότι η χειρονομία είναι ένας σημαντικός πρόδρομος του προφορικού λόγου, με δύο τουλάχιστον λειτουργίες: πρώτον τη λειτουργία της επίτευξης και διατήρησης της κοινής προσοχής και δεύτερον τη λειτουργία της επικοινωνίας με συμβολικό τρόπο. Όμως πια η σημασία της χειρονομίας από τη στιγμή που το άτομο έχει κατακτήσει τον προφορικό λόγο και πέρα; Το 1970 ο Kendon εισηγήθηκε ότι υπάρχει μια ουσιαστική σύμπνοια μεταξύ χειρονομίας και λόγου (Kendon, 1972, 1980). Ο Kendon ισχυρίστηκε ότι η σύνδεση μεταξύ χειρονομίας και γλώσσας βρίσκεται σε μια συνεχή περιοχή που εκτείνεται από τις αυθόρμητες χειρονομίες μέσω εμβλημάτων (V ως σήμα θριάμβου, σταυρωμένα δάκτυλα κλπ) και την παντομίμα έως τις τυπικές γλώσσες όπως είναι η Αμερικανική νοηματική γλώσσα.

Η φύση της αυθόρμητης χρήσης των χειρονομιών στο λόγο και η σχέση της με αυτόν έχει περαιτέρω ερευνηθεί από το McNeill (1985, 1992) μέσα στα πλαίσια του αφηγηματικού λόγου. Ο McNeill πρότεινε την κατηγοριοποίηση των αυθόρμητων χειρονομιών σε πέντε επίπεδα, με το καθένα να παίζει διαφορετικό ρόλο στην ομιλία. Πρώτον, οι εικονικές χειρονομίες αναπαριστούν την ίδια ενέργεια στην οποία αναφέρεται ο λόγος. Δεύτερον, μεταφορικές χειρονομίες, π.χ. εικονικές, οι οποίες όμως είναι επεξηγηματικές, και δεν αναπαριστούν ένα συγκεκριμένο αντικείμενο αλλά μια αφηρημένη έννοια. Τρίτον, διάφοροι χτύποι, οι οποίοι τυπικά είναι χτυπηματάκια με τα δάκτυλα ή τα χέρια και χρησιμεύουν ως δείχτες στη συνομιλία και εμφανίζονται με την εισαγωγή σε νέα θέματα, πληροφορίες και δομές. Τέταρτον, χειρονομίες που δηλώνουν συνένωση και χρησιμοποιούνται για να συνδέσουν συσχετιζόμενα τμήματα της ομιλίας τα οποία ήταν προσωρινά διαχωρισμένα. Τέλος, οι δεικτικές χειρονομίες ή το δείξιμο, οι οποίες χρησιμοποιούνται για να επισημάνουν τόσο απτά γεγονότα και αντικείμενα όσο και αφηρημένες έννοιες.

Η χειρονομία επίσης φαίνεται να εμπλέκεται και στον τρόπο με τον οποίο αναπτύσσεται η αντίληψή μας για τον κόσμο. Η κλασσική θέση του Piaget είναι ότι η κατανόηση του κόσμου βασίζεται στις ενέργειες. Είναι πιθανό η χειρονομία, ως ενέργεια πάνω στον κόσμο, να είναι κεντρικής σημασίας για τη γνωστική ανάπτυξη

(εσωτερικευόμενη με τη διαδικασία της αναστοχαστικής αφαίρεσης). Για την Steffe και τους συνεργάτες της, οι χειρονομίες που χρησιμοποιούνται από τους μαθητές κατά τη διαδικασία της κατάκτησης της μαθηματικής κατανόησης, έχουν τουλάχιστον τρεις λειτουργίες οι οποίες βοηθούν τους ίδιους τους μαθητές: (1) στην καταγραφή των αντικειμένων κατά τη διάρκεια της καταμέτρησης και στον καταμερισμό των δραστηριοτήτων, (2) στην αναπαράσταση μετρήσιμων αντικειμένων και (3) στην αναπαράσταση μιας αφηρημένης μαθηματικής οντότητας. Επιπλέον, η Steffe (1988) παρατήρησε ότι:

> *Ένας ενήλικας μπορεί να κατανοήσει τα μαθηματικά των μαθητών μόνο ερμηνεύοντας τη γλώσσα και τις ενέργειές τους.(σελ. 137).*

Η ερμηνεία της γλώσσας και των χειρονομιών των παιδιών, έχει εξεταστεί ευρύτερα σε σχέση με την επίδοσή τους στην επίλυση προβλημάτων. Σε μια δημοφιλή σειρά μελετών για τις λύσεις και τις επεξηγήσεις που έδιναν οι μαθητές σε προβλήματα με μαθηματικές ισοδυναμίες, η Goldin-Meadow και οι συνεργάτες της παρατήρησαν ότι οι μαθητές που βρίσκονταν στη διαδικασία της κατάκτησης μιας νέας έννοιας μερικές φορές έκαναν χειρονομίες όταν επεξηγούσαν τον τρόπο με τον οποίο την κατανοούσαν. Είχε σημειωθεί ότι οι προφορικές επεξηγήσεις των μαθητών ήταν συχνά λάθος ενώ οι χειρονομίες τους υποδήλωναν μια διαφορετική, μερικές φορές πιο πλήρη, εννοιολογική κατανόηση («ασυμφωνία χειρονομίας-λόγου»). Η Goldin-Meadow και οι συνεργάτες της εισηγήθηκαν ότι η γνωστική ασυμφωνία όπως παρατηρείται μέσω της ασυμφωνίας χειρονομίας-λόγου, είναι μια ένδειξη επικείμενης εννοιολογικής αλλαγής.

Η επιρροή της ασυμφωνίας χειρονομίας–λόγου σε αποδέκτες, εξερευνήθηκε ευρύτερα σε μια σειρά μελετών όπου ενήλικες (δάσκαλοι και μη δάσκαλοι) και μαθητές παρακολούθησαν σε βίντεο σύντομα στιγμιότυπα μαθητών που έλυναν προβλήματα και παρουσίαζαν άλλοτε συμφωνία και άλλοτε ασυμφωνία χειρονομίας-λόγου. Η Goldin-Meadow και οι συνεργάτες της ισχυρίστηκαν ότι τα αποτελέσματα αυτών των μελετών αποδεικνύουν ότι όταν ένας μαθητής παρουσιάζει ασυμφωνία χειρονομίας-λόγου, τότε επηρεάζεται πράγματι ο τρόπος με τον οποίο, τόσο οι ενήλικες (είτε έχουν είτε όχι διδακτική εμπειρία) όσο και οι μαθητές, ερμηνεύουν την εννοιολογική του κατανόηση.

Τρεις μελέτες που έγιναν από τους Roschelle (1992), Roschelle και Clancey (1992), και Moschkovich (1996) ασχολήθηκαν με καταστάσεις συνεργατικής μάθησης

όπου οι συμμετέχοντες είναι συνομήλικοι και χρησιμοποιούν παραδείγματα που παράγονται από ένα λογισμικό. Η Moschkovich (1996) έδωσε στους μαθητές μια εξίσωση και το γράφημά της και τους ζητήθηκε να προβλέψουν την επίπτωση που θα είχε η αλλαγή της εξίσωσης στο γράφημα. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, οι χειρονομίες ήταν ένα αναπόσπαστο μέρος των περιγραφών των γραφημάτων από τους μαθητές και η γλώσσα τους θα ερμηνευόταν διαφορετικά χωρίς τη βιντεοταινία ως πηγή δεδομένων.

Ο Roschelle (1992) ανέφερε τη διερεύνηση που έκαναν δυο μαθητές που συμμετείχαν στην ανακαλυπτική μάθηση της ταχύτητας και της επιτάχυνσης χρησιμοποιώντας έναν μικρόκοσμο σε περιβάλλον υπολογιστή. Εισηγήθηκε ότι οι χειρονομίες σε αυτό το συνεργατικό περιβάλλον συμπλήρωναν τις αδυναμίες της γλώσσας των μαθητών και μπορούσε να τις κατανοήσει ξεκάθαρα ο ερευνητής. Έτσι, ο συνδυασμός λόγου και χειρονομίας είχε σαν αποτέλεσμα να σχηματίσουν αυτοί οι μαθητές μια έννοια για την επιτάχυνση παρόμοια με αυτήν που κατέχει ένας φυσικός.

Οι Rochelle and Clancey (1992) μελέτησαν και πάλι την αλληλεπίδραση μεταξύ δύο μαθητών που μάθαιναν την επιτάχυνση χρησιμοποιώντας έναν μικρόκοσμο. Ισχυρίστηκαν ότι η χειρονομία είχε διπλό ρόλο: από τη μια βοηθούσε στο συντονισμό της συζήτησης των μαθητών και στο να τραβάει ο ένας την προσοχή του άλλου σε σημαντικά χαρακτηριστικά αυτών που έβλεπαν στην οθόνη, και από την άλλη βοηθούσε τους μαθητές να κατασκευάσουν μια κοινή κατανόηση για τις έννοιες ταχύτητα και επιτάχυνση.

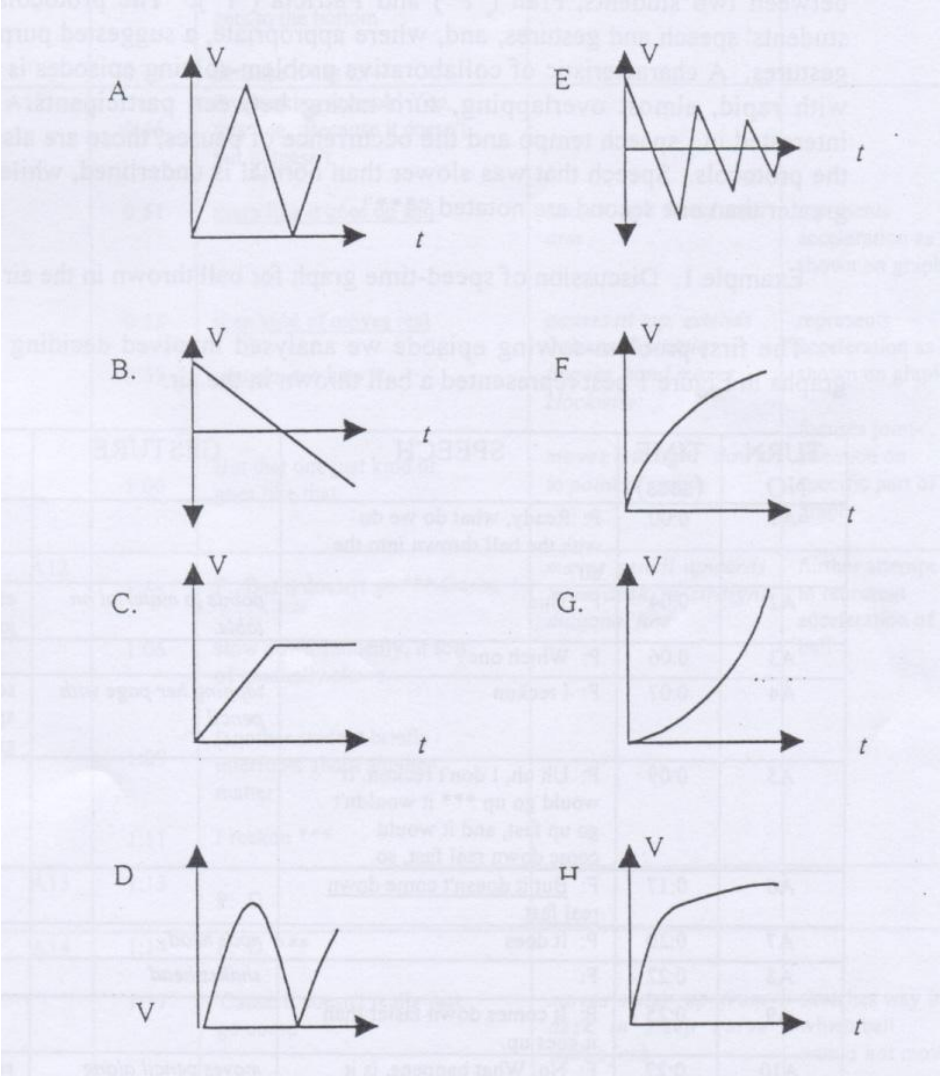
Το ζήτημα είναι ότι ενώ αυτές οι τρεις μελέτες, ιδιαίτερα οι δύο τελευταίες, αποτελούν ένα χρήσιμο ξεκίνημα για την ανάλυση του ρόλου της χειρονομίας στη συνεργατική μάθηση, εν τούτοις δεν κατονομάζουν αρκετά θεωρητικά και μεθοδολογικά ζητήματα που είναι σημαντικά. Πρώτον, δε γίνεται προσπάθεια σύνδεσης της χρήσης της χειρονομίας με τους υποκείμενους μηχανισμούς της εννοιολογικής αλλαγής. Δεύτερον, η περιγραφή των χειρονομιών που κάνουν οι μαθητές δεν έχει μελετηθεί αρκετά και τέλος, περιορίζονται σε καταστάσεις που συνδέονται με εξομοιώσεις μέσω ηλεκτρονικών υπολογιστών.

ΕΡΜΗΝΕΥΟΝΤΑΣ ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ-ΧΡΟΝΟΥ ΜΕ ΧΕΙΡΟΝΟΜΙΕΣ

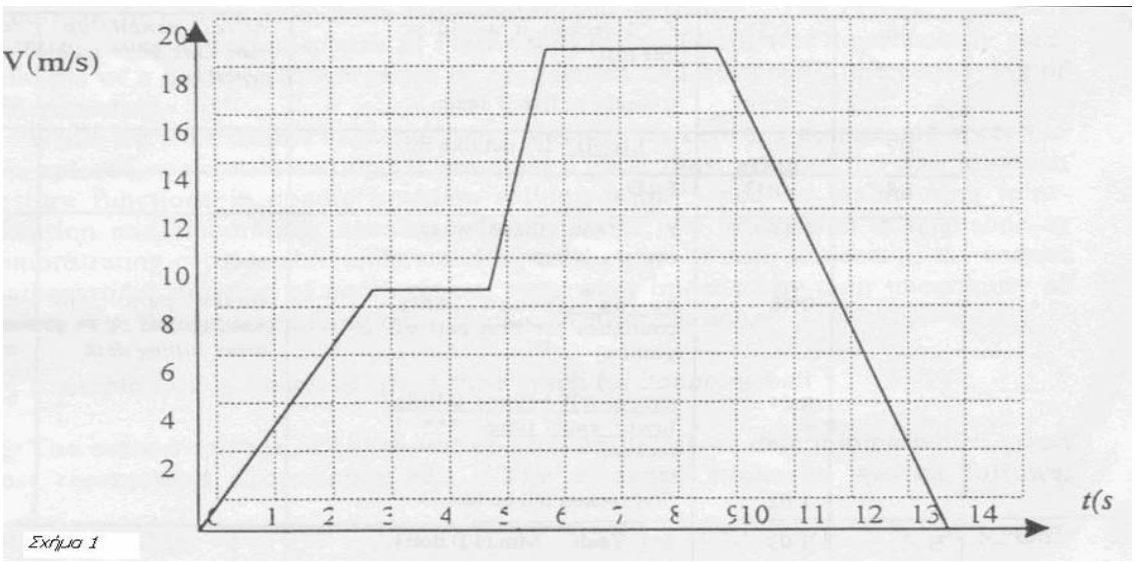
Δεδομένης της σχετικής έλλειψης επιστημονικού έργου για το ρόλο της χειρονομίας στη συνεργατική λύση προβλήματος, μας απασχολούν τρία γενικά ζητήματα. Πρώτον, μας ενδιαφέρει αν η χειρονομία ενισχύει τη γνώση και πιο συγκεκριμένα, σε ποιο βαθμό μετατοπίζει την προσοχή σε διαφορετικές πτυχές της δραστηριότητας. Δεύτερον, μας ενδιαφέρει να δούμε σε ποιο βαθμό η χειρονομία ενισχύει το νόημα του προφορικού λόγου. Τρίτον, μας ενδιαφέρει αν οι αλλαγές στο ρυθμό της συνομιλίας συνοδευόμενες από χειρονομίες, δείχνουν κάποια αλλαγή στην κατανόηση της έννοιας.

Για να εξερευνήσουμε το ρόλο της χειρονομίας στην κατασκευή της μαθηματικής κατανόησης σε συνεργατικό περιβάλλον, χρησιμοποιήσαμε τη γραφική παράσταση της ταχύτητα σε συνάρτηση με το χρόνο. Η δασκάλα συζήτησε το θέμα της μεταφοράς ενός μαθητή στο σχολείο με το σχολικό λεωφορείο, σχεδίασε τη διαδρομή του λεωφορείου, και κατασκεύασε στον πίνακα μια γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου. Επίσης, ζητήθηκε από τους μαθητές να συνεργαστούν ανά δύο. Στην ανάλυσή μας, μελετάμε και παρουσιάζουμε τα πρωτόκολλα τριών σύντομων διαλόγων μεταξύ δύο μαθητριών, της Fran (F) και της Patricia (P). Ένα χαρακτηριστικό των επεισοδίων συνεργατικής επίλυσης προβλήματος είναι η εκφραστική λιτότητα των μαθητριών, με τη μια μαθήτρια να παίρνει το λόγο πριν προλάβει να ολοκληρώσει η άλλη. Στα πρωτόκολλα καταγράφονται επίσης ο ρυθμός της ομιλίας και οι μικρές παύσεις δεδομένου ότι, όπως προαναφέρθηκε, μας ενδιαφέρουν και τα στοιχεία αυτά. Τα τμήματα της ομιλίας στα οποία ο ρυθμός είναι πιο αργός από το κανονικό εμφανίζονται υπογραμμισμένα, ενώ οι παύσεις που διήρκησαν πάνω από ένα δευτερόλεπτο σημειώνονται με ''***''.

Η πρώτη τους δραστηριότητα ήταν να επιλέξουν ποιες από τις γραφικές παραστάσεις ταχύτητας-χρόνου ταιριάζουν καλύτερα σε πέντε διαφορετικές καταστάσεις. Πιο συγκεκριμένα, οι γραφικές παραστάσεις περιγράφουν την πορεία μιας μπάλας που πετάχτηκε κατακόρυφα προς τα πάνω.



Η δεύτερη δραστηριότητα ήταν να περιγράψουν τη διαδρομή ενός σχολικού λεωφορείου που εκτελεί το πρωινό του δρομολόγιο έχοντας στη διάθεσή τους τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του λεωφορείου σε συνάρτηση με το χρόνο.



Σχήμα 1

Παράδειγμα 1: Συζήτηση για το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου μιας μπάλας που πετάχτηκε στον αέρα

Στο πρώτο επεισόδιο λύσης-προβλήματος που αναλύσαμε, οι μαθητές αποφασίζουν ποιο από τα διαγράμματα του σχήματος 1 αντιπροσωπεύει καλύτερα μια μπάλα που πετάχτηκε στον αέρα. Παρακάτω, παραθέτουμε ένα απόσπασμα της συνομιλίας τους.

α/α	ΧΡΟΝΟΣ (δευτερόλεπτα)	ΟΜΙΛΙΑ	ΧΕΙΡΟΝΟΜΙΑ	ΣΚΟΠΟΣ
Α1	0:00	Ρ: Έτοιμη, τι κάνουμε με τη μπάλα που πετάχτηκε στον αέρα;		
Α2	0:04	F: Αυτό	Δείχνει στο σχήμα	εγκαθιστά την κοινή προσοχή .
Α3	0:06	Ρ: Ποιο;		
Α4	0:07	F: Προσπαθώ να εκτιμήσω	χτυπώντας τη σελίδα της με το μολύβι.	Προσπαθεί να επιλέξει κατάλληλα διαγράμματα.
Α10	0:27	F: Όχι. Αυτό που συμβαίνει είναι ότι πηγαίνει πολύ γρήγορα	μετακινεί το μολύβι κατά μήκος του θρανίου.	Αναπαριστά την επιτάχυνση της μπάλας που πετάχτηκε στον αέρα.
	0:29	και μετά επιβραδύνει όταν φτάσει στην κορυφή και έρχεται *** έρχεται κατακόρυφα προς τα πάνω και μετά επιβραδύνει	επαναλαμβάνει την πρώτη χειρονομία	Αναπαριστά την επιτάχυνση της μπάλας που πετάχτηκε στον αέρα.
Α10	0:37	και σταματάει όταν	χέρι και μολύβι	Αναπαριστά την

α/α	ΧΡΟΝΟΣ (δευτερόλεπτα)	ΟΜΙΛΙΑ	ΧΕΙΡΟΝΟΜΙΑ	ΣΚΟΠΟΣ
		αναστρέφεται η πορεία της. Και μετά έρχεται πάλι προς τα πάνω	κινούνται προς τα πάνω μέσα στον αέρα	επιτάχυνση της μπάλας που πετάχτηκε στον αέρα.
	0:40	πηγαίνει προς τα κάτω αρκετά γρήγορα και μετά επιβραδύνει όταν φτάσει στο κατώτερο σημείο	χέρι και μολύβι περιγράφουν μία καμπύλη	σχεδιάζει το δεύτερο μισό μιας παραβολής.

Εντοπίσαμε αρκετά παραδείγματα χειρονομιών που χρησιμοποιήθηκαν για να διατηρήσουν την κοινή προσοχή στο πρόβλημα. Για παράδειγμα, στο Α2 η Fran εστιάζει την προσοχή της ομάδας σε ένα συγκεκριμένο διάγραμμα και μετά στο Α4 μετατοπίζει την προσοχή σε άλλο διάγραμμα. Επίσης, υπήρξε εκτεταμένη χρήση χειρονομιών που λειτουργούσε ως ενίσχυση του λόγου τους. Οι τέσσερις χειρονομίες της Fran στο Α10 ήταν ιδιαίτερα ενδιαφέρουσες. Αυτό που φάνηκε να κάνει η Fran ήταν να αναπτύσσει μια έννοια της επιτάχυνσης της μπάλας μέχρι να φτάσει στη μέγιστη ταχύτητα. Όντως, οι χειρονομίες της φάνηκαν να περιγράφουν τη σωστή μαθηματική συνάρτηση.

Το επεισόδιο αυτό ήταν επίσης αξιοσημείωτο γιατί είχαμε την εμφάνιση αργής ομιλίας και παύσεων σε συνδυασμό με αναπαραστασιακές χειρονομίες. Η συνύπαρξη χειρονομιών, παύσεων και αργής ομιλίας όταν πήρε το λόγο η Fran (στο Α10) ήταν ένα ιδιαίτερα ξεκάθαρο παράδειγμα της πιθανής σύγκλισης πραγματικότητας και χειρονομιών για τη μεταβίβαση της κατανόησης.

Ενώ δεν καταφέραμε να προσδιορίσουμε κάποια ασυμφωνία χειρονομίας-λόγου σε αυτό το επεισόδιο, θεωρήσαμε ότι επεξηγήθηκε καλά ο τρόπος με τον οποίο λειτουργεί η χειρονομία κατά τη λύση προβλήματος από ομάδες των δύο ατόμων σε ότι αφορά τη διατήρηση της κοινής προσοχής και την ανάπτυξη του νοήματος. Ειδικότερα, θεωρήσαμε ότι αυτό το επεισόδιο επέδειξε μια αξιοσημείωτη κατανόηση από την πλευρά των δύο μαθητριών ως προς τη σωστή μαθηματική συνάρτηση της επιτάχυνσης, η οποία κατά κάποιο τρόπο εμποδίστηκε από την αβεβαιότητά τους για το πώς αυτή η κατανόηση μεταφράζεται σε γραφική παράσταση.

Παράδειγμα 2: Συζήτηση του διαγράμματος που αναπαριστά τη «διαδρομή του λεωφορείου»

α/α	ΧΡΟΝΟΣ (δευτερόλεπτα)	ΟΜΙΛΙΑ	ΧΕΙΡΟΝΟΜΙΑ	ΣΚΟΠΟΣ
Γ21	3:05	Ρ:***Δεν πίστευα ότι τα σχολικά λεωφορεία θα πήγαιναν τόσο γρήγορα	*το χέρι σφίγγεται σε γροθιά και μετά χαλαρώνει*	αβεβαιότητα: επανεστιάζει την κοινή προσοχή
Γ27	3:36	Ρ: Ωχ, όχι, κοίτα. Αυτό είναι χρόνος σε δευτερόλεπτα ***	*δείχνει τον άξονα χ*	κοινή προσοχή σε συγκεκριμένο τμήμα του γραφήματος
	3:42	Άρα πηγαίνει με 60 μόνο για 2 δευτερόλεπτα. Άρα αυτή είναι μία πολύ μικρή διαδρομή ***		

Στο σημείο αυτό παρατηρούμε πως η Patricia φαίνεται να έρχεται αντιμέτωπη με μία αντίφαση ανάμεσα στην ταχύτητα που περίμενε να έχει ένα σχολικό λεωφορείο και στην ταχύτητα που απεικονιζόταν στο γράφημα. Με τη χειρονομία της στο Γ21 ερμηνεύσαμε ότι ήθελε να τραβήξει την προσοχή της Fran σε αυτή την αβεβαιότητα. Τελικά, στο Γ27 τόνισε αυτή την αβεβαιότητα δείχνοντας την κλίμακα του άξονα χ.

Επιπλέον, αυτό το επεισόδιο διαφέρει από το προηγούμενο γιατί, αν και παρατηρήθηκαν παύσεις κατά τη διάρκεια της συνομιλίας, πολλές από αυτές δεν έγιναν από την ανάγκη να επικοινωνήσουν μεταξύ τους οι δύο μαθήτριες, αλλά για άλλους λόγους, όπως π.χ. για να γράψουν κάτι, για να βάλουν στην άκρη τους υπολογιστές τσέπης και για να χασμουρηθούν. Μόνο προς το τέλος του επεισοδίου, όταν η Patricia άρχισε να συνειδητοποιεί τη σύγκρουση ανάμεσα στη δική της ερμηνεία και στο

γράφημα, υπήρξε συνύπαρξη αργής ομιλίας, παύσεων και περιγραφικών χειρονομιών. Υποστηρίζουμε ότι οι ενέργειες της Patricia στο Γ21 και στο Γ27 μπορεί να υποδεικνύουν πρώτον ότι αντιλήφθηκε ξαφνικά μια αντιφατική κατάσταση και δεύτερον μια πιθανή αιτία που την προκάλεσε. Επειδή το μάθημα έφτανε στο τέλος του, αυτή η αντίφαση δεν εξετάστηκε.

Η ανάλυσή μας πάνω στα τρία συγκεκριμένα πρωτόκολλα μας δίνει κάποια στοιχεία για να απαντήσουμε τις τρεις ερωτήσεις μας. Πρώτον, στο ερώτημα εάν η χειρονομία μετατοπίζει την προσοχή, η απάντηση είναι πως είναι ξεκάθαρο ότι η χειρονομία χρησιμοποιείται κατά την επίλυση προβλημάτων από ομάδες των δύο ατόμων, για τη διατήρηση και την επανεστίαση της κοινής προσοχής σε διάφορες πτυχές των προβλημάτων. Στο ερώτημα για το εάν ενισχύει τον προφορικό λόγο, είναι φανερό ότι η χειρονομία παρέχει ένα επεξηγηματικό πλαίσιο χωρίς το οποίο τα λόγια των δυο μαθητών θα ήταν δύσκολο να ερμηνευτούν. Τέλος, σχετικά με το εάν συνοδευόμενη από αλλαγές του ρυθμού συνομιλίας ή παύσεις σηματοδοτεί μεταβατικά στάδια στην κατανόηση, φαίνεται να υπάρχουν κάποια στοιχεία που υποστηρίζουν τον ισχυρισμό μας ότι η εμφάνιση χειρονομίας, αργής ομιλίας και παύσεων σχετίζεται με την ύπαρξη κάποιου στοιχείου γνωστικής αβεβαιότητας.

2.4. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ ΚΑΙ Η ΕΠΙΡΡΟΗ ΤΟΥΣ ΣΤΗ ΜΑΘΗΣΗ

Στο κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε με τις αλληλεπιδράσεις οι οποίες έλαβαν χώρα σε μαθήματα μαθηματικών μεταξύ των συμμετεχόντων στις διάφορες σχολικές τάξεις. Ο σκοπός εδώ είναι να προσπαθήσουμε να καταλάβουμε ποιες πλευρές αυτών των αλληλεπιδράσεων αυξάνουν τη μάθηση και την κατανόηση και για το λόγο αυτό, στα επόμενα θα στηριχθούμε στο άρθρο των DEREK HOLTON AND GILL THOMAS (2001).

Υπάρχουν τρεις τύποι αλληλεπιδράσεων μεταξύ των συμμετεχόντων της τάξης σε τέσσερα μαθήματα μαθηματικών

- ✓ **δάσκαλος - τάξη**
- ✓ **δάσκαλος - ομάδα**
- ✓ **μαθητής - μαθητής**

Στην έρευνα αυτή έγινε μία ποιοτική ανάλυση όλων αυτών των τύπων αλληλεπίδρασης καθώς και μία ποσοτική ανάλυση κάποιων πλευρών των αλληλεπιδράσεων μαθητή-μαθητή. Ο σκοπός αυτών των αναλύσεων είναι να καταλάβουμε πώς η μάθηση των μαθηματικών και η κατανόηση μπορούν να λάβουν χώρα μέσω συζήτησης και πώς αυτό μπορεί να επηρεαστεί από την εργασία και άλλες μεταβλητές της τάξης.

Αρχικά, εισάγεται ο όρος scaffolding καθώς και ένα πλήθος ερωτημάτων. Τι εννοούμε με τον όρο αυτό, παρέχεται από το δάσκαλο ή μπορεί να παραχθεί και από έναν συμμαθητή, υπάρχει αμοιβαίο scaffolding, πρέπει να είναι εσκεμμένο ή μπορεί να είναι και απροσχεδίαστο;

Στη συνέχεια εξετάζουμε τη μάθηση και αν μπορεί ή όχι να βοηθηθεί από τη συζήτηση μέσα στις αλληλεπιδράσεις της ομάδας.

ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΜΑΘΗΤΗ – ΜΑΘΗΤΗ

Το ενδιαφέρον για τη μάθηση που βασίζεται στους μαθητές έχει προκύψει από έρευνα η οποία έχει καθιερώσει ότι τα παιδιά μπορεί να έχουν μια ισχυρή επιρροή το ένα στη διανοητική ανάπτυξη του άλλου (Damon, 1984).

Ο Piaget έκανε πολλές αναφορές στη συνεργασία μεταξύ των παιδιών, ιδιαιτέρως με τη θεωρία του της κοινωνικο-γνωστικής σύγκρουσης. Στην Πιαζετιανή θεωρία, η αλληλεπίδραση των συμμαθητών δουλεύει ως ένα ερέθισμα για αλλαγή αλλά δεν παρέχει την ουσία της αλλαγής. Ο Piaget πίστευε ότι το ανισόρροπο αποτέλεσμα της ανατροφοδότησης από τους συμμαθητές εισάγει μια διαδικασία δια-νοητικής ανακατασκευής στο παιδί. Όταν αυτή η διαδικασία έχει αρχίσει, αναλαμβάνεται από το άτομο η κύρια εργασία διαμόρφωσης νέας γνώσης και αυτές καθαυτές οι ιδέες εξακολουθούν να είναι το προϊόν των εσωτερικών διαδικασιών του παιδιού (Damon, 1984). Η παραπάνω θεωρία βοηθά ιδιαίτερα στην εξήγηση καταστάσεων στις οποίες η σύγκρουση εκδηλώνεται εμφανώς.

Όσον αφορά το Vygotsky, θεωρούσε τη σκέψη προϊόν της επικοινωνίας – συζήτησης. Εστίασε στην άποψη «η συζήτηση ως μέσο για από κοινού γνώση και εν δυνάμει μετασχηματισμένη κατανόηση» (Mercer, 1994, p. 95). Στη Βιγκοτσκιανή θεωρία, η ανατροφοδότηση από τους συμμαθητές, όχι μόνο εισάγει αλλαγή, αλλά επίσης σχηματίζει τη φύση αλλαγής αυτής καθαυτής (Damon, 1984). Σύμφωνα με αυτήν την άποψη, τα παιδιά έρχονται σε επαφή με νέα μοτίβα σκέψης όταν εμπλέκονται σε

διάλογο με τους συμμαθητές τους. Αυτό συμβαίνει διότι ο διάλογος με τους συμμαθητές είναι εκ φύσεως μία συνεργατική ανταλλαγή ιδεών μεταξύ ίσων και γι' αυτό μιμείται κάποια κριτικά χαρακτηριστικά της λογικής σκέψης.

Ο Damon από την άλλη, βλέπει τους συμμαθητές ως μια αποτελεσματική πηγή γνωστικής σύγκρουσης. Η χρήση κοινού λεξιλογίου από τους συμμαθητές έχει ως αποτέλεσμα τα παιδιά μερικές φορές να καταλαβαίνουν καλύτερα τις εξηγήσεις των συμμαθητών τους παρά του δασκάλου (Holton, Anderson & Thomas 1997, p. 45). Επιπλέον, τα παιδιά τείνουν να παίρνουν σοβαρά την ανατροφοδότηση ενός άλλου παιδιού και κινητοποιούνται να συμβιβάσουν αντιπαραθέσεις παρότι αυτό φαίνεται να εξαρτάται από τη βεβαιότητα με την οποία τίθενται οι αντίθετες απόψεις (Tudge, 1990). Τέλος, τα παιδιά τείνουν να μιλούν ευθέως και ανοικτά το ένα στο άλλο ενώ, οι πληροφοριακές συζητήσεις με άλλα παιδιά είναι συνήθως λιγότερο συναισθηματικά απειλητικές απ' ότι η διορθωτική ανατροφοδότηση από έναν ενήλικα.

Υπάρχει όμως και μία σειρά από μελέτες οι οποίες συμπεραίνουν ότι η μάθηση προωθείται από την ενεργή αλληλεπίδρασή των μαθητών. Ο Webb (1989) υποστηρίζει ότι η παροχή λεπτομερών εξηγήσεων από τα παιδιά είναι θετικά συσχετισμένη με την ατομική τους επίδοση. Οι Russell και Kelley (1991) βρήκαν ότι η απαίτηση από τους μαθητές να εξηγούν πλευρές της εργασίας τους οδηγεί σε αυξανόμενη κατανόηση του υλικού του μαθήματος. Ενώ, οι Chi, Bassok, Lewis, Reimann & Glasser, (1989) Chi, de Leeuw, Chiu & La Vancher, (1994) θεωρούν πως η επιτυχής λύση προβλήματος είναι θετικά συσχετισμένη με την αυτοεξήγηση. Φαίνεται, πως η παραγωγή εξηγήσεων προάγει αυτή τη διαδικασία ενσωμάτωσης νέας πληροφορίας στην ήδη υπάρχουσα γνώση.

ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΔΑΣΚΑΛΟΥ-ΜΑΘΗΤΗ

Ο Vygotsky (1962) ονόμασε τη διαφορά ανάμεσα σε αυτό το οποίο ένα παιδί είναι ικανό να επιτύχει από μόνο του και σε αυτό που μπορεί να επιτύχει με τη συνεργασία με άλλους ή με ενήλικες, δηλαδή την εν δυνάμει ανάπτυξη του παιδιού *ζώνη επικείμενης ανάπτυξης (ZPD).* Η ζώνης της επικείμενης ανάπτυξης παρείχε τα θεμέλια για την έννοια του *scaffolding* η οποία εισήχθη από τους Wood, Bruner και Ross (1976). Αυτός όμως που την περιγράφει λεπτομερέστατα είναι ο Greenfield (1984). Συγκεκριμένα, αυτό που πρέπει να μαθευτεί το παρομοιάζει με κτήριο ενώ το μαθητή με

τον εργάτη. Επομένως, το scaffold (σκαλωσιά) περιγράφει τον ιδανικό ρόλο του δασκάλου.

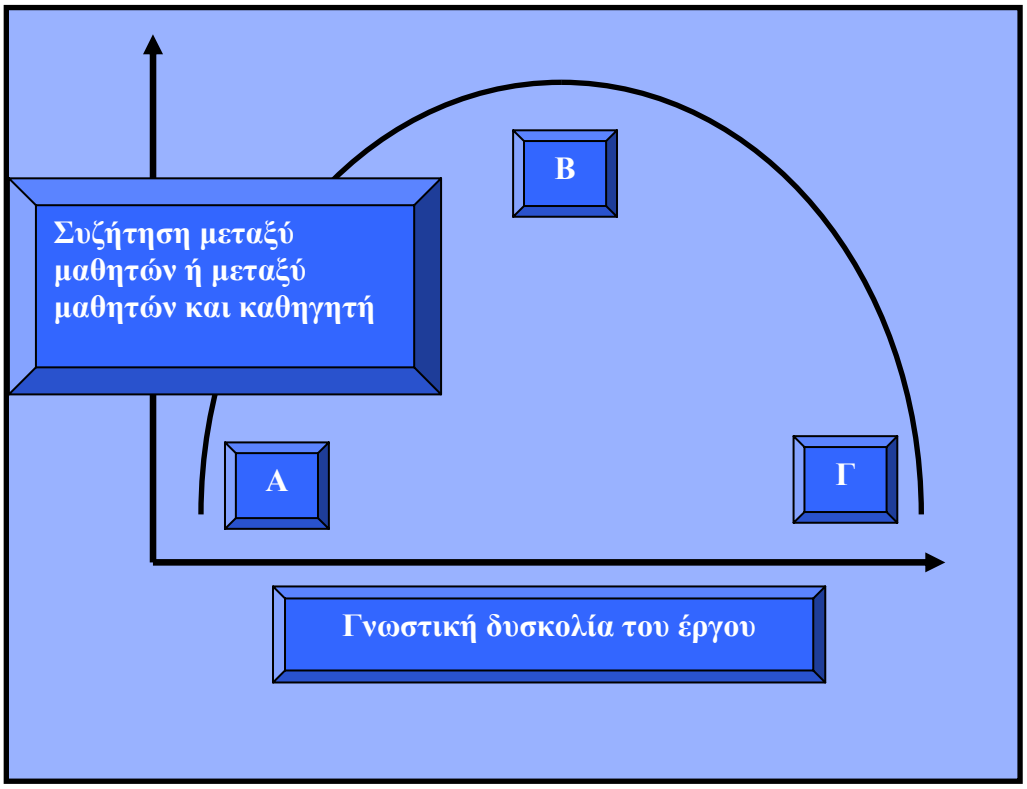
Το Scaffolding είναι μία έννοια, με την οποία ορίζεται η καθοδήγηση και η αλληλεπιδραστική υποστήριξη που δίνεται από το δάσκαλο στο πλαίσιο της ZPD (Smith, 1992, p.20). Κατά τη διάρκεια της ανάπτυξής του οι πιο κοινές αλληλεπιδράσεις που χρησιμοποιούνται είναι η εστίαση στα κενά του μαθητή, η επέκταση – πρόκληση, η επανεστίαση – ενθάρρυνση αποσαφήνισης, καθώς και η παροχή νέας κατεύθυνσης – νέων πληροφοριών (Cambourne, 1988).

Εκτός από την έννοια του scaffolding μία άλλη το ίδιο σημαντική έννοια είναι αυτή της *μεταγνώσης*. Βασικά η μεταγνώση είναι 'σκέψη για τη δική σου σκέψη'. Σύμφωνα με τον Schoenfeld (1987), η μεταγνώση περιλαμβάνει τις τρεις περιοχές (α) της αυτορρύθμισης, ή παρακολούθησης και ελέγχου· (β) τη γνώση των δικών μας διαδικασιών σκέψης· και (γ) τις πεποιθήσεις και διαισθήσεις. Θα δείξουμε μια σύνδεση μεταξύ της μεταγνώσης και του scaffolding.

