ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΑΠΟΒΛΕΠΤΙΚΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑ

Διερεύνηση της Έννοιας "Αποβλεπτικότητα" στη Διδασκαλία των Μαθηματικών

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΣ ΧΑΣΚΟΠΟΥΛΟΣ

Α.Μ. 202102

ΑΘΗΝΑ 2004

Ευχαριστίες

Η παρούσα εργασία είχε ως αφορμή την ενασχόληση με προβλήματα της διδασκαλίας των μαθηματικών, τα οποία παρατηρούνται στην καθημερινή διδακτική πράξη. Κατά τη διάρκεια των μεταπτυχιακών μου σπουδών είχα την ευκαιρία να εντοπίσω το πλαίσιο στο οποίο εντάσσονταν οι προσωπικές αναζητήσεις και προβληματισμοί μου, που ως ένα βαθμό προέρχονταν και από τη μέχρι τώρα διδακτική εμπειρία μου.

Η επικέντρωση του ενδιαφέροντός μου σε συγκεκριμένα ζητήματα, οφείλεται κατά κύριο λόγο στην παρακολούθηση των μαθημάτων του Επ. Καθηγητή κ. Παναγιώτη Σπύρου, ο οποίος είχε την ευγενή καλοσύνη να με βοηθήσει στον καθορισμό του θέματος και να παρακολουθήσει την εργασία μου σε όλα της τα στάδια, παρέχοντας χρήσιμες συμβουλές και προσφέροντάς μου πολύτιμη συμπαράσταση. Για τους λόγους αυτούς τού εκφράζω τις θερμές ευχαριστίες μου.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον παλιό συμμαθητή και φίλο Καθηγητή κ. Γιώργο Ξηροπαΐδη, για τις καίριες παρατηρήσεις του σχετικά με τη δομή της εργασίας αλλά και για την ανεκτίμητη βοήθειά του στην αποσαφήνιση φιλοσοφικών όρων, απαραίτητων στην ανάπτυξη του θεωρητικού πλαισίου της εργασίας. Οφείλω επίσης ευχαριστίες στο τρίτο μέλος της εξεταστικής επιτροπής, Επ. Καθηγητή κ. Διονύσιο Λάππα, που μελέτησε με προσοχή την εργασία μου και έκανε χρήσιμες παρατηρήσεις.

Τέλος, ευχαριστίες εκφράζονται και στη φίλη Δήμητρα Κομνηνού για τη συμβολή της στην εμφάνιση της εργασίας αυτής.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

- **ΠΡΟΛΟΓΟΣ** 7
- **Η ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ** 14

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

INTENTIONALITY

1.1. Εισαγωγή 17

1.2. Ετυμολογία της Λέξης *Intentionality* 19

1.3. Ερμηνεία του Όρου *Intentionality* 19

1.4. Η Συνείδηση 24

1.5. Ιστορική Εξέλιξη της Έννοιας *Intentionality*

1.5.1. Από την Αρχαιότητα έως τον Μεσαίωνα 26

1.5.2. Η εγκαθίδρυση του όρου – Ιδρυτές της Φαινομενολογίας 30

1.6. Σύγχρονες Απόψεις για την Αποβλεπτικότητα

1.6.1. Εισαγωγή 37

1.6.2. Ερμηνεία του όρου «προτασιακή στάση» 38

1.6.3. Ο εγκέφαλος ως εργαλείο (*instrumentalist approach*) 39

1.6.4. Προσεγγίσεις που υιοθετούν αναπαραστάσεις 40

- Αποβλεπτικότητα και αναπαραστασιακή θεωρία του νου 41

1.6.5. Τελεολογική προσέγγιση (*the appeal to teleology*) 42

1.6.6. Η προσέγγιση της διαδικαστικής επεξεργασίας πληροφοριών 43

- Καταστάσεις περιεχομένου – πιστεύω και απόβλεψης 44

1.6.7. Η θεωρία του «λειτουργισμού» (*functionalism*) της αποβλεπτικότητας 45

1.6.8. Η άποψη του W. Lyons 47
- Το μυαλό σαν μεταδότης αναλογικής πληροφορίας και επεξεργαστής 47
- Απόδοση συμπεριφοράς 49

1.6.9. Άλλες απόψεις 50
1.6.10. Η άποψη των νευροβιολόγων 51

1.7. Κριτική στις Προηγούμενες Απόψεις 56

1.8. Τα Επίπεδα της Αποβλεπτικότητας 59

1.9. Η Προδιαθετική Αποβλεπτικότητα 62

1.10. Η Αποβλεπτικότητα στις Νοητικές Λειτουργίες

1.10.1. Η Αποβλεπτικότητα της Συνείδησης 62
1.10.2. Αποβλεπτικότητα και Προσοχή 63
1.10.3. Αποβλεπτικότητα και Μνήμη 64
1.10.4. Η Αποβλεπτικότητα της Γλώσσας 64
1.10.5. Αποβλεπτικότητα και Νόημα 66

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

2.1. Εισαγωγή 68

2.2. Τι είναι η Αναπαράσταση; 70

2.3. Είδη Αναπαραστάσεων 72

2.4. Αναπαραστασιακό Σύστημα (*format*)

2.4.1. Ορισμός 80
2.4.2. Οργάνωση αναπαραστασιακού σχήματος 81

2.5. Πότε Δημιουργούνται οι Αναπαραστάσεις 82

2.6. Θεωρίες Αναπαραστάσεων 83

2.7. Απόβλεψη και Αναπαράσταση 86

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΑΠΟΒΛΕΨΗ – ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

3.1. Η Ισχύς της Ανθρώπινης Σκέψης 89

3.2. Ο Ρόλος της Αναπαράστασης στα Μαθηματικά 92

3.3. Οι Αναπαραστάσεις στα Μαθηματικά ως Αποτέλεσμα Αποβλεπτικού Ενεργήματος

3.3.1. Η Απόβλεψη επιλέγει Αναπαράσταση 96

3.3.2. Η Απόβλεψη και οι Αναπαραστάσεις στην επίλυση προβλήματος 103

- **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ** 113

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΑΠΟΒΛΕΨΗ ΚΑΙ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΡΑΞΗ

4.1. Η Διδακτική Πράξη 127

4.2. Στάση και Μάθηση 128

4.3. Διαφορά Γνώσης Δασκάλου – Μαθητή 129

4.4. Επικοινωνία και Απόβλεψη

4.4.1. Επικοινωνία 133

4.4.2. Η διαφορετικότητα δασκάλου–μαθητή στην κοινωνική διαδικασία της τάξης 136

4.4.3. Επικοινωνία και Απόβλεψη 138

4.4.4. Κοινή απόβλεψη δασκάλου – μαθητή 141

4.5. Ανακαλύπτω την Απόβλεψη του Μαθητή 144

4.6. Η Προέλευση της Απόβλεψης στη Διαδικασία της Μάθησης 146

4.7. Διάθεση, Απόβλεψη και Πράξη 148

4.8. Μάθηση και Απόβλεψη 151

4.9. Διαφορετικοί Τύποι Επιστημικής Βελτίωσης 156

4.10. Προσωπική Μοιρολατρία, Δουλοπρέπεια και Επίτευξη 158

4.11. Μάθηση – Απόβλεψη και Κίνητρο 160

4.12. Παρατηρήσεις

4.12.1. Τι συμβαίνει στην αίθουσα των Μαθηματικών 161

4.12.2. Προτάσεις 164

- **ΕΠΙΛΟΓΟΣ** 170
- **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ** 173

Π Ρ Ο Λ Ο Γ Ο Σ

Η παραδοσιακή διδακτική προσδιορίζει την διδακτική πραγματικότητα μέσα από το Διδακτικό τρίγωνο. Στις κορυφές του τριγώνου αποτυπώνονται τα αντικείμενα μελέτης της Διδακτικής ως προς τα οποία συμφωνούν οι επιστήμονες που ασχολούνται με αυτήν. Η συζήτηση και ο προβληματισμός αφορά τον τρόπο με τον οποίο συνδέονται οι κορυφές του τριγώνου.

Ο δάσκαλος, ανάλογα με την κοινωνική του θέση, τη μόρφωση, την πείρα, τις συνθήκες σπουδών, έχει διαμορφώσει αναπαραστάσεις και πεποιθήσεις βαθιά ριζωμένες, που εκφράζονται με διαφορετικούς τρόπους τόσο όσον αφορά την γνώση, όσο και τις απόψεις του για τη διδασκαλία. Αυτές οργανώνουν την επιστημολογία του, η οποία αναπτύχθηκε σε άλλες εποχές, σε άλλο περιβάλλον με άλλες απαιτήσεις. Επιπλέον, ο δάσκαλος είναι θεσμικά προσδιορισμένος. Αντιπροσωπεύει τους εκπαιδευτικούς στόχους, το αναλυτικό πρόγραμμα, τα σχολικά εγχειρίδια, τις υπουργικές αποφάσεις, στις οποίες συμμετέχουν η πολιτεία, τα υπουργεία, το παιδαγωγικό ινστιτούτο και οι συναφείς οργανισμοί. Αντίστοιχη κατάσταση υπάρχει και από την πλευρά του μαθητή, ο οποίος έρχεται στο σχολειό με τη δική του ιστορία (εμπειρίες, συναισθήματα, στάσεις), και έχει δημιουργήσει ένα δικό του, ακατέργαστο τρόπο αιτιολόγησης και κατανόησης του κόσμου. Το ζητούμενο είναι να αποκτήσει ο μαθητής νέα, έγκυρη γνώση με την καθοδήγηση του δα-

σκάλου, μέσα στο πλαίσιο του εκάστοτε διδακτικού συμβολαίου που έχει υιοθετηθεί από το δάσκαλο και τους μαθητές. Για να γίνει αυτό, θα πρέπει οι δύο εμπλεκόμενοι στην διαδικασία της μάθησης να «συναντηθούν».

Η καθημερινή εμπειρία στην τάξη μάς φέρνει αντιμέτωπους με το πρόβλημα το οποίο προσδιόρισε ο Bauersfeld (1979)· τη διαφορά που υπάρχει ανάμεσα σε: *αυτό που εννοείτο (από τον δάσκαλο), από αυτό που διδάχθηκε και αυτό που εντέλει έμαθε ο μαθητής*, και μας δείχνει ότι η συνάντηση δεν έγινε.

Ένα σύνηθες φαινόμενο στην τάξη των Μαθηματικών είναι ότι οι μαθητές μπορούν να διαχειρίζονται ασκήσεις συγκεκριμένου είδους, αλλά δεν μπορούν να αντεπεξέλθουν σε προβλήματα-ασκήσεις ελαφρά διαφοροποιημένα από τα προηγούμενα. Σε προβλήματα στα οποία χρειάζεται η κατανόηση της έννοιας, η κρίση, η σκέψη, η επιλογή στρατηγικής. Αυτό συμβαίνει, σύμφωνα με τον Glaserfeld, διότι η αντιμετώπιση τέτοιων ασκήσεων – προβλημάτων απαιτεί όχι μόνο εννοιολογική κατανόηση αυτόνομων εννοιών αλλά και των σχέσεων που προβάλλονται μεταξύ τους. Μόνο ένας μαθητής που έχει οικοδομήσει ένα εννοιολογικό ρεπερτόριο και έχει ανακαλύψει εννοιολογικούς συνδέσμους και δομές μπορεί να αντεπεξέλθει σε ένα πρωτότυπο πρόβλημα, διότι οι έννοιες δεν μεταφέρονται αλλά πρέπει να συλληφθούν. Η δυσκολία μεταφοράς τόσο των εννοιών όσο και των δομών που υπάρχουν πίσω από αυτές, στο πλαίσιο που εμφανίζονται κάθε φορά, δημιουργούν την ανάγκη να αναρωτηθούμε και να αναζητήσουμε, πώς μπορούμε να προσεγγίσουμε την εννοιολογική εξέλιξη και πώς μπορούμε να την καλλιεργήσουμε.

Στα Μαθηματικά, λειτουργούμε με συγκεκριμένο είδος αφαιρέσεων και δημιουργίας, με μοντέλα που μας βοηθούν να εξηγήσουμε τον κόσμο της εμπειρίας μας. Αυτό μας οδηγεί να ψάξουμε πίσω στις πηγές προέλευσης των εννοιών. Να ψάξουμε για τον τρόπο με τον οποίο κατανοούμε και δομούμε τις εμπειρίες μας, έτσι ώστε να μπορούμε να εξηγήσουμε τον περιβάλλοντα κόσμο. Προέχει δηλαδή να προσεγγίσουμε στο μέτρο του δυνατού την λειτουργία της μάθησης.

Για το λόγο αυτό, η πλευρά του Διδακτικού τριγώνου *Γνώση-Μαθητής*, έχει την μεγαλύτερη βαρύτητα. Η αποκρυπτογράφηση των μηχανισμών κατανόησης και οργάνωσης της γνώσης, του τρόπου με τον οποίο δημιουργείται η συμπεριφο-

ρά των εμπλεκομένων στη μαθησιακή διαδικασία, η οποία είναι αποτέλεσμα πεποιθήσεων, στάσεων και συναισθημάτων τόσο απέναντι στα Μαθηματικά όσο και στο τρόπο διδασκαλίας, θα επιδράσει και θα βοηθήσει στη διαμόρφωση μιας διαφορετικής παιδαγωγικής σχέσης. Επίσης, η γνώση των παραπάνω από το διδάσκοντα θα μεταβάλλει τη στάση του στη διδακτική πράξη. Θα του επιτρέψει να προσαρμόσει την στρατηγική του στη διδασκαλία, αφού θα λάβει υπ' όψιν του τα νέα δεδομένα του κοινωνικού περιβάλλοντος και το πλαίσιο στο οποίο κινείται και ωριμάζει ο μαθητής. Δηλαδή, θα μεταβάλλει και την επιστημολογία του.

