ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ, ΙΣΤΟΡΙΑΣ
ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑΣ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ – ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΗΣ & ΨΥΧΟΛΟΓΙΑΣ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
"ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ"

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Η συγκρότηση της Διδακτικής των Μαθηματικών ως επιστημονικό πεδίο και τα κριτήρια αξιολόγησης της έρευνας. Μια πρώτη επιστημολογική προσέγγιση

Στουραΐτης Κωνσταντίνος

Επιβλέπων Καθηγητής
Σπύρου Παναγιώτης

ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2008

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία

εκπονήθηκε στα πλαίσια των σπουδών

για την απόκτηση του

Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης

που απονέμει το

Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεπταπτυχιακών Σπουδών

«Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών»

Εγκρίθηκε την ……από Εξεταστική Επιτροπή αποτελούμενη από τους :

Ονοματεπώνυμο	Βαθμίδα	Υπογραφή
1) Σπύρου Παναγιώτης (επιβλέπων Καθηγητής)	επίκ. καθ.	
2) Πόταρη Δέσποινα	αναπλ. καθ.	
3) Σακονίδης Χαράλαμπος	αναπλ. καθ.	

Αγγελική

Μαρία

Κατερίνα

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

…οι περισσότεροι επιστήμονες δεν καταλαβαίνουν *περί* επιστήμης περισσότερα από ότι τα ψάρια περί υδροδυναμικής.

Imre Lakatos

Η ανάγκη που μερικές φορές αισθάνεται ένα ψάρι να καταλάβει λίγα πράγματα περί υδροδυναμικής, ίσως είναι ένα επαρκές κίνητρο για την προσπάθεια που κατέληξε στην συγγραφή της παρούσας εργασίας.

Θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου προς τον επιβλέποντα καθηγητή Παναγιώτη Σπύρου για τις πολύτιμες συζητήσεις μας και τη βοήθειά του, και προς τα άλλα μέλη της εξεταστικής επιτροπής, Δέσποινα Πόταρη και Χαράλαμπο Σακονίδη, για τις παρατηρήσεις, τα σχόλια και τις προτάσεις τους.

Οι ευχαριστίες μου απευθύνονται και προς τους συναδέλφους μου για τις συνεργασίες μας κατά τη διάρκεια των σπουδών μας και ιδιαιτέρως προς τη συνάδελφο και φίλη Αμαλία Μπαμπίλη για τα σχόλιά της πάνω στα κείμενα, για τις ώρες των συζητήσεών μας και τη συνεργασία μας.

Ευχαριστώ τη σύζυγό μου Αγγελική Αργυροπούλου, τόσο για τις παρατηρήσεις και τα σχόλιά της, όσο και συνολικότερα για τη στήριξή της.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ……. 1

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο

Η ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ……. 4

1.1 Η Διδακτική των Μαθηματικών ως αναδυόμενο πεδίο ……... 4

1.2 Ποια ερωτήματα είναι σημαντικά για την ΔΜ; ……..... 8

1.3 Η σχέση της ΔΜ με άλλα επιστημονικά πεδία …… 10

1.4 Μαθηματικά και ΔΜ …… 12

1.5 Ποιες μεθόδους χρησιμοποιεί η ΔΜ; …… 17

1.6 Περιγραφικός και ρυθμιστικός χαρακτήρας της ΔΜ …… 20

1.7 Τα αποτελέσματα της έρευνας στη ΔΜ …… 21

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο

ΕΠΙΧΕΙΡΩΝΤΑΣ ΜΙΑ ΕΠΙΣΤΗΜΟΛΟΓΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΗΣ ΔΜ ……..... 27

2.1 Τα διαφορετικά παραδείγματα στη ΔΜ …… 28

2.2 Το θετικιστικό παράδειγμα …… 34

2.2.1 Οι θετικές επιστήμες ……. 36

2.2.2 Το θετικιστικό παράδειγμα στις κοινωνικές και ανθρωπιστικές επιστήμες… 39

2.2.3 Το θετικιστικό παράδειγμα στη Διδακτική των Μαθηματικών …… 41

2.2.4 Κριτικές στο θετικιστικό παράδειγμα …… 45

2.3 Το ερμηνευτικό παράδειγμα ……. 48

2.3.1 Το ερμηνευτικό παράδειγμα στις κοινωνικές και ανθρωπιστικές επιστήμες... 48

2.3.2 Το ερμηνευτικό παράδειγμα στη ΔΜ …… 52

2.3.3 Κριτικές στο ερμηνευτικό παράδειγμα ……. 57

2.4 Το κριτικό παράδειγμα ……. 59

2.4.1 Το κριτικό παράδειγμα στη ΔΜ …… 60

2.4.2 Κριτικές στο κριτικό παράδειγμα ……. 64

2.5 (Αυτο)κριτική της έρευνας στη ΔΜ ……. 65

2.6 Παραδείγματα και θεωρίες: Ασυμμετρία ή σύνθεση; …….. 71

2.7 Η ΔΜ ως επιστημονικό πεδίο ……... 75

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ ΣΤΗ ΔΜ ……. 79

3.1 Η συζήτηση για τα κριτήρια και τους κανόνες αξιολόγησης …… 79

3.1.1 Η εξέλιξη των κριτηρίων …….. 80
3.1.2 Επιφυλακτικότητα απέναντι στα κριτήρια και η ανάγκη ύπαρξής τους ….. 81
3.1.3 Παράγοντες που επηρεάζουν τη διαμόρφωση και επιλογή των κριτηρίων ... 83
3.1.4 Η σημερινή κατάσταση …… 84
3.2 Τα κριτήρια και το περιεχόμενό τους …… 85
3.2.1 Αξία ή σημασία ή χρησιμότητα …… 87
3.2.2 Προσβασιμότητα …….. 89
3.2.3 Σχέση με τη μαθηματική εκπαίδευση …… 90
3.2.4 Περιγραφική δύναμη …… 90
3.2.5 Εξηγητική δύναμη …… 91
3.2.6 Προβλεπτική δύναμη …… 92
3.2.7 Εύρος …… 94
3.2.8 Διαψευσιμότητα …… 94
3.2.9 Επαναληψιμότητα ……. 95
3.2.10 Πρωτοτυπία …… 96
3.2.11 Ακρίβεια και σαφήνεια …… 97
3.2.12 Αντικειμενικότητα …….. 98
3.2.13 Αξιοπιστία …… 99
3.2.14 Εγκυρότητα ……. 101
3.2.15 Γενικευσιμότητα ……. 103
3.2.16 Συνοχή ερωτημάτων – μεθόδων ……. 104
3.2.17 Αποτελεσματικότητα στην εφαρμογή των μεθόδων …….. 105
3.2.18 Θεωρητικό πλαίσιο - Σχέση με την προϋπάρχουσα έρευνα …… 106
3.2.19 Τριγωνοποίηση …… 107
3.2.20 Ηθικά και δεοντολογικά ζητήματα ……. 107
3.2.21 Συνοψίζοντας: η έρευνα ως επιχειρηματολογία ……. 108
3.3 Επιχειρώντας μια ταξινόμηση των κριτηρίων …….. 110
3.4 Κριτήρια αξιολόγησης των αναφορών έρευνας από περιοδικά και συνέδρια …. 113
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΣΥΖΗΤΗΣΗ …….. 118
ΑΝΑΦΟΡΕΣ…….. 123

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

"Διδακτική των μαθηματικών; Τι είναι αυτό; Μαθαίνεις πώς να διδάσκεις;"

Παρόμοια ερωτήματα απευθύνονται συνήθως προς κάποιον που δηλώνει ότι ασχολείται με τον ένα ή τον άλλο τρόπο με τη διδακτική των μαθηματικών. Οι ερωτώντες μπορεί να μην έχουν σχέση με την εκπαίδευση, αλλά (τουλάχιστον στην ελληνική πραγματικότητα που βιώνουμε) μπορεί να είναι ακόμα και εκπαιδευτικοί.

Ο προβληματισμός σχετικά με τη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών υπάρχει από τότε που υπάρχουν τα μαθηματικά ως επιστήμη. Για παράδειγμα, κατά μία εκδοχή τα "Στοιχεία" γράφτηκαν από τον Ευκλείδη για να χρησιμοποιηθούν ως διδακτικό εγχειρίδιο. Η τυπική, σχολική εκπαίδευση όμως, αρχίζει πολύ αργότερα. Έτσι, η δραστηριότητα των επιστημόνων στα ερωτήματα που σχετίζονται με τη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών αρχίζει τον 19ο αιώνα, με πρωτοπόρους τους μαθηματικούς και αργότερα τους ψυχολόγους.

Θεωρώντας ως ορόσημο την ίδρυση περιοδικών και συνεδρίων που αναφέρονται στα προβλήματα της μαθηματικής εκπαίδευσης, μπορούμε να πούμε ότι η διδακτική των μαθηματικών συγκροτείται ως ερευνητικό πεδίο περίπου στο τέλος της δεκαετίας του '60, αν και οι ρίζες της είναι προγενέστερες (μια αναλυτικότερη συζήτηση της ιστορίας της μαθηματικής εκπαίδευσης και της διδακτικής περιέχεται στο Kilpatrick, 1992). Έτσι, σ' αυτή τη μελέτη θα περιοριστούμε στο χρονικό διάστημα των τεσσάρων τελευταίων δεκαετιών.

Πως όμως συγκροτείται αυτό το πεδίο; Ποιο είναι το αντικείμενό του; Ποιο είναι τα επιστημολογικό υπόβαθρό του; Ποια είναι η σχέση του με την πράξη; Πρόκειται για ένα επιστημονικό πεδίο ή ο ρόλος της διδακτικής περιορίζεται σε ένα άθροισμα τεχνικών και αρχών διδασκαλίας κατάλληλων για τη μεταφορά στους μαθητές εκείνων των τμημάτων μαθηματικής γνώσης που κάποιοι άλλοι επιλέγουν ως σημαντικά;

Αυτή η μελέτη επιχειρεί να ανιχνεύσει απαντήσεις σε τέτοιου είδους ερωτήματα. Πιο συγκεκριμένα, *τα ερωτήματα που διερευνώνται* είναι τα παρακάτω:

- Είναι η διδακτική των μαθηματικών ένα αυτόνομο πεδίο; Ή μπορεί να θεωρηθεί ως άθροισμα οπτικών και μεθοδολογιών άλλων επιστημών, όπως τα μαθηματικά, η ψυχολογία και η κοινωνιολογία; Ειδικότερα, πως σχετίζεται η διδακτική των μαθηματικών με τα μαθηματικά;

- Είναι η διδακτική των μαθηματικών ένα επιστημονικό πεδίο; Σε τι μοιάζει και σε τι διαφέρει από τις άλλες επιστήμες (θετικές, κοινωνικές και ανθρωπιστικές);
- Σε ποιες επιστημολογικές υποθέσεις και παραδοχές στηρίζεται η συγκρότηση του πεδίου της διδακτικής των μαθηματικών;
- Ποια κριτήρια αξιολόγησης της έρευνας υιοθετεί η κοινότητα της διδακτικής των μαθηματικών; Σε τι μοιάζουν και σε τι διαφέρουν από εκείνα άλλων επιστημών;

Στη διερεύνηση αυτών των ερωτημάτων αναζητήσαμε τις απαντήσεις που δίνουν οι ίδιοι οι ερευνητές του χώρου, μέσα από βιβλία, επιστημονικά περιοδικά και συνέδρια. Χρησιμοποιήσαμε βιβλιογραφία που αναφέρεται στα παραπάνω ερωτήματα, που περιέχει κριτικές των ερευνητών του χώρου σχετικές με την επιστημονική συγκρότηση της ΔΜ (Διδακτικής των Μαθηματικών), και κείμενα που εκφράζουν την επίσημη πολιτική κάποιων περιοδικών και συνεδρίων για την αξιολόγηση των ερευνητικών μελετών στο χώρο. Επιπλέον, προσπαθήσαμε να συνδέσουμε τις απαντήσεις των ερευνητών με ευρύτερες φιλοσοφικές και κυρίως επιστημολογικές οπτικές.

Στο *πρώτο κεφάλαιο* επιχειρούμε μια συνοπτική παρουσίαση του πεδίου της ΔΜ με αναφορές στους στόχους, το αντικείμενο, τη φύση των "προϊόντων" της, τις μεθόδους που χρησιμοποιούνται και τις μετατοπίσεις που σημειώθηκαν τις τελευταίες δεκαετίες. Διερευνούμε τις σχέσεις της ΔΜ με τα γειτονικά πεδία, ιδιαίτερα με τα μαθηματικά, και τις διαφορές ΔΜ και μαθηματικών ως παράγοντα του "σχίσματος" (Goldin, 2003) μεταξύ των δύο επιστημονικών κοινοτήτων.

Στο *δεύτερο κεφάλαιο* αναζητούμε τις επιστημολογικές υποθέσεις και παραδοχές οι οποίες υποστηρίζουν τη συγκρότηση της ΔΜ, μέσα από τρία ερευνητικά παραδείγματα: το θετικιστικό, το ερμηνευτικό και το κριτικό. Περιγράφουμε τις κριτικές που ασκούνται σε κάθε παράδειγμα από τους αντιπάλους του, καθώς και τις κριτικές των ερευνητών για σημαντικές πλευρές της έρευνας στη ΔΜ. Η πολλαπλότητα των θεωριών και των οπτικών φαίνεται να είναι αναπόφευκτη μπροστά στα πολύπλευρα και πολύπλοκα φαινόμενα. Συχνά οι διαφορετικές οπτικές μπορούν να θεωρηθούν ή να χρησιμοποιηθούν ως συμπληρωματικές, αλλά πολλές φορές η σύνθεση των διαφορετικών προσεγγίσεων δεν είναι εφικτή.

Στο *τρίτο κεφάλαιο* περιγράφουμε τη συζήτηση που διεξάγεται τις τελευταίες δεκαετίες γύρω από τα κριτήρια αξιολόγησης της έρευνας, και τα ίδια τα κριτήρια με τις ερμηνείες που γίνονται αποδεκτές από την κοινότητα των ερευνητών σήμερα.

Επιχειρούμε μια ταξινόμηση των κριτηρίων γύρω από τους άξονες της σημαντικότητας, της πειστικότητας και της γενικότητας. Τέλος, μέσα από ενδεικτικά παραδείγματα, διερευνούμε το πώς εκφράζονται τα κριτήρια αξιολόγησης στις επίσημες πολιτικές κρίσης των εργασιών για δημοσίευση σε κάποια σημαντικά επιστημονικά περιοδικά και συνέδρια του PME (International Group for the Psychology of Mathematics Education).

Κατά τη διάρκεια της μελέτης και της συγγραφής της παρούσας εργασίας, ήταν έντονη η αναζήτηση εκείνων των ιδεών και των χαρακτηριστικών που θα απαντούσαν στο ερώτημα αν η ΔΜ αποτελεί ένα επιστημονικό πεδίο και θα έκαναν εφικτή τη σύγκριση με τις θετικές επιστήμες ή τη διάκριση από αυτές. Υπήρχαν δύο λόγοι για αυτό. Πρώτον, η μαθηματική μας εκπαίδευση και, κυριότερο, το γεγονός ότι είμαστε γαλουχημένοι μέσα στον ορθολογισμό των θετικών επιστημών (και των μαθηματικών), μας οδηγεί πολλές φορές μέχρι και στην υπεροπτική και αλαζονική αντιμετώπιση των κοινωνικών και ανθρωπιστικών σπουδών, ως μη επιστημονικών κλάδων. Δεύτερον, οι σπουδές μας στη ΔΜ (με κάποιες εξαιρέσεις) ήταν συμβατές με μια θετικιστική εικόνα του χώρου, με κυρίαρχο το πρότυπο των ποσοτικών και στατιστικών μεθόδων και της αναζήτησης αιτίων, αποδείξεων και καθολικοτήτων.

Επιπλέον, η προκατάληψη που πηγάζει από τις ανάγκες και τις αγωνίες του δάσκαλου των μαθηματικών, ίσως να επηρέασε τις οπτικές μας και τις προτιμήσεις μας. Θεωρούμε ότι η αναζήτηση της γνώσης που μπορούμε να έχουμε για τα αντικείμενα μελέτης της ΔΜ δεν μπορεί να κινείται μόνο από την περιέργεια του ερευνητή, αλλά κυρίως από τις ανάγκες της πραγματικότητας. Χωρίς να αντιμετωπίζουμε τη ΔΜ ως μια εφαρμοσμένη επιστήμη, νομίζουμε ότι η σημασία της έρευνας – εμπειρικής και θεωρητικής – κρίνεται από το πόσο επηρεάζει την πρακτική, ακόμα κι αν αυτή η επίδραση είναι έμμεση, μακροπρόθεσμη, και πολλές φορές μη ορατή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1
Η ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

1.1 Η Διδακτική των Μαθηματικών ως αναδυόμενο πεδίο

Ένας σύντομος αλλά και ανεπαρκής ορισμός της Διδακτικής των Μαθηματικών είναι εκείνος που την περιγράφει ως τη μελέτη των φαινομένων που σχετίζονται με τη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών. Η ανεπάρκεια αυτού του ορισμού συνίσταται στο ότι πρώτον, δεν διευκρινίζει ποιος, σε ποιο κοινωνικό πλαίσιο και για ποιο σκοπό διεξάγει τη μελέτη και δεύτερο, δεν αναδεικνύει το εύρος των θεμάτων και των ενδιαφερόντων που μπορεί και να μην οδηγούν σε άμεση εφαρμογή στην τάξη των μαθηματικών.

Ο όρος "διδακτική των μαθηματικών" έχει κυριαρχήσει σε πολλές χώρες (Γαλλία, Γερμανία, Ιταλία, Ισπανία, Σκανδιναβικές χώρες) ενώ στις αγγλοσαξονικές χώρες ο όρος που επικρατεί είναι "έρευνα στη μαθηματική εκπαίδευση" ή απλά "μαθηματική εκπαίδευση" (mathematics education). Η μαθηματική εκπαίδευση είναι μια κοινωνικά θεσμοποιημένη λειτουργία που σκοπό έχει την ανάπτυξη των μαθηματικών γνώσεων και ικανοτήτων του μαθητή (φοιτητή, κλπ). Έτσι, ο όρος "μαθηματική εκπαίδευση" αναφέρεται και συμπεριλαμβάνει τόσο αυτό που παρέχεται στους μαθητές, όσο και τη διδακτική των μαθηματικών, που έχει ως αντικείμενο μελέτης αυτό που παρέχεται στους μαθητές (Bartolini, 2003). Αυτή η "αυτοπάθεια" (reflexivity) συνιστά, κατά τον Ernest (1998), μια ένδειξη για την συγγένεια της μαθηματικής εκπαίδευσης περισσότερο με τις κοινωνικές και ανθρωπιστικές επιστήμες (που ενσωματώνουν τη μελέτη του εαυτού τους) παρά με τις θετικές επιστήμες.

Παρά το διπλό περιεχόμενό του – που είναι συχνά πηγή παρανοήσεων – ο όρος "μαθηματική εκπαίδευση" προτιμάται στις αγγλοσαξονικές χώρες, ίσως λόγω των υποτιμητικών υπονοούμενων που έχει αποκτήσει το επίθετο "didactic" (διδακτικός αλλά με υπονοούμενο το νουθετητικός – ηθικοπλαστικός) (Kilpatrick, 2003, Mura, 1998). Από την άλλη μεριά, στην Ελλάδα, ο όρος "διδακτική των μαθηματικών" ίσως παραπέμπει τους αμύητους σε μια συλλογή συνταγών για το "πώς να το διδάξω" και "κανόνων διδασκαλίας". Παρόλα αυτά, στην εργασία αυτή χρησιμοποιούμε τον όρο διδακτική των μαθηματικών (από δω και πέρα ΔΜ), θεωρώντας ότι εκφράζει καλύτερα "τη μελέτη των φαινομένων της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών", δηλαδή τον *λόγο περί της μαθηματικής εκπαίδευσης*.

Πολλοί συγγραφείς, αναζητώντας τις απαρχές της ανθρώπινης ενασχόλησης με τη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών φτάνουν στην ανάπτυξη των μαθηματικών και συνολικότερα της αφαιρετικής σκέψης στα πλαίσια του αρχαίου ελληνικού πολιτισμού και αναφέρονται στον Πλάτωνα και τον Αριστοτέλη αλλά και πιο πίσω, στους Σουμέριους, πριν από πέντε χιλιετίες (Kilpatrick, 1992). Όμως η τυπική εκπαίδευση, με την έννοια του δημόσιου σχολείου, εμφανίζεται μόλις τον 18ο αιώνα, και στα περισσότερα κράτη γίνεται υποχρεωτική για όλο τον πληθυσμό μόλις τον 20ο. Την περίοδο αυτή και μέχρι πριν λίγες δεκαετίες, οι καθηγητές μαθηματικών εκπαιδεύονται σε πανεπιστημιακές σχολές, ενώ οι δάσκαλοι της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης συνήθως σε χαμηλότερου επιπέδου σχολές. Έτσι, η μελέτη της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών αρχίζει να γίνεται με οργανωμένο τρόπο τον 20ο αιώνα μέσα κυρίως από τις σχολές εκπαίδευσης (πανεπιστημιακές και μη) και άλλα ερευνητικά κέντρα, και μόνο τις τελευταίες δεκαετίες μέσα σε κάποια από τα τμήματα μαθηματικών.

Το 1908 ιδρύεται το ICMI (International Commission on Mathematical Instruction). Το πρώτο συνέδριο της ΔΜ είναι το ICME (International Congress on Mathematics Education) που γίνεται το 1969 (και έκτοτε κάθε 4 χρόνια). Το PME (International Group for the Psychology of Mathematics Education) ιδρύεται το 1976 και πραγματοποιεί ετήσια συνέδρια. Τα πρώτα περιοδικά που είναι αφιερωμένα στη ΔΜ είναι το Educational Studies in Mathematics (ESM) με πρώτο τεύχος τον Μάιο του 1968, το Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM) που πρωτοεκδόθηκε τον Ιούνιο του 1969 και το Journal for Research in Mathematics Education (JRME) τον Ιανουάριο του 1970. Σήμερα η εικόνα είναι πολύ διαφορετική. Μια πρόχειρη αναζήτηση που εκτελέσαμε στη βάση ERIC στο τέλος Ιουλίου 2008, απέδωσε 34 περιοδικά που στον τίτλο τους περιείχαν τα "μαθηματικά" και λέξεις σχετικές με την εκπαίδευση, ενώ δεν βρήκαμε σε αυτή τη βάση κάποιους γνωστούς μας τίτλους ηλεκτρονικών περιοδικών σχετικών με τη ΔΜ (π.χ. Philosophy of Mathematics Education Journal, The Montana Mathematics Enthusiast). Όσον αφορά τα περιοδικά που αναφέρονται γενικά στην εκπαίδευση (και όχι μόνο στη ΔΜ), ο Romberg (1992) αναφέρει ότι όταν γράφει το άρθρο υπάρχουν περί τα 50 περιοδικά στην Αμερική και άλλα τόσα στον υπόλοιπο κόσμο.

Αναζητώντας διευκρινίσεις σχετικά με το αντικείμενο της ΔΜ, μπορούμε να διακρίνουμε δύο είδη ερωτημάτων στα οποία επιδιώκονται απαντήσεις: Ποια είναι η

φύση της μαθηματικής σκέψης, της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών, ποιες είναι οι αλληλεπιδράσεις τους και ποιοι παράγοντες τις επηρεάζουν (ερωτήματα βασικής επιστήμης); Πως μπορεί να βελτιωθεί η μαθηματική εκπαίδευση στην πράξη και πως μπορούν να χρησιμοποιηθούν για αυτή τη βελτίωση οι απαντήσεις στα προηγούμενα ερωτήματα (ερωτήματα εφαρμοσμένης επιστήμης); (Schoenfeld, 2000)

Η αναφορά στα δύο αυτά είδη ερωτημάτων είναι μόνο σχηματική και δεν υπονοεί κάποιον βαθύτερο διαχωρισμό βασικής και εφαρμοσμένης έρευνας. Εξάλλου, ένας τέτοιος διαχωρισμός της ΔΜ σε δύο διακριτά τμήματα δεν έχει νόημα, αφού ακόμη και τα πλέον "βασικά" ερωτήματα μπορεί να συμβάλλουν σε μεγάλο βαθμό στη βελτίωση της διδακτικής πράξης, αν και όχι κατ' ανάγκη με την έννοια της άμεσης εφαρμογής κάποιων αποτελεσμάτων στην τάξη.

Ωστόσο, το ερώτημα της σχέσης της έρευνας στη ΔΜ με την τάξη των μαθηματικών, σε καμία περίπτωση δεν μπορεί να θεωρηθεί απαντημένο και αξίζει μια βαθύτερη διερεύνηση. Για παράδειγμα, υπάρχει μια ολοένα αυξανόμενη πίεση από τους "χρήστες" των αποτελεσμάτων της έρευνας (δηλαδή, τους εκπαιδευτικούς από τη μια και τους διαμορφωτές εκπαιδευτικών πολιτικών από την άλλη) για μεγαλύτερη έμφαση της έρευνας στα προβλήματα της τάξης των μαθηματικών, για μεγαλύτερη "εμπλοκή των ερευνητών με πραγματικά γεγονότα πραγματικών τάξεων" (Bishop, 1998). Ακόμη παραπέρα, κάποιοι ερευνητές (Gjone, 1998, Wittmann, 1998) βλέπουν τη ΔΜ περισσότερο ως εφαρμοσμένη παρά ως βασική επιστήμη, ακόμη και ως "επιστήμη σχεδιασμού" (design science), συγκρίσιμη με εκείνη των μηχανικών ή των γιατρών.

Συγχρόνως όμως, είναι υπαρκτή και η αντίστροφη τάση: η απαίτηση για επιστημονική και συστηματική έρευνα μπορεί να ικανοποιηθεί μόνο μέσα στην ακαδημαϊκή παράδοση (Brown, 1998). Έτσι, η επιστημονική, ακαδημαϊκά προσανατολισμένη έρευνα καθιστά πρωτεύοντα στόχο τη συσσώρευση της επιστημονικής γνώσης, την ανάπτυξη θεωριών και την σύνδεση με την πράξη μόνο μέσω της διάχυσης της επιστημονικής αυτής γνώσης προς τους ανθρώπους της πράξης.

Η αντίθεση θεωρίας και πράξης, επιστημονικής έρευνας και διδακτικής πράξης, συχνά εμφανίζεται ως διαφωνία μεταξύ ερευνητών και δασκάλων, ως αμφισβήτηση της "αρμοδιότητας" των εκπαιδευτικών να διεξάγουν έρευνα στην τάξη τους, ή αντίστροφα, ως αδιαφορία των εκπαιδευτικών για "τις θεωρίες" της ΔΜ. Από αυτή την άποψη, ο παραλληλισμός της ΔΜ με άλλες επιστήμες (π.χ. Ιατρική) αναδεικνύει μια σημαντική

διαφορά: Ο γιατρός είναι ενήμερος για τα αποτελέσματα της έρευνας, τα εφαρμόζει στην πράξη και η ίδια η έρευνα διεξάγεται από γιατρούς της πράξης. Αντίθετα ο εκπαιδευτικός υλοποιεί οδηγίες, κατευθύνσεις και αναλυτικά προγράμματα, συνήθως χωρίς να έχει γνώση των ερευνητικών αποτελεσμάτων και θεωριών.

Επιστρέφοντας στη διερεύνηση του αντικειμένου της ΔΜ, φαίνεται να εγείρονται πολλά και διαφορετικής φύσης ερωτήματα, κάποια από τα οποία είναι:

- Ποιο είναι το επιστημολογικό περιεχόμενο των επιδιωκόμενων απαντήσεων στα ερωτήματα της ΔΜ; Επιδιώκει την αποκάλυψη καθολικών νόμων και κανονικοτήτων, ή την κατανόηση των φαινομένων όπως τα βιώνουν οι παράγοντες που εμπλέκονται στη μαθηματική εκπαίδευση (μαθητές, δάσκαλοι, κ.α.); Επιδιώκει την αλλαγή της διδασκαλίας των μαθηματικών, και αν ναι, προς ποια κατεύθυνση; Σε τι συνίσταται η γνώση και πώς αυτή αποκτάται στα πλαίσια της ΔΜ; Τι επίδραση έχουν (αν έχουν) στην έρευνα οι ακολουθούμενες εκπαιδευτικές πολιτικές;
- Πως σχετίζεται η ΔΜ με άλλες επιστήμες και ερευνητικά πεδία;
- Ποια ερωτήματα είναι σημαντικά στη ΔΜ και ποια όχι;
- Ποιες μεθόδους χρησιμοποιεί η ΔΜ στην αναζήτηση απαντήσεων;
- Ποια ισορροπία υπάρχει μεταξύ των ερωτημάτων της μορφής "τι συμβαίνει και πως συμβαίνει" με τα ερωτήματα της μορφής "τι θα έπρεπε να συμβαίνει και πως θα επιτευχθεί";
- Τι είδους και μορφής είναι τα αποτελέσματα των δραστηριοτήτων στα πλαίσια της έρευνας στη ΔΜ;
- Με ποια κριτήρια αξιολογούνται τα αποτελέσματα της έρευνας της ΔΜ από την ίδια την επιστημονική κοινότητα;

Οφείλουμε να παρατηρήσουμε ότι *τελικές απαντήσεις στα παραπάνω ερωτήματα δεν υπάρχουν*, εφόσον δεν υπάρχει ομοφωνία ανάμεσα στα μέλη της επιστημονικής κοινότητας. Οι απαντήσεις που δίνει κάποιος εξαρτώνται από τις φιλοσοφικές και επιστημολογικές του προτιμήσεις, από την ερευνητική παράδοση μέσα από την οποία εκπαιδεύτηκε, από τους θεσμούς (πανεπιστημιακές σχολές, ερευνητικά κέντρα κλπ) στους οποίους εντάσσεται, κοκ. Η εικόνα που εμφανίζει η επιστημονική κοινότητα της ΔΜ είναι πολύχρωμη και σίγουρα δεν είναι η εικόνα της επιστημονικής κοινότητας που μέσα από ένα κοινό παράδειγμα είναι αφοσιωμένη στην επίλυση των προβλημάτων που αυτό το παράδειγμα θέτει (Kuhn, 2004). Ωστόσο, κάθε εποχή διακρίνονται οι τάσεις

που υπερισχύουν (και κάποτε εμφανίζεται ένα κεντρικό ρεύμα), οι οποίες φαίνονται μέσα από τις θεσμοποιημένες δημόσιες δραστηριότητες της επιστημονικής κοινότητας (συνέδρια, επιστημονικά περιοδικά, διδακτορικά και διπλωματικές εργασίες κλπ).

Αφήνοντας το πρώτο και το τελευταίο ερώτημα για αναλυτικότερη διερεύνηση στα επόμενα κεφάλαια, επιχειρούμε μια σκιαγράφηση των απαντήσεων που δίνονται και των τάσεων που υπάρχουν στην επιστημονική κοινότητα της ΔΜ για κάποια από τα υπόλοιπα.

1.2 Ποια ερωτήματα είναι σημαντικά για την ΔΜ;

Η έρευνα στα πλαίσια της ΔΜ συγκροτείται γύρω από αρκετά διαφορετικά σημεία ενδιαφέροντος και πρακτικής, τα οποία καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα από φιλοσοφικά ερωτήματα μέχρι και την δημιουργία συγκεκριμένων διδακτικών προτάσεων και εργαλείων και την εφαρμογή τους στην τάξη των μαθηματικών. Σύμφωνα με τον Ernest (1998) ορισμένα πρωτεύοντα αντικείμενα της έρευνας στη ΔΜ είναι:

- η φύση των μαθηματικών και της σχολικής μαθηματικής γνώσης
- η μάθηση των μαθηματικών
- οι στόχοι και οι σκοποί της διδασκαλίας των μαθηματικών
- η διδασκαλία των μαθηματικών συμπεριλαμβανομένων των μεθόδων και των εμπλεκόμενων προσεγγίσεων
- τα κείμενα, τα υλικά, τα βοηθήματα και οι ηλεκτρονικές πηγές που χρησιμοποιούνται
- το ανθρώπινο και κοινωνικό πλαίσιο της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών σε όλη του την πολυπλοκότητα
- η αλληλεπίδραση και οι σχέσεις όλων των προηγούμενων παραγόντων.

Κάποια δευτερεύοντα αντικείμενα έρευνας κατά τον ίδιο συγγραφέα είναι:

- η φύση της γνώσης στη ΔΜ: έννοιες, θεωρίες, αποτελέσματα, γραμματεία, σκοποί και λειτουργίες
- η φύση της έρευνας στη ΔΜ: επιστημολογία, θεωρητικές βάσεις, κριτήρια και μέθοδοι

- η διδασκαλία και η μάθηση στην εκπαίδευση των εκπαιδευτικών, συμπεριλαμβανομένων της πρακτικής, των τεχνικών, της θεωρίας και της έρευνας
- οι κοινωνικοί θεσμοί της ΔΜ: πρόσωπα, θεσμοί (πανεπιστήμια, σχολές, ερευνητικά κέντρα κλπ), συνέδρια, οργανισμοί, περιοδικά, κοκ και οι σχέσεις τους με το συνολικό κοινωνικό πλαίσιο και το πλαίσιο της κοινότητας.

Στο ξεκίνημα του 21ου αιώνα, οι English, Tirosh, Jones, Bartolini & Lesh (2002) θεωρούν ότι μια σειρά παραγόντων (εθνικές και διεθνείς έρευνες, κοινωνικοί, πολιτισμικοί, οικονομικοί και πολιτικοί παράγοντες, τεχνολογική ανάπτυξη, και διεθνοποίηση της ΔΜ) αναδεικνύουν ως ερωτήματα άμεσης προτεραιότητας για τη ΔΜ τα παρακάτω:

- πως η έρευνα μπορεί να φωτίσει τις πολυεπιστημονικές συζητήσεις για τις ισχυρές μαθηματικές ιδέες που απαιτούνται στον 21 αιώνα;
- πως μπορεί να υποστηρίξει την ανάπτυξη αναλυτικών προγραμμάτων και τη μάθηση με μεγαλύτερη δικαιοσύνη;
- πως μπορεί να υποστηρίξει την ανάπτυξη μαθησιακών περιβαλλόντων που να παρέχουν καλύτερη και δικαιότερη πρόσβαση σε ισχυρές μαθηματικές ιδέες;
- πως μπορεί να συμβάλλει στην εκπαίδευση και την επαγγελματική ανάπτυξη των εκπαιδευτικών που είναι αναγκαία για την διευκόλυνση της πρόσβασης των μαθητών στα μαθηματικά;
- πως μπορούμε να αξιολογήσουμε την έκταση στην οποία οι μαθητές έχουν πρόσβαση στις μαθηματικές ιδέες και την ικανότητά τους να χρησιμοποιούν αποτελεσματικά αυτές τις ιδέες;
- πως αξιολογούμε και βελτιώνουμε τις ερευνητικές μεθοδολογίες στη ΔΜ;

Από την άλλη μεριά, υπάρχουν ερωτήματα, τα οποία συχνά απευθύνονται προς τη ΔΜ, τα οποία δεν μπορούν να απαντηθούν, όχι λόγω μη ωριμότητας του πεδίου, αλλά λόγω της φύσης των ερωτημάτων και των ζητούμενων απαντήσεων. Για παράδειγμα, η ερώτηση "ποια προσέγγιση δουλεύει καλύτερα στην τάξη" δεν μπορεί να απαντηθεί – και δεν θα μπορεί ποτέ να απαντηθεί – αφού, πρώτον, δεν μπορεί να υπάρξει καθολική απάντηση, ανεξάρτητα από την ηλικία και το γνωστικό υπόβαθρο των μαθητών, τα ψυχολογικά, κοινωνικά και πολιτισμικά χαρακτηριστικά της τάξης, την αλληλεπίδραση και τις σχέσεις εκπαιδευτικού – μαθητών κοκ, και δεύτερον, το τι δουλεύει "καλύτερα"

σχετίζεται άμεσα με το τι αξιολογεί ο καθένας ως σημαντικότερο από κάτι άλλο (Schoenfeld 2000). Έτσι, το να ιεραρχήσουμε ως κύριο στόχο της μαθηματικής εκπαίδευσης την ανάπτυξη αλγοριθμικών δεξιοτήτων από τους μαθητές οδηγεί σε διαφορετικές επιλογές διδακτικών στρατηγικών από εκείνες που θα επιλέγονταν αν ο στόχος ήταν η ανάπτυξη εννοιολογικής κατανόησης ή ικανοτήτων διατύπωσης και επίλυσης προβλημάτων. Σε τέτοια ερωτήματα μπορούν να δοθούν μόνο προσωρινές και δοκιμαστικές απαντήσεις από τον δάσκαλο της τάξης και μέσα από έναν διαρκή αναστοχασμό και ανατροφοδότηση της πράξης αυτές οι απαντήσεις να βελτιωθούν.

Ο Hiebert (1999), με αφορμή δημόσιες διαμάχες σχετικά με τα πρότυπα του NCTM, αναφέρεται σε ερωτήσεις που δεν μπορούν να απαντηθούν από την έρευνα, όπως για παράδειγμα αν είναι καλύτερο ή όχι για τους μαθητές να χρησιμοποιούν υπολογιστές τσέπης (calculators) στο δημοτικό σχολείο. Ένα τέτοιο ερώτημα προϋποθέτει να καθορίσουμε τι αξιολογούμε ως "καλύτερο": αποτελεσματικότητα στη λύση προβλήματος ή ταχύτερη εκτέλεση γραπτών υπολογισμών ή μήπως κάτι άλλο; Ακόμη και τότε, πως θα έπρεπε να κάνουμε μια σύγκριση μεταξύ χρήσης και μη χρήσης των υπολογιστών στη διδασκαλία; Αν επιλέγαμε διαφορετικές δραστηριότητες για δύο ομάδες μαθητών και διαφορετικά τεστ για να μετρήσουμε τα αποτελέσματα, πως θα ήμαστε σίγουροι ότι η παρατηρούμενη διαφορά οφείλεται στους υπολογιστές και όχι στις άλλες παραμέτρους; Κι αν επιλέγαμε ίδιες δραστηριότητες, αυτές θα έπρεπε να είναι σχεδιασμένες για χρήση υπολογιστών ή για μη χρήση; Αν και υπάρχουν έρευνες που δείχνουν ότι η χρήση υπολογιστών μαζί με γραπτούς υπολογισμούς, δεν επηρεάζουν αρνητικά τις υπολογιστικές δεξιότητες, ενώ αυξάνουν τις ικανότητες λύσης προβλήματος, οι παραπάνω προβληματισμοί δείχνουν ότι δεν θα μπορούσε να υπάρξει σχεδιασμός πειράματος που τα αποτελέσματά του να υποδεικνύουν με απόλυτη σιγουριά τι είναι καλύτερο για τους μαθητές.

1.3 Η σχέση της ΔΜ με άλλα επιστημονικά πεδία

Στην αναζήτηση απαντήσεων στα ερωτήματα του χώρου, η ΔΜ "επιστρατεύει" όλα τα μέσα που αρμόζουν στη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών, "ανεξάρτητα από ποια επιστημονική, ψυχολογική, ιδεολογική, ηθική, πολιτική, κοινωνική, κοινωνιολογική ή άλλη σφαίρα αυτά εμπλέκουν" (Niss 1999). Με την έννοια αυτή,

σήμερα η ΔΜ έχει ισχυρές διασυνδέσεις με διαφορετικά επιστημονικά πεδία: μαθηματικά, φιλοσοφία, επιστημολογία, ηθική, ψυχολογία, γνωσιακή επιστήμη, πληροφορική, ιστορία, γλωσσολογία, κοινωνιολογία, σημειωτική, κοινωνική ανθρωπολογία, κλπ. Από αυτά τα επιστημονικά πεδία, η ΔΜ αντλεί τόσο μεθοδολογίες, όσο και οπτικές υπό τις οποίες μπορούν να ειδωθούν τα θέματα της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών. Αυτό δεν σημαίνει ότι θα μπορούσε η ΔΜ να "αναχθεί" σε κάποια από αυτές τις επιστήμες, αφού *είναι κάτι πολύ περισσότερο από το άθροισμα των επιμέρους μεθόδων και οπτικών* που προέρχονται από άλλα πεδία. Η σύνθεση διαφορετικών οπτικών και η ολοκλήρωσή τους είναι αναγκαία λόγω της πολυπλοκότητας των φαινομένων που μελετούνται (ICMI study conference, 1998) και η αναγωγή αυτής της πολυπλοκότητας σε μονοδιάστατες προσεγγίσεις είναι αδύνατη.

Για παράδειγμα, η έννοια των επιστημολογικών εμποδίων που συναντώνται στις διαδικασίες μάθησης των μαθηματικών, προέρχεται από την μελέτη της ιστορίας και της επιστημολογίας των μαθηματικών και συνδέεται με την πιαζετιανή άποψη ότι η οντογένεση "συνοψίζει" τη φυλογένεση. Η ΔΜ επιχειρεί να αναγνωρίσει τις μαθηματικές έννοιες και ιδέες που η δυσκολία τους μπορεί να συνδέεται με τη θεωρία των επιστημολογικών εμποδίων, τους ψυχολογικούς και κοινωνικούς μηχανισμούς που παρεμβαίνουν, και να αξιοποιήσει όλους αυτούς τους παράγοντες για την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των μαθητών. Έτσι, η προσέγγιση της ΔΜ μπορεί να συνδυάζει επιστημολογικές, ιστορικές, ψυχολογικές κ.α. προσεγγίσεις, αλλά δεν μπορεί να αναχθεί σ' αυτές.

Και ένα παράδειγμα μεθοδολογικού δανείου: οι εθνογραφικές μέθοδοι οι οποίες προέρχονται από την κοινωνική και την πολιτισμική ανθρωπολογία, συχνά χρησιμοποιούνται για την αναγνώριση και την ερμηνεία των νοημάτων που κατασκευάζονται σχετικά με τα μαθηματικά εκτός σχολείου, στην καθημερινή ζωή ή στους χώρους εργασίας από ειδικούς πληθυσμούς (πχ εθνομαθηματικά). Τα αποτελέσματα αυτών των μελετών μπορούν να επηρεάσουν άμεσα τόσο την διαμόρφωση αναλυτικών προγραμμάτων που θα παίρνουν υπόψη τους την άτυπη μαθηματική γνώση, όσο και την διαπραγμάτευση των μαθηματικών νοημάτων στην τάξη των μαθηματικών. Έτσι, η χρήση των εθνογραφικών μεθόδων είναι ένα "εργαλείο" που εντάσσει η ΔΜ στο οπλοστάσιό της, που δεν θα είχε κάποια ιδιαίτερη αξία από μόνο του και χωρίς προσαρμογή στο πλαίσιο των ενδιαφερόντων του χώρου.

Αλλά και προς την αντίθετη κατεύθυνση, υπάρχει χρήση των αποτελεσμάτων της ΔΜ σε άλλα ερευνητικά πεδία. "Οι ψυχολόγοι εξετάζουν τις γνωστικές και μεταγνωστικές πλευρές της επίλυσης προβλήματος, οι κοινωνιολόγοι μελετούν το ρόλο της διδασκαλίας των μαθηματικών στις κοινωνικές ιεραρχίες." (Adda, 1998) Αυτό σηματοδοτεί μια ευρύτερη τάση χαλάρωσης, ή και κατάρρευσης των αυστηρών ορίων μεταξύ γειτονικών επιστημονικών πεδίων και μια αύξηση του αριθμού των διεπιστημονικών πεδίων που αναπτύσσονται (Ernest, 2004).

1.4 Μαθηματικά και ΔΜ

Η σχέση της ΔΜ με την επιστήμη των μαθηματικών είναι ιδιαίτερου ενδιαφέροντος και αντικείμενο πολλών συζητήσεων. Ειδικότερα, ένα πρώτο θέμα είναι αν τα μαθηματικά έχουν κάτι ξεχωριστό που κάνει τη ΔΜ να διαφέρει π.χ. από τη διδακτική της φυσικής και τη διδακτική της γλώσσας, ή απλώς προσφέρουν το έδαφος στο οποίο αναπτύσσεται η ΔΜ.

Σύμφωνα με τον Bishop (1992) υπάρχουν ερευνητές που θεωρούν τα προβλήματα της μαθηματικής εκπαίδευσης ως υποσύνολο των προβλημάτων της εκπαίδευσης με την έννοια ότι τα μαθηματικά, η φυσική ή η γλώσσα ως αντικείμενα μάθησης περιγράφουν το πλαίσιο στο οποίο αντιμετωπίζονται λίγο ή πολύ παρόμοια προβλήματα. Ωστόσο, η πλειοψηφία των ερευνητών της ΔΜ αναγνωρίζουν ότι τα μαθηματικά έχουν ιδιαίτερα χαρακτηριστικά που στρέφουν τη ΔΜ σε αναζητήσεις και προβληματικές συχνά πολύ διαφορετικές συγκριτικά με συγγενή πεδία.

> "Τα μαθηματικά φαίνονται να είναι διαφορετικά από όλες τις άλλες περιοχές στις αντιθέσεις τους μεταξύ της αφαίρεσης και της μοντελοποίησης, μεταξύ της ανακάλυψης και της εφεύρεσης, μεταξύ της αντικειμενικότητας και της υποκειμενικότητας, μεταξύ της αξιωματικής τυπικότητας και της άτυπης διαίσθησης. Αυτό κάνει την τάξη των μαθηματικών ένα μοναδικό περιβάλλον ..." (Mason, 1996)

Τα προβλήματα της μάθησης σε ένα "μοναδικά φανταστικό και αφηρημένο πεδίο", με τα νοήματα "να ορίζονται εσωτερικά, χωρίς αναφορά σε εμπειρικά αντικείμενα του κόσμου", και με την "ισχυρή αντικειμενικότητα" της μαθηματικής γλώσσας, δεν εμφανίζονται σε άλλα πεδία (Ernest, 1998). Έτσι, στα πλαίσια της ΔΜ συχνά έχουμε επεξεργασίες θεωριών και μοντέλων σχετικών με ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των μαθηματικών. Η έννοια των αναπαραστάσεων (εικονικών, συμβολικών ή λεκτικών)

και η χρήση τους στη διδασκαλία είναι τυπική για τη ΔΜ. Ομοίως τυπική είναι η ειδική επιστημολογική υπόσταση των μαθηματικών αντικειμένων και η επαναληπτική δομή τους: δύσκολα διακρίνονται τα αντικείμενα από τις σχέσεις τους και οι σχέσεις γίνονται αντικείμενα σε ένα ψηλότερο επίπεδο (The ICMI study conference, 1998).

Πέραν των επεξεργασιών για ειδικά χαρακτηριστικά της μάθησης των μαθηματικών, υπάρχουν παραδόσεις, όπως εκείνη της επιστήμης σχεδιασμού (design science, Wittmann, 1998) ή το Ιταλικό μοντέλο καινοτόμων παρεμβάσεων (Malara & Zan, 2002) και ερευνητικά κέντρα, όπως το ινστιτούτο Freudenthal (Gravemejer, 1998), που επικεντρώνονται σε αναλύσεις μαθηματικών εννοιών και αναπτύσσουν διδακτικά υλικά, προτάσεις και καινοτομίες για την τάξη των μαθηματικών.

Τα τελευταία χρόνια φαίνεται ότι οι πανεπιστημιακοί δάσκαλοι των μαθηματικών δείχνουν ένα αυξανόμενο ενδιαφέρον για τη ΔΜ και τα αποτελέσματά της. Αυτό οφείλεται εν μέρει στα προβλήματα που αντιμετωπίζουν τα μαθηματικά τμήματα σε πολλές χώρες με το επίπεδο μαθηματικών γνώσεων και ικανοτήτων των νεοεισερχόμενων φοιτητών (Niss, 1999) αλλά και στο αυξανόμενο ενδιαφέρον για την εκπαίδευση των μελλοντικών δασκάλων των μαθηματικών (Bass, 1997). Επιπλέον, αυξάνεται από τους ερευνητές μαθηματικούς η αναγνώριση της ανάγκης να στραφούν και στη ΔΜ για την αποτελεσματικότερη αντιμετώπιση των διδακτικών τους καθηκόντων, αφού "το να γνωρίζεις κάτι για τον εαυτό σου ή για να επικοινωνήσεις με έναν ειδικό συνεργάτη, *δεν είναι το ίδιο με το να γνωρίζεις πώς να το εξηγήσεις σε ένα φοιτητή*" (Bass, 1997, ο τονισμός δικός μας). Έτσι, φαίνεται ότι αρχίζει να ξεπερνιέται και από την πλευρά των μαθηματικών η άποψη ότι για να διδάξει κανείς μαθηματικά πρέπει να έχει ισχυρές γνώσεις μαθηματικών και δευτερευόντως ίσως κάποιες γνώσεις ψυχολογικών και παιδαγωγικών αρχών (Artigue, 1998), άποψη που οι περισσότεροι απόφοιτοι των μαθηματικών τμημάτων στην Ελλάδα έχουν ακούσει πολλές φορές κατά τη διάρκεια των σπουδών τους.

Από την άλλη μεριά, υπάρχουν πολλές διαφορές ανάμεσα στα μαθηματικά και τη ΔΜ. Οι προσεγγίσεις των μαθηματικών από τους ερευνητές της ΔΜ είναι πολύ διαφορετικές από εκείνες που οι ερευνητές μαθηματικοί υιοθετούν για το αντικείμενό τους. Αντίθετα από τους μαθηματικούς, οι διδακτικοί ενδιαφέρονται για τον "*εσωτερικό*" και "*εξωτερικό*" κόσμο των ανθρώπων, δηλαδή για τις νοητικές διεργασίες και το κοινωνικοπολιτισμικό πλαίσιο στο οποίο αυτές εκτυλίσσονται καθώς τα άτομα

εμπλέκονται σε διαδικασίες μάθησης των μαθηματικών (Presmeg, 1998). Έτσι, εμπλέκονται με ουσιαστικό τρόπο η ψυχολογία και η κοινωνιολογία.

Επιπλέον, στα πλαίσια της ΔΜ *η έννοια των μαθηματικών διευρύνεται* ώστε να συμπεριλάβει τις μαθηματικές δραστηριότητες που είναι ενσωματωμένες στην κοινωνική ζωή και δεν είναι ίδιες με τις ερευνητικές μαθηματικές δραστηριότητες (The ICMI study conference, 1998). Αυτή η διεύρυνση φτάνει, στα πλαίσια των θεωριών της "πλαισιοθετημένης[1] μάθησης" (situated learning), να θεωρεί τη μάθηση ως συμμετοχή στις πρακτικές μιας κοινότητας που "κάνει μαθηματικά", και όχι ως απόκτηση ενός σώματος προϋπαρχουσών γνώσεων, διαμορφωμένων από την ακαδημαϊκή μαθηματική κοινότητα.

Στις δεκαετίες του 50 και του 60, κυριαρχούσε στο χώρο της μαθηματικής εκπαίδευσης η αντίληψη ότι η αυστηρή θεμελίωση των μαθηματικών (μέσω των τυπικών αξιωματικών συστημάτων που είχαν αναπτυχθεί) αποτελεί και τις βάσεις της μάθησης των μαθηματικών. Έτσι, η αξιωματική θεμελίωση των μαθηματικών θα έπρεπε να μεταφερθεί στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση για την αποδοτικότερη διδασκαλία τους. Συνεπακόλουθα, οι ερευνητές μαθηματικοί είχαν τον πρώτο λόγο στο τι πρέπει να διδάσκεται στα σχολεία. Η προσπάθεια μεταφοράς αυτών των "ακαδημαϊκών" μαθηματικών στα αναλυτικά προγράμματα της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης αποτέλεσε το λεγόμενο κίνημα των *Νέων Μαθηματικών* που κατέληξε σε παταγώδη αποτυχία. "Η απόλυτη κυριαρχία των μαθηματικών (mathematicians) κατέρρευσε μόνο όταν ήρθε η μεγάλη απογοήτευση – όταν δεν είχε μείνει αμφιβολία ότι τα σχολεία δεν είναι ο κατάλληλος τόπος άσκησης των "αληθινών" μαθηματικών" (Sfard, 1998). Παρόλα αυτά, ακόμη και σήμερα διατυπώνονται αντιρρήσεις από το χώρο των ερευνητών μαθηματικών, π.χ. για την εκτεταμένη χρήση των διαισθητικών προσεγγίσεων στα σχολικά μαθηματικά και για το αν οι γραφικές αναπαραστάσεις συνιστούν τυπικά μαθηματικά (ο.π.). Και, όπως αναφέρει ο Kilpatrick (1992), συνεχίζει να διατυπώνεται η άποψη ότι "η διδασκαλία των μαθηματικών είναι τόσο σημαντική που πρέπει να είναι στα χέρια των ερευνητών μαθηματικών (mathematicians)".