Ο Scoenfeld (1992) υπογραμμίζει την αξία της μεταγνώσης και φαίνεται πως η χρήση της είναι μια σημαντική περιοχή στην οποία διαφέρουν οι αρχάριοι και οι έμπειροι λύτες προβλημάτων. Επιπλέον, θεωρεί πως η πορεία προς τη μεταγνώση για ένα μαθητή πραγματώνεται μέσω του scaffolding. Φαίνεται πως οι δύο αυτές έννοιες είναι στενά συνδεδεμένες. Ουσιαστικά, προτείνεται ότι η μεταγνώση θα μπορούσε να αναφέρεται εν μέρει ως self-scaffolding, γεγονός που αποτελεί και έναν από τους κύριους στόχους της εκπαίδευσης. Οι μαθητές με άλλα λόγια θα πρέπει να μπορούν να αναστοχάζονται κριτικά πάνω στο περιβάλλον τους και στη λειτουργία τους μέσα σ' αυτό. Άλλωστε, όταν ένας δάσκαλος χρησιμοποιεί το scaffolding σε μία κατάσταση τάξης έχει ως σκοπό αρχικά την απομάκρυνση του τρέχοντος εμποδίου (άμεσος λόγος) και επιπλέον, την παγιοποίηση μακροχρόνιας καλής πρακτικής στο παιδί. Συνεπώς, με την επανάληψη το παιδί εσωτερικεύει αυτό το scaffolding και σταδιακά το κάνει μέρος της μεταγνωστικής του ικανότητας.

ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΕΡΓΟΥ-ΜΑΘΗΤΗ

Για να μπορέσει να αντιμετωπιστεί ένα πρόβλημα μέσα στην τάξη απαραίτητη είναι η ύπαρξη ενός έργου, το οποίο πρέπει να ταιριάζει με τη ζώνη της επικείμενης ανάπτυξης του μαθητή. Ένα μοντέλο για τη σχέση μεταξύ της γνωστικής απαίτησης του έργου και της προκύπτουσας συζήτησης μεταξύ συμμαθητών η οποία οδηγεί σε γνωστικό κέρδος είναι και η παρακάτω (Holton & Thomas, 2001).



Η βασική πρόταση εδώ επεξηγείται από τις τρεις περιοχές Α, Β και Γ του παραπάνω γραφήματος. Στην περιοχή Α, το πρόβλημα που τίθεται είναι εύκολο για τα παιδιά, ίσως γιατί έχουν λύσει επιτυχώς πολλά παρόμοια προβλήματα στο παρελθόν. Αποτέλεσμα λοιπόν αυτής της κατάστασης είναι ότι δεν υπάρχει μεγάλη ανάγκη να εμπλακούν σε παραγωγική συζήτηση, η οποία θα τους βοηθήσει να ολοκληρώσουν το έργο.

Στην περιοχή Β, έχουμε ένα ιδανικό πρόβλημα, το οποίο συνεπάγεται μία παραγωγική συζήτηση. Συγκεκριμένα, σε αυτή την περίπτωση η γνωστική απαίτηση του έργου είναι επαρκώς ψηλά ώστε τα παιδιά χρειάζεται να συζητήσουν πως θα προχωρήσουν την ολοκλήρωσή του, αλλά όχι τόσο υψηλά ώστε να είναι πάνω από την ικανότητα τους να κάνουν πρόοδο.

Τέλος, στη περιοχή Γ, παρουσιάζεται η περίπτωση όπου έχουμε ένα πολύ δύσκολο πρόβλημα και συνεπώς υπάρχει αδυναμία παραγωγικής συζήτησης. Στην περίπτωση αυτή η γνωστική απαίτηση του έργου είναι υψηλή. Έτσι, τα παιδιά είναι απίθανο να μιλήσουν το ένα στο άλλο με οποιοδήποτε σημαντικό τρόπο και να παρέχουν scaffolding το ένα στο άλλο μέχρι τη στιγμή που ο ίδιος ο δάσκαλος θα τους δώσει κάποιο κατάλληλο. Ουσιαστικά λοιπόν, αφού οι γνωστικές απαιτήσεις του έργου είναι υψηλές η συζήτηση για γνωστικό κέρδος θα είναι χαμηλή.

ΠΟΣΟΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΩΝ ΜΑΘΗΤΗ – ΜΑΘΗΤΗ

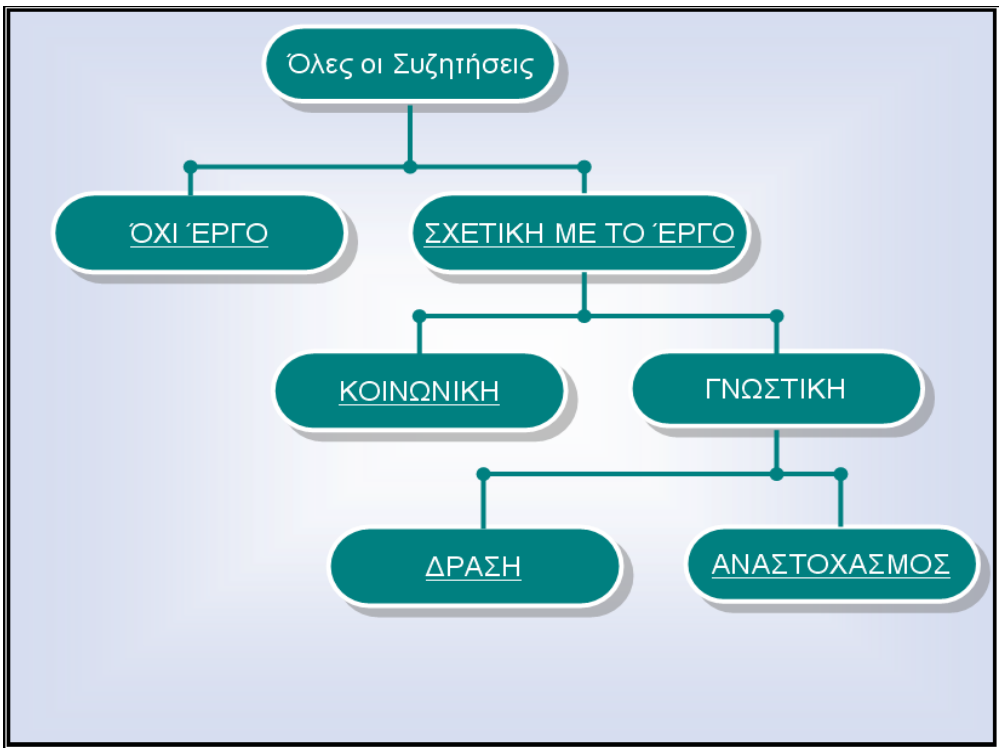
Για να μπορέσουμε να καθορίσουμε το βαθμό που τα παιδιά βοηθούν το ένα το άλλο να μάθει μέσω της συζήτησης τους, αρχικά πρέπει να εξακριβώσουμε τον τύπο συζήτησης στον οποίο εμπλέκονται. Θεωρούμε τα πρωτόκολλα από τέσσερα μαθήματα μαθηματικών.

- Μάθημα 2(19 Οκτωβρίου 1994): Λύση προβλήματος με χρήση τυποποιημένης μορφής.
- Μάθημα 3(18 Νοεμβρίου 1994): Κατασκευές με κανόνα και διαβήτη.
- Μάθημα 4(13 Ιουνίου 1995): Αναλογία και λόγος: γραφήματα ταχύτητας - χρόνου.
- Μάθημα 6(17 Ιουνίου 1996) Αναλογία και λόγος: γραφήματα ταχύτητας – χρόνου.

Το πλαίσιο που χρησιμοποιήθηκε για την ανάλυση των αλληλεπιδράσεων είναι των Bennett & Dunne, 1992 καθώς και του Thomas, 1994. Η συζήτηση ταξινομείται πρώτα ως σχετική ή μη σχετική με το έργο. Η μη σχετική με το έργο αναφέρεται σε δραστηριότητες ή γεγονότα άλλα από το έργο προς διαπραγμάτευση.

Η σχετική με το έργο συζήτηση τότε υποδιαιρείται, ανάλογα με τη σχετικότητά της με τις κοινωνικές ή γνωστικές απαιτήσεις του έργου. Η κοινωνική συζήτηση, συσχετισμένη με τη διαχείριση της ομάδας ή των υλικών, ταξινομήθηκε επιπλέον σύμφωνα με τις υποκατηγορίες που φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα. Μερικές κατηγορίες προέκυψαν αρχικά από την έρευνα του Thomas (1994), ωστόσο άλλες προέκυψαν εμπειρικά, καθώς το πλαίσιο εφαρμόσθηκε στα τρέχοντα δεδομένα του προγράμματος μάθησης.

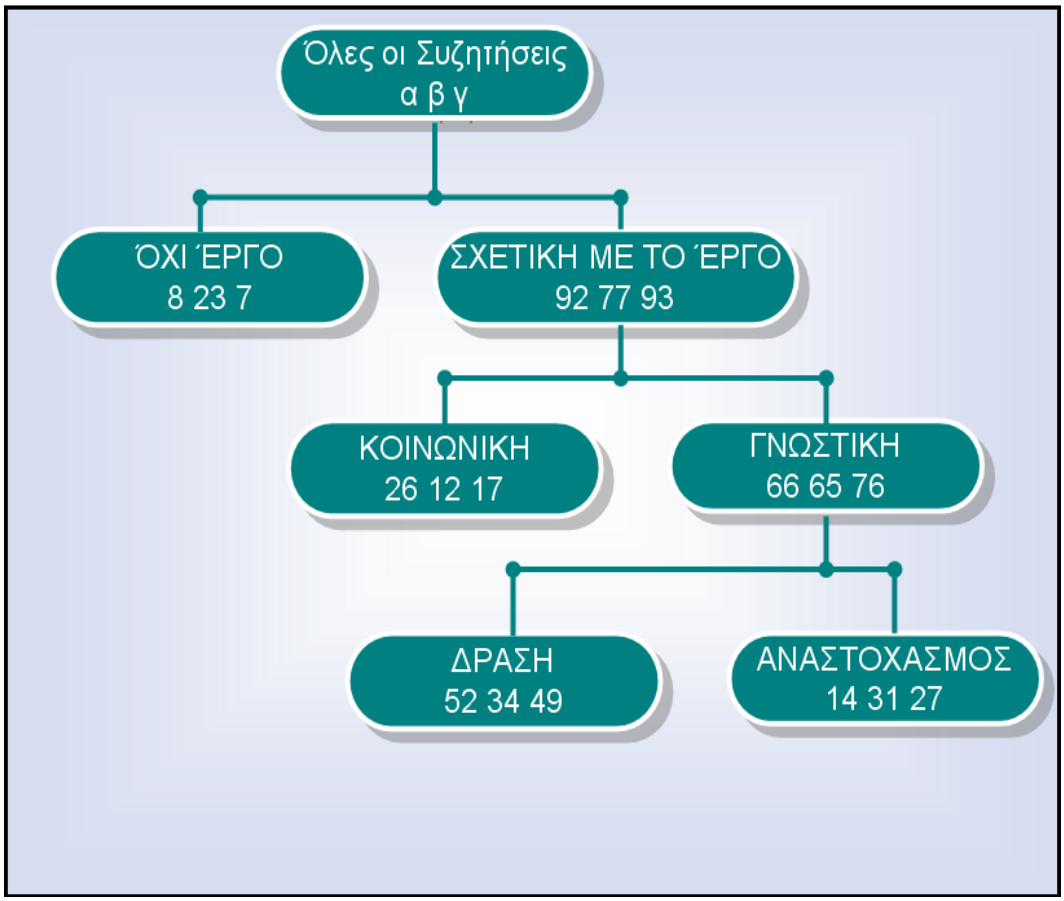
Η γνωστικά προσανατολισμένη συζήτηση σχετίζεται με τα μαθησιακά αντικείμενα του έργου. Μία διάκριση γίνεται μεταξύ της γνωστικά προσανατολισμένης συζήτησης, η οποία ήταν στη φύση του αναστοχασμού ή της δράσης. Η συζήτηση για τη *δράση* σχετίζεται με τη δραστηριότητα της στιγμής. Το παιδί μιλά για τη δραστηριότητά τους ή σχολιάζει πάνω στη δραστηριότητα ενός άλλου παιδιού. Όσον αφορά τον *αναστοχασμό* είναι συζήτηση που αφορά την αποσαφήνιση των ιδεών και σχετίζεται κυρίαρχα με την παροχή ή λήψη επεξηγήσεων. Ο αναστοχασμός έχει κάποιες υποκατηγορίες οι οποίες προέκυψαν από τη βιβλιογραφική έρευνα που υποστηρίζει τη σύνδεση μεταξύ της μάθησης και της παροχής και λήψης επεξηγήσεων (Gooding and Stacey, 1993, Webb, 1991). Η υποκατηγορία *σκέφτομαι φωναχτά* έχει πολλά κοινά γνωρίσματα με την έννοια της μεταγνώσης.



Το λογισμικό εργαλείο που χρησιμοποιήθηκε για να εφαρμόσει το πλαίσιο συζήτηση στα πρακτικά των μαθημάτων μαθηματικών είναι το SHAPA. Τα πρακτικά των συζητήσεων μεταξύ των παιδιών, κωδικοποιήθηκε χρησιμοποιώντας τις παραπάνω κατηγορίες και υποκατηγορίες. Έτσι, αφού το κείμενο κωδικοποιείται, το πρόγραμμα προετοιμάζει αναφορές για τον αριθμό των περιπτώσεων σε κάθε κατηγορία. Το πρόγραμμα έχει επίσης τη δυνατότητα να αναφερθεί σε υποδείγματα και κύκλους συζητήσεων από ολόκληρη την ομάδα ή από μεμονωμένα παιδιά.

Το Υπόδειγμα της συζήτησης μεταξύ μαθητών:

Το παρακάτω διάγραμμα διευκρινίζει την αναλογία της συζήτησης μεταξύ των μαθητών σε κάθε μία από τις κατηγορίες. Σε κάθε πλαίσιο, οι αριθμοί αναφέρονται στα παρακάτω μαθήματα με την εξής σειρά: (α) Λύση προβλήματος με χρήση υποδειγματικού σχήματος (β) Αναλογία και λόγος, 1995 (γ) Αναλογία και λόγος, 1996. Έτσι, στο πλαίσιο που σημειώνεται «Γνωστική» 65% της συζήτησης μαθητή με μαθητή ήταν γνωστικής φύσης για το μάθημα της 13ης Ιουνίου 1995.



Παρατηρούμε πως σε αντίθεση με άλλες έρευνες (π.χ. Thomas, 1994), τα ποσοστά συζήτησης σχετικής με το έργο είναι υψηλά. Αυτό μάλλον οφείλεται στο καλύτερο ταίριασμα του έργου με την ZPD των εμπλεκομένων μαθητών, δηλαδή το έργο που δόθηκε στους μαθητές είναι πολύ πιο κοντά στην περιοχή Β.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΩΝ ΔΑΣΚΑΛΟΥ – ΜΑΘΗΤΗ

Σημαντικό είναι να αναφέρουμε ότι υπάρχουν τρεις τύποι αλληλεπίδρασης δασκάλου/μαθητή. Αυτοί είναι: (α) αλληλεπιδράσεις με ολόκληρη την τάξη, (β) αλληλεπιδράσεις με μία ομάδα μαθητών και (γ) αλληλεπιδράσεις με ένα μόνο μαθητή.

Επίσης, ένα δεύτερο σημείο που πρέπει να σημειώσουμε είναι ότι φαίνεται να υπάρχουν δύο διαφορετικές προσεγγίσεις, οι οποίες επηρεάζουν τη διδασκαλία των μαθηματικών. Αυτές είναι η παραδοσιακή προσέγγιση, σύμφωνα με την οποία μεταχειρίζεσαι τους μαθητές ως δοχεία που πρέπει να γεμίσουν ή ως «tabula rasa (άγραφο χαρτί)» και η κονστρουκτιβιστική προσέγγιση όπου οι μαθητές αντιμετωπίζονται ως σκεπτόμενα όντα και ο ρόλος του δασκάλου αλλάζει από το να είναι «ο σοφός στη σκηνή» στο να είναι «ο οδηγός από δίπλα».

Ένα τρίτο σημείο που πρέπει να αναφέρουμε είναι το τι χρειάζεται να γίνεται όταν η διδασκαλία των μαθηματικών στηρίζεται στη λύση προβλήματος. Σε αυτή την περίπτωση οι αλληλεπιδράσεις δασκάλου / μαθητή μπορεί να λάβουν χώρα (α) όταν τίθεται ένα πρόβλημα. (β) κατά τη διάρκεια της λύσης ενός προβλήματος και (γ) όταν το πρόβλημα έχει λυθεί.

Επιπλέον, σύμφωνα με τους Holton, Spicer & Thomas, (1999) υπάρχουν τρεις τύποι εμποδίων που συναντούν οι μαθητές. Αυτά είναι τα στρατηγικά, όταν οι μαθητές δεν είναι σίγουροι ποια στρατηγική ή ευρετική πρέπει να εφαρμόσουν ή πώς να την εφαρμόσουν, τα μαθηματικά, όταν οι μαθητές χρειάζονται ένα μέρος μαθηματικής γνώσης και τα συναισθηματικά, τα οποία καλύπτουν μία σειρά δυνατοτήτων στο συναισθηματικό τομέα.

Οι ίδιοι όμως υποστηρίζουν ότι σε περίπτωση που οι μαθητές έχουν συναντήσει κάποια δυσκολία, ο δάσκαλος πρέπει να χρησιμοποιήσει το scaffolding. Μάλιστα, θα πρέπει να σημειωθεί πως υπάρχουν τρεις τύποι: ο γνωστικός, ο μεταγνωστικός και ο συναισθηματικός. Το γνωστικό scaffolding δίνεται σε έναν μαθητή ο οποίος χρειάζεται υποστήριξη στις γνωστικές απαιτήσεις ενός έργου. Παρόμοια το μεταγνωστικό scaffolding σχετίζεται με τις μεταγνωστικές απαιτήσεις του έργου. Η τελική συναισθηματική κατηγορία τέλος, σχετίζεται με θέματα όπως μεταφορά του μόχθου του έργου από το δάσκαλο στο μαθητή ή επανεστίαση σε νέους στόχους που πρέπει να επιτευχθούν.

Από δύο πρωτόκολλα που παραθέτουν οι ερευνητές φαίνεται επίσης, ότι η δασκάλα παρέχει πληροφορίες και κάνει σχετικά απλές κλειστές ερωτήσεις που απαιτούν μόνο ευθείες απαντήσεις και δεν προκαλούν πολλή σκέψη στους μαθητές.

Τα αποτελέσματα της ανάλυσης δίνονται στον παρακάτω πίνακα, ο οποίος προτείνει ότι τελικά η δασκάλα δεν εκτιμά την ομαδική εργασία.

	Ολόκληρη η τάξη	Ομαδική εργασία
Μάθημα 2	45%	55%
Μάθημα 3	100%	0%
Μάθημα 4	58%	42%
Μάθημα 6	75%	25%

Λαμβάνοντας υπόψη μας και την παραγωγική συζήτηση που συμβαίνει κατά τη διάρκεια χρόνου της ομαδικής εργασίας φαίνεται να είναι κρίμα που δε δαπανήθηκε παραγωγικά περισσότερος χρόνος στην τάξη με αυτό τον τρόπο. Ωστόσο, η δασκάλα φαίνεται να απολαμβάνει μαθήματα του τύπου του Μαθήματος 2 που είχαν περισσότερη αλληλεπίδραση στο μαθητή και από τις τέσσερις τάξεις.

SCAFFOLDING – ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΠΡΑΚΤΙΚΗ

Scaffolding αναθεωρούμενο / Μία αλληλεπίδραση δασκάλου- μαθητή:

Ο μαθητής προωθείται σε αυτή τη δραστηριότητα με τη βοήθεια ενός «περισσότερο ικανού άλλου» (είτε ενήλικα είτε συμμαθητή), ο οποίος τον βάζει σε μία θέση να κατασκευάσει γνώση και κατανόηση που δε θα ήταν ικανός να επιτύχει από μόνος του. Υπάρχουν πολλοί τρόποι με τους οποίους αυτό το scaffolding μπορεί να επιτευχθεί. Κατά τη διάρκεια ενός μαθήματος μαθηματικών, όπου η συχνά η έμφαση δίνεται στη λύση ενός προβλήματος, το scaffolding συνήθως, παρουσιάζεται με τη μορφή ερωτήσεων. Σχεδόν πάντοτε αυτές οι ερωτήσεις είναι ανοικτές ερωτήσεις που οδηγούν τον μαθητή να σκεφθεί για την κατάσταση. Επειδή η σκέψη έχει αξία στην εμπειρία μέσω scaffolding, οι κλειστές ερωτήσεις, οι οποίες απαιτούν μόνο ένα χαμηλό επίπεδο γνωστικής απόκρισης, αποφεύγονται σχεδόν καθολικά.

Σ' ένα από τα πρωτόκολλα ενός μαθήματος, το scaffolding προκύπτει από ερωτήσεις π.χ.:

Γραμμή 5 *… τι έχετε κάνει μέχρι τώρα;*

Γραμμή 8 *Εξηγήστε τη δουλειά.*

Γραμμή 19 *Από πού βρήκες το εκατόν ογδόντα;*

Γραμμή 21 *Γιατί όχι πρόσθεση;*

Γραμμή 29 *Τότε ποια είναι η απάντηση;*

Εδώ, αριθμοί των γραμμών αναφέρονται στην απομαγνητοφωνημένη συζήτηση που έγινε μεταξύ δασκάλου και μαθητή και την οποία δεν παραθέτουμε ολόκληρη για λόγους συντομίας.

Παρατηρούμε ότι η ερώτηση από τη γραμμή 29 (Γραμμή 29: *Τότε ποια είναι η απάντηση;*) κατάφερε να εκμαιεύσει μία πλήρη εξήγηση της λύσης του προβλήματος. Θα μπορούσε μάλιστα, να ισχυριστεί κανείς πως έχουμε πέντε περιπτώσεις scaffolding που η δασκάλα χρησιμοποίησε για να επιβεβαιώσει ότι οι μαθητές είχαν επιτυχώς ολοκληρώσει το πρόβλημα και κατανοήσει τι είχαν κάνει. Πρέπει να σημειωθεί οπωσδήποτε, ότι η δασκάλα πιθανώς δεν ήξερε την απάντηση στο πρόβλημα που οι μαθητές μόλις είχαν λύσει. Η απόδειξη γι' αυτό έρχεται από το γεγονός ότι η Lauren σε μία συνέντευξη που την υποκίνησε να ξαναθυμηθεί, λέει:

L: *Επειδή, εμ, είχε ήδη πάρει την απάντηση κάποιων άλλων παιδιών, και εμείς είχαμε μία διαφορετική απάντηση που ήταν σωστή, και έτσι τους είπε ότι είχαν λάθος.*

Οι δάσκαλοι μπορεί να μην είναι ικανοί να λύσουν σωστά όλα τα προβλήματα πιο γρήγορα από τους μαθητές τους ή ακόμα και πιο σωστά από τους μαθητές τους. Οπωσδήποτε όμως, θα πρέπει να έχουν την ικανότητα να εκμαιεύουν τη σωστή απάντηση από τους μαθητές τους με κατάλληλο scaffolding. Αυτή η ικανότητα προέρχεται από την εμπειρία τους στα μαθηματικά και με αυτήν την έννοια σημαίνει ότι πρέπει να είναι πάντα «πιο ικανοί» από τους μαθητές τους και επομένως ικανοί να παράγουν κατάλληλο scaffolding όταν απαιτείται.

Μία αλληλεπίδραση μαθητή- μαθητή:

Στην προσπάθεια μας να δούμε ένα επεισόδιο μαθητή – μαθητή σε βάθος, θα αναλύσουμε ένα επεισόδιο από το Μάθημα 2 από την πλευρά του scaffolding. Στην συγκεκριμένη περίπτωση έχουμε δύο μαθητές οι οποίοι δουλεύουν πάνω σε ένα πρόβλημα. Προσπαθούν να υπολογίσουν το ύψος ενός πακέτου από ένα εκατομμύριο φύλλα χαρτί. Θα εξετάσουμε τις ερωτήσεις που έγιναν σε αυτό το επεισόδιο και θα

δείξουμε την πιθανότητα να είναι της φύσης του scaffolding. Για να απλοποιήσουμε τη συζήτηση, παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα σε μορφή πίνακα. Άρα στον παρακάτω πίνακα απαριθμούμε τις ερωτήσεις που ανέκυψαν, και όπου ταιριάζει, δείχνουμε μία παράλληλη ερώτηση από τον κατάλογό μας για το scaffolding. Όπου L = Lauren και K=Karen, ενώ οι αριθμοί των γραμμών αναφέρονται στην απομαγνητοφωνημένη συζήτηση που δεν την παραθέτουμε ολόκληρη για λόγους συντομίας.

Ερώτηση	**Κατάλογος Scaffolding**	**Σχόλιο**
Γραμμή 3. L: Καταλαβαίνουν όλοι τι κάναμε με το Νούμερο 1;	Μπορείς να εξηγήσεις την απάντησή σου στην τάξη;	Το Scaffolding δεν προσλαμβάνεται από την K.
Γραμμή 5. L: Και πόσα φύλλα χρειαζόμαστε;	Τι πληροφορία δίνεται;	Μέρος της κατανόησης του προβλήματος.
Γραμμή 6. K: 500 φύλλα από τι;	Τι πληροφορία δίνεται;	Πιθανώς μία ρητορική ερώτηση.
Γραμμή 11. K: Για τι πράγμα μιλάς	Πες μου τι κάνεις εδώ;	Αναζήτηση εξήγησης.
Γραμμή 13. K: Πόσα πεντακοσάρια υπάρχουν σε ένα εκατομμύριο; … Πόσες χιλιάδες υπάρχουν σε ένα εκατομμύριο;		Υπολογισμός.
Γραμμή 21. K: Τι κάνουμε;	Πες μου τι κάνεις εδώ;	Αναζήτηση εξήγησης.
Γραμμή 21. K: Είναι ένα εκατομμύριο φύλλα χαρτί όμως;	Τι πληροφορία δίνεται;	Κατανόηση προβλήματος.
Γραμμή 28. L: Κυρία; [Εκατοστόμετρα]	Έχεις θεωρήσει όλες τις περιπτώσεις	Προσπάθεια καθορισμού των μονάδων της απάντησης.

Ερώτηση	Κατάλογος Scaffolding	Σχόλιο
Γραμμή 29. K: Το οποίο θα το έκανε 11 κόμμα 6 μέτρα σωστά;	Έχεις πεισθεί ότι αυτό είναι σωστό;	Έλεγχος υπολογισμού.
Γραμμή 31. K: Αυτό είναι σχετικά ψηλά, δεν είναι;		Αυτή μπορεί απλά να είναι μια ρητορική ερώτηση σχετική με το μέγεθος της απάντησης.
Γραμμή 32. L: Πρέπει να δείξεις τι τα [ανεπαίσθητος ήχος] είναι σωστά;		Σχετική με τη γραμμή 20 και τις απαιτήσεις της δασκάλας για εξηγήσεις.
Γραμμή 33. K: Πρέπει να δείξεις το τι είναι;		Αποσαφήνιση της ερώτησης από τη Γραμμή 33.
Γραμμή 37. K: Αλλά γιατί διαιρούμε το ένα εκατομμύριο με 500 για να πάρουμε αυτήν την απάντηση;	Πες μου τι κάνεις εδώ;	Αναζήτηση εξήγησης.

Γνωρίζουμε πως ο σκοπός του scaffolding είναι να βοηθήσει τη μάθηση των συμμετεχόντων. Στις περισσότερες περιπτώσεις, οι μαθητές κάνουν πρόοδο στο πρόβλημα ακολουθώντας αυτές τις ερωτήσεις. Επομένως τείνουμε να συμπεράνουμε ότι κάθε τέτοια ερώτηση συνιστά scaffolding για τουλάχιστον έναν από τους μαθητές στη δυάδα. Εφόσον και οι δύο μαθητές στη δυάδα έκαναν ερωτήσεις φύσεως scaffolding, η μορφή του scaffolding που εμφανίζεται εδώ μπορεί να ορισθεί ως «αμοιβαίο scaffolding».

Τέτοιες ερωτήσεις έχουν μεταγνωστικά χαρακτηριστικά και μπορούν να θεωρηθούν ως «**self scaffolding**» σε καταστάσεις όπου ένας μαθητής τις θέτει στους συμμαθητές του και στον εαυτό του κατά τη λύση προβλήματος ή όταν επιχειρεί να μάθει ένα νέο περιεχόμενο.

Συζήτηση:

Αυτή η ενότητα έχει αναλύσει δύο επεισόδια, ένα που περιλαμβάνει μια αλληλεπίδραση δασκάλου – μαθητή και ένα που περιλαμβάνει μια αλληλεπίδραση μαθητή – μαθητή. Στο πρώτο επεισόδιο υπάρχει ένδειξη του scaffolding και στο τελευταίο παρόμοιες ερωτήσεις πιθανώς γίνονται μεταγνωστικά ως self-scaffolding για τουλάχιστον έναν από τη δυάδα, ή αλληλεπιδραστικά ως αμοιβαίο scaffolding.

Φαίνεται ότι αρχικά το scaffolding είχε εκληφθεί ως μία σκόπιμη δράση που γίνεται από έναν πιο ικανό άλλο αναφορικά με δραστηριότητα στο γνωστικό τομέα. Ωστόσο, η σχετική ικανότητα αυτού που παρέχει το scaffolding και αυτού που το δέχεται μπορεί να είναι στο μεταγνωστικό τομέα όπως είδαμε στην αλληλεπίδραση δασκάλου – μαθητή.

Ειδικότερα, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι είναι απαραίτητο να γίνονται ερωτήσεις και από τα δύο μέλη της δυάδας, γιατί οι ερωτήσεις φαίνεται πως την οδηγούν μπροστά.

Τέλος, αναφερόμενοι στο επεισόδιο μαθητή – μαθητή οι μαθητές ενεπλάκησαν σε αμοιβαίο scaffolding γεγονός που αποτελεί το σημαντικότερο συστατικό της ομαδικής εργασίας. Σε τέτοιες καταστάσεις, οι μαθητές πρέπει να αισθάνονται ελεύθεροι να κάνουν τέτοιες ερωτήσεις και να γνωρίζουν ότι θα γίνουν θετικά αποδεκτές (βλέπε Damon, 1984). Μαθαίνοντας να κάνουν τέτοιες ερωτήσεις είναι τουλάχιστον τόσο σημαντικό όσο το να είναι ικανοί να τις απαντούν. Οι ομάδες μπορεί να είναι ο καλύτερος χώρος για εξάσκηση στο να κάνουν τέτοιες ερωτήσεις scaffolding, και τέτοια εξάσκηση θα πρέπει να υποβοηθείται από το δάσκαλο.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Έχοντας εξερευνήσει μερικές από τις μαθηματικές αλληλεπιδράσεις, οι οποίες συνέβησαν σε κάποιες τάξεις που εμπλέκονται στο Πρόγραμμα Μάθησης στην Τάξη, προσπαθούμε να καθορίσουμε με πιο τρόπο μπορεί να λάβουν χώρα η μάθηση και η κατανόηση και να ελέγξουμε τις τρέχουσες θεωρίες. Ιδιαιτέρως, έχουμε στραφεί στην έννοια του scaffolding και καταλήξαμε πως η φύση του scaffolding είναι **γνωστική** (από έναν ικανότερο) και **μεταγνωστική** (self scaffolding, αμοιβαίο scaffolding).

Χρησιμοποιώντας ποιοτικά και ποσοτικά δεδομένα έχουμε παρατηρήσει ότι η μάθηση και η κατανόηση λαμβάνουν χώρα σε ομαδικές καταστάσεις. Είναι φανερό ότι αυτές οι γνωστικές διαδικασίες εξαρτώνται από τη συζήτηση. Το περισσότερο από αυτό

που επιτυγχάνεται σε δυάδες στις τάξεις που μελετήσαμε δε θα μπορούσε να επιτευχθεί τόσο γρήγορα, ίσως καθόλου, με διδασκαλία σε ολόκληρη την τάξη ή από μαθητές που εργάζονται μόνοι τους. Θα πρέπει λοιπόν να τονισθεί ο πολύ σημαντικός ρόλος του δασκάλου, κατά τη διάρκεια ομαδικής εργασίας, αυτός της **παρακολούθησης** της προόδου των ομάδων.

Ο δάσκαλος είναι αυτός που έχει τη δυνατότητα να βελτιώσει τις ευκαιρίες μάθησης από τους μαθητές με τρεις τρόπους. Πρώτα δίνοντας προβλήματα τα οποία θα δοκίμαζαν τους μαθητές στο έπακρο (στα όρια της ZPD), για παράδειγμα το πρόβλημα με το ένα εκατομμύριο φύλλα χαρτιού. Δεύτερον, παρέχοντας κατάλληλο scaffolding. Δηλαδή, κάνοντας ερωτήσεις που υποκινούν συζήτηση και απαιτούν κάποια εξήγηση. Και τρίτον, παρέχοντας περισσότερο χρόνο στους μαθητές να αλληλεπιδρούν σε ομάδες και λιγότερο χρόνο σε ολόκληρη την τάξη.

2.5 Γνωστική εμπλοκή στην τάξη των Μαθηματικών

Σε αυτό το σημείο θα δούμε την προσπάθεια των Sue Helme και David Clarke (2001) να αναλύσουν τα δεδομένα της βιντεοταινίας και της συνέντευξης που προέκυψαν από τέσσερα μαθήματα μαθηματικών, από τη σκοπιά της εμπλοκής των μαθητών. Ουσιαστικά ο μαθητής συνδέεται ενεργά με το περιεχόμενο, ή με κάποιο μέρος του περιεχομένου μιας εκπαιδευτικής δραστηριότητας, όπου «η ενεργός σύνδεση» προϋποθέτει ότι το άτομο ενεργεί ώστε να διατηρήσει ή να επεκτείνει την επαφή του με το αντικείμενο με σκοπό να αυξήσει την γνώση του γι' αυτό (Ainley). Η «ποιότητα» ή το «επίπεδο» αυτής της σύνδεσης θεωρείται εν γένει ότι έχει προφανή αποτελέσματα στη μάθηση, αφού οι μαθητές που «πραγματικά βάζουν το μυαλό τους σ' αυτό» έχουν περισσότερες πιθανότητες να μάθουν κάτι με επιτυχία απ' ότι οι μαθητές των οποίων η εμπλοκή με το αντικείμενο της μάθησης είναι χαμηλή.

Ο όρος «εμπλοκή» έχει χρησιμοποιηθεί από τους ερευνητές για να περιγράψει ταυτόχρονα τα κίνητρα και τις γνωστικές πτυχές της έννοιας και συμπεριλαμβάνει το ξεκίνημα της δραστηριοποίησης των μαθητών, την προσπάθεια και την επιμονή σε ακαδημαϊκές εργασίες, καθώς και τη συναισθηματική τους κατάσταση κατά τη διάρκεια των μαθησιακών δραστηριοτήτων.

Συνιστώσες της εμπλοκής είναι η γνωστική εμπλοκή, η ενεργός διανοητική εμπλοκή, τα κίνητρα και τα συναισθηματικά στοιχεία της εμπλοκής, ενώ διάφορες μελέτες διαπιστώνουν ότι τα κίνητρα και η γνωστική εμπλοκή των μαθητών δεν

λειτουργούν ανεξάρτητα το ένα από τ' άλλο, αλλά μάλλον βοηθούνται και αλληλοσυμπληρώνονται. Η *ενεργός εμπλοκή* κατά τον Stipek (1996) περιγράφει το άτομο που επιζητά να ασχοληθεί με απαιτητικές εργασίες, καταβάλει έντονη προσπάθεια, χρησιμοποιεί σκόπιμα στρατηγικές επίλυσης προβλήματος και επιμένει στη προσπάθεια όταν αντιμετωπίζει δυσκολίες.

Η έρευνά αυτή, πάνω στην εμπλοκή έχει εστιαστεί στην αποκαλούμενη «γνωστική εμπλοκή», εν μέρει για να μπορέσουν οι συγγραφείς να διακρίνουν την ενεργό διανοητική εμπλοκή από τα κίνητρα και τα συναισθηματικά στοιχεία της εμπλοκής. Οι ερευνητές γενικά συμφωνούν ότι η γνωστική εμπλοκή περιλαμβάνει την σκέψη που κάνουν οι μαθητές όταν εμπλέκονται σε ακαδημαϊκές εργασίες μάθησης.

Οι Meece, Blumenfeld και Hoyle (1998) όρισαν την γνωστική εμπλοκή από την «καταγεγραμμένη χρήση μεταγνωστικών και αυτορυθμιστικών στρατηγικών από τους μαθητές και όχι από τη χρήση στρατηγικών αναζήτησης βοήθειας και αποφυγής της προσπάθειας.

Ένα πλήθος από μελέτες έχει ερευνήσει την σχέση μεταξύ των κινήτρων και των γνωστικών στοιχείων της εμπλοκής. Οι Blumenfeld και άλλοι (1992) βρήκαν ότι το να αναφέρουν οι μαθητές υψηλά κίνητρα δεν είναι αρκετό για να εμφανίσουν υψηλό επίπεδο εμπλοκής. Αντίθετα, η αρχή της «ροής» τονίζει την δυναμική αλληλεξάρτηση μεταξύ κινήτρων και γνωστικής διαδικασίας. Η έννοια της «ροής» αναφέρεται στην εμπειρία του ατόμου πάνω σε μια δραστηριότητα με την οποία εμπλέκεται έντονα και συνήθως συνδέεται με έναν υψηλό βαθμό ελέγχου, ευχαρίστησης και γνωστικής εμπλοκής με δραστηριότητες που είναι μόλις μέσα στα όρια της ατομικής «επίδοσης», και όπου υπάρχει μια δυναμική ισορροπία μεταξύ της πρόκλησης του έργου και του επιπέδου ικανοτήτων του ατόμου.

ΓΝΩΣΤΙΚΗ ΕΜΠΛΟΚΗ ΚΑΙ ΜΑΘΗΣΗ

Οι μαθητές πρέπει να έχουν και τη «θέληση» και την «ικανότητα» για να επιτύχουν στο σχολείο. Η εμπειρία των δασκάλων δείχνει ότι οι μαθητές που έχουν κίνητρα για τη μάθηση και σκέφτονται προσεκτικά για το τι μαθαίνουν, αναπτύσσουν βαθύτερη κατανόηση της διδασκόμενης ύλης. Ταυτόχρονα, υπάρχει μια όλο και αυξανόμενη έρευνα σ' αυτά τα ζητήματα γεγονός που φανερώνει τον σημαντικό ρόλο που παίζουν οι στρατηγικές αυτορρύθμισης της μάθησης (καθώς και τα κίνητρα ως παράγοντες κλειδιά) στην απόδοση των μαθητών.

