ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ, ΙΣΤΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ – ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗΣ ΚΑΙ ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
"ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ"

Η ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΄΄ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑΣ΄΄ ΩΣ ΜΕΣΟ ΒΕΛΤΙΩΣΗΣ ΤΩΝ ΣΤΑΣΕΩΝ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Διπλωματική Εργασία
στη Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών

ΛΕΡΗ ΒΑΡΒΑΡΑ

Επιβλέπων καθηγητής: Παναγιώτης Σπύρου

Αθήνα 2008

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία

εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών

για την απόκτηση του

Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης
που απονέμει το

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεπταπτυχιακών Σπουδών

«Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»

Εγκρίθηκε την ……..από Εξεταστική Επιτροπή αποτελούμενη από τους :

Ονοματεπώνυμο	Βαθμίδα	Υπογραφή
1)……(επιβλέπων Καθηγητής)	……	……
2)……	……	……
3)……	……	……

στην οικογένεια μου,

Ευχαριστώ θερμά:

- Τον κ. Παναγιώτη Σπύρου ο οποίος επέβλεπε τη συγγραφή της διπλωματικής εργασίας καθώς και για τη συμβολή του στη διεξαγωγή αυτής.
- Την κ. Δέσποινα Πόταρη για τις χρήσιμες υποδείξεις της στην οργάνωση της έρευνας
- Τον κ. Γιώργο Φιλίππου για τις υποδείξεις του όσον αφορά τη βελτίωση της διπλωματικής εργασίας.
- Τον κ. Νικόλαο Καστάνη για την πολύτιμη βοήθεια του στην παροχή βιβλιογραφικού υλικού, για την ουσιαστική συζήτηση μας σχετικά με το θέμα της εργασίας και τις συμβουλές του επάνω σε αυτή.
- Τον οργανισμό *Θαλής και Φίλοι* και προσωπικά τον κ. Τεύκρο Μιχαηλίδη και τον κ. Απόστολο Δοξιάδη για την πρόθυμη υποδοχή τους σε δραστηριότητες της οργάνωσης και τη συμμετοχή μου στις Λέσχες Ανάγνωσης.
- Τους συνάδελφους κ. Παναγιώτα Κοταρίνου, κ. Χρήστο Μηλιώνη, κ. Βασίλη Βισκαδουράκη και κ. Ηλία Αδριανό για τις συζητήσεις μας και το βιβλιογραφικό υλικό σχετικά με το θέμα της διπλωματικής.
- Τους μαθητές που πρόθυμα και εθελοντικά συμμετείχαν στην έρευνα και τους καθηγητές τους οι οποίοι διευκόλυναν την πραγματοποίηση της.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΣΕΛΙΔΑ

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ……..…11

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ……12

Περίληψη…….….13

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ

1.1. Σημασία της Αφήγησης…….……..…16

1.2. Συσχέτιση Λογοτεχνίας και Μαθηματικών

1.2.1. Διερεύνηση Σχέσεων Λογοτεχνίας και Μαθηματικών…….……18

1.2.2. Ομοιότητες Μαθηματικών και Λογοτεχνίας ως προς τη δομή και την προσφορά τους…….20

1.2.3. Μορφές σύνδεσης των Μαθηματικών με τη Λογοτεχνία …….…..23

1.2.4. Ανάγκη δημιουργίας τους όρου *΄΄Μαθηματική Λογοτεχνία΄΄*……..…27

1.2.5. Μαθηματικοί Μέθοδοι στον Πεζό και Έμμετρο λόγο…….29

1.3. Συμπεράσματα……...……..…30

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Η ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

2.1. Η Αξιοποίηση της Μαθητικής Λογοτεχνίας στο Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών Μαθηματικών και η Σημασία της …….……33

2.2 Επικρατούσες Τάσεις Αξιοποίησης της Λογοτεχνίας στην Τάξη των Μαθηματικών

2.2.1. Διαθεματική /Διεπιστημονική …….38

2.2.2. Εκλαϊκευτική……...…47

2.2.3. Λέσχη Ανάγνωσης……..…49

2.2.4. Επικοινωνιακή……...…….…..51

2.2.5. Παραγωγής συναισθημάτων……...…….52

2.2.6. ΄΄Συγκοινωνούντα δοχεία΄΄……...……...54

2.2.7. Γνωστικοί και συναισθηματικοί στόχοι ……...……..54

2.3. Συμπεράσματα……...55

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΣΤΑΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΟ ΠΡΙΣΜΑ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑΣ

3.1. Ο ρόλος των συγκινήσεων στη διδακτική των μαθηματικών……..…..57
3.2. Τι είναι το συναίσθημα…….…..59
3.3. Στάσεις για τα μαθηματικά……..……..63
3.4. Η παραγωγή συγκινησιακών καταστάσεων μέσα από την αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας……...…….……...65

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ - ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

4.1. Το Πρόβλημα
4.1.1. Περίληψη….…….……..69
4.1.2. Διατύπωση προβλήματος…….…….…....…69
4.1.3. Σκοπός της έρευνας…….……..…...…70
4.1.4. Ερευνητικά ερωτήματα……..…...…70
4.1.5. Αναγκαιότητα έρευνας…….……...…70
4.1.6. Σημαντικότητα έρευνας…….……..….…71
4.1.7. Οριοθέτηση του προβλήματος……..…….…...…72
4.2. Μεθοδολογία
4.2.1. Περίληψη…….…..…72
4.2.2. Μέσα συλλογής δεδομένων…….....73
4.2.3. Λειτουργικοί ορισμοί……...…73
4.2.4. Συμμετέχοντες…….……..…74

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

5.1. Περίληψη…….……77
5.2. Εισαγωγή…….77
5.3. Κίνητρα μαθητών……77
5.4. Σχέση των μαθητών/τριων με τα μαθηματικά……...……...…78
5.5. Σχέση των μαθητών/τριων με τη λογοτεχνία…….…….……80

5.6. Βελτίωση στάσεων…….……..…81
5.6.1. Αλλαγή αντίληψης…….…..…..…83
5.6.2. Ως προς τη σημασία των μαθηματικών……..84
5.6.3. Ως προς το βαθμό δυσκολίας των μαθηματικών……..…..…88
5.6.4. Ως προς την ευχαρίστηση που προσφέρουν τα μαθηματικά……...…..89
5.6.5. Ως προς τη χρησιμότητα των μαθηματικών…….……..…91
5.6.6. Ως προς το ενδιαφέρον που προκαλούν τα μαθηματικά…….…..…..…92
5.6.7. Ως προς το φόβο που προκαλούν τα μαθηματικά…….…….96
5.7. Διαφοροποίηση το τρόπου ενασχόλησης των μαθητών με τα μαθηματικά……...…99

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΣΥΖΗΤΗΣΗ- ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

6.1. Περίληψη …….…….104
6.2. Εισαγωγή……...……104
6.3. Διαμόρφωση των στάσεων…….……..105
6.4. Διαφοροποίηση των στάσεων των μαθητών με καλή και κακή σχέση με τα μαθηματικά …….…….…… .109
6.5. Αλλαγές στον τρόπο ενασχόλησης των μαθητών με τα μαθηματικά …….……..……...…110

Παράρτημα Ι……..114

Βιβλιογραφία……..116

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΕΛΙΔΑ

1 Συχνότητες και Ποσοστά Μαθητών/τριων για τους Λόγους Συμμετοχής …….….78

2 Συχνότητες και Ποσοστά Μαθητών και Μαθητριών κατά Κατηγορία Απάντησης για τη Σχέση τους με τα Μαθηματικά……..79

3 Μέσοι όροι και Τυπικές Αποκλίσεις της Σχέσης με τα Μαθηματικά των Μαθητών και Μαθητριών …….80

4 Συχνότητες και Ποσοστά Μαθητών και Μαθητριών κατά Κατηγορία Απάντησης για τη Σχέση τους με τη Λογοτεχνία……81

5 Μέσοι όροι και Τυπικές Αποκλίσεις της Βελτίωσης των Στάσεων των Μαθητών/τριων ανάλογα με της Σχέση τους απέναντι στα Μαθηματικά……83

6 Μέσοι Όροι και Τυπικές Αποκλίσεις της Αλλαγής της Ενασχόλησης των Μαθητών/τριων ……..……..…100

7 Συχνότητες και Ποσοστά Μαθητών και Μαθητριών κατά Κατηγορία Απάντησης για την Αλλαγή της Ενασχόληση του με τα Μαθηματικά……...101

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΕΛΙΔΑ

1 Κατάταξη συναισθημάτων ανάλογα με την ένταση και τη διάρκεια τους. (McLeod, 1989)……..62

2 Τετράεδρο μοντέλο που περιγράφει το συναισθηματικό τομέα (Goldin, 2006)…….62

3 Η πορεία επίδρασης της μαθηματικής λογοτεχνίας στις στάσεις των μαθητών…….68

4 Η μαθήτρια Μ 11 φαίνεται να τροποποιεί την στάση της για το φόβο που προκαλούν τα μαθηματικά……..98

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία διερευνάται εάν η δύναμη της αφήγησης ιστοριών μπορεί να επηρεάσει τη διδακτική των μαθηματικών. Συγκεκριμένα, εάν η αξιοποίηση της ΄΄Μαθηματικής Λογοτεχνίας΄΄ στη διδασκαλία των μαθηματικών μπορεί να βελτιώσει τις στάσεις των μαθητών για τα μαθηματικά. Για να διερευνηθεί το παραπάνω ζήτημα αρχικά γίνεται αναφορά στη σχέση των Μαθηματικών με τη Λογοτεχνία, όπως αυτή φαίνεται να παρουσιάζεται από την ελληνική και ξένη βιβλιογραφία. Δεύτερον, παρουσιάζονται διδακτικές ενέργειες αξιοποίησης της Παιδικής και της Μαθηματικής Λογοτεχνίας στη διδακτική των μαθηματικών και αποτελέσματα αυτών των ενεργειών. Στη συνέχεια, γίνεται αναφορά στους συγκινησιακούς παράγοντες που επιδρούν στη διαμόρφωση των στάσεων των μαθητών για τα μαθηματικά. Τέλος, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα μιας έρευνας που πραγματοποιήθηκε σε σχολεία της Αθήνας με στόχο να διερευνηθούν τα συναισθήματα που παράγονται στους μαθητές μέσα από την εμπλοκή τους με τη μαθηματική λογοτεχνία και να εξεταστεί εάν αυτά μπορούν να βελτιώσουν τις στάσεις των μαθητών για τα μαθηματικά καθώς και τον τρόπο ενασχόλησης τους με αυτά.

Στο Κεφάλαιο 1 εξετάζονται οι σχέσεις, συμπληρωματικές ή αμφίδρομες, που συνδέουν τα μαθηματικά με τη λογοτεχνία. Γίνεται αναφορά στη σημασία της αφήγησης ως γενετικό ανθρώπινο χαρακτηριστικό και μέσο έκφρασης της ανθρώπινης νόησης και στην ανάγκη σύνδεσης της με τα μαθηματικά. Επίσης, αναφέρονται ομοιότητες των δύο χώρων ως προς τη δομή, το ύφος, την αισθητική και την προσφορά τους στην ανθρώπινη σκέψη και φαντασία. Στη συνέχεια παρουσιάζονται συγγραφικές ενέργειες που εκφράζουν τη σύνδεση των μαθηματικών με τη λογοτεχνία. Επιχειρείται ο διαχωρισμός αυτών των ενεργειών σε κείμενα στα οποία τα μαθηματικά αποτελούν πηγή έμπνευσης για το συγγραφέα, κείμενα που σκοπός του συγγραφέα είναι η εκλαΐκευση μαθηματικών εννοιών και κείμενα που έχουν γραφτεί με σκοπό τη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών ή τη μάθηση γεγονότων και προσωπικοτήτων από την ιστορία των μαθηματικών. Τέλος γίνεται αναφορά σε μαθηματικές μεθόδους στον πεζό και έμμετρο λόγο.

Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται ενέργειες αξιοποίησης της λογοτεχνίας στη διδακτική των μαθηματικών. Διακρίνονται τάσεις οι οποίες χαρακτηρίζουν αυτές τις ενέργειες ανάλογα με το σκοπό και τον τρόπο πραγματοποίησης τους. Αυτές φαίνεται να είναι η Διαθεματική ή Διεπιστημονική, η Εκλαϊκευτική, η Λέσχη Ανάγνωσης, η Επικοινωνιακή και η τάση που περιγράφει τη διαδικασία Παραγωγής Συναισθημάτων για τα μαθηματικά μέσα από μία διδακτική ενέργεια. Οι διδακτικές ενέργειες που παρουσιάζονται φαίνονται να μοιράζονται κοινά χαρακτηριστικά.

Στο Κεφάλαιο 3 τονίζεται η σημασία των συγκινήσεων και των συναισθημάτων στη μάθηση. Μέσα από την ανασκόπηση της βιβλιογραφίας εξετάζεται εάν η αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας μπορεί να βοηθήσει στη δημιουργία συγκινησιακών καταστάσεων και στην ανάπτυξη θετικών συναισθημάτων στο μάθημα των μαθηματικών. Η μαθηματική λογοτεχνία φαίνεται τελικά, να έχει τις ενδείξεις για τη δημιουργία ενός συγκινησιακού περιβάλλοντος στην τάξη, γόνιμο για την ανάπτυξη θετικών συναισθημάτων για τα μαθηματικά και τη βελτίωση των στάσεων για αυτά.

Στα Κεφάλαιο 4 περιγράφεται ο τρόπος διεξαγωγής της έρευνας, το Πρόβλημα και η μεθοδολογία. Στο Κεφάλαιο 5 περιγράφονται τα αποτελέσματα της έρευνας, ενώ, στο Κεφάλαιο 6 τα συμπεράσματα που προκύπτουν από αυτήν. Τα ερευνητικά ερωτήματα της έρευνας ήταν, πρώτον, το πώς διαμορφώνονται οι στάσεις των μαθητών μέσα από την εμπλοκή τους με τη μαθηματική λογοτεχνία. Δεύτερον, πως διαφοροποιούνται οι στάσεις ανάμεσα σε μαθητές που έχουν καλή σχέση με τα μαθηματικά και σε μαθητές που δεν έχουν καλή σχέση με αυτά. Τρίτον, τι αλλαγές επιφέρει στον τρόπο ενασχόληση των μαθητών με τα μαθηματικά, η εμπλοκή τους με τη μαθηματική λογοτεχνία. Τα ευρήματα της έρευνας δείχνουν ότι μέσα από την εμπλοκή τους με τη μαθηματική λογοτεχνία οι μαθητές φαίνεται να βελτιώνουν αρκετά έως πολύ τη στάση τους για το ενδιαφέρον που προκαλούν τα μαθηματικά και την ευχαρίστηση που προσφέρουν. Η βασική διαφοροποίηση των στάσεων είναι ότι οι μαθητές με κακή σχέση με τα μαθηματικά δηλώνουν ότι ελαττώθηκε λίγο έως αρκετά ο φόβος που αισθανότανε για τα μαθηματικά σε σχέση με μαθητές με καλή σχέση με τα μαθηματικά. Τέλος, οι μαθητές δείχνουν να αλλάζουν αρκετά έως πολύ τον τρόπο ενασχόληση τους με τα μαθηματικά όσον αφορά την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων και τη μάθηση της ιστορίας των μαθηματικών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ

Μια πιθανή σύνδεση δύο διαφορετικών χώρων όπως είναι η Λογοτεχνία και τα Μαθηματικά, φαντάζει ίσως σε μερικούς αδιανόητη και πολύπλοκη. Παρόλα αυτά υπάρχουν πολλοί συγγραφείς από το λογοτεχνικό χώρο που εμπνεύστηκαν από τα Μαθηματικά. Αυτή η τάση σύνδεσης των μαθηματικών με τη λογοτεχνία ανήκει σε ένα ευρύτερο ρεύμα σύνδεσης της λογοτεχνίας με τις φυσικές επιστήμες. Η Pamela Gossin (1999) υποστηρίζει ότι ουσιαστικά όποια συζήτηση γίνεται σήμερα για τις αμοιβαίες σχέσεις της λογοτεχνίας με την επιστήμη εκφράζει την ιδέα των ΄΄δύο πολιτισμών΄΄(cultures). Η σύνθεση των δύο ΄΄πολιτισμών΄΄ κινείται ανάμεσα στη δημιουργική λογοτεχνία και στις φυσικές επιστήμες με διαφορετικούς τρόπους. Κάποιοι εκπαιδευτικοί έχουν οργανώσει μαθήματα για μαθητές, που εξειδικεύονται σε έναν από τους δύο χώρους, με σκοπό να τους εισάγουν στον άλλο (σελ.93).

Έχουν γραφτεί διεθνώς, αρκετά κείμενα, άρθρα ή αποσπάσματα βιβλίων, για τη σύνδεση της επιστήμης με τη λογοτεχνία, στα οποία αναφέρονται λογοτεχνικά βιβλία που εμπνεύστηκαν από τα Μαθηματικά, τη Φυσική, τη Χημεία, την Αστρονομία, την Κοσμολογία, για βιογραφίες επιστημόνων, για τον τρόπο γραφής και το ύφος αυτών των κειμένων, καθώς και με ιστορικές αναδρομές αυτής της σχέσης. (Beer, 1990; Cartwright, 2007, Gossin, 1999; Naumann, 2005). Αντίστοιχες ενέργειες, αποτελούν και δράσεις ΄΄εκλαΐκευσης΄΄ της επιστήμης, όπως το Παγκόσμιο συνέδριο που διοργανώθηκε στο Hong Kong το 1989 με θέμα: *Popularization of Science and Technology.* Το συνέδριο κοινοποίησε την επαφή του μη-ειδικού ατόμου με την επιστήμη και την τεχνολογία, μέσα από έντυπο υλικό και την αξιοποίηση των Μέσων Μαζικής Ενημέρωσης. Στη χώρα μας παρουσιάζονται τα τελευταία χρόνια προσπάθειες σύνδεσης της λογοτεχνίας με τις φυσικές επιστήμες και με τα μαθηματικά. Σημειώνονται δύο από αυτές, πρώτα η δράση της μη κερδοσκοπικής οργάνωσης ΄΄Θαλής και Φίλοι΄΄ που οργανώνει διαλέξεις, συνέδρια και δραστηριότητες με βασικό άξονα τη σύνδεση των Μαθηματικών με τον Πολιτισμό και κατά συνέπεια με τη λογοτεχνία. Αναφέρονται οι εξής δημοσιεύσεις: Π. Δελλαπόρτα, Α. Δοξιάδη, Τ. Μιχαηλίδη, Χ. Παπαδημητρίου, J. Barrow, B. Oliver κ.α. Υλικό και πληροφορίες για την οργάνωση μπορεί να βρει κάποιος στο δικτυακό

τόπο: www. thalesandfriends.org. Δεύτερον, δραστηριότητες της Ένωσης Ελλήνων Φυσικών (2005, 2006) στις οποίες έχουν παρουσιαστεί εργασίες με θέματα τη Φυσική, τα Μαθηματικά, τη Χημεία και τη Λογοτεχνία ή την Ποίηση. Αναφέρονται οι εξής: Μπούρα (2006), Δοξιάδη, Κλαμπανιστή, Παπαδόπουλου, Πολάτογλου, Φίλης και Simo (2005).

Στόχος αυτού του κεφαλαίου είναι να εξεταστούν οι σχέσεις που συνδέουν τη λογοτεχνία με τα μαθηματικά, μέσα από τη διεθνή και ελληνική βιβλιογραφία. Αρχικά, θα γίνει αναφορά στη σημασία της αφήγησης ως μέσο έκφρασης και στην ανάγκη σύνδεσης της με τα μαθηματικά, σε ομοιότητες μεταξύ των δύο χώρων, σε λογοτεχνικά έργα που εμπνεύστηκαν από τα μαθηματικά και σε μαθηματικές μεθόδους στον πεζό και τον έμμετρο λόγο.

1.1. Σημασία της Αφήγησης

Σε αυτή την παράγραφο θα γίνει μια προσπάθεια προσέγγιση της αφήγησης ως γενετικό ανθρώπινο χαρακτηριστικό και τρόπο έκφρασης της ανθρώπινης σκέψης μέσω της γλώσσας. Επίσης, θα εξεταστεί ποια η σημασία της στην πολιτισμική εξέλιξη του ατόμου. Στη *Γλώσσα και Σκέψη,* ο Vygotsky αναφέρεται στην ανάπτυξη του παιδιού και δηλώνει ότι:

> *΄΄Μέχρι ένα χρονικό σημείο, οι δύο ακολουθούν διαφορετικές πορείες η μία από την άλλη. Σε κάποιο σημείο οι δύο πορείες συναντιούνται, εκεί όπου η σκέψη γίνεται λεκτική και ο λόγος λογικός.΄΄* (σελ.211)

Για το Vygotsky[1], το πιο σημαντικό σύστημα συμβόλων είναι η γλώσσα. Η επικοινωνία είναι ένα πολιτισμικό γεγονός διότι εάν υπάρχουν πολιτισμοί, είναι λόγω της δυνατότητας επικοινωνίας και της δέσμευσης ή πρόνοιας για γνώση και αξίες από γενιά σε γενιά. Η γλώσσα είναι ένα πολιτισμικό εργαλείο, ένα ιδιαίτερο όργανο επικοινωνίας το οποίο σχετίζεται με τη σκέψη (σελ.2). Ο Bruner (1986) στο κεφάλαιο *΄΄Δύο Τύποι Σκέψης΄΄*, υποστηρίζει ότι υπάρχουν δύο τύποι σκέψεις, ο ένας είναι ο λογικό-επιστημονικός και ο άλλος ο αφηγηματικός. Ο λογικό-επιστημονικός

[1] Σημειώσεις μαθήματος του Μ.Π.Σ. στη Διδακτική των μαθηματικών, Κλαουδάτος, 2004

χρησιμοποιεί τη λογική και στοχεύει στη ταξινόμηση της ή αφορά την αλήθεια και ο άλλος το νόημα της (Boraci, 1990; Δοξιάδης, 2007). Σύμφωνα με την Κολέζα (2007), στον αφηγηματικό τρόπο σκέψης, χρησιμοποιούμε μεταφορές και αναλογίες για να κατανοήσουμε και να περιγράψουμε τον τρόπο που συνδέονται γεγονότα και καταστάσεις. Αυτός ο τρόπος σκέψης για τον Bruner, είναι μια «μορφή τέχνης» (σελ.29). Πως όμως συνδέεται γλώσσα, σκέψη και αφήγηση; Ο Bruner (2004) στο βιβλίο του *Δημιουργώντας Ιστορίες: Νόμος, Λογοτεχνία, Ζωή* υποστηρίζει ότι η αφήγηση αποτελεί ένα γενετικό ανθρώπινο γνώρισμα που βιώνεται φυσικά από τον κάθε ένα. Συγκεκριμένα, λέει:

> *΄΄Είμαστε τόσο ειδικοί στην αφήγηση που αυτή μοιάζει να είναι σχεδόν εξίσου φυσική με την ίδια γλωσσική ικανότητα……Οι ιστορίες εμφανίζονται νωρίς στη ζωή μας και συνεχίζουν αδιάκοπα: δίχως αμφιβολία γνωρίζουμε να τις χειριστούμε.΄΄ (σελ.37)*

Λίγο παρακάτω, αναφέρεται σε ένα πείραμα που πραγματοποιήθηκε σε ένα κορίτσι σε ηλικία νήπιου, την Emmy. Πριν φτάσει στην ηλικία των τριών ετών, καταγράψανε σε κασέτες μονολόγους της Emmy όταν ήταν απορροφημένη σε δικούς της συλλογισμούς προτού την πάρει ο ύπνος. Ήταν τόσο έντονη η προσήλωση της προσπαθώντας να αφηγηθεί τις ιστορίες της που φτάσανε να πιστεύουνε ότι η πρόοδος της στην απόκτηση της γλώσσας, κινητοποιήθηκε από ένα είδος αφηγηματικής ενέργειας (σελ. 74-75).

Η αφήγηση, λοιπόν, φαίνεται να είναι μία εκ γενετής έκφραση της σκέψης. Απορρέει από την ανάγκη να περιγράψουμε τον κόσμο, να μιλήσουμε και να επικοινωνήσουμε με άλλους, για καταστάσεις που μας ενδιαφέρουν ή ακόμα να εκφράσουμε τη φαντασία μας πλάθοντας ήρωες και σχέσεις που τους συνδέουν. Για το λόγο αυτό δημιουργούμε ιστορίες που παίρνουν μορφή μέσα από τη γλωσσική ικανότητα. Οι ιστορίες, όμως, είναι το νόμισμα και το συνάλλαγμα μιας κουλτούρας (Bruner, 2004, σελ.53). Με την αφήγηση ιστοριών μπορεί να θεωρηθεί ότι παράγουμε πολιτισμό. Από τα παραπάνω προκύπτει μία προσέγγιση σύμφωνα με την οποία, η αφήγηση δεν αποτελεί συγκεκριμένη ικανότητα μιας ομάδας ανθρώπων αλλά ανθρώπινο χαρακτηριστικό, όσο ανθρώπινο χαρακτηριστικό αποτελεί η ύπαρξη της σκέψης. Ο Χασάπης (2007) υποστηρίζει ότι, η αφήγηση είναι ένα συμβολικό σύστημα το οποίο

το χρησιμοποιούν οι άνθρωποι σε κάθε περίπτωση για να κατανοούν γεγονότα και προβλήματα της ζωής τους και να αναπαριστούν αυτά τα γεγονότα και τα προβλήματα με μια ποικιλία τρόπων (σελ.11). Παρ΄ όλα αυτά, ο Δοξιάδης (2007) υποστηρίζει ότι, εάν θέλει κάποιος να κερδίσει τον ακροατή, τον αναγνώστη ή τον θεατή, τότε είναι απαραίτητη η αφήγηση μιας ΄΄καλής ιστορίας΄΄. Η αφήγηση με τη βοήθεια της ΄΄γλώσσας΄΄, τέλος, μπορεί να πραγματοποιείται λεκτικά, με τη βοήθεια της γραφής ή μέσω νοημάτων.

Το είδος της αφήγησης, που μελετάται σε αυτήν την εργασία, σε σχέση με τα μαθηματικά, είναι ο γραπτός λόγος και συγκεκριμένα η λογοτεχνία. Ένα λογοτεχνικό κείμενο είναι μια γραπτή αφήγηση ιστορίας ή πολλών, αλληλοσυνδεόμενων και μη. Θα γίνει εκτενέστερη αναφορά στη σχέση αφήγησης και μαθηματικών, μέσα από το πρίσμα της λογοτεχνίας, στην επόμενη παράγραφο.

1.2. Συσχέτιση Λογοτεχνίας και Μαθηματικών

1.2.1. Διερεύνηση Σχέσεων Λογοτεχνίας και Μαθηματικών

Για τις λέξεις Λογοτεχνία και Μαθηματικά δεν υπάρχουν ορισμοί που να τις περιγράφουν πλήρως. Πιθανόν ορίζονται ως δύο διαφορετικοί χώροι που είναι αποτέλεσμα της ανθρώπινης δραστηριότητας. Αν και ο ένας χώρος είναι ανεξάρτητος από τον άλλο, πολλοί υποστηρίζουν ότι η μεταξύ τους σχέση δεν είναι ασύμβατη, αλλά συμπληρωματική ή αμφίδρομη. Γίνεται αναφορά παρακάτω σε προσεγγίσεις του ζητήματος όπως προέκυψαν από την ανασκόπηση της βιβλιογραφίας.

Σε μια προσέγγιση της σχέσης της λογοτεχνίας και της επιστήμης παίζει σημαντικό ρόλο η γλώσσα (Leo Corry, 2006, σελ.3). Η μαθηματική γλώσσα είναι ανεξάρτητη από τη λογοτεχνική. Το ερώτημα είναι εάν συνδέονται μεταξύ τους. Όπως ειπώθηκε παραπάνω, για το Vygotsky (2000) η γλώσσα σχετίζεται με τη σκέψη. Η Κολέζα (2007) αναφερόμενη, στους δύο τρόπους σκέψης κατά Bruner, παραθέτει το παρακάτω απόσπασμα της δουλειάς του,

> *΄΄Οι δύο τρόποι αν και συμπληρωματικοί δεν ανάγονται ο ένας στο άλλον. Προσπάθειες για να αναχθεί ο ένας στον άλλον ή να αγνοηθεί ο ένας σε*

βάρος του άλλου αποτυγχάνουν αναπόφευκτα να συλλάβουν την ποικιλομορφία της σκέψης.΄΄ (σελ. 29)

Άρα, θεωρώντας ότι η μαθηματική σκέψη ανήκει στο λογικο-επιστημονικό τρόπο σκέψης, για να υπάρχει μια ολιστική προσέγγιση της σκέψης, δεν μπορεί να αγνοηθεί ο αφηγηματικός τρόπος, όταν ασχολούμαστε με τα μαθηματικά. Και συγκεκριμένα για τη λογοτεχνία, επειδή τα μαθηματικά χαρακτηρίζονται από πολύ ειδικό συμβολισμό και περιορισμένο πλαίσιο επεξεργασίας τους, ο Σπύρου (2007) υποστηρίζει ότι,

΄΄Τους μαθηματικούς τους ενδιαφέρουν οι ολιστικές περιγραφές που προσφέρονται καλύτερα στη λογοτεχνική γλώσσα΄΄ (σελ. 63).

Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε ότι μια σχέση που υπάρχει μεταξύ της λογοτεχνίας και των μαθηματικών είναι η συμπληρωματική. Όπως ο αφηγηματικός τρόπος σκέψης συμπληρώνει το λογικο-επιστημονικό, έτσι η λογοτεχνική γλώσσα βοηθάει στην κατανόηση της μαθηματικής γλώσσας.

Μια δεύτερη σχέση που συνδέει τη λογοτεχνία με τα μαθηματικά φαίνεται να είναι η αμφίδρομη. (Γιαννικοπούλου, 2002; Corry, 2006; Fauvel, 1994; Κατσάρκας, 2007; Koehler, 1982; Stevens, 2000) Η λογοτεχνία και τα μαθηματικά φτάνουν τόσο κοντά μεταξύ τους, ώστε να μιλούν αλλάζοντας φωνές και κώδικες (Γιαννικοπούλου, σελ.79). Ο Corry (2006) δηλώνει ότι, υπάρχει μια αμοιβαία αλληλεπίδραση μεταξύ λογοτεχνίας και επιστήμης και αυτή η σχέση είναι πολύπλοκη και ασταθής μέσα από την ιστορία. (σελ.3) Συνεχίζει παρακάτω λέγοντας ότι, σύμφωνα με τον Eco[2] διαβάζουμε μυθιστορηματικά κείμενα από τότε που έρχονται να ενισχύσουν τη μεταφυσική μας στενοκεφαλιά και να προσφέρουν μια ψευδαίσθηση τάξης σε έναν κόσμο του οποίου τη δομή δε μπορούμε να αντιληφθούμε και να περιγράψουμε. Από τότε που γνωρίζουμε αυτά τα μυθιστορηματικά σύμπαντα που δημιουργήθηκαν από ΄΄συγγραφικές οντότητες΄΄ γνωρίζουμε ότι υπάρχει ένα ΄΄μήνυμα΄΄ πίσω από αυτά. Και καταλήγει ότι, κάποιοι άνθρωποι δυσκολεύονται να μάθουν τεχνικά τον κόσμο των μαθηματικών. Αλλά όταν το πετύχουν, τους παρέχει ίσως, το πιο μεγάλο

[2] Ιταλός συγγραφέας. Διάσημο μυθιστόρημα του, *΄΄Το Όνομα του Ρόδου΄΄*, 1983.

παράδειγμα μυθικού/ μυθιστορηματικού (fictional) (ή να μοιάζει με μυθικό) κόσμου, όπου αισθάνεσαι τη σιγουριά ενός βαθύτερου μηνύματος και όπου η πρόοδος είναι συνεχής και σταθερή στο να διασαφηνίζει (elucidating) αυτό το μήνυμα (σελ.36). Ο Koehler (1982) υποστηρίζει ότι,

> *΄΄Η αλληλεπίδραση λογοτεχνίας και μαθηματικών είναι φυσική και ενδιαφέρουσα και βασίζεται στο γεγονός ότι τα μαθηματικά είναι μια γλώσσα που πηγάζει από την ανάγκη να περιγράψουμε τον κόσμο που ζούμε. Γι΄ αυτό τα μαθηματικά ανταποκρίνονται στην ανθρώπινη εμπειρία και παρέχουν τους συγγραφείς με υλικό για να δημιουργήσουν ενδιαφέροντα θέματα και εικόνες. Συνήθως, οι συγγραφείς εμπνέονται από τη γεωμετρία, τις πιθανότητες και τη στατιστική γιατί σχετίζονται πιο πολύ με τον κόσμο που ζούμε.΄΄* (Koehler, 1982, σελ.81)

Υπάρχει όμως και μια άλλη εκδοχή της αμφίδρομης αυτής σχέσης. Ο Stevens (2000) αναφέρει σε σχετικό κείμενο με τίτλο, *΄΄Mathematics and Literature: Cross Fertilization*΄΄ ότι υπάρχει μια αμφίδρομη σχέση μεταξύ μαθηματικών και λογοτεχνίας. Υπάρχουν δύο κατευθύνσεις, από τα μαθηματικά στη λογοτεχνία και από τη λογοτεχνία στα μαθηματικά. Παράδειγμα της 1^{ης} κατεύθυνσης είναι οι εργασίες των Oulipo, για τις οποίες θα γίνει αναφορά παρακάτω, και Euler. Και παραδείγματα της 2^{ης} κατεύθυνσης μπορεί κάποιος να διακρίνει στο πουργατόριο του Δάντη, στον Beckett και αλλού (σελ.1, σελ.5). Δηλαδή, αναφέρεται στο πως τεχνικά τα μαθηματικά έχουν επηρεάσει τη συγγραφή λογοτεχνικών κειμένων και πως με αφορμή τη λογοτεχνία καταλήγουμε στην εφαρμογή μαθηματικών διαδικασιών. Τέλος, υποστηρίζεται ότι υπάρχει μια μορφή δυϊσμού ανάμεσα στα μαθηματικά και τη λογοτεχνία (Κατσάρκας, 2007; Pycior, 1994).

Παρατηρείται ότι υπάρχει μια διαφορετική αντίληψη της αμφίδρομης σχέσης μαθηματικών και λογοτεχνίας για τον κάθε ένα. Από τα παραπάνω προκύπτει πιθανό το εξής συμπέρασμα, η λογοτεχνική γλώσσα επιδρά στην κατανόηση της μαθηματικής γλώσσας καθώς η μαθηματική σκέψη συμβάλλει στη σύλληψη του ΄΄μηνύματος΄΄ που βρίσκεται πίσω από το μυθιστορηματικό σύμπαν.

1.2.2 Ομοιότητες Μαθηματικών και Λογοτεχνίας ως προς τη δομή και την

προσφορά τους

Με βάση τη ξένη και την ελληνική βιβλιογραφία τα μαθηματικά και η λογοτεχνία φαίνεται να μοιράζονται κοινά χαρακτηριστικά, ομοιότητες ως προς τη δομή, το ύφος, την αισθητική και την προσφορά τους στην ανθρώπινη σκέψη και φαντασία. (Corry, 2006; Δοξιάδης, 2007; Fauvel, 1994; Κολέζα, 2007; Senechal, 2002; Sriramann, 2003; Τρέσσου, 2005). Με βάση την παραπάνω βιβλιογραφία θα γίνουν κάποιες έμμεσες προσεγγίσεις του ζητήματος και θα διακριθούν κάποιες από τις ομοιότητες.

Αρχικά, ένα πρώτο είδος ομοιότητας, όπως υποστηρίζεται, αφορά τη δομή της μαθηματικής απόδειξης και μιας λογοτεχνικής ιστορίας. Η συγγραφή μιας λογοτεχνικής ιστορίας και η διεξαγωγή μιας απόδειξης ακολουθούν παρόμοιες διαδικασίες, δηλαδή βασίζονται στην ίδια δομή (Δοξιάδης, 2007; Senechal, 2002). Έχουν και οι δύο αρχή, πλοκή και τέλος. Στην αρχή σε μια ιστορία, παρουσιάζονται οι ήρωες και οι σχέσεις που τους συνδέουν. Αντίστοιχα σε μια απόδειξη στην αρχή δίνονται οι έννοιες που θα βοηθήσουν στην διεξαγωγή της απόδειξης και οι σχέσεις που τους συνδέουν, δηλαδή επιλέγεται το κατάλληλο αξιωματικό σύστημα (Senechal, 2002, σελ.44). Ο ρόλος του συγγραφέα που κατασκευάζει μια ιστορία είναι ίδιος με τον ρόλο του μαθηματικού που αποδεικνύει ένα θεώρημα, προχωρούν και οι δύο με ένα προορισμό στο χώρο (Δοξιάδης, 2007, σελ.302). Επίσης, ο συγγραφέας, όπως και ο μαθηματικός χρησιμοποιούν το μαθηματικό συλλογισμό για να φτάσουν στη λύση ή στο τέλος της ιστορίας τους (Δοξιάδης, 2007; Κολέζα, 2007; Senechal, 2002). Οι μαθηματικές έννοιες μοιάζουν με πλάσματα τις φαντασίας που προσπαθούν να ερμηνεύσουν την πραγματικότητα, δηλαδή έχουν επινοηθεί, όπως οι ήρωες μιας ιστορίας και ακολουθούν τον αντικειμενικό μαθηματικό συλλογισμό για να καταλήξουν στην εύρεση της αλήθειας (Corry, 2006, σελ.37; Senechal, 2002, σελ.45). Στην συνέχεια, επειδή οι ιστορίες και οι αποδείξεις είναι γραμμικές, υπάρχουν τα λήμματα όπως τα flashbacks (σε μια ιστορία), που μας επιτρέπουν να αποδείξουμε πράγματα εκτός της σειράς που ακολουθούμε. Στο τέλος μιας ιστορίας, οι ήρωες έχουν καταλήξει σε κάποιες σχέσεις. Στο τέλος μιας απόδειξης έχουν δημιουργηθεί σχέσεις μεταξύ των μαθηματικών αντικειμένων.

Η σημασία της διαίσθησης για να δοθεί το τέλος της ιστορίας ή να επιτευχθεί η εύρεση της λύσης είναι το ίδιο μεγάλη. Οδηγείται κάποιος και στις δύο περιπτώσεις σε μια ΄΄ανακάλυψη΄΄. Καθώς επίσης, η λογική συνέπεια των μαθηματικών είναι η συναρπαστική αναλογία της αφηγηματικής συνέπειας στο μυθιστόρημα. (Senechal, 2002, σελ.44-46) Παρατηρείται σύμφωνα με τους παραπάνω ισχυρισμούς ότι, η διατύπωση μιας ιστορίας ακολουθεί παρόμοια πορεία με την απόδειξη ενός θεωρήματος. Οι μαθηματικές έννοιες αντιστοιχούν στους ήρωες της ιστορίας, οι σχέσεις που τους συνδέουν στο αξιωματικό σύστημα, τα λήμματα στα flashbacks, ο μαθηματικός συλλογισμός στην αφηγηματική λογική και η μαθηματική συνέπεια στην αφηγηματική. Κοινά γνωρίσματα του μαθηματικού με το συγγραφέα μιας ιστορίας είναι η ΄΄ανακάλυψη΄΄ του τέλους, η διαίσθηση, η δημιουργικότητα, η φαντασία και η συνέπεια απέναντι στα μαθηματικά ή την πλοκή της ιστορίας.

Ένα δεύτερο είδος ομοιότητας των μαθηματικών με τη λογοτεχνία φαίνεται να αφορά την προσφορά τους. Μέσα από τη βιβλιογραφία διακρίνονται πιθανόν τέσσερις κατευθύνσεις: η νοητική υπέρβαση, η ανάπτυξη της αισθητικής, η ανάπτυξη της φαντασίας και η ανάπτυξη της κριτικής σκέψης. Ο Davis (1993) με βάση την Μητακίδου (2005), υποστηρίζει ότι, η λογοτεχνία όπως και τα μαθηματικά δεν μπορεί να είναι απόλυτα τυποποιημένη. Μπορεί να είναι ένας δίαυλος για διανοητική απόδραση από τον πραγματικό κόσμο καθώς περιέχει μεταφορές, παράδοξα και μυστήριο (σελ. 46). Φαίνεται πιθανόν, ότι ο Davis αποδίδει μια έντονα φορμαλιστική άποψη για τα μαθηματικά. Ο Fauvel (1994), επίσης, υποστηρίζει ότι υπάρχουν ζωτικής σημασίας κοινά χαρακτηριστικά μεταξύ ποίησης και μαθηματικών. Βασισμένος στα λόγια της Kovalevkaya[3] αναφέρει ότι, στην ποίηση όπως και στα μαθηματικά απαιτείται κάποιος να διεισδύσει πιο βαθιά από όσο μπορούν οι άλλοι και να αντιληφθεί αυτό που οι άλλοι δεν μπορούνε (σελ.1648). Η παρομοίωση των μαθηματικών με την ποίηση υποστηρίζεται από αρκετούς μελετητές.

Εκτός από την Kovalvkaya, υποστηρικτής αυτής της άποψης είναι και ο Alexander (2006). Σύμφωνα με τη δική του προσέγγιση, τα πράγματα ήταν πολύ διαφορετικά για τα μαθηματικά τον 19^{ο} αιώνα, όταν τα μαθηματικά υπήρξαν σε ένα σύμπαν

[3] Sofia Vasilyevna Kovalevskaya (1850 – 1891). Ρωσίδα μαθηματικός που συνείσφερε πολλά στη θεωρία των διαφορικών εξισώσεων. Η οικογένεια της συνδεόταν φιλικά με την οιογένεια του Φιοντορ Ντοστογιέβσκη.

διαφορετικό από το δικό μας με τους δικούς τους κανόνες και τις απόμακρες αλήθειες τους. Τότε οι μαθηματικοί δεν ήταν αυτοί που κατανοούσαν βαθιά τον κόσμο μας, αλλά αυτοί που ήταν προικισμένοι για την πρόσβαση σε μια εναλλακτική και ύψιστη πραγματικότητα. Ο μαθηματικός έμοιαζε περισσότερο είτε με ποίημα του Ρομαντισμού, το οποίο υπερβαίνει τα ασήμαντα γεγονότα της καθημερινής πραγματικότητας, είτε με συνθέτη που διατρέχει τα βάθη του ανθρώπινου συναισθήματος και υψώνεται στα ύψη του ανθρώπινου πνεύματος.(σελ.725-726) Η Μητακίδου (2005), ο Fauvel (1994) και ο Alexander (2006), υποστηρίζουν έμμεσα, ότι όπως στην ποίηση ο ποιητής, έτσι και ο μαθηματικός καλλιεργεί ανώτερες διανοητικές λειτουργίες και οδηγείται σε υπερβατικά σύμπαντα.