---

[1] Σύμφωνα με τις θεωρίες της situated learning, "η γνώση είναι εγκατεστημένη σε ιδιαίτερες μορφές εμπειρίας που προκύπτουν σε συγκεκριμένες περιστάσεις, γίνεται κατανοητή με σχεσιακό τρόπο, ως κάτι που κατανέμεται μεταξύ ανθρώπων, δραστηριοτήτων και περιβαλλόντων, και όχι ως σταθερό, ατομικό χαρακτηριστικό" (Σακονίδης, 2007). Έτσι, ο όρος "situated learning" δηλώνει την περιστασιακή ή καταστασιακή μάθηση, την μάθηση "εν πλαισίω", όπου το πλαίσιο περιλαμβάνει πρακτικές, περιστάσεις ανθρώπους κλπ. Ίσως λοιπόν η λέξη "πλαισιοθετημένη" να λειτουργεί αποπροσανατολιστικά, αν με αυτή υπονοείται ένα προσχεδιασμένο και σταθερό πλαίσιο.

Ωστόσο, σήμερα γίνεται ευρύτατα αποδεκτό, ότι η μάθηση των μαθηματικών στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση αφορά (ή πρέπει να αφορά) όλους τους μαθητές και δεν μπορεί να έχει ως στόχο *την διαμόρφωση μιας ελίτ* με ισχυρά μαθηματικά εφόδια, ούτε *την προετοιμασία των μελλοντικών φοιτητών* των μαθηματικών τμημάτων. Τα μαθηματικά δεν μπορεί να λειτουργούν ως φίλτρο που σπρώχνει μεγάλα ποσοστά παιδιών έξω από την εκπαίδευση ως "αποτυχημένα".

Τα θέματα που σχετίζονται με το τι είναι τα μαθηματικά για τους μαθηματικούς και τι για τους διδακτικούς, εγείρουν φιλοσοφικά και επιστημολογικά ερωτήματα τόσο γενικά, όσο και ειδικότερα σχετικά με τα μαθηματικά. Αυτά που αφορούν στα μαθηματικά, έχουν άμεσες επιπτώσεις στην ΔΜ. Ο Rene Thom (όπως αναφέρεται στο Mason, 1996) στο πρώτο συνέδριο του ICME διατύπωσε τον ισχυρισμό ότι "όλη η μαθηματική παιδαγωγική, ακόμα κι αν σπανίως είναι συνεκτική, στηρίζεται σε μια φιλοσοφία των μαθηματικών". Ίσως στην εποχή μας είναι ακόμα πιο σπάνια η ύπαρξη μιας συνεκτικής συνειδητής φιλοσοφίας των μαθηματικών πίσω από τη διδασκαλία τους. Ωστόσο, ο τρόπος διδασκαλίας των μαθηματικών και η εικόνα που διαμορφώνουν γι' αυτά οι άνθρωποι, αναπαράγουν η μία την άλλη. Έτσι, η κυριαρχία της εικόνας των μαθηματικών ως αφηρημένα, τυπικά, αντικειμενικά και ανεξάρτητα των συνθηκών στις οποίες δημιουργήθηκαν και των ανθρώπων που τα δημιούργησαν ή τα μαθαίνουν, οδήγησε στην κυριαρχία μιας φορμαλιστικής διδασκαλίας που αγνοεί τις μαθηματικές εμπειρίες και ενδιαφέροντα των μαθητών (Σακονίδης, 2002). Η αναγνώριση αυτών των προβλημάτων της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών και η ανάπτυξη φιλοσοφιών και επιστημολογιών που αμφισβητούν την απόλυτη βεβαιότητα των μαθηματικών αληθειών, οδήγησε βαθμιαία τους ερευνητές της ΔΜ σε

> "μια θέαση των μαθηματικών συνεπή με την γενική έννοια της ανθρώπινης γνώσης όπως αναπτύχθηκε από σύγχρονους διανοητές όπως οι Kuhn, Feyerabend, Lakatos, Rorty και Foucault … όπου δεν υπάρχει πια απόλυτη αλήθεια, όπου η ιδέα της αντικειμενικότητας αντικαταστάθηκε από την έννοια της διϋποκειμενικότητας και όπου η ερώτηση για την ορθότητα αντικαταστάθηκε από το ενδιαφέρον για τη χρησιμότητα." (Sfard, 1998)

Η αντίθεση ανάμεσα στην αντικειμενικότητα και τη βεβαιότητα της μαθηματικής απόδειξης (όπως την βλέπει ο μαθηματικός) και στον υποκειμενισμό και την αβεβαιότητα των ισχυρισμών στη ΔΜ, δημιουργεί ένα *σχίσμα μεταξύ μαθηματικών και διδακτικών*. Ο Goldin (2003) αναφέρεται στο "πολιτισμικό σοκ" που βιώνει ένας μαθηματικός όταν μετακινείται στο πεδίο της ΔΜ (και αντίστροφα), σοκ το οποίο οφείλεται στις αντικρουόμενες υποθέσεις, πεποιθήσεις και προσδοκίες που

υποστηρίζουν την έρευνα στα δύο πεδία. Η a priori απόρριψη των επιστημολογικών παραδοχών του ενός από τον άλλο, συχνά φτάνει στην γελοιοποίηση και απαξίωση του άλλου (Goldin, 2003) και μοιάζει περισσότερο με "παιχνίδι εξουσίας" (Sfard, 1998) παρά με διάλογο.

> "Δυστυχώς, μερικοί μαθηματικοί – με μια αυτοπεποίθηση που είναι αδικαιολόγητη από την πείρα τους – σιωπηρά αρνούνται ή απορρίπτουν [τη γνώση που έχει αποκτηθεί στο πεδίο της ΔΜ] …, προτιμώντας μια πολύ απλουστευμένη άποψη….[Μ]ια συλλογή καθιερωμένων εννοιών, ορολογίας, μαθηματικών αλγορίθμων, και διαδικασιών λύσης προβλήματος … ορίζουν το περιεχόμενο των σχολικών μαθηματικών …Οι δεξιότητες γρήγορης και αυτοματοποιημένης εκτέλεσης αυτών των διαδικασιών αντιμετωπίζονται ως η κύρια ή η μόνη σημαντική προϋπόθεση για την μεταγενέστερη εννοιολογική κατανόηση. Η μαθηματική ικανότητα συχνά υποτίθεται ότι είναι ένα έμφυτο, ενιαίο χαρακτηριστικό του ατόμου." (Goldin, 2003)

Επιπλέον, πολλοί ακαδημαϊκοί μαθηματικοί, "ζώντας με μια περιοριστική άποψη για την επιστήμη, ακόμα αναρωτιούνται πως γίνεται η μελέτη συστημάτων όπως το εκπαιδευτικό, που είναι τόσο πολύπλοκα, τόσο εξαρτώμενα από τους ανθρώπους, και τόσο μακριά από τον μαθηματικό κόσμο τους, να είναι αντικείμενο πραγματικής επιστημονικής δουλειάς" (Artigue, 1998). Τέτοιες απόψεις όμως μπορεί να υπάρχουν για όλες τις ανθρωπιστικές και κοινωνικές επιστήμες, αλλά αυτές οι επιστήμες αναπτύσσονται χωρίς να προσπαθούν πάντα να μοιάσουν στα μαθηματικά και στις θετικές επιστήμες. Σημαντικές "παρενέργειες" αυτών των απόψεων είναι η *υποτίμηση του επιστημονικού έργου* των ερευνητών της ΔΜ (Bartolini & Bazzini 2003) και η αντιμετώπιση των διδακτικών ως μέτριων μαθηματικών που "βρίσκουν τη διδακτική ως αντιπερισπασμό στο *έλλειμμα της μαθηματικής παραγωγικότητας* τους" (Artigue, 1998, ο τονισμός δικός μας).

Από την άλλη πλευρά, ο ακραίος σχετικισμός που υιοθετείται μερικές φορές από ερευνητές της ΔΜ, αρνείται a priori οποιαδήποτε έννοια επιστημονικής αλήθειας, αντικειμενικότητας και εγκυρότητας της γνώσης, ακόμα και για τα μαθηματικά ως επιστήμη. Αν η ΔΜ υιοθετούσε στην πράξη αυτές τις απόψεις θα έμοιαζε περισσότερο με ένα πεδίο άσκησης συστημάτων πολιτικών ή θρησκευτικών ή πολιτισμικών πεποιθήσεων, παρά με επιστημονικό πεδίο (Goldin, 2003).

Παρόλα αυτά, η ΔΜ αυξάνει την αναγνώρισή της ως ένα επιστημονικό πεδίο ανάμεσα στα υπόλοιπα, όλο και περισσότερο εντάσσεται στα μαθηματικά τμήματα των πανεπιστημίων, και διεθνώς αυξάνει το ρόλο της σε σημαντικές πλευρές της

μαθηματικής εκπαίδευσης (εκπαίδευση των εκπαιδευτικών, διαμόρφωση αναλυτικών προγραμμάτων, κλπ). Αν πρόκειται αυτή η ανάπτυξη της ΔΜ να εκφραστεί στην συνολική βελτίωση της αποτελεσματικότητας της μαθηματικής εκπαίδευσης, τότε είναι ανάγκη να βρεθούν δίαυλοι επικοινωνίας των μαθηματικών με τους διδακτικούς. Και αυτό μπορεί να γίνει μόνο αν αναγνωριστεί εκατέρωθεν η διαφορετικότητα στις προσεγγίσεις και συγχρόνως η επιστημονική "νομιμότητα" του άλλου.

1.5 Ποιες μεθόδους χρησιμοποιεί η ΔΜ;

Μέχρι τη δεκαετία του 70, ο χώρος της ΔΜ αντλώντας από τις θετικές επιστήμες και την κοινωνιολογία (η οποία προσπαθούσε να προσαρμόσει στο χώρο της τις επιστημονικές μεθόδους) κυριαρχείται από τις ποσοτικές μεθόδους έρευνας και ιδιαιτέρως πειράματα και επισκοπήσεις. Ο ρόλος της στατιστικής είναι καθοριστικός στην επεξεργασία των δεδομένων και στην άντληση συμπερασμάτων.

Ωστόσο, από τη δεκαετία του 80 και με μεγαλύτερη επιτάχυνση στη δεκαετία του 90, η έρευνα στη ΔΜ αποκτά βαθμιαία διαφορετική εικόνα. Χωρίς να εγκαταλειφθούν οι ποσοτικές μέθοδοι, αναδύονται πολλές και διαφορετικές ποιοτικές μέθοδοι οι οποίες προέρχονται από τις επιδράσεις της ψυχολογίας, της κοινωνικής ανθρωπολογίας, της κοινωνιολογίας, των μετανεωτερικών ρευμάτων κλπ. Πρόκειται για μελέτες περίπτωσης, εθνογραφικές μεθόδους, έρευνα δράση και για μεθόδους ανάλυσης όπως ανάλυση βιντεοταινιών, ανάλυση λόγου κ.α.

Η αλλαγή πορείας της ΔΜ δεν ήταν πάντα ομαλή. Ο Kilpatrick (1992) αναφέρεται σε *κρίση της εκπαιδευτικής έρευνας* στο τέλος της δεκαετίας του 70, που οδηγεί τον Bauersfeld να ισχυριστεί ότι η ΔΜ "διέρχεται μια θεμελιώδη αλλαγή παραδείγματος" με τρία χαρακτηριστικά: την έλλειψη θεωρητικού προσανατολισμού, τη διαφορά παραδειγμάτων που ακολουθούν η έρευνα και η πρακτική, και την ελπιδοφόρα και θεμελιώδη ανάγκη των διεπιστημονικών προσεγγίσεων για την ένταξη της γνώσης από την έρευνα στην πράξη. Ενδεικτική της "*αλλαγής παραδείγματος*" είναι η διαμάχη (debate) ποσοτικών – ποιοτικών μεθόδων στις δεκαετίες του 80 και του 90. Αυτή η διαμάχη αποτελεί την πλέον ορατή πλευρά της πάλης του θετικιστικού και του ερμηνευτικού παραδείγματος που καταλήγει με την καθιέρωση του δεύτερου και των ποιοτικών μεθόδων έρευνας.

Η στροφή αυτή προς τις ποιοτικές μεθόδους φαίνεται στις δημοσιεύσεις των επιστημονικών περιοδικών του χώρου. Οι Leder & Forgasz (2002) αναφέρουν τον ισχυρισμό ερευνητών ότι, μέχρι το τέλος της δεκαετίας του 60, οι μέθοδοι μέτρησης των στάσεων και πεποιθήσεων στηρίζονταν σε ερωτηματολόγια και συνεντεύξεις "σχεδόν χωρίς εξαίρεση", ενώ οι ίδιοι οι συγγραφείς, σε ανασκόπηση των σχετικών άρθρων για το 1999, βρίσκουν μεγαλύτερη προτίμηση των ερευνητών σε ποιοτικές μεθόδους. Οι Lester & Lambdin (1998) εξετάζοντας τα άρθρα του JRME αναφέρουν ότι τη δεκαετία 1970-80 κυριαρχούσαν οι στατιστικές μέθοδοι και κυρίως ο έλεγχος υποθέσεων και η ανάλυση παλινδρόμησης. Αλλά, το 1983 περίπου το 1/3 των ερευνητικών αναφορών χρησιμοποιούσαν μη στατιστικές μεθόδους και το αντίστοιχο κλάσμα για το 1993 έφτανε στα 5/8. Οι Lerman, Xu & Tsatsaroni (2003) εξέτασαν ένα αντιπροσωπευτικό δείγμα των εργασιών που δημοσιεύτηκαν κατά τη δωδεκαετία 1990 – 2001 στο JRME, στο ESM και στα πρακτικά συνεδρίων του PME. Αναφέρουν μια αύξηση των ποιοτικών μεθόδων από την πρώτη εξαετία (90-95) στη δεύτερη (96-01) για τα δύο περιοδικά και την αντίστροφη τάση για το PME (στο οποίο οι ποιοτικές προτιμούνταν κατά 70% την πρώτη εξαετία), με τα ποσοστά για την εξαετία 96-01 να κατανέμονται ως εξής:

- για το PME: 58% ποιοτικές, 21% ποσοτικές και 21% συνδυασμός ποιοτικών – ποσοτικών,
- για το ESM: 74%, 5% και 21% αντιστοίχως,
- για το JRME: 50%, 32%, και 18% αντιστοίχως.

Ωστόσο, η περιγραφή των μεθόδων που χρησιμοποιούνται μπορεί να αποκτήσει νόημα μόνο αν συνδυαστεί με μια περιγραφή των αλλαγών και μετατοπίσεων στα ερωτήματα και τις προσεγγίσεις που κυριαρχούν σε κάθε φάση ανάπτυξης της ΔΜ και που επηρεάζουν την επιλογή των μεθόδων.

Έτσι, στο *συμπεριφοριστικό* πλαίσιο της αρχικής φάσης ανάπτυξης της ΔΜ, η μάθηση αντιμετωπίζεται ως βαθμιαία απόκτηση μικρών διαδοχικών ψηγμάτων γνώσης, γνώσης αντικειμενικής, αποκομμένης από την πραγματικότητα του γνώστη. Η μάθηση φαίνεται από την αλλαγή συμπεριφοράς του μαθητή η οποία μετριέται με τεστ που εξετάζουν την ικανότητα αναπαραγωγής των γνώσεων, δηλαδή αν ο μαθητής έχει "μάθει" να αποκρίνεται "σωστά" στα "ερεθίσματα" με την εξάσκηση και την πρακτική. Οι νοητικές διεργασίες του ατόμου δεν αποτελούν αντικείμενο μελέτης, αφού δεν μπορούμε να δούμε τι συμβαίνει στο "μαύρο κουτί" του εγκεφάλου. Σ' αυτό το πλαίσιο

οι μέθοδοι που ταιριάζουν καλύτερα είναι οι μετρήσεις μέσω δοκιμασιών, οι πειραματικές μέθοδοι για τον έλεγχο υποθέσεων σε σχέση με τα αποτελέσματα της μιας ή της άλλης διδακτικής προσέγγισης.

Επρόκειτο ουσιαστικά για μια *προσπάθεια μεταφοράς ερευνητικών μεθόδων από την ιατρική και την αγροτική τεχνολογία*. Συχνά για τη δοκιμασία ενός φαρμάκου, επιλέγονται δύο ομάδες με παρόμοια χαρακτηριστικά και, με την διπλά τυφλή μέθοδο, στη μία δίνεται το νέο φάρμακο και στην άλλη ένα αδρανές σκεύασμα (placebo). Το ερώτημα είναι αν η ομάδα που πήρε το φάρμακο έχει στατιστικά σημαντική διαφορά από εκείνη που πήρε το αδρανές σκεύασμα. Στην αγροτική τεχνολογία (με μεγάλη ανάπτυξη τις πρώτες μεταπολεμικές δεκαετίες) ο έλεγχος των μεταβλητών σε όμοιες κατά τα άλλα καλλιέργειες και οι διαφορές στη σοδειά οδηγούσαν σε συμπεράσματα για τη βελτίωση της παραγωγής (Schoenfeld, 2002).

Η στροφή της ΔΜ προς τον *κονστρουκτιβισμό* και τις οπτικές της γνωστικής ψυχολογίας, επέδρασαν προς μια αντίστοιχη στροφή στις μεθόδους έρευνας. Η εστίαση σε ερωτήματα για τις νοητικές διαδικασίες του μαθητή που σχετίζονται με τη μάθηση των μαθηματικών, απαιτούσαν κλινικές συνεντεύξεις, παρατήρηση, μακροχρόνιες μελέτες περίπτωσης και άλλες ποιοτικές μεθόδους έρευνας. Η στροφή αυτή επιταχύνθηκε και πήρε και άλλες κατευθύνσεις, όταν στην εστίαση άρχισε να μπαίνει το κοινωνικό και πολιτιστικό περιβάλλον του μαθητή, το περιβάλλον και οι αλληλεπιδράσεις στην τάξη των μαθηματικών, και θεωρίες μάθησης όπως η *κοινωνικοπολιτισμική* (με αναφορές στον Vygotsky) και αργότερα η *πλαισιοθετημένη μάθηση* (situated learning) (Σακονίδης, 2007). Εθνογραφικές μέθοδοι και συμμετοχική παρατήρηση άρχισαν να χρησιμοποιούνται – και σε ορισμένες περιοχές ενδιαφέροντος να κυριαρχούν. Επιπλέον, η στροφή προς την τάξη των μαθηματικών, τη βελτίωση της διδασκαλίας και την επαγγελματική ανάπτυξη του εκπαιδευτικού παρέχει το έδαφος για την ανάπτυξη της έρευνας δράσης και των ερευνητικών κοινοτήτων πρακτικής, όπου συνεργάζονται δάσκαλοι και ερευνητές.

Συνοψίζοντας, θα μπορούσαμε να πούμε ότι οι μεταβολές εστίασης από τα μαθηματικά (το αντικείμενο) προς την ψυχολογία (το άτομο) και κατόπιν στην κοινωνιολογία (το περικείμενο), οδήγησαν σε αντίστοιχες μεταβολές στις χρησιμοποιούμενες μεθόδους στη ΔΜ (Adda, 1998, Kilpatrick, 1992).

Που βρίσκεται όμως σήμερα η ΔΜ;

"Στο τέλος του αιώνα, κάποιος βλέπει έναν πολλαπλασιασμό οπτικών (perspectives), θεωριών και μεθόδων. Από τη μια μεριά αυτό ήταν αναμφισβήτητα υγιές: Το πεδίο έχοντας

διαφύγει από τους παραδειγματικούς και θεωρητικούς κορσέδες (straightjackets) του προηγούμενου μέρους του αιώνα, ξεχείλιζε από ενέργεια και υπερδιέγερση. … Από την άλλη μεριά, έχοντας αφήσει χίλια λουλούδια να ανθίσουν, είναι ώρα για τους ερευνητές της ΔΜ να καθαρίσουν τον κήπο τους. Πρέπει να αρχίσουμε να θέτουμε τα δύσκολα ερωτήματα γύρω από τη θεωρία και τις μεθόδους που θα μας βοηθήσουν να προχωρήσουμε" (Schoenfeld, 2002)

1.6 Περιγραφικός και ρυθμιστικός χαρακτήρας της ΔΜ

Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό της ΔΜ είναι η συνύφανση από τη μια μεριά περιγραφικών – εξηγητικών ερωτημάτων της μορφής "τι είναι" και "γιατί είναι έτσι" και από την άλλη κανονιστικών – ρυθμιστικών ερωτημάτων και αποφάνσεων της μορφής "πως θα έπρεπε να είναι" και "γιατί θα έπρεπε να είναι έτσι" (Niss 1999).

Βέβαια, δεν είναι το μοναδικό επιστημονικό πεδίο στο οποίο εμφανίζονται οι διαστάσεις της εξήγησης και της ρύθμισης. Στην ιατρική τα ερωτήματα "τι σημαίνει υγεία", "πως θα έπρεπε να είναι ο υγιής άνθρωπος του 21ου αιώνα", η αναζήτηση ισορροπίας μεταξύ υγείας και αισθητικής κοκ, αποτυπώνουν έντονα τον ρυθμιστικό χαρακτήρα των αποτελεσμάτων αυτής της επιστήμης. Ανάλογες πλευρές ρυθμιστικού χαρακτήρα έχουν και η κοινωνιολογία και οι οικονομικές επιστήμες.

Για την ΔΜ, τα ερωτήματα "πως και γιατί πρέπει να είναι" σχετίζονται στενά με τον εφαρμοσμένο χαρακτήρα της, με τον προσανατολισμό της στη βελτίωση της διδασκαλίας και της μάθησης των μαθηματικών. Έτσι, ο ερευνητής που θεωρεί την τάξη των μαθηματικών ως απώτερο στόχο και κριτήριο επιτυχίας της έρευνας στη ΔΜ, αποδέχεται τον ρυθμιστικό χαρακτήρα της. Από την άλλη, κάποιος που θεωρεί την βασική (pure) έρευνα ως κύριο περιεχόμενο της ΔΜ, θα προσανατολίζεται περισσότερο στην απόκτηση γνώσης για τα σχετικά φαινόμενα και λιγότερο στην διαμόρφωση της πραγματικότητας, διακρίνοντας τη λειτουργία της επιστήμης από εκείνη της τεχνολογίας.

Στη βάση, ωστόσο, των παραπάνω ερωτημάτων βρίσκεται η συζήτηση για το ρόλο και τη θέση των αξιών στο πλαίσιο της έρευνας στη ΔΜ (και γενικότερα). Μιας και το θέμα αυτό θα μας απασχολήσει εκτενέστερα παρακάτω, εδώ περιοριζόμαστε στις παρακάτω επισημάνσεις:

- Κανείς δεν αρνείται το ρόλο που έχουν οι αξίες του ερευνητή στην επιλογή των θεμάτων της έρευνας και οι αξιολογήσεις των χρηματοδοτών (κυβερνήσεις, διεθνείς οργανισμοί, ανεξάρτητοι φορείς κοκ) στη διαμόρφωση των κατευθύνσεων της έρευνας γενικά, και των ερευνητικών "συμπεριφορών" ειδικότερα. Για παράδειγμα, η έρευνα στη ΔΜ μπορεί να διαστρεβλωθεί από τις προκαταλήψεις των χρηματοδοτών σχετικά με τη χρήση υπολογιστών στη μαθηματική εκπαίδευση (Ernest, 1998). Επιπλέον, κανείς δεν αρνείται την ύπαρξη αξιολογήσεων και ιεραρχήσεων των στόχων που θέτουν οι παράγοντες που εμπλέκονται στη λήψη αποφάσεων (κυβερνητικά όργανα και υπηρεσίες, σχεδιαστές αναλυτικών προγραμμάτων, διοικητικά όργανα της εκπαίδευσης) για το ποια έρευνα θα πάρουν υπόψη τους (αν πάρουν κάποια) και ποια όχι.
- Η ύπαρξη των αξιών του ερευνητή ακόμα και κατά τη φάση της έρευνας (π.χ. κατά την παρατήρηση μιας τάξης, στη συνέντευξη με κάποιον μαθητή, ή ακόμα και κατά τη διαμόρφωση κάποιου ερωτηματολογίου) σήμερα πια αναγνωρίζεται και γίνεται αποδεκτή, στο βαθμό που αυτή είναι συνειδητή και διατυπώνεται ρητά κατά τη δημοσιοποίηση της έρευνας και των αποτελεσμάτων της.
- Οι συγκρίσεις που ίσως γίνονται με τις θετικές επιστήμες και τα μαθηματικά δεν έχουν βάση, αφού η ΔΜ δεν είναι θετική επιστήμη (ούτε μαθηματικά) και έχει περισσότερες ομοιότητες με τις κοινωνικές και τις ανθρωπιστικές επιστήμες. Εξάλλου, ακόμα και για τις θετικές επιστήμες και τα μαθηματικά έχουν διατυπωθεί ισχυρές απόψεις (Kuhn, 2004, Lakatos, 1986, Davis & Hersh, 1981, Ernest, 1991) για την αξιολογική φόρτιση αυτών των επιστημών στην έρευνα, στη χρήση των αποτελεσμάτων της και στον τρόπο που τα επιτεύγματα των επιστημόνων εκλαϊκεύονται ή γίνονται αντικείμενο εκπαίδευσης.

1.7 Τα αποτελέσματα της έρευνας στη ΔΜ

Η έρευνα στις θετικές επιστήμες (φυσική, χημεία κλπ) έχει ως αποτελέσματα εμπειρικά ευρήματα και θεωρίες σχετικά με υλικά αντικείμενα και τις ιδιότητές τους, φαινόμενα και σχέσεις του εξωτερικού κόσμου και τις αιτίες εμφάνισής τους. Τα μαθηματικά και η λογική παράγουν θεωρήματα και αξιωματικά συστήματα. Η φιλοσοφική έρευνα παράγει έννοιες, διακρίσεις, όρους και θεωρίες, δηλαδή εργαλεία

σκέψης και θέασης του κόσμου στις διάφορες εκφάνσεις του. Τα αποτελέσματα της έρευνας στις ανθρωπιστικές και κοινωνικές επιστήμες είναι ερμηνευτικές θεωρίες και μοντέλα σχετικά με τους ατομικούς και κοινωνικούς παράγοντες και μηχανισμούς που επηρεάζουν δομές και φαινόμενα του ανθρώπινου ή κοινωνικού τομέα του κόσμου μας. Τέλος, πολλοί επιστήμονες από διαφορετικά πεδία (γιατροί, μηχανολόγοι, πολιτικοί μηχανικοί κλπ) παράγουν σχεδιασμούς, κατασκευές και πρότυπα που έχουν στόχο τη βελτίωση της ζωής.

Ποια είναι η θέση της ΔΜ σ' αυτό το φάσμα των επιστημών;

Στην έρευνα στα πλαίσια της ΔΜ εμφανίζονται αποτελέσματα που έχουν αναλογίες με τις περισσότερες από τις προαναφερθείσες κατηγορίες, αλλά σε διαφορετικό βαθμό και ισχύ (Niss 1999). Εμφανίζονται *ευρήματα* όπως στις εμπειρικές επιστήμες, για παράδειγμα, τα αποτελέσματα των διεθνών επισκοπήσεων TIMSS και PISA ή οι έρευνες των συσχετίσεων που μπορεί να υπάρχουν μεταξύ των επιστημολογικών πεποιθήσεων των εκπαιδευτικών για τα μαθηματικά και των διδακτικών πρακτικών τους. Διατυπώνονται *θεωρίες – εργαλεία θέασης* όπως για παράδειγμα ο κοινωνικός κονστρουκτιβισμός ως φιλοσοφία της μαθηματικής εκπαίδευσης (Ernest, 1991) και η κριτική θεωρία για τη μαθηματική εκπαίδευση (Skovsmose, 1994). Μέσα από φιλοσοφικές και επιστημολογικές μελέτες διατυπώνονται *διακρίσεις* οι οποίες κάποτε αποδεικνύονται χρήσιμες στην εμπειρική έρευνα π.χ. η διάκριση διαδικαστικής και εννοιολογικής κατανόησης των μαθηματικών ή η διάκριση αιτιώδους εξήγησης και ερμηνευτικής κατανόησης των φαινομένων της μαθηματικής εκπαίδευσης. Αρθρώνονται *εξηγητικές και ερμηνευτικές θεωρίες* για φαινόμενα της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών, όπως π.χ. η θεωρία για τη δυαδικότητα διαδικασίας – αντικειμένου στα μαθηματικά (Sfard, 1991). Υπάρχει τέλος πληθώρα *κατασκευών* σχετικών με αναλυτικά προγράμματα, διδακτικά εργαλεία, ανάπτυξη λογισμικών και διδακτικών σεναρίων και προτάσεων.

Σε σύγκριση με τα αποτελέσματα των μαθηματικών, η αλήθεια είναι ότι στη ΔΜ *δεν θα βρούμε αποτελέσματα ανάλογα με τα μαθηματικά θεωρήματα και τα αξιωματικά συστήματα.* Ακόμη κι αν υπάρχουν οπτικές που στηρίζονται σε κάποιες αρχικές παραδοχές ή υποθέσεις και οδηγούν σε συμπεράσματα, δεν είναι συγκρίσιμες με τα αξιωματικά συστήματα των μαθηματικών. Μέσα σε ένα αξιωματικό σύστημα η παραγωγή των συγκεκριμένων θεωρημάτων είναι μονόδρομος, πράγμα που με κανένα τρόπο δεν ισχύει (και δεν μπορεί να ισχύει) για τις θεωρίες και τις οπτικές στη ΔΜ.

Βλέποντας τις αναλογίες που έχουν τα αποτελέσματα της έρευνας στη ΔΜ με εκείνα των εμπειρικών επιστημών (πχ. φυσική, χημεία) οφείλουμε να αναγνωρίσουμε και τις μεγάλες διαφορές που υπάρχουν. Κατ' αρχήν, ο όρος "θεωρία" χρησιμοποιείται "με έναν σχετικά άτυπο τρόπο ως ένα δίκτυο εννοιών και σχέσεων" (The ICMI study conference, 1998). Επιπλέον, "πρέπει να σκεφτόμαστε τις θεωρίες όχι ως μεγάλες καθολικές θεωρίες που ενοποιούν τα στοιχεία της ΔΜ, αλλά μάλλον ως αποτελέσματα του να κάνουμε ρητές τις υποθέσεις μας και να περιγράψουμε αδρά πως δουλεύουν τα πράγματα." (Hiebert, 1998)

Έτσι, *μια θεωρία ή ένα μοντέλο της ΔΜ δεν έχει την ακρίβεια και την καθολικότητα* που έχει μια θεωρία ή μοντέλο στις θετικές επιστήμες. Για παράδειγμα, η νευτώνεια θεωρία της βαρύτητας – ακόμη και ως προσέγγιση των φαινομένων που εξετάζει – είναι εξαιρετικά ακριβής και καλύπτει όλα τα φαινόμενα βαρυτικής έλξης (τουλάχιστον σε αποστάσεις συγκρίσιμες με εκείνες του πλανητικού μας συστήματος). Δεν θα μπορούσαμε να πούμε κάτι τέτοιο ακόμα και για καλά επεξεργασμένες θεωρίες και ισχυρισμούς στη ΔΜ, όπως για παράδειγμα το μοντέλο της δυαδικής φύσης των μαθηματικών αντικειμένων της Sfard (1991). Σύμφωνα με αυτό, πολλά μαθηματικά αντικείμενα (αρνητικοί αριθμοί, μιγαδικοί αριθμοί, συναρτήσεις, κ.α.) ενσωματώνουν μια λειτουργική (operational) και μία δομική (structural) πλευρά, είναι συγχρόνως διαδικασίες και αντικείμενα. Για παράδειγμα, η έννοια της συνάρτησης περιέχει τη διαδικασία εύρεσης της τιμής της εξαρτημένης μεταβλητής για κάποια τιμή της ανεξάρτητης μεταβλητής, αλλά συγχρόνως είναι ένα αυθύπαρκτο αντικείμενο – ένα σύνολο διατεταγμένων ζευγών που ικανοποιεί κάποιες ιδιότητες. Το πέρασμα από τη λειτουργική στη δομική πλευρά της έννοιας (ή από τη διαδικασία στο αντικείμενο) δεν είναι για τους μαθητές ούτε εύκολο ούτε γρήγορο, και σύμφωνα με την Sfard εξελίσσεται σε τρεις φάσεις: την εσωτερίκευση (interiorization), τη συμπύκνωση (condensation) και την εκπραγμάτωση (reification). Η προσέγγιση αυτή υποστηρίζεται από τη μελέτη της ιστορικής εξέλιξης των μαθηματικών, από ψυχολογικές προσεγγίσεις αλλά και από πληθώρα εμπειρικών δεδομένων. Επιπλέον, το θέμα αυτό έχει γίνει αντικείμενο επεξεργασίας από διάφορες πλευρές και με διαφορετική ορολογία (π.χ. διαδικασία – αποτέλεσμα, διαδικαστική – εννοιολογική γνώση κλπ) και πολλούς ερευνητές ανεξάρτητα από την Sfard. Παρόλα αυτά, δεν θα μπορούσαμε να ορίσουμε με απόλυτη ακρίβεια τα θέματα των μαθηματικών που καλύπτει ή δεν καλύπτει αυτή η θεωρία, δεν υπάρχουν σαφή όρια μεταξύ των φάσεων που περιγράφει, και διαφορετικοί

άνθρωποι έχουν διαφορετικού βαθμού δυσκολίες που δεν μπορούν να προβλεφθούν. Έτσι, παρά τη μεγάλη χρησιμότητά του, το μοντέλο αυτό δεν μπορεί να συγκριθεί με ένα μοντέλο της φυσικής σχετικά με την καθολικότητα και την ακρίβειά του.

Επιπλέον, οι "αποδείξεις" για έναν ισχυρισμό στα πλαίσια της ΔΜ (όπως για παράδειγμα το προαναφερόμενο μοντέλο διαδικασία – αντικείμενο) έχουν τη μορφή τεκμηρίων και όχι αποδείξεων. *Αποδείξεις (με την αυστηρή έννοια που έχει η απόδειξη στα μαθηματικά) δεν παρέχονται για κανέναν ισχυρισμό στη ΔΜ*, όπως εξάλλου συμβαίνει και σε άλλα επιστημονικά πεδία. Για παράδειγμα, σχετικά με τη βιολογική θεωρία της εξέλιξης, μπορεί να υπάρχουν "βουνά στοιχείων και ενδείξεων συνεπών με αυτόν τον ισχυρισμό, να μην υπάρχει καθαρή ένδειξη που να τον αντικρούει, και καμία αντίπαλη υπόθεση να μην ικανοποιεί τα ίδια κριτήρια" (Schoenfeld 2000) αλλά απόδειξη δεν υπάρχει. Η έννοια λοιπόν των τεκμηρίων είναι εκείνη των *στοιχείων και ενδείξεων που συσσωρευόμενα και επαναλαμβανόμενα δεν αφήνουν περιθώρια λογικής αμφιβολίας* για κάποιο συμπέρασμα και μας κάνουν να αποδεχόμαστε ότι αυτό το συμπέρασμα της έρευνας είναι λογικό.

Και πάλι όμως αυτά τα, πέραν κάθε λογικής αμφιβολίας, συμπεράσματα της έρευνας, συνήθως δεν μπορούμε να τα εκλαμβάνουμε ως οριστικά και τελεσίδικα, αλλά μάλλον ως *προσωρινά και υπό δοκιμή*. Για παράδειγμα, τα πειράματα του Piaget για τη διατήρηση του αριθμού στα παιδιά προσχολικής ηλικίας χρειάστηκε να επαναληφθούν, να τροποποιηθούν, να εξεταστούν κι άλλες πλευρές, μέχρι να μπορέσουν να διατυπωθούν πιο ασφαλή συμπεράσματα.

Μια από τις σημαντικότερες συμβολές της αναλυτικής επιστημολογίας στο δεύτερο μισό του 20ου αιώνα είναι η διάψευση του μύθου των αληθών (ή ορθών) επιστημονικών θεωριών και η αντικατάσταση της αλήθειας με την μετάβαση προς περισσότερο χρήσιμες και λιγότερο διαψευσμένες θεωρίες.

> "…με την έννοια του Popper, η χρησιμότητα των θεωριών δεν έχει σχεδόν καμία σχέση με την ορθότητά τους. … Η σαφήνεια και όχι η ορθότητα είναι αναγκαία για να οδηγήσει τη διαδικασία της έρευνας και την επικοινωνία με τους άλλους. Το να κάνουμε λάθη δεν είναι τόσο κακό πράγμα, αν μπορούμε να τα χρησιμοποιήσουμε για να έχουμε πρόοδο." (Hiebert, 1998)

Μήπως αυτό ακριβώς δεν ισχύει ακόμα και για τη φυσική και τις άλλες θετικές επιστήμες;

Προσπαθώντας να ταξινομήσουν την "παραγωγή" της έρευνας στη ΔΜ με κριτήριο τη λειτουργία της, οι Balacheff, Howson, Sfard, Steinbring, Kilpatrick και Sierpinska (The ICMI study conference, 1998) διακρίνουν τρεις κατηγορίες:

- πυκνωτές της σκέψης (economizers of thought), δηλαδή γεγονότα, μέθοδοι, θεωρίες και μοντέλα αρκετά γενικά ώστε να κατευθύνουν την εμπειρία μας και να μας οδηγούν στο να "βλέπουμε" και να εξηγούμε φαινόμενα,
- αποδομητές ψευδαισθήσεων (demolishers of illusions), δηλαδή αποτελέσματα που ανατρέπουν πλάνες και πεποιθήσεις μας γύρω από τη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών,
- ενεργοποιητές της πρακτικής (energizers of practice), δηλαδή ευρήματα, εργαλεία, σχεδιασμούς και καινοτομίες που μπορεί να βελτιώνουν άμεσα την πρακτική της διδασκαλίας.

Με κριτήριο το περιεχόμενο, οι Boero & Szendrei (1998) ταξινομούν τα αποτελέσματα της έρευνας στη ΔΜ ως εξής:

- Καινοτόμες προτάσεις για τη διδασκαλία συγκεκριμένων θεμάτων, την ανάπτυξη συγκεκριμένων μαθηματικών δεξιοτήτων ή γενικότερα καινοτόμες μεθοδολογίες, αναλυτικά προγράμματα, κλπ. Μπορεί να περιέχουν περιγραφές και αξιολογήσεις πειραμάτων, διδακτικών υλικών κλπ.
- Ποσοτικές πληροφορίες σχετικά με διδακτικές προτάσεις, μεθοδολογίες, συγκεκριμένες δυσκολίες κατά τη μάθηση των μαθηματικών κλπ. Οι πληροφορίες στηρίζονται σε ποσοτικά δεδομένα και στην στατιστική επεξεργασία τους.
- Ποιοτικές πληροφορίες σχετικά με διδακτικές προτάσεις, γενικές ή συγκεκριμένες δυσκολίες κλπ. Αυτές οι πληροφορίες στηρίζονται σε αναλύσεις των αλληλεπιδράσεων μαθητών – δασκάλων ή μαθητών – μαθητών.
- Θεωρητικές οπτικές σχετικά με τη μάθηση, τη διδασκαλία και τις αλληλεπιδράσεις στην τάξη των μαθηματικών. Μπορεί να περιλαμβάνουν περιγραφές, ταξινομήσεις και ερμηνείες φαινομένων, μοντέλα, ιστορικές και επιστημολογικές αναλύσεις κλπ.

Όσο χρήσιμες κι αν είναι τέτοιες ταξινομήσεις για μια συνοπτική παρουσίαση, δεν παύουν να είναι σχηματικές και, ως τέτοιες, δεν καλύπτουν όλο το φάσμα της έρευνας και των αποτελεσμάτων της. Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι ένας εκπαιδευτικός και ένας ερευνητής επιχειρούν να αντιμετωπίσουν μια προβληματική κατάσταση στην

τάξη των μαθηματικών του πρώτου. Η οπτική που υιοθετούν είναι εκείνη της κριτικής μαθηματικής εκπαίδευσης και συνεργάζονται στα πλαίσια της έρευνας δράσης, όπως περιγράφεται από τους Skovsmose & Borba (2004) (βλ. παράγραφο 2.4.1). Σε ποια κατηγορία θα μπορούσαμε να εντάξουμε αυτήν την έρευνα και τα αποτελέσματά της; Θα βρίσκαμε στοιχεία και των τριών κατηγοριών των Balacheff et al, θα βρίσκαμε στοιχεία των τριών από τις τέσσερις κατηγορίες των Boero & Szendrei, αλλά και πάλι δεν θα μπορούσαμε να καλύψουμε όλα τα χαρακτηριστικά της ερευνητικής προσπάθειας με τις λεπτομέρειές τους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2
ΕΠΙΧΕΙΡΩΝΤΑΣ ΜΙΑ ΕΠΙΣΤΗΜΟΛΟΓΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΗΣ ΔΜ

Ποια είναι η φύση της γνώσης που μπορούμε να αποκτήσουμε σχετικά με τα φαινόμενα της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών; Τι είδους απαντήσεις αναζητούμε στα σχετικά ερωτήματα; Επιδιώκουμε την αποκάλυψη καθολικών νόμων και κανονικοτήτων ή την κατανόηση των φαινομένων όπως τα βιώνουν οι παράγοντες που εμπλέκονται στη μαθηματική εκπαίδευση (μαθητές, δάσκαλοι, κ.α.); Επιδιώκουμε την αλλαγή της διδασκαλίας των μαθηματικών; Προς ποια κατεύθυνση και για ποιους σκοπούς; Σε τι συνίσταται η γνώση και πώς αυτή αποκτάται στα πλαίσια της ΔΜ; Πώς επηρεάζουν τις κατευθύνσεις της έρευνας οι πολιτικές αποφάσεις και οι κοινωνικές εξελίξεις; Ποιος είναι ο ρόλος της θεωρίας, της παρατήρησης, των αξιών στην επιστημονική διερεύνηση στο χώρο της ΔΜ; Τελικά, το πεδίο της ΔΜ, όπως είναι σήμερα διαμορφωμένο, συνιστά ένα επιστημονικό πεδίο και με ποια κριτήρια;

Τα ερωτήματα αυτά – και αρκετά ακόμη – απαιτούν εξονυχιστική διερεύνηση σχετικά με τις φιλοσοφικές, επιστημολογικές, ιστορικές, κοινωνιολογικές και ψυχολογικές διαστάσεις τους και, κυρίως, μια συνολική και "από πάνω" εικόνα του χώρου της ΔΜ. Προφανώς, στα πλαίσια αυτής της εργασίας δεν έχουμε τη φιλοδοξία μιας τέτοιας σφαιρικής και ολοκληρωμένης προσέγγισης. Ο στόχος της διερεύνησής μας είναι η σκιαγράφηση των απαντήσεων που δίνονται στα παραπάνω ερωτήματα από επιστήμονες του χώρου, μέσα από τη δική μας κατανόηση και οπτική γωνία.

Όπως ίσως έχει ήδη φανεί, δεν υπάρχει μία προσέγγιση των παραπάνω ερωτημάτων, ούτε καν μία κυρίαρχη. Ρητά ή υπόρρητα, οι ερευνητές του χώρου υιοθετούν διαφορετικές προσεγγίσεις και οπτικές, οι οποίες συχνά φαίνονται στις δημοσιεύσεις τους, χρωματισμένες με το προσωπικό τους ύφος και προτιμήσεις. Συχνά στη βιβλιογραφία χρησιμοποιείται ο όρος "*παράδειγμα*" (που προέρχεται από τον Kuhn) για να περιγράψει *ένα συνολικό και συνεκτικό τρόπο να δει κανείς τα φαινόμενα και την έρευνα για αυτά*. Στις θετικές επιστήμες, τα παραδείγματα "εμπεριέχουν νόμους, θεωρίες, εφαρμογές και πειραματικές διατάξεις ταυτόχρονα – μετατρέπονται σε πρότυπα, απ' όπου πηγάζουν συγκεκριμένες συμπαγείς παραδόσεις επιστημονικής έρευνας" (Kuhn, 2004, σ.74). Συναρτημένη στο παράδειγμα είναι η *επιστημονική κοινότητα* – το σύνολο των επιστημόνων που βλέπουν τον κόσμο μέσα από τους

φακούς αυτού του παραδείγματος, που λύνουν τους "γρίφους" και τα προβλήματα που θέτει το παράδειγμα και εκπαιδεύουν τις επόμενες γενιές μέσα από αυτό. Αναφερόμενο στη ΔΜ (και σε άλλες κοινωνικές και ανθρωπιστικές επιστήμες), ένα "παράδειγμα" είναι λιγότερο συμπαγές και δεν υπάρχουν καθαρές διαχωριστικές γραμμές που να το οριοθετούν. Με αυτή, την πιο χαλαρή εκδοχή χρησιμοποιείται ο όρος και στην παρούσα εργασία.

2.1 Τα διαφορετικά παραδείγματα στη ΔΜ

Παρά την άποψη του Kuhn για την αναγκαιότητα ύπαρξης ενός παραδείγματος "ικανού να καθοδηγήσει την έρευνα όλης της ομάδας" (σ. 86) ως κριτήριο αναγόρευσης ενός πεδίου μελέτης σε επιστήμη, φαίνεται ότι κάποιες επιστήμες είναι "πολυπαραδειγματικές" ακόμη και μετά από αιώνες ζωής, όπως η κοινωνιολογία και η οικονομική (Γέμτος, σ. 362). Συχνά, οι διαφορές στις ερωτήσεις που τίθενται, στο είδος των απαντήσεων που αναζητούνται, στις μεθόδους που χρησιμοποιούνται, οδηγούν σε διαφορετικές και ανταγωνιστικές σχολές σκέψης. Αυτό είναι ιδιαίτερα εμφανές στις κοινωνικές και ανθρωπιστικές επιστήμες και στην εκπαίδευση, και είναι φυσικό και ένδειξη ωριμότητας (Leder, 1998).

Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα στη ΔΜ είναι οι διαφορές μεταξύ των γνωστικών προσεγγίσεων που εστιάζουν στην ανάπτυξη των μαθηματικών στο άτομο και των κοινωνικοπολιτισμικών προσεγγίσεων που εστιάζουν στο περιβάλλον, τις πρακτικές και την κουλτούρα της τάξης. Οι Even & Schwarz (2003) ανάλυσαν ένα μάθημα μιας τάξης από δύο οπτικές: μία γνωστική χρησιμοποιώντας ανάλυση διαλόγων (verbal analysis) και μία κοινωνικοπολιτισμική χρησιμοποιώντας την θεωρία δραστηριοτήτων (activity theory). Οι διαφορετικές προσεγγίσεις οδηγούσαν σε διαφορετικές ερμηνείες και κατανοήσεις του μαθήματος: η μία αναδείκνυε τις γνωστικές δυσκολίες των μαθητών με τις διαφορετικές αναπαραστάσεις των συναρτήσεων, ενώ η άλλη έδειχνε τη διαφορά κινήτρων, στόχων και πεποιθήσεων μεταξύ δασκάλας και μαθητών που τους έκανε τελικά να συμμετέχουν σε διαφορετικές δραστηριότητες. Οι ερευνητές διαπιστώνουν τις διαφορές μεταξύ ερωτημάτων, μεθόδων και αποτελεσμάτων, αλλά επιπλέον την αλληλεξάρτηση μεταξύ θεωρητικών πλαισίων και γεγονότων. Αναφέρουν τη διατύπωση των Cuba & Lincoln "οι θεωρίες και τα γεγονότα είναι αρκετά

αλληλεξαρτώμενα – δηλαδή *τα γεγονότα είναι γεγονότα μόνο μέσα σε κάποιο θεωρητικό πλαίσιο*" (ο τονισμός δικός μας). Διαπιστώνεται λοιπόν συχνά μια ασυμβατότητα μεταξύ θεωρητικών οπτικών και μένει ανοικτό το ερώτημα αν αυτές οι οπτικές μπορούν να θεωρηθούν συμπληρωματικές και πολύ περισσότερο το αν μπορούμε να ελπίζουμε σε μια ανάπτυξη ριζικά διαφορετικών θεωριών που θα ολοκληρώνουν και συγχρόνως θα υπερβαίνουν τις ασύμβατες οπτικές.

Ο Mason (1996) περιγράφει το ρόλο που έχουν οι θεωρίες στη διαμόρφωση της γλώσσας και μέσω αυτής στην περιγραφή, την ένταξη σε ένα πλαίσιο και τη διάκριση των γεγονότων. Χρησιμοποιεί την έκφραση "*διαφορετικοί κόσμοι*" που ο καθένας από αυτούς "εμπλέκει τη δική του ψυχολογία, κοινωνιολογία, ιδεολογία, πολιτισμό και πολιτική οπτική". Η θεωρία παρέχει μια επιστημολογική οπτική του τι είναι γνώση και πως αποκτάται, μια οντολογική δέσμευση μέσω της χρήσης όρων που δίνουν υπόσταση στα περιγραφόμενα φαινόμενα, ένα σύστημα αξιών που υποδεικνύει ποιες ερωτήσεις είναι προς διερεύνηση μέσα σε ένα παράδειγμα, μια ψυχολογική οπτική του τι σημαίνει να είσαι ερευνητής και τι υποκείμενο της έρευνας, και μια οπτική του πως αλληλεπιδρούν το άτομο – ερευνητής και το περιβάλλον.

Ο Ernest (1998) αναγνωρίζει την ύπαρξη διαφορετικών ερευνητικών παραδειγμάτων στην εκπαιδευτική έρευνα, το καθένα με τις δικές του παραδοχές σχετικά την ύπαρξη του κόσμου (οντολογία), τη φύση της γνώσης και της μάθησης (επιστημολογία), και τον τρόπο απόκτησης της γνώσης (μεθοδολογία). Αναφέρει τρία κύρια παραδείγματα, το επιστημονικό (scientific), το ερμηνευτικό και το κριτικό. Αυτά αντιστοιχούν στα τρία παραδείγματα του T. Popkewitz (εμπειρικό-αναλυτικό, συμβολικό, κριτικό) όπως αναφέρονται από τον Romberg (1996). Σύμφωνα με τον Carr (1985) η ταξινόμηση της έρευνας στις κοινωνικές επιστήμες στο εμπειρικό-αναλυτικό, ιστορικό-ερμηνευτικό και κριτικό παράδειγμα, προέρχεται και καθιερώνεται από το έργο του J. Habermas "Knowledge and Human Interests".

Αναλυτικότερα, η ταξινόμηση του Ernest περιλαμβάνει:

- Το *επιστημονικό (ή θετικιστικό) παράδειγμα* που προέρχεται από τον ορθολογισμό και τις επιστημονικές μεθόδους των φυσικών επιστημών, της πειραματικής ψυχολογίας κλπ. Κεντρική θέση κατέχει η αναζήτηση γενικών νόμων και η επιδίωξη αντικειμενικότητας, πρόβλεψης και επαναληψιμότητας. Η έμφαση δίνεται κυρίως στις ποσοτικές μεθόδους αλλά μπορεί να χρησιμοποιούνται και κάποιες ποιοτικές. Η συνήθης εφαρμογή του στη ΔΜ είναι η εξέταση μεταβλητών σχετικών

με την τάξη και το μαθητή και η αναζήτηση συσχέτισής τους με τα μαθησιακά αποτελέσματα.

- Το *ερμηνευτικό παράδειγμα* που αναπτύχθηκε από τις κοινωνιολογικές μεθόδους, την ανθρωπολογία και την εθνογραφία. Κυριαρχεί η κατανόηση, η ερμηνεία, η διϋποκειμενικότητα και η βιωμένη αλήθεια (lived truth, η αλήθεια όπως βιώνεται από τους συμμετέχοντες). Χρησιμοποιούνται κυρίως ποιοτικές μέθοδοι, όπως εθνογραφικές, μελέτες περίπτωσης κλπ και η υποκειμενικότητα επιχειρείται να αντιμετωπιστεί μέσω της τριγωνοποίησης. Στη ΔΜ το ερμηνευτικό παράδειγμα είναι εμφανές στους κονστρουκτιβιστές ερευνητές με χαρακτηριστικό παράδειγμα τη μέθοδο του Erlwanger στη μελέτη περίπτωσης του "Benny".
- Το *κριτικό παράδειγμα* με κεντρικό χαρακτηριστικό τη θέληση όχι μόνο για διερεύνηση των φαινομένων, αλλά κυρίως για εμπλοκή σε κοινωνική κριτική και αλλαγές που θα βελτιώνουν ή θα μεταρρυθμίζουν όψεις της κοινωνικής ζωής. Στην εκπαίδευση εγείρει θέματα κοινωνικής δικαιοσύνης, όπως ισότητας των φύλων και φυλετικών και ταξικών διακρίσεων. Για τους στόχους αυτούς επιδιώκει τη συμμετοχική εμπλοκή και αξιολόγηση. Είναι στενά συνδεδεμένη με την έρευνα δράση όπου δάσκαλοι και ερευνητές δουλεύουν από κοινού για να αλλάξουν τη διδασκαλία τους και τις σχολικές συνθήκες με σκοπό τη βελτίωση της μάθησης στην τάξη και την ανάπτυξη κριτικά σκεπτόμενων πολιτών στη σύγχρονη κοινωνία.