Σ' αυτές τις μελέτες έχουν χρησιμοποιηθεί διάφορες στρατηγικές: αύξηση του χρόνου μάθησης (Swing, Stoiber & Peterson (1988), κλίμακες εμπλοκής που συμπληρώνονται από τους δασκάλους της τάξης Skinner et al (1990), καθορισμός συγκεκριμένων συμπεριφορών που συνδέονται με επιθυμητά αποτελέσματα, όπως για παράδειγμα η συχνότητα των ερωτημάτων ενός μαθητή σε σχέση με την επίδοσή του στα τεστ, Good και Brophy (1984) και Bourke (1984), καθώς και η αλληλεπίδραση των συμμαθητών σε μικρές ομάδες μάθησης Webb (1989).

Οι ερευνητές κατέληξαν στο συμπέρασμα πως η πολυπλοκότητα των πρακτικών και των αποτελεσμάτων που μελετώνται οδηγεί σε διερμηνευτικές μελέτες στις οποίες η επιβεβαίωση της επίδρασης και των αιτίων προέρχεται από την διαδικασία συλλογής των δεδομένων (από τις πληροφορίες), και όχι ως αποτέλεσμα αναφοράς σε στατιστικά στοιχεία. Σε τέτοιες μελέτες, η σύγκλιση των πληροφοριών με τη θεωρητική συνάφεια των διαφόρων τεκμηριωμένων σχέσεων θεωρείται ως ο πιο έγκυρος τρόπος αιτιολόγησης των συμπερασμάτων.

ΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ ΣΤΗ ΓΝΩΣΤΙΚΗ ΕΜΠΛΟΚΗ

Υπό τη προϋπόθεση ότι τα χαρακτηριστικά που φέρνει ένα άτομο στο μαθησιακό του περιβάλλον αλληλεπιδρούν με τα αντίστοιχα των άλλων ατόμων και επηρεάζουν τις στρατηγικές μάθησης και τα μαθησιακά αποτελέσματα, οι ερευνητές εξετάζουν 3 παράγοντες που επιδρούν στη γνωστική εμπλοκή.

- **Το άτομο**

Οι προσωπικότητες των μαθητών φέρνουν στην μαθησιακή κατάσταση ένα πλήθος από χαρακτηριστικά τα οποία επηρεάζουν την γνωστική τους εμπλοκή. Αυτά συμπεριλαμβάνουν ικανότητες όπως, γνώση, διαθέσεις, εμπνεύσεις, προσδοκίες, απόψεις, ανάγκες, αξίες και στόχους

- **Το μαθησιακό περιβάλλον**

Μέσα σε κάθε τάξη, η «κουλτούρα της τάξης» φέρνει στο προσκήνιο δημιουργούμενες καταστάσεις που είτε περιορίζουν είτε προάγουν συγκεκριμένες διδακτικές και μαθησιακές στρατηγικές και συγκεκριμένες μορφές αλληλεπίδρασης με το δάσκαλο και τους άλλους μαθητές. Επιπλέον, έχουν παρουσιαστεί συγκεκριμένες διδακτικές πρακτικές, ενώ πρόσφατες αναλύσεις των δεδομένων που συλλέχθηκαν από τους Sue Helme και David Clarke, δείχνουν ότι το στυλ διδασκαλίας και η φύση των

αλληλεπιδράσεων των συμμαθητών έχουν ισχυρή επίδραση στην γνώση και μεταγνώση του μαθητή.

- **Εργασίες**

Οι μαθησιακές εργασίες και δραστηριότητες προσφέρουν το όχημα για την γνωστική εμπλοκή του μαθητή. Η πρόσφατη έρευνα στα χαρακτηριστικά των εργασιών όπως είναι η πολυπλοκότητα Williams & Clarke (1997), η πρόκληση Csikszentmihalyi & Csikszentmihalyi (1988), η εξοικείωση Helme (1994), το εσωτερικό ενδιαφέρον Ainley (2001) και η σημασία που της αποδίδει ο μαθητής Clarke (1996), διαβλέπει μια σχέση μεταξύ τέτοιων χαρακτηριστικών και τύπων της γνωστικής εμπλοκής.

Η ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΓΝΩΣΤΙΚΗΣ ΕΜΠΛΟΚΗΣ

Πολλές από τις πρώτες μελέτες στη γνωστική εμπλοκή εμφανίστηκαν να έχουν εφαρμόσει την έννοια σε όρους του time-on-task δηλαδή του χρόνου που αφιερώνεται στην εργασία (για παράδειγμα, οι Peterson & Fennema, 1985 και Hart, 1989), αν και η χρησιμότητα αυτού του μέτρου έχει αμφισβητηθεί με την πάροδο του χρόνου (για παράδειγμα, οι Peterson & Swing,1982). Επιπλέον, πάρα πολλές μελέτες έχουν χρησιμοποιήσει την έμμεση παρατήρηση της συμπεριφοράς των μαθητών στην τάξη για να εκτιμήσουν τα επίπεδα γνωστικής εμπλοκής, όπως είναι τα ερωτηματολόγια για μαθητές ή δασκάλους. Τέλος, οι Leder & Forgasz (1992) προσπάθησαν να περιγράψουν ταυτόχρονα τη γνωστική και συναισθηματική εμπλοκή των μαθητών σε μαθηματικές εργασίες, χρησιμοποιώντας την άμεση παρατήρηση της συμπεριφοράς των μαθητών, και πιο συγκεκριμένα στην εργασία αυτή, τις βιντεοσκοπήσεις και τις συνεντεύξεις. Μάλιστα, προσδιόρισαν τρεις μορφές γνωστικής εμπλοκής, προσφέροντας ταυτόχρονα και λειτουργικούς ορισμούς για κάθε μία απ' αυτές. Αυτές ήταν: ανεξάρτητη σκέψη, αυτονομία έργου/εργασίας, και επιμονή. Οι γνωστικές συμπεριφορές κατηγοριοποιήθηκαν ως υψηλού και χαμηλού επιπέδου.

Ως βασική πηγή δεδομένων οι πιο πάνω ερευνητές έχουν χρησιμοποιήσει κυρίως γλωσσικές ενδείξεις της γνωστικής και μεταγνωστικής δραστηριότητας, όπως είναι η λεκτική έκφραση της σκέψης, οι ερωτήσεις, οι εξηγήσεις και άλλες μορφές επικοινωνίας. Οι αναστοχαστικές απαντήσεις των μαθητών στη συνέντευξη πρόσφεραν μια δεύτερη πηγή δεδομένων.

Η αλληλεξάρτηση των κινήτρων και της γνωστικής εμπλοκής απαιτεί να ληφθούν υπόψη, στην ανάλυση των βιντεοσκοπήσεων, μια σειρά από συμπεριφορές. Για

το λόγο αυτό παρατηρούμε συσχετίσεις των κινήτρων με την γνωστική εμπλοκή όπως είναι η ενεργός συμμετοχή, ή επιμονή στην ολοκλήρωση της εργασίας, και η αντίδραση σε διακοπές. Οι μη λεκτικές συσχετίσεις της γνωστικής εμπλοκής όπως οι χειρονομίες, τα βλέμματα και η κλίση του σώματος λήφθηκαν επίσης υπόψη, καθώς και ενδείξεις συναισθηματικής εμπλοκής όπως εκφράσεις ενθουσιασμού, χαράς, και ικανοποίησης.

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Οι Sue Helme και David Clarke στην έρευνα αυτή, καθόρισαν μια σειρά από συμπεριφορές των μαθητών στα μαθήματα που βιντεοσκοπήθηκαν και οι οποίες μπορούν να συνδεθούν με τη γνωστική εμπλοκή. Οι παρατηρούμενες συμπεριφορές ομαδοποιήθηκαν σε πέντε κλάσεις, οι οποίες θα μπορούσαν να συσχετιστούν με συγκεκριμένες καταστάσεις στην τάξη. Οι πέντε αυτές καταστάσεις μπορούν επίσης να διαχωριστούν σε αυτές που ο δάσκαλος είναι παρόν και σε αυτές που είναι απών.

Πίνακας 5.1 Ενδείξεις γνωστικής εμπλοκής

Κατάσταση τάξης	**Συμπεριφορά**
Παράλληλη ατομική εργασία	Λεκτική διατύπωση της σκέψης, αυτό-κινητοποίηση, συγκέντρωση (αντίσταση στους περισπασμούς και/ ή στις διακοπές), χειρονομίες (ερμηνευμένες ως εξωτερίκευση της διαδικασίας σκέψης), αναζήτηση πληροφοριών και ανατροφοδότηση.
Συνεργατική δραστηριότητα μικρών ομάδων	Ερωτήματα, συμπλήρωση των εκφράσεων του συμμαθητή, ανταλλαγή ιδεών, κατευθύνσεις, εξηγήσεις, ή πληροφορίες αιτιολόγηση ενός επιχειρήματος, συγκεκριμένες χειρονομίες.
Αλληλεπιδράσεις των μικρών ομάδων με το δάσκαλο	Απάντηση των ερωτήσεων του δασκάλου, πληροφορίες, επεξήγηση διαδικασιών και συλλογισμού, ερωτήσεις απευθυνόμενες στο δάσκαλο, αναστοχαστικές αυτό-ερωτήσεις.
Αλληλεπιδράσεις όλης της τάξης με το δάσκαλο.	Ερωτήσεις και απαντήσεις, σχόλια αποτίμησης, συνεισφορά σε ιδέες, συμπλήρωση

Κατάσταση τάξης	Συμπεριφορά
	των φράσεων του δασκάλου.
Αλληλεπιδράσεις μεταξύ δασκάλου και ενός μαθητή.	Δεν υπήρχαν επεισόδια επιβεβαιωμένης αλληλεπίδρασης στο σύνολο των δεδομένων που έχουμε τα οποία να προσφέρονται για ανάλυση.

Παράλληλη ατομική εργασία

Η Κάρεν και η Λόρεν δουλεύανε παράλληλα σε μια εργασία που απαιτούσε να υπολογίσουν πόσα κύτταρα αίματος έχουν χάσει στην ζωή τους μέχρι σήμερα. Δούλεψαν κυρίως παράλληλα, πιθανά διότι, έχοντας λίγο διαφορετικές ηλικίες, δούλευαν σε διαφορετικούς ρυθμούς. (Τ=δάσκαλος, Κ=Κάρεν, Λ=Λόρεν):

- *1. Τ: Θα ήθελα να μου πεις πόσα κύτταρα αίματος έχεις χάσει μέχρι σήμερα;*
- *2. Κ. [προς την Λόρεν] Αυτό σημαίνει πόσα έχουμε χάσει μέχρι αυτή τη στιγμή;……*
- *8. Κ: Επτακόσια τριάντα εκατομμύρια τη μέρα, όχι, τον χρόνο, επί δεκατέσσερα χρόνια. Βλακεία…….*
- *13. Λ: [μετρά στα δάχτυλα, μονολογεί] Μάιος, Ιούνιος, Ιούλιος, Αύγουστος, Σεπτέμβριος, Οκτώβριος. Αυτά είναι έξι. Και πόσες μέρες έχουμε στον Οκτώβριο; [κοιτάει στο ημερολόγιο] Στις δεκαεννιά.*
- *14. Κ: [δουλεύει φωναχτά] Εσύ πολλαπλασίασε αυτό με το δεκατέσσερα, ίσον ένα ένα κόμμα μηδέν δύο δύο στην δύναμη του δέκα. Α ναι, το καταλαβαίνω αυτό. Ένα μηδέν δύο δύο. Ένα, δύο, τρία, τέσσερα, πέντε, έξι, επτά, οχτώ, εννιά, δέκα. Είναι σωστό; [κοιτάει προς την Λόρεν]. Πόσες μέρες έχει ο μήνας περίπου;*
- *15. Λ: [δουλεύοντας φωναχτά] Επί δεκαεννιά. [κοιτά προς την Κάρεν]*
- *16. Κ: [προς την Λόρεν] Θα έβαζες περίπου 30 μέρες στο μήνα; Θα μπορούσε να είναι τριάντα κόμμα πέντε μέρες. Όχι θα ήταν εικοσιεννιά κόμμα εννιά μέρες ή κάτι.*
- *17. Λ. Περίμενε.[γυρνά στη δουλειά της] Επί, επί [δεν ακούγεται].*

- *18. Κ: Θα μπορούσε να είναι αυτό; Νομίζεις Λόρεν; Εμ, Λόρεν μπορώ να δανειστώ το κομπιουτεράκι σου; Λόρεν.*
- *19. Λ: Ναι [δεν ακούγεται αν και δουλεύει φωναχτά].*
- *20. Κ: [μιλώντας καθώς εργάζεται, η Λ δεν φαίνεται να ακούει] Αυτό είναι ίσο με ένα κόμμα μηδέν, μηδέν, μηδέν, μηδέν, όχι ένα κόμμα μηδέν δύο στη δύναμη του δέκα, κάντο—*
- *21. Λ: [στον εαυτό της] Αυτό είναι λάθος.*
- *22. Κ: [στον εαυτό της]—δέκα δισεκατομμύρια, διακόσια είκοσι εκατομμύρια.[Κοιτά προς την Λ] Δέκα δισεκατομμύρια, διακόσια είκοσι εκατομμύρια. Είναι σωστό; [καμία απάντηση, η Λ είναι σκυμμένη στην εργασία της] Μη κάνεις τον κόπο.*
- *23. Λ: Σας μισώ δεσποινίς Μπράουν! [πιθανή συγκινησιακή αντίδραση που σχετίζεται με την απογοήτευση από την προκλητική εργασία]*

Ενδείξεις γνωστικής εμπλοκής: Η Λόρεν σκέφτεται δυνατά καθώς δουλεύει (13, 15, 17, 19), και η έντονη συγκέντρωση της αποδεικνύεται από την αντίστασή της όταν την διακόπτει η Κάρεν (17, 19). Χρησιμοποιεί ενεργητικά τις προσφερόμενες πηγές για να βοηθηθεί να άρει την αβεβαιότητα της, όπως το να επαναλαμβάνει τις οδηγίες του δασκάλου για να ξεκαθαρίσει τα ζητούμενα της εργασίας (4), και ανατρέχει στο ημερολόγιό της για να βρει το πλήθος των ημερών (13). Χρησιμοποιεί χειρονομίες για να εξωτερικεύσει την διαδικασία σκέψης της (13), και δείχνει δείγματα αυτό-κινητοποίησης (21). Η συγκινησιακή διάσταση της εμπλοκής της φαίνεται στην γραμμή 23, στη οποία εκφράζει μια σημαντική απογοήτευση για την εργασία.

Το στυλ γνωστικής εμπλοκής της Κάρεν παίρνει μια διαφορετική μορφή από της Λόρεν. Είχε λιγότερες ενδείξεις αυτό-κινητοποίησης και βασίστηκε περισσότερο στην εξωτερική βοήθεια. Εκτός από μια στιγμή αυτό κινητοποίησης (8), ζήτησε από την Λόρεν βοήθεια για βασικές πληροφορίες (14), για να ξεκαθαρίσει τα ζητούμενα της εργασίας (2), και για να πάρει ανατροφοδότηση για τις ιδέες της (16), και την πρόοδό της με την εργασία (18,22). Το γνωστικό της στυλ σ' αυτή την περίπτωση ήταν πιο κοντά προς την έννοια των Corno & Mandinach (1983) για την διαχείριση πηγών ενώ το στυλ της Λόρεν ήταν πιο επικεντρωμένο στην εργασία, με μεγαλύτερες ενδείξεις αυτορρυθμιζόμενης μάθησης.

Η συνέντευξη της Λόρεν μας παρέχει περισσότερες πληροφορίες για την ποιότητα της εμπλοκής της με τα μαθηματικά. Συλλογιζόμενη πάνω στην καινοτομία των

καταστάσεων «πραγματικής ζωής» στα μαθηματικά, υποστηρίζει ότι κάνουν ξεκάθαρα τα πράγματα, και πιο πραγματικά.

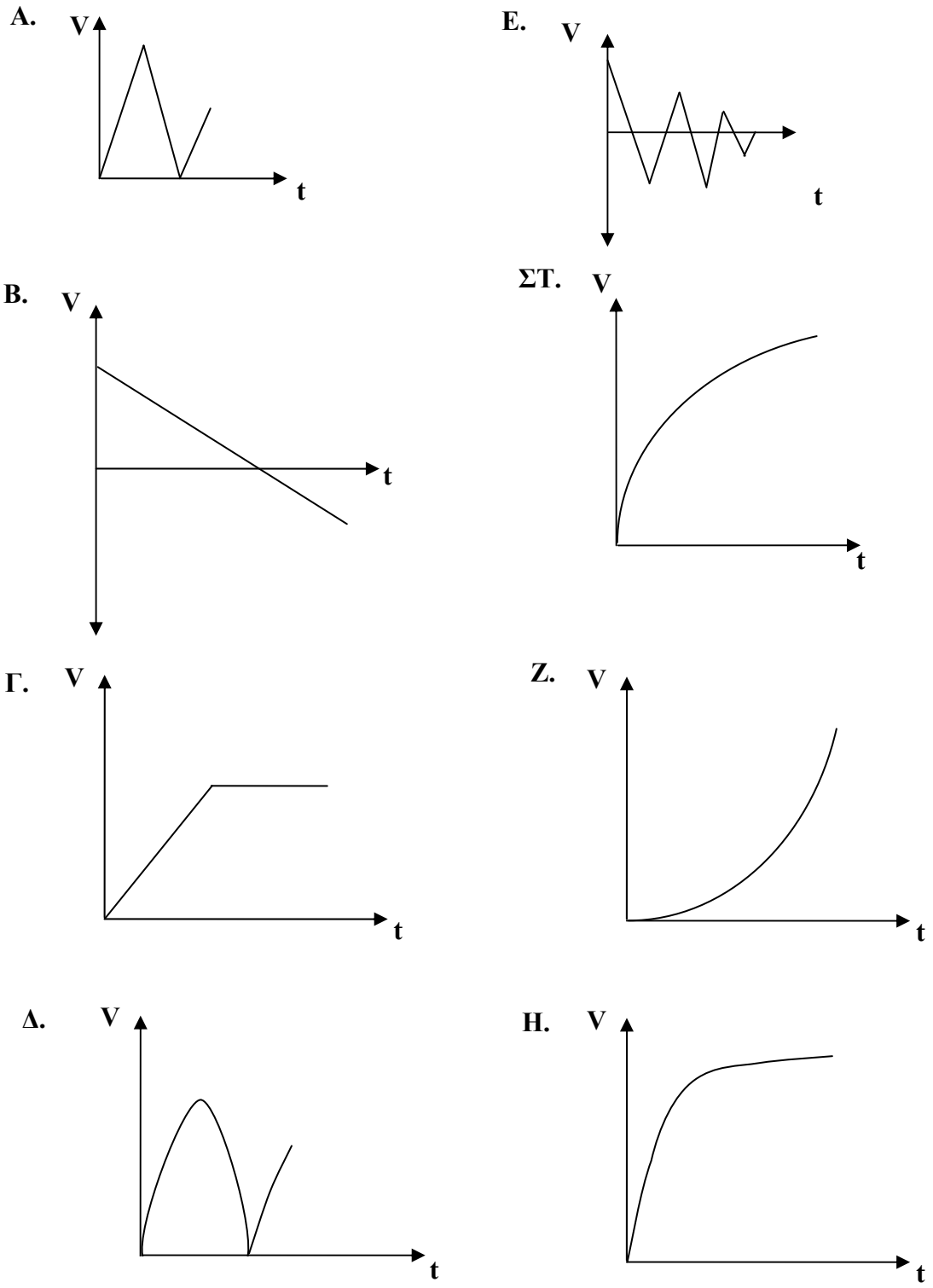
- *Ι: Υπήρχε κάτι καινούριο σ΄ αυτό το μάθημα για σένα;*
- *Λ: Όχι, ήταν απλώς εμ, το μόνο νέο πράγμα ήταν η χρήση του κάπως σε καταστάσεις της καθημερινής ζωής.*

…συνήθως οι αριθμοί δεν βγάζουν νόημα γιατί δεν τους βάζεις με οτιδήποτε σκεφτείς, αλλά όταν χρησιμοποιείς πράγματα όπως το ρύζι και το χαρτί και τα δολάρια και άλλα τότε γίνεται ξεκάθαρο.

Αυτό το απόσπασμα ενισχύει την διαπίστωση ότι τα χαρακτηριστικά της εργασίας βοηθούν ή εμποδίζουν την συμμετοχή του μαθητή και ως συνέπεια την εμπλοκή του.

Αλληλεπίδραση συμμαθητών

Η Φράνσις (Φ) και η Πατρίσια (Π) έχουν ένα σύνολο από γραφικές παραστάσεις από τα οποία πρέπει να επιλέξουν το ένα που ταιριάζει καλύτερα στη γραφική παράσταση v-t (ταχύτητας-χρόνου) μιας μπάλας που βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω. Είναι ένα εξαιρετικά προκλητικό έργο, κυρίως διότι υπάρχει ο κίνδυνος να μπερδέψουν την τροχιά της μπάλας με τη γραφική παράσταση της ταχύτητάς της (το οποίο φαίνεται ότι έκαναν τα κορίτσια στην τελική τους επιλογή). Είναι σημαντικό να παρατηρήσουμε ότι καμία από της γραφικές παραστάσεις που δόθηκαν δεν απεικόνιζε σωστά την περιγραφόμενη κατάσταση, ενώ τους είχε επίσης ζητηθεί να κάνουν ένα σχέδιο της σωστής γραφικής παράστασης.



- *3. Π: Ποια απ΄ όλες;*
- *4. Φ: Αυτή νομίζω [επιλέγει μια χτυπώντας την σελίδα της με το μολύβι].*
- *5. Π: Ο ο, δεν νομίζω. Θα πάει πάνω- δεν θα πάει πάνω γρήγορα, και θα έρθει κάτω πολύ γρήγορα, έτσι.*
- *9. Π; Πέφτει πιο γρήγορα απ΄ ότι ανεβαίνει.*

- *10. Φ: Όχι. Αυτό που συμβαίνει, είναι ότι πάει πραγματικά πολύ γρήγορα [με το μολύβι σχεδιάζει αυτό που φαίνεται να είναι η τροχιά της μπάλας που πετάμε στον αέρα] και μετά επιβραδύνει μόλις φτάσει στην κορυφή, και έρχεται- έρχεται πάνω και μετά επιβραδύνει [επαναλαμβάνει την πρώτη χειρονομία],*
- *11. Π: [κοιτώντας στο βιβλίο] Ναι, αυτή εδώ. Γιατί δεν πάει, αλλά δεν πάει, αυτό είναι σαν να πάει πάνω και μετά [μιλώντας σιγά] σαν να κινείται πραγματικά [μιλώντας σιγά, χειρονομώντας με τα χέρια], μπορείς να δεις πως είναι. Αλλά αυτή είναι σαν να πηγαίνει κάπως έτσι.*
- *12. Φ: Αλλά δεν πάει Οο-οπ [κινεί το μολύβι προς τα πάνω από το θρανίο προς μια ευθεία διαγώνιο γραμμή] επιβραδύνει ξαφνικά, κάπως σταδιακά επιβραδύνει. [ένας άλλος μαθητής τις διακόπτει σύντομα για ένα άλλο ζήτημα] νομίζω-*
- *13. Π: D.*
- *14. Φ: D. Διότι δεν πηγαίνει πραγματικά έτσι [κινεί τον χάρακα από το θρανίο κάνει μια βουτιά σε καμπύλη με ένα τίναγμα] και μετά επιβραδύνει αμέσως [κινεί τον χάρακα αργά σε τόξο] και μετά-*
- *15. Π: Εντάξει, βάλε D. [κάνει σχόλια στο πλάι για το μολύβι]*

<u>Ενδείξεις γνωστικής εμπλοκής:</u> Η Πατρίσια και η Φράνσις χρησιμοποίησαν διάφορες πηγές για να βοηθηθούν σ' αυτή την εργασία. Και οι δυο μαθήτριες χρησιμοποιούν χειρονομίες για να δημιουργήσουν μια «σε αργή κίνηση» έκδοση της διαδρομής της μπάλας ώστε αυτό να τους βοηθήσει να καταλάβουν πως η ταχύτητα αλλάζει κατά τη διάρκεια της κίνησης (10, 11, 12, 14). Η χειρονομία εδώ φαίνεται επίσης ότι τους βοηθά να δημιουργήσουν μια «κοινή αναπαράσταση» (Clarke, 1996) την οποία μπορούν και οι δυο να «δουν» και τροποποιήσουν μέχρι να φτάσουν σε συμφωνία.

Η Πατρίσια χρησιμοποιεί την φωνή της για να τονίσει αυτή τη διαδικασία. Καθώς περιγράφει τις αλλαγές στην ταχύτητα της μπάλας, η ομιλία της επιβραδύνει και επιταχύνει ανάλογα (11). Το επεισόδιο πρωταρχικά χαρακτηρίζεται από ένα «διαπραγματευτικό γεγονός», στο οποίο οι μαθητές αρχικά διαφωνούν και χρησιμοποιούν τη συζήτηση και την επεξήγηση ώστε τελικά να φτάσουν σε ομοφωνία (4-15). Υπάρχουν ενδείξεις παρακολούθησης των ζητουμένων του προβλήματος, όπου η Φράνσις υπενθυμίζει στην Πατρίσια ότι πρέπει να σχεδιάσουν την γραφική παράσταση.

Αλληλεπιδράσεις μικρών ομάδων με το δάσκαλο

Στην έρευνα των Sue Helme και David Clarke η Κάρεν και η Λόρεν έπρεπε να υπολογίσουν πόσα φύλλα από χαρτί μιλιμετρέ χρειάζονται ώστε να σχηματίσουν ένα εκατομμύριο τετραγωνικά χιλιοστά. Η αλληλεπίδραση της ομάδας τους με τη δασκάλα προέκυψε όταν εκείνη πλησίασε, έχοντας προηγουμένως αποδεχτεί μια διαφορετική απάντηση σ' αυτό το πρόβλημα από εκείνη που της έδωσαν τα κορίτσια, και προσπαθούσε να καταλάβει ποια από τις δύο ήταν η σωστή. Ακολουθούν 27 γραμμές διαλόγων από τις οποίες οι 14 είναι γραμμές που μιλάει είτε η Κάρεν είτε η Λόρεν αλλά οι 12 από αυτές είναι απαντήσεις στις ερωτήσεις της δασκάλας.

- *1. Τ: Ε, ερώτηση 1. Εξηγήστε την δουλειά σας.*
- *2. Κ: Ερώτηση 1. Κάνουμε μήκος επί πλάτος.*
- *3. Τ: Του;*
- *4. Κ: Του φύλλου του χαρτιού.*
- *5. Τ: Και ποιό είναι το μήκος σου;*
- *6. Κ: Το μήκος ήταν διακόσια πεν- διακόσια πενήντα τι;*
- *7. Τ: Ναι, διακόσια πενήντα τι;*
- *8. Λ: [ήσυχα] χιλιοστά.*
- *9. Κ: Εμ. Ναι, χιλιοστά.*
- *10. Τ: Δεν είχε την ευχαρίστηση να μάθει από μένα τις μονάδες μέτρησης; Χμ, χμ. Επί;*
- *11. Κ: Ναι, ναι. Μείον τα περιθώρια, τα άκρα [κάνει μια χειρονομία στον αέρα σε σχήμα σελίδας] που δεν έχουν τετραγωνάκια απάνω, το τετραγωνισμένο χαρτί, επί εκατόν ογδόντα χιλιοστά-*
- *12. Τ: Από πού πήρες το εκατόν ογδόντα;*
- *13. Κ: Απ' το πλάτος. Είναι ίσο με τετρακόσια-*
- *14. Τ: Γιατί τα πολλαπλασιάζεις αυτά μαζί; Γιατί όχι να τα προσθέσεις;*
- *15. Κ: Για να πάρω την επιφάνεια. Το γνωρίζω αυτό καλά*
- *16. Τ: [προς την Λόρεν] Την έχεις εκπαιδεύσει;*
- *17. Κ: Ίσον τετρακόσιες πενήντα χιλιάδες, οπότε χρειάζεστε – ωχ πως θα το βρω αυτό;*

- *18. Τ: Το τετρακόσιες πενήντα χιλιάδες;*
- *19. Κ: Ναι, έκαναν λάθος, εμείς είμαστε σωστές.*
- *20. Τ: Τετρακόσιες πενήντα χιλιάδες; Μπορείς να το γράψεις αυτό - μπορείς να το γράψεις – μπορείς να το κάνεις ξανά; Διακόσια πενήντα επί εκατόν ογδόντα; Α, για μια στιγμή, μια στιγμή, νομίζω ότι έχετε δίκιο. Μια στιγμή. Νομίζω ότι αυτοί έχουν κάνει λάθος.*
- *21. Κ: Ναι, αυτοί είναι λάθος, εμείς είμαστε σωστές.*
- *22. Λ: [Η Λόρεν σηκώνει τον υπολογιστή].*
- *23. Τ: Τι είναι; Ω! Και ποια είναι η απάντηση;*
- *24. Λ: Τετρακόσιες πενήντα χιλιάδες χιλιοστά σε ένα κομμάτι-*
- *25. Τ: Ναι.*
- *26. Λ: - και μετά το διαιρείς, το διαιρείς με το ένα εκατομμύριο, και σου δίνει είκοσι δύο κόμμα δύο, επομένως έτσι χρειαζόμαστε είκοσι δύο και ένα πέμπτο φύλλα χαρτί.*
- *27. Τ: Συγνώμη. [πηγαίνει στην άλλη ομάδα που βρίσκεται πιο μπροστά]*
- *28. Λ: Αχά! Εμείς έχουμε το σωστό.*

Ενδείξεις γνωστικής εμπλοκής: Όπως φάνηκε παραπάνω, η πλειοψηφία των λεγομένων των μαθητών σ' αυτό το επεισόδιο ήταν απαντήσεις στις ερωτήσεις και τα ζητήματα που έθετε ο δάσκαλος. Αυτά συμπεριλάμβαναν απαντήσεις που αφορούσαν την ζήτηση πληροφοριών (2, 4, 6, 8, 13, 19), και την επεξήγηση είτε για τις διαδικασίες (2) είτε κάποιος συνδυασμός διαδικασιών και αιτιολόγησης (11, 17, 24, 26). Έτσι η κοινωνική δυναμική σ' αυτό το επεισόδιο ήταν πολύ διαφορετική σε σχέση με τις στιγμές της αλληλεπίδρασης των συμμαθητών που συζητήθηκαν προηγουμένως, ενώ η αυτορρύθμιση ήταν παρούσα όπως στις αναστοχαστικές ερωτήσεις (6, 17). Η Κάρεν χρησιμοποίησε τις χειρονομίες για να εμπλουτίσει την εξήγησή της του πως βρήκε το εμβαδόν της σελίδας (11). Η γραμμή 17 συμπεριλαμβάνει τρία δείγματα γνωστικής εμπλοκής: εξήγηση της διαδικασίας, λεκτική διατύπωση της αιτιολόγησης, και αναστοχαστική ερώτηση του μαθητή προς τον εαυτό του. Η συναισθηματική διάσταση της εμπλοκής φαίνεται στη γραμμή 28, στην οποία η Λόρεν εκφράζει καθαρά την ευχαρίστησή και την ικανοποίησή της επειδή έχει δίκιο.

Το επεισόδιο δείχνει μερικές εμφανείς και σημαντικές διαφορές της αλληλεπίδρασης μεταξύ συμμαθητών και των αλληλεπιδράσεων δασκάλου μαθητή μέσα στην τάξη. Με τον δάσκαλο να ρωτά όλες σχεδόν τις ερωτήσεις, οι μαθητές δεν είχαν την ευκαιρία να δημιουργήσουν ιδέες και ταυτόχρονα να εκφράσουν και να επιλύσουν την αβεβαιότητα. Πάντως, η χρήση ερωτήσεων ανοιχτού τέλους από την δασκάλα μπορεί να πρόσφερε παράλληλα χρήσιμη γνωστική και μεταγνωστική «σκαλωσιά» (δείτε σελ. 40, Scaffolding-Θεωρία και Μάθηση), σε αντίθεση με το συνηθισμένο της στυλ άμεσων κλειστών ερωτήσεων που τείνουν να μην προκαλούν την σκέψη των μαθητών και οι οποίες σύμφωνα με τους Corno & Mandenach (1983), θα μπορούσαν να συνεισφέρουν σε ένα πρότυπο μαθητή «αποδέκτη» παρακάμπτοντας τα υψηλότερα επίπεδα γνωστικής εμπλοκής.

Αλληλεπιδράσεις όλης της τάξης με τον δάσκαλο

Ο Μαρκ και ο Ντάρεν συμμετείχαν σε μια συζήτηση με την δασκάλα για την γραφική παράσταση v-t μιας μπάλας που αρχικά πετάμε στον αέρα και αναπηδά. Η δασκάλα σχεδίασε τους άξονες και μια διαγώνιο γραμμή από ένα σημείο στον άξονα των y το οποίο αντιπροσώπευε την αρχική ταχύτητα μέχρι ένα σημείο στον άξονα των x. Αυτό ήταν πολύ δύσκολο έργο και φάνηκε ότι δασκάλα και μαθητές μπερδεύτηκαν σχετικά με το πότε συζητούν για την ταχύτητα, την μετατόπιση, ή την πραγματική κίνηση της ίδιας της μπάλας.

- *2. Μ: [ψιθυρίζει] Δεν μπορεί να πάει κάτω.*
- *3. Τ: - Πρέπει να χτυπήσει στο έδαφος. Όταν χτυπά στο έδαφος τι γίνεται μετά;*
- *4. Μ: Δεν μπορεί.*
- *5. S5: Αναπηδά.*
- *6. Τ: εντάξει, αναπηδά και έτσι πάει στην αρχή και πάει…*
- *7. Ντ: Πάνω πάλι.*
- *11. Ντ: Ναι, αυτή είναι εξαιτίας της ταχύτητας [δείχνει].*
- *12. Μ: Ναι.*
- *13. S10: Είναι η ταχύτητα, όχι ο τρόπος που αναπηδά.*

- *14. Τ: …κάπως έτσι; [κάνει μια κίνηση με το χέρι από ένα σημείο κάτω από τον άξονα των x]*
- *15. Ντ: Αυτή είναι η ταχύτητα.*

<u>Ενδείξεις γνωστικής εμπλοκής:</u> Λόγω του τρόπου με τον οποίο η δασκάλα ρύθμιζε τη ροή της συζήτησης, δεν είχαν οι μαθητές την ευκαιρία να κάνουν ερωτήσεις και να εκφράσουν ή να αναπτύξουν ιδέες. Μέσα απ' αυτό τον περιορισμό, πάντως, μπορούμε να διακρίνουμε αρκετές ενδείξεις γνωστικής εμπλοκής, και κατά συνέπεια τις στρατηγικές που χρησιμοποιούν οι μαθητές για να καταλάβουν αυτά που λέει η δασκάλα. Αυτά συμπεριλαμβάνουν: φωναχτή απάντηση στις ερωτήσεις της δασκάλας (12), συμπλήρωση των λόγων της δασκάλας (7), και ταυτόχρονα αναστοχαστικά σχόλια (2, 4, 13, 15).

Μεγάλο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι συνεντεύξεις του Ντάρεν και του Μαρκ, όπου και συζήτησαν αυτό το επεισόδιο.

(Συνέντευξη με τον Ντάρεν)

- *Ντ: Νομίζω ότι είναι η πρώτη πάνω .*
- *Ι: Εντάξει.*
- *Ντ: Διότι δεν μπορείς να πάς κάτω από την γραφική παράσταση γιατί αυτό θα σημαίνει ότι απλώς ταλαντεύεται ή…*

……

- *Ντ: Και μετά είναι πάνω στον αέρα και σταματά, μετά γυρνάει πίσω προς τα πάνω ξανά.*
- *Ι: Ναι.*
- *Ντ: Έτσι δεν θα πήγαινε σε ευθεία.*
- *Ι: Εντάξει.*
- *Ντ: Διότι αυτό θα σήμαινε ότι θα πήγαινε ουσιαστικά μέσα από το έδαφος..*

(Συνέντευξη με τον Μαρκ)

- *Ι: Εντάξει, γιατί δεν μπορεί να πάει κάτω από τον άξονα η γραφική παράσταση;*
- *Μ: διότι είναι ταχύτητα και δεν μπορεί να πάει κάτω από το μηδέν η ταχύτητα.*

- *Ι: Σωστά, αλλά στην πράξη.*
- *Μ: Αυτό είναι που σκέφτηκα.*
- *Ι: Ναι, ναι, έτσι τώρα τι νομίζεις;*
- *Μ: Εμ. Λοιπόν, είναι το σημείο που δεν καταλαβαίνω, δεν καταλαβαίνω πως θα πάει από κάτω.*

……

- *Εντάξει.[παίζει την βιντεοταινία: η δασκάλα λέει «επιβραδύνει, επιβραδύνει, επιβραδύνει»] Βγαίνει τώρα νόημα;*
- *Μ: Όχι.*

Είναι κατανοητό ότι όταν οι μαθητές έχουν την ευκαιρία στην συνέντευξη να στοχαστούν πάνω στο μάθημα και να επεξεργαστούν τις ιδέες τους, αποκαλύπτουν πολύ περισσότερες πληροφορίες για τις δυσκολίες και τις αβεβαιότητες τους όπως φαίνεται στο παραπάνω απόσπασμα. Το επεισόδιο πειστικά ενισχύει την άποψη ότι η διδασκαλία με όλη την τάξη μπορεί να τοποθετηθεί στην μορφή, το επίπεδο και την έκφραση της γνωστικής εμπλοκής των μαθητών. Τα δεδομένα μας δείχνουν ότι οι αλληλεπιδράσεις μαθητή με μαθητή προσφέρουν μεγαλύτερες δυνατότητες για υψηλού επιπέδου γνωστική εμπλοκή σε σχέση μ' αυτούς τους μαθητές που αλληλεπιδρούν με τον δάσκαλο τους.

Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΗΣ ΧΙΛΑΡΥ: «ΘΑ ΒΑΛΟΥΜΕ ΤΟ ΜΥΑΛΟ ΜΑΣ Σ' ΑΥΤΟ»

Η Χίλαρυ, η οποία συμμετείχε στην έρευνα των Sue Helme και David Clarke, κατά τη διάρκεια της συνέντευξης της μετά από ένα μάθημα έκανε την εξής δήλωση: «θα βάλουμε το μυαλό μας σ' αυτό». Στο συγκεκριμένο μάθημα οι μαθητές δούλεψαν σε ομάδες των τεσσάρων ατόμων και προσπάθησαν να καταγράψουν μερικά χρηματικά έξοδα που επηρεάζουν τη ζωή τους. Αυτή ήταν η μοναδική περίπτωση σε πάνω από 100 συνεντεύξεις στην οποία κάποιος μαθητής έκανε ένα αυθόρμητο θετικό σχόλιο για την γνωστική εμπλοκή του. Παρακάτω έχουμε ορισμένα στοιχεία από τη συζήτηση της ομάδας.