Από την άλλη, οι Κολέζα (2007) και Fauvel (1994) υποστηρίζουν ότι κοινό χαρακτηριστικό των δύο χώρων είναι η αναζήτηση της αισθητικής. Ο Fauvel (1994) αναφέρει συγκεκριμένα ότι,

> *΄΄ Στο Δυτικό πολιτισμό, ο όρος ΄΄ποίηση΄΄ μπορεί να χρησιμοποιηθεί μεταφορικά σαν ένας όρος υψηλής αισθητικής για να μιλήσει για εκλεπτυσμένες ποιότητες της φαντασίας και της ομορφιάς στη δημιουργία. Έτσι μπορούν να χαρακτηριστούν αρκετά παραδείγματα από τα μαθηματικά.΄΄* (Fauvel, 1994, σελ.1648).

Τέλος, σύμφωνα με τον Sriramann (2003), ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά της λογοτεχνίας και των μαθηματικών είναι ότι βοηθάνε και τα δύο στην ανάπτυξη της κριτικής σκέψης, όπου ως κριτική σκέψη ονομάζει τη διαδικασία αμερόληπτης και βάσιμης εξαγωγής συμπερασμάτων (σελ. 26). Όσο περίεργο και να μας φαίνεται η λογοτεχνία και τα μαθηματικά μέσα από τις παραπάνω προσεγγίσεις πιθανόν, φανερώνουν ότι μοιράζονται κοινά χαρακτηριστικά.

1.2.3. Μορφές σύνδεσης των Μαθηματικών με τη Λογοτεχνία

Στην παράγραφο αυτή αναφέρονται συγγραφικές ενέργειες που εκφράζουν τη σύνδεση των μαθηματικών με τη λογοτεχνία και επιχειρείται ο διαχωρισμός σε τρεις κατηγορίες ανάλογα με κάποιο ιδιαίτερο χαρακτηριστικό τους. Αρχικά όμως, αναφέρονται προσπάθειες άλλων να καταγράψουν και να κατατάξουν αυτό το είδος

της βιβλιογραφίας ανάλογα με συγκεκριμένα κριτήρια που θέτουν. Καταγραφή κάποιας βιβλιογραφίας που απορρέει από την σύνδεση μαθηματικών και λογοτεχνίας έχει ήδη πραγματοποιηθεί σε ξένες και ελληνικές δημοσιεύσεις. Αναφέρεται ενδεικτικά του Koehler (1982), Pycior (1994), Kasman[4] και Μιχαηλίδη (2007) που γίνεται μια, όπως θα λέγαμε, καταγραφή βιβλίων με χρονολογική σειρά. Επίσης, έχουν πραγματοποιηθεί προσπάθειες ταξινόμησης βιβλίων ανάλογα με τη μορφή της γραφής τους, τον τύπο της υπόθεσης, τον τρόπο ή και τον λόγο εμπλοκής των μαθηματικών στο λογοτεχνικό κείμενο. Κάποιες από αυτές τις προσπάθειες είναι των Koehler (1982), Lipsey (1993), Μηλιώνη (2001), Μιχαηλίδη (2007), Κολέζα (2007), Stevens (2000) κ.α. Ο Σπύρου (2007) αναφέρει,

> *΄΄Η εμφάνιση μιας λογοτεχνίας που αφορά σ΄ έναν επιστημονικό κλάδο διαδραματίζει έναν πολλαπλό ρόλο. Οπωσδήποτε δεν θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε άμεσα ότι αυτή αποτελεί το στοιχείο της αυτοσυνείδησης της μαθηματικής κοινότητας, καθόσον αυτή η επιστημονική ομάδα έχει άλλα κριτήρια αρκετά εσωτερικά, με τα οποία προσδιορίζεται. Όμως, πρόκειται για μια λογοτεχνία, η οποία διαβιβάζεται και από τα μέλη της κοινότητας, καθόσον τους συμπληρώνει την εικόνα που έχουν για τον εαυτό τους. Τους πληροφορεί για ιστορικά ζητήματα της επιστήμης, επιστημολογικές εξηγήσεις των μεγάλων αλλαγών της.΄΄* (σελ.63)

Επιχειρείται έχοντας μελετηθεί οι προσπάθειες που καταγράφτηκαν παραπάνω, μια κατάταξη στο είδος της βιβλιογραφίας που προκύπτει από τη σύνδεση των μαθηματικών με τη λογοτεχνία ανάλογα με το χαρακτήρα συγγραφής τους. Διακρίνονται τρεις κατηγορίες.

Πρώτα-πρώτα υπάρχουν κείμενα που αναφέρονται σε μαθηματικές έννοιες ή γεγονότα, σε προσωπικότητες μαθηματικών ή στην ιστορία των μαθηματικών γιατί αποτελούν πηγή λογοτεχνικής έμπνευσης για το συγγραφέα και εμπεριέχουν έντονα το στοιχείο του μύθου ή κείμενα που χρησιμοποιούνται τα μαθηματικά από τον συγγραφέα για να διαφωτίσουν άλλες διαδικασίες. Ο Alexander (2006) επιπλέον

[4] Καθηγητής μαθηματικών στο κολέγιο Charleston στη Νότια Καρολίνα. Έχει δημιουργήσει σελίδα στο διαδύκτιο με θέμα : ΄΄Mathematical Fiction΄΄
http://math.cofc.edu/kasman/MATHFICT/default.html

υποστηρίζει ότι τέτοια κείμενα, μαθηματικές ιστορίες, μπορούν να γεφυρώσουν το χάσμα μεταξύ του μαθηματικού έργου και της ιστορικής του κουλτούρας (σελ. 682). Δεύτερον, υπάρχουν λογοτεχνικά κείμενα που σκοπός του συγγραφέα είναι η εκλαΐκευση μαθηματικών εννοιών. Τρίτον, έχουν γραφτεί κείμενα που ανήκουν στο εύρος των λογοτεχνικών κειμένων και σκοπός της συγγραφής τους είναι η διδασκαλία μαθηματικών εννοιών ή η μάθηση για προσωπικότητες και γεγονότα από την ιστορία των μαθηματικών.

Στην πρώτη κατηγορία μπορούν να συμπεριληφθούν οι *Όρνιθες* του Αριστοφάνη, καθώς ο Αριστοφάνης αναφέρεται στον τετραγωνισμό του κύκλου που απασχολούσε έντονα του γεωμέτρες εκείνης της εποχής, η *Αλίκη στη Χώρα των Θαυμάτων* του μαθηματικού Lewis Carrol, το *Flatland* του Edwin Abbot, το μυθιστόρημα *Οι Αδερφοί Καραμάζοβ* του Φιοντόρ Ντοστογιέβσκη, ο οποίος παρουσιάζει του ήρωες του να συζητούν για το Θεό παραπέμποντας στην ευκλείδεια και σε μη-ευκλείδειες γεωμετρίες, το βιβλίο *Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Γκόλντμπαχ* του Απόστολου Δοξιάδη, *Το Θεώρημα του Παπαγάλου* του Ντενί Γκετζ, *Flatterland* του Ian Stewart, *Το πειραχτήρι των αριθμών* του Hans Magnus Enzensberger, *Το στίγμα των θαλασσών* της Dava Sobel, *Το βιβλίο Κόλαση* του Κάρλο Φραμπέτι, *Το επικηρυγμένο πρόβλημα* του Αργύρη Παυλιώτη, *Πυθαγόρεια εγκλήματα* του Τεύκρου Μιχαηλίδη. κ.α.

Στη δεύτερη κατηγορία ανήκουν έργα που στοχεύουν στην εκλαΐκευση των μαθηματικών. Σημαντικό σε αυτό το σημείο είναι να δοθεί μία προσέγγιση του όρου *΄΄εκλαΐκευσης΄΄*. Σύμφωνα με τον Goffree (1989), εκλαΐκευση της επιστημονικής γνώσης έχουμε όταν η αναπαράσταση της επιστημονικής γνώσης απλοποιείται με τέτοιο τρόπο ώστε να κάνει τον μη ειδικό να κατανοήσει τις συνέπειες της, παρόλο που ο ίδιος δεν μπορεί να τις ανακατασκευάσει (σελ.54).

Ποια είναι όμως η σχέση εκλαΐκευσης και διδακτικής υπό τη δική του προσέγγιση; Λίγο παρακάτω διευκρινίζει τη διαφορά διδακτικής και εκλαΐκευσης και λέει:

> *΄΄Όταν ένα άτομο εργάζεται πάνω στην επιστημονική γνώση για εκπαιδευτικούς σκοπούς καλείται ως ΄΄ειδικός της διδακτικής΄΄ και οι δραστηριότητες αυτών μπορούν να καλούνται ΄΄διδακτική΄΄. Αυτοί που εκτελούν την ίδια δουλειά εκ μέρους κοινωνικών ομάδων, που δεν*

επιθυμούν να αποκτήσουν πληροφορίες μέσω της επίσημης εκπαίδευσης ονομάζονται ΄΄information officers΄΄ και αντικείμενο τους είναι η εκλαΐκευση. Η διαφορά διδακτικής και εκλαΐκευσης βρίσκεται στους διαφορετικούς αντικειμενικούς σκοπούς΄΄ (σελ.55).

Η παραπάνω άποψη αποτελεί μια απλά προσέγγιση του ζητήματος.

Παραδείγματα εκλαϊκευτικών βιβλίων αποτελούν *Η μουσική των πρώτων αριθμών* του Marcus Du Sautoy, το *Ολίγη επιστήμη για όλους* του Claude Allègre και το *Διάλογοι για τα μαθηματικά* του Alfréd Rényi. Είναι σημαντικό σε αυτό το σημείο να αναφερθούμε στα λεγόμενα των ιδίων συγγραφέων εκλαϊκευτικών βιβλίων. Ο Alfréd Rényi (1979) στο Υστερόγραφο στο τέλος του βιβλίου αναφέρει,

Μου ζητήθηκε μερικές φορές να δώσω εκλαϊκευτικές ομιλίες για τα μαθηματικά. Σε τέτοιες περιπτώσεις παρατήρησα ότι πολλοί άνθρωποι ενδιαφέρονταν κυρίως να ανακαλύψουν τι ήταν πραγματικά τα μαθηματικά, σε τι συνίστατο η ξεχωριστή δική τους μέθοδος, ποια ήταν η σχέση τους με τις θετικές επιστήμες και ποια με τις ανθρωπιστικές και τι μπορούσαν να προσφέρουν σε εκείνους που εργάζονται σε διαφορετικούς τομείς. …….Ενώ μιλούσα για μαθηματικά σε μη μαθηματικούς αντιμετώπισα ένα μεγάλο αριθμό προκαταλήψεων, παρεξηγήσεων και εσφαλμένων αντιλήψεων……. Αυτές οι περιστάσεις με έπεισαν ότι υπάρχει πραγματική ανάγκη για μια συζήτηση των βασικών ζητημάτων των μαθηματικών και των εφαρμογών τους μ΄ έναν τρόπο, που ενώ θα τα κάνει προσιτά στους μη ειδικούς, θα παρουσιάζει αυτά τα προβλήματα στην πλήρη τους πολυπλοκότητα. (σελ. 113-115)

Ο Marcus Du Sautoy αναφέρει στις ευχαριστίες του προς τη Βασιλική Εταιρεία της Μεγάλης Βρετανίας,

Η υποστήριξη εκ μέρους τους των προσπαθειών μου να κάνω τα μαθηματικά προσιτά στο ευρύ κοινό, υπήρξε ανεκτίμητη. (σελ. 490)

Συμπεραίνεται ότι τα κίνητρα των δύο συγγραφέων δείχνουν στο να τείνουν να κάνουν τα μαθηματικά προσιτά στο μη ειδικό κοινό. Το κίνητρο συγγραφής των έργων τους όπως φαίνεται είναι η εκλαΐκευση της μαθηματικής γνώσης.

Στη τρίτη κατηγορία ανήκουν βιβλία που γράφτηκαν για εκπαιδευτικούς στόχους. Αναφέρονται δύο από αυτά, το *Οι μαγικοί αριθμοί και τα ταξιδιάρικα αστέρια: Τα πρώτα βήματα της επιστήμης* της Άννας Παρίζη που περιέχει την ιστορία των μαθηματικών στην Αρχαία Ελλάδα και η *Επιπεδία: Αφηγήματα σε δύο διαστάσεις* (Νίκος Τσιώτσος, 2002). Στον πρόλογο του βιβλίου ο τελευταίος αναφέρει:

> *΄΄Διδακτικές προσεγγίσεις που λαμβάνουν υπόψη τους τη σημασία της γλώσσας για τη μάθηση και συνδυάζουν τη διδασκαλία της Γλώσσας με τη διδασκαλία των Μαθηματικών μπορεί να συμβάλλουν στη βελτίωση και τον εμπλουτισμό και των δύο γνωστικών αντικειμένων.΄΄* (Νίκος Τσιώτσος, 2002, σελ.10)

Παρατηρείται από τα λεγόμενα του συγγραφέα ότι το κίνητρο του για τη συγγραφή του βιβλίου ήταν εκπαιδευτικό.

1.2.4. Ανάγκη δημιουργίας τους όρου *΄΄ Μαθηματική Λογοτεχνία΄΄*

Η στενή σχέση που συνδέει τη λογοτεχνία και τα μαθηματικά, όπου χρονολογείται από την αρχαιότητα, ο μεγάλος αριθμός λογοτεχνικών βιβλίων που έχουν γραφτεί ως απόρροια της σύνδεσης των μαθηματικών με τη λογοτεχνία, η μεγάλη συχνότητα με την οποία εκδίδονται σήμερα λογοτεχνικά βιβλία που σχετίζονται με τα μαθηματικά, με μαθηματικές προσωπικότητες, γεγονότα ή την ιστορία των μαθηματικών φανερώνει την ανάπτυξη μιας νέας κατηγορίας βιβλίων, που ονομάζεται *΄΄μαθηματική λογοτεχνία΄΄*. Ως *΄΄μαθηματική λογοτεχνία΄΄* ονομάζεται η κατηγορία των λογοτεχνικών βιβλίων, εκλαϊκευτικών και μη, στην πλοκή των οποίων τα μαθηματικά έχουν σημαντικό ρόλο. Παρατίθενται τρεις ορισμοί για τον όρο μαθηματική λογοτεχνία.

Πρώτα, αναφέρεται ένας κάπως περιγραφικός ορισμός του Μηλιώνη (2001), σύμφωνα με τον οποίο,

΄΄Όταν η λογοτεχνία διαπραγματεύεται θέματα μαθηματικών, χαρακτηρίζεται ως μαθηματική λογοτεχνία. Θέματα ιστορίας, φιλοσοφίας, επιστημολογίας, έρευνας, εφαρμογών και διδακτικής των μαθηματικών αποτελούν συνήθως το αντικείμενο των έργων της μαθηματικής λογοτεχνίας.΄΄ (σελ.590)

Συνεχίζει διευκρινίζοντας ότι, αν και ελάχιστα «λογοτεχνικά» (βιβλία) ως προς το περιεχόμενο τους, σε αρκετές περιπτώσεις χαρακτηρίζονται ως τέτοια, κυρίως λόγω της δομής, της αφηγηματικής τεχνικής και της πλοκής που διαθέτουν (σελ.590).

Ένας δεύτερος ορισμός έχει δοθεί από την Leary (2004), όπου ορίζει ως μαθηματική λογοτεχνία το εξής:

΄΄Ως μαθηματική λογοτεχνία ορίζεται αόριστα σαν οποιοδήποτε είδος μυθοπλαστικής ή όχι, λογοτεχνίας που μπορεί να διαβαστεί σε μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο χωρίς την πρόθεση να διδαχθεί στον αναγνώστη μια αλγοριθμική ή υπολογιστική μαθηματική δεξιότητα. Ο παραδοσιακός τρόπος κειμένου δεν αποτελεί μαθηματική λογοτεχνία, ενώ ένα ποίημα, μια σύντομη ιστορία, μια ιστορική αφήγηση ή ένα μυθιστόρημα μπορούν να αποτελούν κάποια παραδείγματα.΄΄ (σελ.4)

Στη συνέχεια αναφέρει ότι,

΄΄Ένα καλό δείγμα μαθηματικής λογοτεχνίας θα μπορούσε: να περιλαμβάνει στρώσεις νοημάτων· ενδυναμώνοντας φυσικούς δεσμούς με τα μαθηματικά, παρέχοντας ευκαιρίες στον αναγνώστη να χρησιμοποιήσει τα μαθηματικά για αυθεντικούς σκοπούς αποδίδοντας ευχαρίστηση σε μαθηματικές αναζητήσεις· αξιοποιώντας το ρεπερτόριο γνώσεων του αναγνώστη, προσκαλώντας τον να μάθει κάτι καινούργιο, ενδυναμώνοντας την ανακάλυψη· γενικεύοντας την αίσθηση της απορίας· ενθαρρύνοντας την περιέργεια του αναγνώστη· καλλιεργώντας ένα χιουμοριστικό ή συνομιλητικό τόνο· διεγείροντας και εμπλέκοντας τον αναγνώστη να έχει μια λογική σύνθεση είτε επεξηγηματική, είτε αφηγηματική· εάν το βιβλίο

έχει αφηγηματική δομή, η υπόθεση θα πρέπει να πηγάζει φυσικά από τις ενέργειες του χαρακτήρα· εάν το βιβλίο είναι σε ποιητική μορφή, ο ρυθμός και ο στίχος να είναι φυσικοί και όχι αριστοτεχνικά κατασκευασμένοι.΄΄ (Leary, 2004, σελ.4)

Τρίτος ορισμός δίνεται από τον Μιχαηλίδη (2007) σύμφωνα με τον οποίο,

΄΄Θα ονομάζουμε «μαθηματική λογοτεχνία» κάθε μορφή μυθοπλασίας στην οποία τα μαθηματικά παίζουν καθοριστικό ρόλο, είτε επειδή το αντικείμενο της πλοκής σχετίζεται με τα αυτά είτε γιατί κάποιοι από τους χαρακτήρες της συνδέονται με αυτά και οι ενέργειές τους επηρεάζονται σημαντικά από αυτήν τη σχέση. *΄΄* (σελ.2)

Φαίνεται ότι ο πρώτος ορισμός με τον τρίτο, κατά κάποιον τρόπο συγκλίνουν, ενώ ο δεύτερος απευθύνεται σε ένα μεγαλύτερο εύρος κειμένων, πιθανόν και μη λογοτεχνικών. Η συζήτηση για τον όρο *΄΄μαθηματική λογοτεχνία΄΄* έχει ξεκινήσει τα τελευταία χρόνια καθώς φαίνεται να έχει πολλούς αναγνώστες. Δεν είναι γνωστό το κατά πόσο ένας πιο ακριβής ορισμός μπορεί να δοθεί, καθώς η λογοτεχνία από μόνη της αποτελεί μορφή έκφρασης τέχνης και δεν μπορεί να οριστεί κατά ένα μοναδικό τρόπο. Η διευκρίνιση αυτής της κατηγορίας όπως πραγματοποιήθηκε παραπάνω, θα βοηθήσει στη συνέχεια να γίνει αντιληπτό το είδος των λογοτεχνικών βιβλίων τα οποία θα αναφερθούν.

1.2.5. Μαθηματικοί Μέθοδοι στον Πεζό και Έμμετρο λόγο.

Τα μαθηματικά όμως, ως ανθρώπινη έκφραση, δεν έχουν εμπνεύσει τους συγγραφείς μόνο στο περιεχόμενο και την πλοκή των έργων τους αλλά και στη μορφή του πεζού και έμμετρου λόγου. Οι Pycior (1994), Fauvel (1994) και Stevens (2000) αναφέρουν τέτοια παραδείγματα.

Η Pycior (1994) περιγράφει στο *Mathematics and prose literature* ιστορικά το πώς επηρεάστηκε ο τρόπος γραφής του πεζού λόγου από την εξέλιξη των μαθηματικών. Τον 17^{ο} και 18^{ο} αιώνα αναφέρεται ότι, άγγλοι άνδρες των γραμμάτων – Thomas

Sprat, Robert Hooke[5] - επιστήμονες και μαθηματικοί συμφώνησαν ενάντια στον περίκομψο πεζό λόγο για ένα βαθύ και μαθηματικό τρόπο γραφής. Η λογοτεχνία δεν είχε υιοθετήσει μόνο έννοιες των μαθηματικών αλλά και μεθόδους τους. Η ευκλείδεια γεωμετρία θεωρούνταν ένα παράδειγμα για την ανθρώπινη γνώση και έτσι, ηθικολόγοι, φιλόσοφοι, όπως οι Henry More και Spinoza[6], θεωρητικοί της πολιτικής έσπευσαν να προσαρμόσουν τη τεχνική των γραπτών τους πάνω στην επαγωγική μέθοδο.

Τον 19ο αιώνα, με την άνθηση της ανάλυσης και την ανακάλυψη των μη-ευκλείδειων γεωμετριών, η επαγωγική μέθοδος προσαρμοσμένη σε λογοτεχνικά κείμενα, έχασε την απήχηση της. Τότε άρχισαν να γράφονται αστυνομικά μυθιστορήματα, όπως του E. A. Poe το *Auguste Dupin*, οι ιστορίες του *Sherlock Holmes* από τον A. C. Doyle, όπου χρησιμοποιούσαν μεθόδους παρόμοιες με αυτές των μαθηματικών, αλλά όχι εντελώς επαγωγικές. Ο συγγραφέας υποστηρίζει επιπλέον ότι και αργότερα τα μοντέρνα μαθηματικά επηρέασαν τη λογοτεχνική αισθητική (σελ.1637-1639).

Ο Stevens αναφέρεται στον 20ο αιώνα και στο παράδειγμα των *Ouvroir de Littérature Queneau* (Oulipo) (σελ.3). Το Oulipo μεταφράζεται ως εργαστήρι εναλλακτικής λογοτεχνίας (Κατσάρκας, σελ.82). Οι Oulipo χρησιμοποιώντας μαθηματικά τεχνάσματα, ανακατασκεύαζαν ποιήματα. Για παράδειγμα, σε ένα βιβλίο με δέκα σελίδες ήταν γραμμένα δέκα ποιήματα με δέκα στίχους το καθένα, με αντιστοιχία ένα ποίημα σε κάθε σελίδα. Στη συνέχεια, κόβανε την κάθε σελίδα σε δέκα οριζόντιες στήλες (λωρίδες), ώστε η κάθε μια να περιέχει ένα στίχο. Με τη βοήθεια των συνδυασμών και επιλέγοντας κάθε φορά έναν αριθμό στίχων από τις δέκα διαφορετικές σελίδες, προέκυπτε και ένα νέο ποίημα (Stevens, σελ.3). Μέσα από αυτή τη μικρή ανασκόπηση, συμπεραίνεται ότι τα μαθηματικά, επηρέαζαν και θα επηρεάζουν τους λογοτέχνες όχι μόνο ως προς το περιεχόμενο αλλά και ως προς και τον τρόπο γραφής τους.

1.3. Συμπεράσματα

[5] Ο Thomas Sprat (1635 – 1713) ήταν άγγλος κληρικός και ο Robert Hooke (1635 - 1703) άγγλος εφημέριος που ασχολήθηκε με την επιστήμη πειραματικά και θεωρητικά.
[6] Ο Henry More (1614 - 1687) ήταν άγγλος φιλόσοφος και ο Baruch de Spinoza (1632 - 1677) ήταν γερμανός φιλόσοφος που θεωρείται από τους μεγαλύτερους ορθολογιστές του 17ου αιώνα.

Παρατηρείται ότι, περιγράφονται συμπληρωματικές ή αμφίδρομες σχέσεις μεταξύ λογοτεχνίας και μαθηματικών, γίνονται προσπάθειες εύρεσης ομοιοτήτων, πειραματίζονται οι λογοτέχνες στην προσαρμογή μαθηματικών τρόπων σκέψης στην εξιστόρηση των μύθων τους και γενικά κάποιοι από αυτούς αρέσκονται να αφηγούνται μαθηματικά μέσα από τις ιστορίες τους. Μελετώντας τη βιβλιογραφία που έχει συγκεντρωθεί και καταβάλλοντας την προσπάθεια να προσεγγιστεί έμμεσα η σχέση λογοτεχνίας και μαθηματικών, προκύπτουν δύο συμπεράσματα.

Πρώτον, η ανάγκη σύνδεσης των μαθηματικών με τη λογοτεχνία φαίνεται να πηγάζει με ένα φυσικό τρόπο, από την ανάγκη του ανθρώπου να συνδυάσει δύο διαφορετικές εκφράσεις της σκέψης του για να περιγράψει τον κόσμο που ζει. Πιθανόν, η ένταση αυτής της ανάγκης να διαφέρει όπως είναι φυσικό για κάθε άνθρωπο χωριστά. Δεύτερον, η λογοτεχνική γλώσσα σε αντίθεση με τη μαθηματική δείχνει να είναι περισσότερο προσιτή και δεν απευθύνεται σε ειδικό κοινό. Το ΄΄πάντρεμα΄΄ των δύο γλωσσών, φαίνεται να οδηγεί στην κατανόηση μέρους των μαθηματικών ιδεών αποφεύγοντας τις παρανοήσεις, καθώς η λογοτεχνική γλώσσα δημιουργεί ένα φανταστικό και οικείο περιβάλλον στον αναγνώστη που του επιτρέπει να προσεγγίσει τα μαθηματικά με έναν εναλλακτικό τρόπο πέρα από την αυστηρότητα της μαθηματικής γλώσσας. Έτσι, σημαντικά ιστορικά μαθηματικά γεγονότα, μαθηματικές αλήθειες και βιογραφίες μαθηματικών αποτελούν κίνητρο για μαθηματικούς να γίνουν προσιτά σε μη ειδικό κοινό, που αναζητά να βρει τη σχέση που συνδέει τα μαθηματικά με τη ζωή του. Το αποτέλεσμα της σύνδεσης μαθηματικών και λογοτεχνίας, αποτελεί μάλλον, μια από τις μορφές επικοινωνίας μεταξύ των ανθρώπων για την ερμηνεία του κόσμου. Ίσως οι αυξημένες πωλήσεις βιβλίων μαθηματικής λογοτεχνίας στη χώρα μας να επεξήγεται από κάποιους ως μια ευφυή επιχειρηματική σκέψη για την πώληση ενός «πρωτότυπου προϊόντος», η αιτία όμως πιθανόν να βρίσκεται κάπου αλλού….

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Η ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Η προσέγγιση των μαθηματικών μέσα από τη λογοτεχνία όπως αναλύθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, οδήγησε στην ανάγκη καθιέρωσης μιας νέας κατηγορίας βιβλίων που την ονομάσαμε ΄΄μαθηματική λογοτεχνία΄΄. Βιβλία που ανήκουν στην κατηγορία της μαθηματικής λογοτεχνίας παρουσιάζουν αυξημένες πωλήσεις στη χώρα μας. Η ανταπόκριση του αναγνωστικού κοινού σε τέτοιου είδους βιβλία, ώθησε έλληνες εκπαιδευτικούς να δοκιμάσουν νέους τρόπους μάθησης των μαθηματικών στις τάξεις τους, με την πεποίθηση ότι και οι μαθητές τους θα ανταποκριθούν με αυτόν τον τρόπο στη μάθηση των μαθηματικών. Με αφορμή αυτό το γεγονός, θα αναφερθούν σε αυτό το κεφάλαιο διδακτικές ενέργειες και έρευνες με στόχο να διδάξουν τα μαθηματικά μέσα από τη λογοτεχνία, που πραγματοποιήθηκαν από εκπαιδευτικούς της χώρας μας αλλά και σχολείων του εξωτερικού.

Θα γίνει προσπάθεια να διακριθούν οι τάσεις οι οποίες χαρακτηρίζουν αυτές τις ενέργειες. Πρέπει να σημειωθεί ότι συζήτηση για τη μάθηση των μαθηματικών με τη βοήθεια της λογοτεχνίας έχει πραγματοποιηθεί και από το χώρο της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης, με την αξιοποίηση της *Παιδικής Λογοτεχνίας*[7] για τη διδασκαλία των μαθηματικών σε μαθητές Δημοτικού. Κάποιες από τις έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί στο εξωτερικό είναι των Burnett (1997), Cotti (2004) και Kliman (1993). Αντίστοιχες έρευνες της αξιοποίησης της παιδικής λογοτεχνίας για τη διδασκαλία των μαθηματικών που έχουν πραγματοποιηθεί στη χώρα μας είναι των Ανέστη (2005), Μητακίδου (2005) και Παρασχίδη (2007). Παράλληλα, με βάση μια άλλη προοπτική της αξιοποίησης της λογοτεχνίας για τη διδασκαλία των μαθηματικών δημοσιεύονται έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί για τη χρήση των *Μαθηματικών Ιστοριών*[8] στη μάθηση των μαθηματικών στη δευτεροβάθμια

[7] Παιδική Λογοτεχνία ονομάζεται το είδος των λογοτεχνικών βιβλίων που απευθύνεται σε παιδιά, αν και πολλά βιβλία αυτού του είδους τα απολαμβάνουν και ενήλικες.

[8] Σύμφωνα με την Borasi (1990), μια αυθεντική μαθηματική ιστορία είναι αυτή, στην οποία οι μαθηματικές ιδέες είναι αναπόσπαστες με το σκηνικό, τους χαρακτήρες, την πλοκή και το θέμα της ιστορίας, όχι απλά ένα λεκτικό πρόβλημα μασκαρεμένο με μία ιστορία ή μία ιστορία με κάποια υπολογιστικά προβλήματα μέσα.

εκπαίδευση. Κάποιες από αυτές είναι των Borasi (1990, 1998) και Siegel (1996, 1998).

Αργότερα δημοσιεύτηκαν στο εξωτερικό και έρευνες που αφορούν τη χρήση της μαθηματικής λογοτεχνίας στη μάθηση των μαθηματικών στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Αναφέρονται των Sriraman (2003) και Leary (2004). Στον ελληνικό εκπαιδευτικό χώρο πραγματοποιήθηκαν για τον ίδιο σκοπό έρευνες τα τελευταία χρόνια, κάποιες από τις οποίες είναι οι εξής, Μηλιώνη (2005), Κοκκαλίδη (2007) και Κοταρίνου (2007). Σε ένα νέο πλαίσιο μάθησης των μαθηματικών με τη βοήθεια της μαθηματικής λογοτεχνίας, χωρίς να έχουν καθαρά διδακτικό στόχο κινούνται στη χώρα μας τα δύο τελευταία χρόνια, οι *Λέσχες Ανάγνωσης* που έχουν δημιουργηθεί από την ομάδα Θαλής και Φίλοι. Σε συνεργασία με τον οργανισμό Θαλής και Φίλοι, καθηγητές της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης οργανώνουν τακτές συναντήσεις με μαθητές εκτός του ωρολογίου σχολικού προγράμματος, με αντικείμενο συζήτησης την ανάλυση ενός βιβλίου μαθηματικής λογοτεχνίας και σκοπό μια εναλλακτική προσέγγιση των μαθηματικών.

Στόχος αυτού του κεφαλαίου είναι να εξεταστεί υπό ποια μορφή μπορεί να ενταχθεί η μαθηματική λογοτεχνία ως εργαλείο μάθησης των μαθηματικών στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση και για ποιο λόγο. Για το σκοπό αυτό θα μελετηθεί ο χαρακτήρας των ερευνών και των διδακτικών προσεγγίσεων που έχουν πραγματοποιηθεί στο εξωτερικό και στη χώρα μας και αφορούν τη μάθηση των μαθηματικών στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Καθώς επίσης τους γνωστικούς και συναισθηματικούς στόχους που επιτυγχάνουν.

2.1. Η Αξιοποίηση της Μαθηματικής Λογοτεχνίας στο Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών Μαθηματικών και η Σημασία της

Σκοπός αυτής της παραγράφου είναι να τεκμηριωθεί η άποψη ότι, μέσα από την ελληνική και ξένη βιβλιογραφία η μάθηση των μαθηματικών με τη βοήθεια της λογοτεχνίας ή την αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας συμφωνεί με το Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών Μαθηματικών και άρα μπορεί να θεωρηθεί ως μια νέα διδακτική μέθοδος και η μαθηματική λογοτεχνία ως ένα νέο εργαλείο μάθησης. Σύμφωνα με το Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών Μαθηματικών (Ε.Π.Π.Σ.,

1997), το πρόγραμμα σπουδών πρέπει να παρέχει την ευκαιρία στους μαθητές να κατανοήσουν μαθηματικά μοντέλα, δομές και προσομοιώσεις που βρίσκουν εφαρμογή σε εξω-μαθηματικές περιοχές (σελ.3). Αναφέροντας εξω-μαθηματικές περιοχές το Ε.Π.Π.Σ. εννοεί τον χώρο της τεχνολογίας και τη χρήση συγκεκριμένα των νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση. Παρόλα αυτά θα μπορούσε να γίνει μια επέκταση του όρου εξω-μαθηματικά και να ενταχθεί και η μαθηματική λογοτεχνία. Ποιοι είναι όμως οι στόχοι του Ε.Π.Π.Σ.; Παρακάτω, κάποιοι από τους γενικούς στόχους της Μαθηματικής Εκπαίδευσης αναλύονται με βάση τις εξής διαστάσεις:

- τη μαθηματική διάσταση
- τη γλωσσική διάσταση
- την εφαρμοσιμότητα και πρακτική χρήση
- τη μαθηματική δομή
- τη δυναμική διάσταση
- τη διάσταση των στάσεων των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά.[9](σελ.4)

Μένει να εξεταστεί λοιπόν, εάν η μαθηματική λογοτεχνία ως μαθησιακό εργαλείο, ικανοποιεί τους παραπάνω στόχους.

Αξίζει σε αυτό το σημείο να αναφερθούν και κάποιοι από τους γενικούς σκοπούς της διδασκαλίας των μαθηματικών συγκεκριμένα, στο Λύκειο οι οποίοι σύμφωνα με το Ε.Π.Π.Σ. είναι ότι, οι μαθητές θα πρέπει:

- Να είναι ικανοί να αναπτύσσουν και να συσχετίζουν ιδέες, να διαμορφώνουν ένα σχέδιο διαπραγμάτευσης και να ακολουθούν κατάλληλες στρατηγικές όταν αντιμετωπίζουν μια μη οικεία κατάσταση.
- Να καλλιεργούν τη ΄΄μαθηματική τους σκέψη και την κριτική τους ικανότητα΄΄.
- Να γνωρίσουν τις ποικίλες εφαρμογές των Μαθηματικών.
- Να εκτιμήσουν την αισθητική και ιστορική συνιστώσα των μαθηματικών.
- Να είναι ικανοί να εκφράζουν τις ιδέες τους με τη γλώσσα και τις δυνατότητες των Μαθηματικών, προφορικά και γραπτά. (σελ.28)

Επομένως, θα διερευνηθεί στα αποτελέσματα των ερευνών, που έχουν διεξαχθεί σε μαθητές σχολείων και επιχειρούν τη διδασκαλία των μαθηματικών με τη βοήθεια της λογοτεχνίας, εάν επιτυγχάνονται αυτοί οι στόχοι. Εάν οι στόχοι φαίνεται ότι

[9] Αναφέρουμε τις διαστάσεις που μας ενδιαφέρουν.

επιτυγχάνουν σημαίνει ότι μπορούμε να μιλάμε για μια καινοτόμο διδακτική διαδικασία.

Οι στόχοι της μαθηματικής εκπαίδευσης όσον αφορά τη μαθηματική διάσταση, αποσκοπούν στην απόκτηση των βασικών μαθηματικών γνώσεων και ενός επιστημονικού τρόπου σκέψης από τους μαθητές. Οι έρευνες που διεξάχθηκαν από τους Sriraman (2004) και Leary (2004), φαίνεται να ικανοποιούν αυτόν τον στόχο. Σύμφωνα με τον Sriraman (2003), οι έννοιες που παρουσιάζονταν στο λογοτεχνικό βιβλίο που χρησιμοποίησε στην τάξη, έκθεσε τους μαθητές σε ανώτερες μαθηματικές έννοιες όπως η διάσταση. Αυτό δημιούργησε το κατάλληλο σκηνικό για εκείνον για να τους εισάγει σε διευρυμένες μαθηματικές έννοιες όπως τα όρια, οι μη- ευκλείδειες γεωμετρίες κ.α. Οι μαθητές καθώς χρησιμοποιούσαν τη φαντασία τους επιχειρηματολογούσαν μεταξύ τους (σελ.30-31). Η Leary (2004) με αφορμή έρευνες τις οποίες καταγράφει στην εργασία της, υποστηρίζει ότι μέσα από την αφήγηση ιστοριών οι μαθητές συζήτησαν μαθηματικές έννοιες και ανέπτυξαν έναν αρχικό αλγεβρικό συλλογισμό (σελ.15-16).

Η γλωσσική διάσταση των στόχων του Ε.Π.Π.Σ. περιλαμβάνει την απόκτηση της ικανότητας των μαθητών να μπορούν να διαβάζουν, να κατανοούν και να μπορούν να χρησιμοποιούν τη μαθηματική γλώσσα. Αυτός ο στόχος φαίνεται να επιτυγχάνεται μέσα από τις έρευνες των Ανέστη (2005), Borasi (1998), Kliman (1993) και Μητακίδου (2005). Η Μητακίδου (2005) υποστηρίζει ότι, μέσα από το πρόγραμμα «*Διδάσκοντας γλώσσα και μαθηματικά με λογοτεχνία*» που πραγματοποιήθηκε σε ένα διαπολιτισμικό σχολείο[10], η εκπαιδευτικός χρησιμοποιώντας τη σωστή μαθηματική ορολογία ώθησε τους μαθητές να επεκτείνουν τη χρήση της γλώσσας και των μαθηματικών (σελ.167). Η Kliman (1993), θεωρεί ότι μέσα από τη δραστηριότητα που πραγματοποιήθηκε στην τάξη οι μαθητές βρήκαν διαδικασίες για να εκφράζουν τη σκέψη τους με τη χρήση μαθηματικών όρων καθώς υποστήριζαν τα αποτελέσματα των υπολογισμών τους (σελ.321). Σημειώνεται ότι στην τάξη της Kliman (1993), χρησιμοποιήθηκε το παραμύθι, *Τα Ταξίδια του Γκιούλιβερ*, με σκοπό να μάθουν οι μαθητές να χρησιμοποιούν τις μονάδες μέτρησης, την κλίμακα και να μπορούν να συγκρίνουν μεγέθη. Η Borasi (1998) μέσα από τις έρευνες που πραγματοποίησε με τη

[10] Σχολεία διαμορφωμένα για την εκπαίδευση τσιγγανόπαιδων και παιδιών μεταναστών.

χρήση ιστοριών στην τάξη των μαθηματικών, συμπεραίνει ότι οι μαθητές εξοικειώθηκαν με τη μαθηματική ορολογία και συγκεκριμένα κατέληξε ότι, οι μαθητές με τη χρήση κατάλληλων στρατηγικών, όταν διαβάζουν κείμενα που έχουν σχέση με τα μαθηματικά μπορούν να βρούνε το νόημα των κειμένων και να συζητούν τις διάφορες ερμηνείες που προκύπτουν με τους συμμαθητές τους (σελ.296-297). Τέλος η Ανέστη (2005) καταλήγει στο τέλος της έρευνας ότι οι μαθητές χρησιμοποίησαν τα μαθηματικά ως μέσο έκφρασης της σκέψης τους (σελ.266-267).

Η εφαρμοσιμότητα των μαθηματικών στην καθημερινή ζωή έγινε κατανοητή από τους μαθητές σύμφωνα με τις Burnett (1997) και Kliman (1993). Τα παιδιά που μετείχαν στις δύο έρευνες συνέδεαν τα μαθηματικά με την καθημερινή τους στο σπίτι ή καθώς έπαιζαν (Burnett (1997) σελ.47; Kliman (1993), σελ.318). Όσο αφορά τη μαθηματική δομή ως διάσταση εκπαιδευτικού στόχου το Ε.Π.Π.Σ., εννοεί να μπορούν οι μαθητές να ανακαλύπτουν κοινές αρχές, σχέσεις και ιδιότητες μαθηματικών αντικειμένων. Καθώς και να μπορούν να αιτιολογούν τη πορεία επίλυσης προβλημάτων.

Οι Kliman (1993), Siegel (1996) και Sriraman (2003, 2004) καταλήγουν μέσα από τα αποτελέσματα των δικών τους ή άλλων ερευνών, ότι οι μαθητές με τη βοήθεια της λογοτεχνίας προσέγγισαν παραδείγματα της δομής των μαθηματικών. Οι μαθητές της Kliman (1993) με κίνητρο να κατανοήσουν τον κόσμο του *Γκιούλιβερ* βρήκαν σχέσεις αναλογίας που συνέδεαν τις διαστάσεις αντικειμένων όπως εμφανίζονται στην ιστορία και των πραγματικών τους διαστάσεων και στη συνέχεια, με τη βοήθεια χειραπτικού υλικού κατάφεραν να τα αναπαραστήσουν μέσα στην τάξη (σελ.319). Οι μαθητές του Sriraman προσπαθώντας να αποκωδικοποιήσουν τα κρυπτογραφημένα μηνύματα του συγγραφέα και να κατανοήσουν διάσημα μαθηματικά προβλήματα που αυτός ανέφερε, θα έλεγε κανείς ότι άρχισαν να ανακαλύπτουν ίχνη της μαθηματικής δομής (σελ.19). Επιπλέον, η Siegel (1996) υποστηρίζει ότι κατά τη διάρκεια της έρευνας οι μαθητές είχαν την ευκαιρία να κατανοήσουν τεχνικές μαθηματικές διαδικασίες και στρατηγικές επίλυσης προβλήματος (σελ.90).

Στη συνέχεια, οι Ανέστη(2005), Κοταρίνου, (2007), Sriraman, (2003, 2004) και Siegel (1998) υποστηρίζουν ότι με τη βοήθεια της λογοτεχνίας ή της αφήγησης ιστοριών οι μαθητές τους κατάφεραν να θέσουν τα μαθηματικά σε ένα πλαίσιο

γεμάτο νόημα, να έρθουν σε επαφή με την ιστορική εξέλιξη των μαθηματικών, να κατανοήσουν τη σημασία των μαθηματικών και έτσι να γνωρίσουν τη δυναμική τους διάσταση (Ανέστη, 2005, σελ.266; Κοταρίνου, 2007, σελ.213; Siegel, 1996, σελ.90; Sriraman, 2004, σελ.23).