Τα τελευταία χρόνια, το περιβάλλον και τα μέσα εξελίσσονται και μεταβάλλονται σε ρυθμούς που είναι πλέον δύσκολο να παρακολουθήσει κάποιος· κατά συνέπεια, και οι απαιτήσεις της κοινωνίας από το σχολείο αυξάνονται ανάλογα και μαζί αυξάνεται και η αγωνία για αναζήτηση μιας διδακτικής θεωρίας, που θα αντιμετωπίζει τα προβλήματα και θα προσαρμόζεται στις εκάστοτε απαιτήσεις. Η βιολογική εξέλιξη, όμως, του ανθρώπινου είδους δεν ακολουθεί τους ίδιους ρυθμούς. Ο μηχανισμός με τον οποίο κατανοεί ο άνθρωπος είναι αμφίβολο αν εξελίσσεται με την ταχύτητα των κοινωνικών αλλαγών. Οι αναζητήσεις προς τη κατεύθυνση αυτή δημιούργησαν την γνωστική (γνωσιακή) επιστήμη[1], θέτοντας επιτακτικά το ζήτημα μιας αξιόπιστης θεωρίας γνώσης, μιας φιλοσοφίας που θα απαντήσει στα παραπάνω ερωτήματα και θα αποτελέσει τη βάση για μια θεωρία μάθησης ικανής να προσαρμόζεται στις εξελίξεις.

Η τελευταία μεγάλη τομή στις παιδαγωγικές και διδακτικές θεωρίες είναι η θεωρία του κονστρουκτιβισμού, η οποία ουσιαστικά ξεκινάει από τον Piaget. Η επιστημολογική βάση του Piaget είναι ότι η γνώση, συμπεριλαμβανομένης και της νοημοσύνης, υπάρχει μέσα στα πλαίσια της ενέργειας, είτε φυσικής είτε νοητικής. Έτσι, οικοδομείται ως αποτέλεσμα ενέργειας του υποκειμένου στον κόσμο του. Οι αρχικές περιγραφές του τυπικού λειτουργικού σταδίου από τον Piaget ήταν πολύ γενικές, ώστε να χρησιμοποιηθούν για την οικοδόμηση της θεωρίας του κον-

[1] Η ***γνωσιακή επιστήμη*** είναι ένα επιστημονικό πεδίο που συγκεντρώνει ό,τι είναι γνωστό για το νου από πολλούς ακαδημαϊκούς κλάδους: ψυχολογία, γλωσσολογία, ανθρωπολογία, φιλοσοφία και επιστήμη των υπολογιστών.

στρουκτιβισμού. Όμως, απετέλεσαν την βάση και το έναυσμα για αναζήτηση θεωριών προς αυτή την κατεύθυνση.

Κοντά στην άποψη του Piaget συναντούμε τη Σοβιετική σχολή με ιδρυτή τον ψυχολόγο Vygotsky. Βασιζόμενη στις ίδιες αρχές με διαφορετική όμως προοπτική εισηγείται την *activity theory* (ή κοινωνικό κονστρουκτιβισμό). Κατ' αυτήν, το ενέργημα σχετίζεται στην διαλεκτική του ατόμου με το κοινωνικό περιβάλλον του (οπότε συνδέει τις έννοιες της επικοινωνίας και του πολιτισμού με την δράση), την οποία ο διάδοχος του Vygotsky, ο Leontev (1978, 1981) αντιμετωπίζει σαν τη βάση της επιστημονικής εξήγησης της ανθρώπινης συμπεριφοράς. Εδώ είναι αξιοσημείωτο να δούμε τι προτείνει η παραπάνω άποψη σχετικά με την εξέλιξη των μαθηματικών εννοιών.

Θεωρεί ότι η εξέλιξη αυτή γίνεται σε τρία στάδια

– 1ο στάδιο : Γνωρίζουμε κάνοντας. Χαρακτηρίζεται από υψηλό επίπεδο δραστηριότητας και χαμηλό επίπεδο σχηματισμού εννοιών.

– 2ο στάδιο : η ανάπτυξη των εννοιών και οι ενέργειες συμβαδίζουν. Οι έννοιες εφαρμόζονται στις ενέργειες, και η ανάπτυξή τους τροφοδοτεί τις ενέργειες με την δύναμη της πρόβλεψης.

– 3ο στάδιο : Οι έννοιες επιβάλλονται στις ενέργειες, οι οποίες καθοδηγούνται από την θεωρία. Το υποκείμενο εστιάζεται στους μηχανισμούς (το γιατί συμβαίνει έτσι;). Χαρακτηριστικό του 3ου σταδίου η αναστοχαστική αφαίρεση.

Η νοητική εξέλιξη η οποία περιγράφεται από την παραπάνω θεωρία χαρακτηρίζει και την εξέλιξη της απόβλεψης, η οποία συμβαίνει με την πλήρωση του ρεπερτορίου του μαθητή και τη μάθηση.

Τελευταία ο von Glasserfeld κ.ά. (1983) εισηγείται μια λειτουργική θεωρία γνώσης, γνωστή σαν ριζοσπαστικός κονστρουκτιβισμός, σύμφωνα με την οποία το μυαλό οργανώνει τις εμπειρίες οικοδομώντας δικές του γνωστικές δομές για να μπορέσει να συνδιαλλαχτεί με τον πραγματικό κόσμο. Υπογραμμίζει τη σημασία του υποκειμένου στην κατασκευή της γνώσης, η οποία πρέπει να ασχολείται με το ταίριασμα της γνώσης στην εμπειρία και όχι στην ταυτοποίησή της με την πραγματικότητα. Η αξία των γνωστικών δομών χαρακτηρίζεται από τη βιωσιμότητά

τους ως μέσων επίλυσης προβλημάτων, ανάμεσα στα οποία συγκαταλέγεται η κατανόηση. Θεωρεί, δηλαδή, ότι η μόνη πραγματικότητα που μπορεί να γνωρίσει το υποκείμενο είναι αυτή της εμπειρίας του, εμπειρικής και νοητικής.

Όπως οι φυσικοί οργανισμοί προσαρμόζονται στο περιβάλλον, σύμφωνα με την θεωρία της εξέλιξης, έτσι και η νόηση εξελίσσεται μέσα από την προσαρμογή.

Η θεωρία του κονστρουκτιβισμού ήλθε να δώσει μια νέα προοπτική, ασχολούμενη αποκλειστικά με τη δόμηση εννοιολογικής γνώσης. Η άποψή του για την εννοιολογική εξέλιξη αποσκοπεί στη γέννηση μιας ψυχολογικής επαφής μεταξύ δασκάλου-μαθητή και ενός ευνοϊκού κλίματος μεταξύ των μαθητών.

Παρ' όλα αυτά, η συγκεκριμένη θεωρία είναι πολύ γενική για να εξηγήσει τη διαδικασία κατανόησης και εξέλιξης της ανθρώπινης νοημοσύνης. Παρακολουθώντας την πορεία της εξέλιξης και συμπλήρωσής της, βλέπουμε ότι η θεωρία του κονστρουκτιβισμού συγκλίνει συνεχώς προς τη λίγο προγενέστερη φιλοσοφία της φαινομενολογίας του Husserl. Η βασική αρχή του κοστρουκτιβισμού στην διδασκαλία δεν είναι άλλη από την βασική φιλοσοφική θέση του Husserl ότι *η καταγωγή των ιδεατών εννοιών και επιστημονικών αντικειμένων βρίσκεται μέσα στην υποκειμενική εμπειρία της αντίληψης*. Η αποβλεπτική ιδιότητα της συνείδησης που αποτελεί τον βασικό όρο της φαινομενολογίας εμφανίζεται δυναμικά πάλι στο προσκήνιο, έχοντας αρωγούς την γενετική επιστημολογία και την νευρο-βιολογία, οι οποίες στηρίζουν τις απόψεις τους στα ευρήματα που τους δίνει η εξέλιξη της τεχνολογίας. Με έμμεσους τρόπους, οι γνωστικοί επιστήμονες, οι παιδαγωγοί και οι ψυχολόγοι θέτουν τον φαινομενολογικό όρο της *απόβλεψης*, απαραίτητο για την απόδοση νοήματος στα ερεθίσματα του περιβάλλοντος. Ο νους αποδέχεται και κατανοεί έννοιες μέσα από την αποβλεπτική προοπτική της συνείδησης. Η ίδια ιδιότητα της συνείδησης είναι και ο βασικός παράγοντας αφαιρετικού στοχασμού και συγκρότησης του νου (E. Husserl, E. Stroker) [2]. Τα τελευταία χρόνια, η γνώμη των ερευνητών της γνωστικής ψυχολογίας και της ψυχολογίας της εκπαίδευσης αλλάζει και θέλει τον μαθητή από ένα παθητικό δέκτη πληροφοριών, σε έναν ενεργά εμπλεκό-

---

[2] E. Husserl: *Δεύτερη Λογική Έρευνα.*
E. Stroker: «Αποβλεπτικότητα και Συγκρότηση», *Δευκαλίων*, Γ΄ (11/1), 1992.

μενο στην διαδικασία της μάθησης, κατασκευαστή της γνώσης, με συνειδητό ρόλο που ξεκινάει εσωτερικά. Συνειδητοποιεί τους στόχους του, επιλέγει συνειδητά την προσέγγισή τους και έχει συναίσθηση των ενεργειών του κάθε στιγμή στην πορεία προς τον στόχο. Δηλαδή, θέλει έναν *intentional* εκπαιδευόμενο (Βοσνιάδου, Sinatra).

Η αποβλεπτική φύση της συνείδησης, μέσω της οποίας το άτομο κατανοεί το περιβάλλον του, δημιουργεί νοητικές αναπαραστάσεις του κόσμου ανάλογα με την προοπτική με την οποία θέλει κάθε φορά να τον εννοήσει. Η ισχύς της ανθρώπινης νοημοσύνης και η διαφοροποίηση της από τα υπόλοιπα έμβια όντα στηρίζεται στην δυνατότητα της ποικιλίας των αναπαραστάσεων για το ίδιο αντικειμένου και στην μετάβαση από την μία στην άλλη. Φαινόμενο που συμβαίνει κατ' εξοχήν στα Μαθηματικά.

Οι αναπαραστάσεις των μαθηματικών εννοιών απασχολούν ιδιαίτερα, τα τελευταία χρόνια τους ειδικούς στη διδακτική των Μαθηματικών, τόσο για την κατανόηση των εννοιών όσο και για την επικοινωνία των ατόμων που συμμετέχουν. Ο Steinbring, που ανήκει στην επικοινωνιακή σχολή του Bielefeld, ασχολείται με τη διαφορετικότητα των αναπαραστάσεων και των δομών των εννοιών που έχουν οι μαθητές από εκείνες που έχουν οι καθηγητές, πράγμα που καθιστά την επικοινωνία δύσκολη όντας κατ' ουσίαν επικοινωνία μέσα από διαφορετικούς κώδικες. Στην ίδια αιτία αποδίδει η A. Sierpinska τις εννοιολογικές παρεξηγήσεις από τις οποίες προκύπτουν τα επιστημολογικά εμπόδια στη διαδικασία της μάθησης. Η διδασκαλία τα τελευταία χρόνια, προσπαθεί να ξεφύγει από το προηγούμενο μοντέλο της διάλεξης του καθηγητή που οδηγεί στο μοντέλο μεταφοράς γνώσης και βρίσκεται σε μια αναζήτηση μεθόδων, αναπροσδιοριζόμενη κάθε φορά ανάλογα με την κατάσταση και τις προθέσεις της τάξης. Θεωρεί βασικό, η μαθηματική αναζήτηση να σχετίζεται άμεσα με τα ενδιαφέροντα του μαθητή και τις προσδοκίες του, γιατί μόνο εάν συμπέσουν οι προσδοκίες και οι προθέσεις των μαθητών με αυτές του δασκάλου, θα είναι δυνατόν να επιτευχθεί ο στόχος, στον οποίο αποβλέπει ο δάσκαλος.

Ο Steinbring αναφέρεται στην αναγκαιότητα της σύμπτωσης της αποβλεπτικής έννοιας, ώστε να εξασφαλιστεί αυτό που ο A. Middleton ονομάζει «εγγενές

κίνητρο». Πώς, όμως, θα προκύψει αυτή η σύμπτωση; Το πρόβλημα, όπως ισχυρίζεται ο γάλλος R. Bkouche, δεν αντιμετωπίζεται ούτε με τη γλωσσική αυταπάτη της φορμαλιστικής διδασκαλίας, ούτε με τις ελεύθερες μαθητικές δραστηριότητες που πολλές φορές δεν συγκροτούν ενότητα, ενώ άλλες παραιτούνται από το γεγονός ότι η διδασκαλία των Μαθηματικών είναι κατάθεση γνώσης.

Σήμερα, θεωρείται αποδεκτό ότι οι πληροφορίες που αφομοιώνουν οι άνθρωποι έχουν σχέση: α) με τις προηγούμενες γνωστικές δομές, β) με τις συγκινησιακές καταστάσεις στις οποίες βρίσκονται, γ) με τις αναπαραστάσεις που διαθέτουν για το περιβάλλον και τις έννοιες και δ) με τις ταυτίσεις αυτών των αναπαραστάσεων μέσα στο συμβολικό κόσμο τους. Ο ριζοσπαστικός κονστρουκτιβισμός του Glasserfeld λέει ότι η κατανόηση της δομής μιας έννοιας εξαρτάται από την προσωπική ερμηνεία του ατόμου και από τα αποτελέσματα που προκύπτουν απ' την προσαρμογή της έννοιας στους περιορισμούς του πλαισίου, καθώς και τη δράση της έννοιας σύμφωνα με τις προκλήσεις του περιβάλλοντος.