- *11. Χ: Διατροφή παιδιών. [προς τον Ντάρεν] Έξοδα διατροφής παιδιών. [ο Ντάρεν γράφει] Σταμάτα να γελάς Μαρκ, είναι αλήθεια.*
- *12. Β: Έξοδα σχολείου.*

- *13. Χ: [κάνει νεύμα] Σχολείο.*
- *14. Β: [προς τον Ντάρεν] Μέχρι εκεί.[Ο Ντάρεν γράφει]*
- *15. Χ: Γράψε δίδακτρα σχολείου. [Ο Ντάρεν γράφει]*
- *16. Ντ: Κόστος καλωδιακής τηλεόρασης.*
- *17. Χ: Έχει κανείς εδώ καλωδιακή τηλεόραση;*
- *18. Β: Δεν με επηρεάζει.*
- *19. Χ: Ούτε εμένα.*
- *20. Μ: Δεν μπορώ να την πάρω ακόμα.*
- *Χ: Νομίζω ότι ήταν καλός ο τρόπος να πάμε σε ομάδες και κάπως να το σκεφτούμε, γιατί ήταν πιο εύκολο απ΄ ότι απλώς να δίνουμε απαντήσεις στη κυρία Μπράουν, καθισμένοι απλώς στις καρέκλες μας μόνοι μας.*
- *Ι: Ναι. Έτσι πιο μέρος για τις ομάδες ήταν καλό;*
- *Χ: Νομίζω ότι ήταν καλό που δεν μπήκαμε σε ομάδες με φίλους μας… διότι αν μπαίναμε σε ομάδες με φίλους θα μιλούσαμε όλη την ώρα και δεν θα κάναμε στην πραγματικότητα την δουλειά μας, αλλά. Έτσι είναι με τους ανθρώπους, εγώ και η Μπράϊονι ήμαστε με τον Ντάρεν και τον Μαρκ, και κάπως δραστηριοποιηθήκαμε όλοι μαζί, και αυτό δούλεψε πολύ καλά.*
- *Ι: Οπότε μπορείς να μου πεις πως το καταφέρατε, τι το καλό σας προσέφερε, τι ήταν αυτό που λειτούργησε για σας;*
- *Χ: Νομίζω ότι ήταν απλώς το ότι το δραστηριοποιηθήκαμε πραγματικά όλοι μαζί, βάλαμε το μυαλό μας σ΄ αυτό και σκεφτήκαμε γι΄ αυτό.*

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η γνωστική εμπλοκή εκτιμάται από την εκπαιδευτική κοινότητα ότι διευκολύνει τη μάθηση. Το μειονέκτημα όμως, είναι πως οι περισσότερες μελέτες της γνωστικής εμπλοκής βασίζονται σε έμμεσες μετρήσεις του χρόνου εργασίας και των αυτό-αναφορών των μαθητών. Αντιθέτως, το πλεονέκτημα της μελέτης των Sue Helme και David Clarke, είναι η προσπάθεια εντοπισμού εμπειρικών ενδείξεων γνωστικής εμπλοκής μέσα στην τάξη ερευνώντας την σχέση μεταξύ των τύπων της γνωστικής εμπλοκής και των διαφορετικών καταστάσεων και δραστηριοτήτων της τάξης.

Ανάμεσα στα συμπεράσματα που μπορούν να βγουν για τη γνωστική εμπλοκή είναι ότι αυτή παρατηρείται σε καταστάσεις της τάξης και μπορεί συνεπώς να αναγνωρίζεται από συγκεκριμένες λεκτικές και συμπεριφορικές ενδείξεις. Εξετάσαμε την γνωστική εμπλοκή σε τέσσερις διαφορετικές καταστάσεις της τάξης – παράλληλη και συνεργατική δραστηριότητα της τάξης, διδασκαλία με ολόκληρη την τάξη, και αλληλεπίδραση μαθητή – δασκάλου σε μικρή ομάδα – και παρατηρήσαμε ότι διαφορετικοί τύποι γνωστικής εμπλοκής φαίνεται να χαρακτηρίζουν κάθε τύπο δραστηριότητας. Θα παρατηρούσαμε ότι οι αλληλεπιδράσεις μαθητή με μαθητή φαίνεται να προσφέρουν μεγαλύτερο περιθώριο για υψηλού επιπέδου γνωστική εμπλοκή απ' ότι οι αλληλεπιδράσεις δασκάλου μαθητή, τόσο στην διδασκαλία με ολόκληρη την τάξη όσο και στις αλληλεπιδράσεις με μικρές ομάδες. Ουσιαστικά, οι κοινωνικοί κανόνες, το είδος της δραστηριότητας και οι προσωπικοί παράγοντες, όπως είναι το προσωπικό νόημα, διαμορφώνουν την έκφραση της γνωστικής εμπλοκής, ενώ η συναισθηματική πλευρά και τα κίνητρα της εμπλοκής είναι επίσης ορατά στα δεδομένα που έχουμε.

3. Η ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Η συγκεκριμένη έρευνα, όπως αναφέραμε και παραπάνω (σελ. 3 Σκοπός της Διπλωματικής), έχει ως σκοπό να ερευνήσουμε τη δυνατότητα της ΔΑΘ να βελτιώσει την επίδοση στα Μαθηματικά, εκείνων των μαθητών που παρακολουθούν μαθήματα ΠΔΣ. Αυτό σημαίνει ότι θα επιχειρήσουμε να κατανοήσουμε το βαθμό που οι μαθητές αποδέχονται το ρόλο τους, συμμετέχουν σε έναν νέο τρόπο διδασκαλίας το Διδάσκοντας ανάμεσα στα Θρανία, και να διαπιστώσουμε εάν η μεταβίβαση μέρους της υπευθυνότητας του δασκάλου για την ανάπτυξη της γνώσης στους μαθητές, τους βοηθά να κατανοήσουν βαθύτερα τις μαθηματικές έννοιες.

Κατόπιν συνεννοήσεως με την διεύθυνση του σχολείου, το διδακτικό μέρος της έρευνας διεξήχθει στην Λεόντειο Σχολή Πατησίων. Το διδακτικό μοντέλο ΔΑΘ εφαρμόστηκε σε τάξεις Πρόσθετης Διδακτικής Στήριξης (ΠΔΣ) του σχολείου και εξετάστηκε η αποτελεσματικότητά του από την απόδοση των μαθητών της ΠΔΣ στις κανονικές τάξεις του σχολείου αυτού. Όλες οι διδασκαλίες βιντεοσκοπήθηκαν και μαζί με τα τελικά γραπτά των μαθητών στις εξετάσεις του Ιουνίου, αποτέλεσαν το ερευνητικό υλικό.

Πιο αναλυτικά, η έρευνα μας διήρκησε δύο συνεχόμενες σχολικές χρονιές. Αναφέρεται στους μαθητές της Α΄ τάξης του λυκείου της Λεοντείου Σχολής Πατησίων. Στο διάστημα αυτό έγιναν τρεις βιντεοσκοπήσεις κατά τη διάρκεια των μαθημάτων της Πρόσθετης Διδακτικής Στήριξης στις παραγράφους *§2.5 'Μελέτη Συνάρτησης' και §4.4 'Η συνάρτηση* $f(x)= \alpha x^2+\beta x+\gamma,\ \alpha\neq 0$*'* . Οι δύο πρώτες βιντεοσκοπήσεις έγιναν κατά τη διάρκεια του σχολικού έτους 2006-2007, ενώ η τελευταία το 2007-2008. Στις βιντεοσκοπήσεις που έγιναν τη σχολική χρονιά 2006-2007, η καθηγήτρια έκανε παράδοση του μαθήματος 'Αύξουσες και Φθίνουσες Συναρτήσεις' ενώ το σχολικό έτος 2007-2008 έχουμε μία επανάληψη σε όλη την παράγραφο *§4.4 'Η συνάρτηση* $f(x)= \alpha x^2+\beta x+\gamma,\ \alpha\neq 0$*'*. Επιπλέον, στην αρχή και το τέλος κάθε σχολικής χρονιάς υπήρξαν συνεδριάσεις μεταξύ των καθηγητών Μαμαλή Παναγιώτη, Καψή Θέμις, Κλαουδάτου Νικόλαου και εμού, για να καθοριστεί το θέμα το οποίο θα αποτελούσε το αντικείμενο διδασκαλίας και εξέτασης, καθώς και στο τέλος για να εκτιμηθούν τα αποτελέσματα της διδασκαλίας μέσω των βιντεοσκοπήσεων και των τελικών γραπτών.

Στις παραδόσεις του έτους 2006-2007, η καθηγήτρια είχε δύο τμήματα Πρόσθετης Διδακτικής Στήριξης. Η μία βιντεοσκόπηση έγινε στο πρώτο τμήμα και η

δεύτερη στο άλλο. Και στα δύο τμήματα ακολούθησε περίπου τον ίδιο τρόπο παράδοσης και αποτελείται από τέσσερις φάσεις:

Στην πρώτη φάση, χρησιμοποιεί τον πίνακα για να σχεδιάσει τις γραφικές παραστάσεις διάφορων συναρτήσεων. Από αυτές άλλες είναι αύξουσες και άλλες φθίνουσες. Στη συνέχεια, με τη βοήθεια ενός ευρηματικού παραδείγματος που αφορά τα κέρδη ενός εργοστασίου ζητάει από τους μαθητές της να ζωγραφίσουν δύο συναρτήσεις όπου η μία θα 'ανεβαίνει' και η δεύτερη θα 'κατεβαίνει', ενώ ταυτόχρονα εισάγει και τις έννοιες αύξουσα και φθίνουσα συνάρτηση. Στη τρίτη φάση συνειδητοποιεί πως οι μαθητές της δεν έχουν κατανοήσει πως τα x και y δεν είναι ποσά ανάλογα και μέσα από τη συζήτηση προσπαθεί να τους δώσει να καταλάβουν το λάθος τους. Τέλος, στην τέταρτη φάση αναφέρεται στο πεδίο ορισμού της συνάρτησης και δίνει στους μαθητές ένα απλό παράδειγμα για το οποίο ζητάει να της αποδείξουν, αρχικά με τη βοήθεια γραφημάτων και στη συνέχεια με αλγεβρικό τρόπο, εάν είναι αύξουσα ή φθίνουσα.

Στη βιντεοσκόπηση που έλαβε χώρα το έτος 2007-2008, η καθηγήτρια μοίρασε στους μαθητές της ένα επαναληπτικό φυλλάδιο, τους χώρισε σε ομάδες των δύο ατόμων και τους έβαλε να συνεργαστούν μεταξύ τους για να λύσουν τις ασκήσεις. Λόγω έλλειψης χρόνου, δε πρόλαβε να ολοκληρώσει όλες τις ασκήσεις αλλά η επιλογή αυτών που πραγματοποιήθηκαν στην τάξη είναι προσεκτική και δίνει τη δυνατότητα στην καθηγήτρια να καταλάβει εάν οι μαθητές της έχουν εμπεδώσει τις έννοιες.

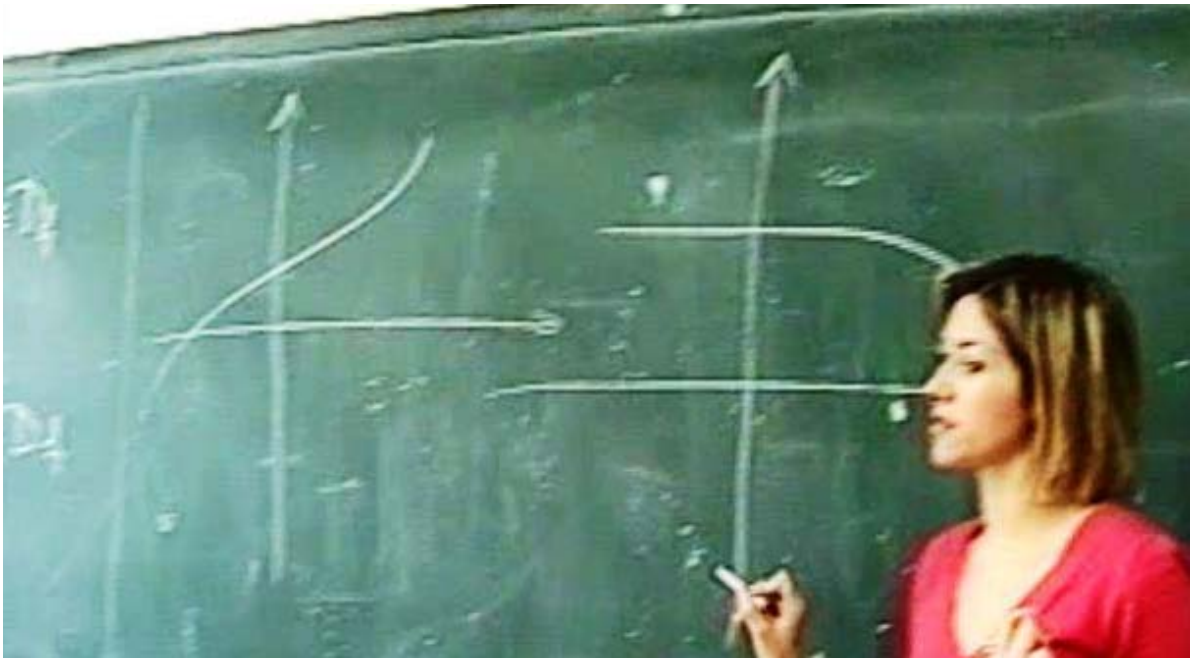
Εκτός όμως από αυτές τις βιντεοσκοπήσεις, ταυτόχρονα, έγιναν και δύο ακόμη μέσα στην κανονική τάξη της Ά Λυκείου. Μία το σχολικό έτος2006-2007 και μία το 2007-2008. Ο καθηγητής του τμήματος μοίρασε και τις δύο χρονιές ένα επαναληπτικό φυλλάδιο και με τη βοήθεια του πίνακα και του Ηλεκτρονικού Υπολογιστή προσπαθεί να κατανοήσει το βαθμό που οι μαθητές έχουν εμπεδώσει τις έννοιες αύξουσα- φθίνουσα συνάρτηση, άρτια-περιττή, τοπικό ελάχιστο-τοπικό μέγιστο.

4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

Στην παράγραφο αυτή αναλύσουμε κάποια διδακτικά επεισόδια που έλαβαν χώρα κατά τη διάρκεια των μαθημάτων που βιντεοσκοπήθηκαν.

Τα επεισόδια τα οποία επιλέξαμε να ασχοληθούμε είναι κατανεμημένα ανάλογα με το τμήμα της Πρόσθετης Διδακτικής Στήριξης και τη σχολική περίοδο που γυρίστηκε το βίντεο. Θα ξεκινήσουμε με το πρώτο βίντεο στο οποίο παρακολουθούμε το μάθημα του τμήματος Νο1 (2006-2007). Το συγκεκριμένο τμήμα αποτελείται από επτά μαθητές δύο κοπέλες και πέντε αγόρια. Εμείς θα εστιάσουμε το ενδιαφέρον μας σε δύο συγκεκριμένες μαθήτριες και δύο μαθητές, οι οποίοι βρίσκονται και μέσα στην τάξη του καθηγητή που έγινε αργότερα η βιντεοσκόπηση.

Στο πρώτο επεισόδιο με το οποίο θα ασχοληθούμε, η καθηγήτρια προσπαθεί να εισάγει τους μαθητές στις γνησίως αύξουσες και γνησίως φθίνουσες συναρτήσεις. Για το λόγο αυτό τους σχεδιάζει στον πίνακα δύο γραφήματα και τους ζητάει να της αναφέρουν ποιο από τα δύο θα προτιμούσανε να απεικονίζει τα κέρδη τους, σε περίπτωση που είχαν μία εταιρεία.



Εικόνα 1

Καθηγήτρια: *Εσείς αν είχατε εταιρεία ποια από τις δύο γραφικές παραστάσεις θα θέλατε να δείχνει τα κέρδη σας; Προς την μαθήτρια 1: Έχεις εταιρεία και*

αυτές είναι οι γραφικές παραστάσεις των κερδών σου. Ποια από τις δυο θα προτιμήσεις, την πρώτη ή την δεύτερη και γιατί;

Μαθήτρια1 : *Την πρώτη.*

Καθηγήτρια : *Γιατί;*

Μαθήτρια1 : *Ε.... γιατί ...*

Καθηγήτρια : *Μην κολλάς πάνω στην μαθήτρια2 , Θα την πετάξεις κάτω .Έλα πιο εδώ.*

Μαθήτρια1 : *Καλά δεν κόλλησα κιόλας.*

Καθηγήτρια : *Για λέγε.*

Μαθήτρια1 : *Ε... δε ξέρω στην τύχη το είπα (χαμογελά).*

Μαθήτρια2 : *Να πω ;*

Καθηγήτρια : *Όχι θα μας το πει η μαθήτρια1 .*

Μαθήτρια1 : *Α... γιατί ανεβαίνει.*

Καθηγήτρια : *ανεβαίνει προς τα πάνω. (Απευθύνεται στη μαθήτρια 1) Η άλλη κατεβαίνει ε; Αυτή εδώ; η οποία είναι η $f(x)=x^2$; (τη ζωγραφίζει και ζητάει από την τάξη να της πούνε τη μονοτονία της συνάρτησης $f(x)= x^2$.)*

<u>Ανάλυση:</u>

Στον συγκεκριμένο διάλογο, η καθηγήτρια προσπαθεί να εισάγει την έννοια της αύξουσας και φθίνουσας συνάρτησης με τη βοήθεια ενός παραδείγματος από την καθημερινότητα. Είναι ένα παράδειγμα που αναφέρεται στα κέρδη ενός εργοστασίου και κάνοντας δύο γραφικές παραστάσεις ζητά από τους μαθητές να επιλέξουν ποια από τις δύο θα επέλεγαν για να απεικονίσουν τα κέρδη τους, σε περίπτωση που ήταν οι ιδιοκτήτες. Παρατηρούμε πως στο σημείο αυτό μπαίνουν εξωμαθηματικά στοιχεία που βοηθούν τα παιδιά να αναγνωρίσουν τις μαθηματικές έννοιες. Η καθηγήτρια ρωτάει τη μία μαθήτρια ποια από τις γραφικές παραστάσεις θα ήθελε να δείχνει τα κέρδη της. Η μαθήτρια απαντάει αλλά αποδεικνύεται πως το έκανε τυχαία. Χαμογελάει νευρικά, προσπαθεί να δικαιολογήσει την απάντησή της και κάνει διάφορες κινήσεις με τα χέρια που δείχνουν την αμηχανία της, Τελικά, παραδέχεται την αλήθεια και δίνει μία εξήγηση σχετικά με την απάντηση που επέλεξε. Απαντάει σωστά στο ερώτημα που της τέθηκε αλλά είναι πάρα πολύ διστακτική. Η αιτία της συμπεριφοράς της είναι πως ντρέπεται την

κάμερα που υπάρχει κατά τη διάρκεια του μαθήματος. Έχει κολλήσει στη διπλανή της και προσπαθεί ενστικτωδώς να κρυφτεί πίσω από τη φίλη της.

Στο παρακάτω απόσπασμα, η καθηγήτρια ζητάει από τους μαθητές της να σχεδιάσουν στα τετράδια τους μία γνησίως αύξουσα συνάρτηση καθώς και μία γνησίως φθίνουσα. Σκοπός της είναι να αρχίσουν να οικειοποιούνται τις νέες έννοιες που τους ανέφερε και επιπλέον να δει εάν μπορούν να αναγνωρίσουν τη μονοτονία μία συνάρτησης βλέποντας το γράφημα της.

Μαθήτρια1 : *Να ρωτήσω τι είπατε να κάνουμε ;*

Καθηγήτρια: *Μια συνάρτηση αύξουσα και μια φθίνουσα να κατεβαίνει.*

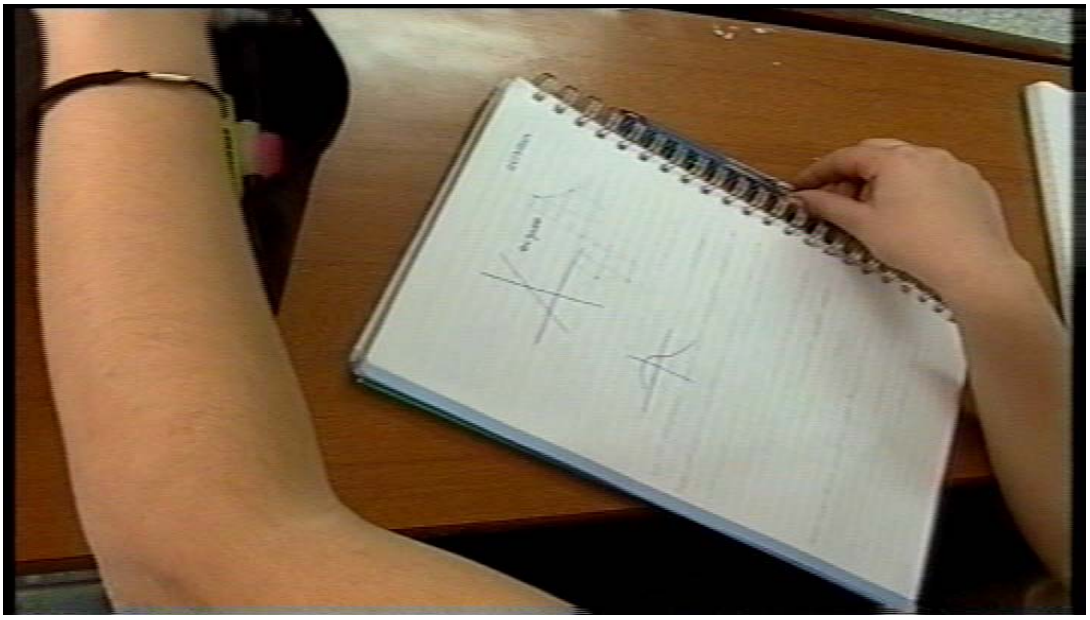
Μαθήτρια1 : *α…. έτσι ;*

Καθηγήτρια: *Αυτή τι είναι ανεβαίνει ή κατεβαίνει;*

Μαθήτρια1 : *Ανεβαίνει .*

Καθηγήτρια: *Αύξουσα ωραία, και μια φθίνουσα .*

Μαθήτρια1 : *Που να κατεβαίνει ;*



Εικόνα 2

Καθηγήτρια : *Ναι .Όπως τι θες εσύ δεν έχουμε περιορισμό, να κατεβαίνει όμως να μειώνονται τα κέρδη σου που λέγαμε πριν.*

Μαθήτρια1 : *Έτσι ;*

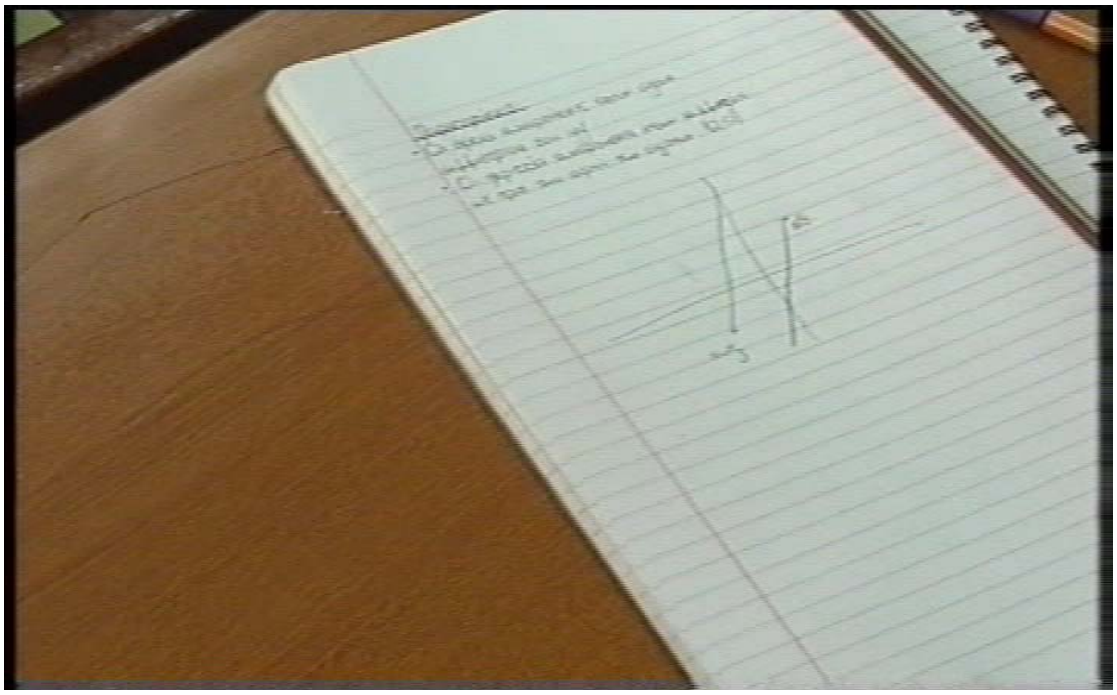
Καθηγήτρια : *Εδώ μειώνονται τα κέρδη σου ; (δείχνει το μέρος που είναι αύξουσα)*

Μαθήτρια1 : *Όχι*

Καθηγήτρια : *Άρα σβήσε αυτό το κομματάκι.*

Μαθήτρια1 : *Καλά*

Καθηγήτρια : *Για να μείνει μόνο αυτό που … ωραία! Για να δω μαθήτρια 2; Εσύ τι έκανες ; Αυτή είναι η αύξουσα που ανεβαίνει. (δείχνει με το δάχτυλο την πάνω)*



Εικόνα 3

Μαθήτρια2 : *και η φθίνουσα (δείχνει την 2η).*

Καθηγήτρια : *Ανεβαίνει και αυτή (η Μαθήτρια 2 έχει σχεδιάσει δύο παράλληλες ευθείες)*

Μαθήτρια2 : *Όχι κατεβαίνει .*

Καθηγήτρια : *Κατεβαίνει από εδώ και αρχίζουμε να μετράμε (η καθηγήτρια κατανοεί πως η μαθήτρια 2 τη δεύτερη παράλληλη θεωρεί ότι αρχίζει από πάνω και κατευθύνεται προς τα κάτω)*

Μαθήτρια2 : *Όχι ε;*

Καθηγήτρια : *Ρε παιδιά για δείτε λιγάκι κάτι να το ξεκαθαρίσουμε γιατί δεν … μπορεί να έχει και δίκιο η μαθήτρια2. Όλοι στον πίνακα !!! Λέει η μαθήτρια2 ότι έφτιαξα μια αύξουσα και μια φθίνουσα ως εξής. Αυτή είναι η αύξουσα ή κάπως έτσι και αυτή η φθίνουσα. Γιατί λέει η μαθήτρια2, εγώ θέλω να ανέβω έτσι .. και να κατεβαίνει έτσι ... Έχει κάνει λάθος ; Και αν ναι γιατί έκανε λάθος. Ποια είναι η άποψη σας.*

Μαθητής1 : *Τι πιστεύω. Ότι σε μια αύξουσα , στην πάνω όσο τα χ τόσο και τα ψ αυξάνουν. Άμα αυξάνουν και στην κάτω επειδή έχει την ίδια φορά τότε ποιο το νόημα θα είναι και οι δυο ίδιες.*

Καθηγήτρια : *Ναι . Δεν το κατάλαβα…*

Μαθητής1 : *Στην αύξουσα τόσο το χ όσο και το ψ*

Καθηγήτρια : *Σιγά σιγά τόσο το χ όσο και το ψ ….*

Μαθητής1 : *Αυξάνονται σαν αριθμοί.*

Καθηγήτρια : *το χ που πηγαίνει όταν αυξάνεται;*

Μαθητής1 : *προς τα εκεί (δείχνει με το χέρι προς τα δεξιά)*

Καθηγήτρια : *το ψ ;*

Μαθητής1 : *και αυτό προς τα πάνω ανεβαίνει, αφού ανεβαίνει διαγώνια.*

Καθηγήτρια : *Αν είναι με αυτή την λογική γιατί δεν είναι φθίνουσα...*

Μαθητής1 : *γιατί και το χ και το αυξάνονται άρα είναι αύξουσα.*

Καθηγήτρια : *Όχι μειώνονται και τα χ και τα ψ . Τα χ προς τα πού μειώνονται, από τα αριστερά προς τα δεξιά. Ξεκινάμε από τους αρνητικούς.*

Μαθήτρια2 : *προς τα εκεί δεν αυξάνονται (δείχνει με το χέρι προς τα δεξιά)*

Καθηγήτρια : *Ναι . Όσο προχωράμε έτσι τα χ αυξάνονται.*

Μαθήτρια2 : *Ωραία .Η Φ φθίνουσα πάει προς τα εκεί (δείχνει αντίθετη κατεύθυνση). Άρα μειώνονται τα χ.*

Καθηγήτρια : *Συγγνώμη εσύ πας προς τα εδώ;*

Μαθήτρια2 : *Ναι*

Καθηγήτρια : *Άρα, συγνώμη δεν πας έτσι δεξιά να τα αυξήσεις τα χ.*

Μαθήτρια2 : *Ναι η φθίνουσα τα μειώνει δεν τα μειώνει;*

Καθηγήτρια : *Οι υπόλοιποι καταλάβατε γιατί διαφωνούμε;*

Τάξη : *Όχι.*

Καθηγήτρια : *Όχι λέει η μαθήτρια 2 . Τα ξαναλέω και να μου πείτε εσείς τη λύση . Αυτή είναι αύξουσα γιατί ανεβαίνει έτσι και αυτή είναι φθίνουσα γιατί κατεβαίνει. Εγώ αν σας έσβηνα αυτή (σχεδιάζοντας τις συναρτήσεις στην μια επάνω έγραψε αύξουσα και στη άλλη φθίνουσα). Να σβήσει τις ονομασίες και σας έλεγα ότι αυτά είναι τα κέρδη σας θα αισθανόσασταν ότι χάνετε στην φθίνουσα.*

Τάξη : *Όχι.*

Καθηγήτρια : *Όχι. Άρα η μαθήτρια 2 κάπου πρέπει να έχει λάθος και προσπαθούμε να βρούμε αυτό το λάθος. Αυτό που είπε ο μαθητής1 ήτανε σωστό γιατί σου λέει όπως αυξάνεις τα χ να αυξάνονται και τα ψ . Προς τα πού αυξάνονται;*

Μαθήτρια2 : *Προς τα εκεί.*

Καθηγήτρια: *Προς τα δεξιά . Όσο δηλαδή προχωράμε έτσι , τι πρέπει να κάνει το ψ για να έχω φθίνουσα ; Να μειώνεται . Μειώνεται;*

Μαθήτρια2 : *(αρχίζει να συνειδητοποιεί ότι έχει κάνει λάθος , χαμογελά, παίζει τα μάτια της ….)*

Καθηγήτρια: *Άρα αυτό που μας ενδιαφέρει δεν είναι μόνο το αν ανεβαίνει ή κατεβαίνει αλλά και προς τα πού δηλαδή όχι να εξετάσουμε σκέτη την συνάρτηση και να την απομονώσουμε , είναι τα χ που πρέπει να συνδέσουμε . Άρα αν προχωρήσουμε για να δώσουμε έναν ορισμό για την αύξουσα θα έχουμε κάτι υπόψη μας για το χ όσο μεγαλώνουμε να ανεβαίνει η τιμή της f .Σωστά;*

Μαθήτρια2: *Δηλαδή στις φθίνουσες αυξάνεται το χ και μειώνεται το ψ.*

Καθηγήτρια: *Ναι.*

Μαθήτρια2 : *Α! Δε το ήξερα. Εντάξει τότε!! (χειρονομεί έντονα κουνώντας τα χέρια της συνέχεια).*

Ανάλυση:

Στο συγκεκριμένο απόσπασμα, παρατηρούμε ότι η μαθήτρια 1 δεν έχει συνειδητοποιήσει ότι η έννοια της φθίνουσας συνάρτησης συνδέεται με την έννοια 'κατεβαίνει' που χρησιμοποιούμε στην καθημερινή μας ζωή. Είναι μία καινούρια έννοια και δεν έχει κατανοήσει το νόημα της. Για το λόγο αυτό, η καθηγήτρια προσπαθεί να της δώσει να καταλάβει πως η λέξη κατεβαίνει συνδέεται με το γεγονός ότι τα κέρδη της εταιρείας μειώνονται, και πως υπάρχει αντιστοιχία της νέας αυτής έννοιας με κάτι οικείο. Επιπλέον, όταν κάνει λάθος στη γραφική της παράσταση που έχει σχεδιάσει, η καθηγήτρια δεν της υποδεικνύει το λάθος της αλλά με τη βοήθεια του scaffolding (θέτει μία συγκεκριμένη ερώτηση- 'εδώ μειώνονται τα κέρδη σου;') δίνει τη δυνατότητα στη μαθήτρια να κατανοήσει το λάθος της και να το διορθώσει. Υπάρχει συνεργασία μεταξύ καθηγήτριας και μαθήτριας με αποτέλεσμα να αρχίσει να *αναπτύσσεται 'η Ζώνη της Επικείμενης Ανάπτυξης'*. Επιπλέον, διαπραγματεύεται τη σκέψη της μαθήτριας με απώτερο σκοπό να κατανοήσει η ίδια το λάθος της. Πρόκειται για τη λεγόμενη '***αυτοδιόρθωση***'. Κατά τον Baird *η αυτοδιόρθωση* είναι ένα μέσον βελτίωσης της διδασκαλίας, η οποία αυτοδιόρθωση, καθοδηγείται από τον *αναστοχασμό (reflection)* πάνω στις διδακτικές ενέργειες.

Στη συνέχεια του επεισοδίου, παρατηρούμε ότι υπάρχει αλληλεπίδραση της καθηγήτριας με τη μαθήτρια2. Η συγκεκριμένη μαθήτρια δεν έχει καταλάβει πως για να είναι μία συνάρτηση αύξουσα θα πρέπει όταν αυξάνονται τα x να αυξάνονται και τα y, ενώ για να είναι φθίνουσα όταν τα x αυξάνονται τα y θα πρέπει να μειώνονται. Εξαιτίας αυτής της παρανόησης, σχεδιάζει μία γραφική παράσταση, η οποία προκαλεί αφορμή για ουσιαστική συζήτηση μέσα στην τάξη. Η καθηγήτρια συνειδητοποιεί τι ακριβώς δεν έχει καταλάβει η μαθήτρια της, αλλά δε θέλει να τη διορθώσει και να της πει αμέσως πιο είναι το λάθος στη σκέψη της. Αντίθετα, αποφασίζει να φέρει τον προβληματισμό στην τάξη με σκοπό να υπάρξει μία συζήτηση με όλους τους μαθητές και να μπορέσουν όλοι να πούνε την άποψη τους πάνω στο συγκεκριμένο πρόβλημα. Αφού λοιπόν καθορίσει ποια από τις συναρτήσεις είναι η αύξουσα και ποια η φθίνουσα, αφήνει τους μαθητές να σκεφτούν.

Από αυτό το σημείο και μετά παύει να υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ της καθηγήτρια και της μαθήτρια 2 και ξεκινάει η αλληλεπίδραση μεταξύ της καθηγήτριας και ολόκληρου του τμήματος. Το γεγονός αυτό οδηγεί στην ανάπτυξη της *'Ζώνης της Επικείμενης Ανάπτυξης'* μεταξύ των μαθητών της τάξης και της καθηγήτριας. Ο μαθητής 1 προσπαθεί να εξηγήσει το λόγο που η σκέψη της μαθήτριας 2 είναι λανθασμένη, αλλά

δυσκολεύεται να εκφραστεί σωστά. Η καθηγήτρια θέλει να τον βοηθήσει και επιλέγει να του ζητήσει να εξηγήσει τον τρόπο που σκέφτεται γιατί και η ίδια αλλά και οι συμμαθητές του δεν τον καταλαβαίνουν. Κάνοντας του προσεκτικές ερωτήσεις ο μαθητής 1 καταφέρνει να δικαιολογήσει πότε μία συνάρτηση είναι αύξουσα. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονίσουμε πως ο μαθητής στην προσπάθεια του να εκφράσει τη σκέψη του με τρόπο επιστημονικά ορθό και απόλυτα κατανοητό τόσο στην καθηγήτρια του όσο και στους συμμαθητές του κάνει συνεχώς κινήσεις. Καθώς προσπαθεί να εξηγήσει τη σκέψη του σε όλη την τάξη, παρατηρούμε πως είναι ήρεμος και πολλές φορές χρησιμοποιεί τα χέρια του θέλοντας να αναπαραστήσει τη σχέση που υπάρχει μεταξύ των x και f(x) στη γραφική παράσταση. Η εκτεταμένη χρήση χειρονομιών είχε σαν αποτέλεσμα την ενίσχυση του λόγου του, καθώς και το να διατηρηθεί η κοινή προσοχή στο πρόβλημα. Το επεισόδιο αυτό είναι αξιοσημείωτο γιατί στην προσπάθεια αυτή του μαθητή έχουμε την εμφάνιση αργής ομιλίας και παύσεων σε συνδυασμό με αναπαραστασιακές χειρονομίες. Η συνύπαρξη χειρονομιών, παύσεων και αργής ομιλίας είναι ένα ιδιαίτερα ξεκάθαρο παράδειγμα της πιθανής σύγκλισης πραγματικότητας και χειρονομιών για τη μεταβίβαση της κατανόησης.

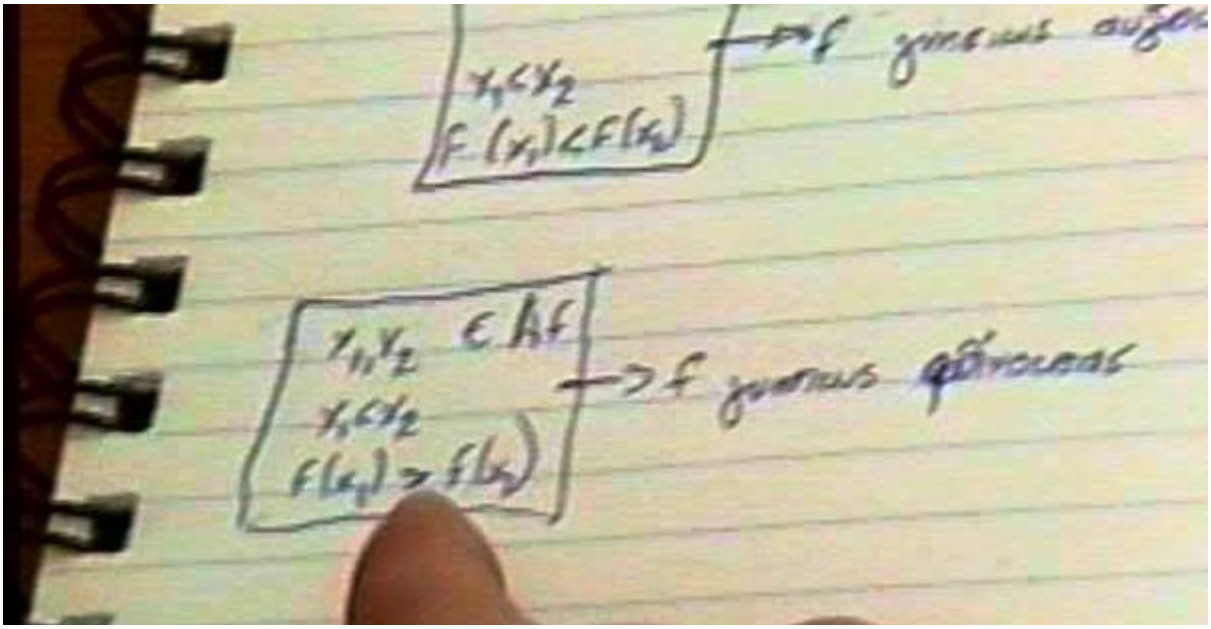
Στη συνέχεια, η ίδια η καθηγήτρια κάνει επίτηδες μία λανθασμένη διατύπωση και αναφέρει πως και τα x αλλά και τα y μειώνονται, ενώ ταυτόχρονα θέτει και την ερώτηση προς ποια κατεύθυνση μειώνονται τα x. Η μαθήτρια2 αντιδρά αμέσως και διορθώνει την καθηγήτρια της, ενώ δε σταματά να κουνά τα χέρια της όσο εξηγεί την άποψη της. Στις επόμενες σειρές του επεισοδίου η καθηγήτρια προσπαθεί με τη βοήθεια της μεθόδου scaffolding και θέτοντάς της ερωτήσεις να της δώσει να καταλάβει ότι ο τρόπος σκέψης της είναι λανθασμένος. Η μαθήτρια ενώ γνωρίζει πως οι τιμές των x προς τη δεξιά κατεύθυνση του άξονα είναι μεγαλύτερές, δεν μπορεί να μεταφέρει τις γνώσεις της πάνω στο σχήμα. Αποτέλεσμα αυτής της κατάστασης είναι η συζήτηση να οδηγείται σε αδιέξοδο γεγονός που αναγκάζει την καθηγήτρια να ζητήσει τη βοήθεια της τάξης.