Τέλος, τέτοιου είδους διδακτικές παρεμβάσεις δείχνουν να επηρεάζουν τις στάσεις των μαθητών για τα μαθηματικά (Burnett, 1997; Κοταρίνου, 2007; Leary, 2004; Μηλιώνης, 2006; Μητακίδου & Τρέσσου, 2005; Sriraman, 2004). Η Burnett(1997) δηλώνει ότι κατά κάποιο τρόπο ελαττώθηκε το άγχος των μαθητών για τα μαθηματικά (σελ.47). Ενώ, η Leary (2004) συμπεραίνει ότι με την αφήγηση ιστοριών αναπτύχθηκε η εκτίμηση και τα κίνητρα των μαθητών, καθώς πριν είχαν αρνητικές στάσεις για τα μαθηματικά (σελ.16). Η Μητακίδου (2005) από την άλλη, υποστηρίζει ότι η εκπαιδευτικός πέτυχε σε μεγάλο βαθμό να αυξήσει τις προσδοκίες της για τα παιδιά, δείχνοντας με τη στάση της ότι όλα τα παιδιά μπορούν και πρέπει να μάθουν, ότι όλα τα παιδιά έχουν να πουν κάτι που αξίζει (σελ.167). Ο Μηλιώνης (2006) μέσα από την έρευνα που πραγματοποίησε καταλήγει ότι με τη βοήθεια της λογοτεχνίας τα παιδιά άρχισαν να αντιλαμβάνονται τα μαθηματικά ως πιο ευχάριστα (σελ.) και η Κοταρίνου (2007) ότι τα παιδιά διαμόρφωσαν θετικές στάσεις απέναντι στα μαθηματικά (σελ.212-213).

Επιπλέον, από έρευνες που πραγματοποιήθηκαν σε μαθητές σχολείων πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, συμπεραίνουμε ότι με αφορμή το λογοτεχνικό κείμενο ή την αφήγηση μιας ιστορίας:

- Δημιουργήθηκε ένα κλίμα διαπραγμάτευσης μαθηματικών ιδεών, όπου οι μαθητές συζητούσαν και διατύπωναν τους ισχυρισμούς τους. (Borasi, 1990, σελ.188; Kliman, 1993, σελ.321; Μητακίδου, 2005, σελ.131; Siegel, 1996, σελ.92; Sriraman, 2004, σελ.27)
- Μέσα από την επιχειρηματολογία οι μαθητές καλλιέργησαν την κριτική σκέψη. (Sriraman, 2004, σελ.26)
- Οι μαθητές συνέδεσαν τα μαθηματικά με λύσεις προβλημάτων της καθημερινής τους ζωής. (Burnett, 1997, σελ.47)
- Οι μαθητές εντάξανε τα μαθηματικά στο ιστορικό τους πλαίσιο. (Κοταρίνου, 2007, σελ.213)
- Οι μαθητές επιχείρησαν να εκφράσουν τις απόψεις τους χρησιμοποιώντας τη

γλώσσα και τη μαθηματική ορολογία προφορικά και γραπτά. (Ανέστη, 2005, σελ.267; Μητακίδου, 2005, σελ.131,167)

Συμπεραίνεται μέσα από τις έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί ότι η χρήση της λογοτεχνίας στη διδακτική των μαθηματικών φαίνεται να μην είναι ουτοπική αλλά να ικανοποιεί τους στόχους του προγράμματος σπουδών για τη μάθηση των μαθηματικών και θα μπορούσε να αντιμετωπιστεί ως ένα νέο μαθησιακό εργαλείο. Στην επόμενη παράγραφο θα γίνει προσπάθεια να διακριθούν κοινά χαρακτηριστικά των διδακτικών δραστηριοτήτων που οργανώθηκαν με βάση την αξιοποίηση της λογοτεχνίας ή της μαθηματικής λογοτεχνίας σε σχολεία και των διδακτικών προτάσεων από ερευνητές της διδακτικής των μαθηματικών, ως προς τον τρόπο υλοποίησης τους, τους εκπαιδευτικούς τους στόχους και τα αποτελέσματα που προκύπτουν από αυτές.

2.2. Επικρατούσες Τάσεις αξιοποίησης της λογοτεχνίας στην τάξη των μαθηματικών

2.2.1. Διαθεματική /Διεπιστημονική

Μέσα από τη βιβλιογραφία που έχει συλλεχθεί διαπιστώνεται ότι έχουν δημοσιευτεί αρκετές διδακτικές προτάσεις της αξιοποίησης της λογοτεχνίας για τη μάθηση των μαθηματικών οι οποίες φαίνεται να έχουν κυρίως διαθεματικό ή διεπιστημονικό χαρακτήρα. Αναφερόμαστε στις Ανέστη (2005), Burnett (1997), Γιαννικοπούλου (2002), Kliman (1993), Koehler (1982), Κοταρίνου (2007), Leary (2004) και Μητακίδου (2005). Όμως, σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφερθεί τι είναι ο διαθεματικός χαρακτήρας και ποια είναι η έννοια της διαθεματικότητας ή διεπιστημονικότητας στην εκπαίδευση. Ο όρος «διαθεματικότητα» χρησιμοποιείται ποικιλοτρόπως ως έννοια, ως μεθοδολογία, ως διαδικασία, ως τρόπος γνώσης ή ακόμα ως φιλοσοφική στάση (Τζεφρίου, 2004, σελ.22). Με βάση την Τζεφρίου (2004), ο Klein (1990) ορίζει ως *διαθεματική προσέγγιση* (interdisciplinary) τη σύνθεση δύο ή περισσότερων γνωστικών αντικειμένων, που δημιουργούν ένα καινούργιο επίπεδο διαλόγου και ενότητας της γνώσης (σελ.18). Ο όρος *ενοποιημένη* (intergrated) επιστήμη χρησιμοποιείται συχνά ως συνώνυμο για τη *διεπιστημονική* (interdisciplinary) και *ενιαία* (unified) επιστήμη, αν και μερικοί συγγραφείς

διακρίνουν τις αποχρώσεις μεταξύ αυτών (σελ.20). Επομένως, συναντώντας στην αγγλική βιβλιογραφία τους όρους interdisciplinary, intergrated και unified θεωρήθηκε ότι η δραστηριότητα που περιγράφεται από τους συγγραφείς στοχεύει στη διαθεματικότητα.

Ποιος είναι όμως ο ρόλος της διαθεματικότητας στο Ε.Π.Π.Σ.; Για να απαντηθεί αυτό το ερώτημα το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο έχει εκδώσει το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ., 2002) σύμφωνα με το οποίο, εισάγεται η διαθεματική προσέγγιση της γνώσης. Η καινοτόμος αυτή προσπάθεια προωθεί τη διασύνδεση γνωστικών αντικειμένων μέσα από κατάλληλες προεκτάσεις των διδασκόμενων θεμάτων και επιχειρεί διερευνητικές και ολιστικές διδακτικές προσεγγίσεις διδασκαλίας με σκοπό την αναβάθμιση της ποιότητας της παιδείας (σελ.1). Ο σχεδιασμός διαθεματικών δραστηριοτήτων μπορεί να γίνει είτε εντός του γνωστικού αντικειμένου των μαθηματικών είτε με σύνδεση από συναφή επιστημονικά πεδία όπου υπάρχουν συγκεκριμένες έννοιες (Τζεφρίου, 2004, σελ.84). Μαθήματα που θα μπορούσαν να συνεργαστούν είναι: Μαθηματικά, Φυσική, Λογοτεχνία, Χημεία, Αισθητική Αγωγή, Τεχνολογία, Πληροφορική κ.α. (Τζεφρίου, 2004, σελ.84). Τα νέα σχολικά βιβλία του οργανισμού για το Γυμνάσιο (2007), στηρίζουν τη διαθεματικότητα. Μάλιστα, στο *Βιβλίο του Καθηγητή* της Α΄ Γυμνασίου (2007), υποστηρίζεται η άποψη,

> *΄΄Η Διαθεματικότητα μπορεί να αποτελέσει τη γέφυρα για τη σύνδεση των Μαθηματικών με τον πραγματικό κόσμο, αφού αυτός συνιστά και την αναφορά και συμπυκνώνει την ουσία. Για τα Μαθηματικά η διαδικασία μέσω της οποίας παράγονται τα αποτελέσματα θα πρέπει να είναι εμπλουτισμένη με διαθεματικές προσεγγίσεις, ώστε αρχικά να αποκτούν περιεχόμενο οι έννοιες και στη συνέχεια, μέσω συνδέσεων, το απαιτούμενο βάθος (αλλά και την εφαρμοσιμότητα) κάθε φορά. Αυτές οι συνδέσεις διευκολύνονται μέσα από τον προσδιορισμό ορισμένων θεμελιωδών εννοιών των διαφόρων μαθημάτων.΄΄* (σελ.15)

Συμπεραίνεται από τα παραπάνω ότι η συνεργασία των Μαθηματικών με τη Λογοτεχνία μέσα από κατάλληλες διδακτικές προεκτάσεις μπορεί να δημιουργήσει μια διαθεματική δραστηριότητα. με σκοπό μια ολιστική διδακτική προσέγγιση.

Επομένως, η αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας στην τάξη των μαθηματικών όπως παρουσιάζεται στις παρακάτω δραστηριότητες χαρακτηρίζεται ως διαθεματική προσέγγιση της μαθηματικής γνώσης. Θα γίνει αναφορά στη συνέχεια σε παραδείγματα διαθεματικών προσεγγίσεων της διδασκαλίας των μαθηματικών με την ενοποίηση της λογοτεχνίας, που προτείνονται για το δημοτικό με τη βοήθεια της παιδικής λογοτεχνίας ή για το γυμνάσιο και λύκειο με τη βοήθεια της μαθηματικής λογοτεχνίας.

Ο Koehler (1982) προτείνει τη δημιουργία ενός φιλόδοξου *project*, όπως το ονομάζει πάνω στα μαθηματικά και τη λογοτεχνία όπου ο μαθητής θα μπορεί να ανακαλύψει διαφορετικές οπτικές και από τα δύο μαθήματα. Παρακολουθώντας το πώς μη μαθηματικά συμπεράσματα προκύπτουν από μαθηματικές ιδέες, οι μαθητές μπορούν να αποκτήσουν νέες και ενδιαφέρουσες αντιλήψεις για τα μαθηματικά. Καθώς επίσης, μπορούν να διακρίνουν το πώς αντιμετωπίζουν τα μαθηματικά οι συγγραφείς. Περικλείοντας στο μάθημα μία ή περισσότερες βιογραφίες ή αυτοβιογραφίες των μαθηματικών οι μαθητές μπορούν να είναι ενήμεροι της ζωής διάσημων μαθηματικών και του περιβάλλοντος στο οποίο δούλευαν. Υπάρχουν πολλές προσεγγίσεις για να εισαχθούν οι μαθητές στα μαθηματικά και τη λογοτεχνία. Όποια προσέγγιση και να είναι όμως, οι μαθητές δείχνουν να το απολαμβάνουν και να βρίσκουν και δικούς τους τρόπους ενσωμάτωσης των μαθηματικών με τη λογοτεχνία (σελ.94).

Η Kliman (1993) πραγματοποίησε δραστηριότητα ενσωμάτωσης των μαθηματικών με τη λογοτεχνία σε μια τάξη της τετάρτης δημοτικού. Η δραστηριότητα βασίζονταν στο εκπαιδευτικό πρόγραμμα, *My Travels with Gulliver* που είχε λάβει χώρα σε πολλά τμήματα της τετάρτης δημοτικού και αποτελούσε μια διαθεματική διδακτική ενότητα. Κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας η δασκάλα της τάξης διάβαζε αποσπάσματα από το βιβλίο *Τα ταξίδια του Γκιούλιβερ* και έκανε ερωτήσεις στα παιδιά για το μέγεθος των αντικειμένων και των γιγάντων που εμφανίζονται στην ιστορία. Με αυτό τον τρόπο τα κινητοποιούσε να συζητήσουν μεταξύ τους και να αναπαραστήσουν ζωγραφίζοντας κάποια από τα αντικείμενα. Έτσι κατάφερε να οδηγήσει τα παιδιά να έρθουν σε επαφή με τις μονάδες μέτρησης των διαστάσεων των αντικειμένων, να κάνουν συγκρίσεις μεγεθών, να χρησιμοποιήσουν κλίμακες, λόγους και αναλογίες καθώς προσπαθούσαν να εξερευνήσουν τον κόσμο της ιστορίας

και να ΄΄πλησιάσουν΄΄ τους χαρακτήρες. Επίσης, τους παρακίνησε γυρνώντας από το σχολείο στο σπίτι να προσπαθήσουν να προσομοιώσουν αντικείμενα του σπιτιού και της καθημερινότητας τους στον κόσμο του ήρωα. Στο τέλος τους ζητήθηκε να σχεδιάσουν κάποια από τα γιγάντια αντικείμενα που τους ενδιέφεραν από την ιστορία και να αφηγηθούν φανταστικές ιστορίες από υποτιθέμενες προσωπικές τους περιπέτειες στον κόσμο αυτό. Αυτή η διαθεματική διδακτική ενότητα αποσκοπούσε στα μαθηματικά και τη λογοτεχνία ταυτόχρονα. Μέσα από τα μαθηματικά οι μαθητές μπόρεσαν να αντιληφθούν και να αναπαραστήσουν στο μυαλό τους ένα χώρο από γιγάντια αντικείμενα και μιμούμενοι τον ήρωα να αφηγηθούν τις δικές τους φανταστικές ιστορίες.

Οι Burnett και Wichman (1997) για να γεφυρώσουν το χάσμα των σχολικών μαθηματικών με την καθημερινή ζωή οργάνωσαν ένα διαθεματικό πρόγραμμα, μαθηματικών και λογοτεχνίας, που αξιοποιεί τη φυσική περιέργεια για τα μαθηματικά μέσα από την παιδική λογοτεχνία. Το πρόγραμμα πραγματοποιήθηκε σε 1785 μαθητές δευτέρας τάξης του δημοτικού και η έρευνα αξιολόγησης του περιελάμβανε, τεστ αξιολόγησης των μαθητών, τις παρατηρήσεις των δασκάλων, συμβούλια μεταξύ ερευνητών και δασκάλων, πραγματοποίηση ερευνών στους μαθητές και στους γονείς τους όπως συνεντεύξεις και ερωτηματολόγια. Επίσης, δόθηκαν στους μαθητές διερευνητικά ερωτηματολόγια να συμπληρωθούν πριν και μετά την έρευνα (pre and post inventory tests). Ένας επιπλέον λόγος για τον οποίο πραγματοποιήθηκε το πρόγραμμα είναι το μαθηματικό άγχος των μαθητών το οποίο πιθανόν, αποκτούν από τους δασκάλους ή τους γονείς. Τα ερωτηματολόγια που συμπληρώθηκαν από τους μαθητές μετά την έρευνα (post inventory tests) δείχνουν ότι με την ενοποίηση των μαθηματικών με την παιδική λογοτεχνία, παρουσιάζεται μια μείωση του μαθηματικού άγχους των μαθητών και μια αύξηση της ικανότητας τους να επιλύουν προβλήματα που ανταποκρίνονται σε πραγματικές καταστάσεις. Το πρόγραμμα περιελάμβανε μαθηματικά παιχνίδια, παιχνίδια στον ηλεκτρονικό υπολογιστή, ενότητες με θέμα τα μαθηματικά στην πραγματική ζωή και μαθηματικούς χειρισμούς, οι οποίες συνδυάζονταν με τη συνεργασία των γονιών στο σπίτι. Για τους σκοπούς αυτών των δραστηριοτήτων χρησιμοποιήθηκε μια λίστα 29 λογοτεχνικών κειμένων στην οποία βασίστηκε το μάθημα των μαθηματικών.

Μια διαθεματική προσέγγιση της συνεργασίας των μαθηματικών με τη λογοτεχνία για τη διδασκαλία αμφότερων προτείνει η Γιαννικοπούλου (2002) στην εργασία της *Λογοτεχνία και Μαθηματικά.* Πιστεύει στην προσφορά της λογοτεχνίας στην τάξη υποστηρίζοντας ότι, η ιστορία λειτουργεί ως κίνητρο ενασχόλησης και ως προβληματική κατάσταση, η ιστορία διατηρεί το ενδιαφέρον των μαθητών και τέλος, δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να εμπλακούν συναισθηματικά και να αντιληφθούν την ανθρώπινη διάσταση των μαθηματικών (σελ.83-84). Παρόλα αυτά, υποστηρίζει ότι η χρήση της λογοτεχνίας για διδακτικούς σκοπούς δεν πρέπει να παραβλέπει τον πρωταρχικό ρόλο της λογοτεχνίας στην τάξη και να ισοπεδώνει το λογοτεχνικό κομμάτι για χάρη της μαθηματικής γνώσης. Χαρακτηριστικά λέει, *΄΄…ο βασικότερος κίνδυνος που ελλοχεύει σε όλα αυτά είναι ο φόβος της χρήσης της λογοτεχνίας για σκοπούς ανεξάρτητους της αισθητικής απόλαυσης και η χρησιμοποίηση της ως μέσου απόκτησης επιστημονικών και άλλων γνώσεων.΄΄* (σελ.92) Λίγο παρακάτω συνεχίζει και σχολιάζει ποιος ακριβώς θα έπρεπε να είναι ο ρόλος του εκπαιδευτικού σε μια τέτοια δραστηριότητα, *΄΄….ο εκπαιδευτικός είναι έτοιμος να σχολιάσει, να πειραματιστεί, να συζητήσει με τα παιδιά τους μαθηματικούς προβληματισμούς που κυοφορεί το ίδιο το βιβλίο. Ταλέντο του διδάσκοντος είναι, καθώς διαβάζει μια ιστορία να εντοπίσει τις κατάλληλες διδακτικές στιγμές και να σκύψει πάνω στις «μαθηματικές» απορίες των παιδιών.΄΄* (σελ.92) Η συγγραφέας θεωρεί ότι για να έχει αποτέλεσμα μια διαθεματική προσέγγιση θα πρέπει να γίνει κατάλληλη επιλογή του βιβλίου ώστε να έχει ταυτόχρονα λογοτεχνικό και μαθηματικό ενδιαφέρον. Έτσι ο εκπαιδευτικός να μπορεί να δημιουργήσει με τους μαθητές ένα περιβάλλον συζήτησης.

Η Leary (2004) για την αντιμετώπιση της χαμηλής επίδοσης των μαθητών στα μαθηματικά σε σχολεία της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης των Η.Π.Α. (Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής) προτείνει την αξιοποίηση της λογοτεχνίας. Μάλιστα, προτείνει τρόπους αξιοποίησης της μαθηματικής λογοτεχνίας στην τάξη, κάποιοι από τους οποίους είναι: ανάγνωση από τους μαθητές αποσπάσματος της μαθηματικής λογοτεχνίας και έπειτα συζήτηση πάνω σε αυτό που να συμμετέχουν όλοι οι μαθητές, συζητήσεις σε ομάδες τεσσάρων με πέντε μαθητών όπου ένας μαθητής διαβάζει και οι άλλοι του θέτουν ερωτήματα, να διαβαστεί ένα λογοτεχνικό κείμενο σαν περιεχόμενο ενός μαθηματικού προβλήματος και να εφαρμοστεί από τον/ την καθηγητή/τρια η σωκρατική μέθοδος, να διαβαστεί ως μυθιστόρημα δράσης με

μαθηματικό θέμα με σκοπό να αλλάξει η εικόνα των μαθητών για τα μαθηματικά και να γίνουν πιο προσιτά, να διαβαστεί μια μαθηματική ιστορία η οποία να ανάγεται σε ένα πρόβλημα όπου μαθητές με γονείς να συζητούν σε ομάδες προσπαθώντας να επιλύσουν το πρόβλημα.

Η Leary (2004) ισχυρίζεται ότι αυτός ο τρόπος διδασκαλίας των μαθηματικών είναι σημαντικός διότι, διεγείρει το ενδιαφέρον των μαθητών για μαθηματικά περιεχόμενα, αυξάνει τις ικανότητες των μαθητών σε διαδικασίες λύσης προβλήματος και τους βοηθάει στη μεταξύ τους επικοινωνία για τα μαθηματικά (σελ.11). Παρακάτω μας εξηγεί τον ισχυρισμό της. Στην παιδική λογοτεχνία που σχετίζεται με τα μαθηματικά, αυτό πετυχαίνεται γιατί σύμφωνα με τους Within και Wilde (1992) -όπως αναφέρει η Leary (2004)- η παιδική λογοτεχνία, παρέχει ένα περιεχόμενο γεμάτο νόημα για τα μαθηματικά, αντιμετωπίζει τα μαθηματικά σαν γλώσσα, εξηγεί ότι τα μαθηματικά αναπτύσσονται μέσα από την ανθρώπινη εμπειρία, περιέχει την αισθητική διάσταση του αριθμού, αναμειγνύει τα μαθηματικά με άλλες περιοχές του αναλυτικού προγράμματος, κ.α. (σελ.9). Όσον αφορά τη μαθηματική λογοτεχνία για να έχουμε τα αντίστοιχα αποτελέσματα με την παιδική, θεωρεί ότι σε ένα κείμενο μαθηματικής λογοτεχνίας πρέπει οι μαθηματικές έννοιες να παρουσιάζονται και να προκύπτουν με ένα φυσικό τρόπο στο κείμενο. Η κατάλληλη χρήση της μαθηματικής λογοτεχνίας είναι ο μαθητής να ανακαλύπτει μόνος του τα μαθηματικά που εμφανίζονται στο κείμενο και να προσπαθεί να κατανοεί κομμάτι αυτών που τον ενδιαφέρουν. Με αυτόν τον τρόπο λοιπόν, οι μαθητές εντυπωσιάζονται από την γνώση των μαθηματικών και αυξάνουν τις ικανότητες τους στη Λύση Προβλήματος καθώς και στις επικοινωνιακές τους σχέσεις (σελ.14-15). Η Leary (2004) ουσιαστικά προτείνει για την αντιμετώπιση των χαμηλών επιδόσεων των μαθητών στα μαθηματικά, τον σχεδιασμό διαθεματικών δραστηριοτήτων όπου ενοποιούνται η λογοτεχνία με τα μαθηματικά με σκοπό τη μαθηματική γνώση. Για αυτό το σκοπό θεωρεί κατάλληλη την αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας στη τάξη των μαθηματικών.

Οι Μητακίδου και Τρέσσου (2005) στο βιβλίο *Διδάσκοντας Γλώσσα και Μαθηματικά με Λογοτεχνία* περιγράφουν την έρευνα που πραγματοποίησαν σε μια τάξη

υποδοχής[11] στην Θεσσαλονίκη σε συνεργασία με την εκπαιδευτικό της τάξης. Στην έρευνα βασίστηκαν για τη διδασκαλία της ελληνικής γλώσσας και πρωταρχικών εννοιών των μαθηματικών στα εξής δύο παραμύθια, *Ο Αλή Μπαμπάς και οι σαράντα κλέφτες* και *Σαράντα Γιάννηδες*. Η έρευνα βασίζεται πάνω στην έννοια της διαθεματικότητας και ΄΄παντρεύει΄΄ τη Γλώσσα με τα Μαθηματικά. Βλέπουμε ότι η λογοτεχνία εδώ δεν επιδρά σαν το ένα μάθημα της διεπιστημονικής εκπαίδευσης αλλά λειτουργεί ως μέσο για τη διδασκαλία δύο άλλων. Η εκπαιδευτικός σε συνεργασία με τις ερευνήτριες χώρισε το κάθε παραμύθι σε ενότητες και όρισε διδακτικούς στόχους για την κάθε ενότητα. Στο μάθημα αφηγούταν η ίδια την κάθε ενότητα του παραμυθιού και στη συνέχεια διαμόρφωνε ένα κλίμα διαπραγμάτευσης θέτοντας ερωτήσεις στους μαθητές. Τα παιδιά προσπαθώντας να εκφραστούν άρχισαν να χρησιμοποιούν την ελληνική και τη μαθηματική γλώσσα. Κατά τη διάρκεια των συζητήσεων τα παιδιά πραγματοποίησαν μαθηματικούς υπολογισμούς και επέλυσαν προβλήματα με τη βοήθεια του μαθηματικού συλλογισμού. Στο τέλος, της επεξεργασίας του κάθε παραμυθιού τα παιδιά κλήθηκαν να διασκευάσουν το παραμύθι σύμφωνα με τη δική τους φαντασία. Η επιλογή του παραμυθιού ως είδος λογοτεχνικού κειμένου έγινε λόγω του οικουμενικού του χαρακτήρα και της δυνατότητας να επικοινωνήσουν παιδιά με διαφορετικά πολιτισμικά χαρακτηριστικά. Οι ερευνήτριες συμπεραίνουν ότι η εφαρμογή του προγράμματος έδειξε ότι, όταν εκπαιδευτικός και παιδιά συνδιαμορφώνουν τον πολιτισμό της τάξης μέσα από συνεχή διαπραγμάτευση νοημάτων και γόνιμη αλληλεπίδραση, τότε ο τρόπος και οι πρακτικές προκύπτουν ως αποτέλεσμα ισότιμης συμμετοχής στη μαθησιακή διαδικασία (σελ.167).

Οι Ανέστη και Τριανταφυλλίδης (2005) πραγματοποίησαν μια έρευνα σε δύο τάξεις της πρώτης δημοτικού με στόχο την διερεύνηση της λογοτεχνίας στο μάθημα των μαθηματικών. Το λογοτεχνικό κείμενο που χρησιμοποίησαν ήταν το έργο του Ευγένιου Τριβιζά, *Η Φιφή και η Φωφώ*, το οποίο το διαμορφώσανε κατάλληλα για τις ανάγκες της έρευνας. Τα παιδιά κατά τη διάρκεια της αφήγησης της ιστορίας προσπαθώντας να απαριθμήσουν τα αντικείμενα που έφαγαν οι δύο φάλαινες Φιφή και Φωφώ, έρχονται σε επαφή με τις μαθηματικές πράξεις. Δουλεύουνε σε ζευγάρια

[11] Οι τάξεις υποδοχής δημιουργήθηκαν στα πλαίσια της διαπολιτισμικής αγωγής για την ένταξη παιδιών γλωσσικών και πολιτισμικών μειονοτήτων στη χώρα μας. Το μάθημα σε αυτές τις τάξεις διαρκεί δύο με τρεις ώρες την ημέρα και φιλοξενεί παιδιά διαφόρων ηλικιών για ένα, δύο έως και τρία χρόνια ανάλογα με τον χρόνο ομαλής ένταξης τους.

και διαθέτουν χειραπτικό υλικό για να αναπαραστήσουν τις δύο φάλαινες και τα αντικείμενα που τρώνε. Η παρέμβαση διάρκεσε τρεις διδακτικές ώρες με την παρουσία τεσσάρων ερευνητών που υπέβαλλαν ερωτήσεις στα ζευγάρια. Η παραπάνω έρευνα βασίζεται σε μια διαθεματική διδακτική παρέμβαση που ενοποιεί τα μαθηματικά με τη λογοτεχνία και μάλιστα με την παιδική λογοτεχνία.

Ο Τριανταφυλλίδης (2006) υλοποίησε μια επιπλέον διαθεματική έρευνα που συνέδεε τα μαθηματικά με την ποίηση. Οι μαθητές που πήραν μέρος στην έρευνα ήταν της Γ΄, Δ΄ και Ε΄ τάξης του δημοτικού και ήταν αλβανικής καταγωγής. Ο ερευνητής ζήτησε από τους μαθητές να γράψουν ποιήματα, με θέματα από τα μαθηματικά, όπως για παράδειγμα ένα ποίημα με τίτλο, *΄΄Ο κύριος Πολλαπλασιασμός και η κυρία Διαίρεση΄΄*. Μέσα από τα ποιήματα των μαθητών ο ερευνητής διερεύνησε την αντίληψη που έχουν οι μαθητές για τις μαθηματικές πράξεις και για τις πρακτικές που ακολουθούνται στη διδασκαλία των μαθηματικών στην τάξη. Επιπλέον, μέσα από τη συγγραφή των ποιημάτων οι μαθητές εξάσκησαν ταυτόχρονα την ελληνική γλώσσα και καλλιέργησαν τη φαντασία τους.

Η Κοταρίνου (2007) επιχειρεί μια αρκετά καινοτόμο διαθεματική προσέγγιση των μαθηματικών και αυτή είναι η σύνδεση των τεχνικών της Δραματικής τέχνης με τα μαθηματικά. Για το λόγο αυτό οργάνωσε μια έρευνα δράσης σε μαθητές ενός τμήματος της Α΄ Λυκείου. Σε συνεργασία με δύο άλλες εκπαιδευτικούς, τη φυσικό και τη φιλόλογο ξεκίνησαν την έρευνα δράσης από το Φεβρουάριο του 2006 έως το τέλος της σχολικής χρονιάς που πραγματοποιούνταν την ίδια διδακτική ώρα κάθε εβδομάδα. Αυτή η έρευνα δράσης περιελάμβανε: Ανάγνωση από την καθηγήτρια κειμένων της μαθηματικής λογοτεχνίας κατά τη διάρκεια της οποίας -όπου κρίνονταν απαραίτητο- διέκοπτε για συζήτηση με τους μαθητές πάνω σε μαθηματικές έννοιες και γεγονότα που είχαν ενδιαφέρον - η θεματολογία των βιβλίων περιστρέφονταν γύρω από την Αλεξάνδρεια της Ελληνιστικής περιόδου. Ανάγνωση και αφήγηση από τα παιδιά πάλι αποσπασμάτων της μαθηματικής λογοτεχνίας σχετικά με τη προηγούμενη θεματολογία. Θεατρική παράσταση εμπνευσμένη από το βιβλίο του Denis Guedj, *Τα αστέρια της Βερενίκης*. Θεατρικό αναλόγιο στο οποίο μαθητές αφηγήθηκαν υπό τη μορφή ΄΄εκφραστικής ανάγνωσης΄΄ απόσπασμα του έργου του Alfréd Rényi, *Διάλογοι για τα μαθηματικά,* όπου μετά την ολοκλήρωση της ανάγνωσης συζήτησαν με την καθηγήτρια για τα καθαρά και εφαρμοσμένα

μαθηματικά. Εργασίες που υλοποιήθηκαν από τους μαθητές για αρχαίες γεωμετρικές κατασκευές, για τη χρήση της γεωμετρίας στην επίλυση προβλημάτων φυσικής και αντίστροφα κ.α. Τέλος, παρακολούθηση αγώνα επιχειρηματολογίας των μαθητών της Β Λυκείου με θέμα, την αντιπαράθεση για την επιλογή μονάδας μήκους μέτρησης του μεσημβρινού της γης, κατά τη διάρκεια της Εθνοσυνέλευσης στη Γαλλική Επανάσταση.

Στόχος της έρευνας δράσης ήταν η τροποποίηση των αντιλήψεων των παιδιών για τη γεωμετρία και γενικά τα μαθηματικά. Από τα ερωτηματολόγια και τις συνεντεύξεις που πραγματοποιήθηκαν για τους σκοπούς της έρευνας παρατηρείται ότι η πλειοψηφία των παιδιών αξιολόγησε θετικά τις δραστηριότητες τόσο σε γνωστικό, όσο και σε συναισθηματικό επίπεδο (σελ.212). Όπως καταλήγει η Κοταρίνου (2007), οι συγκεκριμένες πολιτιστικές δραστηριότητες που χρησιμοποιήθηκαν μπορούν να αξιοποιηθούν ως μέσο εξοικείωσης των παιδιών με τα μαθηματικά και τη διαμόρφωση θετικών στάσεων (σελ.212). Στην παραπάνω διαθεματική δραστηριότητα βλέπουμε ότι η λογοτεχνία λειτουργεί ως μέσο ενοποίησης των τεχνικών της Δραματικής τέχνης με τα μαθηματικά και με την ιστορία των μαθηματικών.

Παρατηρείται ότι έχουν πραγματοποιηθεί ή προτείνονται διαφορετικού χαρακτήρα διαθεματικές διδακτικές προσεγγίσεις. Για παράδειγμα, διακρίνεται διαθεματική προσέγγιση που να ενοποιεί τα μαθηματικά με τη λογοτεχνία με σκοπό τη διδασκαλία και των δύο μαθημάτων (Ανέστη & Τριανταφυλλίδη, 2005; Γιαννικοπούλου, 2002; Koehler, 1982; Kliman, 1993). Δηλαδή, η σημασία της λογοτεχνίας στην όποια δραστηριότητα που οργανώνεται, είναι το ίδιο μεγάλη με τη σημασία των μαθηματικών. Επίσης, διακρίνονται διδακτικές προσεγγίσεις που η λογοτεχνία παίζει το ρόλο του μέσου για τη διδασκαλία των μαθηματικών και ενός άλλου γνωστικού αντικειμένου, όπως για παράδειγμα της γλώσσας (Μητακίδου & Τρέσσου, 2005). Αλλά επίσης, η λογοτεχνία λειτουργεί ως μέσο και για τη διδασκαλία των μαθηματικών, της ιστορίας των μαθηματικών και τεχνικών της δραματικής τέχνης (Κοταρίνου, 2007). Επομένως, η λογοτεχνία σε μια διαθεματική δραστηριότητα είτε μπορεί να λειτουργήσει ενοποιητικά με τα μαθηματικά είτε να λειτουργήσει ως μέσο σύνδεσης των μαθηματικών με κάποιο άλλο πεδίο γνώσεων.

2.2.2. Εκλαϊκευτική

Πέρα από διδακτικές προσεγγίσεις που έχουν το χρώμα της διαθεματικότητας, έχουν υλοποιηθεί εκπαιδευτικά προγράμματα που αποσκοπούν στην οικειοποίηση των μαθηματικών στους μαθητές ή όπως θα έλεγε κανείς στην εκλαΐκευση των μαθηματικών. Αν και ο όρος της εκλαΐκευσης αναφέρθηκε παραπάνω, σημειώνεται πάλι ότι η εκλαΐκευση των μαθηματικών έχει στόχο να γίνουν τα μαθηματικά προσιτά στο μη εξειδικευμένο κοινό, που στην περίπτωση μας είναι οι μαθητές. Ο Goffree (1989) κάνει μια διάκριση στη διδακτική και στην εκλαΐκευση, λέγοντας ότι η διδακτική ακολουθεί του σκοπούς του αναλυτικού προγράμματος, ενώ, η εκλαΐκευση βασίζεται σε μη εκπαιδευτικό υλικό και δεν αποσκοπεί στην μάθηση αλλά στην οικειοποίηση μαθηματικών εννοιών, προσώπων και γεγονότων έτσι ώστε το ευρύ κοινό να αντιληφθεί τις συνέπειες της μαθηματικής γνώσης (σελ.54-55). Παρατηρείται όμως, ότι ο Sriraman (2003, 2004) επιχειρεί μια διδακτική προσέγγιση που σκοπό έχει την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης και την εισαγωγή στους μαθητές ανώτερων μαθηματικών εννοιών μέσω της εκλαΐκευσης. Αυτή η διδακτική προσέγγιση θα ονομαστεί, λοιπόν, ως «*διδακτική προσέγγιση με εκλαϊκευτικό χαρακτήρα*».

Ο Sriraman (2003, 2004) σε συνεργασία με άλλους καθηγητές μαθηματικών για την αντιμετώπιση της έλλειψη ανάπτυξης της κριτικής σκέψης από το υπάρχον αναλυτικό πρόγραμμα, πραγματοποίησε ένα εκπαιδευτικό πειραματικό πρόγραμμα σε 13-14χρόνους (9th graders) μαθητές, βασισμένο στο βιβλίο *Flatland* του Abbot. Οι συναντήσεις με τους μαθητές γινόντουσαν τις Πέμπτες κάθε εβδομάδας για 50 λεπτά και τις Παρασκευές για ολιγόλεπτες συζητήσεις και διάρκεσαν για τέσσερις εβδομάδες. Το πρόγραμμα πραγματοποιήθηκε πριν εισαχθούν οι μαθητές στο κεφάλαιο της άλγεβρας. Το γεγονός ότι η ανάγνωση του βιβλίου, οι εκθέσεις που γράφτηκαν για το βιβλίο και οι συζητήσεις γύρω από αυτό αντικατέστησαν ένα τεστ, ευχαρίστησε τους μαθητές. Κατά τη διάρκεια των συναντήσεων οι μαθητές μέσα από συζητήσεις και επεξηγήσεις για την υπόθεση του βιβλίου χωρίστηκαν σε έξι ομάδες. Η κάθε ομάδα αναλάμβανε να ψάξει και να διερευνήσει ζητήματα που είχαν τεθεί μέσα στην τάξη με σκοπό να τα παρουσιάσει στην επόμενη συνάντηση στις υπόλοιπες ομάδες. Το βιβλίο σύμφωνα με τον Sriraman (2003) έγινε ένα διδακτικό εργαλείο και παρείχε τη δομή για τους μαθητές να εξετάσουν κριτικά τις νόρμες και

τις προκαταλήψεις που περιγράφει ο συγγραφέας του βιβλίου για εκείνη την εποχή (σελ.30-31). Αν και οι μαθητές συζητούσαν για την ιστορία υπήρχε μια γενική περιέργεια για μια ποικιλία από κοινωνικά μηνύματα και νέες μαθηματικές έννοιες. Έτσι, συζήτησαν για τις διαστάσεις, τα όρια, τις μη- ευκλείδειες γεωμετρίες, τη γεωμετρία των Fractals κ.α. Τελικά, το μαθηματικό μυθιστόρημα κατάφερε να παντρέψει επιτυχώς τη λογοτεχνία και τα μαθηματικά και να δημιουργήσει έναν ιδεατό χώρο συζήτησης για να καλλιεργηθεί η κριτική σκέψη καθώς και να εισάγει 13-14 χρονους μαθητές σε ανώτερες μαθηματικές έννοιες (σελ.27).

Τα παιδιά μετά την εμπειρία του 1ου εξαμήνου με το *Flatland* του Abbot ζήτησαν να διαβάσουν και τη συνέχεια του βιβλίου. Το κατάλληλο βιβλίο ήταν το *Flatterland* του Steward το οποίο και μελέτησαν στο 2ο εξάμηνο. Από το βιβλίο επιλέχτηκαν ως κατάλληλα για συζήτηση τα πέντε πρώτα κεφάλαια. Επομένως, ξεκίνησε νέο πειραματικό πρόγραμμα που διάρκεσε οχτώ εβδομάδες και πραγματοποιήθηκαν οι συναντήσεις κάθε Παρασκευή για 50 λεπτά. Στόχος του 2ου προγράμματος ήταν να χρησιμοποιήσουν την *Flatterland* ως δομή: Για να ανακαλύψουν μη διαισθητικά μαθηματικά προβλήματα, για να κατανοήσουν καλύτερα τη διάσταση, να κατανοήσουν καλύτερα τη γεωμετρία των Fractals και να εισαχθούν στην taxi-cab γεωμετρία[12] (σελ.17-18). Ανόμοια με το προηγούμενο πείραμα οι μαθητές χωρίστηκαν σε δύο ομάδες, σε αυτούς που είχαν κατανοήσει κάποια από τα θέματα του βιβλίου και σε αυτούς που είχαν ερωτήματα πάνω σε αυτά. Στη συνέχεια ζητήθηκε από τους μαθητές που δεν είχαν κατανοήσει κάποια θέματα να θέσουν ερωτήματα σε αυτούς που τα είχαν κατανοήσει. Ο Sriraman (2004) προσπάθησε να εφαρμόσει με αυτόν τον τρόπο την τεχνική της σωκρατικής μεθόδου.

Μετά την ολοκλήρωση του 5ου κεφαλαίου του βιβλίου, ένας μαθητής ρώτησε εάν τα μαθηματικά επινοήθηκαν ή ανακαλύφθηκαν. Με αφορμή το ερώτημα του μαθητή ξεκίνησε μια συζήτηση φιλοσοφικού χαρακτήρα για τη φύση των μαθηματικών. Από το 2ο πείραμα προκύπτει ότι, το βιβλίο ανανέωσε τον ενθουσιασμό των μαθητών για τα μαθηματικά σε βαθμό που τρεις μαθητές επέλεξαν να παρακολουθήσουν ένα θερινό σχολείο μαθηματικών και τέσσερις μαθητές αποφάσισαν να ακολουθήσουν σπουδές στα καθαρά ή στα εφαρμοσμένα μαθηματικά. Επιπλέον, οι συναντήσεις

[12] Μελετήθηκε από το γερμανό μαθηματικό Hermann Minkowski τον 19ο αιώνα.

κράτησαν ζωντανό το ενδιαφέρον των μαθητών για το μάθημα της άλγεβρας αλλά και γενικά για τα μαθηματικά. Ο Sriraman (2004) υποστηρίζει τέλος, ότι η αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας μπορεί να ανοίξει νέες προοπτικές και για τους μαθητές και για τους καθηγητές. Παρατηρείται ότι στο εκπαιδευτικό πειραματικό πρόγραμμα που πραγματοποίησε ο Sriraman (2003, 2004), αξιοποίησε τη μαθηματική λογοτεχνία με σκοπό να αναπτύξει την κριτική σκέψη των μαθητών, να αναπτύξει το ενδιαφέρον των μαθητών για τα μαθηματικά, και να κάνει προσιτές στους μαθητές ανώτερες μαθηματικές έννοιες. Οι δύο τελευταίοι στόχοι δηλώνουν τον εκλαϊκευτικό χαρακτήρα αυτών των διδακτικών πειραμάτων.