Η ύπαρξη των διαφορετικών αυτών παραδειγμάτων δεν υπονοεί ότι θα μπορούσε να γίνει μια αυστηρή κατάταξη της έρευνας και πολύ περισσότερο των ερευνητών σε αντίστοιχα *στεγανά τμήματα*. Για παράδειγμα, πολύ συχνά η έρευνα δράση χρησιμοποιείται ως ερευνητική μεθοδολογία για τη βελτίωση της διδασκαλίας, χωρίς απαραίτητα τον κοινωνικό προσανατολισμό του κριτικού παραδείγματος σε ζητήματα ισότητας. Επίσης, ποσοτικές μέθοδοι μπορεί να χρησιμοποιούνται στα πλαίσια του κριτικού παραδείγματος πχ. επισκοπήσεις για τη διερεύνηση των αποκλεισμών μειονοτικών ομάδων ή κοριτσιών από την πρόσβαση σε ισχυρή μαθηματική εκπαίδευση. Ακόμη συχνότερα, επισκοπήσεις μικρής κλίμακας με χρήση ερωτηματολογίου συνοδεύονται από συνεντεύξεις ενός μέρους του δείγματος, με σκοπό την σε βάθος διερεύνηση του "γιατί" προκύπτουν τα συγκεκριμένα αποτελέσματα της επισκόπησης. Έτσι, δεν υπάρχουν σαφή όρια μεταξύ των παραδειγμάτων και δύσκολα

θα βρίσκαμε κάποιον ερευνητή που να εντάσσει τον εαυτό του σε ένα από αυτά, χωρίς να υιοθετεί συγχρόνως κάποιες ουσιαστικές πλευρές από άλλα.

Η προσέγγιση των τριών παραδειγμάτων του Ernest δεν είναι η μοναδική προσπάθεια ομαδοποίησης ή ταξινόμησης των οπτικών στο χώρο της ΔΜ. Οι Bishop (1992), Mason (1996), Lester & Wiliam (2002) έχουν κάνει προσπάθειες διατύπωσης ταξινομήσεων με διαφορετικά κριτήρια.

Ο Bishop (1992) διαχωρίζει την έννοια της *ερευνητικής παράδοσης* (research tradition) από εκείνη του παραδείγματος (research paradigm). Το παράδειγμα μπορεί κάποιος να το επιλέξει, ενώ σε μια ερευνητική παράδοση συμμετέχει ως αποτέλεσμα της ανατροφής, της μόρφωσης, του πολιτισμικού υποβάθρου και της εκπαίδευσής του ως ερευνητή. Αναγνωρίζει την ύπαρξη τριών πολύ διαφορετικών ερευνητικών παραδόσεων:

- Την *παιδαγωγική* (pedagogue) παράδοση που εκφράζεται από τους φωτισμένους δασκάλους των μαθηματικών, όπως οι Polya, Dienes, Freudenthal. Ο κύριος στόχος της έρευνας είναι η άμεση βελτίωση της διδασκαλίας. Τα δεδομένα (evidence) της έρευνας είναι συνήθως επιλεγμένες παραδειγματικές συμπεριφορές μαθητών που προέρχονται από την προσωπική εμπειρία, την παρατήρηση και τον πειραματισμό του δάσκαλου και η θεωρία προέρχεται από τη συσσωρευμένη κοινή σοφία των ικανών δασκάλων.
- Την *εμπειρική – επιστημονική* (empirical – scientist) παράδοση με χαρακτηριστική προσέγγιση εκείνη του Begle (1969) στο 1ο συνέδριο ICME που ζητούσε να γίνει η ΔΜ μια πειραματική επιστήμη, όπως οι φυσικές επιστήμες, με τις διαφορές μεταξύ των ανταγωνιζόμενων θεωριών να λύνονται με προσφυγή στις κρίσιμες αποδείξεις που παρέχει το πείραμα. Σ' αυτή την παράδοση, ο ρόλος της έρευνας είναι να παρέχει αντικειμενικά δεδομένα για τη στήριξη ή απόρριψη των θεωριών, με τελικό σκοπό την εξήγηση της εκπαιδευτική πραγματικότητας. Έτσι, κεντρική θέση έχει η ερευνητική μεθοδολογία που είναι κυρίως ποσοτική, τόσο για τη συλλογή, όσο και για την ανάλυση των δεδομένων.
- Την *σχολαστική – φιλοσοφική* (scholastic – philosopher) παράδοση, ισχυρή μεταξύ των ακαδημαϊκών μαθηματικών, όπου η ανάλυση, η ορθολογική επιχειρηματολογία και ανάπτυξη της θεωρίας και η κριτική είναι κυρίαρχες. Η πραγματικότητα της τάξης των μαθηματικών θεωρείται ως μια ατελής έκφραση της θεωρητικής σύλληψης της μαθηματικής εκπαίδευσης. Η έρευνα είναι θεωρητική, τα εμπειρικά

δεδομένα θεωρούνται γνωστά ή αφήνονται να αναπτυχθούν από την πράξη που θα υλοποιεί τη θεωρία.

Ο Mason (1996), κοντά στην προσέγγιση του Bishop, με κριτήριο τον τρόπο που οι ερευνητές αντιμετωπίζουν τη θεωρία και την πράξη, αναφέρεται σε τρεις ευρείες προσεγγίσεις, με την επισήμανση ότι πολλοί ερευνητές μπορούν να βρουν τον εαυτό τους σε περισσότερες από μία:

- Την προσέγγιση του *πραγματιστικού εμπειρισμού* (pragmatic empiricism) η οποία θέτει ως κυρίαρχο στόχο τη βελτίωση της μάθησης και της διδασκαλίας. Η πράξη μπορεί να ερμηνευθεί ως συνεπής με τη θεωρία, αλλά δεν καθοδηγείται, ούτε βασίζεται σε μια θεωρία. Τα θεωρητικά δομήματα μάλλον αναδύονται στην προσπάθεια ερμηνείας και διαμόρφωσης της πράξης. Παραδείγματα τέτοιων προσεγγίσεων αποτελούν οι διάφορες μορφές έρευνας δράσης που αναλαμβάνονται κυρίως στις αγγλοσαξονικές χώρες, και η διερεύνηση των μαθηματικών ικανοτήτων σε αυθεντικές δραστηριότητες της καθημερινής ζωής (όπως τα "μαθηματικά στους δρόμους").
- Την προσέγγιση της *θεωρητικής θεμελίωσης* (philosophical well-foundedness) που τονίζει την ανάγκη θεμελίωσης της θεωρίας πριν από τις εικασίες και την παρατήρηση. Μόνο με τη ύπαρξη ενός σχετικά σταθερού θεωρητικού υποβάθρου μπορεί η παρατήρηση και το πείραμα να οδηγήσουν σε διάκριση των ανταγωνιστικών υποθέσεων και στην ερμηνεία των αποτελεσμάτων από τη θεωρία ή στην προσαρμογή – βελτίωση της θεωρίας. Ως παραδείγματα αυτής της προσέγγισης αναφέρονται από τον συγγραφέα η διαμόρφωση του ριζοσπαστικού κονστρουκτιβισμού, η γαλλική ερευνητική σχολή που βασισμένη στις "διδακτικές καταστάσεις" του Brousseau αναπτύσσει τη "διδακτική μηχανική" για την διαμόρφωση της διδακτικής πράξης, η ανάπτυξη των εννοιών της συμβολικής αλληλεπίδρασης (symbolic interactionism) από τη γερμανική σχολή στο Bielefeld και η δουλειά του Ινστιτούτου Freudenthal στην Ολλανδία.
- Την προσέγγιση της *εστίασης στα αποτελέσματα* (results focused) που θεωρεί την ανάπτυξη της γνώσης και του πεδίου της ΔΜ ως επέκταση και συσσώρευση των αποτελεσμάτων της έρευνας. Η θεωρητική δικαιολόγηση ενός ερευνητικού προγράμματος είναι τα αποτελέσματα άλλων ερευνών στο συγκεκριμένο αντικείμενο, ανεξάρτητα από οπτικές και θεωρητικά πλαίσια. Η πρακτική αυτή έχει

την καταγωγή της σε ισχυρές θετικιστικές και συμπεριφοριστικές προσεγγίσεις που επεδίωξαν τη μεταφορά μεθόδων και βεβαιότητας από τις θετικές επιστήμες, ωστόσο επεκτείνεται τόσο στην ποιοτική όσο και στην ποσοτική έρευνα.

Τέλος, οι Lester & Wiliam (2002) επιχειρώντας να ερμηνεύσουν το χάσμα μεταξύ των ερευνητών της ΔΜ και των εκπαιδευτικών, αναφέρονται σε δύο διαφορετικούς τρόπους επικοινωνίας με βαθύτερες φιλοσοφικές και επιστημολογικές διαφορές:

- Τον *μονολογικό επιστημονικό ορθολογισμό* (monological scientific rationalism), σύμφωνα με τον οποίο η κοινωνική πραγματικότητα υπάρχει εκεί έξω και περιμένει να την ανακαλύψουμε, η γνώση θεμελιώνεται στην αμφιβολία και απαιτεί δικαιολόγηση ή απόδειξη. Το "γνωρίζω" σημαίνει κατοχή, και βρισκόμαστε σε μια ατομική σχέση ιδιοκτησίας με τη γνώση που κατέχουμε. Αυτή είναι η προσέγγιση που υιοθετεί η επιστημονική κοινότητα.
- Τον *διαλογικό επικοινωνιακό ορθολογισμό* (dialogical communicative rationalism) σύμφωνα με τον οποίο ο κόσμος μπορεί να μελετηθεί μόνο από μια θέση εμπλοκής μέσα σ' αυτόν και η γνώση θεμελιώνεται στον διάλογο και τη διαπραγμάτευση. Το "γνωρίζω" σημαίνει συμμετοχή – πρακτική, και ενσωματώνουμε αυτή τη γνώση ως μέρος του εαυτού μας και των ταυτοτήτων μας. Έτσι, η πρακτική γνώση που έχει ένας εκπαιδευτικός στο πλαίσιο της τάξης του θεωρείται γνώση όσο και η αποπλαισιωμένη επιστημονική (ακαδημαϊκή) γνώση.

Η Lether (2006) δίπλα στα τρία παραδείγματα (θετικιστικό, ερμηνευτικό και κριτικό) παραθέτει τα *μετανεωτερικά* (postmodern) και *μεταδομιστικά* (poststuctural) ρεύματα. Αντιθέτως, ο Howe (2001) εντάσσει τα μετανεωτερικά ρεύματα και το κριτικό παράδειγμα στο ευρύτερο πλαίσιο του ερμηνευτικού παραδείγματος.

Οι παραπάνω προσεγγίσεις και διακρίσεις είναι εξαιρετικά χρήσιμες για μια συνολικότερη αντίληψη του χώρου της ΔΜ και των επιστημολογικών ερωτημάτων που σχετίζονται με αυτόν. Ωστόσο, στα πλαίσια της παρούσας εργασίας και της προσπάθειας επιστημολογικής προσέγγισης της ΔΜ, θεωρούμε πιο αποδοτική την ταξινόμηση του Ernest (1998), πολύ περισσότερο που μέσα από αυτή μπορούμε να δούμε αρκετές πλευρές – αν όχι όλες – και των άλλων προσεγγίσεων. Όπως ήδη αναφέρθηκε, αυτή η ταξινόμηση προέρχεται από τον Habermas και χρησιμοποιήθηκε στην εκπαιδευτική έρευνα από τον Popkewitz. Επιπλέον, υιοθετείται και

χρησιμοποιείται και από άλλους ερευνητές (Kilpatrick, 1992, 1993, Romberg, 1992, Vithal 2004).

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται συνοπτικά οι κύριες υποθέσεις και παραδοχές που υιοθετεί καθένα από τα τρία αυτά παραδείγματα.

	θετικιστικό	**ερμηνευτικό**	**κριτικό**
η πραγμα-τικότητα	είναι εξωτερική και ανακαλύπτεται από τον παρατηρητή	η μορφή της κατασκευάζεται από τον παρατηρητή	κατασκευάζεται από τον παρατηρητή στη βάση της κοινωνικής του θέσης
η γνώση	είναι αντικειμενική και ανεξάρτητη του γνώστη	είναι υποκειμενική, κατασκευάζεται από το γνώστη	κατασκευάζεται και συνιστά παράγοντα κοινωνικοπολιτικής ισχύος
ο ρόλος της επιστήμης	αναζήτηση αιτιακών εξηγήσεων και νόμων για τη συμπεριφορά των μαθητών	κατανόηση - ερμηνεία των νοημάτων που κατασκευάζουν οι μαθητές	κατανόηση της θέσης του ατόμου, ανάπτυξη αυτοσυνείδησης και κριτικών πολιτών
ο ρόλος του ερευνητή	εξωτερικός παρατηρητής	συμμέτοχος, βιώνει ότι και οι ερευνώμενοι	συμμέτοχος στην προσπάθεια αλλαγής
μέθοδοι	κυρίως ποσοτικές	κυρίως ποιοτικές	κυρίως έρευνα δράση
αξίες	η γνώση και η επιστήμη είναι αξιολογικά ουδέτερες	η γνώση και η επιστήμη είναι φορτισμένες με αξίες	η γνώση και η επιστήμη είναι φορτισμένες με τις αξίες των αντίπαλων συμφερόντων

2.2 Το θετικιστικό παράδειγμα

Το επιστημολογικό παράδειγμα που επιχειρεί *να μεταφέρει και να προσαρμόσει τις μεθόδους και τη λογική των εμπειρικών θετικών επιστημών στις κοινωνικές επιστήμες* και στη ΔΜ θα το αποκαλούμε θετικιστικό.

Αν και ο όρος έχει κάποιες φορτίσεις και παραπέμπει σε συγκεκριμένα ρεύματα σκέψης, θεωρούμε ότι, για τις επιστήμες του ανθρώπου και της κοινωνίας, είναι καταλληλότερος από τον όρο "επιστημονικό", παρά την εναλλακτική χρήση των "scientific" και "positivistic" περίπου ως ισοδύναμων στη βιβλιογραφία για τη ΔΜ. Αυτό συμβαίνει επειδή ο όρος "επιστήμη" και "επιστημονικό" στην ελληνική γλώσσα χρησιμοποιείται για όλα τα πεδία ερευνητικών δραστηριοτήτων ενώ οι αντίστοιχοι όροι "science" και κυρίως "scientific" στην αγγλική γλώσσα υπονοούν συνήθως τις θετικές επιστήμες.

Σύμφωνα με τους Cohen & Manion (1994, σ. 27-29) το θετικιστικό παράδειγμα στηρίζεται σε τέσσερις παραδοχές – συχνά σιωπηρές – που υιοθετούν οι επιστήμονες:

- Η παραδοχή του ντετερμινισμού σύμφωνα με την οποία η επιστήμη προχωράει στη βάση της πεποίθησης ότι υπάρχουν αιτιακές συνδέσεις μεταξύ γεγονότων και κανονικότητα στον τρόπο εμφάνισής τους. Ο απώτατος στόχος της επιστήμης είναι η διατύπωση νόμων που να εξηγούν τα φαινόμενα και να δίνουν μια στέρεα βάση για την πρόβλεψη και τον έλεγχό τους.
- Η δεύτερη παραδοχή είναι εκείνη του εμπειρισμού. Η αξιοπιστία μιας θεωρίας ή μιας υπόθεσης εξαρτάται από τη φύση της μαρτυρικής εμπειρίας που την υποστηρίζει. Η εμπειρία αναδεικνύεται στον υπέρτατο και τελικό κριτή των θεωριών μας.
- Η αρχή της φειδούς ή της απλότητας, σύμφωνα με την οποία μια θεωρία ή υπόθεση ή εξήγηση ενός φαινομένου θα πρέπει να προτιμάται από μια άλλη, με κριτήριο την απλότητα.
- Η παραδοχή της γενικότητας (ή καθολικότητας). Επειδή αναζητούνται νόμοι και εξηγήσεις με καθολική ισχύ, το ενδιαφέρον εστιάζεται κυρίως στη μετάβαση από το συγκεκριμένο στο γενικό, στη γενίκευση των επιστημονικών συμπερασμάτων στον ευρύτερο πληθυσμό.

Τουλάχιστον στις θετικές επιστήμες οι παραπάνω παραδοχές συνδέονται με ισχυρές δεσμεύσεις, τόσο οντολογικές (αντικειμενική ύπαρξη του κόσμου έξω από τον παρατηρητή) όσο και επιστημολογικές (αντικειμενική και στέρεα γνώση).

2.2.1 Οι θετικές επιστήμες

Στα πλαίσια αυτής της εργασίας, η επιστημολογία των θετικών επιστημών μας ενδιαφέρει από τη μια μεριά γιατί αποτελεί το υπόβαθρο και το σημείο αναφοράς όλων των επιστημολογικών προσεγγίσεων και από την άλλη (και κυρίως) διότι το θετικιστικό παράδειγμα αντλεί τις επιστημολογικές και μεθοδολογικές οπτικές του από τις θετικές εμπειρικές επιστήμες.

Το κοινό στις παλιότερες επιστημολογικές προσεγγίσεις των θετικών επιστημών (εμπειρισμός, ορθολογισμός και λογικός εμπειρισμός) είναι η *αναζήτηση βέβαιων θεμελίων για τη γνώση του φυσικού κόσμου*. Ο εμπειρισμός, από την πρώτη του συγκροτημένη διατύπωση από τον Francis Bacon, αποδέχεται την ανθρώπινη εμπειρία ως θεμέλιο και εγγυητή της γνώσης. Ο καρτεσιανός ορθολογισμός αναζητεί τα θεμέλια στον ορθό λόγο, στη λογική και τους κανόνες της. Ο λογικός εμπειρισμός (ή λογικός θετικισμός) των αρχών του 20ου αιώνα προσπαθεί να συνθέσει την εμπειρία και τη λογική και να θεμελιώσει τη γνώση και την αλήθεια μακριά από μεταφυσικές και ψυχολογικές επιδράσεις.

Οι σύγχρονες αναλυτικές επιστημολογικές τάσεις, εγκαταλείποντας την κλασική άποψη αποδέχονται την σφαλερότητα της ανθρώπινης γνώσης: *δεν υπάρχουν βέβαια θεμέλια για τη γνώση του κόσμου*, η επιστήμη προχωρά με εικασίες και υποθέσεις οι οποίες υποβάλλονται σε κριτικό έλεγχο για το βαθμό συμφωνίας τους με την παρατήρηση και το πείραμα. Σχηματικά θα μπορούσαμε να πούμε ότι, σύμφωνα με τις διαψευστικές προσεγγίσεις, οι επιστημονικές θεωρίες δεν μπορούν να επιβεβαιωθούν από την παρατήρηση, παρά μόνο να διαψευστούν. Σε όσο περισσότερες δοκιμασίες διάψευσης αντέχει μια επιστημονική θεωρία, τόσο πιο κοντά στην αλήθεια μπορούμε να θεωρούμε ότι βρίσκεται. Όταν η παρατήρηση βρίσκεται σε αντίθεση με τις υποθέσεις μας και τις θεωρίες που παράγουν αυτές τις υποθέσεις, τότε οι τελευταίες πρέπει να επανεξεταστούν. Αυτό δεν σημαίνει ότι με το πρώτο αντίθετο εμπειρικό δεδομένο εγκαταλείπουμε μια θεωρία η οποία μέχρι εκείνη τη στιγμή ήταν αρκετά ισχυρή, αφού τα πράγματα είναι αρκετά πιο πολύπλοκα: σύμφωνα με τον Lakatos (1986, σ. 117) οι έλεγχοι των θεωριών δεν είναι διπολικές αναμετρήσεις ανάμεσα στην θεωρία και την παρατήρηση, αλλά "τριπολικές αναμετρήσεις ανάμεσα σε εχθρικές θεωρίες και το πείραμα". Έτσι, μια θεωρία θα εγκαταλειφθεί όταν δεν μπορεί να εξηγήσει κάποια φαινόμενα και, συγχρόνως, αναδύεται μια νέα θεωρία που εξηγεί αυτά

που εξηγούσε η παλιά και μερικά επιπλέον. "Δεν υπάρχει επιλάθευση [διάψευση] πριν από την εμφάνιση μιας καλύτερης θεωρίας." (ο.π., σ. 124)

Επιπλέον, η άποψη για καθαρή και αντικειμενική παρατήρηση στις θετικές επιστήμες έχει ανασκευαστεί: οι επιστήμονες βλέπουν αυτό που μπορούν να δουν μέσα από το παράδειγμα που δουλεύουν (Kuhn, 2004, σ. 204-5), "ουδείς, λοιπόν, φυσικός (άρα ψυχολογικός) διαχωρισμός υφίσταται ανάμεσα σε παρατηρησιακές και θεωρητικές προτάσεις." (Lakatos 1986, σ. 92)

Η συνεχής διαδικασία αντικατάστασης των επιστημονικών θεωριών από νεότερες οδηγεί βαθμιαία πιο κοντά στην αλήθεια και στην αύξηση του πληροφοριακού περιεχομένου των θεωριών μας, και αυτή η εξέλιξη συνιστά την επιστημονική πρόοδο. Η ιστορία των επιστημών είναι γεμάτη από παραδείγματα τέτοιας προόδου, όπως η μετάβαση από την αριστοτελική μηχανική στη νευτώνεια θεωρία της βαρύτητας και κατόπιν στην θεωρία της σχετικότητας. Η πρόοδος που συνιστά η μετάβαση από τη νευτώνεια μηχανική στη θεωρία της σχετικότητας, δεν βρίσκεται στο ότι η δεύτερη δεν έχει ανωμαλίες. Βρίσκεται στο ότι η δεύτερη εξηγούσε ότι και η πρώτη είχε εξηγήσει, αλλά επιπλέον εξηγούσε και ορισμένες "ανωμαλίες" της νευτώνειας (μετάπτωση του περιηλίου του Ερμή).

Η *διαψευσιμότητα* μιας θεωρίας, δηλαδή η διατύπωσή της με τέτοιο τρόπο που να μπορούν να πραγματοποιηθούν δοκιμασίες διάψευσής της, αποτελεί το *διαχωριστικό κριτήριο μεταξύ επιστήμης και μεταφυσικής*. Έτσι, για παράδειγμα, η μαρξιστική ανάλυση της ιστορίας δεν είναι επιστήμη, αφού είναι διατυπωμένη έτσι, ώστε κάθε ιστορικό γεγονός να μην έρχεται σε αντίθεση με αυτήν, δηλαδή δεν είναι διαψεύσιμη. Είναι μια μεταφυσική θεωρία, καθόλα σεβαστή, αλλά, με το μέτρο του Ποππεριανού κριτηρίου της διαψευσιμότητας, δεν είναι επιστημονική. Εδώ, χρειάζεται να σημειωθεί η διαφωνία του Lakatos με αυτό το διαχωριστικό κριτήριο:

> "… αμβλύνω πολύ περισσότερο τον διαχωρισμό της [κατά Πόππερ] 'επιστήμης' από την [κατά Πόππερ] 'μεταφυσική': ούτε καν χρησιμοποιώ, πλέον, τον όρο 'μεταφυσική'. Μιλώ αποκλειστικά για επιστημονικά ερευνητικά προγράμματα ο 'σκληρός πυρήνας' των οποίων δεν είναι διαψεύσιμος…" (Lakatos, 1986, σ. 219)

Η ύπαρξη μεταφυσικών υποθέσεων στον πυρήνα των θεωριών (όπως π.χ. η υπόθεση ύπαρξης βαρυτικών δυνάμεων στη νευτώνεια μηχανική) δεν καθιστά αυτές τις θεωρίες μεταφυσικές, εφόσον μπορούν να παράγουν συμπεράσματα διαψεύσιμα από την παρατήρηση και το πείραμα.

Στα πλαίσια της σύγχρονης αναλυτικής επιστημολογίας, οι λειτουργίες της επιστήμης είναι η *περιγραφή*, η *εξήγηση*, η *πρόβλεψη* και ο *έλεγχος* των φαινομένων του φυσικού κόσμου. Επομένως, κεντρική θέση κατέχει η *αναζήτηση νόμων* με τους οποίους εξηγούνται οι παρατηρήσεις. Θα μπορούσαμε να διακρίνουμε δύο κατηγορίες επιστημονικών νόμων: καθολικούς (ή ντετερμινιστικούς) οι οποίοι εφαρμόζονται σε όλα τα φαινόμενα κάποιου είδους (κάθε Α είναι Β) και στατιστικούς (ή στοχαστικούς) οι οποίοι περιέχουν ένα μέτρο πιθανότητας (το x% των Α είναι Β). Οι νόμοι είναι απαραίτητο στοιχείο της εξήγησης και της πρόβλεψης ενός φαινομένου (ή γεγονότος ή περιστατικού).

Για παράδειγμα, το φαινόμενο της παλίρροιας στον πορθμό του Ευρίπου μπορεί να εξηγηθεί από τους νόμους του Νεύτωνα (ντετερμινιστικοί νόμοι) και τις συγκεκριμένες συνθήκες (μάζα, θέση, ταχύτητα, ιδιοσυχνότητα κλπ) που ικανοποιεί το σύστημα γης – σελήνης (αρχικοί όροι). Η επιτυχία (αλλά και η αποτυχία) πρόβλεψης της βροχής μετά από ένα μήνα σε κάποιο συγκεκριμένο τόπο μπορεί να εξηγηθεί από τους στατιστικούς νόμους της μετεωρολογίας (στοχαστικοί νόμοι) και από τις συνθήκες (ατμοσφαιρική πίεση, υγρασία κλπ) που επικρατούσαν τη στιγμή της πρόβλεψης (αρχικοί όροι).

Ο απώτερος στόχος της επιστήμης (σύμφωνα με την αναλυτική επιστημολογία) είναι η *διατύπωση νόμων σε μαθηματική μορφή*, όπως για παράδειγμα ο νόμος της παγκόσμιας έλξης $F = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$. Στην προσπάθεια μαθηματικής μοντελοποίησης των φυσικών νόμων, καθοριστική σημασία έχουν οι έννοιες και οι όροι που χρησιμοποιεί μια επιστημονική θεωρία, η σαφήνεια, η ακρίβεια και η μετρησιμότητά τους. Έτσι, οι έννοιες που έχουν την καλύτερη "συμπεριφορά" στα πλαίσια των παραπάνω εξηγητικών σχημάτων είναι οι ποσοτικές. Η εξέλιξη της ανθρώπινης γνώσης επέτρεψε την διαμόρφωση πολλών ποιοτικών εννοιών σε ποσοτικές (πχ. η κλίμακα της θερμοκρασίας αντικατέστησε τον ποιοτικό διαχωρισμό των σωμάτων σε ζεστό – κρύο).

Μια τέτοια επιστημονική αναζήτηση περιγραφών, εξηγήσεων και νόμων, δεν μπορεί να επηρεάζεται από αξίες και κρίσεις. Έτσι, στα πλαίσια της αναλυτικής επιστημολογίας, διατυπώνεται η αρχή της *αξιολογικής ουδετερότητας*: η επιστημονική πρακτική οφείλει να διαμορφώνεται και να εξελίσσεται μακριά από αξιολογικές κρίσεις και υιοθέτηση κάποιων αξιών ή απόρριψη άλλων. "Δεν υπάρχει επιστημονική θεμελίωση μιας ορισμένης στάσης μας απέναντι στον κόσμο ή, με άλλη διατύπωση, δεν είναι δυνατό να παραχθεί λογικά από το επιστημονικό σύστημα μια συγκεκριμένη ιεραρχία αξιών" (Γέμτος 2004, τ.α., σ. 49). Αυτό δεν σημαίνει ότι ο ερευνητής δεν έχει

δικαίωμα να έχει αξίες (όπως κάθε ελεύθερος πολίτης) και προτιμήσεις πχ. για το πώς θα χρησιμοποιηθεί το αποτέλεσμα της έρευνάς του. Σημαίνει ότι η έρευνα καθ' αυτή δεν μπορεί να επηρεάζεται από αξιολογικές κρίσεις και αυτό απηχεί την απαίτηση για αντικειμενικότητα της επιστήμης. Εδώ χρειάζεται να σημειωθεί η ύπαρξη διαφορετικών απόψεων, με χαρακτηριστικότερη εκείνη του Kuhn (2004, σ. 237) που αναφέρεται σε επιχειρήματα "κομψότητας", "απλότητας" και "καλαισθησίας" κατά τη φάση της αλλαγής θεωριών, δηλαδή σε αξιολογικές κρίσεις οι οποίες "σπάνια διατυπώνονται ξεκάθαρα" από τους επιστήμονες.

2.2.2 Το θετικιστικό παράδειγμα στις κοινωνικές και ανθρωπιστικές επιστήμες

Μία ισχυρή άποψη στα πλαίσια της αναλυτικής επιστημολογίας υιοθετεί την αρχή του *μεθοδολογικού μονισμού*: ότι οι ίδιες μεθοδολογικές αρχές είναι (ή πρέπει να είναι) χαρακτηριστικό όλων των εμπειρικών επιστημών.

> "[Ο]ι φυσικές και οι κοινωνικές επιστήμες οργανώνονται ως πληροφοριακές δραστηριότητες με βάση τις ίδιες μεθοδολογικές αρχές, …το αντικείμενο της έρευνας δεν καθορίζει τη γνωστική μας στάση που είναι αποτέλεσμα βασικών ρυθμιστικών επιλογών (οι ιδιομορφίες του αντικειμένου αντανακλώνται στις τεχνικές που διαφέρουν όχι μόνο μεταξύ των φυσικών και κοινωνικών επιστημών – αλλά και μεταξύ επιστημών που ανήκουν στην κάθε ομάδα)." (Γέμτος, 2004, τ.α, σ.164)
>
> "Ο μεθοδολογικός μονισμός επιλέγει … την κατασκευή μιας πληροφοριακής δραστηριότητας που επιδιώκει εξήγηση και πρόβλεψη των φαινομένων της πραγματικότητας. Η απόφαση να συλλεχθούν αντικειμενικές πληροφορίες συνεπάγεται την εφαρμογή της αξιολογικής ουδετερότητας που αποκλείει τη δημιουργία χωριστών κανονικών – δεοντολογικών επιστημών." (ο.π., σ.494)

Ο Popkewitz (αναφέρεται στο Romberg, 1992) περιγράφει τις εξής αλληλοσχετιζόμενες υποθέσεις που διαμορφώνουν το θετικιστικό παράδειγμα:

- η καθολικότητα της θεωρίας
- η δέσμευση σε μια αμερόληπτη επιστήμη, στην ανεξαρτησία της από τις αξίες και τους στόχους των ανθρώπων
- η πεποίθηση ότι ο κοινωνικός κόσμος αποτελείται από διακριτές μεταβλητές οι οποίες αλληλεξαρτώνται με αιτιώδεις σχέσεις

- η πεποίθηση της τυποποιήσιμης γνώσης που περιέχει την σαφήνεια και ακρίβεια των μεταβλητών πριν την έρευνα
- η εμπιστοσύνη στα μαθηματικά κατά τη διαμόρφωση της θεωρίας, που περιέχει την ποσοτικοποίηση των μεταβλητών και την λογικοπαραγωγική δομή της γνώσης.

Οι Cohen & Manion (1994) αναφέρουν ως "επιστημονική μέθοδο" τα παρακάτω στάδια ανάπτυξης που χαρακτηρίζουν μια επιστήμη ανεξάρτητα από το αν το αντικείμενό της είναι ο φυσικός, υλικός κόσμος ή τα κοινωνικά φαινόμενα:

"1. Ορισμός της εν λόγω επιστήμης και εντοπισμός των φαινομένων που θα πρέπει να υπαχθούν σε αυτήν.

2. Παρατηρησιακό στάδιο, κατά το οποίο εντοπίζονται και χαρακτηρίζονται οι σχετικοί παράγοντες, οι μεταβλητές ή τα στοιχεία και κατά το οποίο αναπτύσσονται κατηγορίες και ταξινομίες.

3. Έρευνα συσχετισμών, κατά την οποία μεταβλητές και παράμετροι συσχετίζονται μεταξύ τους και ενοποιούνται συστηματικά οι πληροφορίες καθώς αρχίζουν να αναπτύσσονται οι θεωρίες.

4. Ο συστηματικός και ελεγχόμενος χειρισμός μεταβλητών, προκειμένου να φανεί εάν τα πειράματα δίνουν τα αναμενόμενα αποτελέσματα, προχωρώντας έτσι από τη συσχέτιση στην αιτιότητα.

5. Η αυστηρή θέσπιση ενός σώματος θεωρίας καθώς συσσωρεύονται τα αποτελέσματα των προηγούμενων σταδίων. Ανάλογα με τη φύση των φαινομένων που υποβάλλονται σε εξονυχιστική εξέταση, μπορούν να διατυπωθούν και να συστηματοποιηθούν νόμοι.

6. Η χρήση των καθιερωμένων θεωριών για την επίλυση προβλημάτων ή ως πηγή περαιτέρω υποθέσεων." (σελ. 38)

Έχει ενδιαφέρον να παρατηρήσουμε ότι το θετικιστικό πρότυπο έτσι όπως εμφανίζεται στις κοινωνικές επιστήμες, έχει ήδη διαφορές από το πρότυπο των φυσικών επιστημών, δηλαδή από την εφαρμογή του στη φυσική, την αστρονομία κλπ. Αυτές, μπορεί να είναι διαφορές έντασης, όπως για παράδειγμα η διατύπωση νόμων "ανάλογα με τη φύση των φαινομένων" οι οποίοι μπορεί να μην είναι κατ' ανάγκην ποσοτικοί και η υιοθέτηση κάποιων μεθόδων ποιοτικής έρευνας (πχ κάποια είδη συνέντευξης). Κάποιες φορές όμως, αυτές οι διαφορές από τις φυσικές επιστήμες υποδηλώνουν τη διαφορετική φύση του αντικειμένου και ίσως και μια διαφορετική στάση του επιστήμονα απέναντι στη γνώση του αντικειμένου. Τέτοιου είδους "προσαρμογές" οφείλονται στην αναγνώριση ιδιαιτεροτήτων:

"Πρέπει ωστόσο εδώ να παρατηρηθεί, ότι υπάρχει ένα σημαντικό στοιχείο που συμβάλλει στη μεγαλύτερη συνθετότητα των κοινωνικών φαινομένων (και που φαίνεται να αναιρεί τα γνωστικά πλεονεκτήματα του ορθολογικού στοιχείου): το γεγονός ότι το αντικείμενο των κοινωνικών επιστημών περιέχει επιστημικά στοιχεία (αντίληψη της κατάστασης, προσδοκίες κλπ) που δημιουργούν δυσκολίες στη συλλογή του εμπειρικού υλικού, αλλά και στην αναλυτική του προσέγγιση (αφού περιέχουν μηχανισμούς ανατροφοδότησης)." (Γέμτος, σ. 227)

"…τα κοινωνικά φαινόμενα ανήκουν σε ανοικτά συστήματα που δέχονται εγγενώς επιδράσεις από βιολογικές και φυσικές δυνάμεις, ώστε κοινωνικές υποθέσεις και θεωρίες προσφέρουν ανεξάλειπτα ατελείς εξηγήσεις" (ο.π. σ. 241)

Στο παραπάνω πλαίσιο που διαμορφώνεται από το θετικιστικό παράδειγμα, οι ερευνητικές μέθοδοι αναμένεται να είναι κυρίως ποσοτικές: επισκοπήσεις, έρευνες μεγάλης κλίμακας, πειράματα, χρήση στατιστικών εργαλείων για έλεγχο υποθέσεων και συσχέτιση.

Για την έλξη που ασκεί ο θετικισμός στους κοινωνικούς επιστήμονες οι Cohen & Manion (1994, σ. 26) αναφέρουν τα λόγια του Acton, ο οποίος το 1975 υποστηρίζει:

"Ο θετικισμός κερδίζει μεγάλο μέρος της δύναμής του από την αντίθεση μεταξύ της συνεχούς και κοινά αποδεκτής μεθόδου, η οποία έχει επιτευχθεί στις φυσικές επιστήμες από την εποχή του Γαλιλαίου, και της κατάστασης αδιεξόδου και διαφωνίας, η οποία επικρατούσε πάντα στη μεταφυσική φιλοσοφία. Αυτή η αντίθεση φαίνεται να υποδηλώνει ότι στις ειδικές επιστήμες χρησιμοποιείται μια γόνιμη μέθοδος, ενώ οι μεταφυσικοί φιλόσοφοι έχουν χαθεί σε ένα πνευματικό αδιέξοδο."

2.2.3 Το θετικιστικό παράδειγμα στη Διδακτική των Μαθηματικών

Μια χαρακτηριστική θετικιστική προσέγγιση για τη ΔΜ είναι εκείνη που διατυπώθηκε από τον Begle (1969) στο πρώτο συνέδριο ICME:

"Έχω ελάχιστες ελπίδες για οποιαδήποτε σημαντική βελτίωση της μαθηματικής εκπαίδευσης μέχρι να μετατρέψουμε τη ΔΜ σε μια πειραματική επιστήμη, μέχρι να εγκαταλείψουμε την εμπιστοσύνη μας σε φιλοσοφικές συζητήσεις βασισμένες σε αμφίβολες υποθέσεις και να ακολουθήσουμε το πρότυπο της προσεκτικής συσχέτισης της παρατήρησης με τη θεωρητικοποίηση, το πρότυπο που τόσο πετυχημένα χρησιμοποιείται από τους φυσικούς επιστήμονες.

Πρέπει να ακολουθήσουμε τις διαδικασίες που χρησιμοποιούν οι συνάδελφοί μας στη φυσική, τη χημεία, τη βιολογία κλπ με σκοπό να οικοδομήσουμε μια θεωρία της μαθηματικής εκπαίδευσης (ας τονίσω ότι μιλάω για τους επιστήμονες [scientists], όχι για τους διδακτικούς των επιστημών [science educators]. Η διδακτική των επιστημών σήμερα δεν είναι σε καλύτερη κατάσταση από τη διδακτική των μαθηματικών). Πρέπει να αρχίσουμε με εκτεταμένες, προσεκτικές, εμπειρικές παρατηρήσεις της διδασκαλίας και της μάθησης των μαθηματικών. Οι όποιες κανονικότητες σημειώνονται σ' αυτές τις παρατηρήσεις θα οδηγούν στη διατύπωση υποθέσεων. Αυτές οι υποθέσεις μπορούν μετά να ελεγχθούν έναντι περαιτέρω παρατηρήσεων, να εκλεπτυνθούν και να οξυνθούν κοκ."

Τα χαρακτηριστικά της γνώσης γύρω από τα φαινόμενα της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών στα πλαίσια του θετικιστικού παραδείγματος είναι:

- η γνώση είναι αντικειμενική, δεν εξαρτάται από τον γνώστη της,
- γνώση σημαίνει ανακάλυψη κανονικοτήτων ή νόμων με γενική ισχύ, που περιγράφουν, εξηγούν και προβλέπουν τα φαινόμενα,
- η γνώση πρέπει να στηρίζεται στην παρατήρηση και το πείραμα,
- η γνώση είναι ελεύθερη αξιών.

Θα μπορούσαμε να ανιχνεύσουμε το θετικιστικό πρότυπο στο χώρο της ΔΜ κυρίως σε παλαιότερες έρευνες αλλά και σε αρκετές πρόσφατες. Οι πειραματικές μέθοδοι, στις οποίες οι τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής αλλάζουν μετά από ελεγχόμενη αλλαγή στις τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής, εκφράζουν την προσπάθεια ανακάλυψης *κανονικοτήτων και αιτιωδών σχέσεων*. Βέβαια, ένα πείραμα απαιτεί τον έλεγχο όλων των μεταβλητών για τη διασφάλιση της εγκυρότητας του συμπεράσματος, δηλαδή ότι η αλλαγή στην εξαρτημένη οφείλεται στην αλλαγή της ανεξάρτητης μεταβλητής και όχι σε άλλους παράγοντες. Οι ποσοτικές έρευνες που χρησιμοποιούν στατιστικά εργαλεία (έλεγχο υποθέσεων, παραγοντική ανάλυση, παλινδρόμηση, συσχέτιση κλπ), θα μπορούσαν να ειδωθούν και ως προσπάθειες ανίχνευσης κάποιων κανονικοτήτων, με απώτερο σκοπό τη διατύπωση *στατιστικών νόμων* για την περιγραφή, εξήγηση και πρόβλεψη των φαινομένων. Έτσι, κατά τον στατιστικό έλεγχο υποθέσεων, η απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης στηρίζει πιθανολογικά την εναλλακτική υπόθεση (που είναι η υπόθεση της έρευνας). Αυτό μπορεί να περιγραφεί ως έλεγχος αν τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τη θεωρία (οι υποθέσεις) συμφωνούν με την πραγματικότητα. Οι συντελεστές και άλλα κριτήρια συσχέτισης, η παραγοντική ανάλυση και η παλινδρόμηση μπορούν να περιγραφούν ως προσπάθεια ανακάλυψης των παραγόντων

και του βαθμού συμμετοχής τους στη διαμόρφωση ενός φαινομένου και ως προσπάθεια *πρόβλεψης* ενός φαινομένου από κάποιο άλλο.

Έτσι, οι στόχοι της ποσοτικής έρευνας επικεντρώνονται κυρίως στην περιγραφή κάποιου φαινομένου και στη συσχέτιση μεταξύ φαινομένων (ή μεταβλητών ή παραγόντων). Οι συσχετίσεις μεταξύ μεταβλητών δεν φτάνουν (προς το παρόν;) μέχρι του σημείου που θα μπορούσε κανείς να μιλήσει για διατύπωση νόμων – και πολύ περισσότερο ποσοτικών νόμων. Όμως, με την προσδοκώμενη εκλέπτυνση των θεωριών και των ερευνών ο στόχος θα μπορούσε να είναι η διατύπωση νόμων της μορφής "με δεδομένη την ύπαρξη των φαινομένων A_1, A_2, …, υπάρχει x% πιθανότητα να εμφανιστεί το φαινόμενο B".

Ο στόχος της συλλογής ποσοτικών δεδομένων προς επεξεργασία, απαιτεί την ύπαρξη μετρήσιμων εννοιών και όρων, δηλαδή την διατύπωση *λειτουργικών ορισμών*. Συνήθως ο λειτουργικός ορισμός επιχειρεί να "μεταφράσει" μια έννοια "σε παρατηρήσιμα γεγονότα μέσω διαδικασιών μέτρησης ή άμεσης παρατήρησης των αντίστοιχων φαινομένων" (Γέμτος, σ. 178) και έτσι χρησιμοποιεί το ίδιο το εργαλείο μέτρησης. Για παράδειγμα, ορίζουμε ως μαθηματική ικανότητα την επίδοση των μαθητών σε μια συγκεκριμένη δοκιμασία. Τέτοιου είδους ορισμοί οδηγούν μερικές φορές σε ταυτολογίες, αφού δεν θα μπορούσε να θεωρηθεί έγκυρη η μέτρηση μιας ικανότητας μέσω ενός εργαλείου που συγχρόνως χρησιμοποιείται ως λειτουργικός ορισμός της μετρούμενης ικανότητας (Schoenfeld, 2002). Η χρήση διαφορετικών εργαλείων μέτρησης και λειτουργικών ορισμών από διαφορετικούς ερευνητές στο ίδιο θέμα, συχνά οδηγεί σε διαφορετικά ευρήματα και συμπεράσματα, δυσκολία σύγκρισης και σύνθεσης των αποτελεσμάτων, κάτι που φαίνεται έντονα σε έρευνες για τις στάσεις και τις πεποιθήσεις για τα μαθηματικά (Leder & Forgasz, 2002, McLeod & McLeod, 2002)

Ισχυρό σημείο των θετικιστικών προσεγγίσεων θεωρείται το ότι μπορούν να οδηγούν σε συμπεράσματα *γενικεύσιμα σε όλο τον πληθυσμό* από τον οποίο προέρχεται το δείγμα. Η γενικευσιμότητα επιδιώκεται – ανάμεσα σε άλλα – με τεχνικές στατιστικής δειγματοληψίας, ώστε να εξασφαλίζεται ότι το δείγμα είναι αντιπροσωπευτικό του πληθυσμού. Παρόλα αυτά, πρέπει να επισημανθεί ότι οι έρευνες που χρησιμοποιούν τεχνικές τυχαίας δειγματοληψίας (και όχι ευκαιριακό δείγμα) είναι σχετικά σπάνιες, για λόγους αυξημένων απαιτήσεων σε χρόνο και χρηματοδότηση. Ο

Schoenfeld (2000) ισχυρίζεται ότι οι μεγάλης κλίμακας έρευνες με χρήση στατιστικών μεθόδων επεξεργασίας είναι πολύτιμες όταν:

α) παράγουν γενικά ευρήματα σχετικά με έναν πληθυσμό, όπως για παράδειγμα το συμπέρασμα της Artigue (1999) ότι πάνω από το 40% των φοιτητών που εισέρχονται στα Γαλλικά πανεπιστήμια θεωρούν ότι αν δύο αριθμοί A και B έχουν μικρότερη απόσταση από $1/N$ για κάθε θετικό N, τότε δεν είναι αναγκαία ίσοι, αλλά απείρως κοντά.

β) παρέχουν σαφείς συγκρίσεις μεταξύ δύο ή περισσότερων πληθυσμών, όπως κάνει η έρευνα της TIMSS για αρκετά κράτη και σε ένα εύρος μαθηματικού περιεχομένου.

γ) παρέχουν υποστήριξη και γενικεύουν ευρήματα μικρότερης κλίμακας παρατηρήσεων.

Ένα πλεονέκτημα, που θεωρείται ότι έχουν οι ποσοτικές και στατιστικές μέθοδοι, είναι η αυξημένη *εγκυρότητα και αξιοπιστία*. Η χρήση συγκεκριμένων στατιστικών δεικτών (π.χ. δείκτης α του Cronbach για την αξιοπιστία των απαντήσεων σε ερωτηματολόγια) αλλά περισσότερο η γενικότερη αντίληψη περί του αναμφισβήτητου των στατιστικών δεδομένων, παρέχουν μια αίσθηση αντικειμενικής αποτύπωσης της πραγματικότητας. Παρόλα αυτά υπάρχουν και απασχολούν κάθε ερευνητή, τα μεγάλα θέματα της εγκυρότητας των εργαλείων που χρησιμοποιούνται για μετρήσεις και των συμπερασμάτων που προκύπτουν από τα δεδομένα, αλλά και της αξιοπιστίας στη συλλογή των δεδομένων (βλ. παράγρ. 3.1.13).

Το αίτημα της αξιολογικής ουδετερότητας, στα πλαίσια του θετικιστικού παραδείγματος, εντοπίζεται στη φάση της έρευνας. Ενώ στην επιλογή των προς διερεύνηση θεμάτων και στη χρήση των αποτελεσμάτων της έρευνας μπορεί να υπεισέρχονται αξιολογικές κρίσεις (υποκειμενικά ενδιαφέροντα, προτιμήσεις και αξίες του ερευνητή, χρηματοδότηση από ποιον και για ποιο σκοπό, κλπ) η φάση της καθαυτό έρευνας και η αξιολόγησή της πρέπει να μην περιλαμβάνει δεσμεύσεις σε αξίες. Ο ερευνητής (σ' αυτή τη φάση) *θα πρέπει να ασχολείται μόνο με δεδομένα και εξηγήσεις*, ανεξάρτητα από το που οδηγούν. Για να το πετύχει αυτό, πρέπει να είναι ενήμερος των πιθανών προκαταλήψεών του και να μπορεί να τις ελέγξει ώστε να μην επηρεάσουν την έρευνα.

2.2.4 Κριτικές στο θετικιστικό παράδειγμα

Η σύνδεση του θετικιστικού παραδείγματος στη ΔΜ με τον συμπεριφορισμό αποτελεί μια εξήγηση του όγκου των επιθέσεων που έχει δεχτεί από τους ερευνητές. Η κατάρρευση του συμπεριφορισμού (τουλάχιστον ως σαφής και διακηρυγμένη οπτική της επιστημονικής κοινότητας) οδήγησε σε αμφισβήτηση τις βασικές παραδοχές της θετικιστικής παράδοσης. Κάποιοι θεωρούν ότι το θετικιστικό παράδειγμα είναι "φιλοσοφικώς ετοιμοθάνατο" (Howe, 2001). Αυτό όμως δεν σημαίνει ότι αυτές οι παραδοχές και η ατμόσφαιρα του "επιστημονισμού" δεν επιβιώνουν ρητά ή υπόρρητα μέσα στην πρακτική πολλών ερευνητών και σήμερα.

Τα πυρά της κριτικής πρώτα απ' όλα τα έχει δεχτεί η χρήση των στατιστικών μεθόδων. Οι μέθοδοι που αναπτύχθηκαν σε άλλα πεδία έρευνας (βιολογία, ιατρική, αγροτική τεχνολογία) μεταφέρθηκαν στην εκπαίδευση. Αλλά στα πεδία που αναπτύχθηκαν οι μέθοδοι του ελέγχου υποθέσεων, μπορούν να σταθεροποιηθούν οι άλλες μεταβλητές εκτός της ανεξάρτητης και της εξαρτημένης, *κάτι που σπανίως μπορεί να γίνει στην εκπαιδευτική έρευνα.* Και η ανάλυση συσχετισμών, η παλινδρόμηση και η παραγοντική ανάλυση, κανονικά απαιτούν οι σχέσεις να είναι γραμμικές και οι επιδράσεις προσθετικές, υποθέσεις που είναι αμφισβητήσιμες (Kilpatrick, 1992).

Η απομόνωση και ο έλεγχος των μεταβλητών είναι πολύ δύσκολη υπόθεση, και ποτέ δεν επιτυγχάνεται πλήρως. Για παράδειγμα, οι διαφορετικές συνθήκες διδασκαλίας στις δύο όμοιες ομάδες (πειραματική και ελέγχου) ενός πειράματος δημιουργούν πολλές αμφιβολίες για το ποιος παράγοντας έκανε την αλλαγή στην εξαρτημένη μεταβλητή (π.χ. την επίδοση των μαθητών σε ένα τεστ). Είναι ο αιτιώδης παράγοντας η ανεξάρτητη μεταβλητή (π.χ. η χρήση υπολογιστή υποβοηθητικά της διδασκαλίας); Είναι ο διαφορετικός δάσκαλος; Κι αν ο ίδιος δάσκαλος έκανε και τις δύο διδασκαλίες, μήπως στη μία από τις δύο έδωσε μεγαλύτερο βάρος (π.χ. επειδή η καινοτόμα παρέμβαση πάντα έλκει το ενδιαφέρον μας); Μήπως υπήρξαν γεγονότα που επηρέασαν την προσοχή ή το ενδιαφέρον των μαθητών ενώ πέρασαν απαρατήρητα από τον ερευνητή; Ακόμα και η διαφορά στην ώρα που έγιναν τα δύο μαθήματα μπορεί να επηρεάζει το αποτέλεσμα. Η Sierpinska (2004) σχολιάζοντας μια αναφορά έρευνας σχετικά με την δημιουργία εικασιών και αποδείξεων στη γεωμετρία από μαθητές σε διαφορετικά περιβάλλοντα (ένα με μηχανικές συνδέσεις και ένα με χρήση του Cabri)

καταλήγει: "παρά το ότι οι δύο μαθησιακές καταστάσεις ήταν διαφορετικές από πολλές απόψεις, και μόνο δύο ζευγάρια μαθητών παρατηρήθηκαν, ο συγγραφείς δείχνουν τη χρήση του Cabri ως κύριου παράγοντα επιτυχίας του ενός ζευγαριού"

Αλλά, πηγαίνοντας λίγο πιο βαθιά, *γιατί να θέλουμε να απομονώσουμε τους παράγοντες που επηρεάζουν ένα φαινόμενο*; Είναι πλέον αποδεκτό ότι, η ίδια η πολυπλοκότητα των φαινομένων και οι πολλές όψεις τους είναι τα χαρακτηριστικά που κάνουν τα φαινόμενα να είναι αυτά που είναι. Αν μπορούσαν να αναλυθούν σε απομονωμένους παράγοντες δεν θα ήταν τα ίδια. Για παράδειγμα, η μελέτη της επίδρασης του περιεχομένου του προβλήματος στην επίλυση προβλήματος από τους μαθητές εμπλέκει πολλούς γνωστικούς, πολιτισμικούς, και κοινωνιολογικούς παράγοντες και απαιτεί μακροχρόνια παρατήρηση στην τάξη. Δεν αρκεί η μέτρηση μέσω κάποιων προβλημάτων σε μια δεδομένη χρονική στιγμή (Boero & Szendrei, 1998). Τα συστήματα που αποτελούν προτεραιότητα για τη ΔΜ

> "είναι πολύπλοκα, δυναμικά, συνεχώς προσαρμοζόμενα και αυτορυθμιζόμενα συστήματα, και οι συμπεριφορές τους και οι "τρόποι σκέψης" τους δεν μπορούν να περιγραφούν με τεχνητούς τρόπους χρησιμοποιώντας απλοϊκούς κανόνες εισόδου – εξόδου (ή απλές αλγεβρικές ή πιθανολογικές εξισώσεις) που αγνοούν αναδυόμενα φαινόμενα και κύκλους ανατροφοδότησης στους οποίους δεύτερης τάξης επιδράσεις συχνά υπερτερούν των επιδράσεων πρώτης τάξης" (English et αl 2002).
>
> Οι παράγοντες αυτών των συστημάτων "…μπορεί να μην είναι δυνατό να απομονωθούν γιατί η φύση τους μπορεί να αλλάξει αν διαχωριστούν από τα πολύπλοκα ολιστικά συστήματα στα οποία είναι ενσωματωμένοι" (ο.π).