Ο κονστρουκτιβισμός δεν εξηγεί πώς η συμπεριφορά μπορεί να ερμηνευτεί με όρους του περιβάλλοντος. Η θεώρηση της φαινομενολογίας για τον τρόπο λειτουργίας της νόησης δίνει απαντήσεις στο αρχικό ερώτημα της επικοινωνίας μεταξύ των εμπλεκομένων μερών στην διαδικασία της διδασκαλίας.

Η ενέργεια ανήκει στο υποκείμενο και όχι στον παρατηρητή. Το πρόβλημα στην εκπαίδευση είναι πώς θα ερμηνεύσεις την συμπεριφορά των μαθητών και θα καταλάβεις τις προθέσεις τους, ώστε να σχεδιάσεις τις κατάλληλες δραστηριότητες και να προσκαλέσεις όσο το δυνατόν περισσότερες κατηγορίες μαθητών στη μαθηματική σκέψη.

Αξίζει, επίσης, να σημειωθεί ότι η εργασία αυτή επιχειρεί προσέγγιση της καίριας φιλοσοφικής και γνωσιοθεωρητικής έννοιας του αποβλεπτικού ενεργήματος και την κατανόηση των επικοινωνιακών, γνωστικών και εκφραστικών πρακτικών που ακολουθούνται στη διδασκαλία των Μαθηματικών και να αποτελέσει εφαλτήριο και κίνητρο για περαιτέρω διερεύνηση της συγκεκριμένης θεματικής.

Η ΔΟΜΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο όρος της αποβλεπτικότητας, όπως διατυπώθηκε από τους εμπνευστές της, αποτελεί τη βασική ιδιότητα της συνείδησης και σαν τέτοια υπάρχει πίσω από κάθε συνειδητή ενέργεια και χαρακτηρίζει κάθε συνειδητή νοητική λειτουργία. Είναι βασικός παράγοντας στην κατανόηση και νοητική εξέλιξη του ατόμου και απασχολεί κάθε επιστήμη η οποία αναφέρεται στη συνείδηση, στο νου και στους μηχανισμούς της γνώσης.

➦ Στο **Κεφάλαιο 1** προσπαθούμε να γνωρίσουμε τον όρο και το πώς θα μπορούσε να «δουλέψει» ένας τέτοιος όρος στην κατανόηση των νοητικών λειτουργιών. Το κεφάλαιο αυτό αποτελείται από πέντε θεματικές ενότητες.

Στην 1η ενότητα (§ 1.1 – 1.4) γίνεται ο προσδιορισμός του όρου της αποβλεπτικότητας (intentionality) καθώς και αναφορά στη συνείδηση, τις ιδιότητές της και τη σχέση της με την απόβλεψη.

Η 2η ενότητα (§ 1.5) αναφέρεται στην πορεία της εξέλιξης της έννοιας από την Αρχαιότητα μέχρι την εγκαθίδρυσή της και τον προσδιορισμό της από τον E. Husserl.

Στην 3η ενότητα (§ 1.6 – 1.7) παρουσιάζονται οι απόψεις που εκφράζουν σύγχρονοι φιλόσοφοι, ψυχολόγοι και νευροβιολόγοι για την έννοια της αποβλεπτικότητας, ανάλογα με τη φιλοσοφική αντίληψη την οποία πρεσβεύουν σχετικά με τη λειτουργία του νου ή τη θεωρία λειτουργίας του εγκεφάλου. Δίνεται έμφαση στον τρόπο με τον οποίο λειτουργεί η απόβλεψη μέσα στο πλαίσιο που διαμορφώνει η εκάστοτε θεωρία. Τέλος, στην ίδια ενότητα επιχειρείται μια υποτυπώδης κριτική σε κάποιες απόψεις που εμφανώς έρχονται σε αντίθεση με την έννοια του όρου της απόβλεψης.

Στην 4η ενότητα (§ 1.8 – 1.9) δίνονται περαιτέρω πληροφορίες για την έννοια. Εξετάζονται τα επίπεδα εξέλιξής της, τα οποία είναι άμεση συνέπεια με τον εμπλουτισμό της συνείδησης από εμπειρίες. Η εξέλιξη αυτή ξεκινάει σαν αναλογι-

κή καταγραφή των ερεθισμάτων και καταλήγει στην πλέον εξελιγμένη μορφή της, την απόβλεψη των προτασιακών στάσεων.

Στην 5η ενότητα (§ 1.10) εξετάζεται η λειτουργία της απόβλεψης σε διάφορες νοητικές λειτουργίες οι οποίες λαμβάνουν μέρος στη διαδικασία διδασκαλίας – μάθησης σε μια τάξη Μαθηματικών.

Η απόβλεψη της συνείδησης για ένα αντικείμενο (υπαρκτό ή νοητό) δημιουργεί στο μυαλό ένα υποκατάστατο του αντικειμένου φορτισμένο με τα χαρακτηριστικά τα οποία έχει επιλέξει. Το υποκατάστατο αυτό είναι μια νοητική αναπαράσταση του αντικειμένου και αποτελεί το άμεσο αποτέλεσμα της απόβλεψης.

➦ Το **Κεφάλαιο 2** έχει σαν αντικείμενο διαπραγμάτευσης τις αναπαραστάσεις. Αποτελείται από πέντε θεματικές ενότητες.

Στην πρώτη ενότητα (§ 2.1 – 2.3) γίνεται ο προσδιορισμός του όρου της αναπαράστασης, και αναφέρονται τα είδη των αναπαραστάσεων. Ο διαχωρισμός των ειδών ποικίλει ανάλογα με την θέση και τον εστιασμό της εκάστοτε θεωρίας. Δίνεται ιδιαίτερη βαρύτητα τόσο στις εσωτερικές / νοητικές αναπαραστάσεις όσο και τις εξωτερικές οι οποίες χρησιμοποιούνται στα Μαθηματικά.

Η δεύτερη ενότητα (§ 2.4) αναφέρεται στα συστήματα αναπαραστάσεων την οργάνωσή τους και τον ρόλο της οργάνωσης στην οικοδόμηση εννοιών.

Η τρίτη ενότητα (§ 2.5) αναφέρεται την ηλικία στην οποία δημιουργούνται οι αναπαραστάσεις και στην εξέλιξή τους. Παρατίθενται οι απόψεις που υπάρχουν, οι οποίες είναι ανάλογες με τις απόψεις εξέλιξης της απόβλεψης.

Στην τέταρτη ενότητα (§ 2.6) αναφέρονται περιληπτικά οι βασικές θεωρίες αναπαράστασης. Ομαδοποιούνται σε δύο άξονες χωρίς λεπτομερειακή 'αναφορά σε κάθε μια καθόσον αυτό ξεφεύγει από το αντικείμενο της παρούσης εργασίας.

Στην πέμπτη ενότητα (§ 2.7) διευκρινίζεται η σύνδεση της απόβλεψης με την αναπαράσταση και ειδικότερα ο ερμηνευτικός ρόλος της απόβλεψης μεταξύ εξωτερικής αναπαράστασης (συμβόλου) και έννοιας.

➦ Το **Κεφάλαιο 3** αναφέρεται στον ρόλο της απόβλεψης στην επιλογή, ερμηνεία και μετάφραση των αναπαραστάσεων στα Μαθηματικά. Αποτελείται από δύο θεματικές ενότητες.

Η πρώτη ενότητα (§ 3.1) αναφέρεται στην ιδιαίτερη ικανότητα του ανθρώπου να χρησιμοποιεί πολλά συστήματα αναπαράστασης για το ίδιο αντικείμενο και να μεταβαίνει από το ένα σύστημα στο άλλο, πράγμα το οποίο προσδίδει στην ανθρώπινη σκέψη ιδιαίτερες δυνατότητες.

Η δεύτερη ενότητα (§ 3.2) αναφέρεται στον ρόλο της απόβλεψης στην επιλογή αναπαράστασης στην μαθησιακή διαδικασία στην τάξη των Μαθηματικών. Δίνονται παραδείγματα από την καθημερινή πρακτική στις τάξεις του Λυκείου.

Τέλος, δίνεται έμφαση στην διαδικασία λύσης προβλήματος όπου εμφανίζεται η απόβλεψη στο πλέον εξελιγμένο της επίπεδο. Δίνονται τρία προβλήματα – δραστηριότητες ως παραδείγματα (αναφέρονται στο Παράρτημα) και γίνονται οι σχετικές παρατηρήσεις.

➦ Το **Κεφάλαιο 4** αναφέρεται στη διαδικασία της διδασκαλίας των Μαθηματικών. Προσπαθεί να απαντήσει στο γιατί δεν επιτυγχάνεται η εννοιολογική συνάντηση δασκάλου-μαθητή, ποιοι παράγοντες επηρεάζουν την επικοινωνία, ποιος ο ρόλος της απόβλεψης στην επικοινωνία και στην συμπεριφορά του μαθητή απέναντι στο μάθημα. Σημειώνεται η ανάγκη για προσπάθεια του δασκάλου να ανακαλύψει τις αποβλέψεις των μαθητών και να τις κατευθύνει στον επιδιωκόμενο στόχο, προκειμένου να ενεργοποιήσει τον μαθητή σε ενεργό συμμετοχή. Αναφέρεται στον ρόλο των συναισθημάτων και προδιαθέσεων στην δημιουργία αποβλέψεων. Θίγονται τόσο οι αρνητικές καταστάσεις στις οποίες οδηγεί η αγνόηση των προηγουμένων, όσο και οι προϋπόθεσης κινητοποίησης των μαθητών.

Επίσης, γίνεται αναφορά στην υπάρχουσα κατάσταση στην αίθουσα διδασκαλίας των Μαθηματικών και στον τρόπο με τον οποίο αντιμετωπίζεται το μάθημα από δασκάλους και μαθητές και γίνονται προτάσεις στα πλαίσια των απόψεων που διατυπώθηκαν στην εξέλιξη της εργασίας, προκειμένου να δοθεί ερέθισμα για περαιτέρω έρευνα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

INTENTIONALITY

1.2. Εισαγωγή

Οι νευρογενετιστές ισχυρίζονται ότι τα γονίδια προσδιορίζουν όχι μόνο το σχήμα και το χρώμα του σώματος, αλλά και το επίπεδο νοημοσύνης, τις διαθέσεις, τη σεξουαλική έκφραση, τη συχνότητα με την οποία χρησιμοποιείται βία κ.ά.

Κυριαρχεί δηλαδή το δόγμα, ότι η ανάπτυξη και εξέλιξη του ατόμου, τόσο η βιολογική όσο και η νοητική, προσδιορίζεται από τη φύση του (κληρονομικότητα – γονίδια) και την επίδραση του περιβάλλοντος, στην προσπάθεια του ατόμου να προσαρμοστεί σε αυτό.

Αυτό γεννά το ερώτημα: «Αποκλείεται η περίπτωση της συνεισφοράς του ατόμου, η δυνατότητα επιλογών;»

Η πρόοδος των επιστημών και η εξέλιξη της τεχνολογίας βοηθούν πολύ στην μελέτη του εγκεφάλου και στην προσπάθεια κατανόησης της λειτουργίας του. Παρατηρούμε τη δραστηριότητα των πεδίων των νευρώνων, τη μη γραμμική δυναμική του εγκεφάλου με την οποία αυτοοργανώνεται και προσπαθούμε να απαντήσουμε σε ερωτήματα όπως:

- √ Πώς παίρνουμε τις αποφάσεις και ποιος το προσδιορίζει;
- √ Είναι σημαντική η συνείδηση του εγώ στην παραπάνω διαδικασία και στην ενέργεια που προκύπτει κατόπιν;

Ο J. Searle[3] θέτει το ερώτημα:

Πώς είναι δυνατόν έναν κόσμος που έχει δημιουργηθεί από απλά συστήματα, όπως άτομα και μόρια, να παράγει νοητικές λειτουργίες που περιέχουν χαρακτηριστικά ασυμβίβαστα με την υλική υπόσταση του σύμπαντος, όπως η συνείδηση, η αποβλεπτικότητα, η υποκειμενικότητα, η νοητική ικανότητα;

---

[3] Πρόλογος στο *Αιθέρας Θεϊκός – Λαμπερή Φωτιά* του G.M. Edelman.

Ο Edelman καταθέτει την παρακάτω διαδοχή συλλογισμών:

1. Τα πράγματα δεν έχουν νόηση
2. Οι άνθρωποι έχουν νόηση. Μερικά ζώα ενεργούν σαν να έχουν νόηση.
3. Όντα με νόηση μπορούν να αναφέρονται σε άλλα όντα ή πράγματα. Πράγματα χωρίς νόηση δεν μπορούν να αναφέρονται σε άλλα όντα ή πράγματα.

Την τελευταία αυτή ιδιότητα των όντων με νόηση, ο Brentano την είχε ονομάσει «αποβλεπτικότητα» ή «προθετικότητα» (*intentionality*) και αποτελούσε γι' αυτόν δείκτη ύπαρξης νοητικής διαδικασίας.

Το νευρικό σύστημα και ο εγκέφαλος που έχουν τα ζώα δεν εμφανίζεται στα φυτά. Από την αρχή δε της εξέλιξης, η λειτουργία τους ήταν να οδηγούν τη σωματική δράση και συμπεριφορά.