2.2.3. Λέσχη Ανάγνωσης

Η «*Λέσχη Ανάγνωσης*» ως όρος που αφορά τη μάθηση των μαθηματικών μέσα στο σχολικό χώρο εμφανίζεται για πρώτη φορά διεθνώς, στην Ελλάδα. Η ιδέα ξεκίνησε από το μη-κερδοσκοπικό οργανισμό Θαλής και Φίλοι που εδρεύει στην Ελλάδα τα τελευταία τέσσερα χρόνια. Ιδρυτικά μέλη του οργανισμού είναι οι Α. Δοξιάδης, Τ. Μιχαηλίδης, Π. Δελλαπόρτας, Χ. Παπαδημητρίου, κ.α. Ενώ ο βασικός άξονας των λεσχών ανάγνωσης στα σχολεία βασίζεται στην επαφή των μαθητών με τη μαθηματική λογοτεχνία, δεν θα μπορούσε να καταταγεί σε μόνο μία από τις παραπάνω κατηγορίες, δηλαδή τη διαθεματική ή την εκλαϊκευτική. Θα έλεγε κανείς ότι οι *λέσχες ανάγνωσης* αποτελούν μόνες τους μια κατηγορία που αφορά τη διδακτική των μαθηματικών στο σχολείο αλλά όχι μόνο αυτό.
Σύμφωνα με τον Μιχαηλίδη (2007),

> *΄΄Σημαντικό είναι να κατανοήσουμε ότι δεν υπάρχει κάποια «διδακτέα ύλη» που πρέπει να καλυφθεί και ότι πάρα τους προφανείς της διδακτικούς στόχους, η λέσχη ανάγνωσης είναι κυρίως μια εναλλακτική πρόταση ψυχαγωγίας με αποδέκτες τόσο τους μαθητές όσο και τους συντονιστές - εκπαιδευτικούς. Η θεματολογία των συζητήσεων και δραστηριοτήτων δεν είναι υποχρεωτικό να περιορίζεται στα μαθηματικά, επιθυμητό είναι μάλλον το αντίθετο. Από αυτήν την άποψη οι λέσχες ανάγνωσης προωθούν και αυτές το διεπιστημονικό-διαθεματικό μοντέλο προσέγγισης στη γνώση που βρίσκεται σήμερα στη πρώτη γραμμή των παιδαγωγικών αναζητήσεων.΄΄*(σελ.17)

Παρατηρείται δηλαδή ότι οι στόχοι των λεσχών ανάγνωσης δεν είναι αμιγώς διδακτικοί, αλλά διαθεματικοί, εκλαϊκευτικοί και πολιτιστικοί. Οι λέσχες ανάγνωσης οργανώθηκαν στα πλαίσια του βασικού στόχου του οργανισμού που είναι το γεφύρωμα του χάσματος ανάμεσα στα μαθηματικά και τον πολιτισμό. Μία λέσχη ανάγνωσης μπορεί να οργανωθεί εκτός του ωρολογίου προγράμματος του σχολείου από τους εκπαιδευτικούς του σχολείου, έχοντας τη δυνατότητα να ενταχθεί στις πολιτιστικές δραστηριότητες του σχολείου. Ο/οι εκπαιδευτικός/οι που θα αναλάβουν την οργάνωση μιας λέσχης παίζουν το ρόλο των συντονιστών και απευθύνονται στους μαθητές του σχολείου. Οι συναντήσεις συνήθως είναι εβδομαδιαίες ή δεκαπενθήμερες και πραγματοποιούνται στο χώρο του σχολείου κατά τη διάρκεια ενός σχολικού έτους ή λιγότερο. Οι μαθητές και οι καθηγητές συμμετέχουν εθελοντικά σε αυτές.

Η διαδικασία έχει ως εξής: Επιλέγουνε σε συνεργασία οι συντονιστές με τους μαθητές ένα, συνήθως, βιβλίο μαθηματικής λογοτεχνίας πάνω στο οποίο θα δουλέψουνε. Επιλέγεται ένα μέρος του βιβλίου για ανάγνωση από τους μαθητές για το σπίτι και στην επόμενη συνάντηση αναπτύσσουν θέματα που προκύπτουν από την ανάγνωση και προκαλούν το ενδιαφέρον τους. Κατά τη διάρκεια του έτους παρακολουθούν παραστάσεις, κινηματογραφικά έργα, εκθέσεις, συνέδρια, διαλέξεις ή οτιδήποτε άλλο σχετίζεται με τα θέματα των συζητήσεων τους. Οι μαθητές πολλές φορές αναλαμβάνουν να εκτελέσουν εθελοντικά κάποια εργασία γύρω από ένα επιστημονικό θέμα, ένα γνωστό μαθηματικό πρόβλημα ή εικασία, μια μαθηματική προσωπικότητα, για μαθηματικές διαδικασίες, μια περίοδος της ιστορίας των μαθηματικών ή ότι άλλο θεωρούν ενδιαφέρον για περαιτέρω διερεύνηση. Στο τέλος της σχολικής χρονιάς όλο το αποτέλεσμα της δουλειάς των μαθητών της λέσχης ανάγνωσης μπορεί να εκφραστεί μέσω μιας παρουσίασης ή ακόμα και μιας θεατρικής παράστασης. Αυτήν την πρόταση των Θαλής και Φίλοι στηρίζουν περισσότερα από 150 σχολεία, γυμνάσια και λύκεια, σχεδόν σε όλη την Ελλάδα (σελ.15). Συμπεραίνεται ότι σε αυτήν την περίπτωση η μαθηματική λογοτεχνία λειτουργεί ως αφορμή για την ανάπτυξη συζητήσεων μαθητών και καθηγητών για μαθηματικά θέματα κ.α. από τις οποίες όμως επιτυγχάνονται πιθανόν, διδακτικοί στόχοι των εκπαιδευτικών.

2.2.4. Επικοινωνιακή

Οι Borasi, Siegel, Fonzi και Smith (1996, 1998), οι Borasi, Sheedy και Siegel (1990) και οι Siegel, Borasi και Fonzi (1998) επιχειρούν μια επικοινωνιακή σχέση μεταξύ μαθητή και *μαθηματικών ιστοριών* με στόχο την καλλιέργεια στρατηγικών κατανόησης των μαθηματικών κειμένων για τους μαθητές. Οι *μαθηματικές ιστορίες* μπορεί να είναι αποσπάσματα από μυθιστορήματα, αποκόμματα από εφημερίδες ή επιστημονικά περιοδικά, δοκίμια, έντεχνα κατασκευασμένες ιστορίες που να σχετίζονται με το μαθηματικό συλλογισμό ή με μαθηματικές έννοιες κ.α.
Σύμφωνα με τους Borasi, Sheedy και Siegel (1990)

> *΄΄μια γνήσια μαθηματική ιστορία είναι αυτή που έχει ενσωματωμένες μαθηματικές ιδέες στο σκηνικό, στους χαρακτήρες, στην πλοκή και στο θέμα της ιστορίας, και δεν είναι ένα λεκτικό πρόβλημα μασκαρεμένο με μια ιστορία ή μια ιστορία με υπολογιστικά προβλήματα μέσα σε αυτή.΄΄* (σελ.174).

Με βάση τις παραπάνω περιγραφές για το συνίσταται ως μαθηματική ιστορία, μπορεί να θεωρηθεί ότι ένα απόσπασμα μαθηματικής λογοτεχνίας αποτελεί είδος μαθηματικής ιστορίας.

Το πρόβλημα που ώθησε τους παραπάνω ερευνητές στην ανάπτυξη τεσσάρων στρατηγικών ανάγνωσης και κατανόησης κειμένων που περιέχουν μαθηματικά ήταν οι αρνητικές στάσεις των μαθητών για τα μαθηματικά και η ραγδαία εξέλιξη της τεχνολογίας. Γι΄ αυτό θεώρησαν ότι η λύση στο πρόβλημα θα ήταν η χρήση *επικοινωνιακών στρατηγικών* (transactional strategies) που βασίζεται στην *αναγνωστική-εκπαιδευτική λογοτεχνία* (reading-educational literature) και μπορεί να προσφέρει στους καθηγητές τρόπους για να στηρίξουν το νόημα και τη συζήτηση στις τάξεις των μαθηματικών (Borasi, 1998, σελ.275). Η επιλογή του κειμένου για την έρευνα που ακολουθεί δεν έγινε ποτέ χωρίς να ληφθεί υπόψη ο εκπαιδευτικός σκοπός και το είδος της στρατηγικής που θα προωθούσε την παραγωγική σκέψη και τη γεμάτη νόημα μάθηση. Στο *΄΄Using Transactional Reading Strategies to Support Sense-Making and Discussion in Mathematics Classrooms: An Exploratory Study΄΄* (1998) οι συγγραφείς διερευνούν τη δυναμική τεσσάρων στρατηγικών ανάγνωσης

που βασίζονται στην επικοινωνιακή *θεωρία ανάγνωσης* (*transactional reading theory*) για τη μαθηματική εκπαίδευση.

Για το σκοπό αυτό πραγματοποιήθηκαν 18 εκπαιδευτικά επεισόδια σε τέσσερις τάξεις της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Μέσα από την έρευνα δείξανε ότι εμψυχώνοντας τους μαθητές των μαθηματικών να μιλάνε, να γράφουν, να σχεδιάζουν για να αναπαραστήσουν το κείμενο και για να επενεργούν (enact) με αυτό, τους παρέχεται η δεξιότητα, με συγκεκριμένους τρόπους να φτιάχνουν και να διαπραγματεύονται ερμηνείες του τι διαβάσανε. Για να βοηθήσουνε τους μαθητές να κατανοήσουν το τι διαβάσανε από το κείμενο, τους παροτρύνουν να ενεργούν πάνω και έξω από αυτό, επιτρέποντας να το αξιοποιήσουν σαν σανίδα νοήματος και συζήτησης σημαντικών μαθηματικών ιδεών και μηνυμάτων για τη φύση των μαθηματικών (σελ.275).

Παρατηρείται δηλαδή ότι στην επικοινωνιακή θεωρία ο μαθητής ενεργεί πάνω και έξω από το κείμενο με σκοπό την κατανόηση του και την απόκτηση της μαθηματικής γνώσης. Πέρα από τα ποικίλα παραδείγματα των μαθηματικών ιστοριών που παρατίθενται παραπάνω, εάν μιλήσουμε συγκεκριμένα για αποσπάσματα μαθηματικής λογοτεχνίας, σύμφωνα με την επικοινωνιακή θεωρία ανάγνωσης μπορούν να λειτουργήσουν ως ΄΄σανίδα΄΄ συζήτησης για την κατανόηση μαθηματικών ιδεών. Η επικοινωνιακή θεωρία ανάγνωσης βασίζεται σε τέσσερις στρατηγικές οι οποίες είναι οι εξής: *Say Something, Cloning an Author, Sketch-to-Stretch* και *Enacting* (σελ.278-279). Αυτές οι στρατηγικές αποσκοπούν περισσότερο σε μαθηματική εκπαίδευση με νόημα παρά τόσο στην κατανόηση κειμένων ΄΄πλούσιων΄΄ σε μαθηματικούς όρους (Siegel, 1996, σελ.91). Από τα παραπάνω προκύπτει ότι, η επικοινωνιακή θεωρία ανάγνωσης φωτίζει ένα διαφορετικό τρόπο αντιμετώπισης της μαθηματικής λογοτεχνίας στη σχολική τάξη των μαθηματικών με στόχο την κατανόηση μαθηματικών εννοιών και γεγονότων που πραγματεύεται η υπόθεση. Η μαθηματική λογοτεχνία σε αυτήν την περίπτωση πιθανόν λειτουργεί ως ένα *εργαλείο* ανάπτυξης των στρατηγικών ανάγνωσης, καταλυτικών, για την κατανόηση ενός κειμένου που περιέχει μαθηματικά.

2.2.5. Παραγωγής συναισθημάτων

Με μια άλλη προοπτική προσέγγισης των μαθηματικών με την αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας εμφανίζεται η δραστηριότητα που πραγματοποίησε ο Μηλιώνης (2006) σε 40 μαθητές Λυκείου. Στόχος της έρευνας ήταν η διερεύνηση των απόψεων των μαθητών, για τη δυσκολία κατανόησης των μαθηματικών, το ενδιαφέρον και τα συναισθήματα τους για τα μαθηματικά μετά την επαφή τους με τη μαθηματική λογοτεχνία. Δηλαδή, εδώ η μαθηματική λογοτεχνία λειτουργεί ως εργαλείο αλλαγής των απόψεων των μαθητών για τα μαθηματικά. Ο προβληματισμός για την πραγματοποίηση της έρευνας φαίνεται να ξεκινά από τις αρνητικές στάσεις για τα μαθηματικά (Μηλιώνης, 2001, σελ.586). Η λύση που προτείνεται είναι η αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας στο μάθημα των μαθηματικών. Όπως υποστηρίζει,

> *΄΄η διδακτική της αξιοποίηση αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο εξοικείωσης των μαθητών με τα μαθηματικά και διαμόρφωσης θετικής στάσης απέναντι τους.΄΄* (σελ.594)

Η έρευνα πραγματοποιήθηκε σε δύο τμήματα της Β΄ Λυκείου, στα οποία δόθηκε το βιβλίο *Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Γκόλντμπαχ* του Δοξιάδη και τους ζητήθηκε, ύστερα από συγκεκριμένες οδηγίες, να μελετηθεί και να εκπονηθεί εργασία με βάση το θέμα του βιβλίου. Η δραστηριότητα διάρκεσε τρεις μήνες και λάμβανε χώρα εκτός σχολικού προγράμματος, στον ελεύθερο χρόνο κάθε μαθητή και ατομικά. Η συμμετοχή των μαθητών ήταν προαιρετική. Στο τέλος της δραστηριότητας συναντήθηκαν και συζήτησαν με το συγγραφέα του βιβλίου. Επίσης, τους μοιράστηκαν ερωτηματολόγια που καταγράφανε τις απόψεις τους για τα μαθηματικά, όπως είχαν διαμορφωθεί μετά την γνωριμία τους με τη μαθηματική λογοτεχνία. Τα αποτελέσματα της έρευνας για τους μαθητές ήταν ότι τα μαθηματικά όταν τα προσεγγίζουμε μέσα από τη λογοτεχνία, διατηρούν τις δυσκολίες που εμφανίζονται στην κατανόηση τους, γίνονται όμως πιο ενδιαφέροντα και επιπλέον, η προσέγγιση τους είναι πιο ευχάριστη (Μηλιώνης, 2006). Συμπεραίνεται από τη δραστηριότητα όπως παρουσιάστηκε παραπάνω, ότι η μαθηματική λογοτεχνία στα πλαίσια εργασίας για το σπίτι, έπαιξε το ρόλο του μέσου αλλαγής των απόψεων των μαθητών για τα μαθηματικά, όσο αναφορά το ενδιαφέρον και την ευχαρίστηση που προσφέρουν. Δηλαδή, σημαντικό σε αυτήν την έρευνα είναι η προσπάθεια της αλλαγής των συναισθημάτων των μαθητών για τα μαθηματικά.

2.2.6. *΄΄Συγκοινωνούντα δοχεία΄΄*

Παραπάνω έγινε προσπάθεια να εντοπισθούν τα κοινά χαρακτηριστικά των διδακτικών προσεγγίσεων που συνδέονται με τη λογοτεχνία και τα μαθηματικά και έτσι διακρίθηκαν πέντε τάσεις αξιοποίησης της λογοτεχνίας. Πρέπει σε αυτό το σημείο να αναφερθεί ότι μια δραστηριότητα μπορεί να χαρακτηρίζεται πιο πολύ από διαθεματικό χαρακτήρα, για παράδειγμα, αλλά αυτό δεν σημαίνει ότι δεν περιλαμβάνει και το αίσθημα της εκλαΐκευσης και έχει σαν συνέπεια την παραγωγή συναισθημάτων. Δηλαδή, η κατάταξη των παραπάνω δραστηριοτήτων πραγματοποιήθηκε με βάση το κύριο χαρακτηριστικό τους και αυτό που επικαλέστηκε ο εκπαιδευτικός ή ερευνητής για τη/τις δραστηριότητα/ες που οργάνωσε. Φαίνεται όμως, ότι πολλές διδακτικές προσεγγίσεις μοιράζονται χαρακτηριστικά και ανταλλάσσουν μηνύματα. Έτσι, η δραστηριότητα της Kliman (1993), αν και έχει διαθεματικό χαρακτήρα επιτυγχάνει τη παραγωγή συναισθημάτων. Το ίδιο ισχύει και για τις δραστηριότητες των Ανέστη (2005), Burnett (1997), Κοταρίνου (2007) και Μητακίδου (2005). Επίσης, οι δραστηριότητες που οργάνωσε και πραγματοποίησε ο Sriraman (2003, 2004) φαίνεται ότι πέρα από εκλαϊκευτικό χαρακτήρα έχουν και διαθεματικό και η δραστηριότητα που οργάνωσε ο Μηλιώνης (2006) έχει επιπλέον γεύση διαθεματικού και εκλαϊκευτικού χαρακτήρα.

2.2.7. Γνωστικοί και συναισθηματικοί στόχοι

Παρατηρείται ότι η αξιοποίηση της λογοτεχνίας και συγκεκριμένα της μαθηματικής λογοτεχνίας από τους εκπαιδευτικούς για μια εναλλακτική διδακτική προσέγγιση των μαθηματικών, ποικίλει ανάλογα με τους γνωστικούς και συναισθηματικούς στόχους που επιδιώκει κάθε εκπαιδευτικός ή ερευνητής για τους μαθητές. Στους γνωστικούς στόχους περιλαμβάνεται η κατανόηση μαθηματικών εννοιών, η χρήση μαθηματικών όρων, η σύνδεση των μαθηματικών με την καθημερινή ζωή, η γνώση μαθηματικών τεχνικών, η μάθηση γεγονότων της ιστορίας των μαθηματικών, η μάθηση της ελληνικής γλώσσας, η ανάλυση λογοτεχνικών κειμένων, η μάθηση τεχνικών της δραματικής τέχνης, η ανάπτυξη της κριτικής σκέψης, η ανάπτυξη γνωστικών στρατηγικών μάθησης, κ.α. Στους συναισθηματικούς στόχους μπορεί να συμπεριληφθεί η ανάπτυξη θετικών συναισθημάτων των μαθητών για τα μαθηματικά

με σκοπό την τροποποίηση των αρνητικών στάσεων, τη δημιουργία ενός φαντασιακού περιβάλλοντος όπου ο μαθητής μπορεί να εκφραστεί και να δημιουργήσει αναπαραστάσεις με τη βοήθεια χειραπτικού υλικού, την δημιουργία ενός περιβάλλοντος διαπραγμάτευσης όπου ο μαθητής αισθάνεται ως μέλος μιας ομάδας με την οποία μπορεί να συζητά, να διαφωνεί και να τεκμηριώνει τους ισχυρισμούς του παραγωγικά. Πέρα από τους γνωστικούς στόχους που επιτυγχάνονται με τη αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας μέσα στην τάξη σημαντικό αποτέλεσμα των ερευνών είναι ότι επιτυγχάνονται και συναισθηματικοί στόχοι. Αν και το Ε.Π.Π.Σ. δεν τονίζει την σημαντικότητα των συναισθηματικών στόχων στην εκπαίδευση υπάρχουν κάποιοι που διαφωνούν.

2.3. Συμπεράσματα

Η αξιοποίηση λογοτεχνικών κειμένων, βιβλίων της μαθηματικής λογοτεχνία ή μαθηματικών ιστοριών στη διδακτική των μαθηματικών εμφανίζεται να είναι μια καινοτόμος διδακτική προσέγγιση που είναι σύμφωνη με το Ε.Π.Π.Σ.. Η προσέγγιση αυτή μπορεί να έχει διαθεματικό χαρακτήρα με βάση το Δ.Ε.Π.Π.Σ., εκλαϊκευτικό χαρακτήρα, χαρακτήρα λέσχης ανάγνωσης, επικοινωνιακό ή συναισθηματικό.

Όταν έχει διαθεματικό χαρακτήρα μπορεί είτε να ενσωματώνει τη λογοτεχνία με τα μαθηματικά για τη διδασκαλία αμφότερων, είτε το λογοτεχνικό κείμενο να παίζει το ρόλο του μέσου, εργαλείου, για τη σύνδεση διαφορετικών τομέων των μαθηματικών ή των μαθηματικών με άλλα πεδία γνώσεων. Στην περίπτωση του εκλαϊκευτικού χαρακτήρα, το απόσπασμα μαθηματικής λογοτεχνίας λειτουργεί ως μαθησιακό εργαλείο για να γίνουν τα μαθηματικά προσιτά και να οικειοποιηθούν οι μαθητές, μαθηματικές έννοιες. Η λέσχη ανάγνωσης φαίνεται να έχει ψυχαγωγικό χαρακτήρα και μέσα από ένα περιβάλλον επικοινωνίας συνδέονται τα μαθηματικά με τον πολιτισμό ή άλλα γνωστικά πεδία. Η προσέγγιση με επικοινωνιακό χαρακτήρα βασίζεται στην ανάπτυξη συγκεκριμένων στρατηγικών για την κατανόηση μαθηματικών ιστοριών, ενώ, με συναισθηματικό χαρακτήρα στην παραγωγή θετικών συναισθημάτων για τα μαθηματικά. Βέβαια οι πέντε διαφορετικές προσεγγίσεις δεν κινούνται ανεξάρτητα η μία από την άλλη.

Οι περισσότερες διδακτικές προσεγγίσεις μοιράζονται σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό στοιχεία περισσότερων από μίας εκ των πέντε. Οι στόχοι που επιτυγχάνονται μέσα από μια τέτοια διδακτική διαδικασία είναι τόσο γνωστικοί όσο και συναισθηματικοί. Σε ένα τέτοιο περιβάλλον μάθησης, ο μαθητής αισθάνεται ως μέλος της μαθητικής ομάδας και μαθαίνει να συζητά, να διαφωνεί και να τεκμηριώνει τους ισχυρισμούς του μέσα από τη διαπραγμάτευση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΣΤΑΣΕΩΝ ΓΙΑ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΟ ΠΡΙΣΜΑ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑΣ

3.1. Ο ρόλος των συγκινήσεων στη διδακτική των μαθηματικών

Διανύουμε μια εποχή όπου το ενδιαφέρον για την ανάλυση των ανθρώπινων συναισθημάτων και την επίδραση τους στη δημιουργικότητα του ατόμου, στη μεθοδικότητα των ενεργειών στις οποίες επιλέγει να συμμετέχει, καθώς και στην αξιοποίηση των ατομικών δυνατοτήτων του αυξάνει. Μελετώντας τη νευροφυσιολογία του ανθρώπινου εγκεφάλου παρατηρούμε ότι η ανάπτυξη του συγκινησιακού εγκεφάλου προηγείται της διάπλασης του μέρους του εγκεφάλου στο οποίο οφείλονται οι γνωστικές λειτουργίες του ανθρώπου (Goleman, 1995). Πιθανόν, τα συναισθήματα προϋπήρχαν των γνωστικών ενεργειών στην ανθρώπινη οντότητα. Βέβαια επιβεβαιώθηκε και ερευνητικά, ότι το μεγαλύτερο μέρος της ανθρώπινης σκέψης έχει σχεδόν πάντοτε συναισθηματικές αποχρώσεις και έχουμε πλέον αποδεχτεί τη γενική θέση περί αλληλεπίδρασης της νόησης με τη συγκίνηση (Ντάβου & Μακρής, 2006, σελ.5). Μια εναλλακτική θεώρηση αντιμετωπίζει τις συναισθηματικές λειτουργίες αλληλένδετες των λογικών διεργασιών και αμοιβαία ενισχυτικές σε κάθε ανθρώπινη νοητική ή πρακτική δραστηριότητα (Χασάπης, 2007, σελ.6). Αυτή η τάση να αναζητούμε το ΄΄χώρο΄΄ που λαμβάνουν τα συναισθήματα και οι συγκινήσεις στη ζωή και την επίδραση στον τρόπο που δρούμε, επηρέασε και τον τομέα της διδακτικής των μαθηματικών.

Θα ήταν εύλογο να αναζητούνται οι γνωσιολογικοί (cognitive) παράγοντες που καθιστούν τη μαθηματική εκπαίδευση παραγωγική, ανταποκρινόμενη στους σκοπούς του αναλυτικού προγράμματος για τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Κατά τη μάθηση των μαθηματικών, όμως, εκτός από γνωσιολογικούς παράγοντες εμπλέκονται και συναισθηματικοί παράγοντες. Οι ερευνητές της μαθηματικής εκπαίδευσης αρχίζουν να επεξεργάζονται σοβαρά το συναισθηματικό τομέα των μαθηματικών, δίνοντας βαρύτητα στη σημασία θεωριών που ενσωματώνουν γνώση, συναίσθημα και κίνητρα, ενώ, γνωστικοί επιστήμονες δυσπιστούν ως προς ένα στενό ΄΄γνωστικισμό΄΄

(cognitivism) (Mc Leod, 1994). Η αποκλειστική εστίαση σε μία από τις δύο συνιστώσες αποκλείει την πρόσβαση του δασκάλου ή του ερευνητή σε μια ουσιαστική πτυχή της διδασκαλίας – μάθησης (Φιλίππου & Χρίστου, 1995, σελ.93). Σε μελέτες που έχουν πραγματοποιηθεί για τη μάθηση των μαθηματικών και τη μαθησιακή διαδικασία, *Λύση Προβλήματος* τονίζεται παραδοσιακά η γνωστική πλευρά, δίνοντας λιγότερη προσοχή στα συναισθήματα ή στην αλληλεπίδραση συναισθημάτων. Ίσως ένας λόγος που συμβαίνει αυτό είναι ότι τα μαθηματικά σε αντιπαράθεση με τις ανθρωπιστικές επιστήμες, τη μουσική ή τη τέχνη, είναι γενικά αντιληπτά σαν ΄΄καθαρή λογική΄΄ όπου τα συναισθήματα δεν έχουν κανένα ρόλο (DeBellis & Goldin, 2006, σελ.131).

Σκοπός αυτής της παραγράφου δεν είναι να μηδενίσει τη σπουδαιότητα της ανάπτυξης των γνωστικών παραγόντων για τη διδασκαλία των μαθηματικών, αλλά να υπογραμμίσει την ανάγκη μελέτης των συναισθηματικών παραγόντων για τη βελτίωση της διδακτικής των μαθηματικών. Για αυτό το λόγο, αυτή η παράγραφος επιχειρεί να τονίσει τη σημασία των συγκινήσεων και των συναισθημάτων [13] στη μάθηση. Και επιπλέον να εξεταστεί εάν η αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας μπορεί να βοηθήσει στη δημιουργία συγκινησιακών καταστάσεων και στην ανάπτυξη θετικών συναισθημάτων στο μάθημα των μαθηματικών.

Τι εννοούμε όμως λέγοντας συγκινησιακές καταστάσεις; Μια οποιαδήποτε συγκινησιακή κατάσταση (συγκίνηση, συναίσθημα, διάθεση) αποτελεί μια εσωτερική κινητοποίηση, η οποία σε ποικίλες διαβαθμίσεις χαρακτηρίζεται από τα εξής: α) έχει ψυχολογικά και οργανικά επακόλουθα, β) περιλαμβάνει γνωστικές εκτιμήσεις, γ) εκφράζεται με συγκεκριμένο τρόπο στο σώμα (κινητικά και μυϊκά), δ) περιλαμβάνει την υποκειμενική εμπειρία ευχάριστων (θετικών) ή οδυνηρών (αρνητικών

[13] Η Ντάβου (2006) μας πληροφορεί ότι, ΄΄η διάκριση μεταξύ συγκίνησης και συναισθήματος μπορεί να γίνει βάση της διαφοράς τους στις εξής μετρήσιμες παραμέτρους: α) στην ένταση, β) τη διάρκεια και γ) το επίπεδο επεξεργασίας της διέγερσης. Η ίδια κατάσταση, παραδείγματος χάριν ο φόβος, μπορεί να δημιουργηθεί σε ένα βαθύ και ανεπεξέργαστο επίπεδο που καταλαμβάνει σύγκορμο τον άνθρωπο και για ορισμένα δευτερόλεπτα τον ακινητοποιεί ή τον τρέπει σε φυγή(συγκίνηση), ή αναδύεται σε συνδυασμό με σκέψεις και συμπεριφορές, δηλαδή ως πιο επεξεργασμένη αναπαράσταση, για να ορίσει τις «αποχρώσεις» τους(συναίσθημα). Στην πρώτη περίπτωση υπάρχει κινητοποίηση (συν-κινούμαι)και στη δεύτερη υπάρχει συναίσθηση, δηλαδή κάποιας μορφής επίγνωση.΄΄(σελ.37)

αισθημάτων) και ε) εκτονώνεται με μυϊκό και νευρολογικό τρόπο (Ντάβου, 2006, σελ.36). Τα συναισθήματα επιπλέον, ανήκουν στην κατηγορία των συγκινησιακών καταστάσεων και μπορούν να είναι θετικά ή αρνητικά. Σύμφωνα με την Ντάβου (2006),

> ΄΄….ακόμα και οι πιο ποιητικές λέξεις, ακόμη και οι πιο αισθησιακές εικόνες και οι πιο «*συνταρακτικές» περιγραφές μολονότι μπορούν να αξιολογηθούν ως «συγκινητικές», δεν μπορούν με όρους ψυχολογικούς να συγκινήσουν τον άνθρωπο, αν δεν περιέχουν κάποιο σήμα που θα αποτιμηθεί αυτομάτως και ακουσίως ως κινητοποιό. Αν η ίδια σκέψη του ανθρώπου καθώς εκτίθεται στις ποιητικές λέξεις, τις αισθησιακές εικόνες και τις συνταρακτικές περιγραφές ταξιδέψει στις προεκτάσεις τους, δηλαδή αν ο άνθρωπος τις εμποτίσει με υποκειμενικό νόημα ώστε να σημαίνουν κάτι γι΄ αυτόν, τότε μπορούν να μετατραπούν σε συγκινητικές και η περαιτέρω εκτίμηση, ερμηνεία και αξιολόγηση ή κρίσης τους να παραγάγει ποικίλες και πιο επεξεργασμένες συγκινήσεις, συναισθήματα και διαθέσεις.΄΄*(σελ.46-47)

Επομένως το ζητούμενο είναι να δημιουργηθούν τέτοιες συγκινησιακές καταστάσεις στο μαθητή, ώστε να σημαίνουν κάτι γι΄ αυτόν και να τον κινητοποιήσουν σε ενέργειες γεμάτες νόημα.

3.2. Τι είναι συναίσθημα

Αρχικά, θα παρατεθούν τρεις ορισμούς για το συναίσθημα όπως αυτό εμφανίζεται στη ξένη βιβλιογραφία. Στη αγγλική βιβλιογραφία αναφέρονται δύο λέξεις για τον όρο συναίσθημα: emotion και affect. Τον πρώτο ορισμό για το συναίσθημα τον εμφανίζεται στα πλαίσια αυτού που ονομάζουμε συναισθηματικού χώρου των μαθηματικών και στα αγγλικά συναντάται με τον όρο affect. Ο όρος emotion μεταφράζεται από μελετητές του συναισθηματικού τομέα των μαθηματικών ως συγκίνηση- συναίσθημα.

Η Ντάβου (2006, σελ. 37) αναλύοντας το φάσμα των συγκινησιακών φαινομένων προτείνει μια ταξινόμηση σε συγκίνηση, συναίσθημα και διάθεση. Για το συναίσθημα αναφέρει,

΄΄Το συναίσθημα είναι η απόχρωση κάθε εμπειρίας, έχει πάντοτε αντικείμενο, καθώς και επίγνωση του αντικειμένου και έχει ένταση που ποικίλει και διάρκεια που σχετίζεται με τη διατήρηση της αναπαράστασης του αντικειμένου του νου.΄΄

Οι Φιλίππου και Χρίστου (Φιλίππου & Χρίστου, 2001, σελ.19) βασιζόμενοι στη μελέτη των Ortony κ.α. (1988) αναφέρουν ότι:

΄΄Τα συναισθήματα θεωρούνται ως αντιδρασιακές ανταποκρίσεις ενός υποκειμένου σε «γεγονότα», «φορείς» και «αντικείμενα» και η συγκεκριμένη φύση τους προσδιορίζεται από τον τρόπο που γίνεται κατανοητή από το υποκείμενο η κατάσταση που τα προκαλεί΄΄.

Τα συναισθήματα μπορούν να διακριθούν ανάλογα σε τρεις ομάδες: «ευχαρίστησης-δυσαρέσκειας», «έγκρισης-απόρριψης» και «αρέσκειας-απαρέσκειας». Σε αυτές τις τρεις ομάδες ανήκουν η ευχαρίστηση, η δυσαρέσκεια, η απόλαυση, η καταπόνηση, η ελπίδα, ο φόβος, η ανακούφιση, η απογοήτευση, η ζήλια, η αποδοχή, η απόρριψη, η περηφάνια, η ντροπή, ο θαυμασμός, η επίκριση, η ευγνωμοσύνη, η οργή, η αγάπη. Επίσης, τα συναισθήματα σύμφωνα με τους Ortony κ. α. κατατάσσονται ανάλογα με την ένταση τους και τις μεταβλητές που επηρεάζουν αυτή την ένταση.

Ο ψυχολόγος και δημοσιογράφος, D. Goleman διδάκτορας του πανεπιστημίου του Harvard στο βιβλίο του *΄΄Η Συναισθηματική Νοημοσύνη΄΄* χρησιμοποιεί τη λέξη emotion, όπου οι μεταφραστές του βιβλίου του ονομάζουν συναίσθημα. Το συναίσθημα, λοιπόν, το ορίζει ως εξής:

΄΄Το συναίσθημα αναφέρεται σε ένα αίσθημα και στις συγκεκριμένες σκέψεις που προκαλεί, στις ψυχολογικές και βιολογικές καταστάσεις που το συνοδεύουν και στο σύνολο των τάσεων προς δράση.΄΄(D. Goleman, 1998, σελ.395)

Η ερμηνεία του Goleman (1998) για το συναίσθημα αφορά τον τομέα της ψυχολογίας και περιγράφει την ύπαρξη του συναισθήματος στον άνθρωπο μέσα από τη

νευροφυσιολογία. Εξηγεί πως η φύση του συναισθήματος που βιώνει μια δεδομένη κατάσταση το άτομο οφείλεται για βιολογικές αντιδράσεις, σωματικές κινήσεις και ενέργειες του παρατηρουμένου. Στην συνέχεια, αναφέρεται σε οικογένειες συναισθημάτων, όπως, έχουν προταθεί από μερικούς θεωρητικούς. Αυτές είναι: Θυμός, Θλίψη, Φόβος, Απόλαυση, Αγάπη, Έκπληξη, Αποστροφή, Ντροπή. Σε μέρος της περιγραφής της συναισθηματικής νοημοσύνης (EQ: Emotional Intelligence) αναπτύσσει τη σημασία της ανάπτυξης της συναισθηματικής νοημοσύνης γενικά στον άνθρωπο και ειδικά στο μαθητή. Όταν αναφέρεται στη συναισθηματική νοημοσύνη πρόκειται για ικανότητες όπως μπορείς να βρίσκεις κίνητρα για τον εαυτό σου και να αντέχεις τις απογοητεύσεις, να ελέγχεις την παρόρμηση και να χαλιναγωγείς την ανυπομονησία σου, να ρυθμίζεις σωστά τη διάθεση σου και να εμποδίζεις την απογοήτευση να καταπνίξει την ικανότητα σου για σκέψη, να έχεις ενσυναίσθηση και ελπίδα (D. Goleman, 1998, σελ.67).

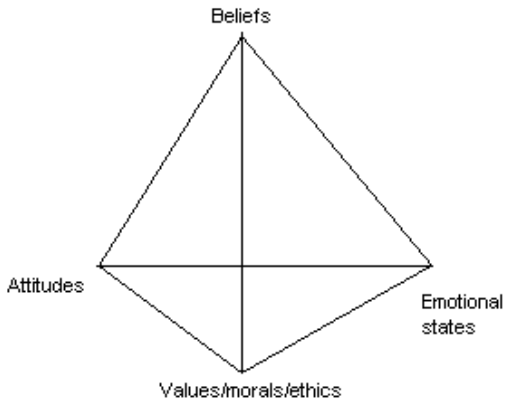
Παρατηρώντας τους δύο τελευταίους ορισμούς και τις κατηγοριοποιήσεις των συναισθημάτων διακρίνεται ότι, τα συναισθήματα είτε τοποθετούνται σε οικογένειες, είτε σε ομάδες, αφορούν τις ίδιες έννοιες.

Η δημοσίευση του ΄΄Affect and Mathematical Problem Solving΄΄ (1989) που εκδόθηκε από τους Mc Leod και Adams, παρουσιάζει μια καμπή στην έρευνα της μαθηματικής εκπαίδευσης. Στη θεωρία των συναισθημάτων, όπως αναπτύχθηκε από τον Mandler, οι Mc Leod και Adams δηλώνεται ότι, οι συναισθηματικοί παράγοντες έχουν ολοκληρωτικά κληθεί να ερμηνεύσουν τη συμπεριφορά των μαθητών που ενεπλάκησαν στη μαθηματική λύση προβλήματος (Hannula, 2006, σελ.115). Ο Mc Leod (1992) επέσπευσε καταλυτικά την καθιέρωση του τομέα και έκανε ένα σημαντικό άρθρο για την εννοιολόγηση (conceptualizing) του· διέκρινε τα συναισθήματα που αφορούν το συναισθηματικό τομέα των μαθηματικών σε *emotions* (συναισθήματα-συγκινήσεις), *attiitudes* (στάσεις) και *beliefs* (πεποιθήσεις), τα οποία κατατάσσονται ανάλογα με την ένταση και τη διάρκεια τους (McLeod, 1989). Τα emotions αναφέρονται σε συγκινησιακές καταστάσεις έντονης συναισθηματικής φόρτισης, περιορισμένης όμως διάρκειας. Τα attitudes αναφέρονται σε στάσεις, σχετικά μόνιμης κατάστασης αλλά όχι ίδιας έντασης με τα emotions. Τα beliefs αναφέρονται σε πεποιθήσεις, συναισθήματα μικρής έντασης αλλά μόνιμα. (Eynde,

De Corte & Verschaffel, 2006; De Bellis & Goldin, 2006; Hannula, 2006, σελ. 115; Φιλίππου & Χρίστου, 2001).

Διάγραμμα 1 Κατάταξη συναισθημάτων ανάλογα με την ένταση και τη διάρκεια τους. (McLeod, 1989)

Ο Goldin (2006) επεκτείνει το συναισθηματικό τομέα και προσθέτει ένα νέο υποχώρο, στους ήδη υπάρχοντες, συγκινήσεις, στάσεις και πεποιθήσεις, που είναι οι αξίες (values). Τοποθετεί τους τέσσερις σε ένα τετράεδρο που αντιπροσωπεύει τη δομή του συναισθηματικού τομέα.



Διάγραμμα 2 Τετράεδρο μοντέλο που περιγράφει το συναισθηματικό τομέα (Goldin, 2006).

Κάθε κορυφή του τετραέδρου αλληλεπιδρά με τις άλλες τρεις. Επομένως, οι συγκινησιακές καταστάσεις επηρεάζουν και επηρεάζονται από τις στάσεις, τις πεποιθήσεις και τις αξίες. Και επιπλέον, σε μια πραγματική διάσταση, όλα τα συναισθήματα του κάθε ενός (μαθητή ή καθηγητή) επηρεάζονται από τη κουλτούρα του υπάρχοντος μαθηματικού ή εκπαιδευτικού συστήματος στο οποίο μετέχει. Το συμπέρασμα που καταλήγει ο Goldin (2006, σελ. 136) είναι ότι οι συγκινησιακές καταστάσεις των μαθητών, οι στάσεις, οι πεποιθήσεις ή οι αξίες όχι μόνο

επηρεάζονται από τους καθηγητές ή άλλους μαθητές αλλά επίσης αλληλεπιδρούν με τις συγκινησιακές καταστάσεις, τις στάσεις, τις πεποιθήσεις και τις αξίες του κοινωνικού συνόλου, της αρχής του σχολείου κ.α.

3.3. Στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά

Οι στάσεις όπως αναφέρθηκαν στην προηγούμενη παράγραφο αποτελούν ένα από τους τρεις συναισθηματικούς παράγοντες του συναισθηματικού τομέα που καθιερώθηκαν από τον Mc Leod (1989), πριν την αναθεώρηση των παραγόντων από τους De Bellis και Goldin (1997). Αναφέρονται παρακάτω τρεις ορισμούς μέσα από τη βιβλιογραφία για τον όρο στάσεις.

1. Με τον όρο στάσεις εννοούνται οι τάσεις του υποκειμένου να ανταποκρίνεται με κάποιο ομοιόμορφο τρόπο, ευμενώς ή δυσμενώς, έναντι συγκεκριμένων γεγονότων, ατόμων ή φορέων, αντικειμένων ή και μαθημάτων. Πρόκειται για σχετικά μόνιμες τάσεις ή μοτίβα, συναισθηματικά φορτισμένης αντίδρασης του υποκειμένου προς μια κατάσταση που εμπεριέχει, σε ισορροπημένη περίπου αναλογία, γνωστικούς και συναισθηματικούς παράγοντες (De Bellis & Goldin, 2006, σελ. 135; Φιλίππου & Χρίστου, 2001, σελ.31).

2. Ένας ΄΄απλός΄΄ ορισμός των Di Martino και Zan (2001), περιγράφει τις στάσεις σαν το βαθμό επιρροής σε σχέση με τα μαθηματικά, για παράδειγμα, η συγκινησιακή διάθεση απέναντι στα μαθηματικά. Αυτό το είδος ορισμού αγνοεί το γνωστικό στοιχείο στη στάση. Παρόλα αυτά, αυτοί που βασίζονται σε αυτό τον ορισμό χρησιμοποιούν γραπτά ερωτηματολόγια που καθιστούν δύσκολη τη διάκριση της συγκινησιακής διάθεσης από τις πεποιθήσεις (Hannula, 2002, σελ. 26).

3. Ο τρίτος ορισμός έχει καθιερωθεί από τον χώρο της κοινωνικής ψυχολογίας. Οι Eagly και Chaiken (1993, σελ.1) ορίζουν τις τάσεις σαν μια ΄΄ψυχολογική τάση΄΄ που εκφράζεται εκτιμώντας μια συγκεκριμένη οντότητα με ένα βαθμό εύνοιας/ συμπάθειας ή αντιπάθειας. Σε αυτό τον ορισμό η εκτίμηση περιέχει γνωστικούς, συμπεριφορικούς και συναισθηματικούς παράγοντες (Hannula, 2002, σελ. 44).