Αποφασίζει λοιπόν, να σβήσει ότι είχε γράψει πάνω σε κάθε παράλληλη ευθεία και στη συνέχεια, ζητάει από τους μαθητές της να σκεφτούν και να της πούνε σε ποια κατηγορία ανήκουν οι συγκεκριμένες συναρτήσεις. Εάν είναι αύξουσες ή φθίνουσες. Αμέσως, όλη η τάξη χωρίς κανένα δισταγμό υποδεικνύει πως και οι δύο οι συναρτήσεις δείχνουν ότι τα κέρδη της εταιρείας αυξάνονται γεγονός που μας οδηγεί αυτομάτως στο συμπέρασμα πως δεν έχουν καταφέρει ακόμη να συνδυάσουν την εμπειρία τους με το μαθηματικό ορισμό. Έτσι, με αυτό τον τρόπο η καθηγήτρια καταφέρνει να εκμαιεύσει

την απάντηση που θέλει και εξηγεί σε όλο το τμήμα γιατί ο μαθητής 1 είχε σωστό τρόπο σκέψης και ποιο ήτανε το λάθος της μαθήτριας 2. Επίσης, χρησιμοποιώντας για μία ακόμη φορά το scaffolding οδηγεί τη μαθήτρια 2 στο να καταλάβει που ουσιαστικά κάνει λάθος. Η μαθήτρια πράγματι καταλαβαίνει το λάθος της, νοιώθει αμήχανη, χαμογελά και παίζει συνεχώς τα μάτια της. Τέλος, για να σιγουρευτεί ότι έχει κατανοήσει σε βάθος τα λόγια της καθηγήτριας της επαναλαμβάνει αυτά που έχει καταλάβει από τη συζήτηση που προηγήθηκε, ζητώντας ταυτόχρονα την επιβεβαίωση στα λεγόμενα της. Πιο συγκεκριμένα λέει: *'Μαθήτρια2: Δηλαδή στις φθίνουσες αυξάνεται το χ και μειώνεται το ψ.'*

Με τον τρόπο αυτό τελειώνει ένα πραγματικά πλούσιο σε γεγονότα επεισόδιο το οποίο περιέχει πάρα πολύ συζήτηση, εμπλοκή της καθηγήτριας με ένα μαθητή αλλά και με την τάξη ολόκληρη, πολλές χειρονομίες καθώς και ευρεία χρήση της μεθόδου scaffolding.

Παρακάτω, η καθηγήτρια έχει ζητήσει από τους μαθητές της να γράψουνε τον ορισμό της γνησίως φθίνουσας συναρτήσεως. Πλησιάσει το μαθητή 2 και συνειδητοποιεί πως έχει βρει την απάντηση στο ερώτημα της χωρίς όμως, να έχει κάνει σχήμα στο τετράδιο του. Η καθηγήτρια όμως θέλει να κάνουν και σχήμα, έτσι ώστε οι μαθητές να κατανοήσουν της έννοια της φθίνουσας συνάρτησης.



Εικόνα 4

Καθηγήτρια : *Ωραία μπορείς να βάλεις εδώ x_1 ,x_2 και να μου δείξεις αυτό που είπες; που γράφεις εδώ ; Έλα πιο κοντά . Μου λες εδώ ότι …*

Μαθητής 2 : *Σκέφτηκα ότι … (έχει γράψει $x_1<x_2$, $f(x_1) > f(x_2)$).*

Καθηγήτρια : *Πάνε ανάποδα . Ναι αλλά εγώ θέλω να το δω και στο σχήμα γιατί μια συνάρτηση εκφράζεται και μέσω του σχήματος της. Θέλω να μου το εξηγήσεις και πάνω στο σχήμα το οποίο σχεδίασες.*

Μαθητής 2 : *x_1 (το βάζει πάνω στη γραφική παράσταση).*

Καθηγήτρια : *Κατέβασε το να πας x_1. Όχι εδώ πάνω βρε πηγαίνει ; Το x που πάει ; Αυτός είναι ο άξονας των x; (δείχνει το yy΄).*

Μαθητής 2 : *των y (Η καθηγήτρια βάζει στους άξονες γράμματα).*

Καθηγήτρια : *Ποιο είναι μεγαλύτερο το x_1 ή το x_2 ;*

Μαθητής 2 : *Το x_1*

Καθηγήτρια : *Το x_1 είναι αρνητικός ή θετικός αριθμός .*

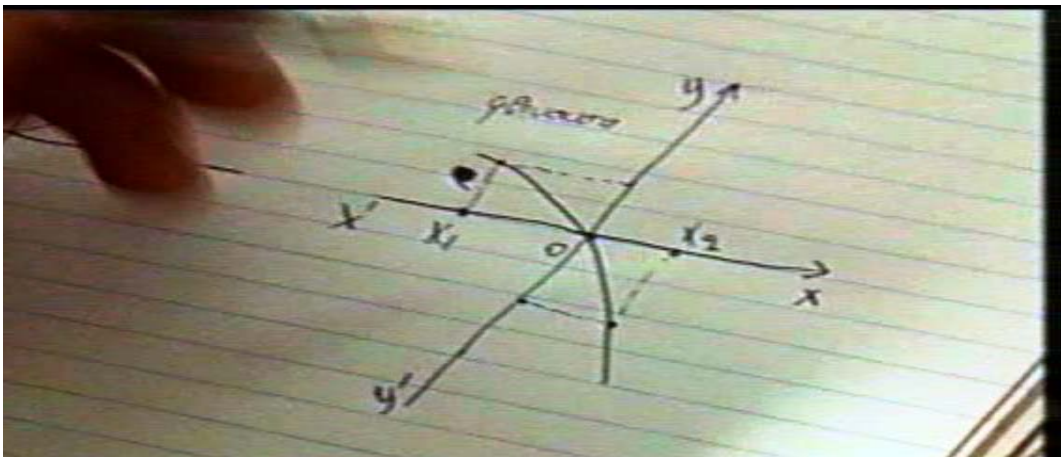
Μαθητής 2 : *Αρνητικός.*

Καθηγήτρια : *Το x_2 ;*

Μαθητής 2 : *Θετικός ..*

Καθηγήτρια : *Ποιο είναι λοιπόν μεγαλύτερο ;*

Μαθητής 2 : *Το x_2 .*



Εικόνα 5

Καθηγήτρια : *Το x_2 . Άρα, $x_1 < x_2$ και στο σχήμα μας είμαστε εντάξει. Το $f(x_1)$ πως θα το βρω; Το $f(x_1)$, το $f(x_2)$.. που είναι το $f(x_1)$; Στον άξονα y τι βάζουμε ;*

Μαθητής 2 : *Το f(x) .*

Καθηγήτρια : *Άρα το $f(x_1)$ πάει επάνω στον yy΄. Τοποθέτησε το.*

Μαθητής 2 : *Εδώ πέρα (δείχνει το σωστό).*

Καθηγήτρια : *Ωραία! Γράψε $f(x_1)$ και πες μου είναι το $f(x_2)$. Έτσι γράφεται το $f(x_1)$; (Έχει γράψει f x_1). Το f(x)…κάτι παρενθεσούλες που έχει; Το $f(x_2)$ τώρα . Ωραία ποιο είναι μεγαλύτερο;*

Μαθητής 2 : *Το $f(x_1)$.*

Καθηγήτρια : *Άρα σωστά μου το έγραψες εδώ. Δεν πάμε μαντεύοντας . Μπορούμε να το εξηγήσουμε κιόλας ε;*

<u>Ανάλυση:</u>

Η καθηγήτρια επειδή θέλει οι μαθητές της να κατανοήσουν όσο το δυνατόν βαθύτερα την έννοια της γνησίως φθίνουσας συνάρτησης, όταν πλησιάζει το μαθητή 2 και βλέπει ότι έχει γράψει τον ορισμό χωρίς να έχει κάνει σχήμα του ζητάει να το αποδείξει και με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης. Του ζητάει λοιπόν να εργαστεί και με αυτό τον τρόπο. Από το διάλογο καταλαβαίνουμε πως ο νεαρός δυσκολεύεται να εργαστεί πάνω στο σχήμα. Στην προσπάθεια του αυτή η καθηγήτρια τον βοηθά θέτοντας του κατάλληλες ερωτήσεις, ενώ ταυτόχρονα αναπτύσσεται και αλληλεπίδρασης μεταξύ της καθηγήτριας και του μαθητή. Δυστυχώς όμως, ερωτήσεις που επιλέγει έχουν σαν αποτέλεσμα την καθοδήγηση του μαθητή λέγοντας του τα βήματα τα οποία πρέπει να κάνει. Έτσι, με τον τρόπο αυτό, του αφαιρεί ευκαιρίες, με την παροχή πληροφοριών, να εργαστεί μόνος του και να κατανοήσει το μαθησιακό στόχο.

Στο επόμενο επεισόδιο, η καθηγήτρια έχει βάλει στους μαθητές της να μελετήσουν ως προς τη μονοτονία τη συνάρτηση f(x)=3x+2. Όλη η τάξη ασχολείται με αυτή την άσκηση αλλά εμείς θα παρακολουθήσουμε την προσπάθεια του μαθητή 2.

Καθηγήτρια : *Για λίγο εδώ τώρα . Θες να δεις αν είναι αν είναι αύξουσα ή φθίνουσα. Έχεις το $x_1 < x_2$ (ο μαθητής έχει γράψει στο τετράδιο π.ο.: R. Έστω x_1 , x_2 με $x_1 < x_2$) και θες να πας να τσεκάρεις τι γίνεται με τα $f(x_1)$, $f(x_2)$ ξεκινώντας από τη σχέση (δείχνει $x_1 < x_2$), Άρα πρέπει να κατασκευάσεις*

την $f(x_1)$, $f(x_2)$. Από το x_1 πρέπει να πας σε ποιο ; στο $f(x_1)$. Δηλαδή στο $3x_1$ +2. Πως θα πας; Για γράψε.. Να τα γράφεις..

Μαθητής 2 : *Να το σκεφτώ λίγο.*

Καθηγήτρια : *Όχι το σκέφτηκες έλα. Για να δω εσένα; (πηγαίνει στο μαθητή1)*

Μαθητής 1 : *Για τυχαίο y, (διορθώνει) για τυχαίο x;*

Καθηγήτρια : *Έχεις τα x_1, x_2 .Γράφε άφησε το, μην κοιτάς μπερδεύεσαι δεν υπάρχει λόγος. Ξεκινάς με 2x από το π.ο. της x_1 και x_2 και λες ποια από τα δυο είναι μικρότερο; Το x_1; (Η καθηγήτρια στρέφει ξανά την προσοχή της στο μαθητή 2) Θες να δεις αν το $f(x_1)$ είναι μικρότερο ή μεγαλύτερο από το $f(x_2)$. Ποιο είναι το $f(x_1)$; Το $3\chi_1+2$ (ο μαθητής της το έδειξε στο τετράδιο, δεν μιλάει αλλά δείχνει να καταλαβαίνει. Η παρουσία της κάμερας τον κάνει να αισθάνεται άσχημα. Πως από το x_1 θα πας στο $3x_1+2$; Πρέπει να πολλαπλασιάσεις, διαιρέσεις, προσθέσεις , αφαιρέσεις… Έχεις x_1 και θες να φτιάξεις $3x_1+2$.*

Μαθητής2 : *Έστω $3x_1$ …(κομπιάζει).*

Καθηγήτρια : *$3x_1$..τι την κάνεις αυτή; την πολλαπλασιάζεις με το 3.*

Μαθητής2 : *το 3 .*

Καθηγήτρια : *3 όχι δε θέλω να γράψεις f = …Άστο μου λίγο εμένα..(παίρνει το στυλό). Άστο αυτό εδώ ξεκινάς ($x_1 < x_2$) και πολλαπλασίασε το με το 3.*

Μαθητής 2 : *$3x_1$.*

Καθηγήτρια : *μικρότερο..*

Μαθητής 2 : *x_2 .*

Καθηγήτρια :*Συγνώμη πολλαπλασίασες με 3 ή όχι ; Ξεκινάς από εδώ και πολλαπλασιάζεις*

Μαθητής 2 : *$3x_1+2 < 3x_2+2$*

Καθηγήτρια : *Σε αυτό θες να καταλήξεις;*

Μαθητής 2 : *Ναι .*

Καθηγήτρια : *Πολύ ωραία . Από πού θες να ξεκινήσεις; Θα ξεκινήσω από εδώ. (δείχνει $x_1< x_2$)και θες να βγάλεις $3x_1+2 < 3x_2+2$. Ξεκινάς από μια ανισότητα και θέλεις μία άλλη που είναι λίγο διαφορετική. Πρέπει να την πειράξεις αυτή*

(δείχνει συνέχεια το τετράδιο). Δε πρέπει; Αντί για $x_1<x_2$ πρέπει να έχεις $3x_1 < 3x_2$ ας πούμε . Τι κάνεις δηλαδή;

Μαθητής 2 : *Πολλαπλασιάζεις.*

Καθηγήτρια : *Πολλαπλασιάζεις και τα δυο μέλη.*

Μαθητής 2 : *και τα δυο μέλη*

Καθηγήτρια : *Όχι με τη μία (του παίρνει το στυλό). Με την μια το έκανε και ο μαθητής 3 και θα τον διορθώσω σε λίγο .(Ο μαθητής 2 γράφει $3x_1<3x_2$) μικρότερο … Έχει φθάσει στο $3x_1+2$;*

Μαθητής 2 : *Όχι*

Καθηγήτρια : *Πως θα φθάσεις; Τι άλλο πρέπει να κάνεις εδώ; Πολλαπλασίασες με 3. Δε φθάνει, κάνε και άλλο. (απευθύνεται στα κορίτσια) Λίγο πιο σιγά…την κάνατε παιδιά; Πες του , πες του άμα το ξέρεις. (μιλάει στον μαθητή 1 που πάει να βοηθήσει το μαθητή 2) .*

Μαθητής 1 : *Είχες $x_1< x_2$ και έκανες $3x_1 < 3x_2$. Προσθέτει το 2 στο καθένα .*

Μαθητής 2 : *Ε αυτό πήγα να κάνω .*

Μαθητής 1 : *Τότε γιατί σου είπε ότι είναι λάθος;*

Μαθητής 2 : *Γιατί πήγα να το κάνω κατευθείαν.*

<u>Ανάλυση:</u>

Ο μαθητής 2 σε αυτή την περίπτωση δεν έχει συνειδητοποιήσει πως πρέπει να αποδείξει ότι η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα βήμα προς βήμα. Προσπαθεί να τα καταφέρει παραλείποντας ενδιάμεσα σημαντικά βήματα. Η καθηγήτρια και σε αυτή την περίπτωση τον καθοδηγεί και του θέτει ερωτήσεις οι οποίες αφορούν τη ζήτηση πληροφοριών. Οι ερωτήσεις, όμως, που του θέτει δεν τον βοηθάνε και οι απαντήσεις που δίνει ο μαθητής 2 είναι μηχανικές χωρίς να καταλαβαίνει το νόημα τους, γεγονός που τον εμποδίζει να σκεφτεί το λάθος του και έτσι η συζήτηση να οδηγείται σε αδιέξοδο. Παρόλα αυτά όμως, η καθηγήτρια αποφασίζει να χρησιμοποιήσει την εμπλοκή μαθητή με μαθητή. Έτσι, δίνει τη δυνατότητα σε ένα συμμαθητή του να τον βοηθήσει να κατανοήσει το λάθος του. Ο μαθητής 1 όμως, μην έχοντας κατανοήσει το ρόλο που ανέλαβε λέει τη λύση της άσκησης στο μαθητή 2, με αποτέλεσμα να μην επιτυγχάνεται ο σκοπός του μοντέλου διδασκαλίας που επιδιώκει να ακολουθήσει η καθηγήτρια στο μάθημα της. Το θετικό αποτέλεσμα αυτής της συζήτησης των δύο μαθητών είναι πως ο

μαθητής 2 έχοντας τη λύση μπροστά του τη μελετά και κατανοεί το λάθος στη σκέψη του.

Στη συνέχεια θα ασχοληθούμε με τη δεύτερη βιντεοσκόπηση που έγινε τη σχολική χρονιά 2006-2007 στο δεύτερο τμήμα της Πρόσθετης Διδακτικής Στήριξης. Το συγκεκριμένο τμήμα αποτελείται από επτά μαθητές, τέσσερεις κοπέλες και τρία αγόρια.

Στο συγκεκριμένο τμήμα η καθηγήτρια έχοντας περισσότερη εμπειρία όσον αφορά τις δυσκολίες των παιδιών μπορεί να τις αντιμετωπίσει με καλύτερο τρόπο. Παίρνει στοιχεία από το πρώτο μάθημα και τα μεταφέρει στο δεύτερο. Οι ερωτήσεις που κάνει κατά τη διάρκεια του μαθήματος είναι ανοιχτού τύπου. Μειώνει τη συζήτηση με όλη την τάξη και επικεντρώνεται στις ομάδες. Με αυτό τον τρόπο προσωποποιεί περισσότερο τη σχέση της με τους μαθητές, ενώ το δεύτερο μάθημα πλησιάζει περισσότερο στην πρακτική του μοντέλου Διδάσκοντας Ανάμεσα στα Θρανία.

Στο παρακάνω επεισόδιο, η καθηγήτρια θέλει οι μαθητές να μάθουν να αποδεικνύουν και με αλγεβρικό τρόπο πότε μία συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα ή φθίνουσα. Για το λόγο αυτό, τους δίνει να επεξεργαστούν μία απλή συνάρτηση που όλοι τη γνωρίζουν. Την f(x)= 3x+2.

Καθηγήτρια : *Ωραία μαθήτρια 3. Από πού θα ξεκινήσω; Θέλω να δείξω αν είναι αύξουσα ή φθίνουσα δηλαδή αν όταν μεγαλώνει το x τι παθαίνει το y;. Το όταν μεγαλώνει το x στους δυο ορισμούς που δώσαμε εκφράζεται έτσι . Εσύ δε μας τα έλεγες* $x_1 < x_2$ *;*

Μαθήτρια 3 : *Ναι .*

Καθηγήτρια : *Αν δηλαδή έστω θα πούμε* $x_1, x_2 \in R$ *θα βουτήξουμε δύο x από το Π.Ο. της και* $x_1 < x_2$ *. Δε μου λέτε τι θα καθορίσει το αύξουσα ή φθίνουσα;*

Μαθήτρια 3 : *Το f(x)…*

Καθηγήτρια : *Α να μπράβο ! Αυτό εδώ το αποτέλεσμα. Εγώ έχω ξεκινήσει , για προσέχετε εδώ , έχω ξεκινήσει από το* $x_1 < x_2$ *και που θέλω να καταλήξω μαθητή 3;*

Μαθητής 3 : *Στο* $f(x_1)$*…*

Καθηγήτρια : *Μάλιστα δηλαδή από το* x_1 *θέλω να καταλήξω στο* $f(x_1)$ *και από το* x_2 *θέλω να καταλήξω στο* $f(x_2)$*. Για να δω τι πρέπει εδώ ανάμεσα* $f(x_1)$*,* $f(x_2)$*…Δε θα το κάνω εγώ, εσείς θα το κάνετε!*

Ανάλυση:

Στο συγκεκριμένο επεισόδιο, η καθηγήτρια πριν αφήσει τους μαθητές να δουλέψουν κατά ομάδες, δίνει ορισμένες κατευθύνσεις έτσι ώστε να έχουν τα κατάλληλα εφόδια για να εργαστούν. Μέσα λοιπόν από συζήτηση και με κατάλληλες ερωτήσεις (..Τι καθορίζει το αύξουσα ή φθίνουσα;) η μαθήτρια3 αλλά και όλη η τάξη κατανοούν πως έχοντας ως δεδομένο την ανισωτική σχέση που συνδέει τα x_1 και x_2, πρέπει να βρούνε την ανισωτική σχέση που συνδέει τα $f(x_1)$ και $f(x_2)$.

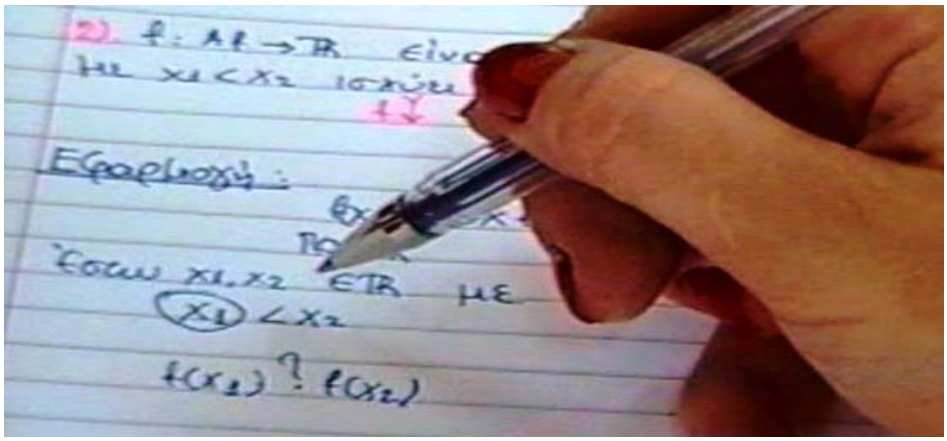
Στη συνέχεια θα ασχοληθούμε με την προσπάθεια των μαθητριών 3 και 4 οι οποίες προσπαθούν να επιλύσουν την άσκηση που τους έβαλε η καθηγήτρια τους στο παραπάνω επεισόδιο. Μαζί τους, τη στιγμή της προσπάθειάς τους βρίσκεται και η καθηγήτρια που προσπαθεί να τις βοηθήσει.

Μαθήτρια 3 : *Αν είναι αύξουσα θα είναι …*

Καθηγήτρια : *Εμείς θέλουμε να δούμε αν είναι αύξουσα δε θέλουμε; ... δε θα μας πούνε ότι είναι αύξουσα. Άρα, πείτε τι γίνεται;*

Μαθήτρια 3 : *Ναι.. .*

Καθηγήτρια : *Δώσε (παίρνει το στυλό και σημειώνει στης μαθήτριας το τετράδιο όπου υπάρχει γραμμένο). Έστω x_1 , x_2 ϵR με $x_1 < x_2$, $f(x_1)$ $f(x_2)$; (Η καθηγήτρια βάζει ένα ερωτηματικό ανάμεσα στο $f(x_1)$ $f(x_2)$ και ρωτά:) Εδώ ανάμεσα τι ισχύει; Εσύ θα ξεκινήσεις από το x_1 (κυκλώνει το x_1) και που θες να πας (βάζει ένα βελάκι για να δείξει το $f(x_1)$) στο $f(x_1)$. Ποιο είναι το $f(x_1)$;*



Εικόνα 6

Μαθήτρια 3 : *ε .. . το 3x ; (διστακτικά) το 3x .*

Καθηγήτρια : *Ποιο ;*

Μαθήτρια 3 : *Το 3x το 3 .*

Καθηγήτρια : *Το $f(x_1)$ είναι το 3 σκέτο;*

Μαθήτρια 3 : *Ναι .*

Καθηγήτρια : *Και το $f(x_2)$ ποιο είναι ;*

Μαθήτρια 4 : *Ποιο είναι το $f(x_1)$;*

Καθηγήτρια : *Ναι .*

Μαθήτρια 4 : *Το 3.. όχι 3x .*

Καθηγήτρια: *Πες βρε μαθήτρια 4(ενθαρρύνει).*

Μαθήτρια 4 : *Το 3x δεν μπορεί να είναι $f(x_1)$;*

Μαθήτρια 3 : *Το 3x +2 .*

Καθηγήτρια : *Μου λέτε ας πούμε .. όχι . Μου λέτε τώρα 3x+2 . Το 3x+2 του x είναι το f(x) (δείχνει την f(χ)=3x+2). : Το $f(x_1)$ (δείχνει το $f(x_1)$) ποιο θα είναι; (<u>τονίζει τη λέξη ένα</u>)*

Καθηγήτρια : *Πάλι το 3x+2 . Καταρχάς το 3x δεν έχει καμία σχέση με το x_1.*

Μαθήτρια 3 : *Τι θα είναι 3+2 ;*

Καθηγήτρια : *Προφανώς και όχι. Το f (2) ποιο είναι; Γράφω εγώ τώρα. Σου έχω πάρει το στυλό (προσπαθεί να ηρεμήσει η μαθήτρια).*

Μαθήτρια 3 : *Ναι , ναι γράψτε .*

Μαθήτρια 4 : *Μισό λεπτό να το σκεφτούμε , περιμένετε!.*

Καθηγήτρια : *Περιμένω .Η f παίρνει το x και το κάνει 3x+2 . Η f παίρνει το 2 και το κάνει .*

Μαθήτρια 4 : *Α ! 3*2+2 .*

Καθηγήτρια : *Ωραία περιμένετε μαθήτρια 3 για να σε δω , το $f(x_1)$ πόσο θα είναι; Η f παίρνει το και το κάνει;*

Μαθήτρια 4 : *Α ! το κάνει …*

Καθηγήτρια : *Κάτσε μωρέ μαθήτρια 4 .*

Μαθήτρια 3 : *Το κάνει $3x_1 +2$.*

Καθηγήτρια : *Το $f(\chi_2)$ πόσο θα το έχουμε ;*

Μαθήτρια 3 : *ε.. $3x_2 +2$.*

Καθηγήτρια : *Θα το λες όλο .*

Μαθήτρια 3 : *Εντάξει .*

Καθηγήτρια : *Άρα από το x_1 θέλω να πάω στο $3x_1 +2$ και από το x_2 θέλω να πάω στο $3x_2 +2$.Πως θα πάω; Εγώ θα ξεκινήσω από αυτό (γράφει $x_1< x_2$). Όλο μαζί μου το δώσανε το πακέτο, έτσι έγραφε ο ορισμός το πήρα, θέλω με κατάλληλες πράξεις να πάω και να κατασκευάσω εδώ το $3x_1 +2$ και εδώ το $3x_2 +2$ (αφήνει μερικές σειρές στο τετράδιο και γράφει) και να ξέρω και τι θα βάλω ανάμεσα μεγαλύτερο ή μικρότερο. Τι πράξεις θα κάνω , τι πράξεις επιτρέπονται . Εγώ να κάνω κάτι και στα δυο μέλη ; Επιτρέπεται .*

Μαθήτρια 4 : *Να πολλαπλασιάσω …*

Καθηγήτρια : *Να πολλαπλασιάσουμε, να προσθέσουμε απαγορεύεται ;*

Μαθήτρια 4 : *Όχι.*

Καθηγήτρια : *Να πολλαπλασιάσουμε, πως το σκεφτήκατε; Τι θέλετε να κάνουμε; Να φτιάξουμε αυτό εδώ (δείχνει $3x_1$ και $3x_2$)*

Μαθήτρια 4 : *Βασικά …*

Καθηγήτρια : *Ναι ..*

Μαθήτρια 4 : *Να πολλαπλασιάσουμε μπορούμε , απλά μπερδεύει γιατί πως θα πάμε από το x_1 στο …*

Καθηγήτρια : *Με τίποτα .*

Μαθήτρια 4 : *Δε μπορούμε να σκεφτούμε (απελπισμένη)..*

Καθηγήτρια : *Δε θες ; Λοιπόν κάτσε μαθήτρια 3 και σκέψου το, να πάρουμε την κάμερα από πάνω σου και να πάμε σε άλλους.*

<u>Ανάλυση:</u>

Στο επεισόδιο αυτό που θα αναλύσουμε έχουμε αλληλεπίδραση μιας μικρής ομάδας (μαθήτριες 3 και 4) με την καθηγήτρια τους. Η καθηγήτρια προσπαθεί

χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του scaffolding να τις βοηθήσει να λύσουν την άσκηση. Έτσι, οι κοπέλες απαντούν σε ερωτήσεις που αφορούν τη ζήτηση πληροφοριών και ο διάλογος γίνεται με σκοπό να κατανοήσουν πως θα αποδείξουν με αλγεβρικό τρόπο ότι η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα. Απαντήσεις που αφορούν τη ζήτηση πληροφοριών είναι οι εξής:

1. *… ε .. . το 3x ; (διστακτικά) το 3x .*
2. *… Το 3x το 3 .*
3. *… Ναι .*
4. *… Το 3.. όχι 3x .*
5. *… Το 3x δεν μπορεί να είναι $f(x_1)$;*
6. *… Α ! 3*2+2 .*
7. *… Το κάνει $3x_1$ +2 .*
8. *… ε.. $3x_2$ +2 .*
9. *… Να πολλαπλασιάσω …*
10. *… Όχι.*

Η καθηγήτρια δε τους αναφέρει τη διαδικασία που πρέπει να ακολουθήσουν, αλλά επιθυμεί να την ανακαλύψουν μόνες τους. Όμως, παρά τις ερωτήσεις που θέτει, οι μαθήτριες οδηγούνται σε αδιέξοδο ενώ η παρουσία της κάμερας τους προκαλεί αμηχανία. Οι μαθήτριες δεν βρίσκουν νόημα στον αλγεβρικό ορισμό της αύξουσας και φθίνουσας συνάρτησης λόγω της μικρής έως μηδενικής τους εμπλοκής στις δραστηριότητες αυτού του είδους (ανισώσεις), με αποτέλεσμα να μην έχουν τις κατάλληλες εμπειρίες για την περίπτωση αυτή. Δε μπορούν να συνδέσουν τα σύμβολα με τις αντίστοιχες ανισώσεις. Προσπαθούν να δουλέψουν στο συντακτικό επίπεδο τη στιγμή που δεν έχουν καταφέρει να φτιάξουν μια εικόνα του ορισμού και των εννοιών που αντιπροσωπεύουν τα σύμβολα. Για το λόγο αυτό, αποφασίζει να τις αφήσει να αφήσει να σκεφτούνε μόνες τους τα νέα δεδομένα.

Επιπλέον, η καθηγήτρια στην προσπάθεια της να αποσαφηνίσει τα $f(x_1)$ και $f(x_2)$ χρησιμοποιεί ένα ενδιάμεσο βήμα και τους ζητά να της υπολογίσουν αρχικά το f(2). Με κατάλληλη στρατηγική, δίνει αρχικά ένα απλούστερο πρόβλημα και με τη βοήθεια αυτού καταφέρνουν στη συνέχεια να κατανοήσουν ποια είναι τα $f(x_1)$ και $f(x_2)$. Τέλος, θα πρέπει να παρατηρήσουμε πως υπάρχει και συναισθηματική εμπλοκή (Μαθήτρια 4: Δε

μπορούμε να σκεφτούμε…) ενώ, η χρήση χειρονομιών είναι εμφανής σε όλη τη διάρκεια της συζήτησης κυρίως από πλευρά της καθηγήτριας.

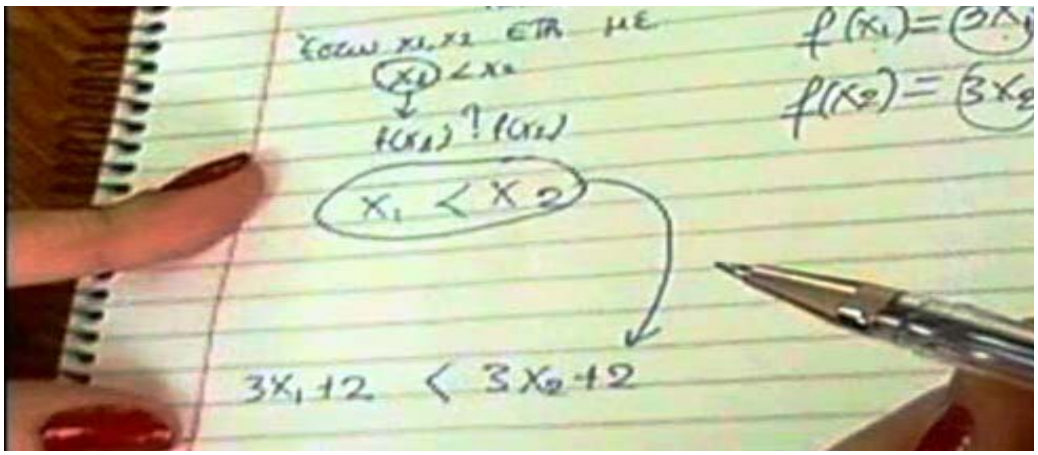
Συγκεκριμένα, η καθηγήτρια από τη στιγμή που πλησιάζει τις μαθήτριες και συνειδητοποιεί πως χρειάζονται τη βοήθεια της, παίρνει στα χέρια της ένα στυλό. Με τη βοήθεια του προσπαθεί να διατηρήσει και να επαναεστιάσει την προσοχή των μαθητριών σε ορισμένα σημεία που θα τις βοηθήσουν να προχωρήσουν στη λύση της άσκησης, ενώ υπάρχουν περιπτώσεις που σημειώνει πάνω στο τετράδιο. Κατανοούμε λοιπόν, πως οι χειρονομίες της καθηγήτριας έχουν διπλό ρόλο. Από τη μια, βοηθούν στο συντονισμό της συζήτησης που έχει με τις μαθήτριες της και στο να τραβάει την προσοχή τους σε σημαντικά χαρακτηριστικά της άσκησης, και από την άλλη έχουν ως σκοπό να βοηθήσουν τις μαθήτριες να κατασκευάσουν μία κοινή εικόνα του ορισμού και των συμβόλων. Τέλος, θα πρέπει να σημειωθεί πως κατά τη διάρκεια του επεισοδίου αυτού, οι διάφορες χειρονομίες της καθηγήτριας συνοδεύονται και από αλλαγές του ρυθμού συνομιλίας ή παύσεις που σηματοδοτούν μεταβατικά στάδια στην κατανόηση. Πολλά είναι τα σημεία στο διάλογο που η καθηγήτρια ενώ επισημαίνει κάποιο στοιχείο, ταυτόχρονα δίνει χρόνο στις μαθήτριες να το σκεφτούνε με σκοπό να το κατανοήσουν, να το οικειοποιηθούν και να το χρησιμοποιήσουν κατάλληλα στη λύση της άσκησης.

Στον παρακάτω διάλογο η καθηγήτρια επιστρέφει στις μαθήτριες 3 και 4 με σκοπό να δει την πρόοδο που έχουν κάνει με τη συγκεκριμένη άσκηση. Παρατηρεί πως η πρόοδός τους είναι σχεδόν μηδαμινή και θέλει να τις βοηθήσει να προχωρήσουν και να κατανοήσουν την έννοια της μονοτονίας μιας συνάρτησης.

Καθηγήτρια : *Μου λες ότι τι θα έχεις σύστημα ;*

Μαθήτρια 3 : *Ναι .*

Καθηγήτρια : *Ωραία. Άκου τώρα τι δεν έχει γίνει, ξεκινάμε από εδώ και θέλουμε να καταλήξουμε εδώ. Δε θέλουμε και τα δυο ταυτόχρονα, να ισχύουν. Δε θέλουμε και τα δυο ταυτόχρονα , να ισχύουν. Δε ξέρουμε αν ισχύουν και τα δυο… Αυτό μου λες; (γράφει στο τετράδιο* $x_1<x_2$ $3x_1+2<3x_2+3$*) Να έχω αυτό δε θα έχω σύστημα. Πως θα το λύσω;*



Εικόνα 7

Μαθήτρια 3 :*Δεν έχω .*

Καθηγήτρια : *Όχι δεν έχεις σύστημα . Ξεκινάς από εδώ (γράφει $x_1 < x_2$). Ωραία; Αυτό είναι το δεδομένο σου. Τίποτα άλλο θες να δεις τι παίζει με τα $f(x_1)$ και $f(x_2)$; Δηλαδή άντε και μεγαλώνει το x το f(x) τι κάνει; Πως όμως θα το κάνεις αυτό αλγεβρικά; Θα πρέπει από εκεί που έχεις x_1 να έχεις ξαφνικά $3x_1+2$, που είναι το $f(x_1)$ όπως μου είπες και από εκεί που είχες x_2 να έχεις $3x_2+2$ για να δεις το $f(x_2)$. στις ανισότητες ποιες σχέσεις επιτρέπονται; Μπορούμε να πολλαπλασιάσουμε κατά μέλη, να αφαιρούμε και στα δύο μέλη …συγνώμη να πολλαπλασιάζουμε, εάν πολλαπλασιάσω με θετικό αλλάζει η φορά της ανίσωσης;*

Μαθήτρια 3 : *Όχι.*

Καθηγήτρια : *Με αρνητικό;*

Μαθήτρια 3 :*Ναι.*

Καθηγήτρια : *Μπορώ να προσθέσω και να αφαιρέσω και στα δύο μέλη τον ίδιο αριθμό;*

Μαθήτρια 4 : *Ναι.*

Καθηγήτρια : *Ωραία, έχοντας λοιπόν, αυτά τα εργαλεία θα πάω να φτιάξω στο πρώτο μέλος $3x_1+2$ και στο δεύτερο το $3x_2+2$. λοιπόν, τι θα πρέπει πρώτα να κάνω; Μου λες κάτι, αν είναι λάθος θα το κάνουμε, θα βγει λάθος, θα κάνουμε κάτι άλλο.. Εντάξει; Δε φοβόμαστε να πετύχουμε το σωστό!*

Μαθήτρια 3 : *Ε… ναι! Θα πούμε $3x_1+2$*

Καθηγήτρια : *Κατευθείαν; Μία-μία τις πράξεις! Πρώτα μου πολλαπλασίασες…*

Μαθήτρια 3 : *Ε…του $3x_2$…*

Καθηγήτρια : *Ωραία έχω πολλαπλασιάσει με 3*

Μαθήτρια 3 : *Α!! έτσι πάει;*

Καθηγήτρια : *φτιάξε και την… Η άλλη πράξη που θα κάνεις ποια είναι;*

Μαθήτρια 3 : *Θα προσθέσουμε το 2…*

Καθηγήτρια : *Έτσι!!*

Μαθήτρια 4 : *Δε μπορούμε να τις κάνουμε…*

Καθηγήτρια : *Μονοκοπανιά όχι!*

Μαθήτρια 3 : *Ωραία τώρα;*

Καθηγήτρια : *Αυτό το $3x_1+2$ γιατί το έφτιαξες; Για να έχεις το $f(x_1)$. Γράψε $f(x_1)$..*

Μαθήτρια 3 : *Εδώ;*

Καθηγήτρια : *Ναι*

Μαθήτρια 3 : *Και εδώ $f(x_2)$…Να σας ρωτήσω κάτι;*

Καθηγήτρια : *Α!! Κάτι λείπει ε; Αντί να βάλεις αυτό που έβαλες αυτό το ίσο του και αντί να βάλεις αυτό, μου έβαλες αυτό. Το ίσο του. Αυτό θα αλλάξει μέσα; (εννοεί το σύμβολο της ανίσωσης)*

Μαθήτρια 4 : *Όχι*

Καθηγήτρια : *Όχι: Αφού έβαλες τα ίσα τους. Ξεκινάμε από τα $x_1 < x_2$ και φτάνουμε σε μία σχέση μεταξύ των $f(x_1)$ και $f(x_2)$. Άρα, είμαστε έτοιμες να διαλέξουμε τον ορισμό που μας αρέσει, που ταιριάζει στην περίπτωση μας δηλαδή. Ξεκινήσαμε από εδώ.. Που καταλήξαμε; Σε τέτοιο ή σε τέτοιο;*

Μαθήτρια 3 : *Αυτόν!! Άρα είναι γνησίως αύξουσα!*

Καθηγήτρια : *Ε…γράψτο! Χρειάστηκε να κάνουμε το γράφημα;*

Μαθήτρια 3 : *Όχι*

Καθηγήτρια : *Μπορούμε αλγεβρικά να το βρούμε; Δεν έχουμε πρόβλημα…Ωραία!!*

Ανάλυση:

Η μαθήτρια 3 από την αρχή του διαλόγου θεωρεί πως πρέπει να λύσει ένα σύστημα. Η καθηγήτρια το κατάλαβε αμέσως και έτσι, από τις πρώτες γραμμές της στιχομυθίας λύνεται αυτή η παρεξήγηση και οι μαθήτριες με τη βοήθεια της καθηγήτριας προσπαθούν να λύσουν την άσκηση. Επειδή η μέθοδος scaffolding που χρησιμοποιήθηκε νωρίτερα δεν είχε αποτέλεσμα, αυτή τη φορά επιλέγει με κατάλληλες ερωτήσεις να τις καθοδηγήσει στη λύση της άσκησης. Υπάρχει μεγάλη διστακτικότητα από την πλευρά των μαθητριών και ειδικότερα από τη μαθήτρια 3. Η ύπαρξη της κάμερας τη φέρνει σε πολύ δύσκολη θέση και χρειάζεται συνεχώς την επιβεβαίωση και την ενθάρρυνση της καθηγήτριας της. Παρατηρούμε ότι σε κάθε βήμα αποζητά το βλέμμα της και εκείνη την κίνηση ή την λέξη που θα της βεβαιώσει ότι η σκέψη της είναι σωστή και μπορεί να συνεχίσει.