Πρόσφατα υποστηρίχθηκε ότι τα ζώα ονειρεύονται. Αυτό υπονοεί ότι οι πνευματικές καταστάσεις μπορούν να αποσυνδεθούν από σωματική δραστηριότητα. Αλλά η έκταση αυτού του φαινομένου ανάμεσα σε συμπεριφορά – δράση και πνευματική δραστηριότητα, που χαρακτηρίζει τον άνθρωπο, είναι μοναδική μεταξύ των εμβίων όντων, τη στιγμή μάλιστα όπου οι πνευματικές καταστάσεις στον άνθρωπο πάντα αναφέρονται σε κάτι. Αυτός είναι ο λόγος που πολλοί φιλόσοφοι δεν θεωρούν ότι η νοητική απόβλεψη[4] προήλθε από κάποια αντίστοιχη σωματική απόβλεψη, με την έννοια ότι είναι προϊόν βιολογικής διαδικασίας.

Ο,τιδήποτε αντιλαμβάνεται μέσω των αισθήσεων του ένας οργανισμός σημαίνει κάτι γι' αυτόν, όπως σεξουαλική αναπαραγωγή, διαφυγή, εύρεση τροφής κλπ. Ο νους αποδίδει κάποιο νόημα στα ερεθίσματα τα οποία λαμβάνει, πολλές φορές πέρα από την ερμηνεία ή την άμεση σημασία την οποία έχει γι' αυτόν το ερέθισμα.

Αυτό είναι ένα βασικό στοιχείο, το οποίο διείδε και έφερε στο φως η έρευνα του Jakob von Uexküll (1940, 1982)[5], σύμφωνα με την οποία «κάθε ενέργεια, η οποία αποτελείται από αντίληψη και λειτουργία, αποτυπώνει το νόημά της στο μη έχον νόημα αντικείμενο. Έτσι, το καθιστά ένα φορέα νοήματος σχετιζόμενο με το υποκείμενο, στο ιδιαίτερο υποκειμενικό σύμπαν στο οποίο ζει το ζώο» (δηλαδή στο περιβάλλον, έτσι όπως το ζώο – ο άνθρωπος το αντιλαμβάνεται).

---

[4] Απόβλεψη: η ιδιότητα της συνείδησης να αναφέρεται σε κάτι.

1.2. Ετυμολογία της Λέξης *Intentionality*

Η λέξη είναι παράγωγο της λατινικής λέξης *intentio* και σημαίνει περίπου «έχω ιδέα για κάτι» ή «ο προσανατολισμός της προσοχής σε κάτι στη σκέψη».

Η ρίζα της λέξης προέρχεται από το λατινικό ρήμα *tendo*. Σαν μεταβατικό σημαίνει τείνω, εντείνω. Σαν αμετάβατο σημαίνει ρέπω, κλίνω.

Το απαρέμφατο *tendere* (= το τείνειν) σημαίνει πορεύομαι, φέρομαι προς κάτι, διατείνομαι ή προθυμούμαι, πειρώμαι.

Το ρήμα *intendo* με την ίδια ρίζα μεταβατικό σημαίνει εντείνω, εκτείνω, τρέπω κάτι προς κάτι, ενώ το ουσιαστικό *intendio* σημαίνει ένταση της διάνοιας, προσοχή, σκοπός, γνώμη, αιτίαση.

Από την ίδια ρίζα προέρχεται το *intension*, το οποίο σχετίζεται με το ελληνικό εντείνω, τεντώνω, μεταφορικά σκοπεύω (με το τόξο). Αμετάβατο σημαίνει προσπαθώ, τείνω προς τινά, πλησιάζω, και είναι δηλωτικό της έντασης.

Στη σημειολογία και τη λογική συναντάται ως το αντίθετο του *extension*, με την έννοια ότι το *intension* νόημα ενός κατηγορήματος ή μιας πρότασης είναι αυτό καθαυτό το νόημα, ενώ το *extension* νόημα (η προέκταση του νοήματος) μπορεί να αναφέρεται σε όλο το είδος του κατηγορήματος ή στην αλήθεια της πρότασης.

Η λέξη *intention* σημαίνει πρόθεση, σκοπός, ρίχνει το βάρος του νοήματος στην ιδέα της κατεύθυνσης (*directness*), με τη σημασία του αποβλέπω σε κάτι (*pointing towards or attending to some target*). Κοινή ρίζα όλων των προηγουμένων είναι το σανσκριτικό *tan*, απ' όπου και οι αντίστοιχες ελληνικές λέξεις, που αναφέρθηκαν προηγουμένως.

1.3. Ερμηνεία του Όρου *Intentionality*

Ο όρος είναι κυρίως φιλοσοφικός και έχει κεντρικό ρόλο στη φαινομενολογία και την αναλυτική φιλοσοφία.

Η απόλυτη μετάφραση της λέξης είναι «προθετικότητα». Στη φιλοσοφία αποδίδεται με τον όρο «αποβλεπτικότητα» ή «αναφορικότητα». Ο Brentano επα-

---

[5] Αναφορά του Hoffmayer.

ναφέροντας τον όρο μετά τους Σχολαστικούς του Μεσαίωνα, τον χρησιμοποιεί για να δηλώσει την ιδιότητα της συνείδησης να αναφέρεται σε κάτι. Η αναφορά αυτή δεν γίνεται τυχαία. Η συνείδηση αναφέρεται σε κάτι με συγκεκριμένη στάση απέναντι σ' αυτό, την οποία έχει επιλέξει γιατί έχει κάποια πρόθεση και αποβλέπει σε κάποιο σκοπό. Οικειοποιείται το αντικείμενο (υπαρκτό η νοητό) έχοντάς το εφοδιάσει με τα χαρακτηριστικά τα οποία η ίδια έχει επιλέξει. Η φιλοσοφική ερμηνεία της λέξης, εμπεριέχει τις έννοιες θεματοποίηση – οικειοποίηση – σκοπό (στόχο) – στάση. Για το λόγο αυτό θα υιοθετηθεί ο όρος «αποβλεπτικότητα»[6].

Δεν πρέπει να ταυτίζεται με την καθημερινή έννοια της πρόθεσης (έχω την πρόθεση να κάνω κάτι), η οποία αποτελεί μόνο ένα είδος απόβλεψης, μαζί με τα πιστεύω, τις επιθυμίες και τις άλλες καταστάσεις της συνείδησης.

Ο όρος πρωτοαναφέρεται και περιγράφεται από τον Θωμά Ακινάτη το 1272, ο οποίος τον χρησιμοποιεί για να περιγράψει τη διαδικασία με την οποία τα ζώα και οι άνθρωποι δρουν για να αναπτυχθούν και να ωριμάσουν. Κατόπιν χρησιμοποιείται στις συζητήσεις του Μεσαίωνα στα πλαίσια της μεσαιωνικής θεώρησης, που κάνει διάκριση μεταξύ «φυσικής ύπαρξης» (*esse naturale* – δένδρο ζωής) και της «νοητικής ύπαρξης» (*esse intentinale* – σκέψη, φαντασία). Η λέξη επαναπροσδιορίστηκε από τον Brentano στο τέλος του 19ου αιώνα.

Οι σύγχρονες συζητήσεις για την έννοια αποτελούν αναπόσπαστο μέρος των συζητήσεων για τη φύση του νου. Είναι δε τέτοια η έκταση την οποία καταλαμβάνει ώστε εάν σκεφτεί κάποιος, ότι μέσω αυτής εξηγείται όλη η διαδικασία της εξέλιξης του νου, δεν θα απέχει πολύ από την πραγματικότητα.

Πολλοί κατανοούν την έννοια σαν συμπεριφορά κατευθυνόμενη σε στόχο, μια άποψη σχετική με αυτή του Ακινάτη, ενώ άλλοι χρησιμοποιούν την έννοια για να ορίσουν την σχέση ανάμεσα σε νοητικές καταστάσεις και αντικείμενα ή γεγονότα, πραγματικά ή φανταστικά.

---

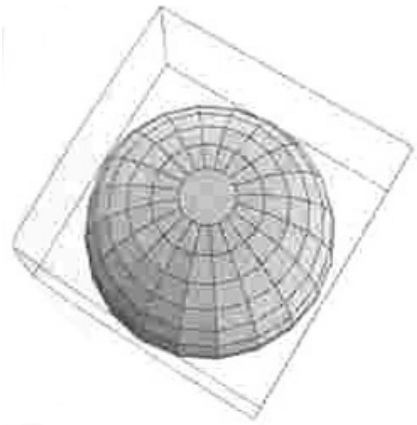
[6] Από εδώ και στο εξής ο όρος θα αναφέρεται με την λέξη «αποβλεπτικότητα», αν και στο τρίτο κεφάλαιο ο όρος «πρόθεση – προθετικότητα» αρμόζει καλύτερα, καθόσον είναι περισσότερο οικείος τόσο σαν έννοια όσο και σαν άκουσμα.

Διαφέρει από το κίνητρο, το οποίο αποτελεί το αίτιο και την εξήγηση για την πράξη, όπως και από την επιθυμία, η οποία αποτελεί την συναίσθηση και την εμπειρία που προέρχεται από την απόβλεψη.

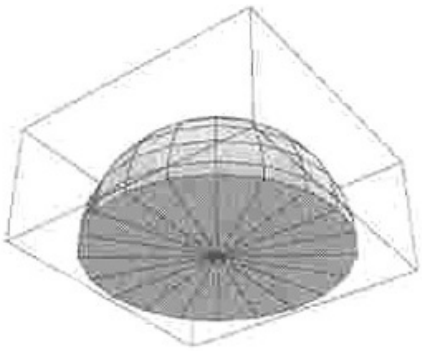
Κοινό χαρακτηριστικό όλων είναι ότι οι νοητικές αυτές καταστάσεις είναι συνειδητές.

Στον όρο εμπεριλείονται αυτά τα χαρακτηριστικά της νοητικής δραστηριότητας, των οποίων το περιεχόμενο περιλαμβάνει πληροφορίες και ενέργειες και εμπλέκει μια συγκεκριμένη στάση απέναντι στο περιεχόμενο. Επιπλέον, υπάρχει μια ιδιαιτερότητα του νοητικού περιεχομένου, να είναι το αποτέλεσμα της «όρασης» του αντικειμένου από μια συγκεκριμένη άποψη. Όταν βλέπω έναν κόκκινο κύβο, μπορεί να ενδιαφέρομαι για το κόκκινο χρώμα ή για το σχήμα του στερεού. Στην προκειμένη περίπτωση υπάρχει απόβλεψη χωρίς τη διαμεσολάβηση μιας αναπαράστασης του υποκειμένου.

Η έννοια της απόβλεψης εμπεριέχει αναφορά και σχέση με κάτι (αντικείμενο). Για την αναφορά αυτή ο Brentano (1874) χρησιμοποιούσε τον όρο «αποβλεπτική ενύπαρξη» (*intentional inexistence*), εννοώντας ότι η αναφορά σε κάποιο αντικείμενο, το οποίο στην προκειμένη περίπτωση ονομάζουμε αποβλεπτικό, δεν είναι πάντοτε μια που να ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Παραδείγματος χάριν, όταν βλέπουμε το σχήμα 1, δημιουργούμε την εικόνα μιας ολόκληρης σφαίρας, ενώ στην πραγματικότητα είναι η μισή (σχήμα 2).



σχήμα 1.1



σχήμα 1.2

Μπορεί, δηλαδή, το αντικείμενο να μην έχει όλες ή κάποιες από τις ιδιότητες που του αποδίδουμε ή να μην υπάρχει, και να είναι δημιούργημα της φαντασίας, ένα νοητικό αντικείμενο, όπως όλα άλλωστε τα αντικείμενα των Μαθηματικών. Άρα, λαμβάνεται υπόψη η νοητική αναπαράσταση που έχει το υποκείμενο για το αντικείμενο (πώς το αντικείμενο φαίνεται) (Harman), γιατί σε τελική ανάλυση η απόβλεψη είναι νοητική αναπαράσταση (Searle). Για τους Brentano 1874· Husserl 1913· Searle 1983, η έννοια της «αποβλεπτικότητας» αναφέρεται σ' εκείνη την ιδιότητα του νου με την οποία αυτός κατευθύνεται προς συγκεκριμένα αντικείμενα ή σχετικά με αυτά και σε καταστάσεις του κόσμου. Περιλαμβάνει νοητικές καταστάσεις, όπως πιστεύω, επιθυμώ, προτίθεμαι, ελπίζω, φοβούμαι, αγαπώ, μισώ, σιχαίνομαι, ποθώ, θυμάμαι κ.ά., όπως επίσης την αντίληψη και την αποβλεπτική ενέργεια. Ο Γ. Ξηροπαΐδης, ερμηνεύοντας τον Husserl, αναφέρει σχετικά: «Η αποβλεπτικότητα συνιστά τη σύνδεση δύο ετερογενών ψυχικών καταστάσεων:

α) του υποκειμενικού ενεργήματος και

β) του παρεχομένου στην παράσταση αντικειμένου ή σύνδεση της έγκλειστης στον εαυτό της συνείδησης με το εμπειρικό – πραγματικό αντικείμενο.

Η αποβλεπτική αναφορά στο αντικείμενο δεν αποτελεί έναν προσδιορισμό σχέσης αλλά ανήκει στο ειδικό νόημα ενός βιώματος, ανεξάρτητα αν το αντικείμενο είναι υπαρκτό ή όχι. Το πρωταρχικό φαινόμενο είναι η υποκειμενική αναφορά σε ένα αντικείμενο και όχι υποκείμενο και αντικείμενο που κινούνται το ένα προς το άλλο»[7].

Η απόβλεψη εμπεριέχει μία ειδική στάση (θέση) της βούλησης για ενέργεια. Η αποβλεπτική ενέργεια μπορεί να αιτιολογηθεί μέσα από το τι επιθυμούμε και το τι πιστεύουμε (Anscombe, 1963 · Davidson, 1980, essay 1). Το να θέλουμε κάτι δεν εξυπακούεται ότι πιστεύουμε ότι θα γίνει. Η απόβλεψη εμπεριέχει την πίστη σε κάποιο βαθμό, η οποία όμως βασίζεται σε γεγονότα που περιλαμβάνουν τη γνώση μας

[7] Ξηροπαΐδης Γ., 1994.