Ο όρος στάσεις αναφέρονταν αρχικά σε θέματα προδιάθεσης για δράση με συγκινησιακό και αργότερα με νοητικό περιεχόμενο. Από τη ψυχολογία η έννοια των στάσεων περιέχει τρεις συνιστώσες: τη γνωστική, τη συναισθηματική και τη δρασιακή (cognitive, affective and conative). Η γνωστική συνιστώσα δήλωνε εκφράσεις πεποιθήσεων για το αντικείμενο υπό κρίση. Η συναισθηματική συνιστώσα δήλωνε εκφράσεις συναισθημάτων προς το αντικείμενο υπό κρίση και η δρασιακή δήλωνε εκφράσεις σκοπούμενης συμπεριφοράς (Ruffel, Mason & Allen, 1998, σελ.2). Αρκετοί ερευνητές αναφέρονται στη σχέση των δομών των στάσεων και των πεποιθήσεων. Οι πεποιθήσεις ενός ατόμου ορίζονται ως οι υποκειμενικές γνώσεις, θεωρίες και αντιλήψεις. Οι λόγοι που ένα άτομο καταλήγει σε μια πίστη ή πεποίθηση είναι υποκειμενικοί κατά κανόνα υποσυνείδητοι. Με βάση τις ατομικές εμπειρίες, το σύστημα αξιών και τη φιλοσοφία που προκρίνει το άτομο διαμορφώνει ένα σύστημα πεποιθήσεων για κάθε σημαντικό θέμα που το απασχολεί (Φιλίππου & Χρίστου, 2001, σελ.33). Θεωρούν, λοιπόν, τις πεποιθήσεις στο σύνορο του συναισθηματικού και του γνωστικού τομέα, ενώ άλλοι εκτιμούν ότι οι πεποιθήσεις έχουν αυξημένη, σε σχέση με τις στάσεις συνιστώσα από το γνωστικό τομέα. Η γνωστική συνιστώσα των στάσεων αναφέρεται σε ένα πλήθος αξιών που συμπεραίνονται από τη συμπεριφορά αλλά δεν είναι κάτι που μπορεί να παρατηρηθεί ή να προκληθεί. Η διάκριση των στάσεων από τις πεποιθήσεις απαιτεί αυξημένη οντολογική ανάλυση η οποία να θεωρεί τις δύο αυτές έννοιες ως μέρος μιας ευρύτερης κατανομής (Ruffel, Mason, & Allen, 1998, σελ.2,3) .

Στη συνέχεια αναφερθούν περιπτώσεις στάσεων που παρουσιάζεται να έχουν οι μαθητές απέναντι στα μαθηματικά. Υπάρχουν αρχικά, οι θετικές και οι αρνητικές στάσεις που δημιουργούνται ανάλογα με τα θετικά ή αρνητικά συναισθήματα από τη θεωρία διακοπής του Mandler (1989). Όταν ένας μαθητής αποτυγχάνει κατ΄ επανάληψη σε μια μαθηματική διαδικασία, τότε δημιουργούνται σε αυτόν αρνητικές στάσεις, ενώ, όταν επιτυγχάνει δημιουργούνται θετικές στάσεις. Όταν ερευνώνται οι στάσεις των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά τις περισσότερες φορές εξετάζουν τις στάσεις των μαθητών ως διαδικασία, τις στάσεις για τη σημασία των μαθηματικών, τις στάσεις σχετικά με τη δυσκολία ή ευκολία των μαθηματικών, τις στάσεις που αναφέρονται σχετικά με την απόλαυση ή ικανοποίηση που προσφέρουν τα μαθηματικά (Φιλίππου, 2001, σελ.73), τις στάσεις για το φόβο και το άγχος που

προκαλούν τα μαθηματικά, τις στάσεις για τη σχέση των μαθηματικών με την καθημερινή ζωή και τη χρησιμότητα τους.

Ο Hannula (2002, σελ. 25) αναφέρεται σε μελέτες γύρω από τη διαμόρφωση των στάσεων που έχουν δείξει ότι, τα κορίτσια τείνουν να έχουν πιο αρνητικές στάσεις για τα μαθηματικά από τα αγόρια και ότι οι στάσεις των μαθητών γίνονται πιο αρνητικές καθώς περνούν από το δημοτικό στο γυμνάσιο. Ο Schoenfeld (1982) μέσα από έρευνα που πραγματοποίησε στο δημοτικό διαπίστωσε ότι υπάρχει θετική σχέση ανάμεσα στις στάσεις των μαθητών για τα μαθηματικά και στις επιδόσεις τους, ενώ, ο Hannula (2002, σελ. 25) αναφερόμενη σε μια έρευνα που πραγματοποίησαν οι Ma και Kishor (1997) πάνω στη στάση για τα μαθηματικά και την επίδοση δηλώνει ότι υπάρχει ασθενή σχέση με κατεύθυνση από τη στάση στην επίδοση.

Η διαμόρφωση των στάσεων των μαθητών εξαρτάται και από τα κίνητρα των μαθητών για μάθηση. Ο όρος κίνητρο σημαίνει το αίτιο που ενθαρρύνει παρωθεί ένα άτομο να ασχοληθεί ή να επιδιώξει κάτι (Φιλίππου & Χρίστου, 1995, σελ. 105). Ένα συμπέρασμα που βγαίνει είναι ότι, οι μαθητές που εργάζονται για να νιώσουν τη εσωτερική ικανοποίηση που προσφέρουν τα μαθηματικά, αναπτύσσουν βραχυπρόθεσμα θετικές στάσεις, ενώ, οι μαθητές που εργάζονται με κίνητρα την αμοιβή ή την αποφυγή της τιμωρίας είναι πιο πιθανό να αναπτύξουν αρνητικές στάσεις ή και φοβία έναντι των μαθηματικών. (Φιλίππου & Χρίστου, 1995, σελ. 107). Διαπιστώνεται έως τώρα ότι η διαμόρφωση των στάσεων εξαρτάται από εσωτερικά ή εξωτερικά κίνητρα του μαθητή, από την επίδοση του, από το φύλο του ατόμου και από το βαθμό δυσκολίας των εννοιών που διαπραγματεύεται.

3.4. Η παραγωγή συγκινησιακών καταστάσεων μέσα από την αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας

Για να εξεταστεί εάν η αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας για τη διδασκαλία των μαθηματικών μπορεί να προκαλέσει συγκινησιακές καταστάσεις στους μαθητές, τέτοιες ώστε να επηρεάσουν τις στάσεις τους για τα μαθηματικά, θα παίξουνε σημαντικό ρόλο τα συμπεράσματα των ερευνών που αναφέρθηκαν παραπάνω. Πριν όμως ας φωτιστεί μια άλλη διάσταση του θέματος.

Η Senechal (2002) υποστηρίζει ότι, η γοητεία της αφήγησης είναι από τους λόγους που οι δάσκαλοι των μαθηματικών παρουσιάζουν την ιστορία (history) στο μάθημα τους. Είναι σαν να μαθαίνουν καλύτερα όταν χρησιμοποιούν και τις δύο πλευρές του εγκεφάλου τους. Εάν η ικανότητα να αποδείξεις μαθηματικά θεωρήματα έρχεται αργότερα από την ικανότητα να αφηγείσαι ιστορίες, βασίζονται στις ίδιες φαντασιακές και συλλογιστικές ικανότητες (σελ.44). Ο Garden (1989) στην εισαγωγή του βιβλίου του *Το πανηγύρι των μαθηματικών* αναφέρει,

> *΄΄Ανέκαθεν είχα τη γνώμη ότι ο καλύτερος τρόπος παρουσίασης των μαθηματικών ενδιαφερόντων σε μαθητές και μη ειδικούς είναι η προσέγγιση παίζοντας ....Προφανώς πρέπει να υπάρχει ένας συνδυασμός γλαφυρότητας και σοβαρότητας. Η τελευταία κρατάει τον αναγνώστη σε εγρήγορση. Η σοβαρότητα δίνει αξία στο παιχνίδι.΄΄*(σελ.13-14)

Ο Garden (1989) παραπάνω αναφέρει τον όρο παίζοντας για να παροτρύνει τους καθηγητές των μαθηματικών να εισάγουν στη διδασκαλία τους σπαζοκεφαλιές, μαγικά τρυκ, αστεία, παράδοξα και ότι πιθανόν δεν θεωρούν σοβαρό. Πιστεύει ότι με αυτό τον τρόπο θα κερδίσουν την προσοχή των μαθητών και θα τους κρατήσουν σε εγρήγορση. Ο Vygotsky (2000), τονίζοντας τη σημασία του παιχνιδιού στη νοητική και πνευματική ανάπτυξη του παιδιού, υποστηρίζει ότι η δημιουργία μιας φανταστικής κατάστασης μπορεί να θεωρηθεί σαν μέσο για τη δημιουργία της αφηρημένης σκέψης (σελ.175). Μελετώντας τις παραπάνω δηλώσεις μέσα από το πρίσμα της μαθηματικής λογοτεχνίας ίσως διαφαίνεται μια άλλη προοπτική του *΄΄παιχνιδιού΄΄*. Μπορούμε άραγε να υποστηριχθεί η ιδέα ότι η κατάλληλη αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας στην τάξη μπορεί να προκαλέσει ένα συγκινησιακό περιβάλλον *΄΄παιχνιδιού΄΄* και να οδηγήσει το μαθητή σε εγρήγορση;

Η Γιαννικοπούλου (2002) αναφέρει ότι το κυριότερο στοιχείο της εμπλοκής της λογοτεχνίας στη διδασκαλία των μαθηματικών είναι η χαμένη συναισθηματική παράμετρος και μάλιστα λέει,

> *΄΄Η μεγάλη δύναμη της ιστορίας που συνίσταται στη δυνατότητα συναισθηματικής εμπλοκής των ακροατών και του αφηγητή στα γεγονότα που διαδραματίζονται, ξαναδίνει στα μαθηματικά αυτό που η προσήλωση*

τους σε αριθμητικές πράξεις και υπολογισμούς έχουν στερήσει. Την ανθρώπινη διάσταση τους.΄΄(σελ.84)

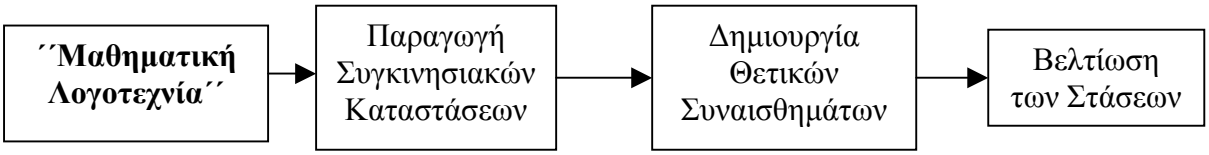
Οι Kliman (1993), Κοταρίνου (2007), Leary (2004), Μηλιώνης (2001), Μητακίδου (2005) και Sriraman (2003) υποστηρίζουν ότι η λογοτεχνία δημιουργεί ένα οικείο περιβάλλον στους μαθητές για να γνωρίσουν τα μαθηματικά σε ένα πλαίσιο γεμάτο νόημα. Δηλαδή η λογοτεχνία μικραίνει το χάσμα μεταξύ μαθηματικών και μαθητών και τα μαθηματικά γίνονται πιο προσιτά. Συγκεκριμένα για τους Kliman (1993), Κοταρίνου (2007) και Sriraman (2003) τα λογοτεχνικά κείμενα που χρησιμοποίησαν, *Τα ταξίδια του Γκιούλιβερ*, *Τα αστέρια της Βερενίκης* και τα *Flatland* και *Flatterland* αντίστοιχα, δημιούργησαν ένα οικείο περιβάλλον στους μαθητές για να συζητήσουν μαθηματικές έννοιες και να οικειοποιηθούν τα μαθηματικά. Οι Burnett (1997), Γιαννικοπούλου (2002) και Μηλιώνης (2001) θεωρούν σημαντικό πρόβλημα για τη μαθηματική εκπαίδευση τα συναισθήματα άγχους και φόβου για τα μαθηματικά και βλέπουν την αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας ως κίνητρο για την αντιμετώπιση του προβλήματος. Χαρακτηριστικά ο Μηλιώνης (2001) για την αντιμετώπιση των αρνητικών συναισθημάτων που τρέφουν τα παιδιά για τα μαθηματικά λέει ότι,

΄΄Η μαθηματική λογοτεχνία προσφέρεται για μια εναλλακτική προσέγγιση μαθηματικών απαλλαγμένη από την απολυτότητα του καθαρά «διδακτικού» μαθηματικού λόγου, που θα μπορούσε να οδηγήσει στην κατασκευή και διαπραγμάτευση των μαθηματικών εννοιών μέσα σε ένα περιβάλλον χωρίς άγχος, φοβίες και προκαταλήψεις.΄΄ (σελ.587)

Επιπλέον, είναι αρκετοί αυτοί που υποστηρίζουν ότι η χρήση αποσπάσματος λογοτεχνικού κειμένου ή βιβλίου μαθηματικής λογοτεχνίας στη διδασκαλία των μαθηματικών επηρεάζει θετικά τις στάσεις των μαθητών για τα μαθηματικά (Borasi, 1998; Κολέζα, 2007; Κοταρίνου, 2007; Leary, 2004; Μηλιώνης, 2001; Μητακίδου, 2005; Sriraman, 2003). Σύμφωνα με την Κολέζα (2007), η ανάγνωση ενός λογοτεχνικού κειμένου δεν γίνεται με μονοσήμαντο τρόπο και η αίσθηση ελευθερίας που παρέχει δημιουργεί θετικές στάσεις και συναισθήματα (σελ.45).

Παρατηρείται από τις παραπάνω δηλώσεις ότι η μαθηματική λογοτεχνία δείχνει να έχει τις ενδείξεις για τη δημιουργία ενός συγκινησιακού περιβάλλοντος στην τάξη, γόνιμο για την ανάπτυξη θετικών συναισθημάτων για τα μαθηματικά. Το μασκάρεμα δραστηριοτήτων, με τη χρήση μαθηματικής λογοτεχνίας, σε ρόλο ΄΄παιχνιδιού΄΄ είναι μια επιπλέον παράμετρος που προτείνεται. Κύριο χαρακτηριστικό της εναλλακτικής μάθησης των μαθηματικών μέσω της μαθηματικής λογοτεχνίας φαίνεται να είναι η ανάπτυξη ενός περιβάλλοντος συγκινησιακών καταστάσεων που καλλιεργεί τη δημιουργία ενός οικείου πλαισίου γεμάτου νοήματος για τα μαθηματικά και την ανάπτυξη θετικών στάσεων για αυτά.

Ύστερα από την ανασκόπηση της βιβλιογραφίας προκύπτει μια πιθανή προσέγγιση της αξιοποίησης της μαθηματικής λογοτεχνίας ως μέσο βελτίωσης των στάσεων των μαθητών για τα μαθηματικά και περιγράφεται με βάση το συλλογισμό που φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα,



Διάγραμμα 3 Η πορεία επίδρασης της μαθηματικής λογοτεχνίας στις στάσεις των μαθητών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ - ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

4.1 Το Πρόβλημα

4.1.1. Περίληψη

Τα αρνητικά συναισθήματα των μαθητών για το μάθημα των μαθηματικών είναι ένας ανασταλτικός παράγοντας για την καλλιέργεια της μαθηματικής παιδείας στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Οι αρνητικές στάσεις των μαθητών για τα μαθηματικά εκδηλώνονται με αισθήματα αδιαφορίας, φόβου, άγχους, απέχθειας, έλλειψη αυτοπεποίθησης, που επηρεάζουν την απόδοση του μαθητή, επιβραδύνουν μαθησιακούς μηχανισμούς και μεγαλώνουν το κενό μεταξύ μιας πολιτισμικής ανάπτυξης του μαθητή δια μέσου των μαθηματικών. Η έρευνα έχει στόχο να διερευνήσει τις συγκινησιακές καταστάσεις, που παράγονται στους μαθητές με την αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας σε σχολικά προγράμματα και να εξετάσει εάν αυτές επηρεάζουν τις στάσεις των μαθητών για τα μαθηματικά.

4.1.2. Διατύπωση προβλήματος

Ευρήματα ερευνών (Φιλίππου, 1991, 1992) δείχνουν ότι παρατηρείται αρνητική μεταβολή των στάσεων των μαθητών από το δημοτικό στο γυμνάσιο και η μετατόπιση προς αρνητικές στάσεις παρατηρήθηκε κατά κύριο λόγο στο γεγονός ότι οι μαθητές δεν αισθάνονται απόλαυση για τα μαθηματικά. Υπό μια τέτοια οπτική μπορούμε να πούμε ότι οι μαθητές δεν βρίσκουν ευχαρίστηση στην ενασχόληση τους με τα μαθηματικά και για αυτό το λόγο διαμορφώνουν αρνητικές στάσεις. Ανάμεσα σε άλλα, οι αρνητικές στάσεις περιλαμβάνουν συναισθήματα μαθηματικού άγχους, φοβίας και μειωμένης αυτοπεποίθησης. Το μαθηματικό άγχος, η φοβία και η έλλειψη αυτοπεποίθησης επηρεάζουν την επίδοση και απόδοση του μαθητή. Η Burnett (1997), υποστηρίζει ότι το μαθηματικό άγχος έχει τις ρίζες του, στον τρόπο διδασκαλίας των μαθηματικών από τους καθηγητές, κάτι που φαίνεται και από την ευρύτερη βιβλιογραφία. Οι αρνητικές στάσεις των μαθητών πιθανόν, οφείλονται κατά ένα μεγάλο ποσοστό στο γεγονός ότι οι μαθητές δεν απολαμβάνουν την ενασχόληση τους με τα μαθηματικά και αυτό φαίνεται να συνδέεται με τον καθηγητή της τάξης και τον τρόπο διδασκαλίας των μαθηματικών. Υπάρχουν αντίθετα έρευνες (Burnett, 1997; Κοταρίνου, 2007; Kliman, 1993; Μηλιώνης, 2006) που δείχνουν ότι η αξιοποίηση της λογοτεχνίας στην τάξη των μαθηματικών ενισχύει την παραγωγή θετικών

συναισθημάτων και την τροποποίηση των αρνητικών στάσεων των μαθητών για τα μαθηματικά. Αυτό έχει ερευνηθεί είτε με την αξιοποίηση της *Παιδικής Λογοτεχνίας* σε τάξεις του Δημοτικού (Burnett, 1997; Kliman, 1993), είτε με την αξιοποίηση της *Μαθηματικής Λογοτεχνίας* σε τάξεις του Γυμνασίου και Λυκείου (Κοταρίνου, 2007; Μηλιώνης, 2006). Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, αυτή η έρευνα επιδιώκει να εξετάσει εάν η εμπλοκή των μαθητών με τη μαθηματική λογοτεχνία επηρεάζει θετικά τα συναισθήματα των μαθητών για τα μαθηματικά και εάν ναι, να διερευνήσει τα συναισθήματα αυτά.

4.1.3. Σκοπός της έρευνας

Ο σκοπός της έρευνας είναι να διερευνήσει τα συναισθήματα που παράγονται στους μαθητές μέσα από την εμπλοκή τους με τη μαθηματική λογοτεχνία σε ανάλογα σχολικά προγράμματα μαθηματικής εκπαίδευσης και να εξετάσει εάν αυτά μπορούν να βελτιώσουν τις στάσεις των μαθητών για τα μαθηματικά καθώς και τον τρόπο ενασχόληση τους με αυτά.

4.1.4. Ερευνητικά ερωτήματα

Για να επιτευχθεί ο σκοπός της έρευνας είναι απαραίτητο να τεθούν τα εξής ερευνητικά ερωτήματα:

- Πως διαμορφώνονται οι στάσεις των μαθητών μέσα από την εμπλοκή τους με τη μαθηματική λογοτεχνία;

- Πώς διαφοροποιούνται οι παραπάνω στάσεις ανάμεσα σε μαθητές που έχουν καλή σχέση με τα μαθηματικά και σε μαθητές που δεν έχουν;

- Η εμπλοκή των μαθητών με τη μαθηματική λογοτεχνία τι αλλαγές επιφέρει στον τρόπο ενασχόλησης των μαθητών με τα μαθηματικά;

4.1.5. Αναγκαιότητα έρευνας

Τα τελευταία χρόνια έχουν πραγματοποιηθεί έρευνες στο χώρο της πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης για την αξιοποίηση της λογοτεχνίας στην τάξη των μαθηματικών. Στα πλαίσια αυτών των ερευνών εξετάστηκαν ανάμεσα σε άλλα και ζητήματα παραγωγής θετικών συναισθημάτων και τροποποίηση των αρνητικών στάσεων των μαθητών για τα μαθηματικά (Burnett, 1997; Gibbons, 1996; Κοταρίνου, 2007; Μηλιώνης, 2006; Μητακίδου, 2005).

Μελετώντας τη διεθνή βιβλιογραφία διαπιστώθηκε ότι δεν έχει εξεταστεί ο ρόλος της μαθηματικής λογοτεχνίας στη διδακτική διαδικασία ως μέσο βελτίωσης των αρνητικών στάσεων των μαθητών για τα μαθηματικά, αλλά σε ένα ευρύτερο πλαίσιο ο ρόλος της λογοτεχνίας γενικά. Μέσα από την μελέτη της ελληνικής βιβλιογραφίας διαπιστώθηκε ότι έχουν πραγματοποιηθεί έρευνες μόνο σε μαθητές Λυκείου, όπου η εμπλοκή των μαθητών με τη μαθηματική λογοτεχνία, είτε πραγματοποιήθηκε εκτός σχολικής διαδικασίας, είτε ως μέρος ενός ευρύτερου πολιτιστικού σχολικού προγράμματος. Επομένως, θεωρήθηκε σκόπιμο να διερευνηθούν τα συναισθήματα που παράγονται στους μαθητές Γυμνασίου και Λυκείου που έχουν συμμετάσχει σε σχολικά προγράμματα, στα οποία εμπλέκονται με τη μαθηματική λογοτεχνία καθ ΄όλη τη διάρκεια ενός σχολικού έτους και τα συναισθήματα αυτά να μελετηθούν σε σχέση με τη βελτίωση των στάσεων τους για τα μαθηματικά και την αύξηση της ενασχόλησης τους με αυτά.

4.1.6. Σημαντικότητα έρευνας

Η σημασία της καλλιέργειας των θετικών στάσεων για τα μαθηματικά αποτελεί ειδικό στόχο του Διαθεματικού Ενιαίου Πλαισίου Προγράμματος Σπουδών. Σύμφωνα με το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ., 2002), *΄΄Η καλλιέργεια θετικής στάσης απέναντι στα Μαθηματικά, χωρίς την οποία η κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και προτάσεων αποβαίνει εξαιρετικά δυσχερής΄΄*(σελ.275). Παράλληλα, η συγγραφή των νέων σχολικών βιβλίων του Γυμνασίου υλοποιήθηκε στα πλαίσια της διαθεματικότητας. Η δημιουργία καινοτόμων διαθεματικών διδακτικών προσεγγίσεων που να στοχεύει στη βελτίωση των στάσεων των μαθητών, είναι επιθυμητή και ίσως απαραίτητη για τη στήριξη του σύγχρονου αναλυτικού προγράμματος διδακτικής των μαθηματικών. Υπό τον άξονα της διαθεματικότητας ή ανεξάρτητα από αυτόν, έχουν πραγματοποιηθεί στη χώρα μας συνέδρια, διαλέξεις,

μελέτες με θέμα τη Λογοτεχνία και τα Μαθηματικά και μέσα από ένα παιδαγωγικό πρίσμα, από πολλούς οργανισμούς ή ομάδες επιστημόνων[14]. Επιπρόσθετα έχουν πραγματοποιηθεί στο εξωτερικό και στη χώρα μας έρευνες για συναισθήματα που παράγονται ή τις στάσεων που διαμορφώνονται μέσα από τέτοιου είδους δραστηριότητες (Burnett, 1997; Gibbons, 1996; Κοταρίνου, 2007; Μηλιώνης, 2006; Μητακίδου, 2005). Επομένως, θεωρείται σημαντικό να διερευνηθεί το εάν όντως η μαθηματική λογοτεχνία μπορεί να βελτιώσει τις στάσεις των μαθητών για τα μαθηματικά και εάν μπορεί να επηρεάσει την ενασχόληση τους με αυτά. Με την πραγματοποίηση αυτής της έρευνας αναμένεται να ενισχυθεί η διδακτική πρόταση της αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας μέσα στη σχολική τάξη.

4.1.7. Οριοθέτηση του προβλήματος

Η έρευνα αυτή θα διερευνήσει συγκεκριμένο πεδίο των συγκινησιακών καταστάσεων που παράγονται και σχετίζονται με την επίδραση που έχει η μαθηματική λογοτεχνία στις στάσεις για τα μαθηματικά και την ενασχόληση των μαθητών με τα μαθηματικά. Ειδικότερα θα μελετήσει εάν βελτιώνονται οι στάσεις των μαθητών και για ποιο λόγο, καθώς και εάν τροποποιούνται οι θετικές στάσεις των μαθητών και με ποιο τρόπο. Συνέπειες της αξιοποίησης της μαθηματικής λογοτεχνίας, όπως πιθανόν, η βελτίωση της επίδοσης των μαθητών και η βελτίωση των στάσεων των μαθητών απέναντι στη λογοτεχνία, δεν θα αποτελέσουν μέρος της μελέτης αυτής. Επιπλέον, η μελέτη διερευνά την εμπλοκή των μαθητών με τη λογοτεχνία ως μέρος κάποιου ανεξάρτητου προγράμματος ενταγμένου στο σχολικό πρόγραμμα και όχι ως διδακτική διαδικασία.

4.2. Μεθοδολογία

4.2.1. Περίληψη

Η έρευνα πραγματοποιήθηκε σε δύο γυμνάσια και ένα γενικό λύκειο των Αθηνών. Η έρευνα περιλάμβανε 30 συνεντεύξεις μαθητών γυμνασίου και λυκείου που συμμετείχαν, εθελοντικά και ανεξαρτήτως του σχολικού προγράμματος, συνολικά σε δύο λέσχες ανάγνωσης και ένα πρόγραμμα σεμιναρίων με θέμα τα *΄΄Μαθηματικά και Λογοτεχνία΄΄* καθ΄ όλη τη διάρκεια του σχολικού έτους. Οι λέσχες ανάγνωσης και το πρόγραμμα σεμιναρίων *΄΄Μαθηματικά και Λογοτεχνία΄΄*, οργανώθηκαν και

[14] Γίνεται αναφορά σε τέτοια παραδείγματα στα Κεφάλαιο 1 και 2. (Βλ. Ένωση Ελλήνων Φυσικών, Θαλής και Φίλοι, Ομάδα έρευνας της Μαθηματικής Εκπαίδευσης Αριστοτελείου Πανεπιστημίου κ.α.)

πραγματοποιήθηκαν ανεξάρτητα από τη διεξαγωγή και τους σκοπούς της έρευνας με πρωτοβουλία των υπεύθυνων καθηγητών των προγραμμάτων και με τη στήριξη των Θαλής και Φίλοι. Οι συνεντεύξεις ήταν ημιδομημένες. Για την ανάλυση των δεδομένων έγινε χρήση του στατιστικού πακέτου SPSS.

4.2.2. Συλλογή δεδομένων

Για την επίτευξη των στόχων της έρευνας θεωρήθηκε απαραίτητη η οργάνωση ημιδομημένης συνέντευξης με 5 ερωτήσεις κλειστού τύπου και 16 ερωτήσεις ανοικτού τύπου. Κατά τη διάρκεια της κάθε συνέντευξης διατυπώθηκαν διευκρινιστικές ερωτήσεις για την βέλτιστη κατανόηση των απαντήσεων των ερωτώμενων. Πριν την έναρξη της έρευνας πραγματοποιήθηκαν τρεις δοκιμαστικές συνεντεύξεις σε μαθητές για να αποφευχθούν τυχόν αδυναμίες που δεν είχαν προβλεφτεί από την ερευνήτρια. Οι 21 ερωτήσεις παρουσιάζονται στο Παράρτημα στο τέλος της εργασίας. Η συνεντεύξεις μαγνητοφωνήθηκαν με τη βοήθεια δημοσιογραφικού μαγνητοφώνου.

Οι συνεντεύξεις των μαθητών ολοκληρώθηκαν σε περίοδο δύο εβδομάδων στο χώρο του σχολείου και στη διάρκεια κάποιου κενού του εκάστοτε σχολικού προγράμματος. Οι συνεντεύξεις μαγνητοφωνήθηκαν εν γνώση και με την άδεια του κάθε μαθητή. Πριν από την έναρξη της κάθε συνέντευξης ζητήθηκε από τους μαθητές να δώσουν ειλικρινείς απαντήσεις στα ερωτήματα, τους ανακοινώθηκε ο σκοπός της έρευνας και τους βεβαιώθηκε η ανωνυμία των απαντήσεων τους. Οι μαθητές μεμονωμένα κάθε φορά, ερωτήθηκαν από την ερευνήτρια, στο χώρο της βιβλιοθήκης του σχολείου ή σε κάποια άδεια αίθουσα. Η κάθε συνέντευξη διάρκεσε 15-30 λεπτά. Ο/Η υπεύθυνος/η καθηγητής/τρια του προγράμματος απουσίαζε από το χώρο των συνεντεύξεων.

Οι ερωτήσεις ομαδοποιήθηκαν ανάλογα με τα ερευνητικά ερωτήματα της έρευνας. Υπήρξαν και ερωτήσεις για τα κίνητρα και τις εντυπώσεις των μαθητών στη συμμετοχή των εκάστοτε προγραμμάτων εμπλοκής τους με τη μαθηματική λογοτεχνία.

4.2.3. Λειτουργικοί ορισμοί

- Ως κίνητρα των μαθητών για τη συμμετοχή τους στη λέσχη ανάγνωσης ή στο πρόγραμμα σεμιναρίων θεωρούνται οι απαντήσεις που έδωσαν οι μαθητές στην ερώτηση 1.

- Ως καλή σχέση των μαθητών με τα μαθηματικά θεωρείται η απάντηση που έδωσαν οι μαθητές στην ερώτηση 2, επιλέγοντας ως απάντηση το καλή ή πολύ καλή.

- Ως μη καλή σχέση των μαθητών με τα μαθηματικά θεωρείται η απάντηση που έδωσαν οι μαθητές στην ερώτηση 2, επιλέγοντας ως απάντηση το μέτρια, κακή ή πολύ κακή.

- Ως καλή σχέση των μαθητών με τη λογοτεχνία θεωρείται η απάντηση που έδωσαν οι μαθητές στην ερώτηση 3, επιλέγοντας απάντηση το καλή ή πολύ καλή.

- Ως κακή σχέση των μαθητών με τη λογοτεχνία θεωρείται ως η απάντηση που έδωσαν οι μαθητές στην ερώτηση 3, επιλέγοντας ως απάντηση το μέτρια, κακή ή πολύ κακή.

- Ως βελτίωση των στάσεων των μαθητών θεωρείται η διερεύνηση των απαντήσεων που έδωσαν οι μαθητές στις ερωτήσεις 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 20 και 21.

- Ως ενασχόληση των μαθητών με τα μαθηματικά θεωρείται η διερεύνηση των απαντήσεων των μαθητών στην ερώτηση 19.

4.2.4. Συμμετέχοντες

Το δείγμα αποτελείται από 30 μαθητές δημόσιων σχολείων των Αθηνών. Οι 15 μαθητές είναι μαθητές λυκείου (9 αγόρια και 6 κορίτσια) και οι υπόλοιποι 15 μαθητές γυμνασίου (10 κορίτσια και 5 αγόρια). Οι μαθητές επιλέχθηκαν από τρία διαφορετικά σχολεία.

Οι 15 μαθητές του λυκείου συμμετείχαν εθελοντικά καθ΄ όλη τη διάρκεια του σχολικού έτους στα σεμινάρια του σχολείου με θέμα, *΄΄Λογοτεχνία και Μαθηματικά΄΄* που πραγματοποιούνταν σε μία δίωρη εβδομαδιαία συνάντηση μετά το σχολείο. Στις συναντήσεις τους χρησιμοποίησαν το μαθηματικό μυθιστόρημα *Το Θεώρημα του Παπαγάλου,* του Ντενί Γκέτζ. Το *Θεώρημα του Παπαγάλου* είναι ένα βιβλίο που περιγράφει με μυθιστορηματικό τρόπο την ιστορία των μαθηματικών με αφορμή την προσωπική αλληλογραφία ενός βιβλιοπώλη, του κ. Ρυς, με έναν κάλο του φίλο μαθηματικό, τον κ. Γκροσρούβρ. Η ξαφνική είδηση για το θάνατο του Γκροσρούβρ οδηγούν τον ήρωα σε μια μυστηριώδη αναζήτηση του λόγου για τον οποίο ο φίλος του είναι νεκρός. Μέσα από αυτήν την αναζήτηση ξεδιπλώνεται η ιστορία των μαθηματικών ως πυξίδα στη λύση του μυστηρίου. Με άξονα το βιβλίο αυτό, οι μαθητές σε συνεργασία με τους δύο υπεύθυνους καθηγητές, μαθηματικό και φιλόλογο της αγγλικής γλώσσας, ανέπτυξαν συζητήσεις και πραγματοποίησαν εργασίες γύρω από την ιστορία, τη φύση και τη σημασία των μαθηματικών, για βιογραφίες μαθηματικών και σημαντικές μαθηματικές έννοιες.

Οι 15 μαθητές του γυμνασίου συμμετείχαν και αυτοί εθελοντικά καθ΄ όλη τη διάρκεια του σχολικού έτους σε λέσχες ανάγνωσης με θέμα *΄΄Λογοτεχνία και Μαθηματικά΄΄* που πραγματοποιούνταν σε μία δίωρη εβδομαδιαία συνάντηση μετά το σχολείο ή κατά τη διάρκεια κάποιου κενού στο σχολικό πρόγραμμα. Στην μία λέσχη ανάγνωσης χρησιμοποιήθηκε το λογοτεχνικό βιβλίο *Ο Άνθρωπος που Μετρούσε την Άμμο* του Gillian Branshow και με αφορμή αυτό το βιβλίο κατασκευάστηκαν από το καθηγητή των μαθηματικών, σε συνεργασία με τους μαθητές, οι κατασκευές του Αρχιμήδη που παρουσιάζονται στο εν λόγω βιβλίο, αναπτύχθηκαν συζητήσεις για την πρακτική εφαρμογή των μαθηματικών, για τη ζωή του Αρχιμήδη και για άλλα γεγονότα της ιστορίας των μαθηματικών. Ήρωας του βιβλίου είναι ο ίδιος ο Αρχιμήδης και η υπόθεση αφορά μια σημαντική περίοδο της ζωής του. Ο συγγραφέας μέσα από το μυθιστόρημα ταξιδεύει τον αναγνώστη στην εποχή του Αρχιμήδη και ζωγραφίζει την προσωπικότητα του καθώς και, τις προσωπικές ανθρώπινες σχέσεις που επηρέασαν τη ζωή του.

Στην άλλη λέσχη οι μαθητές με τις δύο υπεύθυνες καθηγήτριες, μαθηματικό και φιλόλογο, μελέτησαν το βιβλίο *Ο Άνθρωπος που Μετρούσε* του Malba Tahan. Ο

ήρωας του βιβλίου είναι ένας άραβας ταξιδιώτης που κατά τη διάρκεια του ταξιδιού του εμπλέκεται στη λύση μαθηματικών προβλημάτων και γρίφων, οι υποθέσεις των οποίων βασίζονται σε γεγονότα από τη ζωή στην έρημο. Στις συναντήσεις τους οι μαθητές με τις καθηγήτριες, συζήτησαν τους τρόπους και το μαθηματικό συλλογισμό που ακολούθησε ο συγγραφέας στην επίλυση προβλημάτων καθώς και πραγματοποίησαν εργασίες πάνω σε θέματα της ιστορίας των μαθηματικών ή βιογραφίες μαθηματικών. Και τα τρία προγράμματα στα οποία συμμετείχαν οι μαθητές ήταν ενταγμένα στα πολιτιστικά προγράμματα του σχολείου.

Οι μαθητές συμμετείχαν εθελοντικά στα προγράμματα. Τα προγράμματα στα οποία συμμετείχαν και από όπου πήραμε το δείγμα ήταν ενταγμένα στα πολιτιστικά προγράμματα του σχολείου και έτσι ανεξάρτητα από συνέπειες στην αξιολόγηση των μαθητών στο μάθημα των μαθηματικών. Η έρευνα πραγματοποιήθηκε ανεξάρτητα από τους στόχους των υπεύθυνων καθηγητών των προγραμμάτων *Λογοτεχνίας και Μαθηματικών* και η ερευνήτρια ενημέρωσε τους καθηγητές για την παρούσα έρευνα λίγο πριν πραγματοποιηθεί. Πιθανόν οι μαθητές με αυτόν τον τρόπο, έμειναν ανεπηρέαστοι από τις αντιλήψεις των καθηγητών τους για το θέμα της έρευνας και απάντησαν αυθόρμητα. Στις συνεντεύξεις συμμετείχαν οι περισσότεροι ή σχεδόν όλοι οι μαθητές που μετείχαν στις λέσχες ανάγνωσης τακτικά και δεν έγινε συγκεκριμένη επιλογή μαθητών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

5.1. Περίληψη

Οι μαθητές με καλή και αντίστοιχα κακή σχέση με τα μαθηματικά φαίνεται να βελτιώνουν σχεδόν στον ίδιο βαθμό, τις στάσεις τους για τα μαθηματικά ως προς τη σημασία των μαθηματικών, το ενδιαφέρον που προκαλούν και την ευχαρίστηση που αισθάνονται από την ενασχόληση τους με αυτά. Επίσης, στους μαθητές με κακή σχέση με τα μαθηματικά φαίνεται να μειώνεται *λίγο* έως *αρκετά* ο φόβος που αισθάνονται για τα μαθηματικά. Επιπλέον, ο τρόπος ενασχόληση των μαθητών με τα μαθηματικά φαίνεται να διαφοροποιείται στον ίδιο βαθμό ανεξάρτητα από τη σχέση τους με τα μαθηματικά.

5.2. Εισαγωγή

Στα πλαίσια της έρευνας επιδιώχτηκε να διερευνηθούν οι αλλαγές στις στάσεις των μαθητών και στον τρόπο ενασχόλησης τους με τα μαθηματικά μέσα από την εμπλοκή τους με τη μαθηματική λογοτεχνία. Πραγματοποιήθηκαν συνεντεύξεις όπου για την ποσοτική ανάλυση των δεδομένων χρησιμοποιήθηκε το στατιστικό πακέτο SPSS. Οι παρακάτω πίνακες αναφέρονται στα κίνητρα των μαθητών για τη συμμετοχή τους στη λέσχη ανάγνωσης ή το πολιτιστικό πρόγραμμα, στη σχέση των μαθητών με τη λογοτεχνία και τα μαθηματικά, στη βελτίωση των στάσεων και στην αλλαγή του τρόπου ενασχόλησης των μαθητών με τα μαθηματικά.

5.3. Κίνητρα μαθητών

Πρώτα θα εξετάσουμε ποια ήταν τα κίνητρα των μαθητών για να συμμετέχουν στη λέσχη ανάγνωσης ή στο πολιτιστικό πρόγραμμα του σχολείου τους με θέμα, ΄΄Μαθηματικά και Λογοτεχνία΄΄. Τα κίνητρα των μαθητών απορρέουν από την απάντηση που δώσανε οι μαθητές στην ερώτηση:

> *΄΄Για ποιο λόγο συμμετείχες στο πρόγραμμα ή στη λέσχη ανάγνωσης; Λόγω του/ της καθηγητή/τριας; Σου μίλησαν κάποιοι συμμαθητές σου για αυτό; Από μόνος σου;΄΄*

Οι απαντήσεις των μαθητών φαίνονται στον παρακάτω πίνακα. Οι μαθητές μπορεί να δήλωσαν παραπάνω από δύο λόγους που μετείχαν στο πρόγραμμα. Άρα, ο Πίνακας 1 παριστά τις συχνότητες και τα ποσοστά των μαθητών και των μαθητριών με βάση τους λόγους που μετείχαν στο πρόγραμμα. Τα ποσοστά έχουν υπολογιστεί ανάλογα με τις δηλώσεις των μαθητών και μαθητριών. Δεκατέσσερις (14) μαθητές/τριες δηλώνουν ότι ένας από τους λόγους που συμμετείχαν ήταν από περιέργεια, έντεκα (11) επειδή τους αρέσουν τα μαθηματικά και λιγότεροι για άλλους λόγους. Στην κατηγορία των μαθητών που απάντησαν από περιέργεια συμπεριλήφθηκαν απαντήσεις των μαθητών όπως οι εξής, *΄΄Δεν μου άρεσαν τα μαθηματικά και σκέφτηκα ότι με τη συμμετοχή μου στο πρόγραμμα πιθανόν να τα αγαπήσω΄΄* , *΄΄Είχα την περιέργεια να δω πως συνδυάζονται τα μαθηματικά με τη λογοτεχνία΄΄*. Στην κατηγορία κάτι άλλο συμπεριλήφθηκαν απαντήσεις των μαθητών όπως η εξής, *΄΄μου αρέσουν τα πολιτιστικά προγράμματα΄΄*.

Πίνακας 1

Συχνότητες και Ποσοστά Μαθητών/τριων για τους Λόγους Συμμετοχής

Λόγοι συμμετοχής	Εξαιτίας του καθηγητή		Εξαιτίας των συμμαθητών μου		Μόνος /η από περιέργεια		Επειδή μου αρέσουν τα μαθηματικά		Επειδή μου αρέσει η λογοτεχνία		Κάτι άλλο	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Μαθητές/ Μαθήτριες	7	**14,6**	7	**14,6**	14	**29,2**	11	**22,9**	3	**6,2**	6	**12,5**

5.4. Σχέση των μαθητών/τριων με τα μαθηματικά

Η σχέση των μαθητών/τριων με τα μαθηματικά απορρέει από την απάντηση που δώσανε οι μαθητές/τριες στην ερώτηση:

΄΄Ποια ήταν η σχέση σου με τα μαθηματικά πριν μπεις στο πρόγραμμα;΄΄

Ομαδοποιήθηκαν οι απαντήσεις των μαθητών/τριών στις κατηγορίες *Πολύ κακή, Κακή, Μέτρια, Καλή, Πολύ καλή* για να περιγραφτεί η σχέση τους με τα μαθηματικά.

- Στην κατηγορία των απαντήσεων *Πολύ κακή* συμπεριλαμβάνονται οι δηλώσεις των μαθητών/τριων:΄΄ *καθόλου καλή, δεν μου άρεσαν σχεδόν καθόλου, …. ΄΄*.
- Στην κατηγορία των απαντήσεων *Κακή* συμπεριλαμβάνονται οι δηλώσεις των μαθητών/τριων:΄΄ *δεν τα πήγαινα τόσο καλά στα μαθηματικά, όχι και η καλύτερη, δεν είναι ότι μου αρέσανε ιδιαίτερα τα μαθηματικά,……..΄΄*.
- Στην κατηγορία των απαντήσεων *Μέτρια* συμπεριλαμβάνονται οι δηλώσεις των μαθητών/τριων:΄΄ *μερικές φορές τα έβλεπα κάπως δύσκολα, …..΄΄*
- Στην κατηγορία των απαντήσεων *Καλή* συμπεριλαμβάνονται οι δηλώσεις των μαθητών/τριων:΄΄ *είχα μια τάση προς τα μαθηματικά, έχουν ενδιαφέρον, μου άρεσαν, ….΄΄* .
- Στην κατηγορία των απαντήσεων *Πολύ καλή* συμπεριλαμβάνονται οι δηλώσεις των μαθητών/τριων:΄΄ *με ενδιαφέρουν τα μαθηματικά από μικρός/ή, μου αρέσουν πολύ,….΄΄*

Ο Πινάκας 2 παριστά τις συχνότητες και τα ποσοστά των μαθητών και μαθητριών με βάση τις δηλώσεις τους για τη σχέση τους με τα μαθηματικά πριν συμμετάσχουν στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή τη λέσχη ανάγνωσης. Η μέγιστη πλειοψηφία των μαθητών (53,8%) δηλώνουν ότι είχαν καλή σχέση με τα μαθηματικά πριν μπουν στο πρόγραμμα και η μέγιστη πλειοψηφία των μαθητριών (35,3%) επίσης, δηλώνουν ότι είχαν καλή σχέση με τα μαθηματικά πριν μπουν στο πρόγραμμα.