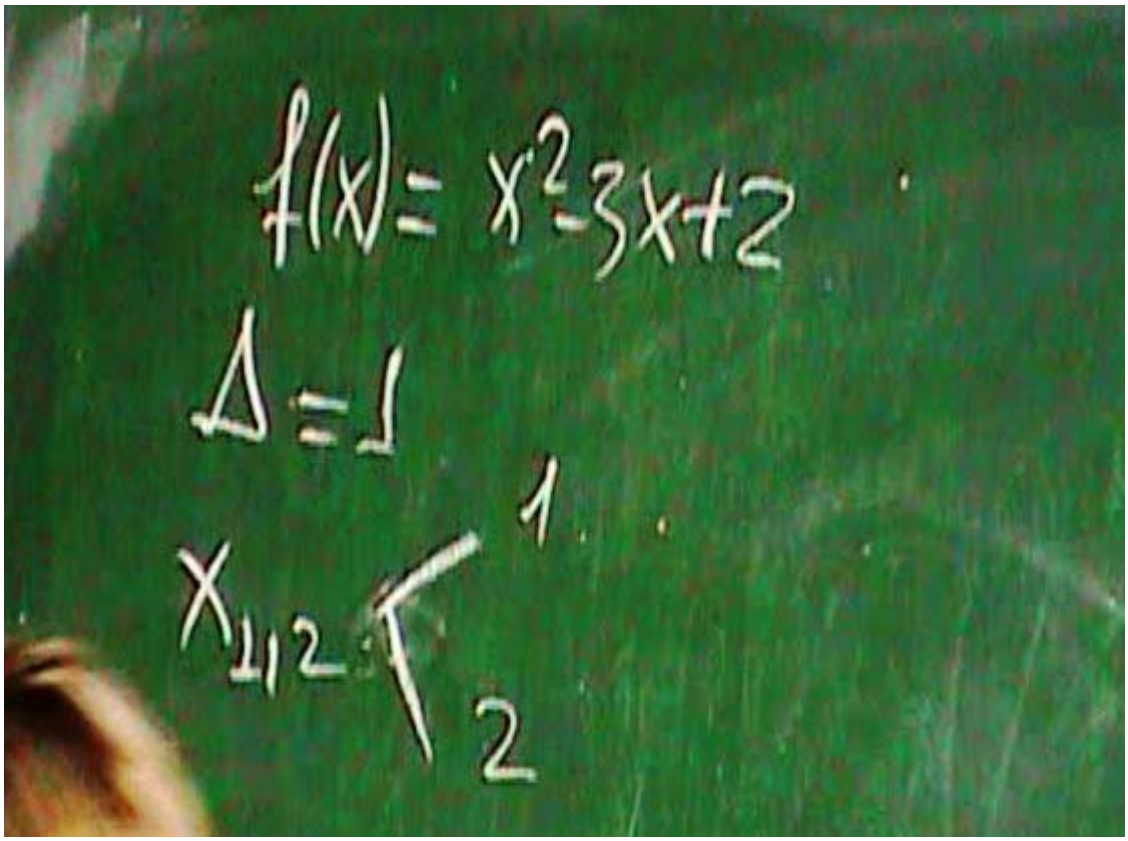
Επιπλέον, και η διπλανή της μαθήτρια 4, παρακολουθεί το διάλογο και προσπαθεί να κατανοήσει τη διαδικασία για να αποδείξουν ότι η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα. Δε συμμετέχει στη συζήτηση σε μεγάλο βαθμό, αλλά παρακολουθεί με ενδιαφέρον όλο το διάλογο μεταξύ της συμμαθήτριας της και της καθηγήτριας.

Όσον αφορά τη μαθήτρια 3, παρατηρούμε ότι παρόλο που της δόθηκε χρόνος για να σκεφτεί την άσκηση χωρίς την πίεση της κάμερας, σε αυτό το χρονικό διάστημα δεν κατέβαλε ουσιαστική προσπάθεια και για το λόγο αυτό δεν έχει προχωρήσει την άσκηση. Επιπλέον, δεν έχει κατανοήσει πως πρέπει να κατασκευάσει βήμα προς βήμα τη συνάρτηση που μελετάμε και πως αυτό γίνεται με τη βοήθεια των ιδιοτήτων που γνωρίζουν από το γυμνάσιο για τις ανισότητες.

Τέλος, θα μελετήσουμε και ορισμένα επεισόδια από τη βιντεοσκόπηση που έγινε στο τμήμα της Πρόσθετης Διδακτικής Στήριξης τη σχολική περίοδο 2007-2008. Το συγκεκριμένο τμήμα αποτελείται από δέκα μαθητές, επτά αγόρια και τρεις κοπέλες. Στο μάθημα που βιντεοσκοπήθηκε τα παιδιά κάνουν επανάληψη τη μονοτονία της συνάρτησης $\alpha x^2+\beta x+\gamma$ και όλοι τους είναι χωρισμένοι σε ομάδες των δύο ατόμων. Το μοντέλο που χρησιμοποιεί η καθηγήτρια είναι το Διδάσκοντας Ανάμεσα στα Θρανία και παρατηρούμε πως ο τρόπος που γίνεται το μάθημα είναι ο ακόλουθος: Οι μαθητές έχουνε μπροστά τους ένα φυλλάδιο με ασκήσεις. Επιλέγεται από την καθηγήτρια η άσκηση με την οποία θα ασχοληθούν και οι ομάδες συνεργάζονται στη λύση της. Κατά τη διάρκεια της λύσης η καθηγήτρια γυρίζει ανάμεσα στα θρανία, όπου βλέπει την πρόοδο των μαθητών της και τους βοηθά όπου είναι απαραίτητο θέτοντας τους

ουσιαστικές ερωτήσεις. Όταν όλη η τάξη έχει φτάσει στη λύση του προβλήματος, η καθηγήτρια αναγράφει τη λύση στον πίνακα.

Στο παρακάτω επεισόδιο οι μαθητές προσπαθούν να λύσουν την ακόλουθη άσκηση: Να βρεθούν οι τιμές του x για τις οποίες η συνάρτηση $f(x)= x^2-3x+2$ έχει πρώτον θετικές τιμές και δεύτερον αρνητικές τιμές. Όλη η τάξη έχει υπολογίσει τη διακρίνουσα της δευτεροβάθμιας και έχουν βρει τις ρίζες της αντίστοιχης εξίσωσης. Έτσι, η καθηγήτρια γράφει τις συγκεκριμένες πληροφορίες στον πίνακα και δίνει χρόνο στους μαθητές της να σκεφτούν πως θα συνεχίσουν.



Εικόνα 8

Καθηγήτρια : *Τι λέτε εσείς εδώ; Τι έχετε κάνει; Για πείτε μου και εμένα… Μαθητή 4 για πες..*

Μαθητής 4 : *Έχουμε βρει τη διακρίνουσα και μετά τις ρίζες και τώρα θα βρούμε…*

Καθηγήτρια : *Μετά τι θα κάνετε;*

Μαθητής 4 : *Ε… Για το β πρέπει να βρούμε πρώτα την κορυφή.*

Καθηγήτρια : *Γιατί να βρούμε την κορυφή;*

Μαθητής 4 : *Α…για να βρούμε τις θετικές τιμές*

Καθηγήτρια : *Πόσο κάτω φτάνει; Για κάνε μου περίπου πως θα είναι σε ένα σχεδιάγραμμα το τριώνυμο σου, δεδομένου ότι έχει διακρίνουσα θετική, άρα δύο ρίζες; Πόσα κοινά στοιχεία θα έχει με αυτόν εδώ τον άξονα; (δείχνει τον xx΄)*

Μαθητής 4 : *Δύο.. άρα…*

Καθηγήτρια : *Κάνε ένα, όποιο να είναι, δε μας νοιάζει τώρα. Όπως να είναι. Δύο μου είπες ε; δύο φορές πρέπει να τον κόψει.*

Μαθητής 4 : *Λοιπόν, αυτό εδώ ας πούμε…*

Καθηγήτρια : *Αυτό τι είναι; Ευθεία;*

Μαθητής 4 : *Όχι… ακουμπάει.*

Καθηγήτρια : *Πέφτει από κάτω;*

Μαθητής 4 : *Ε… λίγο.. Όχι.! Όχι! Δεν πέφτει από κάτω, είναι στον πάνω.*

Καθηγήτρια : *Αυτό τι είναι εδώ πέρα; Δύο φορές τον ακουμπάει;*

Μαθητής 4 : *Ε… ναι!*

Καθηγήτρια : *Χωρίς…*

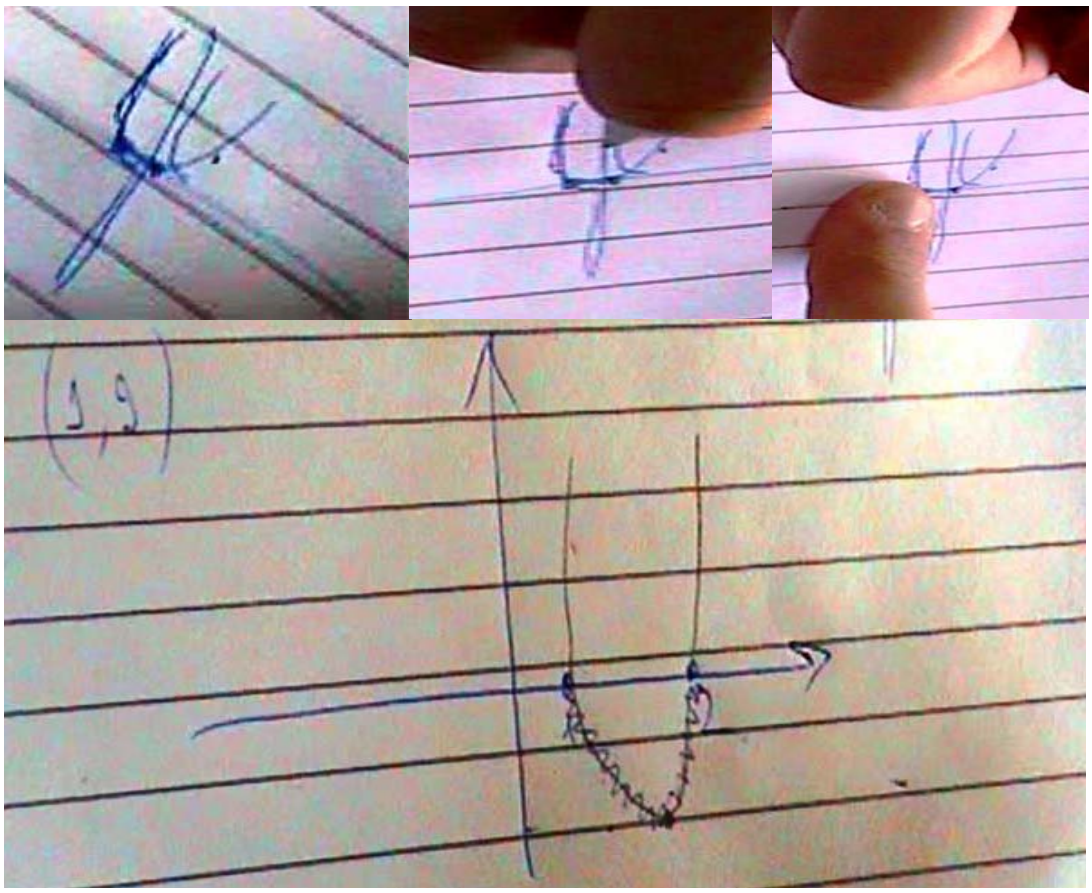
Μαθητής 4: *Όχι! Δεν ακουμπάει εδώ!*

Καθηγήτρια : *Μου είπες ότι έχει δύο ρίζες και δύο κοινά σημεία. Να το κάνουμε λίγο μεγαλύτερο;*

Μαθητής 4: *Είναι θετικά. Άρα από εδώ είναι..*

Καθηγήτρια : *Οι ρίζες ε; να το βάλουμε; Το ένα και το δύο. Μολυβάκι έχεις; Για βγάλε μολυβάκι… Ωραία: όπως θα την κάνεις το α της τι είναι; Θα είναι προς τα πάνω ή προς τα κάτω;*

Μαθητής 4 : *προς τα πάνω. Ε… ναι. Περιμένετε! Α! ναι. Λοιπόν, άρα είναι έτσι…*



Εικόνα 9

Καθηγήτρια : *Για κάνε αυτή τη γραφική παράσταση…*

Μαθητής 4: *Λοιπόν περιμένετε.. ε…*

Καθηγήτρια : *Θέλεις να κάνεις δοκιμές και να ξανάρθουμε;*

Μαθητής 4 : *Ναι*

Καθηγήτρια : *Εντάξει!*

Καθηγήτρια : *Άστο! Αυτό τι είναι; Το α είναι θετικό άρα δεν είναι -----(δεν ακούγεται) έτσι. Για τοποθέτησέ τη μου αυτή έτσι ώστε… Ωραία! Τώρα που βρήκες το σχήμα, που είναι θετικό και που αρνητικό; Και εδώ είναι θετικό… Ωραία! Θετικό μου λες…*

Μαθητής 4: *Αρνητικό είναι εδώ κάτω…*

Καθηγήτρια : *Μόνο σε εκείνο το σημείο είναι αρνητικό; Και στα υπόλοιπα σημεία είναι… Να το κάνουμε λίγο παρδαλό εκεί που είναι αρνητικό; Μάλιστα…*

Εδώ παίζει το εντός εκτός των ριζών που έχουμε πει…τη θυμάσαι την έκφραση;

Μαθητής 4 : *Ναι*

Καθηγήτρια : *Εντός των ριζών τι είναι;*

Μαθητής 4 : *Ε….*

Καθηγήτρια : *Εσύ που είσαι και θεωρητική κατεύθυνση, μέσα στις ρίζες τι είναι το τριώνυμο; Τι το βλέπεις; Θετικό ή αρνητικό; Ανάμεσα στις ρίζες…*

Μαθητής 4: *Ε…Θετικό ανάμεσα στις ρίζες… περιμένετε.. αρνητικό.*

Καθηγήτρια : *Έτσι, αρνητικό. Ωραία! Άρα εσύ τι το θες στο β; αρνητικό άρα το θες..*

Μαθητής 4: *Ε…*

Καθηγήτρια : *Το θες αρνητικό και που μου είπες ότι είναι αρνητικό;*

Μαθητής 4: *Εντός*

Καθηγήτρια : *Ανάμεσα στις ρίζες.. Άρα, ανάμεσα στο ένα…*

Μαθητής 4: *Και στο δύο*

Καθηγήτρια: *Ωραία! Ποιο διάστημα είναι αυτό; (κάνει χειρονομία για να δείξει ακριβώς το διάστημα 1 , 2)*

Μαθητής 4: *Ε… Το [1,2]*

Καθηγήτρια : *Ωραία! Πολύ ωραία! Την κάναμε όλοι;*

<u>Ανάλυση:</u>

Το επεισόδιο το οποίο μελετάμε αφορά το πρόσημο του τριωνύμου και ο μαθητής γνωρίζοντας τη γραφική παράσταση της συνάρτησης θα πρέπει να έχει την ικανότητα να αναφέρει σε ποια σημεία έχει θετικές τιμές και σε ποια αρνητικές. Είναι εμφανές πως υπάρχει εμπλοκή μεταξύ καθηγήτριας και μαθητή. Η καθηγήτρια προσπαθεί θέτοντας συγκεκριμένες ερωτήσεις να του θυμίσει τη θεωρία, έτσι ώστε να μπορέσει να τη χρησιμοποιήσει και να λύσει την άσκηση. Οι ερωτήσεις που θέτει είναι ανοιχτού τύπου και η συζήτηση έχει ως σκοπό, αρχικά, να μπορέσει ο μαθητής να σχεδιάσει σωστά τη γραφική παράσταση και στη συνέχεια να βρει τα διαστήματα που η συνάρτηση παίρνει θετικές και αρνητικές τιμές. Παρατηρείται έντονα το στοιχείο της *<u>διαπραγμάτευσης</u>* μεταξύ της καθηγήτριας και του μαθητή, ενώ σε όλη τη διάρκεια του

διαλόγου, ο μαθητής καταβάλει μεγάλη προσπάθεια να βρει νόημα σε αυτά που κάνει με βάση τα συμπεράσματα στα οποία οδηγείται από τις ερωτήσεις της καθηγήτριας.

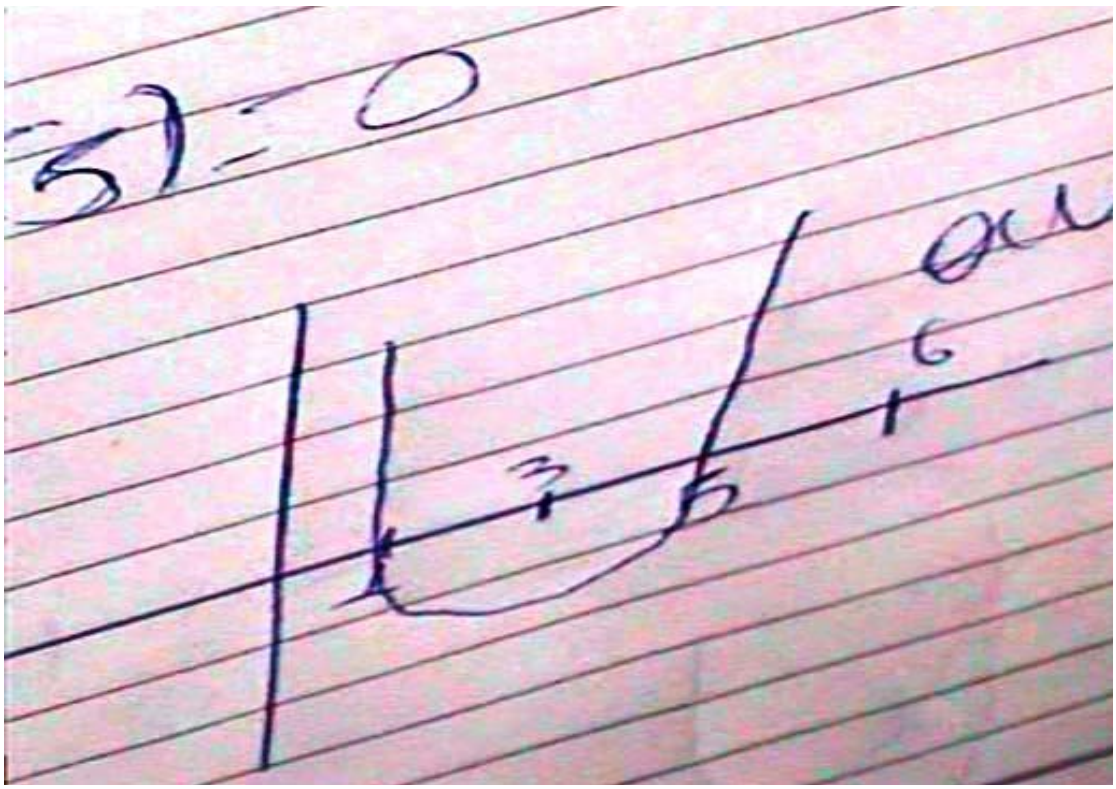
Εξαιτίας των ερωτήσεων που η καθηγήτρια θέτει, επιτυγχάνεται η διαμόρφωση του πλαισίου εκείνου, στο οποίο θα μπορέσει να εργαστεί και έχουμε μία κλασσική περίπτωση ανάπτυξης του όρου *Scaffolding*. Πιο αναλυτικά, το Scaffolding προκύπτει από τις εξής ουσιαστικές ερωτήσεις της καθηγήτριας προς το μαθητή:

1. …. *Τι έχετε κάνει; Για πείτε μου και εμένα…*
2. … *Μετά τι θα κάνετε;*
3. … *Γιατί να βρούμε την κορυφή;*
4. … *Αυτό τι είναι; Ευθεία;*
5. … *Πέφτει από κάτω;*
6. … *Αυτό τι είναι εδώ πέρα; Δύο φορές τον ακουμπάει;*
7. … *Μόνο σε εκείνο το σημείο είναι αρνητικό;*
8. … *Ποιο διάστημα είναι αυτό;*...

Στο σημείο αυτό οι μαθητές καλούνται να λύσουν μία άσκηση, η οποία αναφέρει: 'Αν για το τριώνυμο f ισχύει ότι f(1)=f(5)=0 να δείξετε ότι f(3)*f(6)<0'. Οι μαθητές έχουνε κατανοήσει πως για να λύσουν τη συγκεκριμένη άσκηση, ότι δηλαδή θα πρέπει να πάρουν δύο περιπτώσεις. Στην πρώτη το α>0 ενώ στη δεύτερη α<0. τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή, όλη η τάξη έχει σχεδιάσει τις γραφικές παραστάσεις και για τις δύο περιπτώσεις, ενώ η καθηγήτρια βρίσκεται με δύο μαθητές της και προσπαθεί να τους βοηθήσει στην επίλυση του προβλήματος.

Μαθητής 5 *: Κυρία… μετά από αυτό τι θα πάρουμε;*

Καθηγήτρια*: Μετά από αυτό σκεφτόμαστε.. Ωραία το φτιάξατε, ας εξετάσουμε την κάθε περίπτωση ξεχωριστά. Μαθήτρια 5. Αν το f(3) και το f(6). Μπορείτε να τοποθετήσετε το τρία και το έξι στην πρώτη περίπτωση αρχικά. Βάλτε το τρία βάλτε και το έξι. Ωραία! Τα βάλαμε. Τι σχέση έχουν αυτά μαθητή 5; Το τρία που είναι; Σε σχέση… με τι θα τα συσχετίσετε; Με το γράφημα που ήδη έχετε; Το γράφημα που έχετε ήδη φτιάξει τι έχει μόνο; Τι είχε αρχικά το γράφημα σας και τίποτα άλλο;*



Εικόνα 10

Μαθητής 5 : *Ρίζες..*

Καθηγήτρια: *Πολύ ωραία! Δύο ρίζες. Μπορείτε να συσχετίσετε το τρία με τις ρίζες και το έξι με τις ρίζες; Που είναι το τρία σε σχέση με τις ρίζες και που το έξι;*

Μαθητής 5 : *Που είναι;*

Καθηγήτρια: *το τρία σε σχέση με τις ρίζες και που είναι το έξι.. εσείς θέλετε να δείξετε ότι το γινόμενο εδώ τι είναι; Αρνητικό. Άρα, αυτοί οι αριθμοί τι είναι μεταξύ τους;*

Μαθήτρια 4 : *Ετερόσημοι.*

Καθηγήτρια: *Ετερόσημοι! Ωραία! Εάν ο ένας είναι αρνητικός ο άλλος πρέπει να είναι θετικός. Αν ο ένας είναι θετικός ο άλλος πρέπει να είναι αρνητικός. Ωραία! Που είναι το τρία σε σχέση με τις ρίζες; Τώρα μιλάμε για θετικό και αρνητικό, δηλαδή για πρόσημο τριωνύμου. Εντός των ριζών το τρία, τι θα είναι θετικό ή αρνητικό; Στην πρώτη περίπτωση (δείχνει τη γραφική παράσταση της α περίπτωσης)*

Μαθήτρια 4 : *Αρνητικό*

Καθηγήτρια : *Γράψτε από κάτω f(3)<0. ωραία! Το έξι που είναι*

Μαθήτρια 4 : *Εκτός των ριζών, άρα θετικό..*

Καθηγήτρια : *Ωραία! Πολλαπλασιάστε άνετα! Αν τα πολλαπλασιάσετε μεταξύ τους τι γινόμενο θα έχετε;*

Μαθητής 5/ Μαθήτρια 4: *Αρνητικό!*

Καθηγήτρια : *Αρνητικό. Έφυγε η πρώτη περίπτωση. Κάντε τη δεύτερη μόνοι σας για να δω τι κάνουν οι υπόλοιποι…*

Ανάλυση:

Οι δύο μαθητές εργάζονται μαζί προκειμένου να λύσουν την άσκηση. Έχουν αξιοποιήσει τα δεδομένα, αλλά από ένα σημείο και μετά χρειάζονται τη βοήθεια της καθηγήτριας προκειμένου να συνεχίζουν. Η καθηγήτρια τους εξηγεί πως πρέπει να πάρουν περιπτώσεις σχετικά με τον συντελεστή α του χ, εάν είναι θετικός ή αρνητικός και αφού σχεδιάσουν τις γραφικές παραστάσεις να εξετάσουν κάθε περίπτωση ξεχωριστά. Επιλέγει την περίπτωση που το α είναι θετικό. Με κατάλληλες ερωτήσεις ανοιχτού τύπου ζητά να τοποθετήσουν οι μαθητές τις τιμές που μηδενίζεται η συνάρτηση πάνω στο γράφημα καθώς και αυτές που υπάρχουν στο ζητούμενο. Παρατηρούμε πως οι δύο μαθητές συνεργάζονται συνεχώς για τη επίλυση της άσκησης, γεγονός που οδηγεί στην ανάπτυξη της ' Ζώνης Της Επικείμενης Ανάπτυξης'. Ο ένας συμπληρώνει τη σκέψη του άλλου και μία κατάσταση γνωστικής εμπλοκής στην τάξη αρχίζει να παρουσιάζεται. Συγκεκριμένα, έχουμε αλληλεπίδραση μιας μικρής ομάδας με το δάσκαλο. Οι μαθητές απαντούν στις ερωτήσεις που θέτει η καθηγήτρια, έχουμε παροχή πληροφοριών από την καθηγήτρια, επεξήγηση διαδικασιών, αλγορίθμων και συλλογισμών, ερωτήσεις προς την καθηγήτρια.

Μέχρι αυτό το σημείο έχουμε επικεντρωθεί στα μαθήματα που έγιναν μέσα στις τάξεις τη Πρόσθετης Διδακτικής Στήριξης (ΠΔΣ). Στα επόμενα θα επικεντρωθούμε τι έγινε μέσα στην τάξη, σύμφωνα με τις βιντεοσκοπήσεις που έχουμε στη διάθεση μας και από τα μαθήματα που παρακολουθήσαμε κατά τη διάρκεια της σχολικών ετών 2006-2007 και 2007-2008.

Καθώς παρατηρούμε τις βιντεοσκοπήσεις που έγιναν μέσα στην τάξη, εύκολα μπορεί κανείς να συνειδητοποιήσει πως οι μαθητές έχουν κατανοήσει σε βαθμό ικανοποιητικό τις έννοιες που αφορούν τη μονοτονία μιας συνάρτησης. Αρχικά,

απαραίτητο είναι να σημειώσουμε τον τρόπο που διεξήχθη το μάθημα μέσα στην αίθουσα. Και τις δύο σχολικές χρονιές δόθηκε στους μαθητές ένα συγκεκριμένο φυλλάδιο με επαναληπτικές ασκήσεις τις οποίες οι μαθητές αρχικά λύνανε μόνοι τους και στην συνέχεια ακολουθούσε συζήτηση με όλη την τάξη. Ο καθηγητής έκανε χρήση του πίνακα αλλά και ηλεκτρονικού υπολογιστή, αφού το φυλλάδιο οι μαθητές το βλέπανε και στον υπολογιστή, ενώ ταυτόχρονα ο καθηγητής χρησιμοποιούσε τον πίνακα όποτε αυτός θεωρούσε σημαντικό να επισημάνει κάτι σε όλη την τάξη. Επιπλέον, ήτανε σε συνεχή επικοινωνία και τις δύο σχολικές χρονιές με την καθηγήτρια της ΠΔΣ. Το μάθημα του, καθώς αποδεικνύεται και από τις βιντεοσκοπήσεις, κατάφερε να τραβήξει το ενδιαφέρον των μαθητών και να τους οδηγήσει στο να συμμετέχουν όλοι. Το μεγαλύτερο μέρος του τμήματος είχε σε όλη τη διάρκεια του μαθήματος την προσοχή του στον καθηγητή, ενώ ο συνδυασμός που έγινε στη χρήση του πίνακα και του ηλεκτρονικού υπολογιστή προκάλεσε στους μαθητές το ενδιαφέρον με αποτέλεσμα να βρίσκονται σε συνεχή εγρήγορση. Το φυλλάδιο που δόθηκε είναι το ακόλουθο:

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

1. Αν η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το Α είναι γνησίως φθίνουσα και για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει $x_1 < x_2$ τότε ισχύει και.....

2. Αν η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το Α και για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$ τότε η συνάρτηση f είναι.....

3. Η συνάρτηση f έχει ελάχιστο στο $x_0 \in A$, όταν f(x).....f (x_0) για κάθε..... $\in A$. Η τιμή ..... λέγεται .....της f στο x_0.

4. Ποιες από τις παρακάτω συναρτήσεις είναι αύξουσες και ποιες φθίνουσες; Δικαιολογήστε την επιλογή σας.

   $f(x) = 3x + 1$ ....

$f(x) = 4 - 2x$ ....

$f(x) = -x + 2$ ....

5. Η συνάρτηση $f(x) = -3x + 2$ έχει πεδίο ορισμού το ℝ και για οποιαδήποτε x_1, $x_2 \in$ ℝ.

   με $x_1 < x_2$ τότε $-3x_1 \ldots\ldots\ldots\ldots - 3x_2$

   ή $-3x_1 + 2 \ldots\ldots\ldots\ldots - 3x_2 + 2$

   ή $f(\ldots.) \ldots\ldots\ldots\ldots f(\ldots.)$

   Άρα η f είναι.....

6. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $f(x) = 3x + 5,\ x \in \square$ είναι γνησίως αύξουσα.

   .....
   .....
   .....
   .....

7. Αν γνωρίζουμε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως φθίνουσα στο ℝ, να προσδιορίσετε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει

   f(-2x+3)< f(1).

   .....
   .....
   .....

8. Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη και ισχύει $f(2007) < f(2006)$, να βρείτε το είδος μονοτονίας της f.

.....

.....

.....

9. Όταν μια συνάρτηση έχει μέγιστο αυτό παρουσιάζεται μόνο σένα σημείο του πεδίου ορισμού της (Δικαιολογήστε την απάντησή σας με σχήμα).

10. Αν η συνάρτηση f έχει μέγιστο στο $x_0 \, \mu\varepsilon \, f(x_0) = -2$, τότε η γραφική παράσταση της f δεν τέμνει ποτέ τον άξονα x΄ x.

.....

.....

.....

.....

11. Διατυπώστε με ισοδύναμο τρόπο το ερώτημα 10

.....

.....

.....

.....

12. Να βρεθούν τα ακρότατα της συνάρτησης $f(x) = 5 - 2x$ αν το πεδίο ορισμού είναι το [-1, 6]. Σε ποια σημεία παρουσιάζονται τα ακρότατα;

.....

.....

.....

.....

13. Αν η συνάρτηση f έχει πεδίο ορισμού το [-2, 4] και είναι γνησίως φθίνουσα σε αυτό, να βρείτε το μέγιστο και το ελάχιστο της f αν γνωρίζετε ότι f(-2) = 5, f(4) = 4.

.....

.....

.....

.....

Κατά τη διάρκεια του μαθήματος παρατηρούμε πως οι μαθητές απαντούν με σαφήνεια και ευκολία στις ερωτήσεις που τους θέτει ο καθηγητής τους. Φαίνεται ότι έχουν κατανοήσει τις έννοιες και μπορούν να δικαιολογήσουν τις απαντήσεις τους με σωστά και ολοκληρωμένα επιχειρήματα. Παρακάτω, παραθέτουμε μερικά παραδείγματα από μέσα στην τάξη που δικαιολογούν τον ισχυρισμό μας. Θα πρέπει να τονίσουμε ότι οι μαθητές που αναφέρονται στους παρακάτω διαλόγους είχαν παρακολουθήσει τα μαθήματα της Πρόσθετης Διδακτικής Στήριξης (ΠΔΣ) και τους αναφέραμε στους προηγούμενους διαλόγους.