Η ισχυρή εμπιστοσύνη προς τις στατιστικές μεθόδους δείχνει, σύμφωνα με την Batanero (2000) ότι προσδοκούμε από αυτές "*περισσότερα από αυτά που μπορούν να μας παρέχουν* και βαθύτερα αυτής της προσδοκίας είναι το φιλοσοφικό πρόβλημα της εύρεσης επιστημονικών κριτηρίων για να δικαιολογήσουμε τους επαγωγικούς συλλογισμούς" (ο τονισμός δικός μας). Συχνά η χρήση των στατιστικών τεστ εφαρμόζεται στην τελευταία από μια σειρά υποθέσεων, και το αποτέλεσμα που παρέχει ανάγεται με ευκολία στην αρχική υπόθεση. Η Batanero αναφέρει ως παράδειγμα τη σειρά συλλογισμών 1: "αν η μάθηση επηρεάζεται από τις αναπαραστάσεις, τότε η χρήση υπολογιστών θα επηρεάσει τη μάθηση της στατιστικής", 2: "Αν οι υπολογιστές επηρεάζουν τη μάθηση της στατιστικής, τότε η χρήση τους θα αυξάνει τις μέσες επιδόσεις των φοιτητών", 3: "αν ισχύουν τα παραπάνω, τότε η μέση επίδοση στην πειραματική ομάδα θα είναι ψηλότερη από εκείνη της ομάδας ελέγχου". Ο τελευταίος

συλλογισμός συνιστά την υπόθεση του ερευνητή και η αντίθετή της την μηδενική υπόθεση. Αν η διαφορά επιδόσεων μεταξύ των δύο ομάδων θεωρηθεί ότι είναι στατιστικά σημαντική, τότε θα μπορούσε κάποιος να ισχυριστεί – αυθαίρετα βέβαια – ότι επιβεβαιώθηκε ο αρχικός ισχυρισμός (1). Ωστόσο, οι (1), (2) και (3) *περιέχουν συμπερασμούς οι οποίοι μένουν έξω από τους ελέγχους μας*. Ακόμα κι αν οι χειρισμοί μας μέσα στο τυπικό σύστημα της στατιστικής (π.χ. οι υπολογισμοί της στατιστικής σημαντικότητας) είναι σωστοί, "δεν υπάρχει εγγύηση ότι η ερμηνεία των αποτελεσμάτων του τυπικού συστήματος θα αντανακλούν με ακρίβεια πλευρές του πραγματικού κόσμου…" (Schoenfeld, 2002). Η Adda (1998), αναφερόμενη στις στατιστικές αναλύσεις ερωτηματολογίων, δηλώνει: "Ξέρουμε τώρα ότι η ερμηνεία των απαντήσεων στις ερωτήσεις δεν είναι καθόλου προφανής. Αντιθέτως, εκεί βρίσκεται η πολυπλοκότητα."

Αυτή η συζήτηση φέρνει στην επιφάνεια το "χάσμα μεταξύ των μαθητών ως πηγή δεδομένων και των αναλυτών και ερμηνευτών αυτών των δεδομένων." (Hunting, 1997) Με τη χρήση παραδοσιακών ποσοτικών μεθόδων, συχνά αγνοούνται τα διϋποκειμενικά νοήματα που διαμορφώνονται κατά τη διάρκεια των αλληλεπιδράσεων στην τάξη. Αυτά τα νοήματα είναι έξω από το οπτικό πεδίο τέτοιων μεθόδων, *δεν είναι ούτε αναγνωρίσιμα, ούτε μετρήσιμα από αυτές* (Eisenhart, 1988). Κι όμως είναι αυτά που ίσως ερμηνεύουν το πώς αναδύονται τα φαινόμενα.

Η κυριαρχία του θετικιστικού παραδείγματος μέχρι και τη δεκαετία του '80 ευθύνεται για την *ενοχοποίηση και περιθωριοποίηση* άλλων προσεγγίσεων (Ernest, 2004). Η πεποίθηση ότι, για να ληφθεί σοβαρά υπόψη μια έρευνα πρέπει να είναι ποσοτική, ήταν πολύ ισχυρή (Adda, 1998). Οι Ellerton & Clements (1998) αλλά και ο Schoenfeld (2002) αναφέρονται σε αυτή την πλευρά λέγοντας ότι η προσήλωση στον επιστημονισμό του θετικιστικού παραδείγματος έδεσε (straitjacketed) τη σκέψη της επιστημονικής κοινότητας της ΔΜ για αρκετά χρόνια. Παρόμοια κριτική ασκείται και για πιο πρόσφατες αποφάσεις αποκλεισμού των μη πειραματικών μεθόδων ως μη "αντικειμενικών" και "επιστημονικών" ή τη διατύπωση "χρυσών κανόνων" για την έρευνα που οδηγούν σε οπτικές του 60 (Kilpatrick, 2001, Eisenhart, 2006).

Παρά τις σκληρές εκφράσεις που μπορεί να βρει κανείς σε κείμενα της τελευταίας δεκαετίας και τις διαμάχες που είχαν προηγηθεί, κανείς δεν αρνείται ότι οι ερευνητές που προσπαθούσαν να εφαρμόσουν στη ΔΜ το παράδειγμα των θετικών επιστημών κινούνταν από τη θέληση να καθιερώσουν τη ΔΜ ως πλήρη επιστήμη μεταξύ των

υπολοίπων επιστημών. Ούτε θεωρεί κανείς ότι οι ποσοτικές μέθοδοι έρευνας πρέπει να εγκαταλειφθούν οριστικά από τους ερευνητές.

2.3 Το ερμηνευτικό παράδειγμα

Στις επιστήμες που ενδιαφέρονται για τις εκούσιες πράξεις των ανθρώπων (π.χ. ιστορία, πολιτισμική ανθρωπολογία) η εξήγηση και η ερμηνεία των γεγονότων απαιτεί μια θεώρηση των πεποιθήσεων και των επιθυμιών των ανθρώπων που δρουν. Μια ανθρώπινη πράξη, ένα ιστορικό γεγονός, ένα ανθρώπινο δημιούργημα, μπορεί να ερμηνευθεί μόνο μέσω της κατανόησης των σκέψεων, των οπτικών, των πεποιθήσεων και των στόχων των υποκειμένων. Αυτή η ερμηνεία προϋποθέτει τη γνώση του πως ο άνθρωπος αντιλαμβάνεται και νοηματοδοτεί τον κόσμο γύρω του. Το ερμηνευτικό παράδειγμα, που είναι κυρίαρχο στις ανθρωπιστικές επιστήμες, έχει σημαντική επίδραση και στις κοινωνικές επιστήμες.

2.3.1 Το ερμηνευτικό παράδειγμα στις κοινωνικές και ανθρωπιστικές επιστήμες

Η επιστημονική πρακτική στις ανθρωπιστικές επιστήμες και σε πολλά πεδία των κοινωνικών επιστημών δεν ακολουθεί την πορεία των φυσικών επιστημών: η ερμηνεία των φαινομένων αντικαθιστά πολλές φορές την νομολογική εξήγησή τους, οι ποιοτικές μέθοδοι έρευνας χρησιμοποιούνται παράλληλα με τις ποσοτικές (και σε πολλά πεδία οι ποιοτικές κυριαρχούν) και συχνά βλέπουμε αξιολογικούς και ρυθμιστικούς στόχους να είναι αναπόσπαστο μέρος αρκετών επιστημονικών πεδίων.

Η κεντρική έννοια που βρίσκεται στη βάση των παραπάνω απόψεων και πρακτικών είναι η έννοια της *ερμηνείας*.

> "Η παράδοση αυτή επιθυμεί να καταστήσει τις κοινωνικές επιστήμες «ερμηνευτικές». Η κεντρική θέση της είναι ότι η κοινωνία πρέπει να κατανοηθεί εκ των έσω, μάλλον, παρά να εξηγηθεί εκ των έξω. Αντί να αναζητάμε τις αιτίες της συμπεριφοράς των υποκειμένων, επιδιώκουμε να συλλάβουμε το νόημα της δράσης. Οι πράξεις αποκτούν το νόημά τους από τις κοινές ιδέες και κανόνες της κοινωνικής ζωής και επιτελούνται από παράγοντες που τις νοηματοδοτούν." (Hollis, 2005, σ.31)

Το ζητούμενο δεν είναι να εξηγήσουμε τις πράξεις, αλλά να τις εντάξουμε σε ένα γενικότερο σύστημα σκοπών, επιδιώξεων και πεποιθήσεων του ατόμου και σε ένα πλαίσιο κοινωνικών κανόνων και πρακτικών της ομάδας, και έτσι να τις κάνουμε κατανοητές.

Μια τέτοια προσέγγιση συνεπάγεται σημαντικές διαφορές μεταξύ θετικιστικού και ερμηνευτικού παραδείγματος όσον αφορά την *θέση από την οποία παρατηρούμε* τον κόσμο. Η επιστημονική μέθοδος του αστρονόμου που παρατηρεί μέσω του τηλεσκοπίου του την Αφροδίτη, ή προβλέπει μια έκλειψη ηλίου, είναι η μέθοδος του *θεατή*. Η βασική της υπόθεση – έστω υπόρρητη – είναι ότι η φύση είναι ανεξάρτητη από τις πεποιθήσεις του ανθρώπου. Ακόμα κι αν δεχτούμε το ρόλο του θεατή για τον κοινωνικό επιστήμονα, θα πρέπει αυτός να βλέπει τουλάχιστον τόσα, όσα βλέπουν και τα υποκείμενα της μελέτης του, δηλαδή θα πρέπει να ανακατασκευάσει ορθολογικά τη δική τους άποψη. Οι ανθρώπινες πράξεις επηρεάζονται – αν όχι καθορίζονται – από σκοπούς, κίνητρα, αξίες, συναισθήματα, αλλά και από κανόνες της κοινωνικής ζωής, από την προσδοκώμενη απόκριση των άλλων, από τις συμβάσεις και τις πρακτικές της ομάδας. Οπότε, η κατανόηση μιας πράξης, η σύλληψη του νοήματός της, προαπαιτεί τη σύλληψη όλων αυτών των παραμέτρων, δηλαδή του νοήματος που δίνει ο πράτων σ' αυτή. Με αυτή την έννοια ο ρόλος του κοινωνικού επιστήμονα δεν είναι εκείνος του θεατή ή παρατηρητή αλλά αυτός του *συμμέτοχου*, του "*εκ των έσω*" ερμηνευτή.

> "Αν χρειάζεται ερμηνεία ορισμένων πληροφοριών για να γνωρίζουμε ότι κάποιος βλέπει ένα ανθρώπινο σώμα με το χέρι υψωμένο, τότε, απαιτείται μια δεύτερη ερμηνεία για να γνωρίζουμε ότι το σώμα αυτό αποχαιρετά κάποιον." (Hollis, σ. 171)

Η άποψη του αντικειμενικού παρατηρητή στις φυσικές επιστήμες συνδέεται με μια παραδοχή για τη *δυνατότητα αντικειμενικής παρατήρησης*, μακριά από οποιαδήποτε θεωρητική οπτική (καθαρή, α-θεωρητική παρατήρηση σύμφωνα με τον Lakatos, σ.91). Ωστόσο, η παραδοχή αυτή έχει υποστεί συντριπτική κριτική: δεν υπάρχει παρατήρηση ουδέτερη και αντικειμενική, που να μην επηρεάζεται από τη θεωρία είτε άμεσα (ποια είναι τα ερωτήματα, τι ακριβώς αναζητούμε και ποιες έννοιες χρησιμοποιούμε για να περιγράψουμε την παρατήρηση) είτε έμμεσα (θεωρίες που οδηγούν στη διαμόρφωση οργάνων παρατήρησης και μέτρησης). "… δεν υπάρχουν και δεν μπορούν να υπάρξουν αισθητηριακά δεδομένα αδιαπότιστα από κάποιες θεωρητικές προσδοκίες" (Lakatos, 1986, σ. 92)

"Ο επιστήμονας ή ο φιλόσοφος που εξετάζει ποιες μετρήσεις ή ποιες οπτικές αποτυπώσεις κάνουν ένα εκκρεμές να είναι αυτό που είναι, πρέπει ο ίδιος να είναι σε θέση να αναγνωρίζει ένα εκκρεμές, όταν το βλέπει. … αν και οι ερωτήσεις για οπτικές αποτυπώσεις ή για τις συνέπειες ορισμένων εργαστηριακών διεργασιών είναι πάντοτε έγκυρες και πολλές φορές εξαιρετικά γόνιμες, ωστόσο πάντοτε προϋποθέτουν έναν κόσμο που έχει ήδη κατά κάποιο τρόπο διαρθρωθεί εννοιολογικά και αντιληπτικά … τέτοιες ερωτήσεις .. εξαρτώνται από την ύπαρξη κάποιου Παραδείγματος και δέχονται διαφορετικές απαντήσεις, όταν το Παράδειγμα αλλάζει" (Kuhn, 2004, σ.208).

Αν στις θετικές επιστήμες δεν υπάρχει παρατήρηση που να μην είναι θεωρητικά φορτισμένη, πόσο μάλλον στις κοινωνικές οι οποίες ενδιαφέρονται για μη υλικά αντικείμενα και πράξεις που θα πρέπει να σκιαγραφηθούν (αν όχι να οριστούν) πριν γίνουν αντικείμενο παρατήρησης. Οι θεωρίες παρέχουν τα ερμηνευτικά πλαίσια για διαδικασία της έρευνας, και συγχρόνως οδηγούν τις παρατηρήσεις του ερευνητή. "…*παρατηρούμε αυτό που είμαστε εκπαιδευμένοι να παρατηρήσουμε*, και αυτό που μας φαίνεται αντιφατικό ή μας εκπλήσσει" (Mason, 1998, ο τονισμός δικός μας). Κανείς άνθρωπος δεν αντιλαμβάνεται την πραγματικότητα όπως είναι. Ερμηνεύουμε τα αισθητηριακά μας δεδομένα μέσω συνειδητών ή ασυνείδητων μηχανισμών φιλτραρίσματος. Ειδικότερα, κάθε προσπάθεια του ερευνητή να κωδικοποιήσει τις αντιλήψεις του για τον κόσμο, αποτελεί μια ενέργεια επιλογής και ενέχει μια θεωρητική δέσμευση (Schoenfeld, 2002). Επιπλέον, για τα κοινωνικά φαινόμενα, ο ερευνητής συνειδητά ή υποσυνείδητα ανακατασκευάζει μέσα του τα νοήματα και τις προσδοκίες των ατόμων και των ομάδων, προκειμένου να τα κωδικοποιήσει και να τα ταξινομήσει. Αυτή η ανακατασκευή είναι αποτέλεσμα όχι μόνο του παρατηρούμενου αλλά και των εμπειριών, των γνώσεων, των θεωρητικών επιλογών και των αξιών του ερευνητή.

Οι διαφορές μεταξύ θετικιστικού και ερμηνευτικού παραδείγματος σχετίζονται και με τη διαφορά μεταξύ των εννοιών της συμπεριφοράς και της δράσης του ανθρώπου. Η έννοια της ανθρώπινης *συμπεριφοράς* που αναφέρεται στις αντιδράσεις σε εσωτερικά ή εξωτερικά ερεθίσματα, είναι προσανατολισμένη στο παρελθόν και η προσπάθεια εξήγησής της ίσως οδηγεί σε νομολογικά πρότυπα στο πλαίσιο του θετικιστικού παραδείγματος. Αλλά, κατά το ερμηνευτικό παράδειγμα, η ανθρώπινη *δράση* καθορίζεται από προθέσεις, στόχους και αξίες και έτσι είναι προσανατολισμένη στο μέλλον: το δρων υποκείμενο αποβλέπει με τη δράση του σε μελλοντικά γεγονότα. Αυτό, κατά το Γέμτο (σ. 278 – 279) δεν αποτελεί πρόβλημα, αφού

"Κάθε περίπτωση γνήσιας τελεολογίας είναι συγχρόνως και περίπτωση γνήσιας αιτιότητας ή στατιστικής νομοτέλειας … Ότι εξηγεί στην πραγματικότητα τη συμπεριφορά ενός ανθρώπου δεν είναι μελλοντικά γεγονότα, αλλά επιθυμίες και πεποιθήσεις του που προηγούνται ή κινούνται παράλληλα προς την πράξη. Η εξήγηση από κίνητρα αποτελεί έτσι μια μορφή αιτιοκρατικής εξήγησης …".

Με αυτήν όμως την προσέγγιση παρακάμπτεται το γεγονός ότι για να μπορέσει ο εξωτερικός παρατηρητής να διατυπώσει μια αιτιακή εξήγηση μιας πράξης από τα κίνητρά της, θα πρέπει να γνωρίζει αυτά τα κίνητρα και τις αξίες, πεποιθήσεις και σκοπούς του πράττοντος και αυτό προϋποθέτει μια εκ των ένδον ανακατασκευή και ερμηνεία της δράσης του. Δηλαδή, καταλήγουμε στο μάλλον αντιφατικό συμπέρασμα ότι μια προσπάθεια αιτιώδους εξήγησης της συμπεριφοράς, προϋποθέτει την ερμηνεία της δράσης.

Ακόμα κι αν αυτό με κάποιο τρόπο αντιμετωπιζόταν, υπάρχουν δύο δρόμοι για τη στήριξη μιας αιτιοκρατικής εξήγησης της συμπεριφοράς. Ο ένας είναι η υπόθεση της *ορθολογικής συμπεριφοράς*, δηλαδή ότι το άτομο διαλέγει πάντα τα πιο αποτελεσματικά μέσα για να πετύχει το σκοπό του ή για να μείνει πιστό στις αξίες του. Αλλά η υπόθεση αυτή – όσο χρήσιμη κι αν είναι στις οικονομικές επιστήμες – δεν φαίνεται να επιβεβαιώνεται από την καθημερινή εμπειρία και προκαλεί μεγάλες ενστάσεις από κοινωνικούς επιστήμονες (Hollis, σ. 164 – 165, 174 – 175). Ο δεύτερος δρόμος είναι η υπόθεση ότι οι *κοινωνικές δομές καθορίζουν αιτιακά* τη συμπεριφορά του ατόμου. Αυτός ο δρόμος παραγνωρίζει πλήρως τα περιθώρια επιλογών του ατόμου και καταλήγει να θεωρεί τον άνθρωπο ως άβουλο γρανάζι μιας μηχανής.

"Στο κάτω κάτω είναι προφανές ότι οι άνθρωποι μπορούν να παραβούν ή να παραβλέψουν τους κανόνες των κοινωνιών τους· μπορούν να διαμορφώσουν και όντως διαμορφώνουν νέους θεσμούς, νέες συμβάσεις και ρυθμίσεις. Αντίθετα, οι αιτιακοί νόμοι που διέπουν την κίνηση των σωμάτων, όπως ο νόμος της βαρύτητας, δεν είναι δυνατό να μεταβληθούν, να ανασταλούν ή να τροποποιηθούν από ανθρώπινη παρέμβαση." (Salmon, σ.572)

Ακόμα κι αν γίνει αποδεκτή η αναζήτηση αιτιωδών εξηγήσεων των κοινωνικών φαινομένων, αυτό μπορεί να γίνει στα πλαίσια του ερμηνευτικού παραδείγματος, μέσα από μια περισσότερο ρεαλιστική προσέγγιση της αιτιότητας. Οι θετικιστικές προσεγγίσεις αντιλαμβάνονται την αιτιώδη εξήγηση ως ανακάλυψη κανονικοτήτων και επαναλαμβανόμενων συσχετίσεων μεταβλητών, απομονωμένων από το πλαίσιο και ανεξάρτητων από τα νοήματα που κατασκευάζουν τα άτομα. Αντί αυτής, προτείνεται η

αναζήτηση των μηχανισμών και διαδικασιών που εξηγούν τη γένεση, εξέλιξη και εκδήλωση των φαινομένων και περιλαμβάνουν το πλαίσιο στο οποίο εμφανίζονται και τα νοήματα που κατασκευάζονται ως θεμελιώδη και αναπόσπαστα χαρακτηριστικά αυτών των αιτιωδών διαδικασιών (Maxwell, 2004).

Εντελώς διαφορετική είναι και η προσέγγιση των αξιών και των ηθικών ζητημάτων στα πλαίσια του ερμηνευτικού παραδείγματος. Από τη μια μεριά οι αξίες των ατόμων και των ομάδων γίνονται αντικείμενο μελέτης και από την άλλη αναγνωρίζεται η υιοθέτηση αξιών από τον ερευνητή και κατά τη φάση της έρευνας. Τόσο η θεωρία όσο και η έρευνα είναι φορτισμένες με αξίες. Χαρακτηριστικά, ο Hollis (2005, σ. 247 - 248) περιγράφει την έρευνα για την έκταση της φτώχειας στη Βρετανία, όπου η διαμάχη για τα κριτήρια κατάταξης κάτω από το όριο φτώχειας αποκαλύπτει την ύπαρξη αξιολογικών κρίσεων στην ίδια την προσπάθεια διατύπωσης ορισμών – εργαλείων στη φάση της έρευνας. Ο Howe (2002, σ. 24) αναφέρεται στην έρευνα γύρω από την νοημοσύνη και στα τεστ που την μετρούν. Αυτά τα τεστ μετρούν χαρακτηριστικά τα οποία υπόρρητα θεωρούνται πολύτιμα, δηλαδή οι μετρήσεις περιέχουν ήδη συγκαλυμμένες αξιολογικές κρίσεις, οι οποίες οδηγούν στην αξιολογική κατάταξη διαφορετικών ομάδων με διαφορετικές αξίες και πολιτισμικό υπόβαθρο. Από την άλλη μεριά, ο εθνογράφος που εντάσσεται σε μια ομάδα ανθρώπων και παρατηρεί π.χ. τη χρήση των μαθηματικών στην εργασία, δεν μπορεί να αξιολογεί τον πολιτισμό της ομάδας ως κατώτερο του δικού του. Έτσι, μια προσπάθεια αντιμετώπισης της φάσης της έρευνας ως αξιολογικά ουδέτερης, το μόνο που πετυχαίνει είναι να συγκαλύπτει τις αξίες και τις ιεραρχήσεις που έτσι κι αλλιώς υπάρχουν μέσα στο σώμα της έρευνας. Σύμφωνα με τις ερμηνευτικές προσεγγίσεις, η απαίτηση από τον κοινωνικό επιστήμονα δεν είναι να αρνηθεί τις αξίες του, αλλά να τις παραδεχτεί και να τις κάνει γνωστές κατά τη δημοσιοποίηση της έρευνάς του.

2.3.2 Το ερμηνευτικό παράδειγμα στη ΔΜ

Το ερμηνευτικό παράδειγμα στη ΔΜ εκφράζεται μέσα από τις εθνογραφικές προσεγγίσεις, τις οπτικές της συμβολικής αλληλεπίδρασης, φαινομενολογικές προσεγγίσεις κλπ. Μια χαρακτηριστική ερμηνευτική προσέγγιση προέρχεται από την Eisenhart (1988). Σύμφωνα με αυτήν, *η ανθρώπινη δραστηριότητα είναι θεμελιωδώς*

κοινωνική εμπειρία κατασκευής νοημάτων και η έρευνα είναι μια προσπάθεια ανακατασκευής αυτής της εμπειρίας. Τα νοήματα και οι πράξεις, το πλαίσιο και οι συνθήκες είναι αξεδιάλυτα συνδεδεμένα και δεν έχει νόημα να απομονώσουμε το ένα από το άλλο. Για παράδειγμα, δεν έχει νόημα να κάνεις έναν κατάλογο πεποιθήσεων για τα μαθηματικά, χωρίς να λαμβάνεις υπόψη σου το πλαίσιο στο οποίο αυτές οι ιδέες είναι σημαντικές. Τα διϋποκειμενικά νοήματα που διαμορφώνονται μέσα στην πρακτική της τάξης των μαθηματικών είναι νοήματα και νόρμες υπόρρητες που βρίσκονται στη δράση και την αλληλεπίδραση των μαθητών και των δασκάλων. Έτσι, μπορεί να έχει πρόσβαση σ' αυτά μόνο ένας εσωτερικός παρατηρητής. Δεν μπορούν να αποκαλυφθούν χωρίς την εμπλοκή του ερευνητή στους κόσμους των αλληλεπιδρώντων ατόμων, δεν μπορούν να αναγνωριστούν ούτε να μετρηθούν με πειραματικές ή ψυχολογικές έρευνες. Ο ερευνητής επιχειρεί να ερμηνεύσει το νόημα που έχει η διδασκαλία και η μάθηση των μαθηματικών για τους μαθητές και τους δασκάλους, ζώντας μέσα στην τάξη είτε συμμετέχοντας στη διδασκαλία, είτε όχι.

Έτσι, τα χαρακτηριστικά της γνώσης γύρω από τα φαινόμενα της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών στα πλαίσια του ερμηνευτικού παραδείγματος είναι:

- η γνώση είναι υποκειμενική, είναι κατασκευή και ερμηνεία του γνώστη και η διαλεκτική στα πλαίσια της κοινότητας την κάνει διϋποκειμενική,
- γνώση σημαίνει κατανόηση και ερμηνεία των προσωπικών και διϋποκειμενικών νοημάτων και αληθειών που διαμορφώνονται από τους παράγοντες που εμπλέκονται στην μαθηματική εκπαίδευση,
- η γνώση πρέπει να στηρίζεται στην εμπειρία και την παρατήρηση που φωτίζει άτομα και καταστάσεις, και παρέχει ισχυρά τεκμήρια αλλά όχι άκαμπτες και αδιαμφισβήτητες αποδείξεις,
- η γνώση είναι φορτισμένη με τις αξίες του ερευνητή και της ερευνητικής κοινότητας.

Σύμφωνα με αυτές τις προσεγγίσεις, οι ερωτήσεις που τίθενται στα πλαίσια του ερμηνευτικού παραδείγματος τείνουν να έχουν τη μορφή: Γιατί συμβαίνουν και πως εξελίσσονται τα συγκεκριμένα φαινόμενα κατά τη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών στις συγκεκριμένες συνθήκες; Ποια νοήματα αποκτούν για τους συμμετέχοντες; Πως διαμορφώνονται αυτά τα νοήματα και πως σχετίζονται με τα φαινόμενα; Για παράδειγμα, ο Ginsburg (1981) αναφερόμενος στην έρευνα σχετικά με

τη μαθηματική σκέψη, προτείνει την κλινική συνέντευξη ως την καλύτερη μέθοδο για την ανακάλυψη των γνωστικών διαδικασιών, την αναγνώριση και ταυτοποίησή τους και την εκτίμηση των ικανοτήτων του μαθητή. Σε παρόμοια θέματα εστιάζει και ο Hunting (1997) σχετικά με τις κλινικές μεθόδους και την εφαρμογή τους από τους εκπαιδευτικούς. Αναδεικνύεται έτσι η προσπάθεια (εδώ, μέσω της συγκεκριμένης μεθόδου) να ερμηνευθούν σε βάθος κάποια φαινόμενα, να δομηθούν μοντέλα που να απηχούν τις διεργασίες που συμβαίνουν μέσα στο "μαύρο κουτί" – στη σκέψη των παιδιών, και να βελτιωθεί η πράξη της διδασκαλίας των μαθηματικών.

Έτσι, ορισμένα θέματα που προσελκύουν το ενδιαφέρον των ερευνητών είναι η σχέση διαδικασίας – μαθηματικού αντικειμένου και η διαπραγμάτευσή της στην τάξη, οι λειτουργίες της αφομοίωσης και της προσαρμογής των γνωστικών σχημάτων κατά τη μάθηση των μαθηματικών, η μαθηματική επικοινωνία και η επιχειρηματολογία που αναπτύσσεται στην τάξη, η χρήση των μαθηματικών όρων και συμβολισμών και η σχέση τους τόσο με τις έννοιες που αντιπροσωπεύουν όσο και με τα σχετιζόμενα νοήματα που οικοδομούν οι μαθητές, η χρήση των μαθηματικών στην επαγγελματική ζωή, η άτυπη – μη σχολική μαθηματική γνώση, κοκ.

Συνέπεια των ερμηνευτικών προσεγγίσεων είναι και ο προσανατολισμός κυρίως σε *ποιοτική* ερευνητική μεθοδολογία: μελέτη περίπτωσης, εθνογραφική, κλινική συνέντευξη, συμμετοχική και μη συμμετοχική παρατήρηση, ηχογράφηση ή βιντεοσκόπηση και ανάλυση διαλόγων, ανάλυση κειμένων και γραπτών τεκμηρίων και, λιγότερο, ποσοτικές μέθοδοι, έρευνα δράση, κλπ. Ωστόσο, το χαρακτηριστικό των ποιοτικών μεθόδων δεν είναι απλώς η χρήση και παρουσίαση μη ποσοτικών, μη αριθμητικών δεδομένων. Κυρίως είναι η προσπάθεια σύλληψης της πολυπλοκότητας και του πολυπαραγοντικού χαρακτήρα των φαινομένων που καθιστά αναγκαία την *προσπάθεια εγκατάστασης δεσμών* (εύθραυστων και προσωρινών, έστω) μεταξύ ερευνητή και μαθητών (ή/και δασκάλων), με σκοπό να γίνουν κατανοητές οι εμπειρίες τους και έτσι να επιτευχθεί μια καλύτερη κατανόηση του κόσμου. Έτσι, στη θέση των αριθμητικών δεδομένων, συχνά έχουμε καταγραφή ιστοριών που, ανακατασκευάζοντας τα γεγονότα, επιδιώκουν την ερμηνεία σε βάθος των τρόπων που οι συμμετέχοντες αντιλαμβάνονται την κατάσταση και δρουν σε συγκεκριμένα πλαίσια. Η διατύπωση αυτών των ιστοριών, ακόμη κι αν μερικές φορές παίρνει τη μορφή αφήγησης, δεν συνεπάγεται αναγκαία μια υποχώρηση από την αυστηρότητα, αφού η τριγωνοποίηση αυξάνει την εγκυρότητα των ερμηνειών (Presmeg, 1998).

Οι Lester &Wiliam (2002) αναφέρονται στη διάκριση "*κειμένου*" (text – μια φράση, εικόνα, γραπτή εργασία, κοκ), "*πλαισίου*" (context – η επιδοκιμασία ή αποδοκιμασία του δάσκαλου, η αποδοχή του συμμαθητή κοκ) και "*αναγνώστη*" (reader – ο ερευνητής, ο δάσκαλος κλπ). Η θετικιστική προσέγγιση δίνει έμφαση στο "κείμενο" εις βάρος των άλλων πλευρών, και υποθέτει ότι αυτό πρέπει να οδηγεί στα ίδια συμπεράσματα μέσα σε οποιοδήποτε "πλαίσιο" και από οποιουσδήποτε "αναγνώστες". Η ερμηνευτική προσέγγιση δίνει πολύ μεγαλύτερο βάρος στο "πλαίσιο", προσπαθώντας συγχρόνως να οικοδομήσει εγγυήσεις ώστε (όσο είναι δυνατόν) διαφορετικοί "αναγνώστες" να ερμηνεύουν με το ίδιο τρόπο τα δεδομένα. Ενώ, τέλος, ένας δάσκαλος που ενδιαφέρεται κυρίως για την βελτίωση της δικής του διδασκαλίας, θα αδιαφορούσε για τα συμπεράσματα άλλων "αναγνωστών".

Το αυξημένο ενδιαφέρον που δείχνουν οι ερμηνευτικές προσεγγίσεις για τη διερεύνηση του συγκεκριμένου πλαισίου στο οποίο συγκροτούνται νοήματα και αναλαμβάνεται δράση, έχει επιπτώσεις στο ρόλο της θεωρίας. Η θεωρία, στα πλαίσια του ερμηνευτικού παραδείγματος, μπορεί να μην έχει το ρόλο που έχει στο θετικιστικό παράδειγμα δηλαδή της βάσης από την οποία αντλούνται υποθέσεις για να ελεγχθούν εμπειρικά. Μια έννοια που σχετίζεται με το ερμηνευτικό παράδειγμα είναι η έννοια της "*αναδυόμενης θεωρίας*" (grounded theory). Εδώ η θεωρία "αναδύεται και πρέπει να προκύπτει από συγκεκριμένες καταστάσεις. Θα πρέπει να "θεμελιώνεται" σε δεδομένα που παράγονται από την ερευνητική πράξη. Η θεωρία δεν πρέπει να προηγείται της έρευνας, αλλά να έπεται αυτής" (Cohen & Manion, σ. 64). Αυτή η προσέγγιση δεν υπονοεί ότι ο ερευνητής ξεκινά από μηδενική βάση, ότι δεν έχει κάποιο θεωρητικό υπόβαθρο ή κάποιους θεωρητικούς φακούς μέσα από τους οποίους βλέπει τον κόσμο. Αλλά ότι, βλέποντας με τους φακούς του, επιτρέπει να αναδυθούν εξηγήσεις, ερμηνείες και κατανοήσεις από την πραγματικότητα που μελετά, δεν ψάχνει για απαντήσεις που να επιβεβαιώνουν ή να απορρίπτουν προκαθορισμένες υποθέσεις και *δεν αναζητά τις μεγάλες, καθολικές θεωρίες*. Η συλλογή των δεδομένων από διάφορες πλευρές ακολουθείται από τη χρήση ανοιχτών μεθόδων κωδικοποίησής τους ως αναλυτικού πλαισίου, που έχει ως κυρίαρχο στόχο να απηχεί την ιστορία και όχι τις προϋπάρχουσες υποθέσεις του ερευνητή. Η συνέχιση της συλλογής δεδομένων ανατροφοδοτεί και αλλάζει, λίγο ή πολύ, την πορεία της ιστορίας. Μερικές φορές μπορεί το ερευνητικό ερώτημα να τροποποιηθεί, ακόμα και να στραφεί η προσοχή του ερευνητή σε

διαφορετικές πλευρές από τις αρχικές. (Brown, 1998, Eisenhart, 1988, Schoenfeld, 2002)

Σχετιζόμενη με τα παραπάνω είναι η αποδοχή του ρόλου των αξιών στην έρευνα. Πρώτα απ' όλα, η ίδια η προσέγγιση της έρευνας μέσα από το ερμηνευτικό παράδειγμα υποδηλώνει την σημασία και την αξία που αποδίδεται στον άνθρωπο και την κοινωνική του διάσταση, στο νόημα που το άτομο κατασκευάζει μέσα στην αλληλεπίδρασή του με την ομάδα και όχι στην ανακάλυψη κάποιων αντικειμενικών αληθειών που υπάρχουν ανεξάρτητα από τους ανθρώπους. Το ενδιαφέρον για την μαθηματική επικοινωνία στην τάξη υποδηλώνει την αξία που αποδίδεται στο λόγο των μαθητών και την απόρριψη μιας συμπεριφοριστικής λογικής μεταφοράς της "σωστής" μαθηματικής γνώσης και προσέγγισης του λάθους ως κάτι που πρέπει να αποφεύγεται. Από την άλλη μεριά, οι αξίες του ερευνητή είναι σεβαστές αρκεί να είναι συνειδητές και να δηλώνονται ρητά. Για παράδειγμα, μια έρευνα που θα οδηγούσε στο συμπέρασμα ότι τα κορίτσια έχουν χαμηλότερη επίδοση στα μαθηματικά, ίσως να επιζητούσε την αντικειμενικότητα και την αξιολογική ουδετερότητα. Αλλά θα είχε πολύ μικρή αξία, χωρίς διερεύνηση του γιατί συμβαίνει αυτό, ποιος είναι ο ρόλος του κοινωνικού περιβάλλοντος, πως επιδρούν οι επιστημολογικές πεποιθήσεις και οι αξίες που σιωπηρά υπάρχουν σε διαφορετικούς τρόπους διδασκαλίας των μαθηματικών, ποιες αξίες προβάλλονται μέσα από τα ίδια τα μαθηματικά (πχ ορθολογικότητα εναντίον διαίσθησης, δικαιολόγηση εναντίον ανακάλυψης κλπ) και τι σχέση έχουν με τις διαφορές των φύλλων κοκ (Ernest, 1991, σ. 259, 278). Τέτοια ερωτήματα έχουν διερευνηθεί από γυναίκες ερευνήτριες που έχουν "δείξει" ότι οι διαφορές στις επιδόσεις αγοριών – κοριτσιών στα μαθηματικά σχετίζονται με κοινωνικές και πολιτισμικές παραμέτρους και με τη διαμόρφωση των μαθηματικών (τόσο ως ερευνητική παράδοση όσο και ως σχολικό αντικείμενο) κατά τα αντρικά πρότυπα του ορθολογισμού, της αυστηρότητας, του ανταγωνισμού κλπ.

Παρόλα αυτά, το ερμηνευτικό παράδειγμα παραμένει ουδέτερο σε σχέση με κοινωνικά ζητήματα. Ερωτήματα σχετικά με τη δράση για αλλαγή των κοινωνικών συνθηκών και των επιδράσεών τους στην τάξη των μαθηματικών δεν απασχολούν την έρευνα στη ΔΜ.

2.3.3 Κριτικές στο ερμηνευτικό παράδειγμα

Οι κριτικές που απευθύνονται προς το ερμηνευτικό παράδειγμα σχετίζονται πρώτα απ' όλα με τη θέση και το ρόλο του ερευνητή. Από τη στιγμή που ο ερευνητής προσπαθεί να δει τα πράγματα από μέσα, από τη θέση των υποκειμένων της έρευνας, εγείρεται το πρόβλημα της *αντικειμενικότητας των ερμηνειών* του. Το πρόβλημα της αντικειμενικότητας υπάρχει με τον ένα ή τον άλλο τρόπο για όλη την έρευνα, είτε ποσοτική είτε ποιοτική. Αλλά στην ποιοτική έρευνα εντείνεται και ενώ στα πλαίσια του θετικιστικού παραδείγματος η αντικειμενικότητα είναι χαρακτηριστικό της επιδιωκόμενης γνώσης, στα πλαίσια του ερμηνευτικού το υποκειμενικό στοιχείο είναι αυτό που γίνεται αποδεκτό και κυριαρχεί.

Για παράδειγμα, η ύπαρξη του παρατηρητή στην τάξη των μαθηματικών επηρεάζει την τάξη κάνοντάς την διαφορετική από εκείνη που θα ήταν χωρίς την παρουσία ενός "ξένου" (Hatch & Shiu, 1998). Αυτό που παρατηρεί ο ερευνητής δεν είναι αυτό που συμβαίνει καθημερινά, και για τη μείωση αυτού του προβλήματος συνήθως οι ερευνητές δεν αρχίζουν να καταγράφουν τις παρατηρήσεις τους πριν περάσει κάποιος χρόνος ώστε οι μαθητές να συνηθίσουν την παρουσία τους και να συμπεριφέρονται όπως πριν (όσο είναι δυνατό αυτό).

Όταν η ερευνητής προσπαθεί να κατανοήσει τα νοήματα που κατασκευάζονται μέσα από τις αλληλεπιδράσεις στην τάξη, τότε οι παρατηρήσεις και οι ερμηνείες του επηρεάζονται με καθοριστικό τρόπο από ποιοτικά χαρακτηριστικά της προσωπικότητάς του (αξίες, πεποιθήσεις, γνώσεις, εκπαίδευση και ερευνητική εμπειρία κοκ). Ο υποκειμενισμός των ερμηνειών και των συμπερασμάτων αναγνωρίζεται ως προβληματικό σημείο από τους ίδιους τους ερευνητές που εργάζονται στα πλαίσια του ερμηνευτικού παραδείγματος (Eisenhart 1988). Για την αντιμετώπισή του συχνά χρησιμοποιείται η τριγωνοποίηση, δηλαδή γίνεται προσπάθεια επιβεβαίωσης των ερμηνειών από διαφορετικές πηγές ή/και διαφορετικές μεθόδους.

Μερικές φορές αυτός ο υποκειμενισμός φτάνει στην άρνηση οποιασδήποτε προσπάθειας ακόμα και διϋποκειμενικής συμφωνίας πάνω στα συμπεράσματα. Ο Kilpatrick (1993) ασκεί κριτική σε ερευνητές που αποδοκιμάζουν την προσπάθεια να επιτευχθεί κάποια αντικειμενικότητα μέσω εμπλοκής πολλαπλών ερευνητών που παρατηρούν ή κωδικοποιούν. Η αποδοχή του υποκειμενικού στοιχείου στην έρευνα μπορεί να οδηγήσει σε μια στάση *ακραίου σχετικισμού* από την οποία ο ερευνητής δεν

μπορεί να διακρίνει ότι κάποιες συμπεριφορές είναι καλύτερες από κάποιες άλλες ή ότι κάποιες ερμηνείες μπορεί να ταιριάζουν περισσότερο από κάποιες άλλες (Eisenhart, 1988).

Οι παραπάνω κριτικές για ακραίο σχετικισμό σχετίζονται με τις κριτικές που απευθύνονται στις ακραίες κονστρουκτιβιστικές απόψεις που εστιάζουν στην ατομική εμπειρία και απορρίπτουν οποιαδήποτε αντικειμενικότητα γενικά στην επιστημονική γνώση και ειδικότερα στη μάθηση των μαθηματικών. Η αντικατάσταση της εγκυρότητας των μαθηματικών εννοιών και θεωρημάτων μέσα στο αντίστοιχο αξιωματικό σύστημα από την βιωσιμότητα (των κατασκευαζόμενων νοημάτων) μέσα στο σύστημα των προσωπικών εμπειριών και πεποιθήσεων (Goldin, 2003) συμβαδίζει με την αντικατάσταση της αντικειμενικότητας από τον υποκειμενισμό στην έρευνα. Το αποτέλεσμα αυτών των απόψεων είναι η πλήρης σύγχυση σχετικά με το τι πρέπει να γίνει αποδεκτό και τι να απορριφθεί ως επιστημονική γνώση, και σχετικά με το περιεχόμενο της μάθησης των μαθηματικών (αν υπάρχει τέτοιο περιεχόμενο)

Επιπλέον, η ερμηνευτική προσέγγιση δεν έχει μέσα στους στόχους της τη *γενίκευση* των συμπερασμάτων στον πληθυσμό. Η γνώση που παράγεται είναι "τοπική", με την έννοια ότι εξαρτάται από τις ιδιαίτερες συνθήκες των καταστάσεων από τις οποίες προήλθε. Ακόμη κι αν κάποια συμπεράσματα μπορούν να γενικευθούν, αυτό μπορεί να γίνει μέσα από την επανάληψη των ερευνών σε άλλες καταστάσεις και συνθήκες. Για παράδειγμα, η Eisenhart (1988) αναφέρει ότι οι εθνογραφικές μέθοδοι "δεν είναι καλή επιλογή όταν ο πρωταρχικός στόχος του ερευνητή είναι η εκτίμηση της γενικευσιμότητας ενός ευρήματος".

Η προσπάθεια ολιστικής κατανόησης των φαινομένων της τάξης "εκ των έσω" αρκετές φορές έχει συσχετιστεί με την έλλειψη ενδιαφέροντος για την αντιμετώπιση των εκπαιδευτικών προβλημάτων και τη βελτίωση της πράξης. Αυτή η κριτική μπορεί να αφορά όλες τις οπτικές που αξιολογούν ως κυρίαρχο στόχο της επιστήμης την απόκτηση γνώσης για τα φαινόμενα και όχι τη βελτίωση της πρακτικής (Bishop, 1992, Romberg, 1992, Skovsmose & Borba 2004), αλλά για το ερμηνευτικό παράδειγμα έχει ένα ιδιαίτερο περιεχόμενο. Οι σχετικιστικές και ολιστικές-συστημικές αρχές του ερμηνευτικού ρεύματος συχνά αποθαρρύνουν τους ερευνητές από την προσπάθεια ελέγχου και διαμόρφωσης των γεγονότων και λήψης αποφάσεων – αποφάσεων που οι εκπαιδευτικοί δεν μπορούν να αγνοήσουν. Έτσι,

"…παρά το ότι οι κοινωνικοπολιτισμικές θεωρίες παρέχουν ισχυρά πλαίσια για να καταλάβουμε γιατί μερικά μαθηματικά αποτελέσματα [αποτελέσματα της μαθηματικής εκπαίδευσης] παραμένουν σταθερά παρά την μεταβολή των δασκάλων, των μαθητών, των εκπαιδευτικών προγραμμάτων, του κλίματος στην κοινότητα κοκ, οι εκπαιδευτικοί ανθρωπολόγοι σπανίως προσπάθησαν να διαμορφώσουν τις αναγκαίες συνθήκες για να αλλάξουν τα ανεπιθύμητα αποτελέσματα." (Eisenhart, 1988)

2.4 Το κριτικό παράδειγμα

Ο όρος "κριτική θεωρία" συνήθως αναφέρεται στην σχολή της Φρανκφούρτης (Adorno, Horkheimer, Markuse, Habermas) και εκείνων των μαρξιστικών ρευμάτων που από τη μια απορρίπτουν τον ορθόδοξο Μαρξισμό και τον αντικαθιστούν με μια ανακατασκευή του, και από την άλλη έχουν ως στόχο τη διαμόρφωση μιας φιλοσοφικής και κοινωνικής θεωρίας για τις σχέσεις εξουσίας και τις διασυνδέσεις που κάνουν δυνατή την αναπαραγωγή και τον μετασχηματισμό της κοινωνίας, της οικονομίας, του πολιτισμού και της συνείδησης (Skovsmose, 1985).

Το ρεύμα της κριτικής εκπαίδευσης έχει τις πηγές του από τη μια μεριά στην κριτική θεωρία και από την άλλη στην ανεξάρτητη ανάπτυξη από τον Paulo Freire των ιδεών της "*απελευθερωτικής παιδαγωγικής*" (emancipatory pedagogy)(Skovsmose, 1985). Ο Freire, σύμφωνα με την Κολέζα (2006), τονίζει ότι δεν υπάρχει ουδέτερη εκπαιδευτική διαδικασία, αντίθετα, η εκπαίδευση μπορεί να λειτουργήσει με δύο τρόπους:

- ως εργαλείο ενσωμάτωσης της νεότερης γενιάς μέσα στη λογική του παρόντος συστήματος,
- ως "πρακτική ελευθερίας" – πεδίο εξάσκησης της ελευθερίας, επιτρέποντας στους μαθητές να ασχοληθούν κριτικά και δημιουργικά με την πραγματικότητα και να ανακαλύψουν πώς να συμμετέχουν στην αλλαγή του κόσμου τους

Ακολουθώντας τον δεύτερο δρόμο, ο Skovsmose (1994) διατυπώνει ως γενική ιδέα που ενοποιεί τις οπτικές της κριτικής εκπαίδευσης την παρακάτω:

"Αν η εκπαίδευση, τόσο ως πρακτική όσο και ως έρευνα, πρέπει να είναι κριτική, πρέπει να συζητά τις βασικές συνθήκες για την απόκτηση της γνώσης, πρέπει να είναι ενήμερη των κοινωνικών προβλημάτων, ανισοτήτων, καταπίεσης κλπ, και πρέπει να προσπαθήσει να κάνει την εκπαίδευση μια ενεργή προοδευτική κοινωνική δύναμη. Μια κριτική εκπαίδευση

δεν μπορεί να είναι μια απλή προέκταση των υπαρχουσών κοινωνικών σχέσεων. Δεν μπορεί να είναι ένας μηχανισμός για την επικράτηση ανισοτήτων στην εκπαίδευση. Για να είναι κριτική, η εκπαίδευση πρέπει να αντιδρά στις κοινωνικές αντιφάσεις."

"Η μη προσυπογραφή της κριτικής εκπαίδευσης σημαίνει είτε την αποδοχή ότι η κοινωνική κατάσταση είναι η προτιμητέα (όχι αναγκαστικά ως τέλεια), είτε τον ισχυρισμό ότι η εκπαίδευση δεν έχει ρόλο ως κριτική κοινωνική δύναμη."

Πρέπει εδώ να διασαφηνιστεί ότι οι οπαδοί της κριτικής εκπαίδευσης δεν τρέφουν την αυταπάτη ότι η εκπαίδευση μπορεί να αντιμετωπίσει τις κοινωνικές ανισότητες. Ωστόσο, αυτό δεν σημαίνει ότι πρέπει να παραμεριστεί η υπευθυνότητα της εκπαίδευσης στον αγώνα για τα ανθρώπινα δικαιώματα. Για παράδειγμα, σε μεγάλο βαθμό στις σύγχρονες κοινωνίες η γνώση έχει γίνει "προνόμιο" των "ειδικών", δηλαδή ενός μικρού μέρους της κοινωνίας. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το μεγάλο μέρος της κοινωνίας να εξαρτάται από τις αποφάσεις των λίγων ειδικών επαγγελματιών, χωρίς να μπορεί να διαμορφώσει κριτικά μια γνώμη για αυτές τις αποφάσεις. Το πρόβλημα περιπλέκεται ακόμη περισσότερο από την τεράστια ισχύ των μέσων επικοινωνίας και την ανάπτυξη επικοινωνιακών τεχνικών, σε συνθήκες "παγκόσμιου χωριού". Το έργο της εκπαιδευτικής έρευνας, σύμφωνα με το κριτικό παράδειγμα, είναι

"…να φωτίσει τις προϋποθέσεις και τις προκείμενες της κοινωνικής ζωής, ώστε τα άτομα να γνωρίσουν τους εαυτούς τους και την κατάστασή τους, να καταλάβουν τις ευκαιρίες και τα όριά τους και να προσφέρει επιχειρήματα σε αντίθετη κατεύθυνση από την κυρίαρχη κουλτούρα και θεσμούς." (Romberg, 1992)

2.4.1 Το κριτικό παράδειγμα στη ΔΜ

Τι μπορεί να σημαίνουν όλα τα παραπάνω για την μαθηματική εκπαίδευση; Ο Skovsmose (1985) στηρίζει τη συζήτηση για τη μαθηματική εκπαίδευση στις ακόλουθες θέσεις. Πρώτον, η τεχνολογία (με την ευρύτερη έννοια που συμπεριλαμβάνει και τα μαθηματικά μέσω των εφαρμογών τους) είναι το κυρίαρχο χαρακτηριστικό του πολιτισμού μας και ο άνθρωπος είναι βυθισμένος στην τεχνολογία. Αυτό το χαρακτηριστικό συνδέεται με την ισχύ και τις σχέσεις εξουσίας, αφού η σχέση που έχει κανείς με την τεχνολογία συνδέεται με τη θέση που κατέχει στην κοινωνία και οι σχέσεις εξουσίας στηρίζονται στην τεχνολογία. Τα μαθηματικά και οι εφαρμογές

τους έχουν κεντρική θέση σ' αυτόν τον πολιτισμό, τον διαμορφώνουν, και συγχρόνως διαμορφώνουν την κοινωνία. Δεύτερον, οι θεμελιώδεις δομικές αρχές των αναλυτικών προγραμμάτων παράγονται από ή βρίσκονται σε συμφωνία με τις κυρίαρχες σχέσεις εξουσίας της κοινωνίας. Αυτό μπορεί να παίρνει τη μορφή των απαιτήσεων να ικανοποιούνται οι ανάγκες της αγοράς εργασίας σε εργατικό δυναμικό με κάποιες κατάλληλες τεχνικές δεξιότητες, αδιαφορώντας για πολιτικά, ανθρωπιστικά και ηθικά ζητήματα.

Συνεπακόλουθα, στο εκπαιδευτικό σύστημα *τα μαθηματικά λειτουργούν ως η σημαντικότερη εισαγωγή στην τεχνολογική κοινωνία*, τόσο ως γνώσεις που έχει (ή δεν έχει) ο σύγχρονος άνθρωπος, όσο και ως ισχυρό φίλτρο από το οποίο περνούν μόνο κάποιοι. "Είναι μια εισαγωγή που προικίζει ένα μέρος των μαθητών με κατάλληλες τεχνικές δεξιότητες, ενώ συγχρόνως προικίζει όλους τους μαθητές με μια "λειτουργική" (από την άποψη των κυρίαρχων δομών εξουσίας) στάση προς την τεχνολογική κοινωνία." (Skovsmose, 1985)

Έτσι, ο τίτλος "κριτική μαθηματική εκπαίδευση" (critical mathematics education), σύμφωνα με τους Skovsmose & Borba (2004), μπορεί να περιλαμβάνει μια ποικιλία προοπτικών και δραστηριοτήτων οι οποίες ενδιαφέρονται έντονα για

> "τις κοινωνικές και πολιτικές πλευρές της μάθησης των μαθηματικών …την παροχή πρόσβασης σε μαθηματικές ιδέες για όλους ανεξάρτητα από το χρώμα του δέρματος, το φύλλο και την [κοινωνική] τάξη … τη χρήση και τη λειτουργία των μαθηματικών στην πράξη, σε προχωρημένες τεχνολογικές εφαρμογές και στην καθημερινή χρήση … τη ζωή στην τάξη, που πρέπει να είναι ένα δημοκρατικό φόρουμ όπου γίνεται παρουσίαση και διαπραγμάτευση ιδεών … την ανάπτυξη κριτικού, ενεργού πολίτη [critical citizenship]".