Πίνακας 2
Συχνότητες και Ποσοστά Μαθητών και Μαθητριών κατά Κατηγορία Απάντησης

Σχέση με τα μαθηματικά	**Μαθητές**		**Μαθήτριες**		**Σύνολο**	
	f	%	f	%	f	%
Πολύ κακή	1	**7,7**	1	**5,9**	2	**6,7**
Κακή	1	**7,7**	4	**23,5**	5	**16,7**
Μέτρια	0	**0**	3	**17,6**	3	**10**
Καλή	7	**53,8**	6	**35,3**	13	**43,3**
Πολύ καλή	4	**30,8**	3	**17,6**	7	**23,3**
Σύνολο	13	**100**	17	**100**	30	**100**

Ο Πίνακας 3 δίνει τους μέσους όρους και τις τυπικές αποκλίσεις της σχέσης των μαθητών και μαθητριών με τα μαθηματικά. Οι μαθητές που συμμετείχαν στην έρευνα είχαν ελάχιστα περισσότερο καλή σχέση με τα μαθηματικά ($\overline{X}$ = 3,92) σε σχέση με τις μαθήτριες ($\overline{X}$ = 3,35). Η μέση τιμή των απαντήσεων των μαθητών για τη σχέση τους με τα μαθηματικά είναι μεγαλύτερη από των μαθητριών

Πίνακας 3
Μέσοι όροι και Τυπικές Αποκλίσεις της Σχέσης με τα Μαθηματικά των Μαθητών και Μαθητριών

Σχέση με τα μαθηματικά	$\overline{X}$	SD
Μαθητές	3,92	1,188
Μαθήτριες	3,35	1,222

5.5. Σχέση των μαθητών/τριων με τη λογοτεχνία

Η σχέση των μαθητών/τριων με τα μαθηματικά απορρέει από την απάντηση που δώσανε οι μαθητές/τριες στην ερώτηση:

> *΄΄Ποια ήταν η σχέση σου με τη λογοτεχνία πριν μπεις στο πρόγραμμα; Σου άρεσε να διαβάζεις λογοτεχνικά βιβλία;΄΄*

Ομαδοποιήθηκαν οι απαντήσεις των μαθητών/τριών στις κατηγορίες *Πολύ κακή, Κακή, Μέτρια, Καλή, Πολύ καλή* για να περιγραφτεί η σχέση τους με τη λογοτεχνία.

- Στην κατηγορία των απαντήσεων *Πολύ κακή* συμπεριλαμβάνονται οι δηλώσεις των μαθητών/τριων:*΄΄ πολύ μακριά, δεν διαβάζω, καθόλου καλή, …. ΄΄*.
- Στην κατηγορία των απαντήσεων *Κακή* συμπεριλαμβάνονται οι δηλώσεις των μαθητών/τριων:*΄΄ δεν μου αρέσει και τόσο να διαβάζω λογοτεχνία, όχι και τόσο καλή,… …….΄΄*.
- Στην κατηγορία των απαντήσεων *Μέτρια* συμπεριλαμβάνονται οι δηλώσεις των μαθητών/τριων:*΄΄ εντάξει, ωραία είναι να διαβάζεις βιβλιαράκια και αυτά, αλλά σαν μάθημα δεν μου αρέσει, …΄΄*

- Στην κατηγορία των απαντήσεων *Καλή* συμπεριλαμβάνονται οι δηλώσεις των μαθητών/τριων:΄΄ *μου άρεσε αρκετά, μου άρεσε η λογοτεχνία ….΄΄* .
- Στην κατηγορία των απαντήσεων *Πολύ καλή* συμπεριλαμβάνονται οι δηλώσεις των μαθητών/τριων:΄΄ *μου αρέσει πολύ να διαβάζω λογοτεχνικά βιβλία….΄΄*

Ο Πινάκας 4 παριστά τις συχνότητες και τα ποσοστά των μαθητών και μαθητριών με βάση τις δηλώσεις τους για τη σχέση που είχαν με τη λογοτεχνία πριν συμμετάσχουν στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή τη λέσχη ανάγνωσης. Η μέγιστη πλειοψηφία των μαθητών (30,8%) δηλώνουν ότι είχαν μέτρια σχέση με τη λογοτεχνία πριν μπουν στο πρόγραμμα και η μέγιστη πλειοψηφία των μαθητριών (53,3%) δηλώνουν ότι είχαν καλή σχέση με τη λογοτεχνία πριν μπουν στο πρόγραμμα.

Πίνακας 4
Συχνότητες και Ποσοστά Μαθητών και Μαθητριών κατά Κατηγορία Απάντησης

Σχέση με τη λογοτεχνία	**Μαθητές**		**Μαθήτριες**		**Σύνολο**	
	f	%	f	%	f	%
Πολύ κακή	3	**23,1**	0	**0**	3	**10,7**
Κακή	1	**7,7**	1	**6,7**	2	**7,1**
Μέτρια	4	**30,8**	3	**20**	7	**25**
Καλή	2	**15,4**	8	**53,3**	10	**35,7**
Πολύ καλή	3	**23,1**	3	**20**	6	**21,4**
Σύνολο	13	**100**	15	**100**	28	**100**

5.6. Βελτίωση Στάσεων

Για τη διερεύνηση των στάσεων κάποιοι από τους μαθητές/τριες απάντησαν στις παρακάτω ερωτήσεις:

- *Πιστεύεις ότι αυτή η εμπειρία σου σε επηρέασε στο πως βλέπεις τα μαθηματικά;*
- *Τα θεωρείς πιο εύκολα, πιο ευχάριστα, πιο χρήσιμα, έχουν πιο πολύ ενδιαφέρον για εσένα;*
- *Τα αντιμετωπίζεις με λιγότερο φόβο,*

- *Πιστεύεις ότι επηρέασε τα συναισθήματα σου θετικά για αυτά;*
- *Θεωρείς ότι τα μαθηματικά είναι πιο οικεία σε εσένα τώρα;*

Οι απαντήσεις τους ομαδοποιήθηκαν σε πέντε ομάδες που δηλώνουν, 1 = Καθόλου, 2 = Λίγο, 3 = Αρκετά, 4 = Πολύ, 5 = Πάρα πολύ.

- Στην κατηγορία των απαντήσεων *Καθόλου* συμπεριλαμβάνονται οι δηλώσεις των μαθητών/τριων:*΄΄ όχι, …. ΄΄.*
- Στην κατηγορία των απαντήσεων *Λίγο* συμπεριλαμβάνονται οι δηλώσεις των μαθητών/τριων:*΄΄, κάπως, όχι ιδιαίτερα, ...…..΄΄.*
- Στην κατηγορία των απαντήσεων *Αρκετά* συμπεριλαμβάνονται οι δηλώσεις των μαθητών/τριων:*΄΄ ναι ίσως, …΄΄*
- Στην κατηγορία των απαντήσεων *Πολύ* συμπεριλαμβάνονται οι δηλώσεις των μαθητών/τριων:*΄΄τα βρίσκω πολύ πιο, ναι πολύ, ….΄΄* .
- Στην κατηγορία των απαντήσεων *Πάρα πολύ* συμπεριλαμβάνονται οι δηλώσεις των μαθητών/τριων:*΄΄σίγουρα, ναι πάρα πολύ, ….΄΄*

Οι μαθητές/τριες που δεν είχαν καλή σχέση με τα μαθηματικά θεωρούν ότι τα μαθηματικά τους φαίνονται πιο εύκολα σε σχέση με πριν ($\overline{Y}$=1,43) σε βαθμό περισσότερο από τους μαθητές/τριες που είχαν καλή σχέση με τα μαθηματικά ($\overline{X}$=1,08). Επίσης, οι μαθητές/τριες που δεν είχαν καλή σχέση με τα μαθηματικά αντιμετωπίζουν τα μαθηματικά με λιγότερο φόβο ($\overline{Y}$=2,89) μετά τη συμμετοχή τους στο πρόγραμμα από ότι οι μαθητές/τριες που είχαν καλή σχέση με τα μαθηματικά ($\overline{X}$=1,19).

Ο Πίνακας 5 δίνει τους μέσους όρους και τις τυπικές αποκλίσεις της αλλαγής των στάσεων των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά με καλή και κακή σχέση αντίστοιχα με τα μαθηματικά, λόγω της συμμετοχής τους στις λέσχες ανάγνωσης ή στο πολιτιστικό πρόγραμμα. Θεωρήσαμε ότι οι μαθητές με κακή σχέση με τα μαθηματικά είναι όσοι δήλωσαν *΄΄Πολύ κακή΄΄*, *΄΄Κακή΄΄*, *΄΄Μέτρια΄΄* στην ερώτηση: *΄΄Ποια ήταν η σχέση σου με τα μαθηματικά πριν μπεις στο πρόγραμμα;΄΄* και οι μαθητές με καλή σχέση στα μαθηματικά όσοι δήλωσαν *΄΄Καλή΄΄*,*΄ΠΟλύ καλή΄΄*.

Πίνακας 5

Μέσοι όροι και Τυπικές Αποκλίσεις της Βελτίωσης των Στάσεων των Μαθητών/τριων ανάλογα με της Σχέση τους απέναντι στα Μαθηματικά

Μεταβλητές	Μαθητές/τριες με καλή σχέση με τα μαθηματικά.		Μαθητές/τριες με κακή σχέση με τα μαθηματικά		Συνολικά	
	$\overline{X}$	SD	$\overline{Y}$	SD	$\overline{W}$	SD
Αλλαγή αντίληψης	**3,16** (19/20)	1,385	**3,78** (9/10)	0,833	**3,36** (28/30)	1,254
Πιο εύκολα	**1,08** (12/20)	0,289	**1,43** (7/10)	0,787	**1,21** (19/30)	0,535
Πιο ευχάριστα	**3,44** (9/20)	1,014	**3** (6/10)	0,894	**3,27** (15/30)	0,961
Πιο χρήσιμα	**1,18** (11/20)	0,405	**1,75** (8/10)	0,707	**1,42** (19/30)	0,607
Πιο ενδιαφέροντα	**3,89** (9/20)	0,333	**3,86** (7/10)	0,69	**3,69** (16/30)	0,873
Ελάττωση φόβου	**1,19** (16/20)	0,75	**2,89** (9/10)	0,928	**1,80** (25/30)	1,155

Θα διερευνηθεί ξεχωριστά το κάθε ερώτημα σε σχέση με τις απαντήσεις των μαθητών που δώσανε στην συνέντευξη.

5.6.1. Αλλαγή αντίληψης

Για να διερευνηθεί το εάν βελτιώθηκε η αντίληψη των μαθητών για τα μαθηματικά θα μελετηθούν οι απαντήσεις των μαθητών στο παρακάτω ερώτημα:

> *Πιστεύεις ότι αυτή η εμπειρία σου σε επηρέασε στο πως βλέπεις τα μαθηματικά; Με ποιον τρόπο;*

Ο Πίνακας 5 δίνει ότι οι μαθητές με μη καλή σχέση με τα μαθηματικά επηρεάστηκαν πιο πολύ ($\overline{Y}$ =3,78) στο πως αντιλαμβάνονται τα μαθηματικά από τους μαθητές με καλή σχέση με τα μαθηματικά ($\overline{X}$ = 3,16). Και οι δύο ομάδες μαθητών επηρεάστηκαν *΄΄Αρκετά΄΄* έως *΄΄Πολύ΄΄* στο πως βλέπουνε τα μαθηματικά μετά τη συμμετοχή τους στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή στις λέσχες ανάγνωσης. Η ερώτηση της συνέντευξης ήταν ελεύθερη και όχι δομημένη. Από τις απαντήσεις των μαθητών φαίνεται ότι οι μαθητές μετά τη συμμετοχή τους στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή στη λέσχη ανάγνωσης βελτιώνουν την αντίληψη τους για τα μαθηματικά. Ομαδοποιώντας

τις απαντήσεις των μαθητών/τριων προκύπτει ότι οι μαθητές βελτιώνουν την αντίληψη τους για τα μαθηματικά ως προς:

- τη σημασία των μαθηματικών
- το βαθμό δυσκολίας των μαθηματικών
- την ευχαρίστηση που προσφέρουν τα μαθηματικά
- τη χρησιμότητα των μαθηματικών
- το ενδιαφέρον που προκαλούν τα μαθηματικά
- το φόβο που προκαλούν τα μαθηματικά

Αναφέρονται παρακάτω αντιπροσωπευτικά αποσπάσματα συνεντεύξεων των παιδιών στα οποία διερευνάται η βελτίωση των στάσεων των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά και τα πιθανά αίτια αυτής της βελτίωσης.

5.6.2. Ως προς τη σημασία των μαθηματικών

Παρουσιάζεται παρακάτω απόσπασμα της συνέντευξης της μαθήτριας Μ5 της Α΄ λυκείου, η οποία δήλωσε ότι είχε καλή σχέση με τα μαθηματικά.

Ε: «*Πιστεύεις ότι αυτή η εμπειρία σου σε επηρέασε να αλλάξεις την αντίληψη σου για τα μαθηματικά;*»

Μ5: «*Με επηρέασε πιο θετικά, γιατί εμένα και προηγουμένως μου αρέσανε. Και υποπτευόμουν ότι τα μαθηματικά περιγράφουν ας πούμε, τον κόσμο αυτό το πράγμα… τώρα το κατάλαβα φέτος. ΄΄Μπήκα πιο μέσα΄΄ στα μαθηματικά*»

Η μαθήτρια Μ5 είναι μια μαθήτρια που της αρέσανε τα μαθηματικά ως σχολικό μάθημα. Μετά την εμπλοκή της με τη μαθηματική λογοτεχνία δείχνει να αντιλαμβάνεται τη σημασία των μαθηματικών περισσότερο, λέγοντας, *΄΄ ΄΄Μπήκα πιο μέσα΄΄ στα μαθηματικά΄΄* .

Ε: «*Περιγράφουν τον κόσμο… δηλαδή;*»

Μ5: «*Ότι… τα πάντα μπορούν να περιγραφούν μέσω μαθηματικών, δηλαδή ότι όλα (τα οποία γνωρίζουμε στον κόσμο) μπορούν να αναχθούν στα μαθηματικά.*»

Η Μ5 φαίνεται να αναφέρεται στη δυναμική διάσταση των μαθηματικών και την οικουμενικότητα τους με τη φράση, *΄΄όλα μπορούν να αναχθούν στα μαθηματικά΄΄*.

> Ε: «*Συναισθηματικά σε επηρέασε; Εάν είχες αντίστοιχα ένα επιστημονικό σύγγραμμα που αναφερόταν στα ίδια γεγονότα με το βιβλίο, πως θα αντιδρούσες; Π.χ. μια εγκυκλοπαίδεια.*»

Με αυτήν την ερώτηση η ερευνήτρια προσπαθεί να καταλάβει τη βαρύτητα του ύφους του κειμένου στην συνειδητοποίηση της μαθήτριας για τη δυναμική διάσταση των μαθηματικών.

> Μ5: «*Πιο πολύ σε τραβάει το λογοτεχνικό*. »
>
> Ε: «*Για ποιο λόγο;*»
>
> Μ5: «*Τα περιγράφει με ένα τρόπο που μπορείς να τα φανταστείς και μπαίνουν πιο εύκολα στο κεφάλι σου, τα βλέπεις όλα αυτά που διαβάζεις, (τα μαθηματικά) δεν είναι απλά πληροφορίες.*»

Η φράση *΄΄μπαίνουν πιο εύκολα στο κεφάλι σου, τα βλέπεις όλα αυτά που διαβάζεις΄΄* πιθανόν δηλώνει τη δημιουργία ενός πλαισίου γεμάτου νόημα για τα μαθηματικά, μιας συναισθηματικής κατάστασης όπου η μαθήτρια βιώνει την ιστορία.

> Ε: «*Σε βοήθησε να κατανοήσεις κάποιες ιστορικές καταστάσεις, να σκιαγραφήσεις κάποιους ανθρώπους, να καταλάβεις κάποιες μαθηματικές έννοιες;*»
>
> Μ5: «*Πρώτα κάποιους ανθρώπους μαθηματικούς, που μέχρι τώρα ήταν απλά ένα όνομα, έκανε αυτό, το θεώρημα εκείνο…ενώ στο βιβλίο βλέπεις όλη του τη ζωή, καταλαβαίνεις ότι ήταν και αυτός ένας άνθρωπος και ότι έκανε και άλλα πράγματα πέρα από μαθηματικά… Επιπλέον, μέσα από τις παρουσιάσεις (που κάναμε στην τάξη για τη ζωή κάποιων μαθηματικών και το έργο τους) … τώρα δε θυμάμαι να σας πω ακριβώς αλλά κάποιες (μαθηματικές) έννοιες που δεν τις καταλαβαίνεις μέσα από τον ορισμό τους… μέσα από την ιστορία και το πως περιγράφεται, καταλαβαίνεις σε τι αναφέρονται.*»

Η Μ5 φαίνεται να οικειοποιείται το μαθηματικό χώρο μέσα από τις βιογραφίες των μαθηματικών διότι μάλλον, αντιλαμβάνεται την ανθρώπινη διάσταση των μαθηματικών. Επιπλέον, το ύφος του λογοτεχνικού κειμένου βοηθάει στην απόδοση της ανθρώπινης διάστασης των μαθηματικών με λόγο προσιτό στη μαθήτρια.

Στην συνέχεια διερευνάται μια ακόμη παράμετρος της επίδρασης της μαθηματικής λογοτεχνίας στη στάση των μαθητών για τη σημασία των μαθηματικών Αναφέρεται το απόσπασμα της συνέντευξης του μαθητή Μ14 της Β΄ Λυκείου, θεωρητικής κατεύθυνσης, ο οποίος δήλωσε ότι είχε πολύ κακή σχέση με τα μαθηματικά. Συγκρίνονται οι λόγοι καθιέρωσης της στάσης του μαθητή με τους λόγους καθιέρωσης της στάσης ης μαθήτριας με πολύ καλή σχέση με τα μαθηματικά και αναζητούνται κοινά στοιχεία.

Ε: «*Με τα μαθηματικά τι σχέση είχες;*»

Μ14: «*Καθόλου καλή.*»

Ε: «*Θέλεις να μου μιλήσεις γι΄ αυτό;*»

Μ14: «*Ναι. Από μικρός δεν είχα πάρει τις σωστές βάσεις στα μαθηματικά και… τα είχα παρατήσει και έτσι με παράτησαν και αυτά. Έτσι πάει αυτό όταν δεν σ΄ αρέσει κάτι και το παρατάς αυτόματα… πάντα δεν έγραφα καλά στα διαγωνίσματα και τα λοιπά αλλά παρ΄ όλα αυτά και από τι είχαμε ακούσει στην τάξη τα μαθηματικά δεν ήταν μόνο εξισώσεις. Δηλαδή τα μαθηματικά δεν ήταν μόνο αυτά που κάναμε στην τάξη.*»

Φαίνεται ότι ο μαθητής Μ14 δηλώνει ότι, πριν την εμπλοκή του με τη μαθηματική λογοτεχνία δεν ένιωθε ευχαρίστηση για τα μαθηματικά. Οι λόγοι όπου δεν ενδιαφέρονταν για αυτά ήταν η έλλειψη απόλαυσης από την ενασχόληση του με αυτά, η δημιουργία ΄΄κενών΄΄, και η χαμηλή επίδοση του στα διαγωνίσματα.

Ε: «*Είχες φόβο για τα μαθηματικά*; »

Μ14: «*Ναι, πάντα … για να μείνω στην ίδια τάξη είχα φόβο. Απογοητευόμουνα πολλές φορές (με τα μαθηματικά).*»

Ο Μ14 φαίνεται να φοβάται τις συνέπειες της μη καλής του επίδοσης στα μαθηματικά που λειτουργούν ως εξωτερικά κίνητρα για τη διαμόρφωση της αρνητικής του στάσης.

Ε: «*Αυτό γιατί δημιουργήθηκαν κάποια κενά όπως μου είπες;* »

Μ14: «*Τα είχα παρατήσει από πολύ μικρός από τι θυμάμαι.* »

Ε: «*Όταν μπήκες στο πρόγραμμα ποιες είναι οι πρώτες εντυπώσεις σου;*»

Μ14: «*Βασικά οι πρώτες εντυπώσεις ήταν όταν. . άκουσα για αυτούς τους ανθρώπους που ήταν ερευνητές μαθηματικοί, όχι οι μαθηματικοί που βλέπουμε στις τάξεις και τα λοιπά, οι οποίοι είχαν φτιάξει ολόκληρο έργο πάνω στα μαθηματικά, φαινότανε άλλος κόσμος μαγικός κόσμος, σαν αυτό που διαβάζουμε στα βιβλία φαντασίας και λέμε, ΄΄φαντάζεσαι να ζούσα και εγώ εκεί΄΄, να ήμουνα εγώ αυτός ο ήρωας που έκανε αυτά τα πράγματα. Όλα αυτά δεν είχαν καμία σχέση με όσα κάναμε στην τάξη.*»

Ο Μ14 με τη φράση *΄΄φαντάζεσαι να ζούσα εγώ εκεί, να ήμουνα εγώ αυτός ο ήρωας΄΄* δείχνει να εμπλέκεται συναισθηματικά στην ιστορία και να ταυτίζεται με τον ήρωα. Φαίνεται να δημιουργείται ένα συναισθηματικό πλαίσιο βιωμάτων που κινητοποιεί το μαθητή για δράση. Δηλαδή, η ιστορία λειτουργεί ως κατάσταση προβληματισμού και κίνητρο για ενασχόληση.

Ε: «*Σε έβαλε δηλαδή σε ένα φανταστικό περιβάλλον;* »

Μ14: «*Φανταστικό περιβάλλον, διαφορετική προσέγγιση, οτιδήποτε, Δηλαδή…δεν…δεν πλησίαζε αυτό το στεγνό πράγμα που κάνουμε στην τάξη. Ήταν μαθηματικά αλλά μαθηματικά από διαφορετική πλευρά, δεν έβλεπες εξισώσεις, έβλεπες ιστορία, έβλεπες μια αφήγηση ενός ανθρώπου που έκανε ένα έργο που πίστευε σε αυτό το έργο, που αγαπούσε, πάνω σε αυτό δούλευε και αυτό σε ενθουσίαζε. Τουλάχιστον εμένα με ενθουσίασε.*»

Η φράση *΄΄ στεγνό πράγμα που κάνουμε στην τάξη΄΄* του Μ14 φαίνεται να αναφέρεται στη φορμαλιστική αντίληψη των μαθητών για τα μαθηματικά μέσα από τη σχολική διαδικασία. Μάλλον, ο μαθητής με την επαφή του με τη μαθηματική λογοτεχνία εισέρχεται σε ένα συναισθηματικό πλαίσιο γεμάτο νόημα για τα μαθηματικά και αποβάλλει τη φορμαλιστική αντίληψη που διαθέτει για αυτά. Επιπλέον, με τη φράση *΄΄έβλεπες μια αφήγηση ενός ανθρώπου που έκανε ένα έργο που πίστευε σε αυτό΄΄* δείχνει να αντιλαμβάνεται την ανθρώπινη διάσταση των μαθηματικών. Ο Μ14 μιλάει για ένα φανταστικό περιβάλλον που μέσα από τις βιογραφίες μαθηματικών αισθάνεται ενθουσιασμό. Πιθανόν, αισθάνεται απόλαυση για τα μαθηματικά και διαχωρίζει τη στάση του ανεξάρτητα από τη χαμηλή επίδοση του σε αυτά. Αναφέρουμε το επόμενο απόσπασμα,

Ε: «*Επηρέασε αυτό την αντίληψη σου για τα μαθηματικά;* »

Μ14: «*Άλλαξε η αντίληψη μου για τα μαθηματικά, ναι. Δηλαδή, κατάλαβα ότι πια τα μαθηματικά δεν έχουν τόσο,…ότι οι πράξεις, οι εξισώσεις, όλα αυτά είναι μια διαδικασία μέσα στον όλο κόσμο των*

μαθηματικών, μια διαδικασία που είναι για πολλούς επίπονη για να φτάσεις όμως σε ένα σημείο που μόλις το ανακαλύψεις θα είσαι… δηλαδή…γνωρίζεις μεγάλη χαρά. Το οποίο βέβαια για μένα παραμένει ακόμα δύσκολο, γιατί δεν είμαι καλός στα μαθηματικά.»

Μέσα από τα λόγια του Μ14, μάλλον, φαίνεται ότι ενώ γνωρίζει ότι η επίδοση του στα μαθηματικά είναι χαμηλή και ότι ΄΄δεν είναι καλός στα μαθηματικά΄΄, αντιλαμβάνεται τη δυναμική διάσταση των μαθηματικών, τις συνέπειες της μαθηματικής γνώσης και την αισθητική τους διάσταση.

5.6.3. Ως προς το βαθμό δυσκολίας των μαθηματικών

Ο Πίνακας 5 δίνει ότι οι μαθητές με μη καλή σχέση με τα μαθηματικά μετά από την συμμετοχή τους στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή τις λέσχες ανάγνωσης θεωρούν τα μαθηματικά ότι έχουν μικρότερο βαθμό δυσκολίας ($\overline{Y}$ =1,43) σε σχέση με πριν, από τους μαθητές με καλή σχέση με τα μαθηματικά ($\overline{X}$ = 1,08). Και οι δύο ομάδες μαθητών επηρεάστηκαν *΄΄Καθόλου΄΄* έως *΄΄Λίγο΄΄* όσον αφορά το βαθμό δυσκολίας των μαθηματικών μετά τη συμμετοχή τους στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή στις λέσχες ανάγνωσης. Η ερώτηση της συνέντευξης ήταν ελεύθερη και όχι δομημένη. Από τις απαντήσεις των μαθητών φαίνεται ότι οι μαθητές μετά τη συμμετοχή τους στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή στη λέσχη ανάγνωσης βελτιώνουν πολύ λίγο τη στάση τους για το βαθμό δυσκολίας των μαθηματικών.

Για την καλύτερη κατανόηση καλύτερα των απόψεων των μαθητών για το βαθμό δυσκολίας των μαθηματικών και τη μικρή αλλαγή της στάσης τους, παρατίθεται το παρακάτω αντιπροσωπευτικό απόσπασμα της συνέντευξης της μαθήτριας Μ2 της Α΄ λυκείου, που δήλωσε ότι έχει κακή σχέση με τα μαθηματικά.

Ε: «*Τα θεωρούσες δύσκολα;*»

Μ2: «*Δύσκολα με την έννοια ας πούμε ότι σε άλλα μαθήματα …όταν διαβάζεις αρκετά.. δηλαδή έρχεται το επιθυμητό αποτέλεσμα ενώ στα μαθηματικά ήταν λίγο πιο πολύπλοκο γιατί είναι οι ασκήσεις, … είναι και άλλοι παράγοντες που παίζουν ρόλο οπότε τα φοβόμουνα να το πω περισσότερο … να το πω κάπως έτσι.*»

Η μαθήτρια Μ2 δηλώνει ότι θεωρούσε τα μαθηματικά δύσκολα γιατί αισθάνεται αβεβαιότητα για την απόδοση της απέναντι σε αυτά. Αποτέλεσμα είναι να αισθάνεται

φόβο για αυτά. Προς το τέλος της συνέντευξης η μαθήτρια Μ2 δηλώνει ότι θεωρεί τα μαθηματικά το ίδιο δύσκολα.

Ε: «*Τα θεωρείς πιο εύκολα τώρα, πιο δύσκολα;*»

Μ2: «*Εύκολα όχι, ούτε και δύσκολα… ιδίως το κομμάτι που κάνουμε στο σχολείο είναι…από πλευράς δυσκολίας είναι το ίδιο, αλλά απλώς μου έχουν κεντρίσει περισσότερο το ενδιαφέρον, μπορώ να ασχοληθώ πιο ευχάριστα έστω και με αυτά που κάνουμε στο σχολείο.*»

Παρατηρείται ότι, ενώ, η μαθήτρια Μ2 θεωρεί τα σχολικά μαθηματικά το ίδιο δύσκολα, φαίνεται να αντιμετωπίζει αυτήν τη δυσκολία με διαφορετικό τρόπο. Δηλαδή, ακόμα και αν αισθάνεται τη δυσκολία των μαθηματικών θεωρεί ότι έχουν ενδιαφέρον και η ενασχόληση με αυτά είναι πιο ευχάριστη.

Ε: «*Σου έχει εγείρει το ενδιαφέρον να ασχοληθείς και με άλλα προβλήματα μαθηματικού περιεχομένου;*»

Μ2: «*Να σας πω. Είναι ότι από τη μια πλευρά μου αρέσουν αλλά δεν νομίζω ότι εγώ ας πούμε μπορώ να ασχοληθώ και με τα πιο απλά, απλά θέλει κάτι παραπάνω από αυτό που μπορώ να δώσω εγώ.*»

Ε: «*Μαθηματικά προβλήματα δεν εννοούμε μόνο αυτά που κάνανε μεγάλοι μαθηματικοί και ανακαλύψανε κάποια μαθηματική αλήθεια. Εννοούμε προβλήματα που θα μπορούσε να λύσει ο οποιοσδήποτε.*»

Μ2: «*Δεν είναι ούτε ευχαρίστηση μου να πω να ασχολούμαι τόσο πολύ.*»

Ε: «*Απλά σε βοήθησε να αντιμετωπίσεις πιο καλά τα σχολικά;*»

Μ2: «*Ναι.*»

Μέσα από τις απαντήσεις της μαθήτριας Μ2, ίσως φαίνεται ότι ακόμα και εάν θεωρεί ότι έχει χαμηλές μαθηματικές ικανότητες, είναι σε θέση να αντιμετωπίζει τα σχολικά μαθηματικά.

5.6.4. Ως προς την ευχαρίστηση που προσφέρουν τα μαθηματικά

Ο Πίνακας 5 δίνει ότι οι μαθητές με καλή σχέση με τα μαθηματικά μετά από την συμμετοχή τους στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή τις λέσχες ανάγνωσης θεωρούν τα μαθηματικά πιο ευχάριστα ($\overline{X}$=3,44) σε σχέση με πριν, από τους μαθητές με μη καλή σχέση με τα μαθηματικά ($\overline{Y}$ = 3,00). Και οι δύο ομάδες μαθητών επηρεάστηκαν

΄΄Αρκετά΄΄ έως *΄΄Πολύ΄΄* όσον αφορά την ευχαρίστηση που προσφέρει η ενασχόληση με τα μαθηματικά μετά τη συμμετοχή τους στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή στις λέσχες ανάγνωσης. Η ερώτηση της συνέντευξης ήταν ελεύθερη και όχι δομημένη. Από τις απαντήσεις των μαθητών φαίνεται ότι οι μαθητές μετά τη συμμετοχή τους στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή στη λέσχη ανάγνωσης βελτιώνουν πολύ τη στάση τους για την ευχαρίστηση που προσφέρουν τα μαθηματικά.

Αναφέρεται ένα αποσπάσματα συνέντευξης για να διερευνηθεί το πως επηρεάζονται οι στάσεις των μαθητών σε σχέση με την ευχαρίστηση που προσφέρουν τα μαθηματικά. Το απόσπασμα είναι από τη συνέντευξη του μαθητή Μ29 της Α΄ γυμνασίου, ο οποίος δήλωσε ότι είχε πολύ καλή σχέση με τα μαθηματικά.

Ε: «*Πιστεύεις ότι αυτή η εμπειρία σε επηρέασε στην αντίληψη σου για τα μαθηματικά*;»

Μ29: «*Εεεε, ...επηρέασε πιστεύω αρκετά. Είπα και πριν μας πρόσφερε πολλές γνώσεις... και μάθαμε κάποια χαρακτηριστικά στοιχεία για τα μαθηματικά που ήταν ευχάριστα...μας φέρανε πιο κοντά στο μάθημα.*»

Φαίνεται ότι για τον μαθητή Μ29 τα μαθηματικά γίνανε πιο ευχάριστα γιατί *΄΄ήρθε πιο κοντά στο μάθημα΄΄*. Πιθανόν, δημιουργήθηκε ένα πλαίσιο στο οποίο τα μαθηματικά γίνανε πιο προσιτά και οικεία.

Ε: «*Για ποιο λόγο πιστεύεις ήρθες πιο κοντά στο μάθημα*; »

Μ29: «*Εεε για να…*»

Ε: «*Με ποιο τρόπο έγινε*; »

Μ29: «*Με τα διάφορα θέματα που σχολιάζει, λέει το βιβλίο, εκτός από τη λογοτεχνία, στη μαθηματική πλευρά του μιλάει για χαρακτηριστικά πράγματα των μαθηματικών, για θεωρίες και αντιλήψεις διάφορες και...μας είναι και πιο ευχάριστο έτσι παρά στο μονότονο βιβλίο.*»

Ο μαθητής Μ29 δείχνει να αναφέρεται στη φορμαλιστική αντίληψη που έχουν οι μαθητές για τα μαθηματικά. Το αίτιο αυτής της διαφορετικής προσέγγισης φαίνεται αρχικά να είναι η ανάμειξη μαθηματικών γεγονότων και ο τρόπος γραφής του κειμένου.

Ε: «*Είναι ο τρόπος γραφής ευχάριστος ή ότι το κάνετε σε άλλη ώρα εκτός*

μαθήματος;»

Μ29: «*Παίζει ρόλο ότι είναι λογοτεχνικό το κείμενο, αλλά το πιο σημαντικό πιστεύω είναι η δραστηριότητα πραγματοποιείται εκτός του μαθήματος. Έχεις περισσότερο χρόνο να σκεφτείς….*»

Ο μαθητής Μ29 εστιάζει στη μορφή των συναντήσεων και στην άνεση χρόνου που του διατίθεται για να σκεφτεί. Δηλαδή, εδώ ο λόγος για τον οποίο τα μαθηματικά φαίνονται πιο ευχάριστα είναι η ανάμειξη μαθηματικών γεγονότων και ο παράγοντας της χρονικής διάρκειας των συναντήσεων, αλλά όχι το ίδιο το κείμενο.

5.6.5. Ως προς τη χρησιμότητα των μαθηματικών

Ο Πίνακας 5 δίνει ότι οι μαθητές με μη καλή σχέση με τα μαθηματικά μετά από την συμμετοχή τους στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή τις λέσχες ανάγνωσης θεωρούν τα μαθηματικά πιο χρήσιμα ($\overline{Y}$=1,75) σε σχέση με πριν, από τους μαθητές με μη καλή σχέση με τα μαθηματικά ($\overline{X}$= 1,18). Και οι δύο ομάδες μαθητών επηρεάστηκαν *΄΄Καθόλου΄΄* έως *΄΄Λίγο΄΄* όσον αφορά τη χρησιμότητα των μαθηματικών μετά τη συμμετοχή τους στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή στις λέσχες ανάγνωσης. Η ερώτηση της συνέντευξης ήταν ελεύθερη και όχι δομημένη. Από τις απαντήσεις των μαθητών φαίνεται ότι οι μαθητές μετά τη συμμετοχή τους στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή στη λέσχη ανάγνωσης βελτιώνουν πολύ λίγο τη στάση τους χρησιμότητα των μαθηματικών.

Αναφέρεται ένα απόσπασμα συνέντευξης μαθήτριας για να διερευνηθεί το πως επηρεάζονται οι στάσεις των μαθητών σε σχέση με τη χρησιμότητα των μαθηματικών. Το απόσπασμα είναι από τη συνέντευξη της μαθήτριας Μ24, μαθήτρια της Β΄ Γυμνασίου, η οποία δήλωσε ότι είχε κακή σχέση με τα μαθηματικά.

Ε: «*Σου φαίνονται πιο χρήσιμα*; »

Μ24: «*Ναι, και είναι και πολύ εντυπωσιακά έτσι όπως τα έλυνε.*»

Η μαθήτρια Μ24 αναφέρεται στον ήρωα του βιβλίου, *Ο Άνθρωπος που Μετρούσε*, όπου είναι ένας άραβας που λύνει με πολύ έξυπνους τρόπους προβλήματα με θέματα από την καθημερινή ζωή.

Ε: «*Σου άρεσε ο τρόπος που τα έλυνε*; »

Μ24: «*Δεν είναι ένας κοινός τρόπος,… παράξενος*.»

Η Μ24 φαίνεται να έρχεται σε επαφή με τα μαθηματικά μέσω καθημερινών προβλημάτων. Πιθανόν, απορρίπτει τη φορμαλιστική αντίληψη για τα μαθηματικά καθώς, συνδέονται τα μαθηματικά με την καθημερινή ζωή. Επίσης, γνωρίζει την ανθρώπινη διάσταση τους

Ε: «*Τι ήταν αυτό που σου έμεινε πιο πολύ από τις συναντήσεις; Ο ρόλος των καθηγητών/ καθηγητριών, η επικοινωνία με τα άλλα παιδιά, το ίδιο το θέμα*;»

Μ24: «*Ο ρόλος από τις καθηγήτριες, ήταν πιο προσιτές σε εμάς από ότι μέσα στο μάθημα εμμ..*»

Ο ρόλος της καθηγήτριας μέσα σε ένα πιο χρονικά άνετο πλαίσιο από το σχολικό, χωρίς τον παράγοντα της αξιολόγησης επηρεάζει την αντίληψη της μαθήτριας. Αυτό το κίνητρο αλλαγής της στάσης για τα μαθηματικά θεωρείται ανεξάρτητο του λογοτεχνικού κειμένου.

Ε: «*Εάν χρησιμοποιούσατε άλλα μέσα όπως κάποια εγκυκλοπαίδεια και όχι το βιβλίο θα ήταν το ίδιο*;»

Μ24: «*Όχι, πιστεύω είχε περισσότερο ενδιαφέρον. Γιατί έτσι όπως τα παρουσίαζε ο συγγραφέας είχες και λίγο αγωνία για το τι θα γίνει παρακάτω. Είχες κάπως στο μυαλό σου το πώς θα το λύσει, αλλά έτσι όπως το έλυνε σε εντυπωσίαζε*.»

Φαίνεται πως η ιστορία λειτουργεί ως προβληματική κατάσταση για να κινητοποιήσει τη μαθήτρια στο να ασχοληθεί με τα μαθηματικά. Η ΄΄αγωνία΄΄ που παρέχει το κείμενο λειτουργεί ως κίνητρο για τη μαθήτρια Μ24. Η μαθήτρια Μ24 φαίνεται να οικειοποιείται των μαθηματικών προβλημάτων μέσα από τη λογοτεχνική γλώσσα και να ταυτίζεται με τον ήρωα του βιβλίου. Έτσι, τα μαθηματικά γίνονται πιο ευχάριστα για αυτήν και πιο χρήσιμα για την καθημερινή ζωή.

5.6.6. Ως προς το ενδιαφέρον που προκαλούν τα μαθηματικά

Ο Πίνακας 5 δίνει ότι οι μαθητές με καλή σχέση με τα μαθηματικά μετά από την συμμετοχή τους στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή τις λέσχες ανάγνωσης θεωρούν ότι τα

μαθηματικά έχουν πιο πολύ ενδιαφέρον ($\overline{X}$=3,89) σε σχέση με πριν, σχεδόν στον ίδιο βαθμό με τους μαθητές με μη καλή σχέση με τα μαθηματικά ($\overline{Y}$ = 3,86). Και οι δύο ομάδες μαθητών επηρεάστηκαν *΄΄Αρκετά΄΄* έως *΄΄Πολύ΄΄* όσον αφορά το ενδιαφέρον που έχουν τα μαθηματικά μετά τη συμμετοχή τους στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή στις λέσχες ανάγνωσης. Η ερώτηση της συνέντευξης ήταν ελεύθερη και όχι δομημένη. Από τις απαντήσεις των μαθητών φαίνεται ότι οι μαθητές μετά τη συμμετοχή τους στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή στη λέσχη ανάγνωσης βελτιώνουν πολύ τη στάση τους για το ενδιαφέρον των μαθηματικών.

Αναφέρεται ένα απόσπασμα συνέντευξης ενός μαθητή για να διερευνηθεί το πως επηρεάζονται οι στάσεις των μαθητών σε σχέση με το ενδιαφέρον που προκαλούν τα μαθηματικά. Το απόσπασμα είναι από τη συνέντευξη του μαθητή Μ9 της Β΄ λυκείου, θετικής κατεύθυνσης, ο οποίος δήλωσε ότι είχε πολύ καλή σχέση με τα μαθηματικά.

Ε: «*Σε επηρέασε καθόλου στο πως βλέπεις τα μαθηματικά;*»

Μ9: «*Κατά αρχάς ανακάλυψα ένα καινούργιο κόσμο ο οποίος ήταν έξω από τα σχολικά μαθηματικά. Δηλαδή τα επίκαιρα μαθηματικά, που βρίσκονται έξω από το χώρο του σχολείου. Τα μαθηματικά που έτρεχαν τώρα και δεν μπορούσαν να μπούνε στο σχολείο. Και ενθουσιαστικά.*»

Ο μαθητής Μ9 μέσα από την εμπλοκή του με τη μαθηματική λογοτεχνία και τις συζητήσεις που αναπτύχθηκαν με αφορμή το λογοτεχνικό βιβλίο, φαίνεται να αντιλαμβάνεται τη δυναμική διάσταση των μαθηματικών και τις συνέπειες της μαθηματικής γνώσης.