Διάλογος 1:

Μαθητής2 : *Το α .*

Καθηγητής : *Συμφωνείς ……. (όνομα παιδιού) .*

Μαθητής2: *Ναι.*

Καθηγητής : *Άρα λοιπόν , χωρίς να πάμε στη διαδικασία την κατασκευαστική εάν πάμε στην ερώτηση 4 'ποιες από τις παρακάτω συναρτήσεις είναι αύξουσες και ποιες φθίνουσες' , χωρίς να μπούμε στην διαδικασία την κατασκευαστική, για την πρώτη έστω f(X) = 3x+1 το α ποιο είναι;*

Τάξη : *Το 3 .*

Καθηγητής : *Το 3 θετικός ή αρνητικός ;*

Τάξη : *Θετικός .*

Καθηγητής: *Θετικός άρα η συνάρτηση τι θα είναι ;*

Τάξη : *Αύξουσα .*

Καθηγητής : *Αύξουσα συμπληρώνουμε, για τις επόμενες δυο εσείς (δίνει χρόνο στην τάξη) . Μαθητή 2 η f(x) = 4-2x είναι ;.*

Μαθητής2 : *Φθίνουσα .*

Καθηγητής: *Είναι μια συνάρτηση φθίνουσα , γιατί είναι φθίνουσα ;*

Μαθητής2 : *Ο συντελεστής του χ είναι αρνητικός.*

Καθηγητής : *Ωραία τελειώνουμε, η f(x) = -x +2 τι είναι ;*

Μαθητής 2 : *Πάλι.*

Καθηγητής : *Πάλι φθίνουσα , για ποιο λόγο είναι φθίνουσα η f(x) = -x +2 ;*

Μαθήτρια3 : *ε… γιατί το α είναι αρνητικό .*

Καθηγητής : *Ρωτάω εγώ αν είχα f(x) = -x -2 θα επηρέαζε αν είναι αύξουσα ή φθίνουσα το-2 ;*

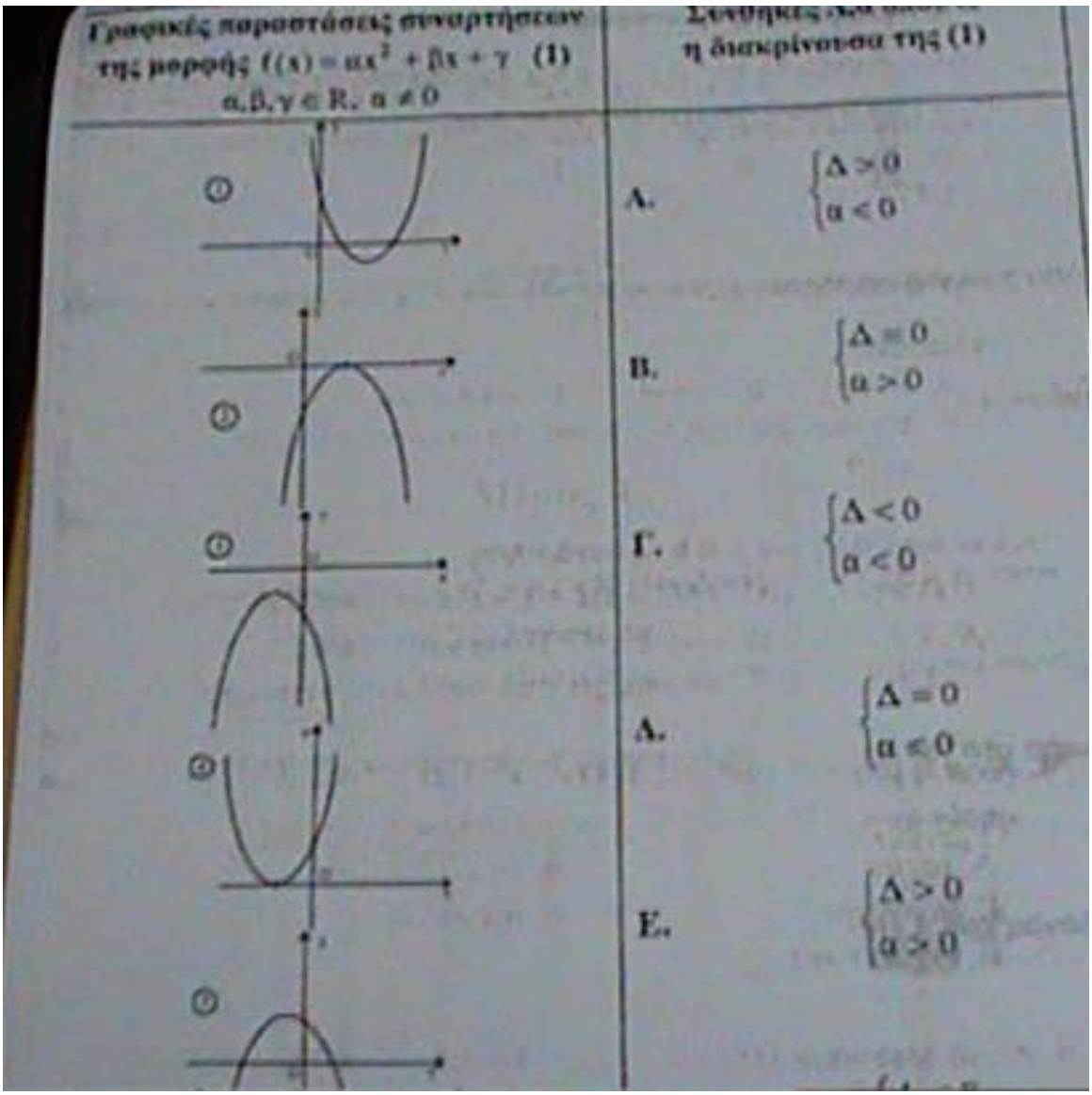
Τάξη : *Όχι .*

Καθηγητής : *Όχι γιατί επηρεάζει μόνο ο συντελεστής του x .*

<u>Διάλογος 2:</u>

Καθηγητής : *Έχουμε γραφικές παραστάσεις της μορφής $f(x)= ax^2+βx+ γ$. Μορφή τριώνυμου $α≠0$. Πριν μπούμε στη διαδικασία να κάνουμε την αντιστοίχηση ας σκεφτούμε ορισμένα πράγματα. Αν η διακρίνουσα είναι θετική, τότε έχουμε τι; Δυο ρίζες. Τι σημαίνει ότι έχουμε δυο ρίζες;*

Μαθήτρια : *Ότι η f τέμνει σε δυο σημεία τους άξονες.*



Εικόνα 11

Καθηγητής : *Ότι η γραφική παράσταση τέμνει τον xx΄ σε δυο σημεία . Βλέποντας τα τέσσερα σχήματα από τις γραφικές παραστάσεις, ποιες είναι εκείνες στις οποίες μπορούμε να βγάλουμε σαν συμπέρασμα Δ>0; Σε ακούω μαθήτρια6.*

Μαθήτρια 6 : *Η πρώτη .*

Καθηγητής : *Η πρώτη δεν έχουμε δυο σημεία; Ωραία άλλη.*

Μαθήτρια 6 : *Η Πέμπτη.*

Καθηγητής : *Η Πέμπτη έχουμε δυο σημεία ;*

Τάξη : *Ναι .*

Καθηγητής : *Ωραία. Άρα στην πρώτη και στην Πέμπτη. Ξέρω ότι η Διακρίνουσα μαθητή 6 τι θα πρέπει να είναι ;*

Μαθητής 6 : *Θετική.*

Καθηγητής : *Πολύ ωραία. Εάν η δεξαμενή (ο καθηγητής ανάλογα με το αν η γραφική παράσταση τη $F(x)= ax^2+\beta x+\gamma$ είναι προς τα πάνω ή προς τα κάτω, τις αναφέρει στα παιδιά με την ορολογία δεξαμενή που γεμίζει ή αδειάζει.) όπως λέγαμε στην τάξη θα γεμίσει ή θα αδειάσει από τι εξαρτάται;*

Τάξη : *Το α.*

Καθηγητής : *α… από το α. Άρα στην πρώτη περίπτωση ποιες είναι οι συνθήκες που πρέπει να έχω που ανταποκρίνονται στο γράφημα της συνάρτησης; δυο ρίζες. Δ>0, μαθήτρια 3 σε ακούω .*

Μαθήτρια 3 : *και θετικό το α .*

Καθηγητής : *και το α>0 . Ποια από όλες αυτές αντιστοιχεί .*

Μαθήτρια 3 : *η ε .*

Καθηγητής : *Η ε για να δούμε .. Δ>0 δυο ρίζες α>0 , η δεξαμενή τι κάνει;*

Μαθήτρια 3 : *Γεμίζει …*

Καθηγητής : *Γεμίζει .Άρα λοιπόν στο 1 θα αντιστοιχίσουμε ποιο;*

Τάξη : *Το ε .*

<u>Διάλογος 3:</u>

Καθηγητής : *Ποιο θα προσφερθεί για το σ παράδειγμα; Μαθήτρια 3 .*

Μαθήτρια 3 : *Είναι … το Δ<0 .*

Καθηγητής : *Ναι για ποιο λόγο ;*

Μαθήτρια 3 : *Δεν ακουμπάει στον άξονα..*

Καθηγητής : *Δεν τέμνει τον άξονα , ναι .Ούτε εφάπτεται τίποτα.*

Μαθήτρια 3 : *και το α> 0 .*

Καθηγητής : *και α>0 .*

Επιπλέον, στο τέλος κάθε σχολικής χρονιάς από αυτές τις δύο, στις προαγωγικές εξετάσεις του Ιουνίου, ένα από τα θέματα στα οποία εξετάστηκαν οι

μαθητές αφορούσε τη μονοτονία συνάρτησης. Στις εξετάσεις του Ιουνίου 2007 το τρίτο θέμα ήτανε το εξής:

ΘΕΜΑ 3ο:

Α)Δίνεται η συνάρτηση $f(x)= 2-x^2$. Να μελετήσετε τη συνάρτηση ως προς τη μονοτονία της. ***Μονάδες 10***

Β) Έστω $f(|x-3|)<f(5)$. Να λύσετε την ανίσωση. ***Μονάδες* 5**

Γ) Να βρεθούν τα κοινά σημεία των συναρτήσεων f και g όπου $f(x) = 2-x^2$. και $g(x)= |x|$ ***Μονάδες 5***

Δ) Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των f και g. ***Μονάδες 5***

Με το συγκεκριμένο θέμα ασχολήθηκαν όλοι οι μαθητές που παρακολουθούσαν τα μαθήματα της Πρόσθετης Διδακτικής Στήριξης. Από τα γραπτά τους, μερικά εκ των οποίων παραθέτουμε και παρακάτω, παρατηρούμε πως ορισμένοι από τους μαθητές δεν έχουν κατανοήσει πλήρως την μελέτη της μονοτονίας μιας συνάρτησης. Κάποιοι από τους μαθητές καταφέρανε να λύσουνε την άσκηση ενώ κάποιοι άλλοι συναντήσανε ποικίλες δυσκολίες κατά τη λύση της. Θα πρέπει επιπλέον να σημειώσουμε ότι το συγκεκριμένο θέμα είναι αρκετά δύσκολο και οι μαθητές δικαιολογημένα συνάντησαν κάποιες δυσκολίες στη λύση του.

1. Μαθήτρια 2

β) Η συγκεκριμένη μαθήτρια ασχολείται με όλα τα ερωτήματα της άσκησης, αρχίζοντας από το δεύτερο, λύνει το τρίτο και το τέταρτο υποερώτημα τέλος κάνει μία προσπάθεια να απαντήσει στο πρώτο ερώτημα της άσκησης με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης που έχει σχεδιάσει.

$f(x) = 2-x^2$

$g(x) = |x|$ και $f(|x-3|) < f(5) \Leftrightarrow 2-|x-3|^2 < 2-5^2 \Leftrightarrow$

$$2-(x-3)^2 < 2-25$$

$$2-(x^2-6x+9) < 2-25 \Leftrightarrow$$

$$2-x^2+6x-9 < -23 \Leftrightarrow -x^2+6x-7+23 < 0 \Leftrightarrow$$

$$-x^2 + 6x + 16 < 0 \Leftrightarrow$$

$$\Delta = 6^2 + 4.16 \Leftrightarrow \Delta = 36 + 64 = 100$$

$$x_1 = \frac{-6+10}{-2} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm 10}{-2} = \Rightarrow$$

$$x_2 = \frac{-6-10}{-2} = \frac{-16}{-2} = 8$$

Στο σημείο αυτό η μαθήτρια με τη βοήθεια της διακρίνουσας κατάφερε επιτυχώς να υπολογίσει τις ρίζες της δευτεροβάθμιας, $-x^2 + 6x + 16$.

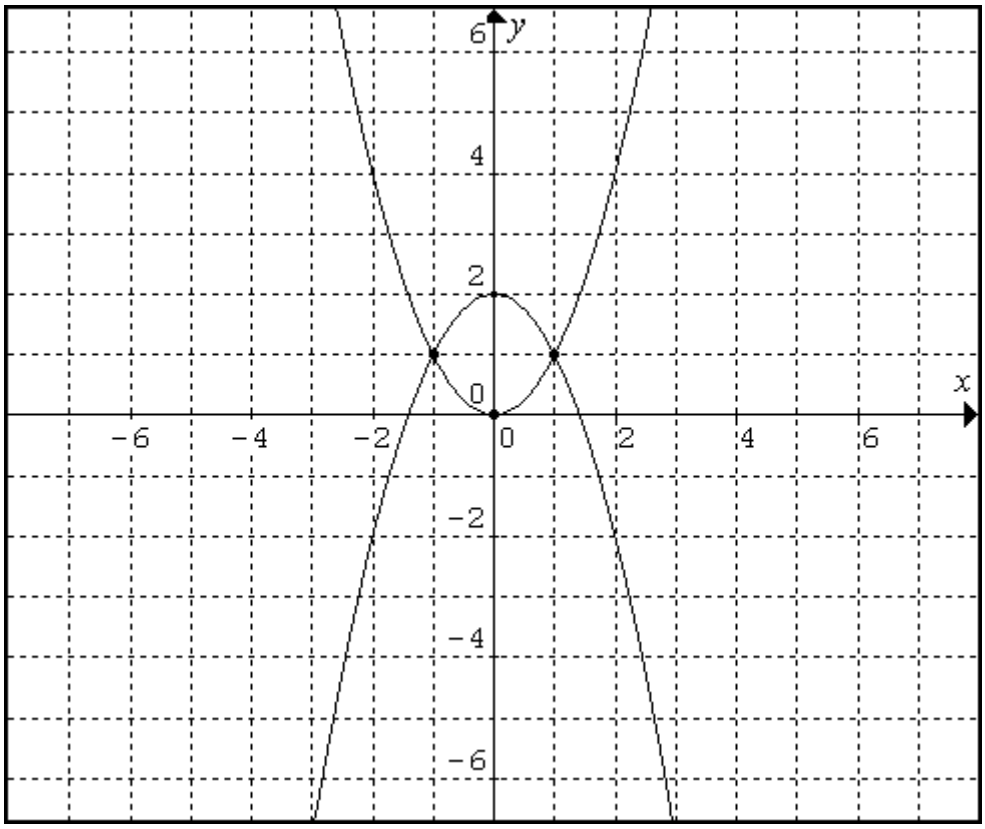
δ , γ) Η μαθήτρια στη συνέχεια, παραθέτει τη λύση των υποερωτημάτων γ και δ της άσκησης ταυτόχρονα κάνοντας τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και g.

$f(x) = 2-x^2$ (E_1)

Χ	-1	0	1
Ψ	1	2	1

$g(x) = |x|$ (E_2)

Χ	-1	0	1
Ψ	1	0	1



α) Από την γραφική παράσταση η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα (0, +∞).

Παρατηρούμε πως η μαθήτρια 2 ασχολήθηκε με το τρίτο ζήτημα. Το πρώτο ερώτημα το απάντησε με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης, γεγονός που ο καθηγητής της δε το έλαβε υπόψη του στη διόρθωση αφού επιθυμούσε να το αποδείξουν αλγεβρικά. Στο δεύτερο ερώτημα, αρχικά τα βήματα που έκανε ήτανε σωστά, αλλά στο τέλος ξέχασε ότι έλυνε ανίσωση και δεν ολοκλήρωσε το ερώτημα κάνοντας τον πίνακα προσήμου. Τέλος, ενώ σχεδίασε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων δε βρήκε τα κοινά τους σημεία γεγονός που της αφαίρεσε μονάδες.

2. Μαθητής 2

Ο μαθητής 2 προσπαθεί στο γραπτό του να αποδείξει τη μονοτονία της συνάρτησης f(x).

Έστω $f(x) = 2-x^2$ και $g(x) = |x|$

$x^2_1<x^2_2 \Leftrightarrow$

$x^2_1+2<x^2_2+2 \Leftrightarrow$

Άρα $f(x_1) > f(x_2)$

↓

Άρα για κάθε $x > 0$ Στο σημείο αυτό, ο μαθητής 2 δεν αναφέρει τελικά το είδος της μονοτονίας της συνάρτησης f, παρόλο που το απέδειξε, ενώ την ίδια στιγμή, αναγράφει πως το διάστημα που ανήκουν τα x είναι το $(0, +\infty)$ χωρίς να συνεχίζει με το να μελετήσει τη μονοτονία και στο διάστημα $(-\infty, 0)$.

β) $f(|x-3|) < f(5) \Leftrightarrow$

$(x-3) < (5) \Leftrightarrow$

$(x-3) > (5)$

Ο συγκεκριμένος μαθητής, στηριζόμενοι στο γραπτό του, παρατηρούμε πως δεν έχει κατανοήσει την έννοια της μονοτονίας. Το γραπτό του φανερώνει πως προσπαθεί να λύσει την άσκηση στηριζόμενος αποκλειστικά σε αυτά που θυμάται μέσα από την τάξη, καθώς και από τα μαθήματα που παρακολούθησε στην Πρόσθετη Διαδακτική Στήριξη.

3. Μαθητής 1

Έστω $f(x) = 2-x^2$ και $g(x) = |x|$

α) Για να είναι γνησίως φθίνουσα πρέπει για κάθε $x \in (0, +\infty)$ να ισχύει

$x_1 < x_2$ τότε $f(x_1) > f(x_2)$.

Άρα $x_1<x_2$

$x^2_1< x^2_2 \Leftrightarrow$

$- x^2_1 > -x^2_2 \Leftrightarrow$

$2 - x^2_1 > 2 -x^2_2 \Leftrightarrow$

Άρα $f(x_1) > f(x_2)$ Ο μαθητής 1 ενώ μελέτησε σωστά τη μονοτονία της συνάρτησης στο διάστημα $(0, +\infty)$ δε συνεχίζει με το να μελετήσει τη μονοτονία και στο υπόλοιπο πεδίο ορισμού, που είναι το διάστημα $(-\infty, 0)$.

β) $f(|x-3|) < f(5)$

Αφού $x > 0$ τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα άρα

Για κάθε $x \in (0, +\infty)$ τότε $x_1<x_2 \Leftrightarrow$

$f(x_1) > f(x_2)$

Άρα) $|x-3| > 5$

$x-3 > 5$ ή $x-3 < -5$

$x > 8$ ή $x< -2$

↓ ↓

Δεκτή Απορρίπτεται γιατί $x>0$

γ) Για να βρούμε τα κοινά τους σημεία λύνουμε το σύστημα των εξισώσεων τους

Άρα $f(x) = 2-x^2$

$$\begin{cases} 2-x^2 = |x| \\ g(x) = |x| \end{cases}$$

$\Leftrightarrow |x| = 2-x^2$

$\Leftrightarrow x= 2-x^2$ ή $x = -(2-x^2)$

$\Leftrightarrow x=-2+x^2$

Άρα $x^2 + x -2 =0$ ή $x^2 - x -2 =0$

$\Delta = 1+8= 9$ $\Delta= 1+8=9$

$X_{1,2} = \frac{-1\pm 3}{2} = \left\langle \begin{matrix} +1 \\ -2 \end{matrix} \right\rangle$ $X_{1,2} = \frac{-1\pm 3}{2} = \left\langle \begin{matrix} +2 \\ -1 \end{matrix} \right\rangle$

$f(x) = 2 - x^2$ $\qquad$ $f(x) = 2-x^2$

Για $x=1$, $f(x) = 1$ $\qquad$ Για $x=2$, $f(x) = -2$

Για $x=2$, $f(x) = -2$ $\qquad$ Για $x=1$, $f(x) = 1$

Άρα κοινά σημεία Α (1,1) , Β(2 ,-2), Γ(2,-2), Δ(-1,1).

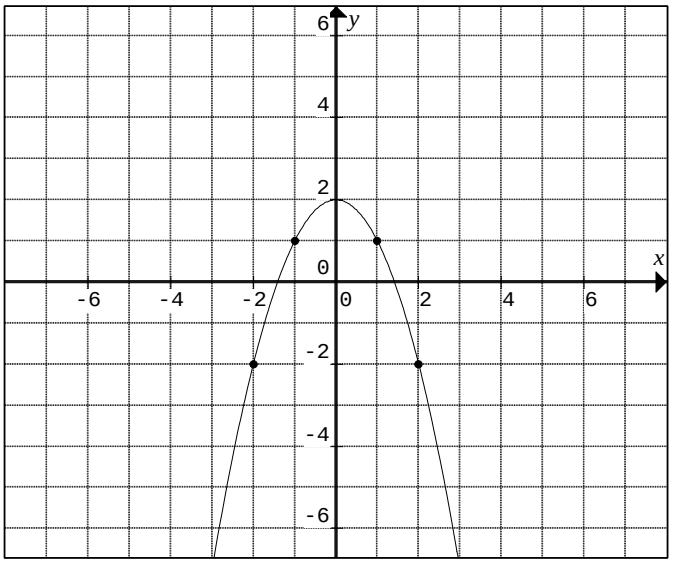
δ) Για $x= +2-x^2$

Έχουμε Α (1,1) , Β(2 ,-2) .

Για $x= x^2 -2$

Έχουμε Γ(2,-2), Δ(-1,1).

Άρα



Παρατηρούμε πως ο μαθητής 1 έχει πλήρως κατανοήσει τις έννοιες που αφορούν τη μονοτονία μιας συνάρτησης. Έχει ασχοληθεί με όλα τα ερωτήματα της άσκησης και τα έχει λύσει επιτυχώς. Επιπλέον, η λύση του θέματος τρία είναι με σωστό τρόπο επιστημονικά τεκμηριωμένο, γεγονός που οδηγεί τον καθηγητή του να του δώσει όλες τις μονάδες που αντιστοιχούν στο συγκεκριμένο ζήτημα.

Αλλά και στις προαγωγικές εξετάσεις του 2008 ένα από τα θέματα στα οποία εξετάστηκαν οι μαθητές αφορούσε τις συναρτήσεις. Το ζήτημα ήτανε το τέταρτο, μία άσκηση αρκετά δύσκολη η οποία ζητούσε από τους μαθητές:

ΘΕΜΑ 4ο :

Δίνεται η συνάρτηση $f(\chi) = \mu\chi^2 - (\mu+1)\chi + \mu$, όπου μ πραγματικός αριθμός.

α) Να βρείτε τις τιμές του μ ώστε η εξίσωση $f(\chi) = 0$ να είναι ακριβώς ρίζα.

Μονάδες 9

β) Αν μ_1 είναι μικρότερη από τις τιμές που βρήκατε στο α ερώτημα, να βρείτε για ποιες τιμές του λ η συνάρτηση $g(\chi) =(\mu_1 - \lambda) \chi^2$ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα (0,∞). ***Μονάδες 8***

γ) Να βρείτε τις τιμές του μ για τις οποίες η γραφική παράσταση της f δεν τέμνει τον άξονα χ΄ χ . ***Μονάδες 8***

4. Μαθητής 5

α) Για να έχει 1 ρίζα πρέπει Δ=0

$\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma =0$ $-(\mu+1)2 -4 (\mu) (\mu) = (-\mu-1)^2 -(2\mu)^2 = 0$

$(-\mu-1 +2\mu) (-\mu-1-2\mu)=0$

$(\mu-1) (-3\mu-1) =0$

ή $\mu=-\frac{1}{3}$ ή $\mu=1$

β) $g(x)= (-\frac{1}{3}-\lambda)x^2$ με $x_1, x_2 \in(0,+\infty)$

και $x_1< x_2 \Leftrightarrow x_1^2>x_2^2$

Πρέπει να πολλαπλασιάσω με αρνητικό αριθμό για να αλλάξει η φορά της ανίσωσης. Επιπλέον, για να έχω φθίνουσα θα πρέπει να ισχύει $f(x_1) > f(x_2)$. Οπότε, $\lambda>-\frac{1}{3}$

γ) Για να μην τέμνει τον xx′ πρέπει Δ<0. Οπότε: $(-\mu-1)^2 -4\mu^2 <0\Leftrightarrow$

$(-\mu-1)^2 -(2\mu)^2 <0 \Leftrightarrow (-\mu-1+2\mu)(-\mu-1-2\mu)<0 \Leftrightarrow (\mu-1)(-3\mu-1)<0$

	$-\infty$ $\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
μ-1	-	-	+
-3μ-1	-	+	+
γινόμενο	+	-	+

Άρα, μ $\in (\frac{1}{3},1)$

Παρατηρούμε ότι ο μαθητής έχει ασχοληθεί με όλα τα ερωτήματα του θέματος τέσσερα. Τα δύο πρώτα τα έχει λύσει με τρόπο σωστά τεκμηριωμένο ενώ στο τρίτο υποερώτημα έχει κάνει ένα λάθος στον πίνακα προσήμου, πιθανότατα από απροσεξία. Από το γραπτό του κατανοούμε πως έχει κατανοήσει τις έννοιες που διδάχτηκε τόσο μέσα στο μάθημα της Πρόσθετης Διδακτικής Στήριξης (ΠΔΣ), όσο και μέσα στην τάξη του.

5. Μαθήτρια 4

α) Πρέπει για μ≠0 να είναι Δ=0

Δ= β^2-4αγ =[-(μ+1)]^2-4μμ=(μ+1)^2-4μ^2=μ^2+2μ+1-4μ^2=-3μ^2+2μ+1

Δ= β^2-4αγ=4-4(-3)=4+12=16

$\mu_{1,2}= \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2(-3)} = \frac{-2 \pm 4}{-6} \Leftrightarrow \mu_1=1$ και $\mu_2=-\frac{1}{3}$

f(x)=μx^2-(μ+1)x +μ= 1x^2-(1+1)x+1=x^2-2x+1

Δ= β^2-4αγ=4-4=0 Άρα, μία ρίζα διπλή

Η μαθήτρια 4 καταβάλει την προσπάθεια της στο να λύσει το πρώτο υποερώτημα της άσκησης υπολογίζοντας τη διακρίνουσα της συνάρτησης καθώς και τις ρίζες της.

β) g(x)= $(-\frac{1}{3} - \lambda)$x^2 στο (0,+∞)

$x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

g(x)= $(\frac{1}{3}-\lambda)x^2 \Leftrightarrow 1=(\frac{1}{3}-\lambda)1 \Leftrightarrow 1=\frac{1}{3}-\lambda \Leftrightarrow \lambda=-\frac{2}{3}$

Άρα $\lambda \in (-\infty, -\frac{2}{3})$

γ) τα σημεία τομής με τον xx' είναι το ρ=1. άρα, δεν τον τέμνει στα

$(-\infty,1) \cup (1, +\infty)$

Όσον αφορά την απόδοση της συγκεκριμένης μαθήτριας τα συμπεράσματα που μπορούμε να βγάλουμε διορθώνοντας το γραπτό της είναι πως δεν έχει κατανοήσει τις έννοιες που διδάχτηκε σχετικά με το πρόσημο του τριωνύμου καθώς και τη μονοτονία μιας συνάρτησης. Γνωρίζει τον ορισμό της γνησίως φθίνουσας συνάρτησης αλλά δε μπορεί να τον χρησιμοποιήσει με σωστό τρόπο. Το γεγονός αυτό, σε συνδυασμό με το ότι πρόκειται για μία δύσκολη άσκηση την οδηγεί σε αδιέξοδο και στο να μην έχει τη δυνατότητα να λύσει το ερώτημα β) της άσκησης.

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Όλοι οι μαθητές που παρακολούθησαν τα μαθήματα της Πρόσθετης Διδακτικής Στήριξης (ΠΔΣ) προβιβάστηκαν στην Β' Λυκείου. Στις προαγωγικές εξετάσεις του Ιουνίου κανένας δεν έγραψε κάτω από τη βάση και οι περισσότεροι έδωσαν τον καλύτερο τους εαυτό. Οι βαθμοί τους ήταν ανάλογοι με αυτούς που είχανε κατά τη διάρκεια του σχολικού έτους στα τρία τετράμηνα.

Το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε κατά τη διάρκεια των μαθημάτων στην ΠΔΣ ήταν το Διδάσκοντας Ανάμεσα στα Θρανία. Η επιλογή του συγκεκριμένου μοντέλου αποδείχτηκε επιτυχής καθώς τα αποτελέσματα της έρευνας μας δείχνουν ότι βοήθησε τους μαθητές σε μεγάλο βαθμό. Χάρη σε αυτό το διαφορετικό τρόπο διδασκαλίας οι μαθητές απέκτησαν βαθύτερη γνώση των εννοιών που διδάχτηκαν, αφού μπήκαν στη διαδικασία να τις ανακαλύψουν μόνοι τους, αποκτώντας εμπειρίες τόσο στους ορισμούς όσο και στις εφαρμογές τους διαμέσου της συμμετοχής τους στην πρακτική της τάξης. Η γνώση κατακτήθηκε με τη σωστή καθοδήγηση και βοήθεια (scaffolding) των καθηγητών προς τους μαθητές. Επιπλέον, οι μαθητές έμαθαν να εργάζονται σε ομάδες με αποτέλεσμα να αναπτύσσεται, τις πιο πολλές φορές, η ζώνη επικείμενης ανάπτυξης είτε ως αποτέλεσμα της συνεργασίας μαθητή-μαθητή είτε μαθητή-καθηγητή. Σε κάθε περίπτωση, και όταν τα διάφορα είδη συνεργασίας έφθαναν στα όριά τους, τότε επενέβαινε ο καθηγητής και το κέντρο του ενδιαφέροντος γινόταν η συζήτηση μεταξύ του καθηγητή και της τάξης.

Η πρακτική της τάξης περιγράφεται από ένα επαναλαμβανόμενο μοντέλο αλληλεπίδρασης, σύμφωνα με το οποίο ο καθηγητής εισάγει-προτείνει ένα έργο, οι μαθητές εργάζονται σε ομάδες, ίσως και μόνοι τους, ο δάσκαλος βαδίζει ανάμεσα στα θρανία και συζητεί με τους μαθητές, επακολουθεί συζήτηση με όλη την τάξη. Ο 'κύκλος' αυτός μπορεί να επαναληφθεί. Η πρακτική αυτή είναι συν-κατασκευαζόμενη από μαθητές και καθηγητή. Μια βασική υπόθεση του μοντέλου αυτού, όπως ήδη έχουμε αναφέρει, είναι ότι ο καθηγητής 'παραχωρεί' μέρος της υπευθυνότητάς του στους μαθητές. Με τον τρόπο αυτόν οι μαθητές γίνονται υπεύθυνοι για την μάθησή τους, με άλλα λόγια, οι μαθητές επενδύουν στους εαυτούς τους.

Επιπλέον, ο καθηγητής της Πρόσθετης Διδακτικής Στήριξης (ΠΔΣ) βρίσκεται σε συνεχή συνεργασία με τον καθηγητή της τάξης. Με αυτό τον τρόπο το μάθημα της ΠΔΣ καταφέρνει να βοηθήσει καλύτερα τους μαθητές όσον αφορά τις μαθησιακές τους αδυναμίες, ενώ οι τρόποι διδασκαλίας του καθηγητή της τάξης και της ΠΔΣ θα πρέπει να

είναι συντονισμένοι και να ενεργούν 'προς το ίδιο μήκος κύματος'. Επιπλέον, οι δύο διδασκαλίες θα πρέπει να συμβαδίζουν στην ύλη και το μάθημα της ΠΔΣ να ενισχύει και να βοηθά, όσο είναι δυνατό, το μάθημα που γίνεται μέσα στην τάξη.

Τέλος, απαραίτητο είναι να σημειώσουμε, ότι το μοντέλο Διδάσκοντας Ανάμεσα στα Θρανία (ΔΑΘ) θα πρέπει πλέον να αποτελέσει συνειδητά ένα διδακτικό μοντέλο μέσα στην τάξη. Ο συγκεκριμένος τρόπος διδασκαλίας βοηθά τους μαθητές να ξεφύγουν από τον παθητικό ρόλο που είχαν μέχρι τώρα και να αποκτήσουν ενεργό ρόλο. Έτσι, ακόμη και οι αδύνατοι μαθητές αρχίζουν να συμμετέχουν στο μάθημα, να εκφράζουν την άποψη τους και με τη σωστή καθοδήγηση τόσο από τον καθηγητή τους όσο και από τους συμμαθητές τους βελτιώνονται ολοένα και περισσότερο. Η συμμετοχή στον μαθηματικό διάλογο είναι το κύριο μέσο διδασκαλίας στα Μαθηματικά, και όχι μόνον, και σε συνδυασμό με τη συνεργασία οδηγούν τους μαθητές στην απόκτηση των κατάλληλων εμπειριών, δηλαδή στην κατάκτηση της γνώσης.

6. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ

ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ

[1] Ainley, M. (1993). Styles of engagement with learning: Multidimensional assessment of their relationship with strategy use and school achievement Journal of Educational Psychology,85(3), 395-405.

[2] Ainley, M, Interest in learning and classroom interaction, στο D. Klarke (ed), 2001, Perspectives on practice and meaning in Mathematics and Science classrooms, Mathematics Education Library, p. 105-130.

[3] Bartonni Bussi, M.G.: 1994, Theoretical and empirical approaches to classroom interaction. In Biehler, Scholz, Straber and Winkelmann (Eds), Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline, p.p. 121-132

[4] Bennett, N. and Dunne, E. (1992). Managing Classroom Groups. Hemel Hempstead: Simon and Schuster Education.

[5] Blumenfield, P. C., Puro, P. & Mergendoller, J.R. (1992). Translating motivation into thoughtfulness. In H. H. Marshall (Ed.) *Redefining student learning: Roots of educational change*. Norwood, N J.: Ablex Publishing Corporation.

[6] Bruner, J.S: 1985, Vygotsky: A historical and conceptual perspective. In J.V. Westsh (Eds), Culture, communication and cognition, p.p. 21-34. Cambridge :Cambridge University Press.

[7] Cambourne, B. (1988). The Whole Story: Natural Learning and the Acquisition of Literacy in the Classroom. Auckland, N.Z.: Ashton Scholastic.

[8] Chi, M.T.H., Bassok, M., Lewis M., Reimann, P. and Glaser, R. (1989). Self-explanations: How stu-dents study and use examples in learning to solve problems. Cognitive Science, 13, pp 145-182.

[9] Chi, M.T.H., de Leeuw, N., Chiu, M-H. and La Vancher, C. (1994). Elicting Self-Explanations Im-proves Understanding. Cognitive Science, 18, pp 439-477.

[10] Clarke, D. J. (1996). Refraction and Reflection: Modelling the Classroom Negotiation of Meaning. RefLecT 2(1), 46-51.

[11] Corno, L. and Mandinach, E. (1983). The role of cognitive engagement in classroom learning and motivation. *Educational Psychologist, 18(2),* 88-108

[12] Csikszentmihalyi, M. & Csikszentmihalyi, I. S. (Eds.) (1988). Optimal experience: Psychological studies of flow in consciousness. New York: Cambridge U.P.

[13] Damon, W. (1984). Peer education: The untapped potential. Journal of Applied Developmental Psy-chology, 5, 331-343.

[14] Derek Holton and Gill Thomas: Μαθηματικές Αλληλεπιδράσεις και η Επιρροή τους στη Μάθηση, στο D. Klarke (ed), 2001, Perspectives on practice and meaning in Mathematics and Science classrooms, Mathematics Education Library, p.75-104.

[15] Fischer, K. W., & Grannott, N. (1995). Beyond one-dimensional change: Parallel, concurrent, socially distributed processes in learning and development. *Human Development, 38,* 301-321.

[16] Gooding, A and Stacey, K. (1993). Characteristics of small group discussion reducing misconceptions. *Mathematics Education Research Journal*, 5 (1), pp 60-73.

[17] Greenfield, P.M. (1984). A Theory of the Teacher in the Learning Activities of Everyday Life. In Rogoff, B. and Lave J., (Eds.), Everyday Cognition: Its Development in Social Context, pp 117-138. Cambridge, MA: Harvard University Press.

[18] Hart. L. E. (1989). Classroom processes, sex of student, and confidence in learning mathematics. Journal for Research in Mathematics Education, 20(3), 242-260.

[19] Helme, s. (1994). Mathematics embedded in context: The role of context in task perceptions, performance and the solution methods adult women students. Unpublished Master of Education Thesis, Australian Catholic University.

[20] Holton, D.A, Anderson, J. and Thomas, B. (1997). OPE-N Plan for Teaching Mathematical Problem Solving.: Report No. 587 to the Ministry of Education, Wellington.

[21] Holton, D.A, Spicer, T. and Thomas, G. (1999). Scaffolding and Mathematical Problem Solving, sub-mitted.

[22] Holton, D.A and Thomas, G. (1999). The Nature of Task, submitted.

[23] Karmiloff-Smith, A. (1992). *Beyond modularity: A developmental perspective on cognitive science.*

[24] Kendon, A. (1980). Gesticulation and speech: Two aspects of the process of utterance. In M.R. Key (Ed.), *The relation between verbal and nonverbal communication* (pp. 207-227).

[25] Leder, G.C. and Forgasz, H.J. Inside the mathematics classroom. Paper presented at AARE/NZARE Joit Conference, 1992

[26] Martin Hughes Τα Παιδιά και η Έννοια των Αριθμών. Δυσκολίες στην Εκμάθηση των Μαθηματικών. Επιμέλεια: Στέλλα Βοσνιάδου, Αθήνα 1999: Εκδόσεις GUTENBERG ΨΥΧΟΛΟΓΙΑ.

[27] Margaret Donaldson (1995) Η Σκέψη των Παιδιών. Εισαγωγή-Επιμέλεια: Στέλλα Βοσνιάδου

[28] Maybin, J. (Eds.), Language, Literacy and Learning in Educational Practice. Mi1ton Keynes: Open Uni-versity Press.

[29] McNeill, D. (1985). So you think gestures are nonverbal? *Psychological Review/, 92,* 350-371. McNeill, D. (1992). *Hand and mind: What gestures reveal about thought.* Chicago: University of Chicago Press.

[30] Meece, J. L., Blumenfelg, P. C. & Hoyle, R. (1988). Students' goal orientations and cognitive engagement in classroom activities. Journal of Educational Psychology, 80(4), 514-523.

[31] Mercer, N. (1994). Neo-Vygotskian theory and classroom education. In Stierer, B. and Maybin, J. (Eds.), Language, *Literacy and Learning in Educational Practice*. Mi1ton Keynes: Open Uni-versity Press.

[32] Moschkovich, J.N. (1996). Moving up and getting steeper: Negotiating shared descriptions of linear graphs. *Journal of the Learning Sciences,* 5,239-277.

[33] Peterson, P.L. & Fennema, E. (1985). Effective teaching, student engagement in classroom activities, and sex-related differences in learning mathematics. American Educational research Journal, 22(3), 309-335.

[34] Peterson, P.L. & Swine, S.R. (1982). Beyond time on task: Students' reports of their thought processes during classroom instruction. The Elementary School, Journal, 82(5), 481-491.

[35] Robert A. Reeve and Fiona J. Reynolds (2001) David Clarke (ed.), Perspectives on Practice and Meaning in Mathematics and Science Classrooms 231 – 253. Kluer Academic Publishers. Printed in the Netherlands

[36] Roschelle, J., & Clancey, W.J. (1992). Learning as social and neural. *Educational Psychologist, 27,* 435-453.

[37] Roschelle, J. (1992). Learning by collaborating: Convergent conceptual change. *Journal of the Learning Sciences, 2,* 235-276.

[38] Russell, D.M. and Kelley, L (1991). Using IDE in instructional design through automated design tools. Paper presented at Annual Conference of American Education Research Association.

[39] Schoenfeld, A.H. (1987). What's all the fuss about metacognition. In Schoenfeld, A.H. (Ed.), Cognitive Science and Mathematics Education. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum.

[40] Schoenfeld, AJ. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense-Making in Mathematics. In Grouws, D.A (Ed.) *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning*, pp 334-370. New York: Macmlllan.

[41] Siegler, R. S. (1996). *Emerging minds: The process of change in children's thinking.* New York: Oxford University Press.

[42] Skinner, E.A., Wellborn, J.G. & Connell, J.P. (1990). What it takes to do well in school and whether I've got it: A process model of perceived control and children's

engagement and achievement in school. Journal of Educational Psychology, 82 (1), 22-32.

[43] Smith, A, (1992). Understanding Children's Development. Wellington, N.Z.: Bridget Wil1iams.

[44] Steffe, L.P. (1988). Children's construction of number sequences and multiplying schemes. In J. Hiebert & *M.* Behr (Eds.). *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 119-140).

[45] Stipek, D. J. (1996). Motivation and Instruction. In D.C. Berliner and R.C. Calfee (Eds) Handbook of Educational Psychology. New York: Simon & Schuster Macmillan.

[46] Sue Helme and David Clarke (2001) Γνωστική εμπλοκή στην τάξη των Μαθηματικών, Cognitive engagement in the Mathematics Classroom.

[47] Swing, S.R., Stoiber, K.C. & Peterson, P.L. (1988). Thinking skills versus learning time: Effects of Alternative classroom-based interventions on students' mathematics problem solving. Cognition and Instruction, 5 (2), 123-191.

[48] Thomas, G. (1994). Discussion in Junior Mathematics: Helping one another learn? Unpublished Ph.D. Thesis. University of Otago, Dunedin, New Zealand.

[49] Tudge, J. (1990). Vygotsky, the zone of proximal development and peer collaboration: Implications for classroom practice. In Moll, L. (Ed.), *Vygotsky and Education: Instructional Implications and Applications of Sociohistorical Psychology*, pp 155-172. Cambridge: Cambridge University Press.

[50] Vygotsky, L. S. (1962). Thought and Language. Cambridge, MA: MIT Press and Wiley.

[51] Vygotsky, L. S.:1978, Mind in Society. The development of higher psychological processes. Cambridge, MA : Harvard University Press

[52] Webb, N.M. (1989). Peer interaction and learning in small groups. International Journal of Education Research, 13, pp 21-39.

[53] Webb, N. (1991). Task-related verbal interaction and mathematics learning in small groups. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22 (5), pp 366-389.

[54] Williams, G. & Clarke, D.J. (1997). Mathematical task complexity and task selection. In D.M. Clarke, P. Clarkson, D. Gronn, M. Horne, L Lowe, M. Mackinlay & A. McDonough (Eds.). Mathematics: Imagine the Possibilities. Brunswick, Vic: MAV.

[55] Wilson, J., Fernandez, M., L., and Hadaway, N., 1994, "Problem Solving: Managing it all", The Mathematics Teacher, vol. 87, No 3, pp.195-199.

[56] Wood, D., Bruner, J.S. and Ross, G. (1976). The Role of Tutoring in Problem Solving. Journal of Child Psychology and Psychiatry, 17, pp 89-100.

ΕΛΛΗΝΟΓΛΩΣΣΗ

[1] Ανδρεαδάκης Σ., Κατσαργύρης Β., Παπασταυρίδης Σ., Πολύζος Γ., Σβέρκος Α., (2007) Άλγεβρα (Α' Ενιαίου Λυκείου)

[2] Βοσνιάδου, Σ. (2000). *Η Ψυχολογία των Μαθηματικών.* Αθήνα: Gutenberg.

[3] Κείσογλου, Σ., Κυνηγός, Χ. (2005). *Ο ρόλος φυσικών και υπολογιστικών εργαλείων σε διαδικασίες μαθηματικοποίησης.* Πρακτικά Εισηγήσεων *του Πρώτου Συνέδριου της Ένωσης Ερευνητών Διδακτικής Μαθηματικών*, Εργαστήριο Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας (www.etl.ppp.uoa.gr), Τομέας Παιδαγωγικής, Τμήμα Φ.Π.Ψ., Φιλοσοφική Σχολή, Ε.Κ.Π.Α σελ. 439 – 449.