Υπάρχουν τρεις έννοιες – όροι που έχουν κεντρική θέση στην περιγραφή της "κριτικής μαθηματικής εκπαίδευσης" (Skovsmose, 1985):

- Η κριτική ικανότητα (critical competence) που αποδίδεται (και αναπτύσσεται) στους μαθητές και δασκάλους μέσω της ισότιμης εμπλοκής τους στον έλεγχο της εκπαιδευτικής διαδικασίας. Ιδιαίτερα για τους μαθητές αυτό συνδέεται με την ανάπτυξη δημοκρατικών στάσεων μέσω της εκπαίδευσης.
- Η κριτική απόσταση (critical distance) από το περιεχόμενο των αναλυτικών προγραμμάτων των μαθηματικών με την διατύπωση ερωτημάτων όπως: που χρησιμοποιούνται και από ποιους; Ποια ενδιαφέροντα και ποια προβλήματα διαμόρφωσαν αυτά τα μαθηματικά αποτελέσματα; Σε ποια πλαίσια (κοινωνικά και

άλλα) διαμορφώθηκαν; Ποιες πιθανές κοινωνικές λειτουργίες μπορεί να έχουν; Σε ποιες περιοχές και σε ποιες ερωτήσεις αυτά τα μαθηματικά είναι χωρίς σημασία;

- Η κριτική εμπλοκή (critical engangement) στην διαμόρφωση και επίλυση προβλημάτων τα οποία από τη μια θα είναι προσιτά, ενδιαφέροντα και σημαντικά για τους μαθητές, και από την άλλη θα έχουν σχέση με τα αντικειμενικά υπάρχοντα κοινωνικά προβλήματα. Η κριτική εμπλοκή των μαθητών είναι προσανατολισμένη στη μαθηματική γνώση (που περιλαμβάνει εννοιολογική και αλγοριθμική γνώση), στην τεχνολογική γνώση (που αναφέρεται σε ικανότητες εφαρμογής των μαθηματικών και μοντελοποίησης) και στην αναστοχαστική γνώση (reflective knowing – που σχετίζεται με την αξιολόγηση της χρήσης των μαθηματικών και των τεχνολογικών συνεπειών της).

Το τελευταίο στοιχείο, δηλαδή η εστίαση στον αναστοχασμό για τα μαθηματικά και τη χρήση τους στην κοινωνία, είναι το σημείο που διαφοροποιεί το αντικείμενο της έρευνας στα πλαίσια του κριτικού παραδείγματος από άλλες προσεγγίσεις οι οποίες εστιάζουν στα ίδια τα μαθηματικά και τη μάθησή τους. Για παράδειγμα, ο Skovsmose (1994) θεωρεί ότι οι περισσότερες επιστημολογικές προσεγγίσεις που χρησιμοποιούνται για να ερμηνεύσουν τα φαινόμενα της μαθηματικής εκπαίδευσης "παραπλανούν ή τουλάχιστον είναι προκατειλημμένες στην επικέντρωσή τους στα μαθηματικά, αγνοώντας τις συνθήκες γένεσης της αναστοχαστικής γνώσης." Έτσι,

> "οι καθοδηγητικές αρχές για τη ΔΜ πρέπει να ανυψωθούν σε ένα μετα-επίπεδο, δεν μπορούν πια να στηρίζονται στα μαθηματικά, ούτε σε επιστημολογικές θεωρίες που εστιάζουν στην ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης καθαυτής. …Η συζήτηση για το περιεχόμενο της μαθηματικής εκπαίδευσης πρέπει να καθοδηγείται και από την ερώτηση αν είναι δυνατό ή όχι να διευκρινιστεί η πραγματική λειτουργία των τυπικών μεθόδων στις σημερινές κοινωνίες. Θα μπορούσε η μαθηματική εκπαίδευση να εισάγει τους μαθητές σε μια συζήτηση κάποιων από τις συνθήκες ζωής σε μια έντονα τεχνολογική κοινωνία;"

Σύμφωνα με αυτές τις προσεγγίσεις, η έρευνα στα πλαίσια του κριτικού παραδείγματος δεν εστιάζει μόνο ή κυρίως στο τι συμβαίνει αλλά κυρίως στο τι θα μπορούσε να συμβαίνει και τι θα μπορούσε να φανταστεί κανείς, εναλλακτικά αυτού που συμβαίνει. Επομένως, χωρίς να αποκλείονται ακόμη και ποσοτικές έρευνες (π.χ. που θα αποκάλυπταν φαινόμενα ανισοτήτων στην μάθηση των μαθηματικών) οι ερευνητικές μέθοδοι που απηχούν με τον καλύτερο τρόπο το κριτικό παράδειγμα

(τουλάχιστον όσον αφορά την τάξη των μαθηματικών) είναι η συμμετοχική έρευνα και η έρευνα δράση.

Οι Skovsmose & Borba (2004) περιγράφουν αναλυτικά κάποια χαρακτηριστικά της κριτικής έρευνας. Συνοπτικά, η *υπάρχουσα κατάσταση* (current situation) έχει κάποια προβληματικά χαρακτηριστικά που απαιτούν αντιμετώπιση. Ο ερευνητής και ο δάσκαλος διαμορφώνουν ως λύση αυτών των προβλημάτων μια *επιθυμητή κατάσταση* (imagined situation) και λαμβάνοντας υπόψη τους δομικούς και πρακτικούς περιορισμούς που υπάρχουν, διατυπώνουν την *ρυθμισμένη κατάσταση* (arranged situation) που με βάση αυτή δρουν. Τα δεδομένα προκύπτουν από την παρατήρηση της ρυθμισμένης κατάστασης, καθώς και από όλη τη διαπραγμάτευση και συζήτηση μεταξύ ερευνητή και δάσκαλου (και ίσως και μαθητών, διευθυντών, γονέων) για τη διαμόρφωση της επιθυμητής και της ρυθμισμένης κατάστασης. Τα δεδομένα αυτά αναλύονται με σκοπό την αποκόμιση συμπερασμάτων σχετικά με το εφικτό της επιθυμητής κατάστασης, τη διαμόρφωση μιας ρυθμισμένης κατάστασης πιο κοντά στην επιθυμητή κοκ. Η ποιότητα της έρευνας θεμελιώνεται κυρίως στις συνεργατικές διαδικασίες που διαποτίζουν όλες τις φάσεις της έρευνας αλλά και στην αλλαγή της υπάρχουσας κατάστασης. Παρά το ενδιαφέρον για θέματα ισότητας και δικαιοσύνης, η συμμετοχή και η διαπραγμάτευση μεταξύ των παραγόντων είναι ουσιαστική, αφού "κανείς δεν έχει πρόσβαση σε αδιαμφισβήτητη γνώση" και δεν υπάρχει "a priori κατανόηση του τι πρέπει να γίνει".

Έτσι, τα χαρακτηριστικά της γνώσης γύρω από τα φαινόμενα της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών στα πλαίσια του κριτικού παραδείγματος είναι:

- η γνώση κατασκευάζεται από την συνεργασία ερευνητή – δάσκαλου, είναι τοπική αλλά μπορεί να είναι χρήσιμη στη διαμόρφωση εναλλακτικών προτάσεων σε άλλες περιπτώσεις,
- γνώση σημαίνει κατανόηση και ερμηνεία των προσωπικών και διϋποκειμενικών νοημάτων και αληθειών που διαμορφώνονται από τους παράγοντες που εμπλέκονται στην μαθηματική εκπαίδευση, έχει ως βάση την κοινωνικοπολιτική θέση του γνώστη, και κυρίως αφορά στην αλλαγή της υπάρχουσας κατάστασης προς μια επιθυμητή,
- η γνώση πρέπει να στηρίζεται στην εμπειρία και τις παρατηρήσεις αλλά και στην φαντασία κατά την αναζήτηση επιθυμητών και ρυθμισμένων καταστάσεων,

- η γνώση είναι διαποτισμένη με τις αξίες, τα ενδιαφέροντα και τη δράση του ερευνητή και του δασκάλου και τα αντίπαλα κοινωνικά συμφέροντα.

2.4.2 Κριτικές στο κριτικό παράδειγμα

Η κυρίαρχη πεποίθηση ότι η γνώση είναι (ή πρέπει να είναι) ανεξάρτητη από τις πολιτικές και ιδεολογικές προτιμήσεις ή προκαταλήψεις, οδηγεί σε μια ισχυρή αμφισβήτηση για το αν ο στόχος των κριτικών θεωριών είναι η γνώση. Έτσι, ο ερευνητής του κριτικού παραδείγματος "…κατηγορείται ότι αγνοεί την πραγματική κατάσταση, ότι δεν ξέρει από πού να ξεκινήσει, ότι κάνει περισσότερο προσηλυτισμό παρά κανονική έρευνα και ίσως ότι επιδεικνύει διανοητική υπεροψία." (Bishop, 1992)

Οι Cuba & Lincoln (αναφέρεται στο Skovsmose & Borba 2004) περιγράφοντας τους στόχους του κριτικού παραδείγματος αναφέρουν ότι "ο ερευνητής έχει το ρόλο του υποκινητή και του διευκολυντή, πράγμα που υποδηλώνει ότι ο ερευνητής κατανοεί εκ των προτέρων ποιοι μετασχηματισμοί είναι αναγκαίοι." Οι εκφράσεις "*υποκινητής*" (instigator) και "*εκ των προτέρων*" (a priori) που χρησιμοποιούν υπονοούν ίσως μια κριτική όπως αυτή που προαναφέρθηκε. Για αυτόν ακριβώς το λόγο, οι Skovsmose & Borba δεν αποδέχονται αυτές τις εκφράσεις και εξηγούν την προσέγγισή τους λέγοντας ότι "ο μετασχηματισμός όπως και η κριτική περιλαμβάνουν αβεβαιότητα και αμφιβολία, έχουν τις ρίζες τους στην συνεργασία (collaboration) και όχι στην ηγεσία (leadership)."

Η ερευνητική μεθοδολογία που χρησιμοποιείται από το κριτικό παράδειγμα δηλαδή η έρευνα δράση, είναι κι αυτή στόχος κριτικής. Η ίδια κριτική ασκείται σε όλες τις μορφές έρευνας που ο ερευνητής, ή ένας από τους ερευνητές, είναι ο ίδιος ο δάσκαλος των μαθηματικών: Από τη στιγμή που ο ερευνητής είναι ο ίδιος το υποκείμενο της έρευνας χάνεται κάθε έννοια αντικειμενικότητας και εγκυρότητας. Όπως το θέτει ο Balacheff (Sierpinska & Kilpatrick, 1998) "*δεν μπορείς να είσαι δάσκαλος – ερευνητής περισσότερο από όσο μπορείς να είσαι ψυχαναλυτής του εαυτού σου*" (ο τονισμός δικός μας). Οι κριτικές αυτές στηρίζονται σε μια γενικότερη θεώρηση των εννοιών της έρευνας και της πράξης ως ξεχωριστών δραστηριοτήτων που δεν είναι δυνατό να αναλαμβάνονται από το ίδιο πρόσωπο. "Τα αποτελέσματα των εμπειρικών επιστημών ποτέ δεν είναι οι εμπειρίες καθαυτές, αλλά τα φαινόμενα ή τα γεγονότα εξηγημένα από

μια θεωρητική ανάλυση και αξιολογημένα από πειράματα ή παρατηρήσεις." (Margolinas, 1998). Ως εκ τούτου, ο αναστοχασμός και η επαγγελματική ανάπτυξη του εκπαιδευτικού δεν αποτελούν έρευνα. "Η υπευθυνότητα του ερευνητή είναι να παρέχει ερωτήσεις και απαντήσεις που επιτρέπουν τη δημιουργία διδακτικών καταστάσεων. Μια διδακτική κατάσταση μπορεί να προταθεί από τον ερευνητή στο δάσκαλο, αλλά είναι στην ευθύνη του δάσκαλου να την εφαρμόσει στην τάξη" (The ICMI study conference, 1998). Πρέπει εδώ να σημειώσουμε ότι αυτή η κριτική μπορεί η ίδια να γίνει αντικείμενο κριτικής: η "γνώση προς χάριν της γνώσης" δεν μπορεί να οδηγήσει στη βελτίωση της διδακτικής πράξης, ούτε μπορεί να το κάνει η διατήρηση του σχήματος έρευνα – ανάπτυξη – διάδοση (research – development – dissemination) που αντανακλά μια υποτιθέμενη δομή ισχύος με την αυθεντία του ερευνητή ψηλότερα από εκείνη του δάσκαλου (Bishop, 1998).

2.5 (Αυτο)κριτική της έρευνας στη ΔΜ

Οποιαδήποτε επιστημολογική οπτική κι αν επιλέξει κάποιος για να προσεγγίσει τη ΔΜ (όπως και κάθε επιστήμη) έχει αναπόφευκτα και κανονιστικό χαρακτήρα, δηλαδή οδηγεί σε αποφάνσεις σχετικά με το πως πρέπει να είναι τα πράγματα. Ωστόσο, *η πραγματικότητα της έρευνας σχεδόν ποτέ δεν είναι αυτή "που πρέπει"*. Η επιστημονική κοινότητα λειτουργεί και παράγει χωρίς κατ' ανάγκη να παίρνει υπόψη της μία, ολοκληρωμένη και σταθερή επιστημολογική προσέγγιση ή ερευνητικό παράδειγμα κάθε φορά. Οι θεωρίες, οι οπτικές, τα ευρήματα και οι ερμηνείες τους αποκτούν υπόσταση ερευνητικών αποτελεσμάτων μόνο μετά τη δημοσιοποίηση τους, την κριτική και την αποδοχή τους από την επιστημονική κοινότητα. Μακροπρόθεσμα, η χρησιμότητα των αποτελεσμάτων αυτών κρίνεται στην πράξη, τόσο την ερευνητική όσο και τη διδακτική, και μπορεί κάποιες θεωρίες, οπτικές και μέθοδοι να εγκαταλείπονται ή να αναδύονται άλλες. Είναι λοιπόν αναγκαίο να δούμε κάποιες κριτικές που ασκούνται στην πορεία ανάπτυξης της ΔΜ από τους ίδιους τους ερευνητές του χώρου – κριτικές που δεν έχουν στόχο κάποιο παράδειγμα, αλλά περισσότερο την συνολική κατεύθυνση και τις παθολογικές καταστάσεις που εμφανίζονται στη ΔΜ.

Η ανάπτυξη της ΔΜ σε ένα μεγάλο βαθμό στηρίζεται στην διεθνοποίησή της και την επικοινωνία μέσα στην επιστημονική κοινότητα. Από αυτή τη "διεθνοποίηση" όμως

συχνά αγνοείται ένα μεγάλο μέρος του κόσμου: το πρόβλημα της μειωμένης συμμετοχής στις εξελίξεις της ΔΜ είναι έντονο για χώρες της άπω ανατολής (εκτός Ιαπωνίας) παρά το ότι αντιπροσωπεύουν το μισό πληθυσμό της γης (Ellerton & Clements, 1998). Επιπλέον, ακόμη και στα πλαίσια του ευρωπαϊκού και βορειοαμερικανικού χώρου, διατυπώνονται κριτικές για την προνομιακή θέση συγκεκριμένων σχολών, παραδόσεων και παραδειγμάτων. Για παράδειγμα, οι Boero & Szendrei (1998) αναφερόμενοι σε περιοδικά του χώρου, διαπιστώνουν ότι για τα περισσότερα άρθρα, οι αναφορές περιέχουν συγγραφείς της ίδιας ερευνητικής σχολής. Μια αιτία για αυτά τα φαινόμενα είναι η δυσκολία επικοινωνίας μεταξύ διαφορετικών παραδειγμάτων που οφείλεται στους διαφορετικούς ορισμούς, έννοιες και οπτικές γωνίες από τις οποίες βλέπουν ακόμα και τα ίδια φαινόμενα. Μια ακόμη αιτία είναι οι περιορισμοί της γλώσσας: η κυριαρχία των αγγλικών συχνά καθιστά προβληματική την πρόσβαση στην έρευνα που αναπτύσσεται από σχολές και παραδόσεις με ισχυρή συμβολή στη ΔΜ (Γαλλία, Γερμανία, Ισπανία, Ιταλία, Πολωνία κλπ), ενώ προσφέρει το έδαφος για την διάδοση της έρευνας που προέρχεται από τις αγγλοσαξονικές χώρες. Έτσι, αυτό που είναι "τοπικής" σημασίας, *για κάποιους γίνεται παγκόσμιο* (από τα αγγλόφωνα έθνη), ενώ για κάποιους άλλους παραμένει τοπικό (Adler, Ball, Krainer, Lin & Novotna, 2005). Τα προβλήματα αυτά περιπλέκονται από την ύπαρξη διαφορετικών οικονομικών και διοικητικών μοντέλων που εφαρμόζονται στην εκπαίδευση. Για παράδειγμα, η διοίκηση σχολείων και η λήψη αποφάσεων από διοικητικά στελέχη που δεν προέρχονται από την εκπαίδευση, η εφαρμογή αγοραίων λογικών προσφοράς και ζήτησης σε πλευρές της εκπαίδευσης, είναι συνηθισμένες πολιτικές επιλογές στις αγγλοσαξονικές χώρες, σε αντίθεση με άλλα εθνικά συστήματα εκπαίδευσης.

Η ανάπτυξη της έρευνας σε διαφορετικό βαθμό στις διάφορες χώρες του κόσμου οφείλεται (ανάμεσα σε άλλα) και στην χρηματοδότησή της και σε προτεραιότητες που καθορίζονται από τις υιοθετούμενες πολιτικές. Αν η χρηματοδότηση της έρευνας στη ΔΜ είναι αναγκαία για την ανάπτυξή της και τη βελτίωση της παρεχόμενης μαθηματικής εκπαίδευσης, άλλο τόσο είναι πηγή κινδύνων και χειραγώγησης. Για την κρατική χρηματοδότηση (και ιδιαίτερα για τα ερευνητικά κέντρα που αναφέρονται στις κυβερνήσεις και εξαρτώνται από αυτές) είναι έντονες οι κριτικές για κατευθυνόμενη έρευνα και για προγράμματα που έχουν στόχο την *παραγωγή υποστηριγμάτων των ακολουθούμενων πολιτικών*. Εξάλλου, "είναι σπάνιο να βρεις κυβέρνηση να

χρηματοδοτεί ερευνητές που είναι ελεύθεροι να ερευνούν ότι αυτοί θέλουν" (Bishop, 1992). Για την ιδιωτική χρηματοδότηση οι κριτικές είναι ακόμη εντονότερες. Για παράδειγμα, ο Ernest (1998), αναφερόμενος στην έρευνα σχετικά με τη χρήση των ηλεκτρονικών υπολογιστών στη μαθηματική εκπαίδευση, επισημαίνει ότι οι προθέσεις των χρηματοδοτών μπορεί να προκαλέσουν σοβαρή παραμόρφωση της έρευνας, η οποία αντανακλά "*εμπορικά, βιομηχανικά και στρατιωτικά συμφέροντα*, πιθανόν εις βάρος της βελτίωσης της διδασκαλίας και της μάθησης των μαθηματικών". Οι κριτικές όμως έχουν στόχο και τους ερευνητές οι οποίοι μπαίνουν στον πειρασμό να προγραμματίσουν την έρευνά τους με κριτήριο τη ζήτηση της αγοράς και την εξασφάλιση χρηματοδότησης (Leder, 1998, Sowder, 1998) και να πουλήσουν περισσότερα από όσα μπορούν να προσφέρουν (Kilpatrick, 1992).

Εκτός από τις παραπάνω κριτικές που αναφέρονται περισσότερο στο πριν και το μετά μιας έρευνας, συχνά γίνονται κριτικές για φαινόμενα που αφορούν τη ίδια τη φάση της έρευνας, μετά από τον εντοπισμό του θέματος και μέχρι τη διατύπωση των συμπερασμάτων.

Συχνά γίνονται κριτικές για *προβληματικές κατασκευές εννοιών*, όρων και εργαλείων μέτρησης που τελικά δεν μετρούν αυτό για το οποίο φτιάχτηκαν. Έτσι, οι Ruffell, Mason & Allen (1998) αμφισβητούν την ίδια την ύπαρξη των "στάσεων" και των "πεποιθήσεων" και θεωρούν ότι οι έννοιες αυτές είναι αποτέλεσμα της προσπάθειας του ερευνητή να περιγράψει και να ερμηνεύσει αυτό που νομίζει ότι παρατηρεί. Επιπλέον, αυτό που συχνά θεωρείται αποκάλυψη των στάσεων και των πεποιθήσεων (με βάση αυτό που λένε τα υποκείμενα της έρευνας) αντανακλά περισσότερο τις σκέψεις και τις διαθέσεις της στιγμής, παρά αυτά που αισθάνεται πραγματικά ο ερωτώμενος όταν εμπλέκεται σε μαθηματικές δραστηριότητες. Ο Shoenfeld (2002) αναφέρει τα Πιαζετιανά πειράματα για τη διατήρηση του αριθμού, τα οποία όσες φορές κι αν επαναλήφθηκαν έδιναν σταθερά αποτελέσματα, όταν όμως χρησιμοποιήθηκαν άλλα έργα για τον ίδιο σκοπό τα αποτελέσματα διαφοροποιήθηκαν αρκετά. Όμοιες κριτικές έχουν ασκηθεί για τα τεστ νοημοσύνης που μπορεί να δίνουν αξιόπιστα αποτελέσματα αλλά δεν μετρούν νοημοσύνη, αλλά κάποιες συγκεκριμένες περιοχές ικανοτήτων που ο κατασκευαστής τους θεωρεί αξιόλογες.

Ένα φαινόμενο που μάλλον έχει τις ρίζες του στην αναζήτηση της αλήθειας και στην προσπάθεια να επιβεβαιώσουμε παρά να διαψεύσουμε μια θεωρία, είναι η *υποτίμηση των ευρημάτων που διαψεύδουν* μια θεωρία ή μια υπόθεση. Η ιστορία της

επιστημονικής έρευνας είναι γεμάτη με παραδείγματα θεωριών που διατηρούνται παρά τις κρίσιμες διαψεύσεις τους (Kuhn, 2004, Lakatos, 1986). Συχνά, τα τεκμήρια που θεωρούνται επιβεβαιωτικά τονίζονται περισσότερο στις δημόσιες παρουσιάσεις από τα μη επιβεβαιωτικά. Τα τελευταία συχνά αγνοούνται ή αποδίδονται σε λανθασμένες διαδικασίες ή μετρήσεις κατά την επανάληψη μιας έρευνας (Hiebert, 1998). Επιπλέον, οι Ellerton & Clements (1998) αναφέρονται σε παραδείγματα ερευνών που δείχνουν τη μη καθολικότητα των θεωριών και αγνοούνται επειδή αναφέρονται σε ειδικές περιπτώσεις πληθυσμών. Οι Lerman, Xu & Tsatsaroni (2003) εξετάζοντας αναφορές ερευνών κατά τα χρόνια 1990-2001 στα περιοδικά ESM, JRME και στο ετήσιο συνέδριο του PME βρίσκουν ότι μόνο το 0,7% των ερευνών αντιτίθενται σε κάποια θεωρία, το 1,5% προσαρμόζουν μια θεωρία, το 7,2% υποστηρίζουν ενώ το 73,9% απλώς χρησιμοποιούν μια θεωρία. Την ίδια στιγμή ασκούνται κριτικές ότι τα "επιβεβαιωτικά" αποτελέσματα κάποιων ερευνών είναι τετριμμένα, αφού, για παράδειγμα, επιβεβαιώνουν "απλώς ότι η αφηρημένη μαθηματική σκέψη είναι δύσκολη για πολλούς μαθητές" (Sierpinska, 2004).

Ενώ συχνά τα αποτελέσματα της έρευνας κριτικάρονται ως τετριμμένα, την ίδια στιγμή διαπιστώνεται μια εστίαση στη μεθοδολογία με επιφανειακό τρόπο (Schoenfeld, 2002), μια εστίαση στην ποιότητα της έρευνας μέσω της μεθόδου και όχι μέσω των ερωτημάτων που επιχειρεί να απαντήσει ή της προβληματικής στην οποία εντάσσεται (Bishop, 1992). Πρόκειται για μια προσέγγιση που εστιάζει στα ευρήματα, που επιδιώκει την συσσώρευση ερευνητικών αποτελεσμάτων σε ένα θέμα, *ανεξαρτήτως οπτικών και θεωρητικών πλαισίων*. Παρά το γεγονός ότι έχει συνδεθεί με τις εποχές κυριαρχίας του θετικιστικού παραδείγματος και του συμπεριφορισμού, η πρακτική αυτή συνεχίζει να εμφανίζεται και να προκαλεί κριτικές (Mason 1996). Η Sierpinska (2004) αναφερόμενη σε μερικές αναφορές ερευνών για την περιγραφή της μάθησης των μαθηματικών που παρουσιάστηκαν σε συνέδριο του PME σχολιάζει:

> "Θεωρώ ότι οι αναφορές δεν θα είχαν γίνει δεκτές για δημοσίευση αν δεν ήταν διατυπωμένες με όρους μιας ορισμένης θεωρίας. Πράγματι, καθεμιά από τις αναφορές αυτές περιείχε ένα τμήμα για το "θεωρητικό πλαίσιο" της έρευνας, κάνοντας όλες τις σωστές αναφορές και εισάγοντας έννοιες, τις οποίες μερικές φορές (sic!) χρησιμοποιούσαν στις περιγραφές."

Αυτά τα φαινόμενα ίσως εξηγούνται από το άγχος των ερευνητών να δημοσιεύσουν εργασίες κάτω από την πίεση επικείμενων κρίσεων για εξέλιξη, χρηματοδότηση κλπ. Αλλά, όπως το θέτει ο Vinner (1997), αναφερόμενος συνολικά στο χώρο της ΔΜ:

> "Για να επιβιώσει, ίσως κανείς να πρέπει να προσποιείται που και που. Αλλά μπορεί να προσποιείται για πάντα; … Αν προσποιείσαι για πολύ καιρό, ίσως ανακαλύψεις ότι δεν μπορείς να απαλλαγείς από το προσωπείο σου."

Τα φαινόμενα που είναι αντικείμενο των προηγούμενων κριτικών σχετίζονται με τον κίνδυνο της "διαμερισματοποίησης" (compartmentalization) της έρευνας στη ΔΜ:

> "είναι πολύ εύκολο να εστιάσεις στενά, αγνοώντας ή απορρίπτοντας εργασίες ή οπτικές που δεν είναι εμφανώς σχετικές με τη δική σου. Αυτό μπορεί να κοστίσει, δεδομένης της συστημικής και βαθιά συνδεδεμένης [deeply connected] φύσης των εκπαιδευτικών φαινομένων. Οι διδακτικοί χρειάζονται μια αίσθηση μεγάλης εικόνας ["big picture"] και του πως τα πράγματα ταιριάζουν μεταξύ τους" (Schoenfeld, 2002).

Για παράδειγμα, συχνά δημοσιεύονται έρευνες σχετικά με τη χρήση εφαρμογών της πληροφορικής στη διδασκαλία των μαθηματικών, που φαίνεται να αγνοούν το ευρύτερο πλαίσιο αλληλεπίδρασης (ή/και αντίθεσης) της διαίσθησης με την αναλυτική σκέψη. Η σχέση διαισθητικών προσεγγίσεων και αναλυτικής σκέψης στη μάθηση των μαθηματικών είναι ένα σημείο μεγάλου ενδιαφέροντος στη ΔΜ. Η διαίσθηση είναι άμεση, αυθόρμητη, βασίζεται στη σφαιρική αντίληψη και δεν εμπλέκει αναλυτικές διαδικασίες. Η χρήση της στη μάθηση των μαθηματικών μπορεί να είναι εξαιρετικά γόνιμη. Όμως η αναλυτική σκέψη είναι αναπόσπαστο στοιχείο των μαθηματικών. Προκύπτει έτσι η ανάγκη της "*αναστολής*" (inhibition) της διαίσθησης, όχι με την έννοια της εξάλειψής της αλλά *με την έννοια του ελέγχου της από το άτομο και της αξιοποίησής της για την ανάπτυξη του αναλυτικού τρόπου σκέψης* (Vinner, 1997). Τι σημαίνει όμως ανάπτυξη της αναλυτικής σκέψης; Πως επηρεάζεται (αν επηρεάζεται) η ικανότητα για αναλυτική σκέψη από την παθητική παρακολούθηση τηλεοπτικών προγραμμάτων (σε μεγάλες δόσεις και από πολύ μικρή ηλικία), που καλλιεργούν την άμεση, σφαιρική αντίληψη γρήγορα εναλλασσόμενων εικόνων και ήχων και δεν ευνοούν την κριτική σκέψη, την επιχειρηματολογία, τον αναστοχασμό, τον έλεγχο της προσοχής και τον αυτοέλεγχο; Το ίδιο ερώτημα τίθεται για τη χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών και τα βιντεοπαιχνίδια αλλά και τον γενικότερο τρόπο ζωής και επικοινωνίας των παιδιών σήμερα. Η Healy (1996) φτάνει να θεωρεί ότι ο ίδιος ο εγκέφαλος των μαθητών αναπτύσσεται σήμερα προς κατευθύνσεις που δεν ευνοούν την

τυπική εκπαίδευση, λόγω των αλλαγών που επιβάλλουν τα ηλεκτρονικά μέσα στον τρόπο ζωής των σημερινών παιδιών. Αν υποθέσουμε ότι κάποιες αλλαγές υπάρχουν (σε σχέση με ότι συνέβαινε πριν από μερικές δεκαετίες), τι μπορεί να σημαίνουν για την έρευνα στη ΔΜ; *Μπορεί η επιστημονική κοινότητα να τις αγνοεί και να συνεχίζει να στηρίζεται σε δεδομένα προηγούμενων δεκαετιών*; Μπορεί ο ερευνητής να εστιάζει στα ερευνητικά του ερωτήματα και να αδιαφορεί για το έδαφος που αλλάζει κάτω από τα πόδια του;

Παρά τη σημασία των παραπάνω κριτικών, έχουμε τη γνώμη ότι κεντρικής σημασίας θέμα που έχει αποτελέσει αντικείμενο επεξεργασιών αλλά και αντιθέσεων στο χώρο, είναι αυτό της σχέσης της έρευνας και της θεωρίας με την πράξη της μαθηματικής εκπαίδευσης. Συχνά ακούγονται κριτικές από την πλευρά των εκπαιδευτικών και της διοίκησης της εκπαίδευσης για τη μικρή συμβολή της ερευνητικής κοινότητας στην εκπαιδευτική πράξη. Αλλά αυτή η κριτική ασκείται και από τους ίδιους τους ερευνητές. Ο Bishop (1992) διαπιστώνει ότι οι ερευνητές δεν απευθύνονται ευθέως στους εκπαιδευτικούς, αλλά στους υπόλοιπους ερευνητές. Τα περιοδικά και τα βιβλία που γράφονται έχουν ως αποδέκτες κυρίως τους ερευνητές. Η επικέντρωση στην επικοινωνία μέσα στα όρια της ερευνητικής κοινότητας κάνει "όλο και πιο δύσκολο σε κάποιον άλλο να ακούσει αυτό που λέγεται και ακόμα περισσότερο να το καταλάβει."

Ίσως αυτό συμβαίνει επειδή ακόμα υπάρχει η πεποίθηση ότι ο ρόλος της έρευνας είναι να αναπτύξει τη γνώση και την κατανόησή μας για τα φαινόμενα της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών, ενώ "είναι κάποιου άλλου ο ρόλος να καθορίσει το τι θα γίνει με τη χρήση αυτής της γνώσης" (Bishop, 1992). Την ίδια στιγμή, "η ερευνητική κοινότητα φαίνεται ότι μόνο σπανίως προσέχει το γεγονός ότι πολλά παιδιά σε όλο τον κόσμο βρίσκονται σε τάξεις όπου λίγα καταλαβαίνουν από τα λόγια και τα σύμβολα που χρησιμοποιούν οι δάσκαλοι και τα βιβλία" (Ellerton & Clements, 1998). Οι Malara & Zan (2002) διαπιστώνουν ότι, ενώ η ΔΜ αναγνωρίζεται όλο και ευρύτερα ως επιστημονικό πεδίο, η ίδια η επιστημονική κοινότητα της ΔΜ τείνει να την αντιμετωπίζει ως καθαρό – θεωρητικό επιστημονικό πεδίο χωρίς άμεση σύνδεση με την κοινωνική πραγματικότητα και τις επείγουσες ανάγκες των δασκάλων. Έτσι, "η ατζέντα της έρευνας κυριαρχείται από τα ερωτήματα και τους προσανατολισμούς των ερευνητών και όχι των εκπαιδευτικών" (Bishop, 1998), η έρευνα καθοδηγείται από "την *ιδιοτροπία* και την *περιέργεια* των ερευνητών μάλλον, παρά από μια προσπάθεια να

αντιμετωπιστούν πραγματικά προβλήματα" (Lesh & Lovitts, 2000, όπως αναφέρεται στο English, 2002).

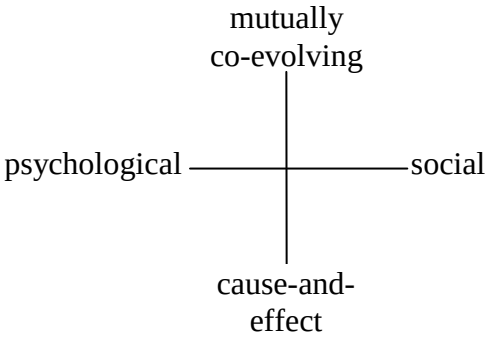
Σχετικά και με τα παραπάνω, η English (2002) θεωρεί ότι η έρευνα στη ΔΜ ήταν στατική για μεγάλο μέρος της δεκαετίας του 90, δεν παρέχει τις αναγκαίες κατευθύνσεις για μελλοντική ανάπτυξη και ισχυρίζεται ότι "*οι πιο σημαντικές ερωτήσεις δεν έχουν απαντηθεί*".

2.6 Παραδείγματα και θεωρίες: Ασυμμετρία ή σύνθεση;

Ο Mason (1996) αναφέρει ότι οι διαφορετικές προσεγγίσεις για τα φαινόμενα που ενδιαφέρουν τη ΔΜ και για τη γνώση που μπορούμε ή/και θέλουμε να έχουμε για αυτά, μπορούν να ειδωθούν ως πάλη μεταξύ αντιθέτων σε δύο άξονες:

- στον ένα άξονα, από τη μια μεριά έχουμε τις εξηγήσεις τύπου "αιτίου-αιτιατού" και συστημικής αιτιότητας και από την άλλη την αμοιβαία συν-εξέλιξη ως διαδικασία ή μηχανισμό που η κατανόησή του εξηγεί τα φαινόμενα
- στον άλλο άξονα έχουμε την αντίθεση μεταξύ της έμφασης στον ψυχολογικό παράγοντα και της έμφασης στους κοινωνικούς και πολιτισμικούς παράγοντες.

Επιπλέον, ο Hollis (2005) δομεί όλη την εισαγωγή του στη "φιλοσοφία των κοινωνικών επιστημών" πάνω σε έναν 2×2 πίνακα διπλής εισόδου. Η μία διάσταση περιλαμβάνει την εξήγηση (με θεμελιώδες χαρακτηριστικό την αναζήτηση αιτιωδών σχέσεων) και την κατανόηση (με κύριο χαρακτηριστικό την ερμηνεία των νοημάτων). Η άλλη διάσταση περιλαμβάνει τον ατομισμό (η έμφαση στο άτομο) και τον ολισμό (η έμφαση στις κοινωνικές συλλογικότητες). Επιπλέον και οι δύο συγγραφείς διατυπώνουν τα δίπολα περισσότερο ως συνεχή φάσματα παρά ως αποκλειστικά διλήμματα. Συγκρίνοντας τις δύο περιγραφές βλέπουμε ότι έχουν πολλά κοινά χαρακτηριστικά και μπορούν να δώσουν μια σχηματική εικόνα των προσεγγίσεων για τη ΔΜ.



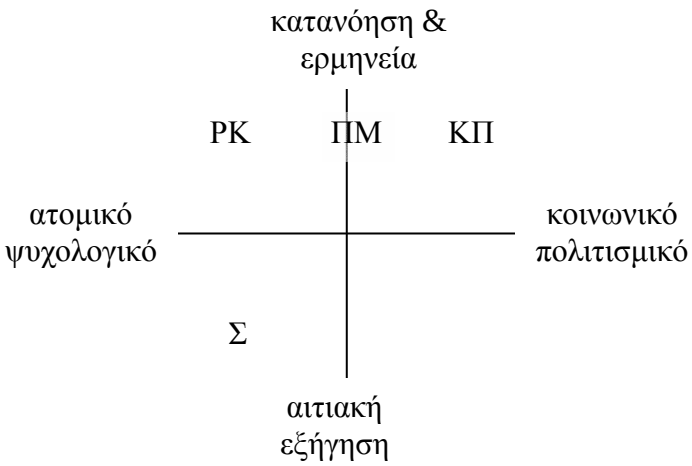
Mason (1996)

	Εξήγηση	**Κατανόηση**
Ολισμός	συστήματα	"παίγνια"
Ατομισμός	παράγοντες	παίκτες

Hollis (2005)

Σχήμα 2.6α

Με όλους τους περιορισμούς που έχει μια σχηματική απεικόνιση, θα μπορούσαμε να φανταστούμε στο σχήμα του Mason τον έναν άξονα να αντιστοιχεί στο φάσμα από την αναζήτηση αιτιωδών εξηγήσεων και νόμων μέχρι την κατανόηση και ερμηνεία των νοημάτων και της δράσης, και τον άλλο άξονα να αντιπροσωπεύει το φάσμα από την εστίαση στο ατομικό-ψυχολογικό μέχρι την εστίαση στο κοινωνικό-πολιτισμικό. Μια τέτοια προσπάθεια φαίνεται στο σχήμα 2.6β, στο οποίο έχουν ενδεικτικά τοποθετηθεί οι θεωρίες του συμπεριφορισμού (Σ), του ριζοσπαστικού κονστρουκτιβισμού (ΡΚ) και των κοινωνικοπολιτισμικών θεωριών που θεμελιώνονται στον Vygotsky (ΚΠ). Σύμφωνα με τη δική μας κατανόηση, οι θεωρίες της πλαισιοθετημένης μάθησης (situated learning) (ΠΜ) θα τοποθετούνταν μεταξύ του ατομικού και του κοινωνικού, αφού προσεγγίζει τη μάθηση ως συμμετοχή του ατόμου στις πρακτικές της κοινότητας.



Σχήμα 2.6β

Οι περιορισμοί του παραπάνω σχήματος είναι οι εξής:

- Δύσκολα σε αυτό θα μπορούσε να τοποθετηθεί το κριτικό ρεύμα, λόγω της εστίασης στην αλλαγή των συνθηκών της τάξης και σε κοινωνικοπολιτικά θέματα. Ο άξονας "εξήγηση – ερμηνεία" δεν περιλαμβάνει τον παράγοντα "αλλαγή", εκτός αν υποθέσουμε ότι το κριτικό ρεύμα μπορεί να ενταχθεί στο ερμηνευτικό παράδειγμα αφού η "αλλαγή" προϋποθέτει την "ερμηνεία".
- Υπάρχουν προσεγγίσεις που ίσως συνδυάζουν στοιχεία που βρίσκονται σε περισσότερα από ένα τεταρτημόρια του σχήματος (π.χ. η διδακτική μηχανική της γαλλικής σχολής). Ιδιαίτερα εκείνες οι συστημικές προσεγγίσεις που υποθέτουν την μη προβλεψιμότητα των φαινομένων (βλ. παρακάτω) έχουν στοιχεία τόσο από το 4ο τεταρτημόριο (συστήματα) όσο και από το 1ο και 2ο (μη προβλεψιμότητα)
- Όπως κάθε σχηματική απεικόνιση, είναι μια φτωχή απεικόνιση της πραγματικότητας, δεν μπορεί να εκφράσει λεπτομερειακά την ποικιλία των απόψεων, ούτε να καλύψει το πώς κατανοεί ο καθένας αυτές τις απόψεις.

Παρά τους περιορισμούς, ίσως το σχήμα να είναι χρήσιμο για μια εποπτική παρουσίαση των αντιθέσεων και των συνθέσεων που υπάρχουν στη ΔΜ.

Οι διαφορετικές προσεγγίσεις και οι αντιθέσεις των παραδειγμάτων ίσως ξενίζουν και δημιουργούν σύγχυση. Πολύ περισσότερο που μερικές φορές η σύγκρουση των προσεγγίσεων οδηγούσε σε δημόσιες διαμάχες σαν εκείνη μεταξύ των ποσοτικών – ποιοτικών μεθόδων (Howe & Eisenhart, 1990). Η ύπαρξη διαφορετικών παραδειγμάτων στη ΔΜ και ο πολλαπλασιασμός των θεωριών ίσως να προκαλεί ανησυχία και συγκρίσεις με τον *πύργο της Βαβέλ* (ESM editors, 2002). Ίσως να έλκει μια ιδεατή κατάσταση συναίνεσης στην επιστημονική κοινότητα για την αναζήτηση ενοποιητικών θεωριών στο πρότυπο της φυσικής, όμως δεν είναι αυτή η πραγματικότητα της ΔΜ. Ακόμα και στη φυσική – μια ώριμη επιστήμη με αρκετούς αιώνες ζωής και συμβολή χιλιάδων επιστημόνων – η "μεγάλη ενοποίηση" των θεωριών (συμπεριλαμβανομένων της σχετικότητας, της κβαντομηχανικής και της βαρύτητας) προς το παρόν παραμένει όνειρο και στόχος. Επιπλέον, η διαφορετικότητα των θεωριών και οι αντιθέσεις των παραδειγμάτων στη ΔΜ ίσως λειτουργούν προστατευτικά απέναντι σε δογματικές στενότητες που θα προκαλούνταν από την τυφλή αποδοχή ενός μοναδικού κυρίαρχου παραδείγματος (Boaler, 2002).

Από όλο και περισσότερους συγγραφείς διατυπώνεται η άποψη ότι καθώς τα παραδείγματα και οι διαφορετικές θεωρίες αναπτύσσονται, γίνεται σαφές ότι δεν υπάρχει μία μοναδική "σωστή" οπτική. Η *πολλαπλότητα φαίνεται να είναι αναγκαία,* ακόμα κι αν οι διαφορετικές οπτικές είναι μερικές φορές αντιφατικές. Ο Mason (1996) αντλεί από τη φυσική για να κάνει έναν παραλληλισμό: Οι φυσικοί έχουν για πολλά χρόνια συνηθίσει να χρησιμοποιούν δύο αντιφατικές μεταξύ τους οπτικές για να μελετήσουν το φως. Υπάρχουν ιδιότητες του φωτός που μπορούν να εξηγηθούν μόνο αν αντιμετωπίσει κανείς το φως ως κύμα και άλλες που πρέπει να το δει ως σωματίδια. Το φως δεν είναι τίποτα από τα δύο. Οι άνθρωποι είναι αυτοί που χρησιμοποιούν την κυματική ή τη σωματιδιακή προσέγγιση για να μελετήσουν το φως.

> "Το ίδιο είναι πιθανό να είναι αλήθεια για τις θεωρίες στην και για την ΔΜ. Αντί να υποστηρίζουν την αποκλειστικότητα, οι άνθρωποι όλο και περισσότερο αναγνωρίζουν ότι κάθε λόγος [discourse] παρέχει έναν τρόπο να βλέπουν και να μιλούν που μπορεί να φαίνεται κατάλληλος ή ακατάλληλος για το πλαίσιο, το θέμα και τους συμμετέχοντες, που μπορεί να αποδειχτεί κατατοπιστικός ή όχι στο μέλλον. Αλλά η πολλαπλότητα δεν είναι εύκολο να γίνει αποδεκτή." (Mason, 1996)

Στις συζητήσεις γύρω από τα διαφορετικά παραδείγματα και παραδόσεις φαίνεται να ισχύει η διαπίστωση ότι "για να ακουστεί πρέπει αναγκαία να είναι ακραίο" και "το να εκφράσεις κάτι σημαίνει να το υπερτονίσεις" (Mason, 1996). Όταν ακουστεί και εκφραστεί η διαφορετική άποψη και "κάτσει η σκόνη", είναι πιο εύκολο να διαπιστωθεί η ανάγκη των πολλαπλών προσεγγίσεων.

> "Η συστημική προσέγγιση κυριαρχεί τώρα στην έρευνα στη ΔΜ. Οι πραγματικές [naturalistic] συνθήκες προτιμούνται από τα περιβάλλοντα στα οποία τα γεγονότα ελέγχονται. Η αυθεντικότητα είναι το πρώτο ζητούμενο. Αλλά οι ερευνητές της ΔΜ ποτέ δεν παντρεύτηκαν μία μόνη προσέγγιση, επιστημολογία, παράδειγμα, μέσο αναπαράστασης ή μέθοδο. Όλα αναδεικνύουν μια πλευρά και είναι προσωρινά, κανένα δεν μπορεί να πει όλη την ιστορία" (Kilpatrick, 1993)

Ειδικότερα σχετικά με την επιλογή των μεθόδων, φαίνεται μια αυξανόμενη ποικιλία και συχνά γίνεται χρήση περισσότερων από μιας μεθόδων.

> "Μια ερευνητική μέθοδος είναι ένας φακός μέσα από τον οποίο μπορούμε να δούμε κάποιο σύνολο φαινομένων. Ένας φακός μπορεί να φέρνει αδρά στο οπτικό μας πεδίο κάποια φαινόμενα, αλλά μπορεί επίσης την ίδια στιγμή να θολώνει άλλα, ακόμη και να δημιουργεί τεχνητές ή παραπλανητικές εικόνες. Επιπλέον, για να συνεχίσουμε τη μεταφορά,

> διαφορετικοί φακοί είναι κατάλληλοι για διαφορετικούς σκοπούς. … Τα φαινόμενα που θέλουμε να δούμε πρέπει να επηρεάζουν την επιλογή της μεθόδου, και αντίστροφα, η επιλογή της μεθόδου θα επηρεάσει το τι μπορούμε να δούμε." (Schoenfeld, 2002)

Επιπλέον, πολλοί σύγχρονοι ερευνητές χρησιμοποιούν πολλαπλές μεθόδους και οπτικές στη διερεύνηση των ερευνητικών ερωτημάτων που θέτουν. Για παράδειγμα, ο Evans (2003) διαπιστώνει ότι "δεν είναι όλη η θετικιστική έρευνα ποσοτική, ούτε όλη η ποσοτική έρευνα είναι θετικιστική" και αναφέρεται σε "*υβριδικές*" μεθόδους που υπερβαίνουν τις διαχωριστικές γραμμές. Η έρευνα στη ΔΜ

> "δεν είναι έρευνα στις φυσικές επιστήμες ή στις επιστήμες της ζωής, δεν είναι εφαρμοσμένη στατιστική, και δεν είναι εύκολη. Ειδικότερα, κανένα μέσο κατανόησης δεν είναι από μόνο του επαρκές, και κανένα απλό στυλ έρευνας δεν θα μας πάει πολύ μακριά από μόνο του, ανεξάρτητα από το αν βασίζεται στις ποιοτικές ή τις ποσοτικές μεθοδολογίες" (English et al, 2002).

Μέσα από τη "γνωστική επανάσταση" των δεκαετιών του 70 και του 80 και την αυξημένη έμφαση στις κοινωνικοπολιτισμικές θεωρίες και μεθόδους της δεκαετίας του 90, η ΔΜ, μέσα στο σύντομο χρόνο ύπαρξής της, έχει αλλάξει τον τρόπο που βλέπει τα φαινόμενα που θεωρεί κεντρικά, και έχει αναπτύξει νέες μεθόδους για να τα διερευνήσει (Schoenfeld, 2002). Το ερμηνευτικό παράδειγμα κυριαρχεί σήμερα στη ΔΜ (Howe, 2002, σ. 5, Ernest, 2004) είτε μέσα από τις ατομικές – ψυχολογικές προσεγγίσεις είτε μέσα από τις κοινωνικοπολιτισμικές θεωρίες, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι το θετικιστικό παράδειγμα έχει πάψει να επηρεάζει την έρευνα. Επιπλέον η κριτική θεωρία παίζει έναν αυξανόμενο ρόλο στη συζήτηση για την σχέση της έρευνας με τη διδακτική πράξη.

2.7 Η ΔΜ ως επιστημονικό πεδίο

Κλείνοντας το κεφάλαιο αυτό, οφείλουμε να επιστρέψουμε στην αρχή. Ένα από τα ερωτήματα αυτής της μελέτης ήταν το αν και με ποια κριτήρια θα μπορούσαμε να πούμε ή όχι ότι το πεδίο της ΔΜ συνιστά επιστήμη.

Η απάντηση στο παραπάνω ερώτημα προϋποθέτει μια απάντηση στο "τι είναι επιστήμη" και μια διατύπωση των κριτηρίων για την αναγνώριση ενός πεδίου ως επιστήμη. Και οι απαντήσεις στα τελευταία ερωτήματα δεν είναι μοναδικές.

Ενδεικτικά, υπάρχουν απαντήσεις που θεωρούν ως αδιαπραγμάτευτες λειτουργίες της επιστήμης τη νομολογική εξήγηση, την πρόβλεψη και τον έλεγχο των φαινομένων και την αξιολογική ουδετερότητα. Υπάρχουν άλλες που θεωρούν την επιστήμη ως συστηματική, ελεγχόμενη, εμπειρική και κριτική διερεύνηση των φαινομένων και των μεταξύ τους σχέσεων. Και υπάρχουν και οι μετανεωτερικές απόψεις που ορίζουν την επιστήμη ως "αυτό που κάνουν οι επιστήμονες", δίνοντας έτσι πρωταγωνιστικό ρόλο στις πρακτικές, στους κοινωνικούς ρόλους, στις κοινότητες και στους θεσμούς που αναφέρονται ή σχετίζονται με το συγκεκριμένο χώρο.

Μια ευρεία και ευρέως αποδεκτή άποψη για το πεδίο της ΔΜ (Bishop, 1992) θεωρεί ως αναγκαία τα εξής χαρακτηριστικά:

- συστηματική, σκόπιμη, κριτική διερεύνηση των ερωτημάτων και αναζήτηση της γνώσης και κατανόησης των φαινομένων.
- εμπειρικά τεκμήρια που συνδέουν την έρευνα με την πραγματικότητα της μαθηματικής εκπαίδευσης.
- θεωρία που αναγνωρίζει την ύπαρξη αξιών, υποθέσεων και παραδοχών, και ικανοποιεί την ανάγκη να αναπαριστούμε την γνώση και την κατανόηση η οποία προέρχεται από κάθε εμπειρική μελέτη.

Είναι γεγονός ότι η ΔΜ μοιράζεται κάποια χαρακτηριστικά με ώριμες επιστήμες: ύπαρξη μιας ερευνητικής κοινότητας τοποθετημένης στα πανεπιστήμια και τα ερευνητικά κέντρα, με διεθνή φόρα ανταλλαγής απόψεων (περιοδικά, συνέδρια, συναντήσεις), με αυξανόμενη εξωτερική αναγνώριση (Malara & Zan, 2002). Ωστόσο υπάρχουν αυτοί που ισχυρίζονται ότι η ΔΜ δεν θα είναι επιστήμη όσο δεν έχει μία συμπαγή επιστημονική κοινότητα που να εμπνέεται από ένα σαφώς οριοθετημένο παράδειγμα (κατά τα πρότυπα του Kuhn) που να υποδεικνύει τα θέματα και τις μεθόδους της έρευνας. Και υπάρχουν εκείνοι που ισχυρίζονται ότι η ΔΜ είναι επιστήμη αλλά όχι με τα κριτήρια των θετικών επιστημών ή (καλύτερα) ότι λόγω της φύσης της δραστηριότητας και της πολυπλοκότητας των αντικειμένων της μελέτης, η ΔΜ ποτέ δεν θα γίνει επιστήμη με την παραδοσιακή (και στενή) έννοια (Lester & Wiliam, 2002, Ellerton & Clements, 1998).

Σήμερα, ανάμεσα στα ανοικτά ερωτήματα της ΔΜ, το ενδιαφέρον φαίνεται να στρέφεται σε νέες προκλήσεις ή σε παλιές προκλήσεις με νέα μορφή (English et al,

2002). Οι προσωπικές μας προτιμήσεις μας κάνουν να αναφέρουμε δύο από τα θέματα μεγάλου ενδιαφέροντος που αναφέρονται στη σύγχρονη βιβλιογραφία. Το ένα αφορά στην παλιά συζήτηση για τη σχέση της ερευνητικής κοινότητας με την τάξη των μαθηματικών και το άλλο είναι η προσφάτως αναδυόμενη οπτική της τάξης των μαθηματικών ως πολύπλοκο (complex) σύστημα.