γι' αυτό που θέλουμε, άρα αναγνωρίζουμε την πιθανότητα και κατευθύνουμε τις πράξεις μου προς τον σκοπό τον οποίο έχουμε θέσει (Davidson, 1980, essay 5).

Το να ψάχνει κανείς για κάτι είναι ένα παράδειγμα αποβλεπτικής δραστηριότητας που είναι σχετικό με το να στοχεύει σε κάτι. Επίσης και εδώ μπορεί κανείς να ψάχνει για πράγματα που δεν υφίστανται. Ένα μη υπάρχον αποβλεπτικό αντικείμενο είναι ένα πιθανό τέτοιο, ένα αντικείμενο που υπάρχει σε ένα πιθανό κόσμο ή μπορεί να μην υπάρχει ούτε σε έναν τέτοιο, π.χ. το αποβλεπτικό αντικείμενο μιας προσπάθειας.

Οι μελλοντικές αποβλέψεις έχουν κύριο ρόλο στο συντονισμό των εσωτερικών με τις κοινωνικές ανάγκες. Παίζουν το ρόλο των επιμέρους στοιχείων σε μεγαλύτερα κομμάτια σχεδιασμών. Ένας μαθητής με συγκεκριμένο επαγγελματικό στόχο καθοδηγεί τις πράξεις του και συντονίζει τις ενέργειές του και έτσι έχει καλύτερα αποτελέσματα στην επιτυχία του (πανελλήνιες).

Αν και ο όρος παραδοσιακά ανήκει στο πεδίο της φιλοσοφίας, τελευταίες εργασίες στη γνωστική ψυχολογία, όπως η φύση της συνείδησης, η ψυχολογία της ικανότητας των νεογνών για αρχική επικοινωνία, στη τεχνητή νοημοσύνη – ρομποτικές λειτουργίες κ.ά., θέτουν ερωτήματα γύρω από το θέμα, θεωρώντας το βασικό στοιχείο των νοητικών λειτουργιών, με αποτέλεσμα να υπάρχει στην βιβλιογραφία μια ποικιλία θεωρήσεων. Αυτές οι διαφορετικές οπτικές (γνωστικές, κοινωνικές, βιολογικές) δημιούργησαν θεωρίες, όπου ο τρόπος που προσδιορίζεται η αποβλεπτικότητα διαφέρει αρκετά.

Οι ψυχολόγοι που ασχολούνται με το θέμα υιοθετούν μια συγκεκριμένη φιλοσοφική θέση πάνω στη φύση των αποβλέψεων. Ότι, δηλαδή, είναι ψυχολογικές καταστάσεις, όπως πιστεύω, επιθυμίες, σκέψεις που παίζουν ένα αιτιατό ρόλο στην ανθρώπινη συμπεριφορά (ρεαλιστική θέση). Το ερώτημα, εάν ο περιβάλλων κόσμος είναι ο πραγματικός ή εμπειρίες πολυδουλεμένες λεπτομερειακά, είναι παλιό. Εάν δε ο καθένας δεν είναι τόσο σίγουρος για τα παραπάνω, πώς μπορεί να ξέρει τι σκέπτονται οι άλλοι και να μοιράζεται τις συναισθηματικές τους καταστάσεις; Πώς ο καθένας αντιλαμβάνεται τη δική του συμπεριφορά και τις εμπειρίες του ή

εκτιμά τις εσωτερικές καταστάσεις των άλλων; Ποιος ο τρόπος, με τον οποίο οικοδομείται η γνώση και εξ αυτής κατευθύνεται ο νους για την απόκτηση νέας;

Οι νευροβιολόγοι ενδιαφέρονται να εξετάσουν το πως οι γνωστικές καταστάσεις αλλάζουν την νευρική δραστηριότητα και πώς αυτή δημιουργεί γνώση. Στο πλαίσιο αυτό, ισχυρίζονται ότι το πρόβλημα της κατανόησης των σχέσεων ανάμεσα σε εμπειρίες και καταστάσεις του εγκεφάλου είναι αντικείμενο της φαινομενολογίας (θεωρία της απόβλεψης) και των νευροεπιστημών. Προσπαθούν να εξηγήσουν τα παραπάνω ερωτήματα υιοθετώντας την θεωρία της απόβλεψης με έννοιες αναπαραστάσεων. Τα προαναφερθέντα είναι μερικά από τα ερωτήματα στα οποία έρχεται να απαντήσει η έννοια της αποβλεπτικότητας.

Οι θεωρίες που αναπτύσσονται σχετικά με τον τρόπο λειτουργίας του νου ή του εγκέφαλου ή πώς συνδυάζονται τα δύο έρχονται να απαντήσουν κατά βάση στο ερώτημα: πώς προσδιορίζεται το αναπαραστασιακό περιεχόμενο κάποιου στοιχείου, υπαρκτού ή όχι, φυσικού ή νοητού;

1.4. Η Συνείδηση

Η βάση της συνείδησης είναι η ζωή. Υπάρχει στον άνθρωπο ως βιολογική προδιάθεση και εξελίσσεται από τις εμπειρίες που λαμβάνει από το περιβάλλον και την κοινωνική συνδιαλλαγή. Όλα τα ζώα έχουν συναίσθηση (συνείδηση) του περιβάλλοντος. Ο άνθρωπος όμως έχει επί πλέον συνείδηση του εαυτού του.

Ο James προσδιορίζει τη συνείδηση ως εξής: «Η συνείδηση είναι κάτι, την έννοια του οποίου γνωρίζουμε μέχρι τη στιγμή που κάποιος μας ζητάει να την ορίσουμε».

Ο Edelman αναφέρει ότι η πρωτόγονη συνείδηση έχει τις παρακάτω ιδιότητες:

α) Είναι ατομική.

β) Είναι συνεχής και συνεχώς μεταβαλλόμενη.

γ) Είναι αποβλεπτική (αναφέρεται σε εξωτερικά σήματα που προέρχονται από αντικείμενα ή γεγονότα).

δ) Είναι δραστική και έχει τη δυνατότητα να αυξάνει την εξελικτική προσαρμοστικότητα του ζώου.

Θα προσθέταμε ότι σε ένα βαθμό είναι συνδεδεμένη με τη βούληση. Προσθέτει, όμως, ότι ακόμα και όταν κάποιος κατέχει μια αρκετά καλή θεωρία για την συνείδηση, το εγώ είναι το λιγότερο κατανοήσιμο πράγμα για τον κάτοχό του.

Ο Dretske, ο οποίος θεωρεί ότι ο εγκέφαλος λειτουργεί με μηχανισμούς πληροφορίας – διαδικασίας, πιστεύει ότι η συνείδηση είναι προϊόν εγκεφαλικής λειτουργίας και όχι τμήμα της. Είναι αποτέλεσμα ενός συγκεκριμένου επιπέδου και είδους δραστηριότητας σε συγκεκριμένες περιοχές και δίκτυα του εγκεφάλου. Η νευρωνική δραστηριότητα δεν είναι απλά η αιτία της συνείδησης. Συνειδητά επεισόδια μπορούν άμεσα να προκαλέσουν νευρωνική δραστηριότητα, χωρίς την παρεμβολή των αισθητηριακών συστημάτων εισόδου, που σημαίνει περισσότερο άμεσο και εσωτερικό σύνδεσμο. Τη στιγμή δε που η συνείδηση είναι προϊόν εξέλιξης του ανθρώπινου είδους, θα ήταν παράξενο εάν δεν ήταν φυσική (*physical*) κατά κάποιο τρόπο.

Η συνείδηση μάς επιτρέπει να συνθέτουμε διαφορετικά είδη πληροφοριών και να βγάζουμε συνεπή συμπεράσματα, πράγμα που δείχνει ότι η λειτουργία της είναι καθολική, ή άλλως αποτελεί μια γενικευμένη άποψη παράλληλων ενεργειών του εγκεφάλου.

Είναι η πηγή της αίσθησης του εαυτού μας ως μονάδας και η απόληξη όλων των πραγμάτων που συμβαίνουν σε οποιοδήποτε τμήμα του οργανισμού. Είναι αυτή που επιτρέπει σε άτομα που έχουν κάποια βλάβη στη φαιά ουσία του εγκεφάλου που σχετίζεται με την έκφραση, να έχουν την λεγόμενη «τυφλή όραση».

Ο Samuel Guttenplan[8] αναφέρει για τη συνείδηση: «Κάποιες αποβλεπτικές καταστάσεις είναι συνειδητές ενώ άλλες όχι · από την άλλη, αρκετοί τύποι (είδη) της συνείδησης είναι αποβλεπτικοί ενώ άλλοι όχι (δεν έχουν αντικείμενο), όπως π.χ. η αίσθηση ενός ξαφνικού φόβου, αγωνίας, κλπ.».

[8] Samuel Guttenplan, *Companion to the Philosophy of mind.*

Εν ολίγοις, υπάρχει μια αλληλοεπικάλυψη μεταξύ συνείδησης και αποβλεπτικότητας, αλλά με κανένα τρόπο τα δύο αυτά δεν είναι ίσης έκτασης και δεν πρέπει να ταυτοποιούνται. Όμως, είναι τόσο σημαντική η ιδιότητα αυτή της συνείδησης, που αρκετοί θεωρούν ότι καταλαμβάνει όλη την έκτασή της με την έννοια ότι κάθε ενέργεια που θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως συνειδητή δεν μπορεί παρά να είναι αποβλεπτική. Το θεμελιακό φαινόμενο της συνείδησης είναι η αποβλεπτικότητα, η «εννοητική κατεύθυνση» προς ένα αντικείμενο (Γ. Ξηροπαΐδης). Εντέλει, η συνείδηση είναι πάντα συνείδηση για κάτι (Husserl).

1.5. Ιστορική Εξέλιξη της Έννοιας *Intentionality*

1.5.1. Από την Αρχαιότητα έως τον Μεσαίωνα

Το φιλοσοφικό ενδιαφέρον για την αποβλεπτικότητα μπορεί να ανιχνευτεί στις πρώτες αρχές της αρχαίας φιλοσοφίας.

Ο Παρμενίδης (5ος αιώνας π.Χ.), στο ποίημά του «*Περί Φύσεως*» διατυπώνει την θέση ότι «εάν κάτι μπορούμε να το σκεφτούμε, τότε υπάρχει».

Ο Αναξαγόρας, επηρεασμένος ίσως από τον Παρμενίδη, διατυπώνει: «νους ορά και νους ακούει».

Στο σοφιστή Πρωταγόρα συναντάμε τη θέση ότι «πάντων χρημάτων μέτρον άνθρωπος» (ο άνθρωπος είναι το μέτρο όλων).

Στον *Κρατύλο* του Πλάτωνα (420b-c), ο Σωκράτης προτείνει για τη λέξη «δόξα» (πιστεύω) να σχετίζεται με το τόξο, εννοώντας την έννοια της κατεύθυνσης, και για την λέξη «βούληση» να σχετίζεται με την «βολή» του τόξου. Η ίδια έννοια της κατεύθυνσης του νου, για να εκφράσει σκόπιμες καταστάσεις, χρησιμοποιείται με την παραπάνω μεταφορά και στον Θεαίτητο.

Στον Αριστοτέλη συναντάμε πολλές αναφορές που σχετίζονται με την μετέπειτα φιλοσοφία της έννοιας της απόβλεψης.

Στο έργο του *Περί Ψυχής* III-4 αναφέρει: «Ο νους είναι η δυναμικότητα για την ύπαρξη των νοητών»· στο III-8: «Κάποια εικόνα είναι ανάγκη να συνοδεύει το

νου στην θεωρητική του εργασία. Και οι εικόνες είναι σαν τα αισθήματα, αλλά χωρίς ύλη».

Στο έργο *Ηθικά Νικομάχεια* (κεφάλαιο Γ΄, 1111b έως 1113b) αναφέρεται στην προαίρεση. Θεωρεί την προαίρεση συγγενέστατη προς την αρετή. Το αντικείμενο της προαίρεσης είναι καθορισμένο και το επιλέξαμε μετά από σκέψη. Είναι επιθυμία μετά από περίσκεψη για πράγματα που είναι μέσα στις δυνατότητές μας. Δεν είναι κοινό κτήμα των «αλόγων» ζώων, ενώ η επιθυμία και ο θυμός είναι. Δεν είναι κτήμα μωρού ή τρελού, αλλά μυαλωμένου ανθρώπου, που σκέπτεται και αποφασίζει για πράγματα που μπορεί να πραγματοποιήσει. Θεωρεί την προαίρεση διαφορετική από τη βούληση, με την οποία όμως έχει άμεση συνάφεια. Θέλει τη βούληση να σχετίζεται με το σκοπό και την προαίρεση με τα μέσα που χρησιμοποιούμε για την επίτευξή του. Ο τρόπος με τον οποίο μεταχειρίζεται την έννοια είναι συναφής με αυτόν της απόβλεψης, αλλά τη χρησιμοποιεί περισσότερο για πράγματα που σχετίζονται με την ηθική.

Γενικά, η άποψη του Αριστοτέλη είναι ότι γίνονται αλλαγές στο σώμα μας που μοντελοποιούν τα αντικείμενα της σκέψης και έτσι σκεπτόμαστε για πράγματα που μπορεί να υπάρχουν ή όχι. Τις αλλαγές αυτές τις περιγράφει σαν φαντάσματα. Αυτά μπορούν να δημιουργούν περιεχόμενο στην απουσία αντίστοιχης εμπειρίας.