Ε: «*Γιατί;*»

Μ9: «*Γιατί τα μαθηματικά του σχολείου τα θεωρούσα λίγο βαρετά. Και ανακάλυψα κάτι καινούργιο, κάτι πιο ενδιαφέρον. Κάτι το οποίο τρέχει τώρα στις έρευνες.*»

Ε: «*Βαρετά γιατί; Η ύλη, ο τρόπος που διδάσκονται;*»

Μ9: «*Ο τρόπος που διδάσκονται κυρίως γιατί μαθαίναμε να λύνουμε την άσκηση και όχι την ιστορία της άσκησης. Ή μας λέγανε ότι αυτό το απέδειξε ο Euler, αλλά δεν μας λέγανε ποιος είναι ο Euler και τι έκανε για να το αποδείξει. Ήταν επαναλαμβανόμενη μάθηση.*»

Ο μαθητής αναφέρει τις φράσεις: *΄΄επαναλαμβανόμενη μάθηση΄΄* και *΄΄τα μαθηματικά του σχολείου τα θεωρούσα βαρετά΄΄*. Με τις φράσεις αυτές δίνει την αίσθηση ότι τα σχολικά μαθηματικά είναι τυποποιημένα και σε ωθούν σε μηχανικές διαδικασίες επίλυσης, χωρίς ουσία και σκοπό. Φαίνεται από εδώ η φορμαλιστική άποψη που έχει ο μαθητής για τα μαθηματικά παρ΄ όλο που δήλωσε ότι είχε πολύ καλή σχέση με τα μαθηματικά.

Ε: «*Γιατί πιστεύεις ότι είναι σημαντικό να ξέρεις πως έχει ανακαλύψει κάτι;*»

Μ9: «*Γιατί αν ξέρω την ιστορία του θα το κάνω δικό μου πιο εύκολα, νομίζω. Γιατί αν μου δώσουν ένα βιβλίο χωρίς να ξέρω το συγγραφέα του,.. αν μου δώσεις ποιος είναι ο συγγραφέας του θα το κάνεις δικό σου πιο καλά.*»

Ο μαθητής Μ9 θεωρεί απαραίτητη τη δημιουργία ενός πλαισίου όπου τα μαθηματικά έχουν νόημα. Η φράση *΄΄θα το κάνω δικό μου πιο εύκολα΄΄* πιθανόν εννοεί ότι μέσω της βιογραφία ενός μαθηματικού ή την αφήγηση μιας ιστορίας από την ιστορία των μαθηματικών έρχεται σε επαφή με την ανθρώπινη διάσταση των μαθηματικών και δημιουργείται το πλαίσιο για να οικειοποιηθεί ο μαθητής τα μαθηματικά.

Ε: «*Η λογοτεχνία πόσο επηρέασε τις συναντήσεις σας;*»

Μ9: «*Χρησιμοποιούσαμε τη λογοτεχνία σαν άξονα. Και πέρα από αυτό κάναμε και άλλα πράγματα.*»

Ε: «*Το λογοτεχνικό κείμενο ως κείμενο σε βοήθησε στο να αλλάξει αυτή η αντίληψη σου για τα μαθηματικά όπως μου είπες;*»

Μ9: «*Ναι, ναι…*»

Ε: «*Δηλαδή αν δεν υπήρχε θα ήταν το ίδιο;*»

Μ9: «*Όχι, όχι, γιατί το λογοτεχνικό κείμενο σε βάζει …σαν ένα παραμύθι ας πούμε…και ειδικά ο θείος Πέτρος ήταν ένα παραμύθι…το οποίο σε βοηθάει και δεν έχει καθαρά μαθηματικά. Αλλά έχει και πώς να το πω…ψυχαγωγία.*»

Ο μαθητής Μ9 φαίνεται να *΄΄ψυχαγωγείται΄΄* με την αξιοποίηση του λογοτεχνικού κειμένου και άρα να δημιουργείται ένα συναισθηματικό πλαίσιο απόλαυσης. Την προηγούμενη χρονιά στο ανάλογο πρόγραμμα είχανε μελετήσει το βιβλίο, *Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Γκόλντμπαχ*, του Δοξιάδη

Ε: «*Αυτού του είδους τη ψυχαγωγία πως είδες ότι επιδρά πάνω σου;*»

Μ9: «*Σαν ένα βιβλίο, σαν ένα κοινό λογοτεχνικό βιβλίο το οποίο έχει και μαθηματικά μέσα. Αυτό…*»

Ε: «*Το ότι σε επηρέασε συναισθηματικά, ίσως έκανε πιο κατανοητό το κείμενο;*»

Μ9: «*Ναι, ναι και νομίζω ότι το λογοτεχνικό μέρος σε βοηθάει στο να σου μείνει. Γιατί τα συνδυάζεις με άλλα γεγονότα και έτσι μένουν.*»

Αναφέρει τη φράση, *΄΄ τα συνδυάζεις με άλλα γεγονότα και έτσι μένουν΄΄*. Δηλαδή, η ανάμειξη μαθηματικών γεγονότων με άλλα και με γεγονότα άλλων χώρων βοηθάει στην αφομοίωση τους.

Ε: «*Εάν χρησιμοποιούσατε άλλα μέσα όπως internet ή κάποια εγκυκλοπαίδεια θα ήταν το ίδιο;*»

Μ9: «*Όχι, όχι, γιατί με τη βοήθεια του βιβλίου μπλέκονται οι πληροφορίες αυτές μέσα σε μια ιστορία και αφηγούμαστε την ιστορία και γίνεται πιο ενδιαφέρον.*»

Ο τρόπος γραφής του λογοτεχνικού κειμένου και όχι μόνο τα γεγονότα στα οποία αναφέρεται φαίνεται να επηρεάζουν τον μαθητή Μ9.

Ε: «*Θα ήθελες να μου συγκρίνεις τη σχολική ώρα των μαθηματικών με τις συναντήσεις σας; Όσον αφορά την επικοινωνία σας ή όπως εσύ αντιλαμβάνεσαι κάποιες μαθηματικές έννοιες;*»

Μ9: «*Ναι κοιτάξτε…Στην τάξη θεωρώ ότι ο καθηγητής δεν είναι ίσος με τους μαθητές, ενώ εδώ αντίθετα, λειτουργούσαμε σαν ίσοι. Ήταν και ο κ……. και η κ. ……. ήταν ίσοι ως ομάδα…. Έτσι νομίζω εγώ… ήμασταν όλοι ίσοι και αυτό νομίζω είναι σημαντική διαφορά. Ότι δεν υπάρχει κάποιος από πάνω σου να σε ελέγχει. Ενώ στην τάξη είναι ο καθηγητής ο οποίος είναι ανώτερος όλων, σε έχει από πάνω και σε ελέγχει. Υπάρχει ένας περιορισμός…δεν μπορείς να κάνεις κάτι μόνος;*»

Ε: «*Αυτό σε περιορίζει στο να διαβάζεις, στην επαφή σου με τα μαθηματικά ή στην επικοινωνία σου με τον καθηγητή; Δηλαδή επηρεάζει την κατανόηση κάποιων πραγμάτων;*»

Μ9: «*Σε δυσκολεύει στο να αφήσεις το μυαλό σου ελεύθερο .. νομίζω… δηλαδή στην κατανόηση κάποιων πραγμάτων. Διότι….όταν έχεις έναν έλεγχο από πάνω σου ζορίζεσαι μερικές φορές ενώ εδώ ήσουν ελεύθερος. Και δραστήριος τα έλεγες και …*»

Μέσα από τις παραπάνω δηλώσεις του μαθητή φαίνεται ότι επέδρασε πάνω του ο διαφορετικός ρόλος των καθηγητών του προγράμματος. Αναφέρει, *΄΄ήμασταν όλοι ίσοι και αυτό νομίζω είναι σημαντική διαφορά΄΄* και *΄΄ σε δυσκολεύει στο να αφήσεις το μυαλό σου ελεύθερο΄΄*. Φαίνεται ότι ο μαθητής σχολιάζει το πώς φαίνεται οποιοσδήποτε καθηγητής μέσα από τη διδακτική σχολική διαδικασία. Αισθάνεται ελεγχόμενος υπό το καθεστώς της εξουσίας του διδάσκοντος και αυτό περιορίζει τη σκέψη του.

5.6.7. Ως προς το φόβο που προκαλούν τα μαθηματικά

Ο Πίνακας 5 μας δίνει ότι οι μαθητές με μη καλή σχέση με τα μαθηματικά μετά από την συμμετοχή τους στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή τις λέσχες ανάγνωσης αντιμετωπίζουν τα μαθηματικά με λιγότερο φόβο ($\overline{Y}$=2,89) σε σχέση με πριν, από τους μαθητές με καλή σχέση με τα μαθηματικά ($\overline{X}$ = 1,19). Οι μαθητές με μη καλή σχέση με τα μαθηματικά επηρεάστηκαν *΄΄Λίγο΄΄* έως *΄΄Αρκετά΄΄* όσον αφορά την αντιμετώπιση των μαθηματικών με λιγότερο φόβο μετά τη συμμετοχή τους στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή στις λέσχες ανάγνωσης, ενώ, οι μαθητές με καλή σχέση με τα μαθηματικά επηρεάστηκαν *΄΄Καθόλου΄΄* έως *΄΄Λίγο΄΄*. Η ερώτηση της συνέντευξης ήταν ελεύθερη και όχι δομημένη. Από τις απαντήσεις των μαθητών φαίνεται ότι μετά τη συμμετοχή τους στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή στη λέσχη ανάγνωσης βελτιώνονται περισσότερο οι στάσεις των μαθητών με μη καλή σχέση με τα μαθηματικά όσον αφορά την αντιμετώπιση των μαθηματικών με λιγότερο φόβο.

Η μαθήτρια Μ11, είναι μαθήτρια της Α΄ λυκείου δήλωσε ότι έχει κακή σχέση με τα μαθηματικά και ότι τα μαθηματικά της δημιουργούσανε φόβο. Για τη διερεύνηση των λόγων που προκάλεσαν αλλαγή στο αρνητικό συναίσθημα του φόβου, αναφέρουμε απόσπασμα της συνέντευξης της. Η μαθήτρια Μ11 δηλώνει στην συνέντευξη ότι τα μαθηματικά δεν ήταν από τα αγαπημένα της μαθήματα και ότι μπήκε στο πρόγραμμα για να τα αγαπήσει.

Ο φόβος που αισθανότανε η μαθήτρια Μ11 για τα μαθηματικά προερχόταν όπως δηλώνει από το ρόλο της καθηγήτριας της στην τάξη, *΄΄ η καθηγήτρια ίσως ήταν λίγο*

αυστηρή και τα είδα ίσως από φόβο και…΄΄. Λίγο παρακάτω αναφέρει από μόνη της ότι τα μαθηματικά μέσα από το πρόγραμμα γίνανε πιο οικεία σε αυτήν.

Ε: «*Επειδή μου λες ότι κάτι άλλαξε. Τι ήταν αυτό ακριβώς*;»

Μ11: «*Τα βλέπω πιο οικεία, όχι απρόσωπα. Αυτά.*»

Ε: «*Μπορείς δηλαδή να τα αντιμετωπίσεις τώρα πιο εύκολα*;»

Μ11: «*Ξέρω ότι πέρα από τα μαθηματικά που κάνουμε στο σχολείο, είναι και κάτι άλλο.*»

Ε: «*Κάτι άλλο*;»

Μ11: «*Π.χ. εε καταλάβαμε ότι οι μαθηματικοί δεν ήταν απλά ότι κάποιος π.χ. βρήκε τη λύση της εξίσωση ή κάτι τέτοιο. Ήταν και αυτοί άνθρωποι εεε μάθαμε τις εμπειρίες τους, τη ζωή τους…*»

Η Μ11 φαίνεται να έρχεται κοντά με την ανθρώπινη διάσταση των μαθηματικών και αυτό της δημιουργεί ένα οικείο πλαίσιο.

Ε: «*Πιστεύεις η λογοτεχνία επέδρασε σε αυτό.*»

Μ11: «*Ναι, πάρα πολύ.*»

Ε: «*Με ποιο τρόπο*;»

Μ11: «*Εμμ… μας φέρνει πιο κοντά σε ανθρώπους που δεν γνωρίζουμε σε καταστάσεις που δεν γνωρίζουμε. Μας κάνει να αισθανόμαστε ότι τους ξέρουμε, μας γίνονται οικείοι εε…μαθαίνουμε πράγματα για αυτούς και πολλές φορές συνδεόμαστε μαζί τους. Εε.. Ότι είμαστε το ίδιο με αυτούς πολλές φορές. Ότι συμπάσχουμε μαζί τους.*»

Η αφήγηση ιστοριών και η ταύτιση με τον ήρωα της ιστορίας φαίνεται να κάνει τα μαθηματικά πιο προσιτά και η μαθήτρια να οικειοποιείται με μαθηματικά γεγονότα.

Ε: «*Πιστεύεις ότι σε επηρέασε αυτό το είδος γραφής κάποιων πραγματικών ή μυθοπλαστικών γεγονότων στην κατανόηση κάποιων εννοιών*;»

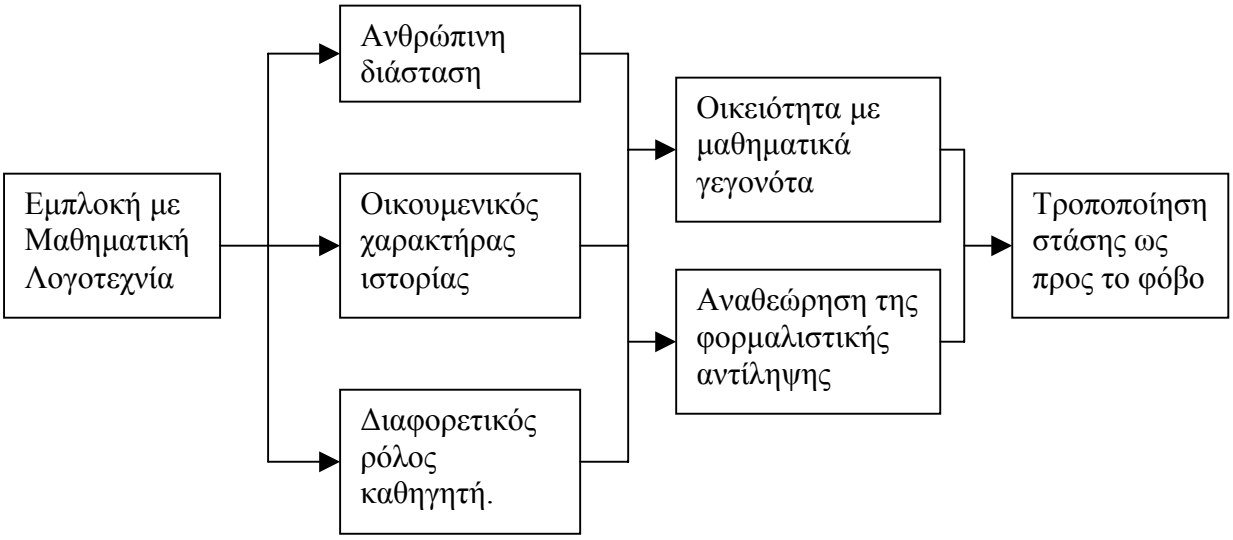
Μ11: «*Ναι επειδή τα παρουσίαζε με πιο απλό τρόπο ίσως, ήταν πιο κοντά στους αναγνώστες όχι μόνο σε αυτούς που ασχολούνται με τα μαθηματικά αλλά και σε άλλους που μπορεί με τα μαθηματικά να μην έχουν ιδιαίτερα καλή σχέση.*»

Η Μ11 μάλλον περιγράφει τον οικουμενικό χαρακτήρα μιας ιστορίας όπου απευθύνεται σε όλους και στον προσιτό τρόπο γραφής της.

Ε: «*Θα ήθελες να μου συγκρίνεις τη σχολική ώρα των μαθηματικών με τις συναντήσεις σας; Όσον αφορά την επικοινωνία σας ή όπως εσύ αντιλαμβάνεσαι κάποιες μαθηματικές έννοιες;*»

Μ11: «*Στο σχολικό μάθημα συνήθως μιλάει, μόνο ο καθηγητής, ενώ εδώ συζητούσαμε όλοι μαζί, ο καθένας έλεγε την άποψη του, μπορούσαμε να εκφραστούμε πιο ελεύθερα, ε… και στο σχολείο, δηλαδή μέσα από το σχολικό μάθημα τα μαθηματικά παρουσιάζονται πιο ψυχρά είναι σκέτοι τύποι. Ενώ, εδώ ήταν πιο οικεία, μιλούσαμε για τους ανθρώπους που βρήκαν αυτούς τους τύπους. Ήρθαμε πιο κοντά τους.*»

Η μαθήτρια Μ11 φαίνεται να επηρεάζεται από το ρόλο του καθηγητή μέσα στο πρόγραμμα που διαφέρει από το ρόλο της *΄΄αυστηρής΄΄* καθηγήτριας που είχε πριν. Καθώς και από το ελεύθερο ύφος των συναντήσεων και την επικοινωνία με τους υπόλοιπους μαθητές της ομάδας. Με τη φράση, *΄΄πιο ψυχρά είναι σκέτοι τύποι΄΄* αναφέρεται στη φορμαλιστική άποψη που έχει για τα μαθηματικά.



Διάγραμμα 4 Η μαθήτρια Μ 11 φαίνεται να τροποποιεί την στάση της για το φόβο που προκαλούν τα μαθηματικά.

Αναφέρεται παρακάτω και απόσπασμα από τη συνέντευξη του μαθητή Μ14, ο οποίος δήλωσε ότι είχε πολύ κακή σχέση με τα μαθηματικά. Ο Μ14 είναι μαθητής της Β΄ Λυκείου, θεωρητικής κατεύθυνσης και ένιωθε φόβο για τα μαθηματικά γιατί αισθανότανε ότι είχε πολλά κενά από προηγούμενες τάξεις. Ο μαθητής Μ14 ακόμα αισθάνεται ότι δεν είναι καλός στα μαθηματικά αλλά δηλώνει ότι πλέον δεν τα

φοβάται. Επειδή, έγινε αναφορά και παραπάνω στο μαθητή Μ14, αναφέρεται μόνο το απόσπασμα που μας δίνει μια καινούργια παράμετρο για την αλλαγή της στάσης του απέναντι στα μαθηματικά.

> Ε: «*Το λογοτεχνικό κείμενο σε βοήθησε να καταλάβεις το θεώρημα της μη πληρότητας;*»

Την προηγούμενη χρονιά είχανε μελετήσει το «*Θείο Πέτρο και την εικασία του Γκόλντμπαχ*» του Δοξιάδη, ένα βιβλίο όπου για το μαθητή είχε λογοτεχνικό ενδιαφέρον.

> Μ14: «*Δεν ήταν δύσκολο το να καταλάβω. Ήταν και η βοήθεια των καθηγητών. Βασικά το βιβλίο επειδή κάθισα και το διάβασα με βοήθησε να καταλάβω ότι τα μαθηματικά ...δεν ξεκίνησαν από κάποιους που ξύπνησαν ένα πρωί και είπαν ας λύσουμε αυτήν την άσκηση. Ξεκίνησαν από βαθύτερα πράγματα, όπως είναι η δημοκρατία, ο λόγος, ο διάλογος, τα γράφει μέσα το βιβλίο, και είναι πολύ ωραία πράγματα να τα μαθαίνεις αυτά να τα διαβάζεις. Δεν τα λένε αυτά μέσα στην τάξη. Δηλαδή ένας καθηγητής που πρέπει μέσα σε ορισμένα πλαίσια να βγάλει την ύλη των μαθηματικών και τη λογοτεχνία, δεν κάνει συνδυασμούς αυτά τα πράγματα.*»

Ο μαθητής Μ14 αναφέρεται στη δυναμική και κοινωνική διάσταση των μαθηματικών και βλέπουμε ότι προτείνει μια ολιστική προσέγγιση της μαθηματικής γνώσης. Επιπλέον, φαίνεται μέσα από τις δηλώσεις του, ότι ένα τέτοιο λογοτεχνικό κείμενο βοηθάει τον μαθητή να καλλιεργεί την κριτική του σκέψη.

5.7. Διαφοροποίηση του τρόπου ενασχόλησης των μαθητών με τα μαθηματικά

Για τη διερεύνηση της διαφοροποίησης της ενασχόλησης των μαθητών/τριων με τα μαθηματικά κάποιοι από τους μαθητές/τριες απάντησαν στην ερώτηση:

- *Πιστεύεις ότι η συμμετοχή σου στο πρόγραμμα ή τη λέσχη ανάγνωσης επηρέασε την ενασχόληση σου με τα μαθηματικά;*

Οι απαντήσεις τους ομαδοποιήθηκαν σε πέντε ομάδες που δηλώνουν, 1 = Καθόλου, 2 = Λίγο, 3 = Αρκετά, 4 = Πολύ, 5 = Πάρα πολύ.

- Στην κατηγορία των απαντήσεων *Καθόλου* συμπεριλαμβάνονται οι δηλώσεις των μαθητών/τριων:*΄΄ όχι, καθόλου, …. ΄΄*.
- Στην κατηγορία των απαντήσεων *Λίγο* συμπεριλαμβάνονται οι δηλώσεις των μαθητών/τριων:*΄΄ λίγο, κάπως, όχι ιδιαίτερα, ... ……..΄΄*.
- Στην κατηγορία των απαντήσεων *Αρκετά* συμπεριλαμβάνονται οι δηλώσεις των μαθητών/τριων:*΄΄ αρκετά, ναι ίσως, …΄΄*
- Στην κατηγορία των απαντήσεων *Πολύ* συμπεριλαμβάνονται οι δηλώσεις των μαθητών/τριων:*΄΄τα βρίσκω πολύ πιο, ναι πολύ, ….΄΄* .
- Στην κατηγορία των απαντήσεων *Πάρα πολύ* συμπεριλαμβάνονται οι δηλώσεις των μαθητών/τριων:*΄΄σίγουρα, ναι πάρα πολύ, ….΄΄*

Ο Πίνακας 6 δίνει τους μέσους όρους και τις τυπικές αποκλίσεις της αλλαγής της ενασχόλησης με τα μαθηματικά των μαθητών/τριων με καλή και κακή σχέση αντίστοιχα με αυτά. Θεωρήσαμε ότι οι μαθητές με κακή σχέση με τα μαθηματικά είναι όσοι δήλωσαν *΄΄Πολύ κακή΄΄*, *΄΄Κακή΄΄*, *΄΄Μέτρια΄΄* στην ερώτηση: *΄΄Ποια ήταν η σχέση σου με τα μαθηματικά πριν μπεις στο πρόγραμμα;΄΄* και οι μαθητές με καλή σχέση στα μαθηματικά όσοι δήλωσαν *΄΄Καλή΄΄*,*΄ ΄΄Πολύ καλή΄΄*.

Ο Πίνακας 6 δίνει ότι οι μαθητές με μη καλή σχέση με τα μαθηματικά μετά από την συμμετοχή τους στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή τις λέσχες ανάγνωσης διαφοροποιούν το ίδιο την ενασχόληση τους με τα μαθηματικά ($\overline{Y}$ =3,13) σε σχέση με τους μαθητές με καλή σχέση με τα μαθηματικά ($\overline{X}$ = 3,13). Οι μαθητές γενικά, επηρεάστηκαν *΄΄Αρκετά΄΄* έως *΄΄Πολύ΄΄* όσον αφορά την ενασχόληση τους με τα μαθηματικά μετά τη συμμετοχή τους στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή στις λέσχες ανάγνωσης.

Πίνακας 6

Μέσοι Όροι και Τυπικές Αποκλίσεις της Αλλαγής της Ενασχόλησης των Μαθητών/τριων .

Μεταβλητή	Μαθητές/τριες με καλή σχέση με τα μαθηματικά.		Μαθητές/τριες με κακή σχέση με τα μαθηματικά.		Συνολικά	
	$\overline{X}$	SD	$\overline{Y}$	SD	$\overline{W}$	SD
Ενασχόληση	3,13 (8/10)	1,246	3,13 (15/20)	1,246	3,13 (23/30)	1,217

Ο Πινάκας 7 παριστά τις συχνότητες και τα ποσοστά των μαθητών και μαθητριών με βάση τις δηλώσεις τους για τη διαφοροποίηση της ενασχόλησης τους με τα μαθηματικά μετά τη συμμετοχή τους στο πολιτιστικό πρόγραμμα ή τη λέσχη ανάγνωσης. Η μέγιστη πλειοψηφία των μαθητών/τριων, που απάντησαν στο ερώτημα, με κακή σχέση με τα μαθηματικά (62,5%) δηλώνουν ότι διαφοροποιήθηκε πολύ η ενασχόληση τους με τα μαθηματικά και η μέγιστη πλειοψηφία των μαθητων/τριών, που απάντησαν στο ερώτημα, με καλή σχέση με τα μαθηματικά (46,7%) δηλώνουν ότι διαφοροποιήθηκε επίσης, πολύ η ενασχόληση τους με τα μαθηματικά.

Πίνακας 7
Συχνότητες και Ποσοστά Μαθητών και Μαθητριών κατά Κατηγορία Απάντησης

Αλλαγή στον τρόπο ενασχόλησης	Μαθητές/τριες με καλή σχέση στα μαθηματικά		Μαθητές/τριες με κακή σχέση στα μαθηματικά		Συνολικά μαθητές/ τριες	
	f	%	f	%	f	%
Καθόλου	2	13,3	1	12,5	3	13
Λίγο	3	20	2	25	5	21,7
Αρκετά	2	13,3	0	0	2	8,7
Πολύ	7	**46,7**	5	**62,5**	12	**52,2**
Πάρα πολύ	1	6,7	0	0	1	43
Σύνολο	15	100	8	100	23	100

Για τη διερεύνηση των λόγων που προκάλεσαν αλλαγή στην ενασχόληση των μαθητών με τα μαθηματικά αναφέρονται τα παρακάτω αποσπάσματα συνεντεύξεων.

Ο μαθητής Μ4 είναι μαθητής της Β΄ Λυκείου, παρακολουθεί τη θετική κατεύθυνση και δήλωσε ότι έχει πολύ καλή σχέση με τα μαθηματικά. Στην συνέντευξη όταν ρωτήθηκε εάν έχει αλλάξει η αντίληψη του για τα μαθηματικά, απάντησε ότι θεωρεί πλέον ότι δεν υπάρχουν προβλήματα που δεν λύνονται, αλλά με μεθοδικότητα και σωστή προσέγγιση όλα αντιμετωπίζονται.

Μ4: «*Σίγουρα διαβάζω πολύ περισσότερο… βέβαια μετά από κάθε συνεδρία δεν προλάβαινα να διαβάσω γιατί είχα και φροντιστήριο αλλά έχει επηρεαστεί ο τρόπος που βλέπω και την κάθε άσκηση, το κάθε πρόβλημα ξεχωριστά αλλά και τα μαθηματικά σαν μάθημα. Και θεωρώ πλέον ότι… είμαι πεπεισμένος ότι αυτά τα μαθήματα που κάνουμε εδώ παρότι δεν με αγγίζουν κατά πολύ, κατά τη γνώμη μου*

δεν είναι και μαθηματικά… είναι ένα στάδιο που προαπαιτείται και δεν μπορεί να το περάσει κανένας και να πει εμένα δεν με ενδιαφέρει ξέρω εγώ… εμένα δεν μου αρέσει αυτό που κάνουμε εδώ ή αυτό που διαβάσαμε.»

Ο μαθητής Μ4 αναφέρει τη φράση, *΄΄ έχει επηρεαστεί ο τρόπος που βλέπω και την κάθε άσκηση, το κάθε πρόβλημα ξεχωριστά΄΄* πιθανόν, εννοεί κάτι σχετικό με αυτό που ανέφερε νωρίτερα στη συνέντευξη για την αντιμετώπιση των μαθηματικών. Δηλαδή, ότι έχει αλλάξει ο τρόπος αντιμετώπισης του απέναντι σε προβλήματα και ασκήσεις που φαίνονται δύσκολα προς λύση. Με τη δήλωση του φαίνεται ότι αυξάνεται η επιμονή και η μεθοδικότητα στην επίλυση των ασκήσεων καθώς, *΄΄όλα αντιμετωπίζονται΄΄*. Επιπλέον, για τη φράση ΄΄έχει *επηρεαστεί ο τρόπος που βλέπω…… τα μαθηματικά σαν μάθημα΄΄*, ο μαθητής Μ4 εξηγεί παρακάτω ότι αν και τα σχολικά μαθηματικά δεν έχουν ενδιαφέρον για αυτόν, τα θεωρεί απαραίτητα για τη μετέπειτα εκπαιδευτική του πορεία του. Πιθανόν, να προσπαθεί να αιτιολογήσει τη φορμαλιστική αντίληψη που επικρατεί στους μαθητές για τα μαθηματικά.

Ε: «*Σε επηρέασε μου είπες ότι γίνανε πολλές συζητήσεις μεταξύ σας. Ποιος πιστεύεις ότι ήταν ο πιο σημαντικός παράγοντας από αυτούς που σε επηρέασαν, ο καθηγητής, οι συζητήσεις, γιατί μου είπες όχι τόσο το βιβλίο…*»

Μ4: «*Με επηρέασαν τα γεγονότα που περιγράφει το βιβλίο και οι συζητήσεις. Βασικά στις συζητήσεις συμμετείχαν και οι καθηγητές και παιδιά από την τρίτη που έχουν και αυτή μια ιδιαίτερη επαφή με τα μαθηματικά και τις θεωρούσα και τις θεωρώ ακόμα πολύ παραγωγικές…δεν ήταν με μεμονωμένα άτομα αλλά σαν ομάδα συζητούσαμε…*»

Ο μαθητής Μ4 θεωρεί ότι σημαντικός παράγοντας για την αλλαγή στον τρόπο ενασχόλησης του με τα μαθηματικά ήταν τα γεγονότα που περιέγραφε η μαθηματική ιστορία και οι παραγωγικές συζητήσεις που πραγματοποιήθηκαν σε ένα ομαδικό πλαίσιο συνεργασίας καθηγητών και μαθητών.

Αναφέρεται επίσης, απόσπασμα της συνέντευξης του μαθητή Μ8, ο οποίος δίνει μια άλλη προοπτική της διαφοροποίησης της ενασχόλησης του με τα μαθηματικά. ο μαθητής Μ8 είναι και αυτός μαθητής της Β Λυκείου, παρακολουθεί τη θετική κατεύθυνση και δήλωσε ότι έχει καλή σχέση με τα μαθηματικά.

Ε: «*Η ενασχόληση σου με τα μαθηματικά έχει αλλάξει; Μου είπες ότι ασχολείσαι πιο πολύ με τα μαθηματικά τι ακριβώς εννοούσες;*»

Μ8: «*Γενικά ...και λίγο πριν ξεκινήσω το πρόγραμμα που είχα ακούσει από φίλους είχα ασχοληθεί περισσότερο με μαθηματικά προβλήματα γιατί μου άρεσε να προσπαθώ να λύνω τα προβλήματα και μαθηματικούς γρίφους κ.τ.λ. και μετά προέκυψε και η εργασία με την παρουσίαση του Ευκλείδη οπότε κάθε φορά που εμφανίζεται κάτι μπροστά μου μαθηματικού περιεχομένου θα το διαβάσω.*»

Ο μαθητής Μ8 φαίνεται να επηρεάζεται σε σχέση με τον τρόπο ενασχόλησης του με τα μαθηματικά πρώτα από την επικοινωνία του με άλλους μαθητές που είχαν παρακολουθήσει το ανάλογο πρόγραμμα την προηγούμενη σχολική χρονιά. Για αυτό τον λόγο αρχίζει να ασχολείται με την επίλυση μαθηματικών προβλημάτων και γρίφων. Στη συνέχεια, ύστερα από την ενασχόληση του με εργασία που είχε αναλάβει στα πλαίσια του προγράμματος, ενισχύει το ενδιαφέρον του για κείμενα με μαθηματικό περιεχόμενο.

Θα γίνει αναφορά και στην περίπτωση ενός μαθητή που έχει πολύ κακή σχέση με τα μαθηματικά. Ο μαθητής Μ14 είναι μαθητής της Β Λυκείου και παρακολουθεί θεωρητική κατεύθυνση. Παρόλο που ουσιαστικά τα μαθηματικά ως μάθημα δεν έχουν σημαντικό ρόλο στην επιτυχία ή αποτυχία του στις πανελλαδικές εξετάσεις της επόμενης χρονιάς, απάντησε στο ερώτημα:

Ε: «*Η ενασχόληση σου με τα σχολικά μαθηματικά, έχει αλλάξει;*»

Μ14: «*Ναι, έχει αλλάξει ο τρόπος με τον οποίο αντιμετωπίζω στο σχολείο τα μαθηματικά. Παλαιότερα ένιωθα ότι τα μισούσα, ότι δεν είναι αυτό για μένα, ότι…μακριά ξέρω εγώ. Τώρα αυτό έχει αλλάξει. Κάθομαι και παρακολουθώ παρόλο που δεν έχω τις βάσεις, παρόλο που έχω τα κενά. Δεν μπορώ να συμμετέχω, αυτό είναι αλήθεια αλλά έχει αλλάξει ο τρόπος που βλέπω τα μαθηματικά. Και μέσα στην τάξη και γενικότερα έξω σε μια συζήτηση που μπορεί να κάνω. Ναι αυτό έχει αλλάξει.*»

Αν και ο μαθητής Μ14 δυσκολεύεται να συμμετέχει στην τάξη, παρακολουθεί και δεν αδιαφορεί για το μάθημα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΣΥΖΗΤΗΣΗ- ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

6.1. Περίληψη

Στόχος της έρευνας που πραγματοποιήσαμε ήταν να διερευνηθεί η διαμόρφωση των στάσεων των μαθητών μετά την εμπλοκή τους με τη μαθηματική λογοτεχνία και τη διαφοροποίηση στον τρόπο ενασχόλησης τους με τα μαθηματικά. Για το σκοπό αυτό τέθηκαν αρχικά τρία ερευνητικά ερωτήματα που επιχειρείται να απαντηθούν σε αυτό το κεφάλαιο. Το πρώτο ερευνητικό ερώτημα ήταν το πώς διαμορφώνονται οι στάσεις των μαθητών μέσα από την εμπλοκή τους με τη μαθηματική λογοτεχνία. Μέσα από την έρευνα φαίνεται ότι οι μαθητές βελτιώνουν αρκετά έως πολύ τις στάσεις τους για τη σημασία, το ενδιαφέρον και την ευχαρίστηση που προκαλούν τα μαθηματικά, ενώ, φαίνεται να βελτιώνονται λιγότερο οι στάσεις τους για το βαθμό δυσκολίας και τη χρησιμότητα των μαθηματικών. Το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα ήταν το πώς διαφοροποιούνται οι στάσεις για τα μαθηματικά ανάμεσα σε μαθητές που έχουν καλή σχέση με τα μαθηματικά και σε μαθητές που δεν έχουν. Από τα ευρήματα της έρευνας φαίνεται ότι παρουσιάζεται σημαντική βελτίωση των στάσεων των μαθητών με κακή σχέση με τα μαθηματικά για το φόβο που προκαλούν τα μαθηματικά σε σύγκριση με τους μαθητές με καλή σχέση με τα μαθηματικά. Το τρίτο ερώτημα ήταν το τι αλλαγές επιφέρει στον τρόπο ενασχόλησης των μαθητών με τα μαθηματικά, η εμπλοκή τους με τη μαθηματική λογοτεχνία. Από τις συνεντεύξεις των μαθητών φαίνεται ότι μαθητές με κακή σχέση με τα μαθηματικά ασχολούνται περισσότερο με την επίλυση προβλημάτων που τους δυσκολεύουν αρχικά και βελτιώνουν τη μελέτη τους, ενώ μαθητές με καλή σχέση με τα μαθηματικά αυξάνουν την ενασχόληση τους με τα μαθηματικά, επιλύνοντας μεγαλύτερο αριθμό προβλημάτων, διαβάζοντας βιβλία για την ιστορία των μαθηματικών, για μαθηματικούς και διάσημα μαθηματικά προβλήματα ή εικασίες.

6.2. Εισαγωγή

Από τη διερεύνηση των απαντήσεων των μαθητών φαίνεται ότι με την εμπλοκή τους με τη μαθηματική λογοτεχνία βελτιώνονται οι στάσεις τους όσον αφορά την ευχαρίστηση και το ενδιαφέρον που προκαλούν τα μαθηματικά. Μέσα από την εμπειρία τους αυτή οι μαθητές με κακή σχέση με τα μαθηματικά φαίνεται να ξεπερνούν λίγο έως αρκετά τη φοβία τους για τα μαθηματικά. Τέλος, οι μαθητές ανεξαρτήτως της σχέσης που έχουν με τα μαθηματικά φαίνεται να διαφοροποιούν την ενασχόληση τους με τα αυτά ως προς την επιμονή και μεθοδικότητα στην επίλυση προβλημάτων, όσο και στην αναζήτηση πληροφοριών και γνώσεων που ενισχύουν τη μαθηματική τους κουλτούρα. Παρακάτω γίνεται μια πιο λεπτομερή αναφορά στα

ευρήματα της έρευνας και επιχειρείται η σύνδεση τους με τα ευρήματα άλλων ερευνών από την ελληνική και ξένη βιβλιογραφία.

6.3. Διαμόρφωση των στάσεων

Το πρώτο ερευνητικό ερώτημα αφορά τη διαμόρφωση των στάσεων των μαθητών μέσα από την εμπλοκή τους με τη μαθηματική λογοτεχνία. Μέσα από την ανασκόπηση της βιβλιογραφίας προκύπτει ότι η εμπλοκή των μαθητών με τη μαθηματικά λογοτεχνία βελτιώνει τις στάσεις των μαθητών για τα μαθηματικά. (Burnett, 1997; Κοταρίνου, 2007; Leary, 2004; Μηλιώνης, 2006; Μητακίδου & Τρέσσου, 2005; Sriraman, 2004). Πράγματι, οι μαθητές δηλώνουν ότι η εμπλοκή τους με τη μαθηματική λογοτεχνία γενικά τους βοήθησε αρκετά έως πολύ στην αλλαγή αντίληψης που έχουν για τα μαθηματικά. Ειδικότερα, τα αποτελέσματα της έρευνας δείχνουν ότι κάποιοι από τους μαθητές βελτιώνουν αρκετά έως πολύ την στάση τους για το ενδιαφέρον που προκαλούν και την ευχαρίστηση που τους προσφέρουν τα μαθηματικά. Σε μικρότερο βαθμό φαίνεται να τροποποιούνται οι στάσεις κάποιων μαθητών όσον αφορά το βαθμό δυσκολίας και τη χρησιμότητα των μαθηματικών. Ο Μηλιώνης (2006) υποστηρίζει ότι τα μαθηματικά όταν τα προσεγγίζουμε μέσα από τη λογοτεχνία, διατηρούν τις δυσκολίες που εμφανίζονται στην κατανόηση τους, γίνονται όμως πιο ενδιαφέροντα και επιπλέον, η προσέγγιση τους είναι πιο ευχάριστη.

Με ποιον τρόπο διαμορφώνονται οι στάσεις των μαθητών για τα μαθηματικά; Αρχικά, η Γιαννικοπούλου (2002) αναφέρει ότι η μεγάλη δύναμη της ιστορίας είναι ότι δίνει στα μαθηματικά την ανθρώπινη διάσταση τους, κάτι που φαίνεται από τις αντιπροσωπευτικές δηλώσεις των μαθητών Μ5, μαθήτρια της Α΄ λυκείου και Μ14, μαθητή της Β΄ λυκείου, θεωρητικής κατεύθυνσης. Δεύτερον, οι δηλώσεις των μαθητών Μ5, μαθήτρια της Α΄ λυκείου και Μ9, μαθητή της Β΄ λυκείου, θετικής κατεύθυνσης, που αναφέρονται στη σημασία των μαθηματικών για τον άνθρωπο και την κοινωνία, την επίδραση των αποτελεσμάτων της μαθηματικής γνώσης στην εξέλιξη της επιστήμης, την μαθηματική αισθητική και τη δημιουργία ενός πλαισίου όπου τα μαθηματικά έχουν νόημα, συμφωνούν με τα αποτελέσματα άλλων ερευνών. Οι Ανέστη (2005), Κοταρίνου (2007), Siegel (1996) και Sriraman, (2003, 2004) υποστηρίζουν ότι με τη βοήθεια της λογοτεχνίας ή της αφήγησης ιστοριών οι μαθητές τους κατάφεραν να έρθουν σε επαφή με την ιστορική εξέλιξη των μαθηματικών, να

κατανοήσουν τη σημασία των μαθηματικών και έτσι να γνωρίσουν τη δυναμική τους διάσταση. Τρίτον, μέσα από τη διερεύνηση των απαντήσεων των μαθητών Μ14, μαθητή της Β λυκείου, θεωρητικής κατεύθυνσης και Μ24, μαθήτρια της Β γυμνασίου, προκύπτει ότι αντιμετώπισαν τη μαθηματική ιστορία ως προβληματική κατάσταση η οποία τους οδήγησε σε κινητοποίηση της σκέψης. Παρόμοια αποτελέσματα παίρνουμε από τις δραστηριότητες των δραστηριότητες των Ανέστη (2005), Burnett (1997) και Μητακίδου (2005).

Μέσα από τη διερεύνηση των απαντήσεων των μαθητών για τον τρόπο διαμόρφωσης των στάσεων τους μέσα από την εμπλοκή τους με τη μαθηματική λογοτεχνία σχετιζόμενα με τα ευρήματα άλλων ερευνών, φαίνεται να προκύπτουν τα εξής για τους μαθητές:

- Έρχονται κοντά με την ανθρώπινη διάσταση των μαθηματικών.
- Γνωρίζουν τη δυναμική διάσταση και την οικουμενικότητα των μαθηματικών.
- Γνωρίζουν τα μαθηματικά σε ένα πλαίσιο γεμάτο νόημα για αυτά.
- Αντιλαμβάνονται τις συνέπειες της μαθηματική γνώσης και την αισθητική τους διάσταση.
- Λειτουργεί η ιστορία για αυτούς ως κατάσταση προβληματισμού για κινητοποίηση της σκέψης.
- Επιτυγχάνεται μέσα από την ιστορία η ανάμειξη μαθηματικών γεγονότων.

Σύμφωνα με τον Τριανταφυλλίδη (2006) το να γράφει κάποιος μαθηματικά είναι συνδεδεμένο με μια φορμαλιστική αντίληψη του μαθηματικού νοήματος και αυτό δείχνει να επαληθεύεται από την αρχική άποψη των μαθητών για κείμενα με μαθηματικό περιεχόμενο. Οι μαθητές Μ9, Μ14 της Β΄ λυκείου και η μαθήτρια Μ24 της Β΄ γυμνασίου, δήλωσαν ότι τα κείμενα με τα οποία ενεπλάκησαν ήταν πλούσια σε περιεχόμενο, όπου τα μαθηματικά δεν παρουσιάζονται ψυχρά, ως σκέτοι τύποι και εκφωνήσεις ασκήσεων. Επιπλέον, οι συναντήσεις τους δεν επικεντρώνονταν μόνο στον τρόπο επίλυσης σημαντικών μαθηματικών προβλημάτων και τη διατύπωση θεωρημάτων αλλά στην ιστορία τους, τη σημασία τους και την κοινωνική τους

διάσταση. Με αυτόν τον τρόπο, πιθανόν, αντιλήφθηκαν στη σημασία και υπόσταση του μαθήματος των μαθηματικών στο εκάστοτε αναλυτικό πρόγραμμα.