[4] Κλαουδάτος Νίκος (1996) Σημειώσεις Του Μαθήματος Διδακτική των Μαθηματικών

[5] Κλαουδάτος Νίκος (1996) Η Επικοινωνιακή Προσέγγιση Του VYGOTSKY και η Θεωρία της Αλληλοδράσης-Αλληλεπίδρασης (INTERACTIONISM)

[6] Ευγενία Κολέζα (2000) Γνωσιολογική και Διδακτική Προσέγγιση των Στοιχειωδών Μαθηματικών Εννοιών. Εκδόσεις Leader Books.

7. ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΡΟΣΘΕΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΣΤΗΡΙΞΗΣ

Από τον Οκτώβριο του 1998 το υπουργείο Παιδείας αποφάσισε την εφαρμογή ενός νέου προγράμματος στα Ενιαία Λύκεια, εκείνου της Πρόσθετης Διδακτικής Στήριξης. Το πρόγραμμα αρχίζει κάθε χρόνο στις 29 Οκτωβρίου και λήγει στις 30 Ιουνίου.

Για τις ημέρες των εξετάσεων, επιτρέπεται η τετράωρη διδασκαλία κατ᾽ ανώτατο όριο για κάθε μάθημα που διδάχθηκε κατά την διάρκεια της χρονιάς, στις παραμονές (εργάσιμη παραμονή και προπαραμονή) της εξέτασης του μαθήματος αυτού, μετά την υποβολή από τον Σχεδιαστή – Αξιολογητή (όπως αυτός ορίζεται στο τμήμα Γ παρ. 1 της παρούσας) του τροποποιημένου προγράμματος εξετάσεων και έγκριση από τον αντίστοιχο Προϊστάμενο. Το κανονικό πρόγραμμα της ΠΔΣ λήγει την ημέρα λήξης των μαθημάτων και το τροποποιημένο πρόγραμμα των εξετάσεων άρχεται την επομένη, η οποία θεωρείται ως η αφετηρία της εξεταστικής περιόδου για την ΠΔΣ. Η εξεταστική περίοδος χωρίζεται σε εξεταστικές εβδομάδες διάρκειας επτά ημερών εκάστη, με έναρξη την επομένη της λήξης των μαθημάτων. Σε καμία περίπτωση ο εκπαιδευτικός δεν μπορεί να υπερβεί τις ώρες που έχουν εγκριθεί από τον αρμόδιο Προϊστάμενο κατά την έναρξη του προγράμματος (μόνιμος - αναπληρωτής), ή τις ώρες που προβλέπονται στη σύμβασή του (ωρομίσθιος).

Με ευθύνη του Σχεδιαστή-Αξιολογητή, οι μαθητές μπορούν να ενταχθούν σε τμήματα και να ξεκινήσουν μαθήματα ΠΔΣ οποτεδήποτε μέσα στο σχολικό έτος. Τα τμήματα ΠΔΣ λειτουργούν με απόφαση του Διευθυντού Διεύθυνσης (ΔΔΕ) ή Προϊσταμένου Γραφείου ΔΕ ή ΕΕ (ΠΓΡ) της οικείας Διεύθυνσης ή Γραφείου, μετά από αιτιολογημένη πρόταση του Σχεδιαστή-Αξιολογητή.

Η λειτουργία του προγράμματος λήγει στις 30 Ιουνίου, ώστε να ολοκληρώνεται και η αξιολόγηση του προγράμματος από Σχεδιαστές – Αξιολογητές, Διευθυντές Διευθύνσεων και Προϊσταμένους Γραφείων.

Τμήμα για την ΠΔΣ θεωρείται κάθε τμήμα διδασκαλίας για κάθε μάθημα. . Κάθε τμήμα πρόσθετης διδακτικής στήριξης συγκροτείται από **7 έως 14 μαθητές**. Εάν σε κάποιο τμήμα ορισμένοι μαθητές διακόψουν την παρακολούθηση του αντίστοιχου μαθήματος, με αποτέλεσμα να μειωθεί ο αριθμός των μαθητών στο τμήμα κάτω από το όριο, **πρέπει υποχρεωτικά**, κατά περίπτωση να γίνεται:

α. συγχώνευση των τμημάτων

β. μεταφορά των μαθητών σε άλλο σχολείο με απόφαση του ΔΔΕ ή ΠΓΡ

γ. κατάργηση των σχετικών τμημάτων με απόφαση του Σχεδιαστή-Αξιολογητή, η οποία κοινοποιείται προς έγκριση στον ΔΔΕ ή ΠΓΡ.

Δεύτερο, τρίτο κ.λ.π. τμήμα στο ίδιο μάθημα και στην ίδια τάξη δημιουργείται μόνο όταν ο αριθμός των μαθητών είναι μεγαλύτερος του 14 ή των πολλαπλασίων του.

Σε ειδικές περιπτώσεις και με απόφαση ΔΔΕ ή ΠΓΡ, μπορεί να δημιουργείται παράρτημα ΠΔΣ Λυκείου , ΕΠΑΛ ή ΤΕΕ, εάν κρίνεται ότι θα διευκολύνει μαθητές που διαμένουν σε μεγάλη απόσταση από το σχολείο και διευκολύνονται στις μετακινήσεις τους. Το παράρτημα θα στεγάζεται σε χώρους δημοτικών σχολείων, Γυμνασίων κλπ. Στην περίπτωση αυτή, θα ορίζεται καθηγητής που συμμετέχει στο πρόγραμμα ΠΔΣ, ως υπεύθυνος του παραρτήματος. Οι υποχρεώσεις και αρμοδιότητες του υπευθύνου του παραρτήματος είναι οι ίδιες με αυτές του Σχεδιαστή-Αξιολογητή.

Εάν σε αστικές περιοχές δεν πληρούνται οι προϋποθέσεις σε κανένα σχολείο για τη λειτουργία τμημάτων ΠΔΣ, τότε με ευθύνη των Διευθυντών ΔΕ ορίζεται ένα σχολείο ως Κέντρο ΠΔΣ για να εξυπηρετηθούν οι μαθητές των σχολείων αυτών.

Οργάνωση του Προγράμματος της ΠΔΣ

Η έναρξη λειτουργίας των Προγραμμάτων ΠΔΣ σε κάθε Λύκειο , ΕΠΑΛ και ΤΕΕ ορίζεται με απόφαση του ΔΔΕ ή ΠΓΡ της οικείας Διεύθυνσης ή Γραφείου, αφού υποβληθεί ηλεκτρονικά από τον Σχεδιαστή-Αξιολογητή κάθε σχολείου το αίτημα έναρξης-τροποποίησης. Το αίτημα του σχολείου εγκρίνεται ηλεκτρονικά. Στο αίτημα αναφέρονται τα παρακάτω:

α) Στοιχεία Σχολικής Μονάδας

β) Όνομα του Σχεδιαστή- Αξιολογητή

γ) Αριθμός τμημάτων ανά τάξη

δ) Αριθμός συμμετεχόντων μαθητών στην ΠΔΣ και ο συνολικός αριθμός μαθητών κάθε τάξης.

ε) Ημερομηνία έναρξης του προγράμματος στη σχολική μονάδα.

στ) Ονόματα μονίμων και ωρομισθίων εκπαιδευτικών και ώρες εβδομαδιαίως.

Το αίτημα αυτό, αφού υποβληθεί ηλεκτρονικά στη Διεύθυνση ή στο Γραφείο ΔΕ, εκτυπώνεται και αποστέλλεται και έντυπα, με συνημμένα το Ωρολόγιο Πρόγραμμα ΠΔΣ και αιτιολογημένες τυχόν αποκλίσεις του προγράμματος.

Η απόφαση του Διευθυντή ή Προϊσταμένου ΔΕ κοινοποιείται **εντός 10 ημερών** από την έναρξη λειτουργίας ΠΔΣ στην ΔΣΕΠΕΔ/Τμήμα ΠΔΣ.

Κάθε μάθημα του προγράμματος ΠΔΣ διδάσκεται έως και τέσσερις (4) ώρες εβδομαδιαίως, με την προϋπόθεση να μην υπερβαίνει τις ώρες διδασκαλίας του μαθήματος στο κανονικό πρόγραμμα (μη λαμβανομένων υπόψη των εργαστηριακών ωρών). Κατ' εξαίρεση, τα μονόωρα μαθήματα μπορούν να διδάσκονται στην ΠΔΣ έως 2 ώρες. Η διδακτική ώρα είναι διάρκειας 45 λεπτών.

Όταν αντικειμενικές δυσκολίες το επιβάλλουν, μπορεί να πραγματοποιείται το ανώτερο συνεχές δίωρο διδασκαλίας στο ίδιο μάθημα.

Κάθε μαθητής μπορεί να παρακολουθεί προγράμματα Π.Δ.Σ μέχρι δεκατέσσερις (14) ώρες εβδομαδιαίως. Ο Σχεδιαστής – Αξιολογητής οφείλει να ενημερώνει τους γονείς ή κηδεμόνες των μαθητών για τις απουσίες που κάνουν. **Εάν μαθητής απουσιάσει από τα προγράμματα αυτά για περισσότερες από το 50% των μηνιαίων ωρών του τμήματος**, ο Σχεδιαστής-Αξιολογητής οφείλει να τον διαγράψει, μετά από ενημέρωση του γονέα ή κηδεμόνα του. Οι παρουσίες των μαθητών, επιβεβαιώνονται με υπογραφή τους ανά ώρα παρακολούθησης σε αντίστοιχο έντυπο.

Ο ακριβής προγραμματισμός των μαθημάτων γίνεται από το Σχεδιαστή-Αξιολογητή. Ο Σχεδιαστής-Αξιολογητής οφείλει να λαμβάνει υπόψη του τις τοπικές συνθήκες, τις δυνατότητες μετακίνησης μαθητών, καθηγητών κλπ. Τα τμήματα ΠΔΣ λειτουργούν πέρα από το κανονικό πρόγραμμα, τις καθημερινές ή και το Σάββατο. Σε περίπτωση **μη λειτουργίας** του σχολείου για οποιοδήποτε λόγο (επίσημες αργίες, καιρικές συνθήκες κ.ο.κ.) το πρόγραμμα ΠΔΣ δεν υλοποιείται, ούτε μπορεί να μεταφερθεί σε άλλη μέρα και ώρα.

Ως αίθουσες διδασκαλίας χρησιμοποιούνται οι αίθουσες της ίδιας σχολικής μονάδας ή γειτονικής. Σε περίπτωση αδυναμίας εξεύρεσης αιθουσών Γυμνασίων ή Λυκείων ή ΕΠΑΛ μπορούν να χρησιμοποιηθούν αίθουσες Δημοτικών Σχολείων ή αίθουσες του Δήμου ή της Νομαρχίας ή άλλου φορέα του δημόσιου τομέα, ύστερα από σχετική απόφαση του ΔΔΕ ή ΠΓΡ. Σε περίπτωση χρήσης αιθουσών Δημοτικών Σχολείων

ή του Δήμου ή της Νομαρχίας, απαιτείται και η έγκριση του Προϊσταμένου Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης ή του Δημάρχου ή του Νομάρχη αντίστοιχα.

ΌΡΓΑΝΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗΣ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΠΔΣ

Πριν από την έναρξη του προγράμματος ορίζεται από τον ΔΔΕ ή ΠΓΡ ο Σχεδιαστής-Αξιολογητής κάθε Λυκείου ή ΤΕΕ ή ΕΠΑΛ. Σχεδιαστής - Αξιολογητής του Προγράμματος ΠΔΣ ορίζεται μόνιμος εκπαιδευτικός, που υπηρετεί στο Λύκειο, ΤΕΕ ή ΕΠΑΛ, ύστερα από σχετική εκδήλωση ενδιαφέροντος. Μπορεί να ορισθεί και μόνιμος εκπαιδευτικός άλλου σχολείου με αιτιολογημένη απόφαση του ΔΔΕ ή ΠΓΡ. Κριτήριο για την επιλογή του αποτελεί η εμπειρία του, η ικανότητά του στη διαχείριση προγραμμάτων και η εξοικείωσή του στις νέες τεχνολογίες. Για τα τμήματα των μονάδων απεξάρτησης «18 Άνω» ως Σχεδιαστής-Αξιολογητής ορίζεται ο Προϊστάμενος Τμήματος ΠΔΣ της Διεύθυνσης ΣΕΠΕΔ.

Όταν ο Διευθυντής ενός σχολείου δεν είναι Σχεδιαστής-Αξιολογητής, οφείλει να παρέχει κάθε διευκόλυνση στο Σχεδιαστή-Αξιολογητή για τη καλύτερη υλοποίηση του προγράμματος.

Ο Σχεδιαστής-Αξιολογητής έχει ως έργο το συντονισμό, την οργάνωση και τη διεύθυνση του Προγράμματος ΠΔΣ στη σχολική του μονάδα. Επίσης μεριμνά για την ομαλή εφαρμογή των σχεδιασμένων δράσεων, τη συγκέντρωση και την αποστολή των αναγκαίων στοιχείων στην ΔΣΕΠΕΔ/ Τμήμα Πρόσθετης Διδακτικής Στήριξης και στο Γραφείο Ειδικού Λογαριασμού/ Μονάδα Δ΄/ΕΥΕ ΚΠΣ του ΥΠΕΠΘ μέσω των Διευθύνσεων ΔΕ.

Ειδικότερα οι αρμοδιότητες του Σχεδιαστή – Αξιολογητή είναι:

a. Οργανώνει τα τμήματα ΠΔΣ με μαθητές που προτείνονται από τους διδάσκοντες και ελέγχει το ποσοστό παρακολούθησης ΠΔΣ στη σχολική του μονάδα σύμφωνα με την παράγραφο 2 του τμήματος Α της παρούσης εγκυκλίου.

b. Προτείνει τους καταλληλότερους απ’ τους μόνιμους και αναπληρωτές της ίδιας ή γειτονικής σχολικής μονάδας που επιθυμούν να διδάξουν σε τμήματα ΠΔΣ.

c. Εκφράζει τη γνώμη του στο Διευθυντή ή στον Προϊστάμενο Γραφείου ΔΕ για την πρόσληψη των ωρομισθίων καθηγητών που έχουν υποβάλει σχετική αίτηση στην αντίστοιχη Διεύθυνση Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης.

d. Εισηγείται στον ΔΔΕ ή στον ΠΓΡ την ανάκληση ορισμού του εκπαιδευτικού (ωρομίσθιου ή μόνιμου/ αναπληρωτή αντίστοιχα) που δεν ανταποκρίνεται στο έργο του.

e. Καταρτίζει το πρόγραμμα της ΠΔΣ σε συνεννόηση με τους διδάσκοντες καθηγητές της ΠΔΣ. Για την καλύτερη απόδοση του προγράμματος συνεργάζεται με τους καθηγητές του κανονικού προγράμματος του σχολείου και τους καθηγητές του προγράμματος της ΠΔΣ, και μεταφέρει τις εκπαιδευτικές απόψεις των μεν στους δε. Επιβλέπει τις παρουσίες των μαθητών και ενημερώνει τους γονείς και κηδεμόνες των μαθητών για τις απουσίες τους, τηρεί τα παρουσιολόγια των καθηγητών, όπως επίσης παρακολουθεί αν ενημερώνονται τα βιβλία ύλης κάθε μαθήματος ΠΔΣ. Προετοιμάζει, οργανώνει και υλοποιεί σε συνεργασία με τους διδάσκοντες καθηγητές **υποχρεωτικά** γραπτές δοκιμασίες αξιολόγησης των μαθητών (τρεις δοκιμασίες ανά τμήμα ετησίως). Τα αποτελέσματα των δοκιμασιών αξιολόγησης τηρούνται στο αρχείο του σχολείου και χρησιμοποιούνται από τον Σχεδιαστή-Αξιολογητή στην αξιολόγηση του προγράμματος.

f. Πριν από την έγκριση των εντύπων έναρξης του προγράμματος από το Δ/ντη ή τον Προϊστάμενο ΔΕ, καταχωρίζει ηλεκτρονικά στο Ολοκληρωμένο Πληροφοριακό Σύστημα τα τμήματα της ΠΔΣ , τα συνδέει με τους αντίστοιχους καθηγητές, και τα αποστέλλει ηλεκτρονικά και εγγράφως στον ΔΔΕ ή ΠΓΡ εκτυπώνοντας τις αντίστοιχες φόρμες.

g. Κάθε μήνα καταχωρίζει ηλεκτρονικά, βάσει των δεκαπενθήμερων παρουσιολογίων, το σύνολο των ωρών διδασκαλίας των εκπαιδευτικών, ενώ στη συνέχεια οι διδάσκοντες ενημερώνονται ενυπόγραφα με σχετικό έντυπο («Κατάσταση ωρών διδασκαλίας και υπεύθυνη δήλωση καθηγητών και Σχεδιαστή - Αξιολογητή») για τα προαναφερθέντα στοιχεία. Στις ώρες διδασκαλίας συμπεριλαμβάνονται και οι ώρες εκπαιδευτικής συνεργασίας του Σχεδιαστή-Αξιολογητή.

h. Υποβάλλει :

1) στοιχεία και έγγραφα (δεκαπενθήμερα παρουσιολόγια, «Κατάσταση ωρών διδασκαλίας και υπεύθυνη δήλωση καθηγητών και Σχεδιαστή - Αξιολογητή»κ.λ.π.) σχετικά με τη μισθοδοσία στη Διεύθυνση ΔΕ εντός 5 ημερών από τη λήξη του μήνα στον οποίο αυτά αναφέρονται. Η Διεύθυνση ΔΕ θα είναι υπεύθυνη για την έκδοση της μισθοδοσίας και των σχετικών με αυτήν διαδικασιών (ΑΠΔ, εφορία κ.λ.π.) όλων των σχολείων αρμοδιότητάς της,

2) τα παραστατικά σχετικά με τις λοιπές δαπάνες (μετακινήσεις μαθητών, εκπαιδευτικό υλικό, αναλώσιμα, λειτουργικά έξοδα) όπως αυτά θα προβλέπονται κατά περίπτωση από τον Αναλυτικό Οδηγό Οικονομικής Διαχείρισης του έργου, στη Μονάδα Δ΄- Ειδικός Λογαριασμός της Ειδικής Υπηρεσίας Εφαρμογής Προγραμμάτων ΚΠΣ του ΥΠΕΠΘ.

i. Συντάσσει τρεις (3) τριμηνιαίες (δύο ενδιάμεσες και μια τελική) εκθέσεις αξιολόγησης του προγράμματος ΠΔΣ του σχολείου του, τις οποίες αποστέλλει στην οικεία Διεύθυνση ή Γραφείο. Η πρώτη έκθεση αποστέλλεται το πρώτο δεκαήμερο του Ιανουαρίου, η δεύτερη το πρώτο δεκαήμερο του Απριλίου και η τελική με τη λήξη του προγράμματος. Η έκθεση αυτή περιέχει τους φυσικούς δείκτες, τα στατιστικά στοιχεία και τα αποτελέσματα των γραπτών δοκιμασιών. Οι εκθέσεις αυτές θα χρησιμοποιηθούν από τον ΔΔΕ ή ΠΓΡ για να συντάξει τις δικές του εκθέσεις αξιολόγησης του προγράμματος στην περιοχή αρμοδιότητάς του. Ο ΔΔΕ και ο ΠΓΡ είναι υπεύθυνοι για τη συλλογή και φύλαξη των εκθέσεων των Σχεδιαστών – Αξιολογητών, οι οποίες διατηρούνται στο αρχείο της Διεύθυνσης ή του Γραφείου ΔΕ αντίστοιχα.

Μηνιαία, συμπληρώνει ηλεκτρονικά πίνακες παρακολούθησης των φυσικών δεικτών και στατιστικών στοιχείων.

j. Μετά την έκδοση των αποτελεσμάτων των Πανελλαδικών Εξετάσεων 2007 για την εισαγωγή των μαθητών σε ΑΕΙ και ΤΕΙ, καταχωρίζει ηλεκτρονικά τα στοιχεία επίδοσης, τα οποία και αποστέλλει επίσης ηλεκτρονικά στην οικεία Διεύθυνση ή Γραφείο ΔΕ έως τις 15-11-2007.

k. Είναι υπεύθυνος για τη διαχείριση των δαπανών του προγράμματος στη σχολική μονάδα αρμοδιότητάς του.

Για την αποζημίωσή του, οι υποχρεώσεις του εκφράζονται σε ώρες διδασκαλίας, ως εξής:

ι) με 1 ή 2 τμήματα Π.Δ.Σ. :1 ώρα εβδομαδιαίως

ιι) με 3 ή 4 τμήματα ΠΔΣ :2 ώρες εβδομαδιαίως

ιιι) από 5 έως 8 τμήματα Π.Δ.Σ. :3 ώρες εβδομαδιαίως

ιν) από 9 έως 12 τμήματα Π.Δ.Σ. :4 ώρες εβδομαδιαίως

v) από 13 έως 17 τμήματα Π.Δ.Σ. :5 ώρες εβδομαδιαίως

vi) από 18 έως 22 τμήματα Π.Δ.Σ. :6 ώρες εβδομαδιαίως

vii) από 23 έως 28 τμήματα Π.Δ.Σ. :7 ώρες εβδομαδιαίως

viii)από 29 έως 35 τμήματα Π.Δ.Σ. :8 ώρες εβδομαδιαίως

ix) από 36 έως 50 τμήματα ΠΔΣ :9 ώρες εβδομαδιαίως

x) από 51 τμήματα ΠΔΣ και πάνω :10 ώρες εβδομαδιαίως

Το όνομά του και οι ώρες απασχόλησης που του αναλογούν, σύμφωνα με την παραπάνω κατανομή, αναφέρονται στο ωρολόγιο πρόγραμμα κάτω από τα ονόματα των υπολοίπων διδασκόντων ως «εκπαιδευτική συνεργασία» και μοιράζονται μέσα στην εβδομάδα κατά τις ημέρες εφαρμογής του προγράμματος.

Προβλέπεται η δυνατότητα ύπαρξης δεύτερου Σχεδιαστή-Αξιολογητή, εφόσον τα τμήματα είναι 20 και άνω, στην περίπτωση δε αυτή, με απόφαση του ΔΔΕ ή ΠΓΡ επιμερίζονται οι ώρες εκπαιδευτικής συνεργασίας των Σχεδιαστών-Αξιολογητών χωρίς επιπλέον οικονομική επιβάρυνση για το πρόγραμμα. Επισημαίνεται ότι είναι επιβεβλημένη και υποχρεωτική η συνεχής παρουσία του Σχεδιαστή – Αξιολογητή κατά τη διάρκεια της υλοποίησης του προγράμματος της ΠΔΣ στη σχολική μονάδα.

Διοικητικά και οικονομικά υπεύθυνος για το Πρόγραμμα ΠΔΣ, σε επίπεδο Δ/νσης ΔΕ, είναι ο Διευθυντής Διεύθυνσης (ΔΔΕ) και σε επίπεδο Γραφείων διοικητικά υπεύθυνοι είναι οι Προϊστάμενοι των Γραφείων (συμπεριλαμβανομένων και των Γραφείων ΕΕ) (ΠΓΡ). Εάν ο ΔΔΕ ή ΠΓΡ δεν επιθυμεί να αναλάβει Υπεύθυνος διοικητικής στήριξης του έργου στην περιοχή του, ορίζει με απόφασή του τον αντικαταστάτη του, που μπορεί να είναι Προϊστάμενος Γραφείου Εκπαίδευσης ή άλλος εκπαιδευτικός με βαθμό Α΄ και ασκεί όλες τις σχετικές με την ΠΔΣ αρμοδιότητες που έχουν βάσει της παρούσας οι ΔΔΕ ή ΠΓΡ (εκτός των αποκλειστικών αρμοδιοτήτων των ΔΔΕ).

Η διαχείριση της μισθοδοσίας του προγράμματος της ΠΔΣ σε επίπεδο Διεύθυνσης ΔΕ , ανατίθεται στο Γραμματέα-Καταχωρητή. Η θέση του προκηρύσσεται από τη Δ/νση ΔΕ. Ο Διευθυντής ΔΕ μπορεί να αναθέσει το έργο μισθοδοσίας κι

εκκαθάρισης σε υπάλληλο της Διεύθυνσης, ή εκπαιδευτικό, ή εξωτερικό συνεργάτη, σύμφωνα με τις ισχύουσες διατάξεις. Ο Γραμματέας-Καταχωρητής κάνει στην έναρξη του προγράμματος τις καταχωρίσεις των εκπαιδευτικών, που θα εργασθούν στην ΠΔΣ, με τα πλήρη στοιχεία τους στο Ολοκληρωμένο Πληροφοριακό Σύστημα και στο τέλος κάθε μήνα ελέγχει τις ώρες κάθε εκπαιδευτικού, όπως αυτές προκύπτουν από τα έγγραφα του προγράμματος που αποστέλλουν στη Δ/νση ΔΕ κάθε μήνα με ευθύνη τους οι Σχεδιαστές-Αξιολογητές. Επίσης αναλαμβάνει τον έλεγχο και την έκδοση μισθοδοτικών καταστάσεων και των υποχρεώσεων που προκύπτουν από αυτές (ΑΠΔ, βεβαιώσεις, εφορία κ.ο.κ.), καθώς και τη συμπλήρωση των εγγράφων που ζητούνται από τη ΔΣΕΠΕΔ / Τμήμα Π.Δ.Σ. του ΥΠ.Ε.Π.Θ και τη Μονάδα Δ΄ - Ειδικός Λογαριασμός της ΕΥΕ/ΚΠΣ του ΥΠΕΠΘ ή το αρμόδιο όργανο εκκαθάρισης, καθ' όλη τη διάρκεια του προγράμματος.

Ο Γραμματέας-Καταχωρητής πρέπει να έχει γνώσεις ηλεκτρονικού υπολογιστή και μισθοδοσίας. Η θέση του θα είναι αμειβόμενη και η αμοιβή του θα καλυφθεί από τα διαχειριστικά έξοδα του Ειδικού Λογαριασμού και θα καθορίζεται από τον αριθμό των εκπαιδευτικών που απασχολούνται στην ΠΔΣ στα σχολεία της αντίστοιχης Δ/νσης.

Οι αρμοδιότητες του ΔΔΕ ή ΠΓΡ είναι :

α) Με απόφασή του εγκρίνει την έναρξη λειτουργίας τμημάτων ΠΔΣ σε κάθε σχολείο ή δίνει άδεια παρακολούθησης του προγράμματος σε γειτονικό σχολείο. Στην απόφαση αυτή (απόφαση έναρξης) ορίζει το Σχεδιαστή-Αξιολογητή, τους διδάσκοντες καθηγητές και τα λοιπά όπως αναφέρονται στο τμήμα Β, παράγραφος 1. Η σχετική απόφαση διαβιβάζεται στην ΔΣΕΠΕΔ/ Τμήμα ΠΔΣ του ΥΠΕΠΘ με την έναρξη της σχολικής χρονιάς και στην Ειδική Υπηρεσία Εφαρμογής Προγραμμάτων ΚΠΣ /Μονάδα Δ΄- Ειδικός Λογαριασμός του ΥΠΕΠΘ ή στο αρμόδιο όργανο εκκαθάρισης όποτε ζητηθούν για την εκκαθάριση του προγράμματος.

β) Σε συνεννόηση με το Σχεδιαστή-Αξιολογητή του κάθε σχολείου, αποφασίζει αν σε Λύκεια, ΤΕΕ ή ΕΠΑΛ παραμεθόριων ή νησιωτικών περιοχών ή σε ειδικές περιπτώσεις, πρέπει να αυξηθεί το ποσοστό παρακολούθησης ή να δημιουργηθούν τμήματα με λιγότερους από 7 μαθητές.

γ) Στο πλαίσιο της διοικητικής διαχείρισης του προγράμματος λειτουργεί ως σύνδεσμος Διευθύνσεων και Γραφείων Εκπαίδευσης με το Τμήμα ΠΔΣ της ΔΣΕΠΕΔ και με την ΕΥΕ ΚΠΣ / Μονάδα Δ΄- Ειδικός Λογαριασμός του ΥΠ.Ε.Π.Θ. ή το αρμόδιο όργανο εκκαθάρισης.

δ) Μεριμνά για την εξεύρεση των κατάλληλων χώρων για την υλοποίηση του προγράμματος ΠΔΣ όταν υπάρχει πρόβλημα χώρου στις σχολικές μονάδες και δεν μπορεί να λυθεί από τον αρμόδιο Σχεδιαστή-Αξιολογητή.

ε) Συντάσσει δύο ενδιάμεσες και μια τελική Έκθεση αξιολόγησης του προγράμματος, στις οποίες επισυνάπτει πρωτότυπα των δελτίων εποπτείας του αντίστοιχου χρονικού διαστήματος. Η πρώτη έκθεση αποστέλλεται το δεύτερο δεκαήμερο του Ιανουαρίου, η δεύτερη το δεύτερο δεκαήμερο του Απριλίου και η τρίτη με τη λήξη του προγράμματος. Οι εκθέσεις, μαζί με τις συνημμένες εποπτείες, **αποτελούν το παραδοτέο του έργου του ανά τρίμηνο**.

στ) Ελέγχει την καταχώριση των στοιχείων επίδοσης των σχολείων αρμοδιότητάς του. Τα στοιχεία αυτά προωθούνται από τα Γραφεία ΔΕ στη Διεύθυνση ΔΕ, και από εκεί στη Διεύθυνση ΣΕΠΕΔ/ Τμήμα ΠΔΣ του ΥΠΕΠΘ έως τις 20 Νοεμβρίου.

Αποκλειστικές αρμοδιότητες του Διευθυντή Διεύθυνσης:

ζ) Συγκεντρώνει ανά σχολείο τα παραστατικά σχετικά με τις λοιπές δαπάνες (μετακινήσεις μαθητών, εκπαιδευτικό υλικό, αναλώσιμα, λειτουργικά έξοδα), τα οποία αποστέλλει συγκεντρωτικά στον Ειδικό Λογαριασμό.

η) Συντάσσει, ελέγχει και υπογράφει τις καταστάσεις μισθοδοσίας των εκπαιδευτικών (μηνιαίες), καθώς και τις καταστάσεις, βεβαιώσεις που υποβάλλονται προς τρίτους (ΙΚΑ, ΔΟΥ, ΟΑΕΔ κ.ο.κ.) και είναι υπόλογος έναντι του ΥΠ.Ε.Π.Θ. / ΕΥΕ ΚΠΣ/ Μονάδας Δ΄- Ειδικός Λογαριασμός ή του αρμόδιου οργάνου εκκαθάρισης για τις δαπάνες μισθοδοσίας του προγράμματος.

θ) Είναι οικονομικά υπεύθυνος έναντι του ΥΠΕΠΘ, ασφαλιστικών ταμείων, ΔΟΥ και προς κάθε τρίτο για τις υποχρεώσεις που προκύπτουν από τη μισθοδοσία του προγράμματος ΠΔΣ.

ι) Τηρεί αρχείο με τα στοιχεία: Μισθοδοσίας – Ασφαλιστικών Ταμείων – Εξόφλησης Εκπαιδευτικών.

κ) Προσλαμβάνει τους ωρομίσθιους εκπαιδευτικούς που πρόκειται να διδάξουν στην Π.Δ.Σ., ύστερα από εισήγηση των Προϊσταμένων Γραφείων ΔΕ, συνεκτιμώντας και τη γνώμη των Σχεδιαστών – Αξιολογητών. Οπωσδήποτε η επιλογή γίνεται μέσα από τη λίστα που δημιουργείται στη Διεύθυνση ΔΕ από τις αιτήσεις των ωρομισθίων καθηγητών. Για να γίνει η πρόσληψη των ωρομισθίων καθηγητών, πρέπει οι ενδιαφερόμενοι να έχουν συμπληρώσει υπεύθυνη δήλωση στη Διεύθυνση, όπου θα δηλώνεται ο συνολικός αριθμός ωρών που απασχολούνται στην ΠΔΣ σε όλα τα σχολεία

και σε όλες τις Διευθύνσεις, ώστε να αποφεύγεται η υπέρβαση του ορίου των 10 ωρών ανά ωρομίσθιο.

λ) Ανακαλεί τον ορισμό των ωρομισθίων εκπαιδευτικών που δεν ανταποκρίνονται στο έργο τους, όπως προβλέπεται στην παρ. 1 εδάφιο δ του παρόντος.

ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΠΡΟΣΩΠΙΚΟ ΠΔΣ

Στα Προγράμματα Π.Δ.Σ. διδάσκουν μόνιμοι και αναπληρωτές καθηγητές των σχολείων στο χώρο των οποίων οργανώνονται αυτά ή καθηγητές άλλου σχολείου, λυκείου ή γυμνασίου ή ΤΕΕ, ή ΕΠΑΛ, της ίδιας ή και άλλης πόλης ή και ωρομίσθιοι καθηγητές:

α) Οι μόνιμοι καθηγητές και αναπληρωτές που συμμετέχουν στο πρόγραμμα ορίζονται με σχετική απόφαση του διοικητικά υπεύθυνου, μετά από εισήγηση του Σχεδιαστή – Αξιολογητή κάθε σχολικής μονάδας.

β) Οι ωρομίσθιοι καθηγητές προσλαμβάνονται από το Διευθυντή ΔΕ με βάση τους καταλόγους που έχουν συντάξει οι Διευθύνσεις Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, ύστερα από εισήγηση του Προϊσταμένου Γραφείου και σχετική γνώμη του Σχεδιαστή – Αξιολογητή. Οι προσλήψεις των ωρομισθίων καθηγητών ακολουθούν τις ίδιες διατάξεις που ισχύουν για τους ωρομίσθιους του κανονικού προγράμματος, εκτός από τη διαδικασία επιλογής και την ωριαία αμοιβή. Σε κάθε περίπτωση προηγούνται της επιλογής οι πολύτεκνοι ωρομίσθιοι καθηγητές που έχουν 3 παιδιά και άνω.

γ) Ο Σχεδιαστής-Αξιολογητής ενός σχολείου μπορεί να διδάξει στο πρόγραμμα, μόνο σε περίπτωση που υπάρχει έλλειψη καθηγητών, μετά από έγκριση-απόφαση του Διευθυντή Διεύθυνσης ή Προϊσταμένου Γραφείου. Η δυνατότητα αυτή του παρέχεται μόνο σε εξαιρετικές περιπτώσεις, αφού αποκλειστούν όλες οι άλλες πιθανές λύσεις.

Κάθε μόνιμος ή αναπληρωτής καθηγητής μπορεί να διδάσκει σε τμήματα ΠΔΣ μέχρι και 7 ώρες εβδομαδιαίως, ενώ ο ωρομίσθιος καθηγητής μέχρι 10 ώρες εβδομαδιαίως.

Στα προγράμματα Π.Δ.Σ. μπορούν να διδάξουν ή να αναλάβουν το ρόλο του Σχεδιαστή- Αξιολογητή και καθηγητές που είναι αποσπασμένοι στις Διευθύνσεις και στα Γραφεία Δ.Ε., στην Κεντρική Υπηρεσία του ΥΠΕΠΘ και στους εποπτευόμενους απ' αυτό φορείς.

Καθηγητής μπορεί να διδάξει σε πρόγραμμα Πρόσθετης Διδακτικής Στήριξης που εφαρμόζεται σε σχολείο διαφορετικής Διεύθυνσης ή Γραφείου από αυτό της θέσης που υπηρετεί, αρκεί να μην υπερβαίνει το όριο των 7 ή 10 ωρών εβδομαδιαίως, όπως ορίσθηκε στην παρ.2 του παρόντος, και να βεβαιώνεται αυτό και στις δύο σχολικές μονάδες με υπεύθυνη δήλωσή του.

Καθηγητές που έχουν δύο ή περισσότερα πτυχία διδάσκουν στα προγράμματα Πρόσθετης Διδακτικής Στήριξης με την ειδικότητα που έχουν διοριστεί ή στον κλάδο που έχουν μεταταγεί. Σε περίπτωση όμως που διδάσκουν στο σχολείο τους και μαθήματα του δεύτερου πτυχίου τους, μπορούν να διδάξουν τα μαθήματα αυτά στην Πρόσθετη Διδακτική Στήριξη ελλείψει καθηγητή ειδικότητας. Επίσης, ωρομίσθιος με δύο πτυχία μπορεί να διδάσκει και το μάθημα του δεύτερου πτυχίου του, σε περίπτωση που δεν είναι δυνατόν να βρεθούν καθηγητές αντίστοιχης ειδικότητας.

Οι ώρες διδασκαλίας του προγράμματος ΠΔΣ δεν θεωρούνται υπερωρίες κατά την έννοια της παρ. 16 του άρθρου 14 του ν. 1566/85. Καθηγητές που έχουν πάρει εκπαιδευτική άδεια δεν συμμετέχουν σε πρόγραμμα ΠΔΣ.

Δημόσιοι υπάλληλοι, υπάλληλοι του δημόσιου ευρύτερου τομέα, συνταξιούχοι καθηγητές και ιδιωτικοί εκπαιδευτικοί δεν συμμετέχουν στα προγράμματα ΠΔΣ.

Για τους ωρομισθίους καθηγητές πρέπει να καταβάλλεται προσπάθεια ώστε αυτοί να αποτελούν τουλάχιστον το 50% του συνόλου των απασχολούμενων καθηγητών στην Πρόσθετη Διδακτική Στήριξη, ανά Διεύθυνση (Οι ωρομίσθιοι καθηγητές που συμμετέχουν στο πρόγραμμα ΠΔΣ δεν εμπίπτουν στις διατάξεις του Ν. 1566/85, όσον αφορά τον μέγιστο αριθμό ωρών κλπ).

ΘΕΜΑΤΑ ΕΠΟΠΤΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΗΣΗΣ

Επόπτες του Προγράμματος ορίζονται ο ΔΔΕ και οι ΠΓΡ κάθε Διεύθυνσης και Γραφείου όπως ορίστηκαν στην παράγραφο 2 του τμήματος Γ της παρούσης. Ειδικά, για τα τμήματα των μονάδων απεξάρτησης «18 Άνω» ως Επόπτης ορίζεται ο Διευθυντής της Δ/νσης ΣΕΠΕΔ του ΥΠΕΠΘ, ή αντικαταστάτης του εκπαιδευτικός με βαθμό Α΄, που ορίζεται από αυτόν.

Ο Επόπτης επισκέπτεται τα σχολεία αρμοδιότητάς του, και συμπληρώνει τα αντίστοιχα έντυπα εποπτείας, τα οποία συνυπογράφονται από τον Σχεδιαστή - Αξιολογητή. Επίσκεψη σε ένα σχολείο αρμοδιότητας του Επόπτη συνιστά μία εποπτεία.

Ο αριθμός των εποπτειών που αποστέλλονται στο ΥΠΕΠΘ/ Τμήμα ΠΔΣ ανά τρίμηνο πρέπει να είναι:

α. 4 εποπτείες για τον Προϊστάμενο Γραφείου,

β. 5 εποπτείες για το Διευθυντή Διεύθυνσης, του οποίου σχολεία εποπτείας θεωρούνται όλα τα σχολεία της Διεύθυνσης αρμοδιότητάς του.

Για την κεντρική εποπτεία και τον έλεγχο του προγράμματος, καθ' όλη τη διάρκεια του έτους, κλιμάκια, αποτελούμενα από στελέχη του Τμήματος ΠΔΣ της ΔΣΕΠΕΔ και στελέχη της Ειδικής Υπηρεσίας Εφαρμογής Προγραμμάτων ΚΠΣ του ΥΠΕΠΘ, επισκέπτονται Διευθύνσεις και Γραφεία ΔΕ, καθώς και σχολικές μονάδες.