Εμπλέκει τα «φαντάσματα» σε όλη την ψυχολογία του, σε γνωστικές καταστάσεις, όπως σκέψη, μνήμη, επιθυμίες, πάθη κλπ. Την δε υποστηρίζουσα ικανότητα γι' αυτά την ονομάζει «φαντασία». Αυτή είναι ένα ξεχωριστό είδος νοηματικής κατάστασης, που δεν μπορεί να υποβαθμιστεί σε αίσθηση, κατανόηση, πιστεύω, αντίληψη ή συνδυασμό τους, αλλά αποτελείται από τα ίχνη της αντίληψης που επιδρούν στο κεντρικό όργανο και έτσι είναι ικανά να δημιουργήσουν αντίστοιχες εμπειρίες ακόμα και εν τη απουσία εξωτερικών αντικειμένων.

Έτσι, μπορούμε να χρησιμοποιούμε μια έννοια για να δημιουργήσουμε την αντίθετή της, ή να την εφαρμόσουμε σε άλλη έννοια και εν τέλει το αφηρημένο περιεχόμενο τέτοιων χειρισμών μας επιτρέπει να χρησιμοποιούμε τα σύμβολα (*Περί ερμηνείας* 1).

Ο Αριστοτέλης ισχυρίζεται ότι η γνώση των πραγμάτων δεν ταυτίζεται με τα ίδια τα πράγματα αλλά με τις μορφές τους. Παρομοιάζει την ψυχή με το ανθρώπινο χέρι, που το θεωρεί ως εργαλείο των εργαλείων, το νου ως μορφή των μορφών και την αίσθηση ως μορφή των αισθητών (*Περί Ψυχής* 432a, 1-3). Έτσι, η διάνοια λειτουργεί στη φυσική σφαίρα αλλά με υποκειμενικό τρόπο· είναι δε διαφορετική η λογική αναπαράσταση (μορφή) από την ύλη (*Μετά τα Φυσικά* 1042a, 24-31). Επίσης, δίνει έμφαση στη συνέχεια από την αντίληψη στην πρόβλεψη. Η προβλεπτική ομιλία δίνει συντακτική άρθρωση στις ασύνδετες αποχρώσεις της διαίσθησης (*Ερμηνευτικά* 16b, 25-26). Οι κρίσεις κατευθύνονται κυρίως σε πράγματα και όχι τόσο σε προδιαθέσεις.

Για τους Στωικούς ισχύει η άποψη ότι η οπτική εμπειρία στηρίζεται στην επέκταση του πνεύματος μέσα από το δίαυλο του οπτικού νεύρου, σε ένα κώνο που βρίσκεται στον αέρα μεταξύ του αντικειμένου και του οφθαλμού, στην κορυφή του οποίου είναι ο οφθαλμός και στη βάση του το αντικείμενο. Στην διατύπωση της παραπάνω άποψης, ο στωικός Χρύσιππος χρησιμοποιεί για το πνεύμα το «εντείνειν» που σχετίζεται με το λατινικό *itendo*, *intentio* (Διογένης ο Λαέρτιος, VII 157). Έτσι, η συνέχεια του όρου των σχολαστικών του μεσαίωνα μπορεί να αναζητηθεί τον τρίτο αιώνα π.Χ., αν όχι και νωρίτερα.

Κάποιο στωικοί μιλούν για συγκεκριμένα αντικείμενα ως ενυπάρχοντα και παρόντα στην σκέψη (εννοήματα). Αλλού απαντάται η έκφραση «εν ψιλές επινοές μονές», για να χαρακτηρίσει απλά, αποβλεπτικά αντικείμενα.

Οι πρώτοι Στωικοί φαίνεται να προχωρούν λίγο παραπέρα από την Παρμενίδεια θέση. Έχουν την διαίσθηση ότι όποτε υπάρχει μια νοηματική κατάσταση υπάρχει για κάτι ή γύρω από κάτι, χωρίς τον περιορισμό του Παρμενίδη ότι αυτό το κάτι πρέπει να υπάρχει, αλλά αυτό το κάτι είναι ό,τι έρχεται στο μυαλό (όπως κένταυροι, γοργόνες κλπ.). Αυτό που παρουσιάζεται στη φαντασία είναι ένα «φάντασμα», το οποίο παίζει τον ρόλο του αντικειμένου, ένα είδος μη υπάρχοντος αποβλεπτικού αντικειμένου. Αναφερόμενοι στις έννοιες σαν «οπτασίες» ή «φαντάσματα», τις αναγνωρίζουν σαν αντικείμενα

στα οποία κατευθύνεται ο νους όταν κάτι έρχεται στο νου ή παρουσιάζεται (φαντασία). Έτσι, κάνουν το πέρασμα από τα Πλατωνικά είδη, τα οποία δεν υπάρχουν στις έννοιες που υπάρχουν. Κείμενο με αντίστοιχο νόημα βρίσκουμε στο Διογένη τον Λαέρτιο (VII 61), ο οποίος σημειώνει ότι αν και η έννοια δεν είναι κάτι το οποίο υπάρχει και άρα δεν μπορεί να περιέχει ποιότητες, είναι όμως σαν να υπάρχει και με αυτή την έννοια περιέχει ποιότητες.

Ο Χρύσιππος αναφέρεται σε αυτά που μπορούν να εκφρασθούν (λεκτά) ή να εννοηθούν και που μπορεί να είναι αφηρημένα αντικείμενα. Αυτά είναι κάτι αφού μπορούν να προσδιοριστούν με λέξεις, είναι αντικείμενα που υφίστανται περισσότερο παρά είναι, και υπηρετούν σαν αντικείμενα νοητικών καταστάσεων, ή τα περιεχόμενα στα οποία αναφέρονται αυτές και τα οποία αρθρώνονται στην γλώσσα.

Το 1272 ο Θωμάς ο Ακινάτης συστήνει τον Αριστοτέλη στον Δυτικό κόσμο στο βιβλίο του *Treatise on man*. Κατά την άποψή του, αποβλεπτικό αντικείμενο είναι το αντικείμενο το οποίο θεωρούμε ό π ω ς α υ τ ό έ γ ι ν ε γ ν ω σ τ ό σ ε μ α ς.

Το δόγμα της ενεργούς αντίληψης του Αριστοτέλη, σύμφωνα με το οποίο ο οργανισμός αντιλαμβάνεται τον κόσμο από τις ενέργειές του σε αυτόν, τροποποιείται για να είναι πιο συνεπές στις χριστιανικές ιδέες. Κάνει διαχωρισμό μεταξύ βούλησης και πρόθεσης. Η βούληση κάνει εθελοντικές ηθικές επιλογές όσον αφορά το καλό και το κακό, ενώ η πρόθεση είναι ο μηχανισμός με τον οποίο διαπιστώνεται το δυναμικό του οργανισμού. Παρατηρεί ότι κάθε ζώο είναι ενοποιημένο και συγχρόνως περιορισμένο σε ένα σύνορο που ξεχωρίζει το εγώ από τους άλλους.

Το εγώ δημιουργεί τις μορφές του με την αφομοίωσή του προς τον κόσμο και όχι με την ανακάλυψη των ιδεατών αντίστοιχων μορφών του Πλάτωνα. Η λέξη-κλειδί την οποία χρησιμοποιεί ο Ακινάτης είναι *adaequatio*, που σημαίνει τείνει να εξισωθεί (αφομοίωση), αλλά δεν είναι απόλυτα ίσο. Η αποβλεπτικότητα στον Ακινάτη δεν απαιτεί συνειδητότητα, όμως απαιτεί δράση για τη δημιουργία νοήματος. Τη δυναμική αυτή δράση ο Merleau-Ponty ονομάζει αναζήτηση μέγιστης απόκτησης.

Για τον Αυγουστίνο (από τους τελευταίους σχολαστικούς), στο βιβλίο του XI *On the Trinity*, η λέξη *intentio* παίζει κεντρικό ρόλο, και παρόλο που την παρομοιάζει με τη θέληση (*voluntas*) και την αγάπη (*amor*), προκειμένου να προτείνει μια πρακτική εφαρμογή του όρου, δεν έχει αυτό ακριβώς στο μυαλό του. Χρησιμοποιεί το *intentio* στην ανάλυση της γνώσης (*cognition*) σε σχέση με τη μνήμη, σκέψη, αυτογνωσία, όραμα.

Στην ανάλυση της αντίληψης, πέρα από το αντικείμενο υπάρχει ένα τρίτο στοιχείο που κατευθύνει την αίσθηση στο αντικείμενο και τη δένει με αυτό. Καθώς ο άνθρωπος έγινε κατ' εικόνα και ομοίωση του Θεού, αντιγράφει την τριαδική του φύση. Ο ρόλος του *intentio* στη γνώση είναι παράλληλος με αυτό του Αγίου Πνεύματος, που μεσολαβεί μεταξύ του Πατέρα και του Υιού, μεσολαβεί ανάμεσα στο αντικείμενο και τη γνωστική ικανότητα.

Στο βιβλίο του XII *Literal Commentary on Genesis* στηρίζεται στην προαναφερθείσα θεωρία των Στωικών περί επέκτασης του πνεύματος μέσα από διαύλους του οπτικού νεύρου.

Οι σχολαστικοί του Μεσαίωνα χρησιμοποιούσαν τον όρο «αποβλεπτικός» (καθώς και τον όρο «αντικειμενικός») για να αναφερθούν στον τρόπο που δέχεται κάποιος το αντικείμενο όταν αυτό παρουσιάζεται στο υποκείμενο.

Σκοπός του μεσαιωνικού διαχωρισμού, ανάμεσα στην αποβλεπτική ύπαρξη και την πραγματική ύπαρξη, ήταν να ξεκαθαριστεί ο προαναφερθείς ισχυρισμός του Αριστοτέλη (σχετικά με την προσαρμογή της διάνοιας). Θεωρούσαν ότι το αποβλεπτικό αντικείμενο λειτουργεί ως ιδιαίτερο είδος μεσολαβητή, ως ένα ιδιαίτερο σημείο, μέσω του οποίου ο νους σχετίζεται με την πραγματικότητα.

1.5.2. Η εγκαθίδρυση του όρου – Ιδρυτές της Φαινομενολογίας

- Brentano

Ο Franz Brentano (1889), στο βιβλίο του *Psychology From an Empirical Standpoint*, επαναπροσδιορίζει τον όρο. Συνδέει τη θεώρησή του με αυτή των σχολαστικών, αλλά πατάει στα ίχνη του Αριστοτέλη.

Θεωρεί ότι τα στοιχεία της συνείδησης μπορούν να διαιρεθούν σε φυσικά και νοητικά φαινόμενα.[9] Τα φυσικά φαινόμενα είναι τα περιεχόμενα νοητικών ενεργημάτων.

«Κάθε νοητικό φαινόμενο χαρακτηρίζεται από (αποβλεπτική ενύπαρξη) (*intentional inexistence*) ενός αντικειμένου, αυτό που θα μπορούσαμε να ονομάσουμε αναφορά σε περιεχόμενο, κατεύθυνση σε ένα αντικείμενο (το οποίο μπορεί να είναι ακόμα και το ίδιο)».

Σχετικά με το τι εννοεί με την παραπάνω έκφραση ο Brentano, έχουν γίνει αρκετές συζητήσεις. Εννοεί ότι τα αντικείμενα προς τα οποία κατευθύνεται το μυαλό είναι εσωτερικά (*in-exist*), ότι ο νους μπορεί να κατευθυνθεί σε ενυπάρχοντα και σε μη υπάρχοντα αντικείμενα (*inexistent*, *non-existent*), ή και στα δύο;

«Ο παραπάνω όρος είναι αποτέλεσμα της φύσης της απόβλεψης όπως την εννοεί ο Brentano, ότι τίποτα δεν μπορεί να εκφράσει απόβλεψη αν δεν υπάρχει αντικείμενο – αποβλεπτικό αντικείμενο, το οποίο ικανοποιεί αυτή την ιδιότητα».[10]

Έτσι, το πρόβλημα που θα πρέπει να απαντηθεί είναι αν υπάρχει αυτό ή όχι. Δηλαδή, ο προσδιορισμός αυτού που αποκαλούμε αποβλεπτικό αντικείμενο.

Ο Brentano σκιαγράφησε την πιθανότητα το αντικείμενο της απόβλεψης να μην είναι υπαρκτό, αλλά αφηρημένο.[11]

Φρεσκάρει την Αριστοτελική άποψη ότι οι αποβλεπτικοί στόχοι της διάνοιας είναι πράγματα του κόσμου, αλλά φαντάστηκε να συλλαμβάνει τους τύπους (τα είδη) μέσα στον εσωτερικό κόσμο του νου. Ισχυρίστηκε ότι οι αντιλήψεις παράγουν απλά υποκειμενικές εμφανίσεις και έκανε έκκληση στη φυσική αιτιότητα για να υπολογίσει τη σχέση ανάμεσα σε αυτές τις εμφανίσεις και τα πραγματικά αντικείμενα. Τα αντικείμενα της αντίληψης δεν βρίσκονται στην πραγματικότητα έξω από μας. Είναι απλά φαινόμενα. Αναφερόμαστε σε πραγματικά πράγματα, αλλά βλέπουμε μόνο φαινόμενα. Αυτές οι φράσεις προτείνουν ότι το αποβλεπτικό αντικείμενο εισβάλλει στη συνείδηση ως κομμάτι της νοητικής εμπειρίας και λειτουρ-

---

[9] Φαινόμενο = αυτό που φαίνεται έτσι στη συνείδηση, διάφορο από το φυσικό αντικείμενο.

[10] Ency Stanford, http://plato.stanfond.edu/archives/fall2003/entries/Intentionality, "Intentionality" Jacob Pierre.

[11] Με το παραπάνω ερώτημα ασχολείται αναλυτικά ο μαθητής του E. Husserl.