Η συζήτηση και οι κριτικές για τη σχέση της θεωρίας και της έρευνας στη ΔΜ με την τάξη των μαθηματικών δεν είναι καινούργια (όπως προαναφέρθηκε). Αλλά φαίνεται ότι κάποια πράγματα αλλάζουν τουλάχιστον στο τρόπο που οι ερευνητές αντιμετωπίζουν αυτή τη σχέση, ακόμα κι αν οι αλλαγές είναι αργές και κατώτερες των αναγκών. Ως ενδείξεις του αυξανόμενου ενδιαφέροντος, αλλά και των αλλαγών στον τρόπο που ο ρόλος της ΔΜ γίνεται αντιληπτός, θα μπορούσαμε να δούμε:

- τον αυξανόμενο αριθμό και τη βελτίωση της ποιότητας από τη μια μεριά των ερευνητικών προγραμμάτων στα οποία εμπλέκονται ενεργά οι εκπαιδευτικοί σε ερευνητικούς ρόλους, και από την άλλη, των προσπαθειών επαγγελματικής ανάπτυξης των εκπαιδευτικών που εμπλέκονται ενεργά οι ερευνητές (Jaworski, 2004, Potari & Jaworski, 2002).
- στην αύξηση του ενδιαφέροντος και του ρόλου των ερευνητών της ΔΜ στην εκπαίδευση των μελλοντικών δασκάλων των μαθηματικών, που φαίνεται, για παράδειγμα, από τη σύγκριση της έμφασης με την οποία αντιμετωπίζεται αυτό το θέμα από τους συγγραφείς στη μελέτη του ICMI (1998) και από το Handbook of international research in mathematics education (English, 2002α). Μια επιπλέον ένδειξη της αύξησης του ενδιαφέροντος είναι η έκδοση του Journal of Mathematics Teacher Education από το 1998.

Το δεύτερο θέμα είναι η αύξηση των αναφορών που αντιμετωπίζουν τα αντικείμενα μελέτης της ΔΜ ως πολύπλοκα (complex) συστήματα (Lester & Wiliam, 2002, Malara & Zan, 2002).

> "Οι διδακτικοί των μαθηματικών [mathematics educators] έχουν φτάσει να αναγνωρίζουν ότι οι μαθητές, οι δάσκαλοι, οι τάξεις, τα μαθήματα, τα αναλυτικά προγράμματα, τα εργαλεία μάθησης και τα μυαλά [minds] είναι πολύπλοκα συστήματα λαμβανόμενα από μόνα τους, πόσο μάλλον σε συνδυασμό. … Γενικά, τα συστήματα που ερευνούμε είναι δυναμικά, αλληλεπιδρώντα, αυτορρυθμιζόμενα, και συνεχώς προσαρμοζόμενα" (English, 2002)

Οι Davis & Simmt (2003) χρησιμοποιούν τον όρο *πολύπλοκο* (complex) σύστημα σε αντιδιαστολή με τα απλά συστήματα (ντετερμινιστικά συστήματα λίγων μεταβλητών π.χ. σύγκρουση μπαλών μπιλιάρδου) και τα μη οργανωμένα (disorganized) πολύπλοκα συστήματα (που εμπλέκουν εκατομμύρια μεταβλητών ή τμημάτων και απαιτούν στατιστικές και πιθανοκρατικές μεθόδους, π.χ. η πρόβλεψη του καιρού). Τα πολύπλοκα συστήματα αναδύονται μέσα από τις αλληλεπιδράσεις των παραγόντων τους, έχουν το χαρακτηριστικό της *αυτό-οργάνωσης*, είναι *δυναμικά* και *προσαρμόσιμα*. Τέτοια συστήματα είναι *μη προβλέψιμα* αφού αναπτύσσουν ικανότητες διαφορετικών αποκρίσεων σε ίδιες επιδράσεις και, το σημαντικότερο, μαθαίνουν να αποκρίνονται διαφορετικά. Παραδείγματα τέτοιων συστημάτων (εκτός από το επίπεδο της βιόσφαιρας) είναι η λειτουργία του εγκεφάλου, η ατομική κατασκευή νοήματος, η νόηση, οι κοινωνικές συλλογικότητες, και ο πολιτισμός. Οι συγγραφείς ισχυρίζονται ότι τα αντικείμενα μελέτης της ΔΜ είναι τέτοια πολύπλοκα συστήματα, είτε στο επίπεδο του ατομικού είτε στο επίπεδο της κοινότητας μάθησης των μαθηματικών. Περιγράφουν τα χαρακτηριστικά και τις λειτουργίες τέτοιων συστημάτων χρησιμοποιώντας ως παραδείγματα μια ομάδα καθηγητών μαθηματικών και μια τάξη μαθηματικών Α΄ Γυμνασίου.

Ίσως τέτοιες προσεγγίσεις να αλλάζουν ριζικά τον τρόπο που βλέπουμε τα πράγματα και να έχουν σημαντικές επιπτώσεις στην τάξη των μαθηματικών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3
ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ ΣΤΗ ΔΜ

3.1 Η συζήτηση για τα κριτήρια και τους κανόνες αξιολόγησης

Στο διάστημα των σαράντα περίπου χρόνων από την ίδρυση των πρώτων συνεδρίων και περιοδικών στο χώρο της ΔΜ, η συζήτηση για τους κανόνες και τα κριτήρια αξιολόγησης της έρευνας[1] είναι συνεχής. Οι συζητήσεις, που συχνά παίρνουν τη μορφή έντονων αντιπαραθέσεων, τροφοδοτούνται τόσο από τις στροφές που σημειώθηκαν (και σημειώνονται) στις θεωρητικές οπτικές και στις ερευνητικές μεθοδολογίες, όσο και από εξωτερικές – κοινωνικές και πολιτικές – πιέσεις.

Τέτοιες συζητήσεις και επαναπροσδιορισμοί συμβαίνουν συχνά σε όλα τα επιστημονικά πεδία, ακόμα και στις "σκληρές" επιστήμες, όπως για παράδειγμα η συζήτηση που πυροδοτήθηκε στο χώρο των μαθηματικών από την απόδειξη του θεωρήματος των τεσσάρων χρωμάτων το 1976. Ένα ουσιαστικό τμήμα της απόδειξης αυτής είχε γίνει με ηλεκτρονικό υπολογιστή και έτσι, η δημοσίευση περιείχε προγράμματα υπολογιστή και αποτελέσματα που προέκυπταν σύμφωνα με αυτά τα προγράμματα. Ο έλεγχος μιας τέτοιας απόδειξης αναγκαία θα περιλαμβάνει τη χρήση υπολογιστή είτε με το ίδιο, είτε με άλλο λογισμικό. Αυτή η δημοσίευση ήταν η αιτία συζητήσεων για τη φύση της απόδειξης στα μαθηματικά και τη "διαφορά ανάμεσα σε μια απόδειξη που στηρίζεται στην αξιοπιστία της μηχανής και σε μια απόδειξη που εξαρτάται μόνο από την ανθρώπινη λογική" (Davis & Hersh, 1981, σελ. 364).

Η συνεχής συζήτηση για τα κριτήρια αξιολόγησης της έρευνας στη ΔΜ (Hart, 1998, Kilpatrick, 1993, Lester & Lambdin 1998, Romberg, 1992, Schoenfeld, 2002, Howe & Eisenhart, 1990, Eisenhart 2006) αναδεικνύει το ενδιαφέρον της κοινότητας για την ποιότητα και τη αξία της έρευνας. Το ενδιαφέρον αυτό δεν μπορεί να αποδοθεί κυρίως στη χαμηλή ποιότητα της έρευνας, παρά τις ισχυρές δημόσιες κριτικές που διατυπώνονται συχνά μέσα από την επιστημονική κοινότητα – ίσως αυτές ακριβώς οι κριτικές είναι μια ένδειξη της σοβαρότητας με την οποία αντιμετωπίζονται τα θέματα της ποιότητας. Κάποιοι λόγοι που η προσοχή συχνά στρέφεται σε τέτοια θέματα είναι:

---

[1] Συχνά στη βιβλιογραφία χρησιμοποιείται η διάκριση μεταξύ αξιολόγησης της ερευνητικής δραστηριότητας γενικά, και αξιολόγησης των ερευνητικών αναφορών – άρθρων (paper). Στην παρούσα μελέτη, στα κριτήρια αξιολόγησης της έρευνας συμπεριλαμβάνουμε και τις δύο πλευρές.

- η σχετικά μικρή "ηλικία" του επιστημονικού πεδίου της ΔΜ και η γρήγορη ανάπτυξή του τα τελευταία 30 χρόνια,
- η πολυπλοκότητα των φαινομένων που μελετώνται,
- η άντληση ιδεών, θεωριών και μεθόδων από πολλά διαφορετικά πεδία και η υιοθέτηση διαφορετικών οπτικών,
- η χρήση πολλών διαφορετικών μεθόδων που δεν μπορούν να κριθούν όλες με τα ίδια κριτήρια και μέτρα,
- οι εξωτερικές κριτικές προς τη ΔΜ (από επιστήμονες άλλων πεδίων, πολιτικούς και εκπαιδευτικούς), που φτάνουν μέχρι και την πλήρη υποτίμηση και απαξίωσή της ως πεδίο έρευνας.

3.1.1 Η εξέλιξη των κριτηρίων

Η κυριαρχία του θετικιστικού παραδείγματος στη ΔΜ (και γενικότερα στην εκπαιδευτική έρευνα) κατά τα πρώτα χρόνια ανάπτυξής της, οδήγησε στην υιοθέτηση των κανόνων και κριτηρίων που ίσχυαν στις εμπειρικές θετικές επιστήμες: αντικειμενικότητα, αξιοπιστία των μετρήσεων, εγκυρότητα και γενικευσιμότητα των συμπερασμάτων. Αυτά τα κριτήρια απηχούσαν από τη μια μεριά το είδος της επιδιωκόμενης γνώσης (απόλυτη, καθολική, ανεξάρτητη από τον ερευνητή) και από την άλλη μεριά τις μεθόδους για την απόκτησή της (πειράματα, επισκοπήσεις και χρήση στατιστικών μεθόδων ανάλυσης). Μέχρι τη δεκαετία του 70,

> "ο κόσμος της διδασκαλίας και της μάθησης των μαθηματικών γινόταν αντιληπτός ως ένα σύστημα αλληλεπιδρώντων μεταβλητών. Ο σκοπός της έρευνας ήταν να περιγράψει αυτές τις μεταβλητές, να ανακαλύψει τις συσχετίσεις τους, και να επιχειρήσει να χειριστεί ορισμένες μεταβλητές για να επιτύχει αλλαγές σε άλλες." (Kilpatrick, 1993).

Η βαθμιαία αναγνώριση των αδυναμιών των ποσοτικών μεθόδων και το άνοιγμα του πεδίου της ΔΜ σε προσεγγίσεις προερχόμενες από γειτονικά πεδία (κοινωνικές και ανθρωπιστικές επιστήμες) οδήγησε στην αύξηση της χρήσης όλο και πιο διαφορετικών ποιοτικών μεθόδων. Αυτές οι μέθοδοι, προερχόμενες από ερμηνευτικές, συμβολικές και φαινομενολογικές προσεγγίσεις, αναγνώριζαν την υποκειμενικότητα, την αξία των ιδιαίτερων και μη γενικεύσιμων χαρακτηριστικών, τις ολιστικές προσεγγίσεις. Ο εμπλουτισμός της ΔΜ με τις νέες προσεγγίσεις και μεθοδολογίες οδήγησε σε μια έντονη συζήτηση για τους κανόνες και τα κριτήρια αξιολόγησης της έρευνας, που είναι

γνωστή ως "αντιπαράθεση ποιοτικών – ποσοτικών μεθόδων" (qualitative – quantitative debate) και που κατέληξε με τη νομιμοποίηση και καθιέρωση των ποιοτικών μεθόδων.

Η υποχώρηση του θετικιστικού προτύπου για την έρευνα δεν σήμανε την εγκατάλειψη της ανάγκης ύπαρξης κριτηρίων, ούτε και την πλήρη απόρριψη των μέχρι τότε αποδεκτών κριτηρίων. "Η εγκατάλειψη του θετικισμού δεν συνεπάγεται την εγκατάλειψη των κανόνων της αντικειμενικότητας και του ορθολογισμού …αλλά πρέπει να θεωρηθούν ευρέως ερμηνευμένα …" (Howe & Eisenhart, 1990).

> "Μέσα στην κοινότητα της ΔΜ χρειαζόμαστε μια ευρεία και βαθιά κατανόηση των λογικών και εμπειρικών θεμελίων της επιστημονικής αλήθειας, της εγκυρότητας και της αντικειμενικότητας – όχι μια a priori απόρριψη αυτών των ιδεών" (Goldin, 2003).

Επιπλέον, στα πλαίσια των νεότερων προσεγγίσεων, τα κριτήρια αξιολόγησης της έρευνας δεν γίνονται αντιληπτά ως αυστηροί και άκαμπτοι κανόνες που επιβάλλονται στην ερευνητική κοινότητα από κάποια εξωτερική επιστημολογική δέσμευση ή συμβατική απαίτηση, αλλά μάλλον ως ευέλικτες, γενικές και διαπραγματεύσιμες κατευθύνσεις που προκύπτουν μέσα από τη δράση της κοινότητας.

Μια αναζωπύρωση των αντιπαραθέσεων φαίνεται να υπάρχει πρόσφατα, κυρίως στις αγγλοσαξονικές χώρες (ΗΠΑ και Βρετανία) με αφορμή πολιτικές αποφάσεις κυβερνητικών επιτροπών που κρίνουν τις πειραματικές μεθόδους ως τις μόνες επιστημονικές και κατάλληλες για να ληφθούν υπόψη στο σχεδιασμό και την εφαρμογή πολιτικών για την μαθηματική εκπαίδευση (για τις ΗΠΑ και τους "πολέμους των μαθηματικών: Kilpatrick, 2001, Eisenhart, 2006, για τη Βρετανία: Oancea, 2005).

3.1.2 Επιφυλακτικότητα απέναντι στα κριτήρια και η ανάγκη ύπαρξής τους

Φαίνεται ότι, τόσο την περίοδο της αντιπαράθεσης ποιοτικών – ποσοτικών μεθόδων όσο και πιο πρόσφατα, η αντικειμενικότητα, η εγκυρότητα και η γενικευσιμότητα χρησιμοποιήθηκαν για να ενοχοποιηθούν και να περιθωριοποιηθούν κάποιες προσεγγίσεις ή μεθοδολογίες ως αναξιόπιστες και αναποτελεσματικές. Έτσι, η επιστημονική κοινότητα της ΔΜ ήταν και είναι επιφυλακτική στην ιδέα της καθιέρωσης ενός σταθερού, ενιαίου και άκαμπτου συνόλου κριτηρίων για την αξιολόγηση της ποιότητας της έρευνας. Οι απόψεις φτάνουν μέχρι και την άρνηση υιοθέτησης των "παραδοσιακών" κριτηρίων, αφού οποιαδήποτε τέτοια λίστα "αναπόφευκτα θα αντανακλούσε την έμφαση μιας ιδιαίτερης ομάδας ανθρώπων" και

"κάθε προσπάθεια να εισαγάγουμε κάτι περισσότερο από χαλαρά κριτήρια, ή κατευθυντήριες γραμμές, … θα ήταν ανοησία" (Ellerton & Clements, 1998).

Ωστόσο, η ίδια η επιστημονική κοινότητα της ΔΜ χρησιμοποιεί στην πράξη κάποια κριτήρια αξιολόγησης της έρευνας. Αυτή η ανάγκη προκύπτει μέσα στη δραστηριότητα της κοινότητας, όταν πρέπει να κριθούν άνθρωποι για πανεπιστημιακούς τίτλους και θέσεις, όταν πρέπει να κριθούν αναφορές για δημοσίευση σε περιοδικά ή για παρουσίαση σε συνέδρια. Επιπλέον, η ύπαρξη κάποιων κριτηρίων είναι αναγκαία προς το εξωτερικό της επιστημονικής κοινότητας, όταν θα πρέπει να αξιολογηθούν ερευνητικά προγράμματα για να χρηματοδοτηθούν και όταν πρέπει να αξιολογηθούν τα ερευνητικά αποτελέσματα που θα χρησιμοποιηθούν στη χάραξη πολιτικών. Έτσι, εκ των πραγμάτων υπάρχουν και λειτουργούν αξιολογήσεις στη βάση κάποιων κριτηρίων που δεν είναι σταθερά και αμετάβλητα, αλλά συνεχώς διαπραγματεύσιμα και μεταβαλλόμενα ανάλογα με τους σκοπούς των αξιολογήσεων. Μέσα από τη δημόσια συζήτηση για την αξιολόγηση της έρευνας χρειάζεται να αντιμετωπιστούν οι ανάγκες αύξησης της ποιότητας της έρευνας στο χώρο, και συγχρόνως, φαινόμενα ανταγωνισμού για την εξασφάλιση χρηματοδοτήσεων ή αγοραστών τα οποία απειλούν, σε ορισμένες περιπτώσεις, να αντικαταστήσουν τη θεωρία στο ρόλο της καθοδήγησης της έρευνας (Leder, 1998).

Από την άλλη μεριά, αν μια έρευνα πρόκειται να αποδώσει κάποια βελτίωση στην κατανόηση ενός φαινομένου ή στη πρακτική, αυτό μπορεί να γίνει μόνο αφού υποβληθεί στην ανοικτή και δημόσια κριτική της ερευνητικής ή/και εκπαιδευτικής κοινότητας. Αυτή όμως η κριτική δεν μπορεί να στηρίζεται "στην ιδιοτροπία του ατόμου, αλλά πρέπει να γίνεται παίρνοντας υπόψη τους δημόσιους κανόνες (δηλ. τα κριτήρια ποιότητας) στους οποίους τα μέλη της κοινότητας δεσμεύουν τους εαυτούς τους" (Lester & Lambdin, 1998). Έτσι, *η διαμόρφωση κριτηρίων αξιολόγησης είναι μια συνεχής διαδικασία που είναι μέρος της δραστηριότητας της κοινότητας*. Τα κριτήρια διαμορφώνονται από αυτό που κάνει η κοινότητα και όχι ως αποτέλεσμα εξωτερικών ρυθμιστικών επιλογών. Έχει λοιπόν νόημα η διερεύνηση του ποια κριτήρια υιοθετούνται, πως διαμορφώθηκαν και πως εφαρμόζονται σε διαφορετικές περιστάσεις, ποια συναίνεση υπάρχει στην κοινότητα, ποιες κριτικές γίνονται και ποιες διαφορετικές προσεγγίσεις υπάρχουν κοκ., και όχι η αναζήτηση κάποιας απόλυτης και υπερβατικής αλήθειας για το ποια θα έπρεπε να είναι αυτά τα κριτήρια.

3.1.3 Παράγοντες που επηρεάζουν τη διαμόρφωση και επιλογή των κριτηρίων

Δεν υπάρχει και δεν μπορεί να υπάρξει μια σταθερή λίστα κριτηρίων, αφού αλλάζουν στο χρόνο και η επιλογή τους εξαρτάται από πολλούς παράγοντες. Η διαμόρφωση και η υιοθέτηση των κριτηρίων αξιολόγησης μπορεί να επηρεάζεται από:

- Το σκοπό για τον οποίο γίνεται η αξιολόγηση. Σε μια επιτροπή της εθνικής επιτροπής έρευνας (NRC) των ΗΠΑ (Kilpatrick, 2001) που είχε στόχο να συνθέσει την έρευνα για τη μάθηση των μαθηματικών μέχρι το Γυμνάσιο και να παράσχει οδηγίες και υποδείξεις για τη βελτίωση της πρακτικής, τα κριτήρια για την επιλογή των ερευνών που θα λαμβάνονταν υπόψη ήταν: να είναι σημαντικές για τη μάθηση των μαθηματικών, να είναι βάσιμες από την άποψη των χρησιμοποιούμενων τεκμηρίων, να είναι γενικεύσιμες, και τα αποτελέσματά τους να συγκλίνουν. Αντίθετα, στην κρίση ενός διδακτορικού, ίσως να έχει μικρότερο βάρος η σημασία της έρευνας για την άμεση βελτίωση της πράξης και η γενικότητα των συμπερασμάτων και να αποκτά ιδιαίτερο βάρος η πρωτοτυπία, που έλειπε από τα κριτήρια της παραπάνω επιτροπής.
- Το παράδειγμα ή την θεωρητική οπτική στην οποία εντάσσεται η έρευνα και οι κριτές της. Έτσι, ενώ στα πλαίσια του θετικιστικού παραδείγματος επιδιώκεται η αντικειμενικότητα και η γενικευσιμότητα, μια έρευνα στο κριτικό παράδειγμα ίσως ιεραρχεί ως κύρια επιδίωξη την αντιμετώπιση των κοινωνικών ανισοτήτων σε μια συγκεκριμένη τάξη και με μια συγκεκριμένη διδακτική προσέγγιση.
- Τις τάσεις και τα ενδιαφέροντα που επικρατούν τόσο γενικά στο χώρο της ΔΜ όσο και ειδικά στο συγκεκριμένο άτομο που αξιολογεί. Οι εμπειρίες, οι αξίες και τα ενδιαφέροντα του κριτή, η κοινότητα και οι θεσμοί μέσα στους οποίους εργάζεται, έχουν συχνά ως αποτέλεσμα μια προσωπική αντίληψη των κριτηρίων, ακόμα και την ύπαρξη προκαταλήψεων (Hanna, 1998).
- Τις διαφορετικές μεθοδολογίες και τα πεδία από τα οποία αυτές αντλούνται. Για παράδειγμα, σε μια ιστορική έρευνα στη ΔΜ μπορεί να μην έχουν νόημα η αντικειμενικότητα, η επαναληψιμότητα και η προβλεπτική δύναμη (Ellerton & Clements, 1998). Σε μια επισκόπηση μεγάλης κλίμακας η αξιοπιστία και η εγκυρότητα ίσως να είναι μεγάλης σημασίας, ενώ σε μια εθνογραφική έρευνα αυτά παίρνουν εντελώς διαφορετικό περιεχόμενο. Γενικότερα, τα κριτήρια που χρησιμοποιούνται σε πεδία από τα οποία η ΔΜ αντλεί μεθοδολογίες, επηρεάζουν σε

σημαντικό βαθμό τα κριτήρια που υιοθετούνται στη ΔΜ, χωρίς βέβαια αυτό να σημαίνει άκριτη εφαρμογή των "εισαγόμενων" κριτηρίων (The ICMI study conference, 1998).

- Τους ισχυρισμούς της κάθε συγκεκριμένης έρευνας. Μια έρευνα που ισχυρίζεται ότι τα αποτελέσματά της ισχύουν σε έναν ευρύτερο πληθυσμό θα πρέπει να στηρίζει αυτόν τον ισχυρισμό στη σταθερότητα των αποτελεσμάτων σε διαφορετικές συνθήκες και πλαίσια, και στην τυχαία δειγματοληψία. Μια έρευνα που, λόγω περιορισμών στους πόρους και το χρόνο, χρησιμοποιεί "ευκαιριακό" (ή "βολικό") δείγμα, δεν μπορεί να στηρίξει τη γενικότητα των συμπερασμάτων της. Αντιθέτως, μια έρευνα που ισχυρίζεται ότι διερευνά σε βάθος κάποια φαινόμενα της μάθησης των μαθηματικών όπως εμφανίστηκαν σε μια μικρή ομάδα μαθητών δεν χρειάζεται να στηρίξει τη γενικευσιμότητα των συμπερασμάτων, αλλά να πείσει για το γιατί τα συγκεκριμένα συμπεράσματα είναι έγκυρα στις συνθήκες της έρευνας και γιατί αξίζουν την προσοχή της υπόλοιπης κοινότητας.
- Τις κοινωνικές και πολιτικές πιέσεις. Η ανάπτυξη της ΔΜ χωρίς την ανάλογη βελτίωση της πρακτικής στην τάξη των μαθηματικών και οι εξωτερικές κοινωνικές πιέσεις που ασκούνται σχετικά με αυτό (Bishop, 1998), φαίνεται να οδηγούν σε μια αύξηση της προσοχής στην άμεση χρησιμότητα της έρευνας για τους εκπαιδευτικούς και στη δυνατότητα πρόσβασης στην έρευνα από αυτούς (English et al, 2002). Ένα παράδειγμα επίδρασης πολιτικών πιέσεων είναι ο αποκλεισμός των μη πειραματικών ερευνών ως πηγές για τη διαμόρφωση των αναλυτικών προγραμμάτων και των οδηγιών προς τους δασκάλους στις ΗΠΑ (Kilpatrick, 2001) με σημαντικές συνέπειες και στη χρηματοδότηση της έρευνας.

3.1.4 Η σημερινή κατάσταση

Συνοψίζοντας, διαμορφώνεται μια ευρεία συναίνεση στην επιστημονική κοινότητα της ΔΜ σχετικά με τα εξής χαρακτηριστικά των κριτηρίων αξιολόγησης:

- Θα πρέπει να είναι αρκετά γενικά και μάλλον αφηρημένα, ώστε να μπορούν να προσαρμοστούν και να εφαρμοστούν σε μελέτες που χρησιμοποιούν διαφορετικές οπτικές και διαφορετικές μεθοδολογίες.

- Θα πρέπει να αναφέρονται στα θέματα της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών και να απηχούν τα ενδιαφέροντα του πεδίου της ΔΜ.
- Δεν θα πρέπει να είναι σταθερά και άκαμπτα αλλά ευέλικτα και διαπραγματεύσιμα ώστε να μπορούν να παρακολουθούν τις εξελίξεις και τις μετατοπίσεις. Δεν αποτελούν μια λίστα κανόνων ή απαράβατων όρων τους οποίους κάθε μελέτη οφείλει να ικανοποιεί, αλλά μάλλον γενικές κατευθυντήριες γραμμές, η κριτική εφαρμογή των οποίων είναι ευθύνη της κοινότητας.

Η προσπάθεια από τη μια μεριά να αποφευχθούν οι αγκυλώσεις του παρελθόντος και από την άλλη να απαντηθούν οι δύσκολες ερωτήσεις που θα ωθήσουν τη ΔΜ μπροστά, δεν είναι εύκολη. Ιδιαίτερα σήμερα που αναγνωρίζεται ότι τα συστήματα που μελετώνται είναι πολύπλοκα, δυναμικά και συνεχώς προσαρμοζόμενα, επανέρχεται η ανάγκη *εγκατάλειψης των εννοιών* "της αμερόληπτης αντικειμενικότητας και της απλοϊκής επαναληψιμότητας. Ομοίως οι απλοϊκές έννοιες της αξιοπιστίας και της εγκυρότητας ίσως πρέπει να επανερμηνευθούν ώστε να είναι συνεπείς με τις σύγχρονες θεωρητικές οπτικές" (English et al, 2002). Συγχρόνως αναδύονται νέες ανάγκες, όπως η πρακτική χρησιμότητα και το προσβάσιμο των μελετών από τους εκπαιδευτικούς.

Στα πλαίσια αυτά, η επίσημη πολιτική των επιστημονικών περιοδικών και συνεδρίων είναι η διατύπωση κάποιων γενικών κριτηρίων (κυρίως αναφορικά με την αξία και την ποιότητα της μελέτης) και η παρότρυνση προς τους κριτές να είναι ευέλικτοι στην εφαρμογή τους και συγχρόνως, να είναι όσο το δυνατόν λεπτομερείς και εξονυχιστικές οι κριτικές τους. Αυτό μπορεί να φαίνεται αντιφατικό, ωστόσο η προσέγγιση δεν είναι η αυστηρή εφαρμογή κάποιων κριτηρίων υπό μορφή μέτρησης, αλλά η ουσιαστική και κριτική εξέταση αν οι διαδικασίες, η επιχειρηματολογία και τα συμπεράσματα πείθουν ακόμα και έναν καλοπροαίρετο σκεπτικιστή.

3.2 Τα κριτήρια και το περιεχόμενό τους

Με σκοπό από τη μια να διευκρινίσουμε τις έννοιες και την ορολογία που χρησιμοποιείται, και από την άλλη να δείξουμε την εξέλιξη και τις σημερινές προσεγγίσεις αυτών των εννοιών, θα προσπαθήσουμε παρακάτω να περιγράψουμε αυτά που αναφέρονται στη βιβλιογραφία ως κριτήρια ή κανόνες. Οι αλληλοεπικαλύψεις και

οι επαναλήψεις που εμφανίζονται σ' αυτή την περιγραφή είναι μάλλον αναπόφευκτες αφού πολλές από τις έννοιες συνδέονται μεταξύ τους. Μερικές βασικές βιβλιογραφικές πηγές που περιλαμβάνουν καταγραφές των κριτηρίων αξιολόγησης και χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα μελέτη φαίνονται στον πίνακα 3.1

Howe & Eisenhart 1990	συνέπεια ερωτημάτων με μεθόδους συλλογής και ανάλυσης αποτελεσματική εφαρμογή μεθόδων συλλογής και ανάλυσης ενημερότητα και συνεκτικότητα των υποθέσεων υποβάθρου συνολική δικαιολόγηση αξιακοί περιορισμοί (χρησιμότητα, ηθικά ζητήματα)
Kilpatrick 1993	σημασία (relevance) εγκυρότητα αντικειμενικότητα πρωτοτυπία αυστηρότητα (rigor) και ακρίβεια (precision) προβλεψιμότητα (predictability) επαναληψιμότητα (reproducibility) σχετική με τη μαθηματική εκπαίδευση (relatedness)
Hart 1998	υπάρχει ένα πρόβλημα υπάρχουν τεκμήρια / δεδομένα (evidence / data) η έρευνα μπορεί να επαναληφθεί η έρευνα είναι δημοσιευμένη υπάρχει μια θεωρία
Lester & Lambdin 1998	αξία (worthwhileness) συνέπεια (coherence) (ερωτημάτων – μεθόδων) ικανότητα (competence) (στην εφαρμογή των μεθόδων) openness (αναγνώριση προκαταλήψεων, αναλυτικές περιγραφές) ηθικά ζητήματα (ethics) credibility (ισχύς των επιχειρημάτων) άλλες ποιότητες, πρωτοτυπία, διαύγεια, οργάνωση
Schoenfeld 2002	περιγραφική δύναμη εξηγητική δύναμη εύρος (scope) προβλεπτική δύναμη αυστηρότητα (rigor) και σαφήνεια (specificity) διαψευσιμότητα (falcifiability) επαναληψιμότητα, γενικότητα και αξιοπιστία (trustworthiness) πολλαπλές πηγές τεκμηρίων (τριγωνοποίηση)

Πίνακας 3.1 Τα κριτήρια αξιολόγησης όπως καταγράφονται από ερευνητές της ΔΜ

Συχνά στη βιβλιογραφία χρησιμοποιείται η διάκριση μεταξύ των κανόνων που διέπουν (ή πρέπει να διέπουν) την ερευνητική δραστηριότητα και των κριτηρίων αξιολόγησης των ερευνητικών αναφορών – άρθρων (paper) προς δημοσίευση. Κάποιοι από τους συγγραφείς αναφέρονται ειδικά στην αξιολόγηση των αναφορών (π.χ. Hart, 1998), ενώ άλλοι επεξεργάζονται συνολικότερα το πρόβλημα των κανόνων και της αξιολόγησης της ερευνητικής δραστηριότητας (π.χ. Lester & Lambdin, 1998, Schoenfeld, 2002). Ορισμένα από τα κριτήρια που αναφέρονται παρακάτω (π.χ. η ανάγκη περιγραφής του θεωρητικού πλαισίου) αφορούν κυρίως τις αναφορές, ενώ άλλα (π.χ. η αξιοπιστία) κυρίως τη φάση διεξαγωγής της έρευνας. Όλα όμως σχετίζονται (λίγο ή πολύ) και με τις δύο πλευρές. Στην παρούσα εργασία δεν θεωρήσαμε αναγκαία τη χρήση αυτής τη διάκρισης, αφού η καταγραφή και η ερμηνεία των κριτηρίων στηρίχτηκε κυρίως στην προσπάθεια επιστημολογικής προσέγγισης του πεδίου της ΔΜ.

3.2.1 Αξία ή σημασία (relevance) ή χρησιμότητα

Η βασική απαίτηση για τη δημοσιοποίηση οποιασδήποτε έρευνας είναι η αξία που μπορεί να έχει για την ερευνητική και εκπαιδευτική κοινότητα. Η περιέργεια του ερευνητή μπορεί να είναι ένα σημαντικό κίνητρο για την ανάληψη μιας ερευνητικής προσπάθειας, αλλά δεν αρκεί για να κάνει τη μελέτη του ενδιαφέρουσα για τους άλλους ερευνητές ή εκπαιδευτικούς. *Τα ερωτήματα "ποια είναι η αξία της μελέτης;" "πως μπορεί να χρησιμοποιηθεί;", και "από ποιον;" είναι σημαντικά για την αξιολόγηση της έρευνας*. Μια μελέτη που τα ερωτήματα που επιχειρεί να απαντήσει δεν ενδιαφέρουν την κοινότητα ή δεν προσθέτουν κάτι στη γνώση και την κατανόηση κάποιων πλευρών που αφορούν την κοινότητα, δεν είναι πιθανό να θεωρηθεί αξιόλογη ακόμη κι αν τα συμπεράσματά της είναι έγκυρα και η επιχειρηματολογία της απολύτως πειστική. Το ζητούμενο για την έρευνα είναι να επεκτείνει και να βαθαίνει την κατανόησή μας για κάποια πλευρά της μαθηματικής εκπαίδευσης ή να συμβάλλει στη βελτίωση της πρακτικής. Αυτό μπορεί να σημαίνει την εκλέπτυνση μιας θεωρίας, την εισαγωγή μιας χρήσιμης ιδέας, διάκρισης ή ταξινόμησης, την περιγραφή ή εξήγηση κάποιων φαινομένων, την επεξεργασία υλικών και προτάσεων διδασκαλίας κοκ.

Υπάρχουν όμως, κάποιες πλευρές που χρειάζονται διευκρίνιση.

Πρώτον, μια έρευνα μπορεί να είναι εξαιρετικά χρήσιμη για κάποιους ερευνητές του χώρου ενώ να μην προσφέρει κάτι το ουσιαστικό στους δασκάλους των μαθηματικών ή το αντίστροφο. Για παράδειγμα, η διάκριση του Ernest σχετικά με τα ερευνητικά παραδείγματα (θετικιστικό, ερμηνευτικό, κριτικό) που χρησιμοποιούμε σε αυτή την εργασία, φάνηκε να είναι μεγάλης αξίας για τους ερευνητές του χώρου αφού χρησιμοποιήθηκε πολύ στις μελέτες για το χώρο της ΔΜ. Δεν θα μπορούσαμε όμως να φανταστούμε την χρησιμότητα αυτής της διάκρισης για έναν δάσκαλο των μαθηματικών που ενδιαφέρεται για τη βελτίωση της διδασκαλίας του. Αλλά αυτό δεν μειώνει καθόλου την αξία μελετών που μπορεί να μην έχουν άμεση χρησιμότητα στην τάξη των μαθηματικών. Από την άλλη μεριά (όπως αναφέρθηκε και πιο πριν) αναγνωρίζεται η αυξανόμενη ανάγκη η ΔΜ ως ερευνητικό πεδίο να έχει μεγαλύτερη συμβολή στη βελτίωση της πράξης. Έτσι, αυξάνεται το ενδιαφέρον για έρευνες που μελετούν τη βελτίωση της διδασκαλίας σε συγκεκριμένες συνθήκες ή παρέχουν υλικά και προτάσεις για τη διδασκαλία συγκεκριμένων θεμάτων των μαθηματικών κλπ. Γενικά, η δυνατότητα μιας έρευνας να επιδράσει θετικά στη διδασκαλία των μαθηματικών αξιολογείται όλο και περισσότερο ως σημαντικό χαρακτηριστικό της. Επιπλέον, αναδεικνύεται η ανάγκη η έρευνα να είναι προσβάσιμη για τους πιθανούς χρήστες της.

Δεύτερον, όπως συμβαίνει σε όλες τις επιστήμες, μια έρευνα που σήμερα μπορεί να φαίνεται μικρής αξίας, ίσως μετά από κάποιο χρόνο αποδειχτεί μεγάλης αξίας. Αυτό περιλαμβάνει και την έρευνα που ενώ στην αρχή δεν φαίνεται να έχει κάποια επίδραση στην πράξη, αργότερα, και μέσα από τις νέες οπτικές που παρέχει, αποδεικνύεται το αντίθετο. Ο Ernest (1998) τονίζοντας τον κίνδυνο των κοντόφθαλμων κρίσεων με βάση τη χρησιμότητα, αναφέρει ότι ο Poincaré στην αρχή του 20ου αιώνα παρατηρούσε ότι στις μη ευκλείδειες γεωμετρίες έχουμε θεωρίες απολύτως μη εφαρμόσιμες και μετά από λίγα χρόνια ο Einstein δημοσίευε τη θεωρία της σχετικότητας, που χρησιμοποιούσε τις μη ευκλείδειες γεωμετρίες με ουσιαστικό τρόπο.

Συνοψίζοντας, το κριτήριο της αξίας και της χρησιμότητας της έρευνας περιέχει το στοιχείο της προσωρινότητας και των υποκειμενικών κρίσεων, προκαταλήψεων και προτιμήσεων. Αυτό αναγνωρίζεται από την κοινότητα (Howe & Eisenhart, 1990, Lester & Lambdin 1998) αλλά αναγνωρίζεται και η ανάγκη να συζητιέται η χρησιμότητα της κάθε έρευνας με ευρύ πνεύμα και να επιχειρούνται απαντήσεις σε ερωτήματα του είδους "τι σημαντικό προσφέρει αυτή η έρευνα και για ποιόν;"

3.2.2 Προσβασιμότητα (communicability, sharability, accessibility)

Η αξία και η χρησιμότητα σχετίζονται με την πρόσβαση που μπορούν να έχουν στα αποτελέσματα της έρευνας οι πιθανοί αποδέκτες της. Αν η εκπαιδευτική κοινότητα (τουλάχιστον το μεγαλύτερο μέρος της που δεν συμμετέχει συγχρόνως και στην ερευνητική κοινότητα) αποξενώνεται από τα αποτελέσματα της έρευνας, τότε η αξία και η χρησιμότητα αποκτά το στενό περιεχόμενο της χρησιμότητας για τους ερευνητές.

Το πρόβλημα της πρόσβασης στα αποτελέσματα της έρευνας σχετίζεται με παράγοντες όπως το κόστος των επιστημονικών περιοδικών και βιβλίων, η οργάνωση των συνεδρίων, οι τοπικές ερευνητικές παραδόσεις σε κάθε χώρα, οι επαγγελματικές συνήθειες των εκπαιδευτικών κλπ. Αλλά στη συζήτηση για τα κριτήρια αξιολόγησης της έρευνας, αυτό που μας ενδιαφέρει είναι η προσπάθεια *τα αποτελέσματα της έρευνας να είναι κατανοητά και συζητήσιμα με τους εκπαιδευτικούς* (Howe & Eisenhart, 1990), να μπορούν οι εκπαιδευτικοί να μοιραστούν με τους ερευνητές τα αποτελέσματα της έρευνας (English et al, 2002).

Από αυτή την άποψη, ζητήματα όπως η σαφήνεια και η διαύγεια των επιχειρημάτων και των αποτελεσμάτων, η οργάνωση και η παρουσίασή τους, η γλώσσα που χρησιμοποιείται, είναι σημαντικοί παράγοντες της έρευνας και των αναφορών που δημοσιεύονται (Malara & Zan, 2002). Όταν η γλώσσα που χρησιμοποιείται είναι αχρείαστα "επιστημονική" γεμάτη τεχνικούς και φιλοσοφικούς όρους (που μερικές φορές γίνονται κατανοητοί μόνο από εκείνους τους ερευνητές που έχουν παρόμοιες οπτικές) τότε οι δρόμοι επικοινωνίας με τους εκπαιδευτικούς κόβονται.

Όμως, αν είναι επιθυμητό η έρευνα να κινητοποιήσει τη δράση και να βελτιώσει την πρακτική, θα πρέπει "*να μιλάει στην εμπειρία των ανθρώπων*", θα πρέπει να κάνει τον δάσκαλο-αναγνώστη "να βλέπει τις προηγούμενες εμπειρίες του με νέο φως" και να τον ευαισθητοποιεί για την επόμενη μέρα του στο σχολείο (Malara & Zan, 2002). Έτσι, μέρος του σχεδιασμού της έρευνας θα πρέπει να είναι και η διαμόρφωση "μιας κατανοητής αλυσίδας επιχειρημάτων που θα είναι ισχυρά και ελέγξιμα αλλά και σημαντικά και πειστικά για τους εκπαιδευτικούς, τους ερευνητές και τους σκεπτικιστές" (English et al, 2002).

3.2.3 Σχέση με τη μαθηματική εκπαίδευση (relatedness)

Ίσως είναι προφανές, ότι η έρευνα στη ΔΜ θα πρέπει με κάποιον τρόπο να σχετίζεται με τη μάθηση και τη διδασκαλία των μαθηματικών. Αυτό σημαίνει ότι η έρευνα στη ΔΜ πρέπει να είναι εξειδικευμένη στις όψεις της μαθηματικής γνώσης και τις δραστηριότητες που την υποστηρίζουν (The ICMI study conference, 1998).

Ωστόσο, συχνά η μαθηματική εκπαίδευση έχει το ρόλο του οχήματος με το οποίο η έρευνα φτάνει στον προορισμό της και δεν θα άλλαζε τίποτα αν το όχημα αυτό ήταν η διδασκαλία της φυσικής ή της ιστορίας. Για παράδειγμα, ο Kilpatrick (1993) αναφέρει ότι στην έρευνα για το πώς δουλεύουν οι μαθητές σε ομάδες, οι δραστηριότητες μπορεί να είναι μαθηματικές αλλά μπορεί να είναι και ιστορία ή γαλλικά. Μια τέτοια έρευνα, σύμφωνα με τον συγγραφέα, δεν είναι πιθανό να είναι χρήσιμη στη ΔΜ. Από την άλλη μεριά, τα δάνεια και οι ανταλλαγές ιδεών με άλλα επιστημονικά πεδία είναι συνηθισμένη και θεμιτή και αναγνωρίζεται από τον Kilpatrick. Αυτή καθ' αυτή η εργασία των μαθητών σε ομάδες ενδιαφέρει τον δάσκαλο των μαθηματικών. Ακόμα κι αν θα ήταν προτιμότερο το περιεχόμενο των δραστηριοτήτων τους να είναι μαθηματικό, ας αφήσουμε ανοιχτή τη δυνατότητα μερικές φορές η εστίαση να είναι στο πως δουλεύουν οι μαθητές κατά ομάδες και όχι στο περιεχόμενο των μαθηματικών δραστηριοτήτων. Αν κάθε γειτονικό πεδίο εξοβελίσει μια τέτοια έρευνα, επειδή δεν χρησιμοποιεί την ιστορία ή τα γαλλικά ή τα μαθηματικά ως αναπόσπαστο κομμάτι της, τότε οι εκπαιδευτικοί (της ιστορίας, των γαλλικών και των μαθηματικών) θα έχουν χάσει σημαντικές πληροφορίες για τη δράση τους μέσα στην κοινωνία της τάξης.

3.2.4 Περιγραφική δύναμη

Ένας από τους κεντρικούς στόχους κάθε επιστήμης είναι να περιγράψει με ακρίβεια τα φαινόμενα ή τα αντικείμενα που μελετά και τις μεταξύ τους σχέσεις. Η περιγραφική δύναμη είναι η ικανότητα των θεωριών και των μοντέλων να συλλάβουν "αυτό που μετράει" με τρόπους όσο το δυνατόν πιστούς στα φαινόμενα που περιγράφουν και για τους σκοπούς που τα περιγράφουν (Schoenfeld, 2002). Για παράδειγμα, μια περιγραφή του επιπέδου γνώσεων και μαθηματικών ικανοτήτων ενός μαθητή δεν θα μπορούσε να εξαντλείται σε μετρήσεις γραπτών ή/και προφορικών δοκιμασιών, αλλά θα έπρεπε να

περιλαμβάνει και πλευρές μαθηματικής επικοινωνίας και επιχειρηματολογίας, συνεργασίας στην τάξη, κλπ. Ως παράδειγμα εφαρμογής του κριτηρίου της περιγραφικής δύναμης ο Schoenfeld (2002) αναφέρεται στις έρευνες των δεκαετιών του 70 και του 80 με σκοπό τη διαμόρφωση σχημάτων κωδικοποίησης των ενεργειών που κάνει ένα άτομο όταν προσπαθεί να λύσει ένα μαθηματικό πρόβλημα. Αν λοιπόν κάποιος είχε στα χέρια του ένα τέτοιο σχήμα κωδικοποίησης και παρατηρούσε κάποιους μαθητές να επιχειρούν τη λύση προβλημάτων, αυτά που θα παρατηρούσε θα μπορούσαν όλα να περιγραφούν από το σχήμα, ή θα υπήρχαν και ενέργειες που θα τον εξέπληττταν;

Το κριτήριο της περιγραφικής δύναμης μπορεί να εφαρμόζεται και σε εμπειρικές έρευνες. Περιγράφοντας μια διδασκαλία, εμφανίζεται η ροή του μαθήματος στον αναγνώστη σαν να την παρακολουθεί ο ίδιος; Είναι κατανοητοί οι διάλογοι που εμφανίζονται; Δίνονται όλες οι πληροφορίες ώστε να μην μένει ο αναγνώστης με κενά και ερωτήματα σχετικά με το τι συνέβη; Αν επιχειρούνται ταξινομήσεις φαινομένων πρέπει να είναι σαφείς, να εξαντλούν την έκταση του φαινομένου και τις διαφορετικές ποιότητές του.

3.2.5 Εξηγητική δύναμη

Με τον όρο "εξηγητική δύναμη" δηλώνεται ο βαθμός και το βάθος των εξηγήσεων που παρέχει μια θεωρία σχετικά με το "*γιατί*" και το "*πως*" συμβαίνει κάτι. Δηλαδή, με τη λέξη "εξήγηση" εννοούμε τόσο αιτιώδεις εξηγήσεις (γιατί;), όσο και διαδικαστικές ερμηνείες (πως; ποιοι παράγοντες επηρέασαν;). Η εξήγηση και η ερμηνεία των φαινομένων προφανώς είναι από τους βασικούς σκοπούς της ΔΜ, όπως και όλων των επιστημών, και από τις βασικές επιδιώξεις της έρευνας. Έτσι, το ερώτημα "πόσο συμβάλει η συγκεκριμένη έρευνα στην εξήγηση – ερμηνεία των φαινομένων" συνιστά ένα κριτήριο αξιολόγησης, που βέβαια σχετίζεται με την αξία και τη χρησιμότητα της έρευνας.

Ένα παράδειγμα με μεγάλη εξηγητική δύναμη από το χώρο της γνωστικής ψυχολογίας είναι το μοντέλο της μνήμης εργασίας (ή βραχύχρονης) που προβλέπει τη δυνατότητα αποθήκευσης 7±2 στοιχείων και την κωδικοποίηση περισσότερων δεδομένων σε ομάδες ώστε να "χωρούν" στους περιορισμούς. Μέσω αυτού του

μοντέλου μπορούν να εξηγηθούν ικανοποιητικά πολλά φαινόμενα που σχετίζονται με την καθημερινή ζωή (π.χ. η απομνημόνευση τηλεφωνικού αριθμού σε ομάδες) αλλά και με τα μαθηματικά (πχ. οι περιορισμοί στην ικανότητα πράξεων "με το μυαλό"). Ένα αντίθετο παράδειγμα περιγράφει ο Kilpatrick (αναφέρεται από τον Schoenfeld, 2002) σχετικά με τις έρευνες που γίνονταν τη δεκαετία του 70 με μαθητές που θεωρούνταν μαθηματικά ταλέντα. Τους δίνονταν πακέτα ψυχολογικών τεστ κάθε καλοκαίρι και από τα αποτελέσματα προέκυπταν κάποιες συσχετίσεις. Γιατί όμως δεν γινόταν προσπάθεια να παρατηρηθούν αυτοί οι μαθητές όταν λύνουν προβλήματα; Φαίνεται ότι κανείς δεν ενδιαφερόταν ούτε για τις νοητικές διαδικασίες των μαθητών όταν αντιμετώπιζαν μαθηματικά προβλήματα, ούτε για τα ερωτήματα "γιατί" και "πως" συμβαίνει να είναι "ταλέντα" και τι κάνουν τα "ταλέντα" όταν εμπλέκονται σε μαθηματικές δραστηριότητες.

3.2.6 Προβλεπτική δύναμη

Η εξήγηση, η πρόβλεψη και ο έλεγχος των φαινομένων είναι από τις βασικές λειτουργίες της επιστήμης – τουλάχιστον της εμπειρικής. Η κυριαρχία του θετικιστικού προτύπου στη ΔΜ παλιότερα, εκδηλωνόταν μεταξύ άλλων και με την επιδίωξη αυτής της τριάδας στόχων. Με τις τεχνικές συσχέτισης και παλινδρόμησης επιδιωκόταν ακριβώς αυτό: η διατύπωση προβλέψεων που θα μπορούσαν να γίνουν παρά την έλλειψη θεωριών (ή λόγω αυτής της έλλειψης) (Kilpatrick 1993).

Οι αποτυχίες των παραπάνω προσπαθειών και οι διαφορετικές οπτικές που άρχισαν να υιοθετούνται οδήγησαν στην αναγνώριση ότι η πρόβλεψη της ανθρώπινης συμπεριφοράς είναι αδύνατη, τουλάχιστον με την έννοια της πρόβλεψης στις φυσικές επιστήμες ή στη βιολογία. Η πρόβλεψη του πληθυσμού βακτηριδίων, κάτω από συγκεκριμένες και γνωστές συνθήκες, μπορεί να αποδώσει αρκετά ακριβή αποτελέσματα. Η μετεωρολογία μπορεί επίσης να αποδώσει προβλέψεις του καιρού με μεγάλες πιθανότητες να πραγματοποιηθούν. Καμιά θεωρία όμως δεν μπορεί να προβλέψει με ακρίβεια τι θα κάνει ένας εκπαιδευτικός σε διάφορες περιστάσεις. Σύμφωνα με τον Schoenfeld (2002), αυτό που θα μπορούσε να κάνει μια θεωρία ή ένα μοντέλο για έναν συγκεκριμένο δάσκαλο, είναι να προτείνει περιορισμούς (πχ. κάτω από αυτές τις συνθήκες, δεν θα κάνει το τάδε) ή να προτείνει κάποια πιθανά γεγονότα

(π.χ σ' αυτή την ακολουθία γεγονότων θα αντιδράσει έτσι με πιθανότητα 70% και αλλιώς με πιθανότητα 30%). Αλλά υπάρχουν στη ΔΜ περιπτώσεις προβλέψεων που είναι αρκετά ακριβείς, όπως μια σειρά ερευνών για τα λάθη στον αλγόριθμο της αφαίρεσης (Schoenfeld, 2002): μετά από την παρακολούθηση ενός μαθητή σε ένα αριθμό έργων, μπορούσε να προβλεφθεί με ακρίβεια το λάθος που θα κάνει, σε κάθε επόμενο συγκεκριμένο έργο αφαίρεσης.

Φαίνεται λοιπόν ότι η αναγνώριση της ιδιαιτερότητας της ανθρώπινης συμπεριφοράς και του ρόλου της ελεύθερης βούλησης δεν οδήγησε στην πλήρη εγκατάλειψη της προσπάθειας πρόβλεψης των φαινομένων που ενδιαφέρουν τη ΔΜ.

Τα τελευταία χρόνια όμως, φαίνεται να αυξάνονται μέσα στη ΔΜ οι φωνές που μιλούν για *μη προβλεψιμότητα* των φαινομένων. Οι Lester & Wiliam (2002) διατυπώνουν την άποψη ότι "ακόμα κι όταν συλλέγουμε τα "σωστά" δεδομένα, τα φαινόμενα αλληλεπιδρούν μεταξύ τους με τρόπους που είναι πιθανόν αδύνατο να προβλεφθούν". Για παράδειγμα, λόγω της ευαισθησίας των εκπαιδευτικών φαινομένων, πολύ μικρές διαφορές οφειλόμενες σε απρόβλεπτες αποφάσεις του δασκάλου, μπορεί να οδηγήσουν σε πολύ διαφορετικές κατευθύνσεις τη δυναμική της τάξης κατά την υλοποίηση καινοτομιών, με τελικό αποτέλεσμα τη βαθμιαία αχρήστευση αυτών των καινοτομιών στην πράξη (Boero & Szendrei, 1998, Malara & Zan, 2002). Τέτοιες σκέψεις οδηγούν στην αντιμετώπιση των αντικειμένων μελέτης της ΔΜ ως πολύπλοκων συστημάτων, με θεμελιώδες χαρακτηριστικό τους τη μη προβλεψιμότητα (Davis & Simmt, 2003, English, et al, 2002).