Οι Kliman (1993), Κοταρίνου (2007), Leary (2004), Μηλιώνης (2001), Μητακίδου (2005) και Sriraman (2003) υποστηρίζουν ότι η αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας, επιτυγχάνει τη δημιουργία ενός οικείου πλαισίου όπου τα μαθηματικά γίνονται προσιτά στους μαθητές. Πιθανόν, η γνωριμία των μαθητών με την ανθρώπινη διάσταση τους, η κατανόηση της οικουμενικότητας και της δυναμικής των μαθηματικών, η εμπλοκή τους στην επίλυση προβληματικών καταστάσεων μέσω της διαπραγμάτευσης -με τη βοήθεια ενός κειμένου με αφηγηματικό ύφος και οικουμενικό χαρακτήρα- δημιουργεί στους μαθητές οικειότητα και συναισθηματική εμπλοκή με τα μαθηματικά, με μαθηματικές προσωπικότητες και την ιστορική τους διάσταση. Αυτό που φαίνεται να αναδύεται από τις αντιπροσωπευτικές δηλώσεις των μαθητών Μ5 της Α΄ λυκείου, Μ9 της Β΄ λυκείου, Μ11 της Α΄ λυκείου και Μ29 της Α΄ γυμνασίου. Χαρακτηριστικές είναι οι δηλώσεις της μαθήτριας Μ11 που λέει,

> *΄΄τα παρουσίασε με πιο απλό τρόπο ίσως, ήταν πιο κοντά στους αναγνώστες όχι μόνο σε αυτούς που ασχολούνται με τα μαθηματικά αλλά και σε άλλους που μπορεί με τα μαθηματικά να μην έχουν ιδιαίτερα καλή σχέση.΄΄*

και

> *΄΄μας έφερε πιο κοντά σε ανθρώπους που δεν γνωρίζουμε, σε καταστάσεις που δεν γνωρίζουμε. Μας κάνει να αισθανόμαστε ότι τους ξέρουμε, μας γίνονται οικείοι΄΄*

Η εμπλοκή των μαθητών με τη μαθηματική λογοτεχνία βοηθάει στην καλλιέργεια της κριτικής σκέψης (Sriraman, 2003), όπως φαίνεται και από τις δηλώσεις του μαθητή Μ14. Ο τρόπος γραφής της μαθηματικής λογοτεχνίας και η γνωριμία του μαθητή με την ανθρώπινη και δυναμική διάσταση των μαθηματικών φαίνεται να οδηγεί στην αφομοίωση των μαθηματικών γεγονότων που παρουσιάζονται στην ιστορία και στην κατανόηση μαθηματικών εννοιών. Ενδεικτικές είναι δηλώσεις των μαθητών Μ9 , Μ14 της Β΄ λυκείου, Μ11 της Α΄ λυκείου και Μ24 της Β΄ γυμνασίου. Τέλος, η αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας φαίνεται να παρέχει το πλαίσιο για μια ολιστική προσέγγιση της γνώσης (Κολέζα, 2007; Σπύρου, 2007).

Ενδεικτικά αποτελέσματα που φαίνεται να επιτυγχάνονται με την αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας είναι οι μαθητές να:

- Αναθεωρούν τη φορμαλιστική αντίληψη που έχουν για τα μαθηματικά.
- Δημιουργείται ένα συναισθηματικό πλαίσιο οικειοποίησης των μαθητών με τα μαθηματικά και αισθάνονται τα μαθηματικά οικεία και προσιτά.
- Αφομοιώνουν περισσότερο τις γνώσεις που λαμβάνουν.
- Κατανοούν τις πληροφορίες και τις έννοιες που εμφανίζονται στο κείμενο.
- Αισθάνονται τον οικουμενικό χαρακτήρα της ιστορίας που απευθύνεται σε όλους.
- Ταυτίζονται με τον ήρωα του συγγραφέα και οικειοποιούνται βιογραφίες διάσημων μαθηματικών και μαθηματικά πρόσωπα.
- Αναπτύσσει την κριτική του σκέψη.
- Απολαμβάνει την ενασχόληση με τα μαθηματικά.

Από την άλλη πλευρά, ο μη υποχρεωτικός αλλά παραγωγικός χαρακτήρας των συναντήσεων δείχνει να αναθέτει ένα διαφορετικό ρόλο στον καθηγητή και στους συμμετέχοντες που στοχεύει στην από κείνου απόκτηση των γνώσεων. Ο καθηγητής ενεργεί ισότιμα με τους μαθητές και καλλιεργεί ένα κλίμα διαπραγμάτευσης όπου ο μαθητής συζητά, διαφωνεί και καταλήγει σε συμπεράσματα με τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας. Ο μαθητής Μ9 της Β΄ λυκείου, ο οποίος δήλωσε:

> Μ9:*΄΄Στην τάξη θεωρώ ότι ο καθηγητής δεν είναι ίσος με τους μαθητές, Ενώ εδώ αντίθετα, λειτουργούσαμε σαν ίσοι. Έτσι νομίζω εγώ… ήμασταν όλοι ίσοι και αυτό νομίζω είναι σημαντική διαφορά. Ότι δεν υπάρχει κάποιος από πάνω σου να σε ελέγχει. Ενώ στην τάξη είναι ο καθηγητής ο οποίος είναι ανώτερος όλων, σε έχει από πάνω και σε ελέγχει. Υπάρχει ένας περιορισμός…δεν μπορείς να κάνεις κάτι μόνος.΄΄*
>
> Ε: *΄΄ Αυτό πως σε επηρεάζει;΄΄*
>
> Μ9: *΄΄Σε δυσκολεύει στο να αφήσεις το μυαλό σου ελεύθερο .. νομίζω… στην κατανόηση κάποιων πραγμάτων. Διότι….όταν έχεις έναν έλεγχο από πάνω σου, ζορίζεσαι μερικές φορές ενώ εδώ ήσουν ελεύθερος.΄΄*

επηρεάστηκε αρκετά από την ισότιμη παρουσία των καθηγητών και των μαθητών στις συναντήσεις και δείχνει να συμφωνεί με τα ευρήματα της έρευνας των Μητακίδου και Τρέσσου (2005). Οι ερευνήτριες Μητακίδου και Τρέσσου (2005) συμπεραίνουν μέσα από την εφαρμογή του διαθεματικού προγράμματος που

πραγματοποίησαν για τη διδασκαλία των μαθηματικών και της γλώσσας ότι, όταν εκπαιδευτικός και παιδιά συνδιαμορφώνουν τον πολιτισμό της τάξης μέσα από συνεχή διαπραγμάτευση νοημάτων και γόνιμη αλληλεπίδραση, τότε ο τρόπος και οι πρακτικές προκύπτουν ως αποτέλεσμα ισότιμης συμμετοχής στη μαθησιακή διαδικασία (σελ.167). Επιπλέον οι μαθητές, δηλώνουν ότι απολαμβάνουν τις συζητήσεις για ζητήματα και πρόσωπα των μαθηματικών με αφορμή το λογοτεχνικό κείμενο. Χαρακτηριστικά η μαθήτρια Μ25 της Α γυμνασίου αναφέρει,

> *΄΄ Νομίζω στο πρόγραμμα έτσι όπως συνδυάζονται τα μαθηματικά και η λογοτεχνία είναι πιο διασκεδαστικό…Αυτό. Και τώρα δεν το θεωρώ ούτε τόσο βαρετό, ούτε τόσο δύσκολο.΄΄*

Κάποιοι πιθανοί λόγοι της διαφοροποίησης των στάσεων των μαθητών για τα μαθηματικά προκύπτουν και οι εξής:

- Ο ΄΄εναλλακτικός΄΄ χαρακτήρας των συναντήσεων όπου οι καθηγητές δεν βαθμολογούν τους μαθητές, δεν αποσκοπούν στη συμπλήρωση δεδομένης διδακτικής ύλης και λειτουργούνε ισότιμα με τους μαθητές. Σκοπός των συναντήσεων είναι η αμοιβαία ευχαρίστηση μαθητών και καθηγητών από τις συζητήσεις των θεμάτων που διαπραγματεύονται.

6.4. Διαφοροποίηση των στάσεων των μαθητών με καλή και κακή σχέση με τα μαθηματικά.

Το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα αφορά τη διαφοροποίηση της διαμόρφωσης των στάσεων των μαθητών με καλή και κακή σχέση με τα μαθηματικά αντίστοιχα. Η βασική διαφοροποίηση των στάσεων είναι ότι οι μαθητές με κακή σχέση με τα μαθηματικά δηλώνουν ότι ελαττώθηκε λίγο έως αρκετά ο φόβος που αισθανότανε για τα μαθηματικά σε σχέση με τους μαθητές με καλή σχέση με τα μαθηματικά. Αναμενόμενο ήταν ότι οι μαθητές που έχουν καλή σχέση με τα μαθηματικά, πιθανόν δεν αισθάνονται αρχικά φόβο για αυτά και έτσι δεν διαφοροποιείται η στάση τους.

Ο φόβος για τα μαθηματικά ή η «μαθηματικοφοβία» είναι ο φόβος, η ανασφάλεια και το δέος που αισθάνονται οι μαθητές των μαθηματικών για τα μαθηματικά (Τουμάσης, 2002, σελ.384). Μια βασική αιτία ανάπτυξης της μαθηματικής φοβίας είναι η

πεποίθηση μερικών μαθητών ότι δεν μπορούν να βελτιώσουν τα αποτελέσματα τους στα μαθηματικά (Φιλίππου & Χρίστου, 2001, σελ.40). Σύμφωνα με τους Φιλίππου και Χρίστου (2001), η πεποίθηση αυτή είναι το αποτέλεσμα συνεχών αποτυχιών των μαθητών που τους οδηγεί στο συμπέρασμα ότι δεν έχουν ικανότητες να ασχοληθούν με τα μαθηματικά. Συνεχίζουν λέγοντας ότι, οι μαθητές δημιουργούν μια αντιπάθεια προς το μάθημα, με επακόλουθο την έλλειψη κινήτρων και ενδιαφέροντος.(σελ.40)

Αντιπροσωπευτικό παράδειγμα, μαθητών που αισθανόντουσαν αρχικά φόβο για τα μαθηματικά και μετά την εμπλοκή τους με τη μαθηματική λογοτεχνία ο φόβος ελαττώθηκε - έστω και λίγο - είναι ο μαθητής Μ14 της Β΄ λυκείου. Ο μαθητής Μ14 δήλωσε, όπως αναφέραμε παραπάνω, ότι τα κενά προηγούμενων χρόνων και η επαναλαμβανόμενη αποτυχία στα μαθηματικά τον οδήγησε στο να μισήσει τα μαθηματικά. Μετά όμως την εμπλοκή του με τη μαθηματική λογοτεχνία και τις συζητήσεις που αναπτύχθηκαν με αφορμή αυτήν, κατάφερε να αγαπήσει τα μαθηματικά. Ακόμα, και αν δυσκολεύεται να κατανοήσει κάποιες μαθηματικές έννοιες, δεν είναι αδιάφορος για το μάθημα των μαθηματικών όπως συνήθιζε να είναι.

Παρατηρούμε ότι η μαθηματική λογοτεχνία και ο τρόπος αξιοποίηση της μέσα στα πλαίσια του σχολείου φαίνεται να επηρεάζει το ίδιο θετικά μαθητές με καλή και κακή σχέση με τα μαθηματικά αντίστοιχα. Η διαφορά στο βαθμό βελτίωσης των στάσεων για τα μαθηματικών παρατηρείται στο συναίσθημα του φόβου για τα μαθηματικά που αισθάνονται οι μαθητές με κακή σχέση με αυτά. Το συμπέρασμα αυτό συμφωνεί με ευρήματα άλλων ερευνών. (Burnett, 1997; Μηλιώνης, 2001)

6.5. Αλλαγές στον τρόπο ενασχόλησης των μαθητών με τα μαθηματικά

Το τρίτο ερευνητικό αφορά το πώς η εμπλοκή των μαθητών με τη μαθηματική λογοτεχνία επηρεάζει τον τρόπο ενασχόλησης με τα μαθηματικά. Από την έρευνα φαίνεται ότι οι μαθητές αλλάζουν αρκετά έως πολύ τον τρόπο ενασχόλησης τους με τα μαθηματικά ανεξάρτητα της σχέσης που έχουν με αυτά. Αναφέρονται παρακάτω περιπτώσεις μαθητών γυμνασίου και λυκείου αντίστοιχα για να γίνει αντιληπτό το πώς επηρεάστηκε ο τρόπος ενασχόλησης των μαθητών με τα μαθηματικά ανάλογα με

την ηλικία τους και τη σχέση τους με αυτά. Παράλληλα, γίνεται η σύνδεση με τη αντίστοιχη βιβλιογραφία.

Για την κατανόηση της αλλαγής του τρόπου ενασχόλησης με τα μαθηματικά σε μαθητές λυκείου, παρατέθηκαν στην παράγραφο 6.7., αποσπάσματα συνεντεύξεων όπως, της μαθήτριας Μ2 της Α΄ λυκείου, των μαθητών Μ4 και Μ8 της Β΄ λυκείου, θετικής κατεύθυνσης και του μαθητή Μ14 της Β΄ λυκείου, θεωρητικής κατεύθυνσης. Ο μαθητής Μ2 είναι ένας μαθητής με πολύ καλή σχέση με τα μαθηματικά και δήλωσε ότι τα γεγονότα τα οποία ανέφερε το κείμενο της μαθηματικής λογοτεχνίας και οι συζητήσεις που αναπτύχθηκαν με βάση αυτό, τον βοήθησαν αρχικά να κατανοήσει τη χρησιμότητα των σχολικών μαθηματικών. Επιπλέον, αύξησαν την επιμονή του στην επίλυση δύσκολων ασκήσεων, καθώς θεωρεί πλέον ότι κάθε άσκηση μπορεί να αντιμετωπιστεί με μεθοδικότητα. Παράλληλα, ο μαθητής Μ8 που δήλωσε ότι έχει καλή σχέση με τα μαθηματικά, υποστηρίζει ότι αύξησε την ενασχόληση του με τα μαθηματικά ύστερα από τις συζητήσεις με συμμαθητές του που είχαν συμμετάσχει στο πρόγραμμα *Λογοτεχνία και Μαθηματικά* την προηγούμενη χρονιά. Ο μαθητής Μ8 άρχισε να ενδιαφέρεται για την κατανόηση μαθηματικών γρίφων και τη περαιτέρω μελέτη κειμένων με μαθηματικό περιεχόμενο. Μετά και την προσωπική του εμπλοκή με τη μαθηματική λογοτεχνία και τη συμμετοχή του στο ανάλογο πρόγραμμα, λέει,

> *΄΄ πιστεύω πως μέσα από το πρόγραμμα, μπορούμε να αποκτήσουμε μια « μαθηματική κουλτούρα»΄΄ .*

Ο μαθητής Μ14 που δήλωσε ότι είχε πολύ κακή σχέση με τα μαθηματικά, σύνδεσε τα μαθηματικά με την κοινωνική τους διάσταση, απόκτησε ενδιαφέρον για το σχολικό μάθημα και γενικά για τα μαθηματικά ανεξάρτητα από την επίδοση του. Δήλωσε ότι πλέον δεν έχει μια αδιάφορη συμπεριφορά την ώρα των μαθηματικών στη σχολική τάξη. Επίσης, η μαθήτρια Μ4 δήλωσε ότι είχε κακή σχέση με τα μαθηματικά και θεωρεί ότι μετά την εμπλοκή της με τη μαθηματική λογοτεχνία υπό τη μορφή του προγράμματος που συμμετείχε, άρχιζε να αντιμετωπίζει τη φοβία της με τα μαθηματικά και να επιμένει σε έννοιες και ασκήσεις που την δυσκολεύουν. Χαρακτηριστικά αναφέρει για την επίλυση δύσκολης άσκησης,

> *΄΄Νομίζω ότι αντί να απογοητεύομαι με τη δυσκολία ενός προβλήματος*

τόσο, με γοητεύει πλέον για να προσπαθήσω να το λύσω…΄΄

Για την κατανόηση της αλλαγής του τρόπου ενασχόλησης με τα μαθηματικά σε μαθητές γυμνασίου, παρατίθενται δύο επιπλέον αποσπάσματα. Η μαθήτρια Μ22 είναι μαθήτρια της Β΄ γυμνασίου και δήλωσε ότι έχει κακή σχέση με τα μαθηματικά. Στο ερώτημα για το εάν άλλαξε ο τρόπος ενασχόληση της με τα μαθηματικά απάντησε,

Μ22: *΄΄Παλαιότερα έκανα τις ασκήσεις του σχολείου μόνο και μόνο γιατί έπρεπε να τις κάνω, να διαβάσω το μάθημα δηλαδή και να τις κάνω μηχανικά τελείως…Αλλά πλέον τις κάνω και τις ευχαριστιέμαι δηλαδή… καταλαβαίνω αυτό που γράφω.΄΄*

Δηλαδή η μαθήτρια Μ22 φαίνεται να επηρεάζεται στον τρόπο μελέτης της και προετοιμασίας για το μάθημα των μαθηματικών. Πιθανόν, η κατανόηση των προβλημάτων τα οποία λύνει της προσφέρει ευχαρίστηση και βελτιώνει την απόδοση της. Ανάλογα, η μαθήτρια Μ27 της Α΄ γυμνασίου που δήλωσε ότι έχει καλή σχέση με τα μαθηματικά υποστηρίζει ότι,

Ε: *΄΄Τώρα εάν έχεις πάλι ένα δύσκολο πρόβλημα να λύσεις, άλλαξε ο τρόπος που το αντιμετωπίζεις;΄΄*

Μ24: *΄΄Τώρα.. βάζω πιο πολύ τη λογική για να το λύσω και το κάνω σαν να το αντιμετωπίζω κιόλας και το λύνω.΄΄*

Η μαθήτρια Μ24 φαίνεται να αλλάζει τον τρόπο επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων και να επηρεάζεται από τον ήρωα του βιβλίου, *Ο Άνθρωπος που Μετρούσε* του Malba Tahan, στο οποίο ο ήρωας βασίζεται σε μαθηματικούς συλλογισμούς για την επίλυση προβλημάτων.

Παρατηρείται ότι οι απαντήσεις των μαθητών του λυκείου και του γυμνασίου δεν διαφοροποιούνται τόσο όσον αφορά την ηλικία τους, αλλά, τη σχέση τους με τα μαθηματικά. Μαθητές με κακή σχέση με τα μαθηματικά φαίνεται να αλλάζουν τον τρόπο επίλυσης των μαθηματικών προβλημάτων και να τα αντιμετωπίζουν πιο ευχάριστα. Ενώ, μαθητές με καλή σχέση με τα μαθηματικά φαίνεται να αλλάζουν τον τρόπο αντιμετώπισης των μαθηματικών προβλημάτων και να αναπτύσσουν άλλους μηχανισμούς επίλυσης τους. Επομένως, φαίνεται μετά την εμπλοκή με τη μαθηματική λογοτεχνία, οι μαθητές με καλή σχέση με τα μαθηματικά ανεξαρτήτου ηλικίας

εντυπωσιάζονται από την γνώση των μαθηματικών, αυξάνουν τις ικανότητες τους στη Λύση Προβλήματος και ενισχύουν την μελέτη τους σε κείμενα μαθηματικού περιεχομένου (Leary, 2004; Sriraman, 2004). Από την άλλη πλευρά, μαθητές με κακή σχέση με τα μαθηματικά αποκτούν ενδιαφέρον για το μάθημα των μαθηματικών, τα αντιμετωπίζουν πιο ευχάριστα και φαίνεται να εξομαλύνουν τη φοβία τους για αυτά (Μηλιώνης, 2001). Ως αποτέλεσμα φαίνεται να είναι ότι, αυτοί οι μαθητές, ανταποκρίνονται στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων.

Από τα παραπάνω φαίνεται ότι η εμπλοκή των μαθητών με τη μαθηματική λογοτεχνία σε ένα μη καθαρά διδακτικό πλαίσιο επιδρά στη σχέση τους με τα μαθηματικά. Αρχικά, η σύνδεση των μαθηματικών και της λογοτεχνίας μέσα από την οπτική της μαθηματικής λογοτεχνίας φαίνεται να βελτιώνει σε ένα βαθμό τις στάσεις των μαθητών για τα μαθηματικά και να επηρεάζει τον τρόπο ενασχόλησης τους με αυτά. Κάποιοι από τους λόγους για τους οποίους, πιθανόν, επιτυγχάνονται τα παραπάνω αποτελέσματα είναι η γνωριμία των μαθητών με την ανθρώπινη διάσταση των μαθηματικών, η δημιουργία με τη βοήθεια της λογοτεχνικής γλώσσας ενός οικείου πλαισίου διαπραγμάτευσης μαθηματικών εννοιών και περιγραφής γεγονότων και η δημιουργία ενός φαντασιακού περιβάλλοντος που γεννά συναισθήματα και κινητοποιεί τη σκέψη του μαθητή. Σημαντικός παράγοντας στην εξέλιξη των πολιτιστικών προγραμμάτων *΄΄Μαθηματικά και Λογοτεχνία΄΄* ήταν η εκούσια συμμετοχή των μαθητών και ο μη ΄΄μαθησιακός΄΄ χαρακτήρας των συναντήσεων.

Η παρούσα έρευνα είχε στόχο να διερευνήσει το πως επιδρά η αξιοποίηση της μαθηματικής λογοτεχνίας στη βελτίωση των στάσεων των μαθητών για τα μαθηματικά. Μια μελλοντική έρευνα θα μπορούσε να εξετάσει το πώς θα μπορούσε να αξιοποιηθεί η μαθηματική λογοτεχνία στη διδακτική πράξη και να λειτουργήσει ως διδακτικό εργαλείο για την κατανόηση μαθηματικών εννοιών αλλά και να εξετάσει την επίδραση της στις στάσεις των μαθητών μέσα από τη διδακτική διαδικασία.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΗΜΙΔΟΜΗΜΕΝΗΣ ΣΥΝΕΝΤΕΥΞΗΣ

Ερώτηση 1η: Για ποιο λόγο συμμετείχες στο πρόγραμμα;

Ερώτηση 2η: Ποια ήταν η σχέση σου με τα μαθηματικά;

Ερώτηση 3η: Ποια η σχέση σου με τη λογοτεχνία γενικά;

Ερώτηση 4η: Τι σου άρεσε στις συναντήσεις;

Ερώτηση 5η: Πιστεύεις ότι αυτή η εμπειρία σου σε επηρέασε στο πως βλέπεις τα μαθηματικά;

Ερώτηση 6η: Τα θεωρείς πιο εύκολα;

Ερώτηση 7η: Τα θεωρείς πιο ευχάριστα;

Ερώτηση 8η: Τα θεωρείς πιο χρήσιμα;

Ερώτηση 9η: Τα αντιμετωπίζεις με λιγότερο φόβο;

Ερώτηση 10η: Θεωρείς ότι έχουν πιο πολύ ενδιαφέρον;

Ερώτηση 11η: Πιστεύεις ότι επηρέασε τα συναισθήματα σου θετικά για τα μαθηματικά;

Ερώτηση 12η: Εάν διάβαζες μόνος/ η σου το βιβλίο στο σπίτι πιστεύεις ότι θα σε επηρέαζε το ίδιο;

Ερώτηση 13η: Που αποδίδεις αυτή την αλλαγή; Στους καθηγητές, στους συμμαθητές και στην επικοινωνία μεταξύ σας; Στο λογοτεχνικό κείμενο, με το οποίο γνωρίζατε κάποια ζητήματα;

Ερώτηση 14η: Πόσο πιστεύεις ότι σε επηρέασε αυτό το είδος γραφής κάποιων πραγματικών ή μυθοπλαστικών γεγονότων στην κατανόηση κάποιων μαθηματικών εννοιών;

Ερώτηση 15η: Εάν μελετούσατε με τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας κάποια ζητήματα που είδατε, πόσο διαφορετικό πιστεύεις ότι θα σου φαινόταν;

Ερώτηση 16η: Ποια η άποψη σου για αυτού του είδους τη λογοτεχνία;

Ερώτηση 17η: Ποιος πιστεύεις ότι είναι ο ρόλος της αφήγησης στην κατανόηση κάποιων εννοιών ή ιστορικών γεγονότων; Σε βοήθησε στο να καταλάβεις μια δύσκολη έννοια;

Ερώτηση 18η: Πως θα έκρινες την εξής άποψη: *΄΄Θα μου άρεσε να βιώσω μια ανάλογη δραστηριότητα στη σχολική τάξη΄΄*;

Ερώτηση 19η: Η ενασχόληση σου με τα μαθηματικά πιστεύεις ότι έχει αλλάξει; Με ποιον τρόπο;

Ερώτηση 20η: Ποια η γνώμη σου για την ιστορία των μαθηματικών; Την επηρέασε καθόλου η επαφή σου με αυτό το είδος της λογοτεχνίας;

Ερώτηση 21η: Πόσο πιστεύεις ότι επηρέασε αυτό το είδος γραφής κάποιων πραγματικών ή μυθοπλαστικών γεγονότων στο να θεωρείς τα μαθηματικά πιο οικεία σε εσένα.

Ξένη Βιβλιογραφία

1. Austin, P. (1998). Math books as literature: Which ones measure up? *The New Advocate*, *11*, 119-133.

2. Beer, G. (1990). Science and Literature. In Olby, R.C. et al (Eds.), *Companion to the History of Modern Science*, 783-798. Rautledge.

3. Borasi, R., Sheedy, J., & Siegel, M. (1990). The Power of Stories in Learning Mathematics. *Language Arts*, *67* (2).

4. Borasi R., Fonzi, J.M., Sanridge, L.G., & Smith, C. (1996). Using Reading to Construct Mathematical Meaning, *Yearbook (National Council of Teachers of Mathmatics) 1996*, 66-75.

5. Borasi, R., Siegel, M., & Fonzi, J. (1998). Supporting Students' Mathematical Inquires Through Reading, *Journal for Research in Mathematics Education 29* (4), 378-413.

6. Borasi, R., Siegel, M., Fonzi, J., & Smith. C. F. (1998). Using Transactional Reading Strategies to Support Sense- Making and Discussion in Mathematics Classrooms : An Exploratory Study, *Journal for Research in Mathematcs Education 29* (3), 275-305.

7. Burnett, S.J., Wichman, A. M. (1997). *Mathematics and Literature: An Approach to Success*. Action Research Project, Saint Xavier University.

8. Cartwright, J. (2007). Science and Literature: Towards a Conceptual Framework. *Science & Education*, *16*, 115-139. Springer 2007.

9. Corry, L. (2007). *Fictional Narrative and the History of Mathematics*. 1-38. To Appear in Configurations, (Official Journal of the Society for Arts, Literature and Science) , from, http://www.tau.ac.il/~corry/publications/articles/Math-Narrative.html

10. Cotti, R., & Schiro, M. (2004). Connecting Teacher Beliefs to the Use of Children's Literature in the Teaching of Mathematics, *Journal of Mathematics Teache Education 7*, 329-356.

11. Davis, P. (1993). The humanistic aspects of mathematics and their importance. In A. M. White (Ed.), *Essays in humanistic mathematics*. USA: The Mathematical Association of America.

12. De Bellis, V.A., & Goldin, G.A. (1997). The affective domain in mathematical problem solving. In E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* Lahti, Finland, *2*, 209-216.

13. De Bellis, V.A., & Goldin, G.A. (2006). Affect and Meta-affect in Mathematical Problem Solving: A Representational Perspective. *Educational Studies in Mathematics, 63*,131-147.

14. Di Martino, P., & Zan, R. (2001). Attitude towards mathematics: some theoretical issues. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3*, Freudenthal Institute, University of Utrecht, Utrecht , the Netherlands, 209-216.

15. Eynde, P., De Corte, E.,& Verschaffel, L. (2006). ''Accepting Emotional Complexity'' : A socio-constructivist perspective on the role of emotions in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, *63*, 193-207.

16. Goffree, F. (1989). The popularisation of science and technology from an educational designer's standpoint. In Ming, C.K. and Fong, L.K.(Eds.), *Popularization of Science and Technology: What Informal nad Nonformal Education Can Do?*, 50-69, International Conference, Faculty of Education of Hong Kong in co-operation with UNESCO, Hong Kong.

17. Fauvel, J. (1994). Mathematics and Poetry. In Grahham and Guiness, L.(Eds.), *Companion encyclopedia of the history and philosophy of mathematical sciences, II* , 1644-1649, Rautledge.

18. Goleman, D. (1998). *Η Συναισθηματική Νοημοσύνη*. (Α. Παπασταύρου, μετάφραση). Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα. (Πρωτότυπη έκδοση, 1995)

19. Gossin, P. (1999). Literature and the modern physical sciences. In Nye. M. J.(Eds), *The Cambridge History of Science: The Modern Physical and Mathematical Sciences*, *5*, 91-109. Cambridge University Press.

20. Hannula, M.S. (2006). Attitude towards mathematics : Emotions, expectations and values. *Educational Studies in Mathematics*, *49*, 25-46.

21. Kliman, M. (1993). Integrating mathematics and literature in the elementary classroom. *The Arithmetic Teacher*, *40* (6), 318-321.

22. Koehler, D. O. (1982). Mathematics and Literature. Mathematics Magazine, *55* (2), 81-95.

23. Leary, A. K. (2004). The Status of Literature in the Secondary Mathemmatics Classroom. Thesis presented to the faculty of the College of Education University of Alaska Anchorage for the Degree of Master of Education, UMI Number: 1421665

24. Lipsey, S.,I., & Pasternack,B.S. (1993) Mathematics in Literature. In White, Alvin. (Eds.), *Essays in Humanistic Mathematics*. Washington, D.C.: Mathematical Association of America.

25. Mandler, G. (1989). Affect and learning causes and consequences of emotional interactions. In D.B. McLeod, & V.M.Adams (Eds.), *Affect and mathematical problem solving: A new perspective*, 3-19. New York: Springer-Verlag.

26. Ma, X., & Kishor, N. (1997). Assessing a relationship between attitude toward mathematics and achievement in mathematics: A meta-analyses. *Journal for Research in Mathematics Education*, *28* (1), 26-47.

27. Mc Leod, D.B. (1994). Research on affect and mathematics learning in the JRME: 1970 to the present. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*, 637-647.

28. Ming, C., K., & Fong, L., K. (1989). *Popularization of Science and Technology: What Informal nad Nonformal Education Can Do?*, International Conference, Faculty of Education of Hong Kong in co-operation with UNESCO, Hong Kong.

29. Naumann, B. (2005). Introduction: Science and Literature. *Science in Context*, *18* (4), 511-523. United Kingdom: Cambridge University Press.

30. Pycior, H., M. (1994). Mathematics and prose literature. In Grahham and Guiness, L.(Eds.), *Companion encyclopedia of the history and philosophy of mathematical sciences, II* , 1633-1643, Rautledge.

31. Ruffel, M., Mason, J., & Allen, B. (1998) Studying attitude to mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *35*, 1-18.

32. Schoenfeld, H. L. (1982). Sex, grade level, and the relationship between mathematics, attitude and achievement in children. *Journal of Educational Psychology*, *75* (5), 280-284.

33. Siegel, M., Borasi, R., Fonzi, J., & Smith, C.F. (1996). *Beyond word-problems and textbooks: Using reading generatively in the mathematics classroom*, National Science Foundation, Arlington, V.A.

34. Sriraman, B. (2003). Mathematics and Literature: Synonyms, Antonyms or the Perfect Amalgam. *The Australian Mathematics Teacher*, *59* (4), 26-31.

35. Sriraman, B. (2004). Mathematics and Literature (the sequel): Imagination as a pathway to advanced mathematical ideas and philosophy. *The Australian Mathematics Teacher. 60* (1), 17-23.

36. Stevens, B. (2000). Mathematics and Literature: Cross Fertilization. *The Pacific Institute for the Mathematical Sciences Newsletter , 4* (3), 1-8.

37. Triandafillidis, T. A. (2006). ''Wishes, lies and dreams'': poetry writing in the mathematics classroom. *For the learning of mathematics*, *26* (2), 2-9.

38. Zan, R., Brown, L., Evans, J., & Hannula, M.S. (2006). Affect in mathematics education: An introduction. *Educational Studies in Mathemetics*, *63*, 113-121.

39. Within, D. J., & Wilde, S. (1992). *Read any good math lately? Clildren' s book for mathematical learning K-6*. Portsmouth, NH: Heinemann Educational Books.

Ελληνική Βιβλιογραφία

1. Abbot, E. (1999). *Flattland η Επιπεδοχώρα*. (Φ. Μωράκη, μετάφραση). Αθήνα: Εκδόσεις Αιώρα.

2. Allègre, C. (2004). *Ολίγη επιστήμη για όλους*. (Τ. Μιχαηλίδη & Α. Μιχαηλίδη, μετάφραση). Αθήνα: Εκδόσεις Πόλις.

3. Ανέστη, Δ., & Τριανταφυλλίδης, Τ. (2005). Η διαμόρφωση μιας κοινότητας μάθησης μέσα από τη διδακτική σύνδεση λογοτεχνίας και μαθηματικών, *Πρακτικά 1ου Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών Διδακτικής Μαθηματικών*, Αθήνα, σελ. 259-268.

4. Vygotsky, L., S. (2000). *Νους στην Κοινωνία.* (Σ. Βοσνιάδου & Α. Μπίμπου, μετάφραση). Αθήνα: Gutenberg.

5. Bruner, J. (2002). *Δημιουργώντας Ιστορίες: Νόμος, Λογοτεχνία, Ζωή*. (Γ. Κουγιουμουτζάκη, Κ. Πολυδάκη & Β. Τσούρτου, μετάφραση). Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

6. Γιαννικοπούλου, Α. (2002). Λογοτεχνία και Μαθηματικά. Στο Καϊλά Μ. Καλαβάσης, Φ. και Πολεμικός Ν. (Επιμ.) *Μύθοι, Μαθηματικά, Πολιτισμοί: Αποσιωπημένες Σχέσεις στην Εκπαίδευση*, (σελ. 71-101). Αθήνα: Ατραπός.

7. Carrol, L. (2003). *Η Αλίκη στη χώρα των θαυμάτων & Μέσα από τον καθρέφτη*. Εκδόσεις Printa.

8. Guedj, D. (1998). *Το θεώρημα του παπαγάλου*. (Τ. Μιχαηλίδη, μετάφραση). Αθήνα: Εκδόσεις Πόλις.

9. Goleman, D. (1998). *Η συναισθηματική νοημοσύνη: Γιατί το «EQ» είναι πιο σημαντικό από το «IQ»;* Μετάφραση: Παπασταύρου Α. Αθήνα: Εκδόσεις Ελληνικά Γράμματα.

10. Δοξιάδης, Α. (1992). *Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Γκόλντμπαχ*. Αθήνα: Εκδόσεις Καστανιώτης.

11. Δοξιάδης, Α. (2006). Προβάλλοντας τα μαθηματικά στην ψυχή: Η αφήγηση ως εργαλείο της μαθηματικής εκπαίδευσης. *Πρακτικά 6ου Διημέρου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, σελ. 287-315. Θεσσαλονίκη: City Publish.

12. Enzensberger, H., M. (1998). *Το πειραχτήρι των αριθμών*. (Μ. Αγγελίδου, μετάφραση). Αθήνα: Εκδόσεις Ψυχογιός.

13. Κατσάρκας, Α. (2006). Λογοτεχνία και μαθηματικά: Αμφίδρομες σχέσεις. *Πρακτικά 6ου Διημέρου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, σελ. 81-94. Θεσσαλονίκη: City Publish.

14. Κολέζα, Ε. (2006). Τα Μαθηματικά μέσα από τον καθρέφτη της Λογοτεχνίας: ένα ταξίδι στη χώρα των θαυμάτων. *Πρακτικά 6ου Διημέρου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, σελ. 27-48. Θεσσαλονίκη: City Publish.

15. Κοταρίνου, Π. (2007). Η λογοτεχνία και οι δραματικές τέχνες στη διδασκαλία της γεωμετρίας στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. *Πρακτικά 6ου Διημέρου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, σελ. 197-216. Θεσσαλονίκη: City Publish.

16. Μηλιώνης, Χ. (2001). Μαθηματική λογοτεχνία: Ένα εργαλείο για τη διδασκαλία των μαθηματικών. *Πρακτικά 18ου Πανελλήνιου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, Ρόδος.

17. Μηλιώνης, Χ. (2006). Τα Μαθηματικά μέσα από τη λογοτεχνία: Διερεύνηση της άποψης των μαθητών. *Πρακτικά 23ου Πανελλήνιου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, Πάτρα.

18. Μητακίδου, Σ., & Τρέσσου, Ε.(2005). *Διδάσκοντας Γλώσσα και Μαθηματικά με Λογοτεχνία.* Εκδόσεις Επίκεντρο, Θεσ/νίκη.

19. Μιχαηλίδης, Τ. (2006). *Πυθαγόρεια εγκλήματα*. Αθήνα: Εκδόσεις Πόλις

20. Μιχαηλίδης, Τ. (2007). *Από τον Αισχύλο στους μεταμοντέρνους: μαθηματική λογοτεχνία,* από, http://www.thalesandfriends.org/gr

21. Μιχαηλίδης, Τ. (2007). Λέσχες ανάγνωσης μαθηματικού βιβλίου: Μια εναλλακτική συμπληρωματική διδακτική πρόταση. *Πρακτικά 6ου Διημέρου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, σελ. 15-26. Θεσσαλονίκη: City Publish.

22. Bradshaw, G. (2006). *Ο άνθρωπος που μετρούσε την άμμο*. (Γ. Καλαμαντή, μετάφραση). Αθήνα: Εκδόσεις Μήνωας.

23. Ντάβου, Μ. (2006). Η έννοια της «αποτίμησης» στη μελέτη της συγκίνησης: Προς μια κατανόηση του γνωστικού συστατικού της συγκίνησης. *Ετήσιο Επιστημονικό Περιοδικό Νόησις,* 33-50.

24. Ντοστογιέβσκη, Φ. (1990). *Αδερφοί Καραμάζοβ*. Μετάφραση:Αλεξάνδρου Α. Αθήνα: Εκδόσεις ΓΚΟΒΟΣΤΗ.

25. Παιδαγωγικό Ινστιτούτο. (2007). Μαθηματικά Α΄ Γυμνασίου. Βιβλίο Εκπαιδευτικού.

26. Παιδαγωγικό Ινστιτούτο. (1997). Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών Μαθηματικών.

27. Παιδαγωγικό Ινστιτούτο. (2001). Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών Μαθηματικών.

28. Παρίζη, Α. (2003). *Οι μαγικοί αριθμοί και τα ταξιδιάρικα αστέρια: Τα πρώτα βήματα της επιστήμης*. (Ζ. Βιολέτα, μετάφραση). Αθήνα: Εκδόσεις Καστανιώτη.

29. Παυλιώτης, Α. (2005). *Το επικηρυγμένο πρόβλημα*. Αθήνα: Εκδόσεις Πατάκη.

30. Rényi, A. (1979). *Διάλογοι για τα Μαθηματικά*. (Μ. Μυτιληναίου & Π. Σπύρου, μετάφραση). Αθήνα: Εκδόσεις Διογένης.

31. Sautoy, M. (2005). *Η Μουσική των Πρώτων Αριθμών*. (Τ. Μιχαηλίδη, μετάφραση). Αθήνα: Εκδόσεις Τραυλός.

32. Sobel, D. (1997). *Το στίγμα των θαλασσών*. (Ν. Παντελή, μετάφραση). Αθήνα: Εκδόσεις «Νέα Σύνορα».

33. Σπύρου, Π. (2006). Λογοτεχνία και Μαθηματικά: Όρια και συγκλίσεις. *Πρακτικά 6ου Διημέρου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, σελ. 59-70. Θεσσαλονίκη: City Publish.

34. Stewart, I. (2000). *Φλάτερλαντ: Η περιπέτεια των πολλών διαστάσεων*. (Ν. Κυριαζόπουλου, μετάφραση).Αθήνα: Εκδόσεις Τραυλός.

35. Tahan, M. (2002). *Ο Άνθρωπος που Μετρούσε*. (Σ. Τσιτσώνη, μετάφραση). Αθήνα: Εκδόσεις Κάτοπτρο.

36. Τζεφριού, Δ. (2004). *Διαθεματικότητα. Δυνατότητες και προοπτικές της Διαθεματικότητας στη διδασκαλία των Μαθηματικών.* Διπλωματική Εργασία Μεταπτυχιακού στη Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών. Πανεπιστήμιο Αθηνών, Σχολή Θετικών Επιστημών, Τμήμα Μαθηματικών, Αθήνα.

37. Τουμάσης, Μ. (2002). *Σύγχρονη διδακτική των μαθηματικών*. Αθήνα: Gutenberg.

38. Τσιώτσος, Ν.(2002). *Επιπεδία: Αφηγήματα σε δύο διαστάσεις*. Αθήνα: Εκδόσεις Κέδρος.

39. Φιλίππου, Γ.,& Χρίστου, Κ. (1995). Συναισθηματικός τομέας, αριθμοφοβία και διδασκαλία μαθηματικών. Στης Μ. Καϊλά (Επιμ. Έκδ.). *Η Σχολική Αποτυχία* (σελ.75-151). Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

40. Φιλίππου, Γ.,& Χρίστου, Κ. (2001). *Κείμενα Παιδείας: Συναισθηματικοί παράγοντες και μάθηση των μαθηματικών*. Εκδόσεις Ατραπός.

41. Φραμπέτι, Κ. (2003). *Το βιβλίο κόλαση*. (Α. Κυριακίδη, μετάφραση). Αθήνα: Εκδόσεις opera.

42. Χασάπης, Δ. (2007). Μαθηματικά και Λογοτεχνία: Μια αιτούμενη σχέση. *Πρακτικά 6ου Διημέρου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, σελ. 3-14. Θεσσαλονίκη: City Publish.

Δικτυακοί Τόποι

1. Kasman, A., *Mathematical Fiction*, website,http://math.cofc.edu./faculty/MATHFICT
2. Θαλής και Φίλοι: http://www.thalesandfriends.org