γεί στο περιεχόμενο του μυαλού, ως υποκατάστατο του αντικειμένου στο οποίο αναφέρεται. Για την κρίση, αναφέρει ότι είναι μια πράξη αποδοχής ή άρνησης μιας παράστασης, υπονοώντας ότι η κρίση απευθύνεται όχι αποκλειστικά σε πράγματα ή χαρακτηριστικά αυτών, αλλά σε ενδο-νοητικά ή ιδεατά περιεχόμενα, και με την έννοια αυτή η κρίση είναι πράξη αποβλεπτική. Τα νοητικά φαινόμενα είναι κατά βάση δυναμικά, δραστηριότητες, γεγονότα και διαδικασίες, σε σύγκριση με τα εσωτερικά στατικά περιεχόμενα της συνείδησης όπως οι ιδέες, εντυπώσεις, εικόνες, έννοιες και παρόμοια. Τα νοητικά φαινόμενα είναι ενεργήματα με περιεχόμενο. Οι αισθήσεις, οι ιδέες, οι έννοιες, οι εντυπώσεις, οι σκέψεις είναι φυσικά φαινόμενα και όχι νοητικά, γιατί δεν είναι ενεργήματα. Διαιρεί τα στοιχεία της συνείδησης σε φυσικά και νοητικά φαινόμενα (φαινόμενο = αυτό που φαίνεται έτσι στη συνείδηση, διαφορετικό από το φυσικό αντικείμενο).

Τα φυσικά φαινόμενα είναι τα περιεχόμενα των νοητικών ενεργημάτων.

- Husserl

Μαθητής του Brentano και ιδρυτής της φαινομενολογίας είναι ο Edmund Husserl (1859-1938).

Ο Husserl υποστήριξε ότι η αποβλεπτικότητα είναι το βασικό χαρακτηριστικό της συνείδησης. Δείχνει –αντίθετα από το δάσκαλό του– να επιμένει ότι το αποβλεπτικό αντικείμενο ταυτίζεται με το αντικείμενο αναφοράς. Ξεκαθαρίζει τη σχέση ανάμεσα στο αποβλεπτικό αντικείμενο και το αποβλεπτικό περιεχόμενο. Αντικείμενο για τον Husserl είναι κάθε τι φυσικό, ψυχικό, αισθητό η νοητό, που μπορεί να εμφανιστεί στη συνείδηση.

Τυπικός ορισμός: Αποβλεπτικό αντικείμενο είναι κάθε αντικείμενο που εννοείται ή υπάρχει η πρόθεση να εννοηθεί ή στο οποίο αναφέρεται κάποιο είδος, που όμως δεν είναι ταυτόσημο και του οποίου δεν είναι μέρος ή σημασία.

Το αντικείμενο έχει κάποιο νόημα ανάλογα με τον τρόπο που προσφέρεται «σωματικά», πριν επικαλυφθεί από διασκεπτική ερμηνεία. Ως αποβλεπτικό περιεχόμενο εννοεί τον ειδικό τρόπο με τον οποίο η συνείδηση βιώνει το ενέργημα.

Στο ίδιο αντικείμενο είναι δυνατό να υπάρχουν περισσότερες αποβλέψεις, κάθε μία από τις οποίες μας δίνει μία όψη του. Π.χ., ο αριθμός είναι μία έννοια που περιλαμβάνει ως μερικά τα 1, 2, 3,... Ο αριθμός 2 μπορεί άλλοτε να θεωρηθεί ως αυτούσιος και άλλοτε σαν ένα οποιοδήποτε σύνολο από 2 αντικείμενα.

Είναι διαφορετική η απόβλεψή μας όταν αντιλαμβανόμαστε μια ομάδα ομοίων αντικειμένων ως κάτι ενιαίο μέσω της ομοιότητας τους (σύνολο), από αυτήν με την οποία νοούμε το κατηγόρημα (ιδιότητα), το οποίο αποτελεί την άποψη της ομοιότητας, σαν ιδεατή ενότητα.

Θέτει το ερώτημα «ποιος ο χαρακτήρας των ψυχικών ενεργημάτων που αποβλέπουν και έχουν πρώτα παράγει ιδεατά, διαρκή και καθολικά αντικείμενα;» Με το παραπάνω ερώτημα αναγνωρίζει την αποβλεπτική διάσταση της συνείδησης, δηλαδή συνείδηση για κάποιο πράγμα, αντικείμενο. Θέλει η συνείδηση να ενεργεί σημασιοδοτικά σε αυτό, και διακρίνει το περιεχόμενο του ενεργήματος από το αντικείμενο.

Αν η αποβλεπτικότητα περιγράφεται ως πραγματικός και φυσικός χαρακτήρας της συνείδησης, τα ιδεατά παράγωγα δεν τοποθετούνται στα φυσικά αντικείμενα του κόσμου. Στην 2η, λογική έρευνα, αναφέρει: «Το *είναι* του ιδεατού είναι ένα *είναι* μέσα στην συνείδηση. Εφόσον διαπιστώνω προφανώς ότι στο ιδεατό αντικείμενο (αριθμός) 4 αρμόζει το κατηγόρημα *άρτιος*, το 4 δεν είναι φανταστικό αντικείμενο». Η ονομάτιση ενός αντικειμένου που συντελείται πάνω σε εποπτική βάση μπορεί να είναι προσανατολισμένη (αποβλεπτικά) σε ένα ιδιαίτερο γνώρισμα. Ο προσανατολισμός αυτός είναι ένα σημασιακό ενέργημα. Δηλαδή, εκείνο στο οποίο στοχεύει η απόβλεψη γίνεται το καθαυτό αντικείμενο του ενεργήματος. Π.χ.: το τρίγωνο, ένα τρίγωνο, αυτό το τρίγωνο, όλα τα τρίγωνα. Κοινό σημασιακό σημείο η λέξη «τρίγωνο», που μόνη της δεν έχει αυτοτελές νόημα παρά μόνο σε έναν από τους παραπάνω τύπους. Η λέξη «ένα» είναι ένας τύπος που δηλώνει τη σημασιακή απόβλεψη που συνδέεται με την λέξη «τρίγωνο». Επισημαίνει ότι διαφορετικά ενεργήματα μπορεί να κατευθύνονται στο ίδιο αντικείμενο και να έχουν διαφορετικό περιεχόμενο. Το περιεχόμενο είναι ανάλογο προς το νόημα της

γλωσσικής έκφρασης. Επίσης, διαφορετικά ενεργήματα μπορεί να έχουν το ίδιο περιεχόμενο, π.χ. το «α > β» και το «β > α» έχουν διαφορετικό περιεχόμενο (σημασιολογικά) αλλά αναφέρονται στο ίδιο αντικείμενο (στην ίδια κατάσταση πραγμάτων).[12]

Οι αριθμοί είναι δημιουργήματα του πνεύματος, εφόσον είναι αποτέλεσμα δραστηριοτήτων που εξασκούμε προς συγκεκριμένα περιεχόμενα. Τα δημιουργήματα παρόμοιων δραστηριοτήτων είναι κυρίως έννοιες σχέσεων που έχουν παραχθεί και δεν βρέθηκαν έτοιμες κάπου στον χώρο ή τον «εξωτερικό» κόσμο. Αποδίδει, δηλαδή, την καταγωγή των ιδεατών αντικειμένων σε μια πραγματική αποβλεπτική δραστηριότητα. Το ενέργημα το οποίο προκύπτει σε μια απόβλεψη ονομάζει «αποβλεπτικό βίωμα». Ο Husserl για τη γενική έννοια του αποβλεπτικού βιώματος καταφεύγει στον όρο «νόησις». Το νόημα είναι το νοηματικό αντικείμενο θεωρούμενο ως προς τον τρόπο εμφάνισής του. Διαφορετικοί τρόποι εννόησης σημαίνει ότι το αντικείμενο παρέχεται στη συνείδηση με διαφορετικούς τρόπους.

Ο Curwitch,[13] σχολιάζοντας τη θεωρία της αποβλεπτικότητας του Husserl, σημειώνει: «Η αποβλεπτικότητα δεν είναι απλά η κατεύθυνση σε κάτι. Οι έννοιες-κλειδιά είναι η νόηση και το νόημα. Η νόηση είναι πνευματική ενέργεια (*mental act*) ενώ το νόημα όχι. Το νόημα ευθυγραμμίζεται με το αντικείμενο στο οποίο αποβλέπει έτσι όπως το αποβλέπει».

Ο Gurwitsch συνοψίζει την θεωρία του Husserl ως εξής:

1. Κάθε πράξη της συνείδησης είναι αποβλεπτική.
2. Η κατευθυντικότητα είναι καθαρά φαινομενολογικό χαρακτηριστικό της πράξης.
3. Το αντικείμενο της απόβλεψης είναι διαφορετικό από την πράξη.
4. Σχετικό με κάθε πράξη είναι το νόημα ή η σημασία.
5. Το νόημα είναι γενίκευση της έννοιας της λεκτικής σημασίας.
6. Διαφορετικές πράξεις μπορεί να έχουν το ίδιο νόημα.

---

[12] Όπως αναφέρει ο Γ. Ξηροπαΐδης.
[13] *Contemporary Philosophy*, pp. 254-257.

7. Διαφορετικά νοήματα μπορεί να αναφέρονται στο ίδιο αντικείμενο.
8. Το νόημα είναι διαφορετικό από το αντικείμενο της απόβλεψης.
9. Τα νοήματα είναι ιδεατά ή αφηρημένα.
10. Ο ίδιος νοηματικός πυρήνας ή νόημα μπορεί να συνοδεύεται από διαφορετικά νοηματικά χαρακτηριστικά (π.χ. αυτό που αντιλαμβανόμαστε με μια συγκεκριμένη άποψη μπορεί αργότερα να το θυμόμαστε με την ίδια άποψη). Στην πρώτη περίπτωση το νόημα συνοδεύεται από αντίληψη ενώ στη δεύτερη από μνήμη.
11. Μια πράξη ουσιαστικά σχετίζεται με το νόημά της, αλλά και διαφοροποιείται από αυτό.
12. Μια πράξη κατευθύνεται σε ένα αντικείμενο τότε και μόνο τότε όταν το νόημα της περιλαμβάνει αναφορές σε περαιτέρω νοήματα που περιέχουν διαφορετικούς τρόπους παράστασης του αντικειμένου (δηλαδή βλέπει μόνο μια άποψη του αντικειμένου, ενώ μπορεί να το δει και με άλλες απόψεις).
13. Η σημασία μιας πράξης είναι το αντικείμενο που αποβλέπεται όπως αποβλέπεται, δηλαδή το αντικείμενο καθ' αυτό διαφοροποιείται από το αντικείμενο με την άποψη με την οποία αποβλέπεται, και που αποτελεί το νόημα.
14. Το αποβλεπτικό αντικείμενο αποτελεί το σύστημα των νοημάτων που παρουσιάζουν το ίδιο αντικείμενο.
15. Η σχέση νοήματος → αντικειμένου είναι σχέση μέρους → όλου.

Η συνείδηση συλλαμβάνει τα αντικείμενα από μία πλευρά, μία άποψη, ένα νόημα. Το αντικείμενο είναι ένωση των νοημάτων, άρα αποβλεπτικό στην ύπαρξή του.

Ο Gurwitsch αντιλαμβάνεται την έννοια του νοήματος ως αυτό που καλούμε αποβλεπτικό αντικείμενο.

Ο Follesdac,[14] ερμηνεύοντας τον Husserl, διαφωνεί με τον προηγούμενο στο εξής: Τα νοήματα δεν προσλαμβάνονται με τις αισθήσεις, αλλά είναι γνωστά

[14] *Contemporary Philosophy*, pp. 257-260.

μέσα από μια ειδική φαινομενολογική αντανάκλαση, η οποία μπορεί να επαναληφθεί.

Το αντικείμενο, το οποίο είναι μια νοηματική ενότητα, είναι ιδεατό, αφηρημένο και μπορεί να μην υπάρχει στην πραγματικότητα, είναι μια ιδέα. Αναφέρεται δηλαδή κυρίως στην παράσταση που έχουμε για το αντικείμενο.

Όπως αναφέρει ο D. Bell (1995), ο Husserl ισχυρίζεται ότι:

1. Μια έκφραση μπορεί να μην έχει έννοια (sense) εάν δεν έχει αντικείμενο.
2. Μια έκφραση με καθορισμένη έννοια μπορεί να έχει αποβλεπτική κατεύθυνση σε περισσότερα του ενός αντικείμενα.
3. Το αποβλεπτικό αντικείμενο στο οποίο κατευθύνεται μια πρόταση είναι μια κατάσταση.[15]
4. Το αποβλεπτικό αντικείμενο στο οποίο κατευθύνεται ένα όνομα δεν είναι ο πραγματικός κομιστής του ονόματος, με την έννοια ότι το αποβλεπτικό αντικείμενο μπορεί να είναι πραγματικό (υπαρκτό) ή όχι.

   Δεν έχει σημαντική διαφορά εάν σκέπτομαι για κάτι που υπάρχει ή όχι (π.χ. ένα τρίγωνο). Όταν λέμε ότι ένα αποβλεπτικό αντικείμενο υπάρχει, εννοούμε ότι υπάρχει στην απόβλεψη, της οποίας μορφοποιεί ένα πραγματικό συστατικό μέρος (όχι ότι υπάρχει ένα σύμβολο ή εικόνα του). Το αποβλεπτικό αντικείμενο μιας παράστασης είναι το ίδιο με το πραγματικό. Το ενυπάρχον νοητικό αντικείμενο είναι μέρος της πραγματικότητας που φτιάχνει η εμπειρία. Στην πραγματικότητα είναι ούτε ενυπάρχον ούτε νοητικό. Δεν υπάρχει έξω από το μυαλό.