Όμως, η έννοια της προβλεπτικής δύναμης ως κριτήριο αξιολόγησης έχει και τον σημαντικότατο ρόλο της δοκιμασίας των επιστημονικών θεωριών. Οι προβλέψεις επιτρέπουν την σύγκριση μιας επιστημονικής θεωρίας με την παρατήρηση και τη βελτίωσή της: αν μια θεωρία ισχυρίζεται ότι κάτι είναι αδύνατο να συμβεί και αυτό συμβαίνει, ή θεωρεί πολύ πιθανό να συμβεί ένα γεγονός και αυτό δεν συμβαίνει, τότε αυτό σημαίνει ότι κάτι δεν πάει καλά με τη θεωρία (Kilpatrick 1993, Schoenfeld, 2002). Επιπλέον, πολύ συχνά ο ερευνητής ή ο εκπαιδευτικός "μπαίνει στον πειρασμό" να δοκιμάσει αν αυτό που προβλέπει μια θεωρία "επαληθεύεται" από τις περιστάσεις που έχει μπροστά του.

3.2.7 **Εύρος** (scope)

Με τον όρο "εύρος" υποδηλώνεται το φάσμα των φαινομένων που "καλύπτει" μια θεωρία, ένα μοντέλο ή μια ερευνητική μελέτη. Μια θεωρία με μεγαλύτερο εύρος φαινομένων είναι προτιμότερη από μια άλλη με μικρότερο (αν υποθέσουμε ότι κατά τα άλλα είναι ισοδύναμες) και η πρόθεση κάθε ερευνητή είναι να καλύψει με την έρευνά του όσο το δυνατό ευρύτερο φάσμα φαινομένων.

Αλλά καμιά θεωρία στη ΔΜ δεν είναι γενική, δεν καλύπτει όλα τα φαινόμενα που είναι αντικείμενα μελέτης του χώρου. Για παράδειγμα, στα πλαίσια γνωστικών προσεγγίσεων δεν θα μπορούσαν να αντιμετωπιστούν θέματα ισότητας σε μια πολυπολιτισμική τάξη των μαθηματικών. Ακόμα κι αν δεχθούμε ως θεμιτή και λογική επιδίωξη τη διαμόρφωση μιας γενικής ενοποιητικής θεωρίας στη ΔΜ, προς το παρόν (τουλάχιστον) οι θεωρίες μας έχουν περιορισμένο εύρος το οποίο θα πρέπει να αναγνωρίζεται και να περιγράφεται από τους ερευνητές. Κατά τον Schoenfeld (2002) ένας λόγος για τη θεωρητική σύγχυση που επικρατεί στο χώρο, είναι το γεγονός ότι οι υποστηρικτές κάθε προσέγγισης σπανίως επιχειρούν να περιγράψουν το σύνολο των φαινομένων στα οποία εφαρμόζεται η θεωρία τους.

3.2.8 **Διαψευσιμότητα** (falsifiability)

Η διαψευσιμότητα θεωρείται κατά τον Popper κριτήριο διαχωρισμού της επιστήμης από την ψευδοεπιστήμη ή τη μεταφυσική. Ο Lakatos αναγνωρίζει την ύπαρξη μεταφυσικών υποθέσεων στον πυρήνα των ερευνητικών προγραμμάτων, αλλά η διαψευσιμότητα παραμένει ένα ισχυρό κριτήριο για τις θεωρίες και τους ισχυρισμούς που διατυπώνονται.

Η θεωρία του "φλογιστού" του 19ου αιώνα, είναι ένα παράδειγμα μη διαψεύσιμων ισχυρισμών. Σύμφωνα με αυτήν, σε όλα τα εύφλεκτα υλικά υπάρχει ένα ρευστό άχρωμο, άοσμο, άγευστο και αβαρές που η απελευθέρωσή του εκδηλώνεται ως καύση. Προφανώς ένας τέτοιος ισχυρισμός δεν μπορεί να διαψευστεί. Και δεν διαψεύστηκε. Απλώς η θεωρία του φλογιστού εγκαταλείφθηκε, όταν αναπτύχθηκε η θεωρία της καύσης ως ένωση με το οξυγόνο.

Τι μπορεί να σημαίνουν αυτά για τη ΔΜ;

Κατ' αρχήν, οι ισχυρισμοί που διατυπώνονται οφείλουν να μην είναι ταυτολογικοί, *να μπορούν να δοκιμαστούν εμπειρικά και να διαψευστούν* (Schoenfeld, 2002). Ένας ισχυρισμός που είναι διατυπωμένος έτσι που να μην μπορεί να διαψευστεί, δεν προσφέρει τίποτα στην έρευνα. Ακόμα κι αν φαίνεται να δίνει μερικά αποτελέσματα συμβατά με την εμπειρία, οφείλουμε να αποφύγουμε το παράδειγμα του φλογιστού.

Δεύτερον, η παρουσίαση μιας έρευνας, π.χ. μέσα από ένα άρθρο, οφείλει να είναι τόσο ακριβής και λεπτομερειακή, ώστε *ένας άλλος ερευνητής να μπορεί να την διαψεύσει* είτε "ξαναδιαβάζοντας" τα δεδομένα της έρευνας, είτε αναλαμβάνοντας την επανάληψή της.

Τρίτον, διάψευση και μη διάψευση εξαρτώνται σε μεγάλο βαθμό από την οπτική των ερευνητών. Ερευνητές από διαφορετικά παραδείγματα μπορεί να μην συμφωνούν για το αν κάποια παρατήρηση συνιστά διάψευση ενός ισχυρισμού ή όχι. *Η μη υιοθέτηση μιας υπόθεσης ή μιας διάκρισης δεν συνιστά και διάψευσή τους* (Mason, 1998).

3.2.9 Επαναληψιμότητα (reproducibility, replicability)

Η επαναληψιμότητα μιας έρευνας αναφέρεται στη δυνατότητά της να επαναληφθεί είτε με σκοπό να ελεγχθεί η ισχύς των αποτελεσμάτων της, είτε για να αξιοποιηθούν διδακτικά οι τυχόν καινοτομίες που προτείνει. Έτσι, η επαναληψιμότητα μιας έρευνας σχετίζεται άμεσα με την διαψευσιμότητά της όσο και με την γενικευσιμότητα των συμπερασμάτων της.

Η αναγκαιότητα της επανάληψης της έρευνας προέρχεται από τις πειραματικές επιστήμες και σχετίζεται με τη δυνατότητα ελέγχου των πειραματικών συνθηκών. Η έλλειψη της δυνατότητας πλήρους ελέγχου των συνθηκών στην τάξη των μαθηματικών κάνει την επαναληψιμότητα των ερευνών μια προβληματική και αμφισβητούμενη έννοια στο χώρο της ΔΜ. "Με δεδομένη τη μεταβλητότητα των ανθρώπων και των πλαισίων, η αυστηρή έννοια της επαναληψιμότητας σπανίως είναι κατάλληλη για την εκπαιδευτική έρευνα." (Schoenfeld, 2002). Για παράδειγμα, οι Artigue & Perrin-Glorian (όπως αναφέρεται στο Malara & Zan, 2002) διαπιστώνουν ότι η αποτελεσματικότητα της μεταφοράς των προϊόντων της διδακτικής μηχανικής στην πράξη, δεν είναι αυταπόδεικτη ακόμα και σε ιδανικές συνθήκες. Οι καινοτομίες και οι προτάσεις διδασκαλίας που αναπτύσσονται συστηματικά από ερευνητικές ομάδες σε

κάποιες τάξεις, όταν επιχειρείται η αναπαραγωγή τους στην καθημερινή πρακτική αλλοιώνονται από απρόβλεπτες αποφάσεις των δασκάλων. Η Hart (1998) αναγνωρίζει ότι τα αποτελέσματα της επανάληψης μιας έρευνας δεν είναι πάντα τα ίδια με εκείνα της αρχικής. Ακόμα και σε επισκοπήσεις που επαναλαμβάνονται μετά από κάποιο χρόνο μπορεί να προκύπτουν διαφορετικά αποτελέσματα χωρίς αυτό απαραιτήτως να αποτελεί ελάττωμα, ίσως μάλιστα ο στόχος της έρευνας να είναι η μελέτη αυτών των διαχρονικών μεταβολών.

Επιπλέον, υπάρχουν μελέτες για τις οποίες δεν έχει κανένα νόημα τη επανάληψή τους, όχι λόγω πρακτικών δυσκολιών αλλά λόγω των ίδιων των στόχων και των αποτελεσμάτων τους. Για παράδειγμα, πολλές μελέτες περίπτωσης ή εθνογραφικές μελέτες στοχεύουν στην κατανόηση συγκεκριμένων καταστάσεων και την σύλληψη εννοιών ή λεπτών διακρίσεων, και έτσι το μόνο που θα είχε νόημα θα ήταν να σκεφτεί κανείς αν οι ιδέες και τα συμπεράσματα αυτών των ερευνών μπορούν να έχουν εφαρμογή σε άλλες συνθήκες.

Ωστόσο, ανεξάρτητα από την πρακτική δυνατότητα να επαναληφθεί η ίδια ακριβώς έρευνα σε άλλο πλαίσιο, η απαίτηση για επαναληψιμότητα έχει ως συνέπεια την προσπάθεια να περιγραφεί η έρευνα έτσι, ώστε να αφήνει ανοιχτή αυτή τη δυνατότητα. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να περιγραφούν λεπτομερειακά οι συνθήκες, οι συμμετέχοντες και τα χαρακτηριστικά τους, οι μέθοδοι συλλογής και ανάλυσης των δεδομένων. Αυτό ισχύει ακόμα και για εκείνες τις έρευνες που δεν έχει νόημα η επανάληψή τους.

3.2.10 Πρωτοτυπία

Η ιδανική κατάσταση είναι εκείνη που μια έρευνα "μας εκπλήσσει με ακαταμάχητα τεκμήρια αντίθετα από τις προσδοκίες μας" (Kilpatrick 1993). Η πρωτοτυπία μιας έρευνας σημαίνει τη διερεύνηση ενός θέματος που δεν είχε μέχρι τότε διερευνηθεί αλλά πολύ συχνά σημαίνει την προσπάθεια να δούμε ένα παλιό ερώτημα με νέο τρόπο. Έτσι, η πρωτοτυπία δεν αναζητείται μόνο στα ερευνητικά ερωτήματα, αλλά και στις μεθόδους συλλογής και (κυρίως) ανάλυσης των δεδομένων. Πρωτοτυπία μιας έρευνας δεν σημαίνει ότι αυτή δεν συνδέεται με άλλα ερευνητικά αποτελέσματα, ούτε ότι εξελίσσεται σε θεωρητικό κενό, αντιθέτως, θεωρείται αναγκαία η ένταξη της έρευνας

στο ευρύτερο πλέγμα των προηγούμενων αποτελεσμάτων και των υπαρχουσών θεωριών ή προσεγγίσεων.

3.2.11 **Ακρίβεια** (precision, accuracy) **και σαφήνεια** (specificity)

Η ακρίβεια και η σαφήνεια των ορισμών, των εννοιών και των διακρίσεων σχετίζεται με την διαψευσιμότητα και την επαναληψιμότητα αλλά και με την εγκυρότητα των συμπερασμάτων. Παραδοσιακά, η ακρίβεια και η σαφήνεια ήταν συνδεδεμένη με τις μετρήσιμες έννοιες: αν μια έννοια μπορούσε να μετρηθεί και η μέτρησή της απέδιδε αξιόπιστα και έγκυρα αποτελέσματα, τότε ικανοποιούνταν η απαίτηση για ακρίβεια και σαφήνεια (τουλάχιστον όσον αφορά τις έννοιες και τους ορισμούς τους).

Όμως, στη ΔΜ και γενικότερα στις κοινωνικές και ανθρωπιστικές επιστήμες, δεν είναι όλες οι έννοιες, τα δομήματα και οι διακρίσεις άμεσα εποπτεύσιμες, ούτε μετρήσιμες. Για παράδειγμα, οι 7±2 θέσεις της μνήμης εργασίας ή το διδακτικό συμβόλαιο του Brousseau δεν είναι αντιληπτά από τις αισθήσεις μας ούτε μπορούν να μετρηθούν άμεσα. Αλλά είναι καλά ορισμένες έννοιες, όταν αναφερόμαστε σ' αυτές καταλαβαίνουμε πλήρως τι εννοούμε και ξέρουμε ποια φαινόμενα σχετίζονται με αυτές.

Έτσι, η συζήτηση μετατοπίζεται "*από την ακρίβεια των μετρήσεων στην ακρίβεια του νοήματος*" (Kilpatrick 1993). Ο Schoenfeld (2002) θεωρεί ότι για τα περισσότερα θεωρητικά δομήματα που χρησιμοποιούμε στη ΔΜ μπορούν να διατυπωθούν ενστάσεις ακρίβειας και σαφήνειας. Ως παράδειγμα αναφέρει τη θεωρία APOS (action, process, object, schema) και σχετικά με τις έννοιες "δράση", "διαδικασία", "αντικείμενο", "σχήμα" θέτει τα ερωτήματα:

> "Μπορείς να αναγνωρίσεις κάποιο αν το συναντήσεις; Είναι καλά ορισμένα; Είναι οι τρόποι που αλληλεπιδρούν και μετασχηματίζονται αρκετά σαφείς; … Τι είναι αυτό που κάνει αυτή τη θεωρία να μην είναι μια θεωρία σαν εκείνη του φλογιστού; … Όμοιες ερωτήσεις πρέπει να τίθενται για όλους τους όρους που χρησιμοποιούνται στην εκπαιδευτική έρευνα (π.χ. το "διδακτικό συμβόλαιο", τη "μεταγνώση", την "εικόνα έννοιας" (concept image) και τα "επιστημολογικά εμπόδια")."

3.2.12 Αντικειμενικότητα

Η αντικειμενικότητα, ως στόχος και κριτήριο της έρευνας στη ΔΜ, είναι αμφιλεγόμενη και πολυσυζητημένη. Προερχόμενη από τις θετικές επιστήμες, παραδοσιακά είναι συνδεδεμένη με την έννοια της υπερβατικής αλήθειας και της ανεξαρτησίας της γνώσης από τον γνώστη. Μια τέτοια "αμερόληπτη αντικειμενικότητα" προϋποθέτει την ουδέτερη παρατήρηση, την αποστασιοποίηση του παρατηρητή από τη θεωρία, την απελευθέρωση από οποιαδήποτε αξιολογική κρίση.

Μια τέτοια προσέγγιση έχει αποδειχτεί (Kuhn, 2004, Lakatos, 1986) ότι είναι εκτός πραγματικότητας. Οι θετικοί επιστήμονες, λειτουργώντας μέσα από ένα παράδειγμα ή ερευνητικό πρόγραμμα, δεν κάνουν έρευνα κάτω από τους προαναφερθέντες περιορισμούς, δεν παράγουν αντικειμενικές αλήθειες με την παραπάνω έννοια, ακόμα κι αν συχνά νομίζουν ότι το κάνουν. Το ίδιο και σε ακόμα μεγαλύτερο βαθμό ισχύει για τις κοινωνικές και ανθρωπιστικές επιστήμες.

Στην εκπαιδευτική έρευνα γενικά, και στη ΔΜ ειδικότερα, αναγνωρίζεται η ανάγκη επανακαθορισμού της έννοιας της αντικειμενικότητας.

> "Αντί να αναζητούμε τη χίμαιρα της αποδείξιμης βεβαιότητας, επηρεασμένοι από τον προεξάρχοντα ρόλο των μαθηματικών ως πηγή βεβαιότητας, είναι δυνατό να βρούμε μια ικανοποιητική θέση που αναγνωρίζει την υποκειμενικότητα, την υιοθετεί, και βρίσκει την αντικειμενικότητα στην υπέρβαση μάλλον παρά στην απόρριψη της φανερής υποκειμενικότητας" (Mason, 1998).

Αυτό σημαίνει την προσπάθεια του ερευνητή να συνειδητοποιήσει τις προκαταλήψεις του, να τις αναγνωρίσει και να αποκλείσει όσες και όσο είναι δυνατό. Αυτό δεν είναι εύκολο ούτε προφανές, αφού ακόμα και στη φάση της συλλογής των δεδομένων υπεισέρχονται προκαταλήψεις, όπως για παράδειγμα τι και ποιον θα παρακολουθεί η κάμερα κατά τη βιντεοσκόπηση μιας τάξης, ποιες ερωτήσεις θα περιληφθούν σε ένα ερωτηματολόγιο κλπ. (Romberg, 1992). Η αναγνώριση των προκαταλήψεων οδηγεί στην αναζήτηση όλων εκείνων των τεκμηρίων που θα δείχνουν το αν και κατά πόσο αυτές (οι προκαταλήψεις) επηρέασαν την πορεία της έρευνας. Οδηγεί επίσης στην ανάγκη ο ίδιος ο ερευνητής να αμφισβητεί τα συμπεράσματά του, στην προσπάθεια της ενδυνάμωσης της δικαιολόγησής τους.

Το πρόβλημα της αντικειμενικότητας και το αντίθετό του, οι προκαταλήψεις, εντείνεται όταν ο ερευνητής επιλέγει ερμηνευτικές ή κριτικές προσεγγίσεις και μεθόδους ποιοτικές. Για την αντιμετώπιση τέτοιων προβλημάτων επιστρατεύονται

διάφορες μέθοδοι, όπως η τριγωνοποίηση, η χρήση περισσότερων παρατηρητών, ερμηνευτών, κωδικοποιητών κλπ. Για παράδειγμα, αναζητώντας την αντικειμενικότητα στα πλαίσια της έρευνας δράσης, γίνεται προσπάθεια διασταύρωσης των εμπειριών του δάσκαλου με εκείνες των συναδέλφων του, επιδιώκεται η ανάλυση των δεδομένων σε ευρύτερες ομάδες εκπαιδευτικών, λαμβάνονται υπόψη οι γνώμες των μαθητών και ίσως και των γονέων κλπ

Σε κάθε περίπτωση, η αναγνώριση των προκαταλήψεων και οι προσπάθειες για την μείωση της επίδρασής τους στην έρευνα είναι ανάγκη να περιγράφονται αναλυτικά στην αναφορά της μελέτης. "Οι καλοί ερευνητές είναι γνώστες των προσωπικών τους προκαταλήψεων και των υποθέσεων που αποτελούν τη βάση της έρευνάς τους και, στο βαθμό που είναι δυνατό να γίνει, δημοσιοποιούν αυτές τις προκαταλήψεις και υποθέσεις" (Lester & Lambdin 1998). Η παροχή αναλυτικών πληροφοριών για τις συνθήκες, τους συμμετέχοντες, τις σχέσεις ερευνητών – συμμετεχόντων, μαζί με τις οπτικές του ερευνητή, θεωρούνται αναγκαίες ώστε ο αναγνώστης να μπορεί να έχει σαφή εικόνα των βάσεων από τις οποίες αντλούνται τα συμπεράσματα.

3.2.13 Αξιοπιστία (reliability)

Η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων μιας έρευνας δηλώνει την ανεξαρτησία των αποτελεσμάτων από τυχαίους και άσχετους παράγοντες. Ο ερευνητής θέλει και πρέπει να εξασφαλίσει ότι τα δεδομένα του δεν επηρεάστηκαν π.χ. από την κούραση των μαθητών λόγω του ότι η συλλογή των δεδομένων έγινε την τελευταία διδακτική ώρα, από την διάθεση των ερωτώμενων να απαντήσουν όπως νομίζουν ότι θα έπρεπε να απαντήσουν και όχι απολύτως ειλικρινά, από ένα συμβάν που τους αναστάτωσε ή από την προσμονή κάποιου γεγονότος. Για τις πειραματικές έρευνες η αξιοπιστία μπορεί να αναφέρεται και ως εσωτερική εγκυρότητα (internal validity).

Η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων έχει άμεση σχέση με την επιδίωξη της αντικειμενικότητας, αφού ο ερευνητής είναι ένας παράγοντας που μπορεί να επηρεάσει τους συμμετέχοντες. Έτσι, για τις ποιοτικές μεθόδους και την έρευνα δράση εγείρονται περισσότερα θέματα αξιοπιστίας λόγω της παρουσίας ή/και της συμμετοχής του ερευνητή. Ειδικότερα, στην περίπτωση της παρατήρησης, ο ερευνητής πρέπει να επιδιώξει την ελαχιστοποίηση της επίδρασης που έχει στην συμπεριφορά της τάξης η

ύπαρξη ενός "ξένου" ατόμου, αλλά και να εξασφαλίσει ότι και ένας άλλος ερευνητής (με παρόμοιες οπτικές) θα κάνει τις ίδιες παρατηρήσεις. Στην έρευνα δράση συχνά αναζητείται από τον δάσκαλο η επιβεβαίωση των παρατηρήσεών του μέσα από τη συζήτηση με τους συναδέλφους του (Hatch & Shiu, 1998). Από την άλλη μεριά, οι εθνογραφικές μέθοδοι θεωρείται ότι παρέχουν αποτελέσματα ικανοποιητικής αξιοπιστίας, λόγω της μακρόχρονης συμμετοχής του ερευνητή στη ζωή της ομάδας που μελετάται (Eisenhart, 1988).

Συχνά η αξιοπιστία ορίζεται ως η *σχετική σταθερότητα* των μετρήσεων και των αποτελεσμάτων κάτω από τις ίδιες συνθήκες αλλά σε διαφορετικό χρόνο. Όμως η σταθερότητα (stability) είναι μια μόνο πλευρά της αξιοπιστίας και αναφέρεται κυρίως στην χρήση ερωτηματολογίων για τη συλλογή δεδομένων.

Για ποσοτικά δεδομένα, συχνά χρησιμοποιούνται κάποιες μέθοδοι καθορισμού της αξιοπιστίας, ακολουθούμενοι από στατιστικούς δείκτες. Η επαναχορήγηση του δοκιμίου (ή ερωτηματολογίου) μετά από κάποιο χρόνο, η ταυτόχρονη χορήγηση ισοδύναμων δοκιμίων, η διχοτόμηση του δοκιμίου, ακολουθούνται από δείκτες (συντελεστές συσχέτισης) οι οποίοι παίρνουν τιμές από 0 ως 1 (όσο πιο κοντά στο 1, τόσο μεγαλύτερη θεωρείται η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων). Επίσης υπάρχει η μέτρηση εσωτερικής συνέπειας που δείχνει το πόσο οι διαφορετικές ερωτήσεις μετρούν το ίδιο πράγμα (Παπαναστασίου, 2005, σ. 163-167).

Έχει ένα ενδιαφέρον να δούμε τι μετράει ο (δημοφιλής στην εκπαιδευτική έρευνα) δείκτης α του Cronbach. Ο συντελεστής α είναι ένας εκτιμητής της ισοδυναμίας μεταξύ των δύο τμημάτων στα οποία μπορεί να διχοτομηθεί ένα δοκίμιο (Cronbach, 1951). Δηλαδή, αν διχοτομούσαμε το δοκίμιο σε δύο τμήματα (ίδιου πλήθους ερωτήσεων) η τιμή του συντελεστή συσχέτισης μεταξύ των επιδόσεων στα δύο τμήματα, θα ήταν (περίπου) ίση με τον συντελεστή α. Έτσι, ψηλός δείκτης α δείχνει ότι οι ερωτώμενοι απάντησαν με συνέπεια ή αλλιώς, ότι *δεν σημείωναν τις απαντήσεις στην τύχη* χωρίς να τις σκεφτούν. Κατά τη γνώμη μας, αυτός είναι ένας σημαντικός παράγοντας αξιοπιστίας των μετρήσεων, *αλλά είναι μόνο ένας*. Το γεγονός ότι ο κάθε ερωτώμενος απάντησε με συνέπεια σε όλες τις ερωτήσεις, δεν σημαίνει ότι δεν ήταν επηρεασμένος από άσχετους παράγοντες, όπως π.χ. κακή διάθεση ή κούραση. Ούτε σημαίνει ότι όλοι οι ερωτώμενοι δεν επηρεάστηκαν από τους ίδιους παράγοντες, όπως π.χ. την πρόθεση να απαντήσουν "ορθά" ή να μην "εκθέσουν" το δάσκαλό τους. Με αυτή την έννοια, και χωρίς να υποτιμούμε την αξία του συντελεστή α ως δείκτη

εσωτερικής συνέπειας, νομίζουμε ότι η χρήση του ως καθολικού μέτρου αξιοπιστίας με απόλυτη ισχύ είναι τουλάχιστον αμφισβητήσιμη.

Γενικά, αναζήτηση της αξιοπιστίας (όπως και άλλων επιθυμητών χαρακτηριστικών) σχετίζεται με την αναλυτική περιγραφή των μεθόδων συλλογής των δεδομένων, των συνθηκών που υπήρχαν κατά τη συλλογή τους, του ρόλου του ερευνητή, της ύπαρξης ή όχι άλλων ερευνητών – παρατηρητών – κωδικοποιητών, κλπ.

3.2.14 Εγκυρότητα (validity)

Η εγκυρότητα αναφέρεται στο βαθμό δικαιολόγησης των συμπερασμάτων και των ερμηνειών του ερευνητή, δηλαδή στην ερώτηση αν τα συμπεράσματα πράγματι προκύπτουν από τα δεδομένα της έρευνας.

Η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων είναι προϋπόθεση για την εγκυρότητα των συμπερασμάτων, αλλά δεν αρκεί. Τα αποτελέσματα μπορεί να είναι αξιόπιστα, αλλά τα συμπεράσματα του ερευνητή να μην είναι έγκυρα. Αυτό μπορεί να συμβαίνει επειδή ο ερευνητής δεν εξέτασε όλες τις πιθανές ερμηνείες των αποτελεσμάτων. Ιδιαίτερα για τις ποσοτικές έρευνες, μια τέτοια περίπτωση είναι όταν το όργανο μέτρησης αποδεικνύεται ότι δεν μετράει αυτό που υποτίθεται ότι μετράει. Για παράδειγμα, οι μετρήσεις μέσω ερωτηματολογίων των στάσεων των μαθητών σχετικά με τα μαθηματικά έχουν υποστεί κριτικές για την εγκυρότητά τους (Romberg, 1992). Και υπάρχουν ισχυρισμοί ότι μαθητές που απαντούν σωστά στα αξιόπιστα και έγκυρα γραπτά δοκίμια μαθηματικών, μερικές φορές έχουν λίγο ή καθόλου κατανοήσει τις έννοιες και τις σχέσεις που τα δοκίμια έχουν σχεδιαστεί για να μετρούν (Ellerton & Clements, 1998).

Η παραδοσιακή προσέγγιση για την εγκυρότητα περιείχε έννοιες όπως: φαινομενική εγκυρότητα (face validity, αν το εργαλείο μέτρησης φαίνεται να μετρά αυτό για το οποίο σχεδιάστηκε), εγκυρότητα περιεχομένου (content validity, π.χ. η αντιπροσωπευτικότητα των ερωτήσεων για το θέμα που εξετάζεται), εγκυρότητα σχετιζόμενη με κριτήριο (πχ. αν η συσχέτιση στάσεων – επίδοσης είναι ικανοποιητική, τότε η μέτρηση των στάσεων των μαθητών παρέχει έγκυρη πρόβλεψη της επίδοσής τους), εγκυρότητα εννοιολογικής κατασκευής (construct validity, το κατά πόσο ένα εργαλείο είναι κατάλληλο να μετρήσει μη μετρήσιμες έννοιες, όπως η ευφυΐα, το άγχος

κλπ). Ιδιαίτερα για τις πειραματικές μεθόδους, χρησιμοποιούνταν οι όροι "εσωτερική εγκυρότητα" (internal validity) που αντιστοιχεί στην αξιοπιστία και "εξωτερική εγκυρότητα" (external validity) που αντιστοιχεί στην εγκυρότητα. Η δεύτερη θεωρούνταν συχνά ταυτόσημη με τη γενικευσιμότητα των συμπερασμάτων του πειράματος.

Οι προσεγγίσεις που συνήθως υιοθετούνται σήμερα παρέχουν μια ευρύτερη αντίληψη για την εγκυρότητα. Επειδή η έννοια αυτή συνδέεται με ερωτήματα σχετικά με το *τι συνιστά γνώση* και πώς και *από ποιον κρίνεται ως έγκυρη* αυτή η γνώση, αναμένεται να υπάρχουν διαφορετικές προσεγγίσεις μέσα από τα διαφορετικά παραδείγματα. Έτσι, η εγκυρότητα των συμπερασμάτων μπορεί να έχει νόημα μόνο μέσα στα πλαίσια μιας θεωρίας. Επιπλέον, η εγκυρότητα αντιμετωπίζεται ως προσωρινή και τοπική έννοια (Mason, 1998) και έτσι διακρίνεται από την γενικευσιμότητα: τα συμπεράσματα μπορεί να είναι έγκυρα για τις συγκεκριμένες συνθήκες τη συγκεκριμένη στιγμή, αλλά να μην γενικεύονται στον ευρύτερο πληθυσμό.

Η αναζήτηση της εγκυρότητας σημαίνει τη συνεχή αμφισβήτηση από τον ερευνητή των ερμηνειών του. Αυτό μπορεί να περιλαμβάνει:

- Την αναζήτηση αντίπαλων ερμηνειών και τεκμηρίων που δικαιολογούν την απόρριψή τους. Η υιοθέτηση της μιας ερμηνείας έναντι της άλλης δεν σημαίνει ότι το ίδιο θα κάνουν και οι άλλοι ερευνητές, για παράδειγμα, η χαμηλότερη επίδοση των κοριτσιών στα μαθηματικά από κάποιους αποδίδεται σε χαμηλότερα επίπεδα μαθηματικών ικανοτήτων ενώ από άλλους σε αποκλειστικά κοινωνικούς λόγους (Lester & Wiliam 2002). Αλλά η ενημερότητα του ερευνητή για την ύπαρξη και άλλων ερμηνειών δυναμώνει την επιχειρηματολογία της δικής του ερμηνείας.
- Την άντληση δεδομένων από διαφορετικές πηγές για τα ίδια ερωτήματα (τριγωνοποίηση). Για παράδειγμα, η αναζήτηση της άποψης του δασκάλου και των μαθητών μπορεί να διαψεύσει ή να επιβεβαιώσει τις ερμηνείες που δίνει ο ερευνητής σε κάποια φαινόμενα της τάξης. Κατά την Eisenhart (1988), η αναζήτηση δεδομένων με διαφορετικές μεθόδους (παρατήρηση, συνεντεύξεις, γραπτά τεκμήρια) είναι αναγκαία για την αύξηση της εγκυρότητας των εθνογραφικών μελετών.
- Την αναγνώριση και διευκρίνιση σημείων που είναι αβέβαια ή και αντίθετα με τα συμπεράσματα.
- Τη σύνδεση με άλλες έρευνες στο ίδιο ή σε γειτονικά θέματα, την αναζήτηση ερμηνειών από τη θεωρία, μερικές φορές και μέσα από διαφορετικές θεωρίες.

Γενικά, η αναγνώριση και περιγραφή των συνθηκών μέσα στις οποίες τα συμπεράσματα της έρευνας είναι έγκυρα, είναι προτιμότερη από την προσπάθεια να απαντηθεί ένα γενικό ερώτημα με έγκυρο τρόπο (Hiebert, 1998). Μιλώντας για την προβληματική εγκυρότητα και επαναληψιμότητα των εθνογραφικών μελετών, η Eisenhart (1988) αναφέρει ότι ο ερευνητής χρειάζεται να περιγράφει:

α) την επιλογή του περιβάλλοντος και των ανθρώπων,

β) τις κοινωνικές συνθήκες στις οποίες έγινε η έρευνα,

γ) το ρόλο και το καθεστώς του ερευνητή,

δ) τα θεωρητικά ή αναλυτικά δομήματα που χρησιμοποιήθηκαν για να οδηγήσουν τη συλλογή και την ανάλυση των δεδομένων,

ε) τη συλλογή και την ανάλυση των δεδομένων.

Κατά τη γνώμη μας, η ανάγκη για αυτές τις περιγραφές είναι γενική και αφορά όλες τις μελέτες, όχι μόνο τις εθνογραφικές.

3.2.15 Γενικευσιμότητα (generalizability, generality)

Η παραδοσιακή άποψη της γενικευσιμότητας είναι αυτή που με βάση διαδικασίες στατιστικής δειγματοληψίας, τα αποτελέσματα μια έρευνας (εφόσον είναι έγκυρα) γενικεύονται στον πληθυσμό από τον οποίο προήλθε το δείγμα. Παράδειγμα τέτοιας γενικότητας των συμπερασμάτων αποτελούν οι διεθνείς επισκοπήσεις TIMSS και PISA. Από την άποψη αυτή οι ποιοτικές μέθοδοι συλλογής δεδομένων είναι αδύναμες να αποδώσουν συμπεράσματα γενικεύσιμα.

Ο Romberg (1996) ονομάζει αυτή τη γενικευσιμότητα *οριζόντια*, διακρίνοντάς την από την *κάθετη* που σηματοδοτεί την γενίκευση σε μια ιδέα, δηλαδή την προσπάθεια μετάβασης από συγκεκριμένες καταστάσεις σε πιο αφηρημένες κατηγορίες ή διακρίσεις ή θεωρητικές προτάσεις, χωρίς την απαίτηση της δυνατότητας επανάληψης. Μια τέτοια προσέγγιση φαίνεται να υιοθετεί και ο Τ. Kieren, όταν σε μια συνέντευξή του στην Kieran (1994) λέει:

> "25 χρόνια πριν …έκανες μια μελέτη που θα μπορούσε να ελεγχθεί στατιστικά το "πως δουλεύει σ' όλο τον πληθυσμό". Αλλά το κόστος ήταν ότι δεν γενικεύαμε στο χώρο των ιδεών – γενικεύαμε σε έναν πληθυσμό, και μιλώντας γενικά οι χειρισμοί μας δεν ήταν αρκετά εκλεπτυσμένοι, ούτε οι ερωτήσεις μας ήταν αρκετά πολύπλοκες ώστε να διακρίνουμε τις διαφορές που έπρεπε να δούμε."

Ο Schoenfeld (2002) αναφέρεται σε τρεις κατηγορίες σχετικά με την γενικότητα των συμπερασμάτων: έρευνες που δείχνουν κάτι που αξίζει την προσοχή μας χωρίς να διεκδικούν γενικότητα, έρευνες που ισχυρίζονται κάποια γενικότητα σε πληθυσμούς με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά, και έρευνες που ισχυρίζονται καθολικότητα.

Οι θεωρίες και τα συμπεράσματα της έρευνας που αφορούν ολόκληρους πληθυσμούς είναι μεγάλης σημασίας για την κατανόηση των φαινομένων της μαθηματικής εκπαίδευσης αλλά δεν είναι συχνά, ούτε είναι εύκολη υπόθεση (λόγω απαιτήσεων οργάνωσης, κόστους και χρόνου). Επιπλέον, συχνά οι προσπάθειες γενίκευσης μέσω των μεγάλων δειγμάτων "παράγουν μόνο κοινοτοπίες, που φαίνονται να μας λένε αυτό που ήδη γνωρίζουμε" (Lester & Wiliam 2002) ή χρειάζονται τόσο χρόνο που όταν έχουμε τα αποτελέσματα οι συνθήκες έχουν αλλάξει (Eisenhart, 2006).

Αλλά ακόμα κι όταν ο ερευνητής δεν ισχυρίζεται τη γενίκευση των συμπερασμάτων, ο αναγνώστης (αν έχει όλες τις αναγκαίες πληροφορίες) μπορεί να "δει" στην έρευνα τη δική του εμπειρία και να επιχειρήσει να διερευνήσει αν τα συμπεράσματα του ερευνητή ταιριάζουν στο δικό του πεδίο. Έτσι, ακόμη μια φορά εμφανίζεται η ανάγκη λεπτομερών περιγραφών ώστε ο αναγνώστης να κατανοεί το πλαίσιο και τις συνθήκες μέσα στις οποίες ισχύουν τα συμπεράσματα.

3.2.16 Συνοχή ερωτημάτων – μεθόδων

Σε κάθε εγχειρίδιο που αναφέρεται στην εκπαιδευτική έρευνα τονίζεται η ανάγκη επιλογής της μεθόδου ανάλογα με τα ερευνητικά ερωτήματα. Παρόλα αυτά, το φαινόμενο να μην ταιριάζει η μέθοδος με τα ερωτήματα είναι μια συχνή αδυναμία των μελετών (Lester & Lambdin 1998, Howe & Eisenhart, 1990).

Δεν μπορεί οποιαδήποτε μέθοδος συλλογής και ανάλυσης δεδομένων να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε ερώτημα. Δεν μπορεί να διερευνηθεί με χρήση ερωτηματολογίων η επίδραση της κουλτούρας της τάξης στην αποξένωση κάποιων μαθητών από τις μαθηματικές δραστηριότητες και δεν μπορεί να μελετηθεί η αλλαγή των διδακτικών πρακτικών ενός δασκάλου μόνο με συνεντεύξεις. Ακόμα κι αν οι προαναφερθείσες μέθοδοι χρησιμοποιηθούν συμπληρωματικά, δεν μπορούν να έχουν τον πρωταγωνιστικό ρόλο στις αντίστοιχες έρευνες. *Κάθε μέθοδος παρέχει ορισμένου τύπου δεδομένα, κατάλληλα για ορισμένου τύπου ερωτήσεις.*

Το πρόβλημα της συνοχής ερωτημάτων – μεθόδων εμφανίζεται συνήθως όταν επιλέγονται πρώτα οι μέθοδοι συλλογής και ανάλυσης των δεδομένων και με βάση αυτές αναζητείται το ερευνητικό πρόβλημα. Αυτό μπορεί να εξηγείται με βάση την εμπειρία του ερευνητή, την εκπαίδευσή του, τον διαθέσιμο χρόνο και πηγές, τα ενδιαφέροντά του και τις οπτικές του. Με αυτή την έννοια είναι αναμενόμενο οι μέθοδοι να επηρεάζουν τα ερωτήματα, αλλά αυτό θα πρέπει να ελαχιστοποιείται (Howe & Eisenhart, 1990).

Η επιλογή των μεθόδων είναι μια εντελώς προσωπική απόφαση, αλλά αυτό αυξάνει την ευθύνη του ερευνητή να απαντήσει σε ερωτήματα όπως: Πότε πρέπει να επιδιώξει την σχετική αντικειμενικότητα που του προσφέρουν οι ποσοτικές μέθοδοι και πότε την προσωπική κατανόηση των συνθηκών; Πότε πρέπει να επιδιώξει την γενικότητα και πότε την σε βάθος μελέτη μιας μόνο περίπτωσης; Πότε θα χρησιμοποιήσει μια υπάρχουσα θεωρία και πότε μπορεί να ελπίζει στην οικοδόμηση μιας νέας; (Pirie, 1997)

3.2.17 Αποτελεσματικότητα στην εφαρμογή των μεθόδων

Για την ποιότητα της έρευνας δεν αρκεί η επιλογή ενός ενδιαφέροντος ερευνητικού προβλήματος και των κατάλληλων μεθόδων. Απαιτείται και η αποτελεσματική εφαρμογή των μεθόδων συλλογής και ανάλυσης των δεδομένων που θα παράσχουν τη βάση για την διατύπωση ισχυρών συμπερασμάτων και ερμηνειών.

Για κάθε μέθοδο υπάρχουν κάποιες αρχές ή τρόποι και τεχνικές για την εξασφάλιση της αποτελεσματικής εφαρμογής τους, την αντιμετώπιση των αδύνατων σημείων τους κλπ. Για παράδειγμα, για τις κλινικές συνεντεύξεις υπάρχουν επεξεργασίες σχετικά με το είδος των έργων που δίνονται στους μαθητές, τις ερωτήσεις που μπορούν να γίνουν, το αν και ποια βοήθεια μπορεί να δοθεί στο μαθητή, τη διαμόρφωση του κλίματος μεταξύ ερευνητή και συμμετεχόντων, τη ροή του χρόνου και τους περιορισμούς του, και επιπλέον για τα προβλήματα αξιοπιστίας και εγκυρότητας που μπορεί να εγείρονται και τρόπους αντιμετώπισής τους (Ginsburg, 1981, Hunting, 1997, Swanson, Schwartz, Ginsburg, Kossan 1981).

Η επεξεργασία και η εκλέπτυνση των μεθόδων συλλογής και ανάλυσης δεδομένων μέσα από τη δουλειά των προηγούμενων ερευνητών και η χρήση αυτών των επεξεργασιών από τους επόμενους ερευνητές, είναι απαραίτητη για την

αποτελεσματική άντληση αποτελεσμάτων που να έχουν τη δύναμη να στηρίξουν τα συμπεράσματα της έρευνας. Αυτό δεν σημαίνει ότι ο ερευνητής οφείλει να ακολουθεί τυφλά την πεπατημένη, αφού πολύ συχνά χρειάζονται προσαρμογές που να κάνουν τις μεθόδους αποτελεσματικότερες στις συγκεκριμένες συνθήκες. Εξάλλου οι μέθοδοι δεν παραμένουν σταθερές, αλλάζουν στο χρόνο. (Howe & Eisenhart, 1990).

3.2.18 Θεωρητικό πλαίσιο - Σχέση με την προϋπάρχουσα έρευνα

Καμιά έρευνα δεν εξελίσσεται "εν κενώ". Οποιαδήποτε προσπάθεια διερεύνησης ενός φαινομένου σχετίζεται από τη μια μεριά με μια θεωρητική οπτική που κάνει το φαινόμενο σημαντικό και παρέχει τα εργαλεία για τη διερεύνησή του, και από την άλλη με έναν αριθμό μελετών στο ίδιο ή σε γειτονικά θέματα, με την ίδια ή διαφορετικές οπτικές. Έτσι, μια εμπειρική ή θεωρητική έρευνα, όποιον στόχο κι αν έχει, ακόμα κι αν επιδιώκει την ανάδυση της θεωρίας από τα δεδομένα, σχετίζεται με ένα ευρύτερο θεωρητικό πλαίσιο.

Ο ερευνητής πρέπει να είναι ενήμερος των θεωρητικών οπτικών που υπάρχουν για το θέμα της έρευνάς του και οι επιλογές του να είναι συνειδητές, ρητές και με κάποιον τρόπο δικαιολογημένες. Μερικές φορές, είναι χρήσιμη η χρήση διαφορετικών θεωρητικών οπτικών (ακόμα και ασύμβατων) για το ίδιο θέμα. Σε κάθε περίπτωση, τόσο κατά την εξέλιξη της έρευνας, όσο και κατά τη φάση της δημοσίευσής της, η διευκρίνιση των θεωρητικών δεσμεύσεων του ερευνητή είναι απαραίτητη.

Ομοίως, ο ερευνητής πρέπει να είναι ενήμερος και για τις άλλες εμπειρικές έρευνες γύρω από το θέμα της έρευνάς του, αν και συνήθως αυτό πράγματι συμβαίνει. Συχνά μια μελέτη οδηγεί σε διαφορετικά συμπεράσματα από μια άλλη στο ίδιο θέμα, και αυτό απαιτεί κάποιες εξηγήσεις.

Η ύπαρξη του "θεωρητικού πλαισίου" ή της "ανασκόπησης της βιβλιογραφίας" στις αναφορές που δημοσιεύονται έχουν αυτούς ακριβώς τους ρόλους. Δεν υπάρχουν ως αναγνώριση της συνεισφοράς των άλλων ερευνητών, ούτε ως προσπάθεια να γίνει αποδεκτή η εργασία λόγω των "σωστών" αναφορών που περιέχει. Υπάρχουν για να δείξουν την ενημερότητα του ερευνητή σχετικά με τις θεωρητικές οπτικές και τα αποτελέσματα των ερευνών και να τοποθετήσουν την έρευνα σε ένα πλαίσιο.

3.2.19 Τριγωνοποίηση

Η τριγωνοποίηση ούτε κριτήριο αξιολόγησης είναι, ούτε μια ιδιαίτερη μέθοδος. Είναι όμως ένας σημαντικός τρόπος να αυξηθεί η εγκυρότητα των συμπερασμάτων της έρευνας. Πρόκειται για την αναζήτηση πολλαπλών πηγών και είδους τεκμηρίων για την υποστήριξη των συμπερασμάτων μιας έρευνας, που μπορεί να περιλαμβάνει:

- δεδομένα από διαφορετικούς ανθρώπους με τους ίδιους ρόλους (π.χ. από μερικούς μαθητές), ή/και με διαφορετικούς ρόλους (π.χ. δασκάλους, μαθητές και γονείς),
- πολλαπλές μεθόδους συλλογής δεδομένων π.χ. παρατήρηση και συνεντεύξεις,
- πολλαπλές μεθόδους ανάλυσης δεδομένων π.χ. ανάλυση διαλόγων και επεξεργασία ποσοτικών δεδομένων για τις εκφράσεις που χρησιμοποιούνται,
- εμπλοκή περισσότερων του ενός ερευνητών στην παρατήρηση και κωδικοποίηση,
- χρήση διαφορετικών θεωρητικών οπτικών για τα ίδια φαινόμενα.

3.2.20 Ηθικά και δεοντολογικά ζητήματα

Τις δύο τελευταίες δεκαετίες αυξάνεται το ενδιαφέρον για ηθικά και δεοντολογικά ζητήματα που εγείρονται κατά τη διεξαγωγή της εκπαιδευτικής έρευνας, ακόμα και ως κριτήρια αξιολόγησής της.

Μετατοπιζόμενοι στο φάσμα των προσεγγίσεων από το θετικιστικό στο ερμηνευτικό και το κριτικό παράδειγμα, μπορούμε να δούμε μια αντίστοιχη μετατόπιση στη θέση και το ρόλο των ατόμων που συμμετέχουν στην έρευνα ως "υποκείμενα" ή ως "συμμετέχοντες". Έχουμε τη θέση του υποκειμένου της έρευνας ως να ήταν υλικό αντικείμενο (π.χ. ερευνάται η διδακτική πρακτική του δάσκαλου χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η γνώμη του), τη θέση του υποκειμένου της έρευνας με τα χαρακτηριστικά του επιστημικού υποκειμένου (π.χ. ερευνάται η διδακτική πρακτική του δάσκαλου και αναζητούνται οι ερμηνείες που ο ίδιος δίνει σ' αυτές), μέχρι το ρόλο του συμμέτοχου και του συν-ερευνητή (π.χ. ερευνάται η αλλαγή των διδακτικών πρακτικών μαζί με τον δάσκαλο μέσα από έρευνα – δράση).

Αν τα παραπάνω συνιστούν ένα πλεονέκτημα των ερμηνευτικών και κριτικών προσεγγίσεων (στον τρόπο που "χειρίζονται" τους συμμετέχοντες), συγχρόνως εγείρουν και ισχυρά ηθικά και δεοντολογικά ερωτήματα (όπως η εμπιστευτικότητα και η

ανωνυμία, η διαφορετική μεταχείριση των συμμετεχόντων σε καινοτομίες από τους υπόλοιπους) και περιορισμούς του ερευνητή (που προέρχονται από τις σχέσεις του με τους συμμετέχοντες που μπορεί να φτάσουν να είναι φιλικές).

Μερικά ζητήματα τέτοιας φύσης που αφορούν σε όλα τα είδη των ερευνών (Sowder, 1998) είναι τα εξής:

- η αξία των στόχων της έρευνας για τους ίδιους τους συμμετέχοντες και για το κοινωνικό σύνολο πρέπει να είναι τέτοια, ώστε να δικαιολογεί το χρόνο που ξοδεύεται ή τις πιθανές βλάβες που μπορεί να προκύψουν,
- η συνειδητή συναίνεση των συμμετεχόντων, που περιλαμβάνει την πλήρη πληροφόρησή τους, την κατανόηση από μεριάς τους των συνθηκών της έρευνας, την ικανότητά τους να συναινέσουν και την εθελοντική συμμετοχή τους,
- η αποφυγή των αρνητικών συνεπειών (π.χ. από την δοκιμαστική εφαρμογή υλικών ή ρυθμίσεων) και η επιδίωξη κέρδους για τους συμμετέχοντες,
- η προσπάθεια μείωσης της επίδρασης του ερευνητή στο περιβάλλον των συμμετεχόντων,
- η αποφυγή προκαταλήψεων και χαρακτηρισμών για τους συμμετέχοντες και το περιβάλλον κατά τη δημοσίευση της έρευνας,
- η εμπιστευτικότητα, η ανωνυμία και το απόρρητο των δεδομένων από άλλους χρήστες ή για άλλους λόγους, πέραν των ερευνητικών,
- η υπευθυνότητα απέναντι σε τρίτους (το κράτος που χρηματοδοτεί, το σχολείο ως σύνολο, τους εκπαιδευτικούς και τους διευθυντές, τους γονείς κοκ).

3.2.21 Συνοψίζοντας: η έρευνα ως επιχειρηματολογία

Όπως προαναφέρθηκε, ο ερευνητής συχνά βρίσκεται μπροστά σε ερωτήματα του είδους: Πως αλλιώς θα μπορούσαν να ερμηνευτούν τα αποτελέσματα της έρευνας; Ποια ερμηνεία είναι ισχυρότερη; Αναζητά δηλαδή αντίπαλες ερμηνείες και συγχρόνως τα επιχειρήματα που στηρίζουν την επιλογή του. Ένας άλλος ερευνητής δεν θα δίνει υποχρεωτικά τις ίδιες απαντήσεις. Ακόμα περισσότερο, μια αντίπαλη ερμηνεία μπορεί ούτε καν να αναγνωρίζεται ως τέτοια, λόγω της συνολικότερης οπτικής και υποθέσεων που – συνειδητά ή ασυνείδητα – βρίσκονται στη βάση των επιλογών του ερευνητή. Τα ερευνητικά αποτελέσματα και τα συμπεράσματα που προκύπτουν μέσα από

διαφορετικά παραδείγματα, παραδόσεις και θεωρητικές οπτικές, φαίνονται συχνά ασύμβατα μεταξύ τους (Even & Schwarz, 2003).

Η γνώση που μπορούμε να έχουμε για τα φαινόμενα της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι προσωρινή και όχι απόλυτη. Με αυτή τη θεώρηση γίνεται σαφές ότι δεν μπορεί να υπάρξουν συνταγές απόκτησης της γνώσης, και η γνώση που μοιραζόμαστε ή δεν μοιραζόμαστε με τους γύρω μας είναι λίγο ή πολύ έγκυρη ανάλογα με την δύναμη των επιχειρημάτων που μας κάνουν να προτιμούμε κάποιες ερμηνείες από κάποιες άλλες (Lester & Wiliam 2002).

Υιοθετώντας μια τέτοια προσέγγιση, οι English, Tirosh, Jones, Bartolini & Lesh (2002) θεωρούν ότι οι λίστες δραστηριοτήτων που χρησιμοποιούνταν μέχρι πρόσφατα για να περιγράψουν την έρευνα (π.χ. Romberg, 1992), είναι σε μεγάλο βαθμό ακατάλληλες για να περιγράψουν αυτό που αποτελεί σήμερα το πιο παραγωγικό μέρος της έρευνας στη ΔΜ.

> "Πρώτον, η ανάπτυξη χρήσιμης γνώσης δεν περιορίζεται σε απάντηση ερωτημάτων και έλεγχο υποθέσεων. Δεύτερον, ο σχεδιασμός μοντέλων, εννοιολογικών εργαλείων και άλλων προϊόντων της έρευνας συχνά εμπλέκουν κυκλικές και επαναλαμβανόμενες διαδικασίες …[που] δεν μπορούν να προσαρμοστούν σε μια γραμμική ανάπτυξη της γνώσης στη μορφή της γραμμής συναρμολόγησης. Τρίτον, η διαχωριστική γραμμή μεταξύ ερευνητών και υποκειμένων δεν είναι καθόλου καθαρή … πολλά επίπεδα και τύποι ερευνητών και εκπαιδευτικών μπορεί να εμπλέκονται και η επικοινωνία δεν είναι απλά προς μία κατεύθυνση. Τέταρτον, επειδή τα συστήματα που μελετώνται είναι πολύπλοκα, δυναμικά και συνεχώς προσαρμοζόμενα, οι ερευνητές συχνά πρέπει να εγκαταλείπουν τις έννοιες της αμερόληπτης αντικειμενικότητας και της απλοϊκής επαναληψιμότητας. Ομοίως οι απλοϊκές έννοιες της αξιοπιστίας και της εγκυρότητας πρέπει να επανερμηνευτούν ώστε να είναι συνεπείς με τις σύγχρονες θεωρητικές προοπτικές" (English et al, 2002).

Αντί λοιπόν να αντιμετωπίζουμε τα κριτήρια αξιολόγησης ως κάποιες σταθερές που κάθε έρευνα έχει ή δεν έχει, θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε την έρευνα ως μια σειρά επιχειρημάτων που πείθουν λιγότερο ή περισσότερο. Μια τέτοια προσέγγιση δεν είναι καινούργια, αφού μπορεί να βρεθεί ή να ανιχνευθεί σε πολλές δημοσιεύσεις (Howe & Eisenhart, 1990, Lester & Wiliam 2002, Mason, 1998, Schoenfeld, 2002). Ιδιαίτερα ο Simon (2003) θεωρεί ότι "μια ερευνητική μελέτη, από την ερώτηση μέχρι το συμπέρασμα, μπορεί να θεωρηθεί ως κατασκευή και παρουσίαση ενός δικαιολογημένου επιχειρήματος". Έτσι, η επιλογή των ερευνητικών ερωτημάτων, των συνθηκών της έρευνας, των συμμετεχόντων, των μεθόδων συλλογής και ανάλυσης των

δεδομένων όπως και τα συμπεράσματα στα οποία καταλήγει ο ερευνητής πρέπει να δικαιολογούνται. Ομοίως μια θεωρητική μελέτη μπορεί να θεωρηθεί ως μια ακολουθία επιχειρημάτων που στηρίζεται σε προηγούμενες θεωρητικές και εμπειρικές μελέτες και οδηγεί σε ένα συμπέρασμα. Σε κάθε περίπτωση φυσικά, η επιχειρηματολογία του ερευνητή δημοσιευόμενη, υπόκειται στον κριτικό έλεγχο της επιστημονικής κοινότητας που την αποδέχεται ή όχι.

Κατά τη γνώμη μας, το θετικό αυτής της οπτικής είναι ότι ξεφεύγει από τα στενά πλαίσια της "καταμέτρησης" των συν και πλην μιας έρευνας, του κατακερματισμού της έρευνας για την εύρεση των δυνατών και αδύνατων σημείων της, και προσπαθεί να θεωρήσει μια μελέτη περισσότερο ως όλο. Επιπλέον αναδεικνύει τις οπτικές που υιοθετεί ο ερευνητής και τον αγώνα του να κατανοήσει και να εξετάσει όλες τις πιθανές ερμηνείες. Και αναγνωρίζει το ρόλο του αναγνώστη, ο οποίος πείθεται ή δεν πείθεται από την επιχειρηματολογία, αλλά δεν είναι "υποχρεωμένος" να δεχτεί ως "αντικειμενικές" και "αδιαμφισβήτητες" τις κρίσεις κάποιων άλλων.

3.3 Επιχειρώντας μια ταξινόμηση των κριτηρίων

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, ή αξιολόγηση της έρευνας στη ΔΜ δεν μπορεί να στηριχτεί σε μια λίστα σταθερών κριτηρίων κοινών για κάθε είδος έρευνας και μεθοδολογίας. Ούτε στην πράξη (π.χ. για την αποδοχή μελετών προς δημοσίευση ή για την κρίση ενός διδακτορικού) γίνεται κάποιου είδους "τσεκάρισμα" των κριτηρίων που πληροί η κρινόμενη έρευνα. Η αξιολόγηση είναι μια σφαιρικότερη εκτίμηση του πόσο πειστικά είναι τα συγκεκριμένα επιχειρήματα ή τεκμήρια, σχετικά με τα ερωτήματα της έρευνας και τους ισχυρισμούς του ίδιου του ερευνητή.

Από αυτή την άποψη χρειάζεται μια ταξινόμηση (ομαδοποίηση) των κριτηρίων, ώστε από τη μια μεριά να έχουμε μια πιο συνεκτική εικόνα τους – και έτσι μια καλύτερη εικόνα της ποιότητας της έρευνας στη ΔΜ – και από την άλλη, ο βαθμός αφαίρεσης που απαιτεί αυτή η ταξινόμηση να κάνει δυνατή την εφαρμογή τους σε όσο το δυνατόν περισσότερα είδη ερευνών.

Ως ομαδοποίηση θα μπορούσαν να θεωρηθούν οι καταγραφές των κριτηρίων από τους Howe & Eisenhart (1990), Hart (1998), Lester & Lambdin (1998) αν και η προσπάθεια των συγγραφέων δεν είναι η εξάντληση των κατά καιρούς αναφερόμενων

κριτηρίων μέσα από τις δικές τους καταγραφές. Στον έναν ή στον άλλο βαθμό μπορούν να θεωρηθούν (όπως και των Kilpatrick, 1993 και Schoenfeld, 2002) ως διαφορετικά σύνολα κριτηρίων, με αρκετά βέβαια κοινά στοιχεία.

Η Zan (1999) καταγράφει ένα σύνολο 17 κριτηρίων όπως αναφέρονται από άλλους συγγραφείς και θεωρεί ότι μια ταξινόμησή τους θα κατέληγε στα εξής τρία: *σημασία* (relevance), *εγκυρότητα* (validity), *επαναληψιμότητα* (replicability). Ο Schoenfeld (2002) επιχειρεί να κατατάξει τις διάφορες μορφές και είδη ερευνών, χρησιμοποιώντας ένα μοντέλο τριών διαστάσεων: *γενικότητα ή εύρος*, *πειστικότητα* (trustworthiness), *σημαντικότητα* (importance).

Ακολουθώντας τους δύο προαναφερθέντες ερευνητές επιχειρούμε μια ταξινόμηση των κριτηρίων, που έχουν αναλυθεί σε προηγούμενες παραγράφους, σε τρεις κατηγορίες (πίνακας 3.2):

- *σημαντικότητα*, που διερευνά τη συμβολή της έρευνας στην ανάπτυξη της κατανόησης των φαινομένων και στη βελτίωση της πρακτικής.
- *πειστικότητα*, που αναζητά τα ισχυρά τεκμήρια και τα πειστικά επιχειρήματα που στηρίζουν τα συμπεράσματα του ερευνητή, μέσα από την δική του οπτική.
- *γενικότητα*, που αναφέρεται στην γενίκευση των συμπερασμάτων στον πληθυσμό αλλά και στο εύρος των φαινομένων που καλύπτει η έρευνα

Κάποια από τα επιμέρους κριτήρια μπορεί να εμφανίζονται δύο φορές αφού συμβάλλουν σε περισσότερες από μία κατηγορίες. Έτσι για παράδειγμα, η εγκυρότητα των συμπερασμάτων είναι απαραίτητη για την πειστικότητα μιας εμπειρικής έρευνας, αλλά συνδέεται στενά και με τη γενικευσιμότητα (π.χ. των συμπερασμάτων κάποιου διδακτικού πειράματος).

Από την ταξινόμηση αυτή λείπουν εντελώς τα δεοντολογικά – ηθικά κριτήρια, τα οποία είναι εξαιρετικά σημαντικά, απασχολούν τους ερευνητές και τους κριτές και λειτουργούν τόσο κατά τη διάρκεια της έρευνας όσο και κατά την αξιολόγησή της. Αλλά θεωρούμε ότι δεν αποτελούν μια διάσταση της ποιότητας της έρευνας. Μάλλον υπάρχουν παράλληλα με την ποιότητα, παρά μέσα σε αυτήν.

Πρέπει να τονίσουμε ότι δεν θεωρούμε καθαρές τις διαχωριστικές γραμμές μεταξύ των κατηγοριών, αφού, για παράδειγμα, δεν θα μπορούσε να είναι σημαντική μια έρευνα που δεν είναι καθόλου πειστική (εκτός ίσως από το ότι μπορεί να μας δίνει μια ιδέα για μεταγενέστερη, δική μας μελέτη …). Επιπλέον, όπως έχει αναφερθεί,

διαφορετικές έρευνες ίσως να αντλούν την ισχύ τους με διαφορετικούς τρόπους από τις τρεις κατηγορίες. Για παράδειγμα, μια επισκόπηση με τυχαία δειγματοληψία μπορεί να διεκδικεί γενικευσιμότητα στον πληθυσμό, ενώ μια μελέτη περίπτωσης να διεκδικεί γενίκευση στην ιδέα που μελετά.

σημαντικότητα (Σ) είναι σημαντική; γιατί; για ποιον;	1. σημασία – χρησιμότητα 2. πρωτοτυπία 3. σχετική με τη μαθηματική εκπαίδευση 4. περιγραφική δύναμη 5. εξηγητική δύναμη 6. προβλεπτική δύναμη 7. προσβασιμότητα
πειστικότητα (Π) παρέχει ισχυρά τεκμήρια; έχει ισχυρά επιχειρήματα; πείθει;	1. αντικειμενικότητα 2. αξιοπιστία 3. εγκυρότητα 4. ακρίβεια και σαφήνεια 5. προβλεπτική δύναμη 6. διαψευσιμότητα 7. συνοχή ερωτημάτων – μεθόδων 8. αποτελεσματική εφαρμογή μεθόδων 9. θεωρητικό πλαίσιο - σχέση με την προϋπάρχουσα έρευνα
γενικότητα (Γ)	1. εγκυρότητα 2. επαναληψιμότητα 3. γενικευσιμότητα στον πληθυσμό 4. εύρος (scope)

Πίνακας 3.2 Μια ταξινόμηση των κριτηρίων αξιολόγησης της έρευνας

3.4 Κριτήρια αξιολόγησης των αναφορών έρευνας από περιοδικά και συνέδρια

Εκτός από την ανασκόπηση της βιβλιογραφίας, για να εξετάσουμε τον τρόπο που γίνονται αποδεκτά τα κριτήρια αξιολόγησης της έρευνας από την επιστημονική κοινότητα, χρειάζεται να δούμε την επίσημη πολιτική για την κρίση των ερευνητικών αναφορών από περιοδικά και συνέδρια. Το πώς οι κριτές κρίνουν μια αναφορά, δεν ταυτίζεται πάντα με την πολιτική του περιοδικού ή του συνεδρίου. Αυτό είναι φυσιολογικό να συμβαίνει, αναγνωρίζεται από τους εκδότες και μάλιστα τονίζεται από τους ίδιους η ανάγκη ευρείας ερμηνείας των οδηγιών που παρέχουν στους κριτές. Ωστόσο, αυτό που μας ενδιαφέρει εδώ, είναι η επίσημες (γραπτές) ενδείξεις για τα κριτήρια που θεωρούνται αναγκαία από τους εκδότες των περιοδικών και τους οργανωτές των συνεδρίων. Εξάλλου, η χαμηλής ποιότητας έρευνα που φτάνει να δημοσιεύεται ή να ανακοινώνεται, προκαλεί τις κριτικές της κοινότητας οι οποίες συχνά είναι και δημόσιες και σκληρές.

Η Hanna (1998), αντλώντας από την εμπειρία της ως συνεκδότης του ESM και κριτής αρκετών περιοδικών του χώρου, αναφέρει ότι τα περισσότερα περιοδικά προσδοκούν από τους κριτές σχόλια γύρω από τις παρακάτω ερωτήσεις:

"1. Ποιο είναι το θεωρητικό πλαίσιο μέσα στο οποίο γίνεται κατανοητή η έρευνα;

2. Πως σχετίζεται η ερευνητική αναφορά με άλλες; Με ποιον τρόπο είναι όμοια; Με ποιον τρόπο διαφέρει;

3. Τι προσθέτει στα ήδη γνωστά;

4. Τι είδος δεδομένων χρησιμοποιούνται;

5. Ποιες συστηματικές μέθοδοι συλλογής δεδομένων υιοθετήθηκαν και γιατί;

6. Ποιος τρόπος ανάλυσης επιλέχθηκε και γιατί; Θα μπορούσε ένα διαφορετικό παράδειγμα να είναι καταλληλότερο;

7. Τα συμπεράσματα προκύπτουν από τα δεδομένα;

8. Τα συγκεκριμένα ερωτήματα που θέτει η έρευνα είναι σημαντικά και πιθανόν ενδιαφέροντα για τους αναγνώστες του περιοδικού;"

Επιχειρώντας μια αντιστοίχιση των παραπάνω ερωτήσεων με τις κατηγορίες των κριτηρίων που αναφέρθηκαν πιο πριν, χρησιμοποιήσαμε την κωδικοποίηση (Σ) για τη σημαντικότητα, (Π) για την πειστικότητα και (Γ) για τη γενικότητα, ακολουθούμενα από τον αριθμό του κριτηρίου που φαίνεται στη δεξιά στήλη του πίνακα 3.2. Με βάση αυτά, νομίζουμε ότι:

τα ερωτήματα (3) και (8) αντιστοιχούν σε πλευρές της σημαντικότητας (Σ2, Σ1),

τα (1), (4), (5), (6) και (7) σε πλευρές της πειστικότητας (Π9, Π7, Π3)
το (2) αντιστοιχεί τόσο στην (Σ2) όσο και στην (Π9)

Η Hanna επίσης αναφέρει ότι για έρευνες που δεν στηρίζονται σε συλλογή δεδομένων διερευνάται το εύλογο των υποθέσεων και η ροή των ισχυρισμών (Π7), η ορθότητα των επιχειρημάτων (Π3), το είδος των τεκμηρίων (Π7) και η σημασία για τη μαθηματική εκπαίδευση και τους αναγνώστες (Σ1). Επιπλέον, τα περισσότερα περιοδικά απαιτούν πρωτοτυπία (Σ2), χρησιμότητα (Σ1), να μπορούν να διαβαστούν (Σ7), περιεκτικότητα (Σ7) και ακρίβεια (Π4) και άλλα χαρακτηριστικά σχετικά με τη βιβλιογραφία, τον τρόπο των αναφορών (citation) κλπ.

Αναζητώντας τεκμήρια των κριτηρίων που χρησιμοποιούν τα περιοδικά, χρησιμοποιήσαμε κείμενα από ορισμένα περιοδικά (σκοποί, οδηγίες προς συγγραφείς και κριτές) και αναζητήσαμε ενδείξεις που να σχετίζονται με τα κριτήρια αξιολόγησης. Εστιάσαμε μόνο στις εκφράσεις που σχετίζονται με τα κριτήρια ποιότητας των ερευνών και όχι στο θεματικό περιεχόμενο των δημοσιεύσεων. Την ίδια διαδικασία ακολουθήσαμε για τις οδηγίες που παρέχει το PME για τους συγγραφείς και τους κριτές. Προσπαθήσαμε να αντιστοιχίσουμε τις ενδείξεις (λέξεις, φράσεις, προτάσεις) με τα κριτήρια όπως ομαδοποιήθηκαν στον πίνακα 3.2 χρησιμοποιώντας την προηγούμενη κωδικοποίηση. Το σύνολο (σχεδόν) των δεδομένων παρατίθεται παρακάτω:

<u>Journal for Research in Mathematics Education (JRME, 2008)</u>

"…είναι αφιερωμένο στα ενδιαφέροντα των δασκάλων και των διδακτικών των μαθηματικών σε όλα τα επίπεδα" (Σ1)

"…δεν θα πρέπει να είναι δημοσιευμένα [σε ηλεκτρονικά ή έντυπα μέσα]" (Σ2)

" …η σημασία και η σχετικότητα του θέματος της έρευνας για τη ΔΜ …" (Σ3)

"Κάθε ανάλυση πρέπει να ταιριάζει στα δεδομένα και στα ερευνητικά ερωτήματα" (Π7)

"Μια σύντομη αναφορά επανάληψης ή επέκτασης προηγούμενης έρευνας …" (Γ2), (Π6)

<u>Educational Studies in Mathematics (ESM, 2008)</u>

" Το περιοδικό αναζητά προς δημοσίευση άρθρα που είναι καθαρά εκπαιδευτικές μελέτες στα μαθηματικά [Σ3], έχουν πρωτότυπη [Σ2] και σημαντική συμβολή στο πεδίο [Σ1], είναι προσβάσιμα [Σ7] και ενδιαφέροντα [Σ1] σε ένα διεθνές και ποικίλο αναγνωστικό κοινό [Γ4], παρέχουν καλά θεμελιωμένη και πειστικά δικαιολογημένη ανάλυση [Π8] στη βάση ενός ρητού

θεωρητικού και μεθοδολογικού πλαισίου [Π9], και παίρνουν κατάλληλα υπόψη τους την προηγούμενη επιστημονική δουλειά στα σχετικά θέματα [Π9]."

"… τη σημασία (relevance) και σημαντικότητα (significance) της συμβολής τους …" (Σ1)

"Αν και η εργασία που υποβάλλεται μπορεί να είναι εντοπισμένη σε ένα ιδιαίτερο τοπικό ή εθνικό πλαίσιο, μπορεί να έχει ενδιαφέρον σε ένα ευρύτερο ακροατήριο, και να είναι γραμμένη έτσι που να γίνεται κατανοητή σε αυτό" (Γ4, Σ7)

"…μια εργασία που υποβάλλεται [προς δημοσίευση] πρέπει να δείχνει κριτική ενημερότητα για άλλες πιθανές προσεγγίσεις" (Π3, Π9)

"Οποιαδήποτε προσέγγιση κι αν υιοθετείται για τα τεκμήρια και τους ισχυρισμούς, θα αξιολογείται αυστηρά με όρους κατάλληλων κριτηρίων, με σκοπό να εξασφαλίσει ότι η ανάλυση είναι καλά θεμελιωμένη και αναπτύσσει μια εφευρετική και πειστική επιχειρηματολογία." (Π7, Π8)

"…να δηλώνει ρητά το θεωρητικό και μεθοδολογικό πλαίσιο μέσω του οποίου συλλέχθηκαν και αναλύθηκαν τα τεκμήρια" (Π9)

Journal of Mathematics Teacher Education (JMTE, 2003)

"…να αντανακλούν τους στόχους του περιοδικού …" (Σ1)

" …να έχουν ενδιαφέρον πέραν του τοπικού ή εθνικού…" (Γ3, Γ4)

"… προγράμματα και θέματα εθνικού ενδιαφέροντος που θα μπορούσαν να έχουν ευρύτερο ενδιαφέρον ή επίδραση" (Γ3, Γ4)

International Journal of Mathematical Education in Science & Technology (IJMEST, 2008)

"…πρωτότυπη και ενδιαφέρουσα συμβολή …" (Σ2, Σ1)

" Η ανάγκη επικοινωνίας μεταξύ δασκάλων και χρηστών [τεχνολογικών μέσων] …" (Σ7)

The Journal of Mathematical Behavior (JMB, 2008)

"…πρωτότυπη έρευνα …" (Σ2)

"…που αναπτύσσουν λεπτομερειακή, θεμελιώδη κατανόηση του πως οι άνθρωποι …" (Σ1)

"…ειδικά ενθαρρύνουμε βασικές μελέτες …" (Σ1)

International group for the Psychology of Mathematics Education (PME, 2008)

Από τις οδηγίες προς τους κριτές:

"Οι εμπειρικές έρευνες πρέπει να περιέχουν… το θεωρητικό πλαίσιο για την έρευνα [Π9], μια ένδειξη και δικαιολόγηση της μεθοδολογίας [Π7]…"

"Οι θεωρητικές / φιλοσοφικές έρευνες πρέπει να περιέχουν … μια καθαρά αρθρωμένη δήλωση της τοποθέτησης του συγγραφέα [Π9] …"

"…να μην περιοριστεί η αποδοχή σε εκείνες τις εργασίες που βρίσκονται σε συμφωνία με τα ερευνητικά παραδείγματα ή ιδεολογίες που πιστεύουν." (Π7, Π9)

Από την παραδειγματική παρουσίαση κρίσεων:

"…οικοδομεί σε προηγούμενη δουλειά…" (Π9)

"Το θεωρητικό πλαίσιο είναι καθαρά διατυπωμένο και παρέχει δικαιολόγηση των ερευνητικών ερωτημάτων" (Σ1), (Π9)

"…θα προτιμούσα να δω κι άλλα τεκμήρια επιπρόσθετα αυτών που υπάρχουν" (Π3)

"Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται καθαρά και καλά υποστηριγμένα από τα δεδομένα" (Π8)

"…προσθέτει στην κατανόησή μας …" (Σ1)

"…η ανασκόπηση της βιβλιογραφίας δεν συνδέεται με την έρευνα…" (Π9)

"Οι κλίμακες μέτρησης δεν βασίζονται σε καμιά θεωρία, ούτε παρέχονται πληροφορίες για την αξιοπιστία τους. Αναρωτιέμαι για την εγκυρότητα της μελέτης" (Π2, Π3)

"…κάνουν έναν αριθμό αστήρικτων ισχυρισμών, όπως π.χ. … που δεν προκύπτουν από τα δεδομένα" (Π3, Π8)

"Λυπάμαι που απορρίπτω αυτή την εργασία, αν και το ερευνητικό ερώτημα είναι ενδιαφέρον και σημαντικό" (Σ1)

Οι περιορισμοί της διερεύνησης που κάναμε είναι πρώτον, ότι πρόκειται για τις επίσημες διακηρύξεις και γραπτές οδηγίες και όχι για τον τρόπο εφαρμογής τους, και δεύτερον, ότι το δείγμα των κειμένων στο οποίο είχαμε πρόσβαση ήταν μικρό (λόγω του ότι περιοριστήκαμε σε ηλεκτρονικές πηγές ελεύθερης πρόσβασης στο διαδίκτυο). Παρόλα αυτά, από αυτά τα δεδομένα, νομίζουμε ότι προκύπτουν ορισμένα ενδιαφέροντα συμπεράσματα:

- Αναγνωρίζεται η ύπαρξη πολλών διαφορετικών θεωρητικών και μεθοδολογικών προσεγγίσεων και η ανάγκη ευελιξίας και εφαρμογής των κατάλληλων κριτηρίων για κάθε περίπτωση.
- Ιδιαίτερο βάρος δίνεται στη σημασία – χρησιμότητα (Σ1) της μελέτης, στο θεωρητικό και μεθοδολογικό πλαίσιο (Π9) και στην ακολουθία: συνοχή ερωτημάτων – μεθόδων, αποτελεσματική εφαρμογή μεθόδων, εγκυρότητα (Π7, Π8, Π3) που αποτελεί τον πυρήνα της πειστικότητας μιας μελέτης.
- Χρησιμοποιούνται και οι τρεις κατηγορίες κριτηρίων, με μια μεγαλύτερη έμφαση στη σημαντικότητα (και ιδιαίτερα: την σημασία για τη θεωρία και την πράξη, την πρωτοτυπία και την προσβασιμότητα) και την πειστικότητα (και ιδιαίτερα: τη

συνοχή ερωτημάτων – μεθόδων, την αποτελεσματική εφαρμογή μεθόδων και το θεωρητικό πλαίσιο - σχέση με την προϋπάρχουσα έρευνα).

- Η αναζήτηση της πρωτότυπης και σημαντικής έρευνας που προκαλεί το ενδιαφέρον των αναγνωστών δεν φαίνεται να αποβαίνει σε βάρος της πειστικότητας. Η συχνή διακήρυξη ότι "όλα τα άρθρα υποβάλλονται σε αυστηρή κρίση", αντικατοπτρίζεται στην αναζήτηση πειστικών επιχειρημάτων, στηριγμένων σε κατάλληλα δεδομένα και αναλύσεις τους.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Στα 40 χρόνια που μεσολαβούν από την σύγκληση των πρώτων συνεδρίων και την ίδρυση των πρώτων περιοδικών του χώρου μέχρι σήμερα, η ΔΜ αναπτύσσεται σε ένα αυτόνομο επιστημονικό πεδίο του χώρου των ανθρωπιστικών και κοινωνικών επιστημών. Τα χαρακτηριστικά αυτού του επιστημονικού πεδίου είναι:

- η συγκροτημένη *επιστημονική κοινότητα* του χώρου, που δραστηριοποιείται μέσα από τους δικούς της θεσμούς και διαμορφώνει κριτικά τις δικές της παραδοχές και κριτήρια της επιστημονικής συγκρότησης του πεδίου.
- οι χρησιμοποιούμενες μεθοδολογίες που – είτε αντλούνται από άλλα πεδία και προσαρμόζονται στο χώρο, είτε δημιουργούνται μέσα σ' αυτόν – συνιστούν τη *συστηματικότητα* στη διερεύνηση των φαινομένων της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών.
- η *εμπειρική* θεμελίωση των αποτελεσμάτων στην πραγματικότητα των ανθρώπων που μαθαίνουν ή διδάσκουν μαθηματικά, στην πραγματικότητα της τάξης των μαθηματικών.
- η διατύπωση *διαψεύσιμων* προτάσεων, υποθέσεων και συμπερασμάτων, μέσα στα πλαίσια θεωριών που έχουν τις δικές τους υποθέσεις και παραδοχές.
- η αναζήτηση της εγκυρότητας των συμπερασμάτων που στηρίζεται στην *κριτική* και τη *διϋποκειμενική* συμφωνία.
- η διατύπωση περιγραφικών, εξηγητικών και ερμηνευτικών *θεωριών* που αναπαριστούν τη γνώση που έχει αποκτηθεί από την εμπειρική και θεωρητική έρευνα στο χώρο.
- η ύπαρξη *ρυθμιστικού και κανονιστικού* περιεχομένου (πως πρέπει να είναι η διδασκαλία των μαθηματικών, με ποιους στόχους και γιατί;) που προϋποθέτει την αναγνώριση αξιών και την επεξεργασία αξιολογικών επιλογών.
- παρά την άντληση ιδεών, οπτικών και μεθοδολογιών από άλλα επιστημονικά πεδία, η *αυτονομία* της ΔΜ συνίσταται στη σύνθεση, την προσαρμογή και την ενσωμάτωση των δανείων στα ενδιαφέροντα και τις παραδοχές του χώρου της ΔΜ. Τα αντικείμενα μελέτης της ΔΜ δεν μπορούν να μελετηθούν μέσα από ένα ή περισσότερα γειτονικά επιστημονικά πεδία. Η ΔΜ δεν είναι εφαρμοσμένα μαθηματικά, ούτε εφαρμογή της ψυχολογίας στη μάθηση των μαθηματικών.

Τα παραπάνω χαρακτηριστικά, στον ένα ή στον άλλο βαθμό, είναι κοινά για όλα τα εμπειρικά επιστημονικά πεδία. Η ύπαρξή τους ωστόσο, δεν είναι μια υπόθεση της μορφής "όλα ή τίποτα". Οι κριτικές που ασκούνται και οι διαμάχες που εκδηλώνονται μέσα στο χώρο της ΔΜ για πολλά από τα παραπάνω χαρακτηριστικά και για τον τρόπο που αυτά πρέπει να ερμηνεύονται, είναι ένδειξη της ζωτικότητας ενός επιστημονικού πεδίου που ωριμάζει και αναπτύσσεται. Τέτοιες συζητήσεις εξάλλου γίνονται και μέσα σε επιστημονικές κοινότητες πολύ ωριμότερων επιστημών, με αιώνες ζωής.

Τα τελευταία χρόνια οι εσωτερικές κριτικές στη ΔΜ φαίνεται να οδηγούν προς μια κατεύθυνση:

- μεγαλύτερης αυστηρότητας στους ορισμούς και τη χρήση εννοιών και θεωριών, στην αύξηση της αποτελεσματικότητας των μεθοδολογιών, και τελικά μεγαλύτερης πειστικότητας των συμπερασμάτων της έρευνας.
- ευρύτερων και καταλληλότερων ερμηνειών των εννοιών της αντικειμενικότητας, αξιοπιστίας, εγκυρότητας, προβλεψιμότητας, γενικευσιμότητας, ώστε να ανταποκρίνονται στην πολυπλοκότητα των φαινομένων που μελετώνται στη ΔΜ.
- εστίασης στα πραγματικά προβλήματα της τάξης των μαθηματικών που απασχολούν τους εκπαιδευτικούς και απαιτούν λήψη αποφάσεων. Ιεράρχησης των προβλημάτων της πραγματικότητας και της επικοινωνίας με τον κόσμο της πράξης σε ψηλότερη θέση από ότι η περιέργεια του ερευνητή και η επικοινωνία μέσα στην ερευνητική κοινότητα.

Η ανάπτυξη και η αναγνώριση της ΔΜ συχνά συνοδεύεται από κριτικές προς τις θεμελιώδεις παραδοχές στις οποίες θεμελιώνεται η επιστημονική συγκρότηση της ΔΜ ως επιστημονικού πεδίου. Πολλές από αυτές τις κριτικές υποστηρίζονται από απλουστευτικές ή και απλοϊκές απόψεις για την ανάπτυξη της επιστήμης στα πρότυπα των θετικών εμπειρικών επιστημών ή ακόμα και των μαθηματικών.

Ωστόσο, η ΔΜ (και όλες οι ανθρωπιστικές και κοινωνικές επιστήμες) δεν είναι μια επιστήμη όμοια ή συγκρίσιμη με τις θετικές επιστήμες. Πέραν των διαφορών που σχετίζονται με τα μεγέθη, το βαθμό αναγνώρισης και το χρόνο ζωής των θετικών επιστημών και των επιστημονικών κοινοτήτων τους με τα αντίστοιχα της ΔΜ, υπάρχουν σημαντικές διαφορές:

- ανάμεσα στη θέση του εξωτερικού παρατηρητή του υλικού κόσμου που υιοθετούν οι θετικές εμπειρικές επιστήμες, και τη θέση του εκ των ένδον

ερμηνευτή των νοημάτων και της δράσης που απαιτούν τα φαινόμενα που μελετά η ΔΜ.

- ανάμεσα στην αντικειμενικότητα, την αιτιώδη εξήγηση και την καθολικότητα των νόμων που επιδιώκουν οι θετικές επιστήμες και στον υποκειμενισμό, την ερμηνεία και τη μη προβλεψιμότητα των φαινομένων που είναι αναπόφευκτα χαρακτηριστικά της ανθρώπινης φύσης.
- ανάμεσα στην έννοια της απόδειξης και της επιβεβαίωσης (ή καλύτερα της μη διάψευσης) των θεωριών στις θετικές εμπειρικές επιστήμες και στην έννοια των τεκμηρίων της ΔΜ. Στη ΔΜ "απόδειξη" ενός συμπεράσματος σημαίνει ύπαρξη εμπειρικών τεκμηρίων που κάνουν εύλογο αυτό το συμπέρασμα απέναντι σε ανταγωνιστικά συμπεράσματα.
- ανάμεσα στην αυξημένη "μαθηματικοποίηση" των νόμων και των εννοιών των θετικών επιστημών και στην περιορισμένη δυνατότητα μετρήσεων που υπάρχει για πολλά φαινόμενα της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών.

Παρά την αρχική κυριαρχία του θετικιστικού παραδείγματος και την προσπάθεια συγκρότησης του πεδίου της ΔΜ στα πρότυπα των θετικών εμπειρικών επιστημών, τις δύο τελευταίες δεκαετίες φαίνεται να κυριαρχεί το ερμηνευτικό παράδειγμα. Οι ποιοτικές μέθοδοι συλλογής και ανάλυσης δεδομένων έχουν καθιερωθεί και σε μεγάλο βαθμό έχουν παραμερίσει την μονοκρατορία των ποσοτικών και στατιστικών μεθόδων των πρώτων δεκαετιών. Η επιδίωξη αιτιώδους εξήγησης των φαινομένων αντικαταστάθηκε από την προσπάθεια κατανόησης και ερμηνείας των νοημάτων και της δράσης των ατόμων που εμπλέκονται σε μαθηματικές δραστηριότητες. Σήμερα, περισσότερο από παλιά, η έρευνα στηρίζεται σε εμπειρικά δεδομένα που αντλούνται από μαθητές και δασκάλους μέσα σε πραγματικές τάξεις μαθηματικών, κατά την εξέλιξη της μάθησης και της διδασκαλίας. Εντείνεται η προσπάθεια να κατανοήσουμε βαθύτερα και σφαιρικότερα τα φαινόμενα, αναγνωρίζοντας την πολυπλοκότητά τους και το ρόλο των υποκειμενικών νοημάτων.

Οι μετατοπίσεις στις επιστημολογικές παραδοχές και τις μεθοδολογίες οδήγησαν σε αντίστοιχες προσαρμογές των κριτηρίων αξιολόγησης της έρευνας. Οι έννοιες της αμερόληπτης αντικειμενικότητας και της απόλυτης αλήθειας αναγνωρίζεται ότι δεν ταιριάζουν στην πολυπλοκότητα των φαινομένων και στη φύση της γνώσης μας γι' αυτά. Η εγκυρότητα των συμπερασμάτων της έρευνας αναζητείται στο ταίριασμα

ερωτημάτων – μεθόδων, στην αποτελεσματική εφαρμογή μεθόδων συλλογής και ανάλυσης δεδομένων, στην πειστικότητα των επιχειρημάτων και στην εξέταση αντίπαλων ερμηνειών. Έτσι σήμερα τα κριτήρια αξιολόγησης των εμπειρικών και θεωρητικών ερευνών θα μπορούσαν να ταξινομηθούν ως εξής:

- σημαντικότητα, που σχετίζεται με τη χρησιμότητα και τη σημασία της έρευνας τόσο για τους ερευνητές, όσο και για τους εκπαιδευτικούς.
- πειστικότητα, που σχετίζεται με την αυστηρή δικαιολόγηση των συμπερασμάτων της έρευνας και περιλαμβάνει – ανάμεσα σε άλλα – τα κριτήρια της αντικειμενικότητας, της αξιοπιστίας, της εγκυρότητας ερμηνευμένα με ευρύ πνεύμα και προσαρμοσμένα στη φύση των φαινομένων που μελετώνται.
- γενικότητα, που περιλαμβάνει το εύρος των φαινομένων που μελετώνται και την γενικευσιμότητα των συμπερασμάτων.

Οι επίσημες πολιτικές των περιοδικών και του ΡΜΕ που εξετάσαμε είναι συμβατές με μια τέτοια ταξινόμηση. Αναδεικνύουν ένα ευρύ πνεύμα στην εφαρμογή των κριτηρίων παράλληλα με μια αυστηρότητα όσον αφορά τη συνολική και λεπτομερή δικαιολόγηση όλων των βημάτων, επιλογών και επιχειρημάτων που οδηγούν στα συμπεράσματα.

Η πολλαπλότητα των θεωριών, των παραδειγμάτων και των οπτικών είναι μια πραγματικότητα του χώρου της ΔΜ. Πολλές φορές αυτή η πολλαπλότητα δημιουργεί σύγχυση και είναι βάσιμες οι φωνές για μεγαλύτερη ανάπτυξη και επεξεργασία των θεωριών παρά για τη διατύπωση νέων. Ωστόσο, η πολυπλοκότητα των φαινομένων κάνει απαραίτητη την ύπαρξη πολλών οπτικών. Η "ανάγνωση" των αποτελεσμάτων του πεδίου της ΔΜ δεν είναι μια εύκολη υπόθεση και ο "αναγνώστης" πρέπει να είναι έτοιμος να "διαβάσει" πολλά, διαφορετικά ακόμα και συγκρουόμενα "κείμενα". Πολύ περισσότερο αυτό ισχύει για τον ερευνητή του χώρου, που θα πρέπει να επιλέξει την οπτική και το παράδειγμα μέσα από το οποίο θα δουλέψει. Η σύνθεση των διαφορετικών οπτικών, θεωριών και μεθόδων είναι μια θεμιτή επιδίωξη, αλλά δεν είναι πάντα δυνατή. Η πολλαπλότητα και η απουσία σταθερού εδάφους από το οποίο μπορεί να σταθεί κάποιος και να κρίνει τους υπόλοιπους, είναι μια αναπόφευκτη πραγματικότητα στη ΔΜ. Τουλάχιστον προς το παρόν (και μάλλον για το ορατό μέλλον, κατά τη γνώμη μας).

Με την παρούσα μελέτη επιδιώξαμε να συμβάλουμε στην αναζήτηση απαντήσεων σε ερωτήματα σχετικά με την επιστημολογική συγκρότηση του πεδίου της ΔΜ. Αναγνωρίζουμε ότι, για μια πιο πλήρη αντιμετώπιση αυτών των θεμάτων, χρειάζονται βαθύτερες φιλοσοφικές και επιστημολογικές επεξεργασίες που απαιτούν πολύ περισσότερο χρόνο και πόρους από αυτούς που διαθέσαμε στα πλαίσια αυτής της εργασίας.

Για μια πιο ολοκληρωμένη και σφαιρική μελέτη της συγκρότησης της ΔΜ είναι κατά τη γνώμη μας αναγκαία:

- η διερεύνηση κοινωνιολογικών θεμάτων σχετικών με τη συγκρότηση της επιστημονικής κοινότητας της ΔΜ. Η περίπτωση της ελληνικής κοινότητας ίσως να έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον.
- η διερεύνηση σε μεγαλύτερο βάθος των φιλοσοφικών και επιστημολογικών θεμάτων που υπόκεινται των σχέσεων της ΔΜ με τα μαθηματικά και των σχέσεων των δύο επιστημονικών κοινοτήτων.
- η μελέτη των επιστημολογικών θεμάτων που αναφέρονται στο ρυθμιστικό χαρακτήρα της ΔΜ και στις σχέσεις της έρευνας στη ΔΜ με την πρακτική στην τάξη των μαθηματικών.

Η ΔΜ απολαμβάνει στους ακαδημαϊκούς κύκλους μια αυξανόμενη αναγνώριση ως αυτόνομο επιστημονικό πεδίο. Αλλά, όπως και οι άλλες κοινωνικές και ανθρωπιστικές επιστήμες, έχει έναν κοινωνικό χαρακτήρα, αφού αλλάζει (ή θέλουμε να αλλάζει) τον τρόπο που οι κοινωνικοί παράγοντες βλέπουν τα φαινόμενα της μαθηματικής εκπαίδευσης. Συγχρόνως, η ίδια η έρευνα στη ΔΜ επηρεάζεται από τους προσανατολισμούς, τις προτεραιότητες και τους περιορισμούς που θέτει η κοινωνία και οι ασκούμενες πολιτικές. Έτσι, η ΔΜ δεν μπορεί να γίνεται αντιληπτή ως μια επιστήμη εγκλωβισμένη στους πανεπιστημιακούς κύκλους, αλλά ως ένα επιστημονικό πεδίο που θέτει και δέχεται ερωτήματα και επιδιώκει την απάντησή τους μέσα στο διάλογο με την εκπαιδευτική κοινότητα και ολόκληρη την κοινωνία. Ίσως η ευρύτερη αποδοχή της από τους παράγοντες της εκπαίδευσης (εκπαιδευτικούς, μαθητές, γονείς) να κρίνεται από το κατά πόσο η ΔΜ, ως επιστημονικό πεδίο και ως ερευνητική κοινότητα, αυξάνει την ικανότητά της να παρεμβαίνει και να ακούγεται στις ανοιχτές συζητήσεις για τα κρίσιμα προβλήματα και τις αποφάσεις του σήμερα.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Adda, J. (1998) A glance over the evolution of research in mathematics education. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 49-56). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Adler, J., Ball, D., Krainer, K., Lin, F.-L. & Novotna, J. (2005) Reflections on an emerging field: Researching mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 60(3), 359-381.

Artigue, M. (1998) Research in mathematics education through the eyes of mathematicians. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 477-490). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Artigue, M. (1999) The teaching and learning of mathematics at the university level: Crucial questions for contemporary research in education. *Notices of the AMS*, 46(11), 1377-1385.

Bartolini Bussi, M. G. & Bazzini, L. (2003) Research, practice and theory in didactics of mathematics: towards dialogue between different fields. *Educational Studies in Mathematics*, 54(2-3), 203-223.

Bass, H. (1997) Mathematicians as educators. *Notices of the AMS*, 44(1), 18-21.

Batanero, C. (2000) Controversies around the role of statistical tests in experimental research. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1&2), 75-97.

Begle, E. G. (1969) The role of research in the improvement of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 2(2-3), 232-244.

Bishop, A. J. (1992) International perspectives on research in mathematics education. In D. A. Grouws (ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp 710-723) New York: Macmillan.

Bishop, A. J. (1998) Research, effectiveness, and the practitioners' world. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 33-45). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Boaler, J. (2002) Exploring the nature of mathematical activity: Using theory, research and ‘working hypotheses’ to broaden conceptions of mathematics knowing. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1-2), 3-21.

Boero, P. & Szendrei, J. R. (1998) Research and results in mathematics education: Some contradictory aspects. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 197-212). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Brown, M. (1998) The paradigm of modeling by iterative conceptualization in mathematics education research. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 263-276). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Carr, W. (1985) Philosophy, Values and Educational Science, *Journal of Curriculum Studies*, 17(2), 119-132

Cohen, L. & Manion, L. (1994) *Μεθοδολογία εκπαιδευτικής έρευνας*. Αθήνα: Μεταίχμιο.

Cronbach, L. J. (1951) Coefficient alpha and the internal structure of tests. *Psychometrica*, 16(3) 297-334

Davis, P. J. & Hersh, R. (1981) *Η μαθηματική εμπειρία*. Αθήνα: Τροχαλία.

Davis, B. & Simmt, E. (2003) Understanding learning systems: Mathematics education and Complexity science. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 137-167

Eisenhart, M. A. (1988) The ethnographic research tradition and mathematics education research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 99-114

Eisenhart, M. (2006) Qualitative science in experimental time. *International Journal of Qualitative Studies in Education*, 19(6), 697-707.

Ellerton, N. F. & Clements, M. A. (1998) Transforming the international mathematics education research agenda. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 153-176). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

English, L. D. (2002α) *Handbook of international research in mathematics education*. Mahlah, NJ: Lawrence Erlbaum.

English, L. D. (2002β) Priority themes and issues in international research in mathematics education. In L. D. English (ed.) *Handbook of international research in mathematics education*. (pp 3-15). Mahlah, NJ: Lawrence Erlbaum.

English, L. D., Tirosh, D., Jones, G. A., Bartolini Bussi, M. & Lesh, R. A. (2002) Future issues and directions in international mathematics education research. In L. D. English (ed.) *Handbook of international research in mathematics education*. (pp 787-812). Mahlah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Ernest, P. (1991) *The Philosophy of Mathematics Education*. London: Falmer Press

Ernest, P. (1998) A postmodern perspective on research in mathematics education. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 71-86). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Ernest, P. (2004) Postmodernity and social research in mathematics education. In P. Valero & R. Zevenbergen (eds) *Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology*. (pp 65-84) Boston: Kluwer Academic Publishers.

ESM (2008) Advice to prospective authors. Ανακτημένο στις 8/8/2008 από την ιστοσελίδα http://www.springer.com/education/mathematics+education/journal/10649

Evans, J. (2003) On methodologies of research into gender and other equity questions. In A. Laine, J. Lavonen & V. Meisalo (eds.) *Current research on mathematics and science education, Proceedings of XXI annual symposium of the Finnish Association of Mathematics and Science Education Research* (pp 16-34). Dept. of Applied Sciences of Education, University of Helsinki.

Even, R. & Schwarz, B. B. (2003) Implications of competing interpretations of practice for research and theory in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 54(2-3), 283-313.

Goldin, G. A. (2003) Developing complex understandings: On the relation of mathematics education research to mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 54(2-3), 171-202.

Ginsburg, H. (1981) The clinical interview in psychological research on mathematical thinking: Aims, rationales, techniques. *For the Learning of Mathematics*, 1(3), 4-12

Gjone, G. (1998) Programs for the education of researchers in mathematics education. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 117-127). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Gravemejer, K. (1998) Developmental research as a research method. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 277-296). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Hanna, G. (1998) Evaluating research papers in mathematics education. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 399-408). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Hart, K. M. (1998) Basic criteria for research in mathematics education. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 409-414). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Hatch, G. & Shiu, C. (1998) Practitioner research and the construction of knowledge in mathematics education. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 297-316). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Healy, J. M. (1996) *Μυαλά που κινδυνεύουν. Γιατί τα παιδιά μας δεν σκέφτονται*. Αθήνα: Λύχνος

Hiebert, J. (1998) Aiming research toward understanding: Lessons we can learn from children. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 141-152). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Hiebert, J. (1999) Relationships between Research and the NCTM standards. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(1), 3-19.

Hollis, M. (2005) *Φιλοσοφία των κοινωνικών επιστημών: Μια εισαγωγή*. Αθήνα, Κριτική.

Howe, K. R. (2002) *Closing methodological divides: Toward democratic educational research*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Howe, K. R. (2001) Qualitative educational research: The philosophical issues. In V. Richardson (ed.) *Handbook of research on teaching* (pp 201-208). Washington DC: American Educational Research Association.

Howe, K. & Eisenhart, M. (1990) Standards for qualitative (and quantitative) research: A prolegomenon. *Educational Researcher*, 19 (4), 2–9.

Hunting, R. P. (1997) Clinical interview methods in mathematics education research and practice. *Journal of Mathematical Behaviour*, 16(2), 145-165.

Jaworski, B. (2004) Insiders and outsiders in mathematics teaching development: The design and study of classroom activity. *Research in Mathematics Education*, 6(1), 3-22.

JMB (2008) The Journal of Mathematical Behavior, editorial board σε κάθε τεύχος

JMTE, (2003) Instructions for authors. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, 397–403.

JRME (2008) Submission Guidelines. Ανακτημένο στις 8/8/2008 από την ιστοσελίδα http://www.nctm.org/publications/jrme.aspx

IJMEST (2008) International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. Ανακτημένο στις 8/8/2008 από την ιστοσελίδα http://www.informaworld.com/smpp/title~db=all~content=t713736815~tab =summary

Kieran, C. (1994) Doing and seeing things differently: A 25-year retrospective of mathematics education research on learning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 583-607.

Kilpatrick, J. (1992) A history of research in mathematics education. In D. A. Grouws (ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp 3-37) New York: Macmillan.

Kilpatrick 1993 Beyond face value: Assessing research in mathematics education. In G. Nissen & M. Blomhøj (eds.), *Criteria for Scientific Quality and Relevance in the Didactics of Mathematics* (pp 15-34) Roskilde, Denmark: Danish Research Council for the Humanities.

Kilpatrick, J. (2001) Understanding mathematical literacy: The contribution of research. *Educational Studies in Mathematics*, 47(1), 101-116.

Kilpatrick, J. (2003) Twenty years of French didactique viewed from the United States. *For the Learning of Mathematics*, 23(2), 23-27.

Kuhn, T. S. (2004) *Η δομή των επιστημονικών επαναστάσεων* (Ι' έκδοση). Αθήνα: Σύγχρονα θέματα.

Lakatos, I. (1986) *Μεθοδολογία των προγραμμάτων επιστημονικής έρευνας*. Θεσσαλονίκη: Σύγχρονα θέματα

Lather, P. (2006) Paradigm proliferation as a good thing to think with: teaching research in education as a wild profusion. *International Journal of Qualitative Studies in Education*, 19(1), 35-57.

Leder, G. C. (1998) The aims of research. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 131-140). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Leder, G. C. & Forgasz, H. J. (2002) Measuring mathematical beliefs and their impact on the learning of mathematics: A new approach. In G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (eds.) *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 95–113). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Lester, F. K., JR & Lambdin, D. V. (1998) The ship of Theseus and other metaphors for thinking about what we value in mathematics education research. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 415-426). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Lester, F. K., JR & Wiliam, D. (2002) On the purpose of mathematics education research: Making productive contributions to policy and practice. In L. D. English (ed.) *Handbook of international research in mathematics education*. (pp 489-506). Mahlah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Margolinas, C. (1998) Relations between the theoretical field and the practical field in mathematics education. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 351-356). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Malara, N. A. & Zan, R. (2002) The problematic relationship between theory and practice. In L. D. English (ed.) *Handbook of international research in mathematics education*. (pp 553-580). Mahlah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Mason, J. (1998) Researching from the inside in mathematics education. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 357-378). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Mason, J. & Waywood A. (1996) The role of theory in mathematics education and research. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, C. Laborde (eds.) *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 1055-1089). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Maxwell, J. A. (2004) Causal explanation, qualitative research, and scientific inquiry in education. *Educational Researcher*, 33(2), 3–11.

McLeod, D. B. & McLeod, S. H. (2002) Sunthesis – beliefs and mathematics education: Implications for learning, teaching and research. In G. C. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (eds.) *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 115-123). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Mura, R. (1998) What is mathematics education? A survey of mathematics educators in Canada. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 105-116). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Niss, M. (1999) Aspects of the nature and state of research in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 40(1), 1-24.

Oancea, A. (2005) Criticisms of educational research: key topics and levels of analysis. *British Educational Research Journal*, 31(2), 157-183.

Pirie, S. (1997) Toward a definition for research. In A. R. Teppo (Ed.), *Journal for Research in Mathematics Education, Monograph No. 9, Qualitative research methods in mathematics education* (pp 16-21). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

PME, 2008 PME-Reviewers (οδηγίες προς τους κριτές) Ανακτημένο στις 8/8/2008 από την ιστοσελίδα http://igpme.org/view.asp?ItemID=7&tname =tblComponent2&oname=Online%20pages&pg=front

Potari, D. & Jaworski, B. (2002) Tackling complexity in mathematics teaching development: using the teaching triad as a tool for reflection and analysis. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(4), 351-380.

Presmeg, N. C. (1998) Balancing complex human worlds: Mathematics education as an emergent discipline in its own right. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 57-70). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Romberg, T. A. (1992) Perspectives on scholarship and research methods. In D. A. Grouws (ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp 49-64) New York: Macmillan.

Ruffell, M., Mason, J. & Allen, B. (1998) Studying attitude to mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 35(1), 1-18.

Salmon, M. H. (2007) Η φιλοσοφία των κοινωνικών επιστημών. Στο M. H. Salmon, J. Earman, et al, *Εισαγωγή στη φιλοσοφία της επιστήμης* (σελ. 565-595). Ηράκλειο: Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης.

Schoenfeld, A. H. (2000) Purposes and methods of research in mathematics education. *Notices of the AMS*, 47(6), 641-649.

Schoenfeld, A. H. (2002) Research methods in (mathematics) education. In L. D. English (ed.) *Handbook of international research in mathematics education*. (pp 435-487). Mahlah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Sierpinska, A. & Kilpatrick, J. (1998) Continuing the search. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 527-548). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Sierpinska, A. (2004) Research in mathematics education through a keyhole: Task problematization. *For the Learning of Mathematics*, 24(2), 7-15.

Simon, M. A. (2003) Raising issues of quality in mathematics education research. *Journal of Research in Mathematics Education*, 35(3), 157—163

Skovsmose, O. (1985) Mathematical education versus critical education. *Educational Studies in Mathematics*, 16(4), 337-354.

Skovsmose, O. (1994) Towards a critical mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 27(1), 35-57.

Skovsmose, O. & Borba, M. (2004) Research methodology and critical mathematics education. In P. Valero & R. Zevenbergen (eds) *Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology*. (pp 207-226) Boston: Kluwer Academic Publishers.

Sfard, A. (1991) On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1-36.

Sfard, A. (1998) The many faces of mathematics: Do mathematicians and researchers in mathematics education speak about the same thing? In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 491 - 512). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Sowder, J. T. (1998) Ethics in mathematics education research. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 427-442). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Swanson, D., Schwartz, R., Ginsburg, H., Kossan, N. (1981) The clinical interview: Validity, reliability and diagnosis. *For the Learning of Mathematics*, 2(2), 31-38.

The ICMI study conference. (1998) In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 3-32). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Tsatsaroni, A., Lerman, S. & Xu, G-R. (2003) A sociological description of changes in the intellectual field of mathematics education research: Implications for the identities of academics. *Paper presented at AERA annual meeting, 21-25 April, Chicago, IL*. Ανακτημένο από τη βάση ERIC.

Vithal, R. (2004) Methodological challenges for mathematics education research from a critical perspective. In P. Valero & R. Zevenbergen (eds) *Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology*. (pp 227-248) Boston: Kluwer Academic Publishers.

Vinner, S. (1997) From intuition to inhibition – mathematics, education and other endangered species. In Pehkonen, E. (ed.), *Proceedings of the 21st Annual Conference for the Psychology of Mathematics Education*, vol. I (pp. 63–78). Lahti, Finland.

Wittmann, E. Ch. (1998) Mathematics education as a "design science". In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 87-104). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Zan, R. (1999) The Quality of Research in Mathematics Education. Adapted translation of the author's intervention to the Plenary Panel about Quality of Research in Mathematics Education, Santarem (Spain), 6-10 July 1999, for the first *Scuola estiva italo – portoghese – spagnola* in Mathematics Education. Ανακτημένο στις 8/9/2008 από την ιστοσελίδα http://www.icme-organisers.dk/dg08/Zan1.doc

Γέμτος, Π. Α. (2004) *Μεθοδολογία των κοινωνικών επιστημών*. Αθήνα: Παπαζήση.

Κολέζα, Ε. (2006) *Μαθηματικά και σχολικά μαθηματικά: Επιστημολογική και κοινωνιολογική προσέγγιση της μαθηματικής εκπαίδευσης*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Παπαναστασίου, Κ. & Παπαναστασίου, Ε. Κ. (2005) *Μεθοδολογία εκπαιδευτικής έρευνας*. Λευκωσία.

Σακονίδης, Χ. (2002) Κοινωνικοπολιτισμικές συγκρούσεις στην τάξη των μαθηματικών: Η περίπτωση των μειονοτικών σχολείων της Θράκης. Στο Ε. Τρέσσου, Σ. Μητακίδου (επ.) *Η διδασκαλία της γλώσσας και των μαθηματικών. Εκπαίδευση γλωσσικών μειονοτήτων*, (σελ. 411-421). Αθήνα: Παρατηρητής.

Σακονίδης, Χ. (2007) Κοινότητες πρακτικής στη μάθηση: Μια αλλαγή προοπτικής για τη μαθηματική εκπαίδευση. Στο Θ. Δραγώνα, Α. Φραγκουδάκη (επ.) *Πρόσθεση όχι αφαίρεση πολλαπλασιασμός όχι διαίρεση. Η μεταρρυθμιστική παρέμβαση στην εκπαίδευση της μειονότητας της Θράκης*, (σελ. 289-325). Αθήνα: Μεταίχμιο.