Στην θεωρία του Frege μια λεκτική αναφορά, μια έκφραση, αναφέρεται σε ένα αντικείμενο μόνο στην περίπτωση που εκφράζει ένα νόημα (μια αίσθηση, *sense*) που προσδιορίζει το αντικείμενο, το ίδιο όπως και στη θεώρηση του Husserl. Ο Derrida αναφέρει για τον Husserl: «Αποκαλύπτεται ότι δεν υπάρχει μία και μοναδική αναγωγή, που γίνεται μια φορά για πάντα, αλλά είναι προοδευτική. Πρώτος σταθμός της αναγωγής ο συσχετισμός

[15] Κατάσταση: κατά Husserl είναι αυτό που παίζει το ρόλο του αντικειμένου σε μια κρίση ή γνώμη.

ύλης με μορφή και νόησης με νόημα. Η ύλη είναι το αισθητό περιεχόμενο του βιώματος, π.χ. το κόκκινο χρώμα είναι το βιωμένο φαινόμενο που αντιστοιχεί στην ύλη και που δεν βρίσκεται σ' αυτή. Αυτή η φαινομενολογική ύλη δεν είναι αποβλεπτική, ανήκει στο βίωμα της συνείδησης. Είναι όμως δραστηριοποιημένη από μία απόβλεψη που της δίνει μορφή, η οποία απόβλεψη ανήκει στη συνείδηση. Η φαινομενολογική ύλη, όταν εμψυχωθεί, οδηγεί σε ένα φαινομενικό αντικείμενο, ένα βίωμα, το νόημα ή την έννοια του πράγματος. Στο νόημα ανταποκρίνεται ένα ενέργημα, η νόηση, που αποβλέπει στο αντικείμενο. Το νόημα είναι η έννοια που έχει η συνείδηση για το αντικείμενο, είναι δηλαδή ένα αποβλεπτικό αντικείμενο και όχι πραγματικό».

Η φαινομενολογία των Brentano και Husserl αποτελεί μια συστηματική προσπάθεια για να απαντηθεί το ερώτημα «πώς βιώνουμε την αποβλεπτικότητα με την οποία συγκροτείται το νόημα». Με την παραπάνω θεώρηση, οι αναπαραστάσεις είναι καταστάσεις του μυαλού για τις οποίες έχουμε συνείδηση και με αυτή την άποψη η συνείδηση προηγείται της απόβλεψης, η οποία προέρχεται από την συνείδηση, άποψη την οποία θα υποστηρίξουν αργότερα ο J. Searle (1990), G. Strawson (1994) και άλλοι.

1.6. Σύγχρονες Απόψεις για την Αποβλεπτικότητα

1.6.1. Εισαγωγή

Υπάρχει μια εσωτερική διαμάχη των θεωριών αναπαράστασης για την αποβλεπτικότητα, που επικεντρώνεται στα εξής ερωτήματα:

α) Πρέπει μια συνεπής θεώρηση να περιέχει την αρχή ότι υπάρχει μια εσωτερική γλώσσα ή κάποιο άλλο συμβολικό σύστημα αναπαράστασης της εισερχόμενης πληροφορίας; ή: Πώς αλλιώς ο ανθρώπινος οργανισμός θα περιλάβει την πληροφορία, επί της οποίας θα πάρει θέση;

β) Εάν υπάρχει, πώς μπορούμε να εξηγήσουμε τη μορφοποίηση των αναπαραστάσεων αυτών; Είναι ένα φαινόμενο φυσικό, ένα μέρος της βιολογικής εξέλι-

ξης; Μπορεί κάποιος πειστικά να ανάγει στην βιολογία του εγκεφάλου την απόβλεψη, όπως υποστηρίζουν οι μεταδαρβινικοί φιλόσοφοι; Ποιες ενέργειες του υποκειμένου θα χαρακτηρίσουμε αποβλεπτικές; Μπορούμε όλες να τις εξηγήσουμε βιολογικά, ανεξάρτητα του πόσο απλές ή πόσο σύνθετες είναι; Ας σημειώσουμε εδώ ότι, όπως μας πληροφορεί ο W. Freeman, ο Δαρβίνος είχε παρατηρήσει αποβλεπτική συμπεριφορά σε σκουλήκια, ενώ αντίστοιχες παρατηρήσεις έγιναν και στον απλούστερο εγκέφαλο, ο οποίος πλησιάζει τον ανθρώπινο, που θεωρείται ότι έχει ένα είδος σαλαμάνδρας. Η ιδιότητα αυτή λοιπόν είναι κοινή σε όλα τα έμβια όντα, ή είναι χαρακτηριστική του ανθρώπου;

Οι νευροβιολόγοι ισχυρίζονται ότι το πρόβλημα της κατανόησης των σχέσεων ανάμεσα σε εμπειρίες και καταστάσεις του εγκεφάλου είναι αντικείμενο της φαινομενολογίας και των νευροεπιστημών. Ενδιαφερόμαστε για τις σχέσεις μεταξύ νευρικών και νοητικών δυναμικών της γνώσης. Πώς, δηλαδή, οι γνωστικές καταστάσεις αλλάζουν την νευρική δραστηριότητα και πώς αυτή δημιουργεί γνώση. Τα παραπάνω ερωτήματα προσπαθούν να εξηγηθούν με έννοιες αναπαραστάσεων.

Στη συνέχεια θα αναφέρουμε μερικές απόψεις που διατυπώνονται σχετικά με τον τρόπο λειτουργίας του εγκεφάλου και ιδιαίτερα το πώς βλέπουν την απόβλεψη μέσα από την εκάστοτε θεώρηση.

1.6.2. Ερμηνεία του όρου «προτασιακή στάση»

Ένας όρος, τον οποίο συναντάμε πολύ συχνά στην βιβλιογραφία και θα τον συναντήσουμε αρκετές φορές, είναι αυτός των «Προτασιακών στάσεων» (*propositional attitude*). Στο σημείο αυτό είναι σκόπιμο να τον προσδιορίσουμε πριν από κάθε αναφορά.

- Propositional attitude (προτασιακή στάση) (Lyons): Είναι μια νοητική κατάσταση ή κατάσταση του μυαλού ή, τέλος, μια λεκτική κατάσταση, η οποία εμπεριέχει το να πάρει κάποιος μια στάση, όπως πίστης, επιθυμίας, ελπίδας, φόβου, για κάτι το οποίο είναι άμεσα εκφραζόμενο με την μορφή πρότασης. Η στάση κυριαρχεί στο προτασιακό

περιεχόμενο, το οποίο προσδιορίζεται μιλώντας λειτουργικά, αποβλεπτικά, λεκτικά, αναλόγως.

Ο Tugendhat[16] προσδιορίζει την έννοια σε ένα ευρύτερο πλαίσιο και αναφέρει σχετικά: «Στην πραγματικότητα δεν βλέπω ποτέ πράγματα αλλά καταστάσεις πραγμάτων, δηλαδή πράγματα με συγκεκριμένες ιδιότητες. Η πρόταση με την οποία εκφράζονται καταστάσεις πραγμάτων είναι το γνωστικό και σημασιολογικό minimum κάθε απόβλεψης και κάθε γλωσσικής αναφοράς σε αντικείμενα συνειδησιακών βιωμάτων. Δεν βλέπω συνεπώς κάτι (αντικείμενο) αλλά ότι κάτι συμβαίνει στο αντικείμενο, γεγονός που δηλώνεται από μια προτασιακή έκφραση (προτασιακή στάση), η οποία είναι η θεμελιακή μορφή κάθε αποβλεπτικής συνείδησης».

1.6.3. Ο εγκέφαλος ως εργαλείο (*instrumentalist approach*)[17]

Quine: Θεωρεί τη φυσική σαν τη βασική επιστήμη για την εύρεση της αλήθειας. Ισχυρίζεται στην οντολογία του ότι η πραγματικότητα στο σύμπαν αποκλείει νοητικά αποβλεπτικά στοιχεία και γεγονότα, όπως πιστεύω και επιθυμίες. Υποστηρίζει ότι δεν μπορεί να υπάρξει επιστήμη της αποβλεπτικότητας που να αποκαλύπτει την φύση των νοητικών γεγονότων. Κατά την άποψή του, εάν η ψυχολογία επαναπαυτεί στην γλώσσα των αποβλεπτικών όρων, γίνεται και αυτή αποβλεπτική και δεν μπορεί να κατανοήσει τα πραγματικά γεγονότα. Οι ψυχολογικοί όροι απλά αντανακλούν τη συνήθη αίσθηση των πηγών της ανθρώπινης συμπεριφοράς.

D. Dennett: Προσπαθούμε να μαντέψουμε για τον εγκέφαλο και το κεντρικό νευρικό σύστημα σε τι ποσοστό μετέχουν στη σύνθετη γραμμή παραγωγής της αντιληπτικής εισαγωγής, της κεντρικής λειτουργίας και της εξόδου με την μορφή συμπεριφοράς, σαν να ήταν μια «αποβλεπτική» μηχανή. Γιατί η γλώσσα, που χρησιμοποιείται για τους ανθρώπους όταν αποδίδουμε κεντρικές λειτουργικές καταστάσεις, είναι αποβλεπτική γλώσσα. Έχουμε εξελίξει ένα απλό και προσεγμένο λεξιλόγιο για να αποδώσουμε λειτουργικές εξηγήσεις στις πηγές

[16] Όπως αναφέρει ο Γ. Ξηροπαΐδης.

[17] Οι απόψεις που αναφέρονται παρακάτω είναι όπως τις βλέπει ο Lyons στο βιβλίο του *Approaches to intentionality*.

της ανθρώπινης συμπεριφοράς. Αποδίδουμε στον άνθρωπο πληροφορίες που πέφτουν στην αντίληψή του από το άμεσο περιβάλλον, πληροφορίες που συνδυάζονται με ένα υπάρχον κεντρικό απόθεμα γνώσης και πιστεύω και συνδέονται με ένα δίκτυο επιθυμιών, αναγκών, ελπίδων, στόχων, προτιμήσεων κλπ., για να παράγουν την σωστή έξοδο – συμπεριφορά.

Τα τέτοια αποβλεπτικά συστήματα δεν σημαίνει ότι έχουν πιστεύω, επιθυμία κλπ., αλλά ότι κάποιος μπορεί να εξηγήσει και να προβλέψει τη συμπεριφορά αποδίδοντας πιστεύω και επιθυμίες σ' αυτά.

Εν ολίγοις, ούτε το μυαλό ούτε ο εγκέφαλος είναι αποβλεπτικά με οποιοδήποτε τρόπο, γιατί το μυαλό δεν υπάρχει και ο εγκέφαλος δεν έχει καταστάσεις ούτε διαδικασίες με περιεχόμενο. Η απόβλεψη είναι ένα χαρακτηριστικό ενός συγκεκριμένου μέρους της γλώσσας και μια στρατηγική που γεννάει αυτό το παιγνίδι της γλώσσας. Είναι μια διαδικασία δοκιμής – λάθους, που εξέλιξαν οι πρόγονοί μας με ένα τρόπο (αποβλεπτικό), για να μιλούν ο ένας για τον άλλο και τους έδωσε τη δυνατότητα να προβλέπουν με επιτυχία την ανθρώπινη συμπεριφορά.

1.6.4. Προσεγγίσεις που υιοθετούν αναπαραστάσεις

Fodor: Έχοντας σαν μέντορά του τον Chomsky και φίλους από τον χώρο της πειραματικής ψυχολογίας, γλωσσολογίας και τεχνητής νοημοσύνης, θεωρεί τον εγκέφαλο σαν μια σημασιολογική μηχανή που οδηγείται από αποβλεπτικές καταστάσεις. Υποθέτει την ύπαρξη μιας κοινής παγκόσμιας γλώσσας που αποτελεί τη βάση δημιουργίας των γλωσσών, με την έννοια ότι για όλες τις γλώσσες χρησιμοποιούνται παρόμοιες τυπικές διαδικασίες στην παραγωγή των προτάσεων. Η μελέτη της γλώσσας αυτής είναι η μελέτη της φύσης των ανθρωπίνων διανοητικών δυνατοτήτων. Θεωρεί την αποβλεπτικότητα φυσιολογικό χαρακτηριστικό, μια πραγματική κατάσταση του εγκεφάλου. Η γλώσσα

είναι αποβλεπτική κατά δεύτερη έννοια, όσο περιγράφει πραγματικά χαρακτηριστικά του μυαλού μας ή των άλλων (π.χ. όταν λέμε ότι «τώρα βρέχει», αυτό είναι κωδικοποιημένο στη γλώσσα της σκέψης του εγκεφάλου).

Έχουμε ισχυρή εμπειρική βάση για να τοποθετήσουμε μια εσωτερική γλώσσα, ή ένα αναπαραστασιακό σύστημα, το οποίο είναι η βάση για την παγκόσμια δυνατότητα να μάθουμε τις φυσικές γλώσσες και να αντιλαμβανόμαστε με πλήρη αίσθηση. Το περιεχόμενο των πιστεύω και των άλλων προτασιακών στάσεων λειτουργεί καθαρά κάτω από προσδιορισμένη περιγραφή.

- **Αποβλεπτικότητα και αναπαραστασιακή θεωρία του νου**

Οι αποβλεπτικές στάσεις συνδέονται αιτιωδώς και πληροφοριακά συγχρόνως και η πρώτη καθίσταται δυνατή μέσω της δεύτερης. Η επόμενη αιτιατή θέση ακολουθεί την ίδια διαδικασία με την προηγούμενη, γιατί ο εγκέφαλος, κατ' αναλογία με τον υπολογιστή, είναι μία υπολογιστική ή αποβλεπτική μηχανή.[18] Ο Fodor για την αποβλεπτική ψυχολογία λέει: «Οι εξηγήσεις της ανθρώπινης συμπεριφοράς δεν θα λέγαμε ότι είναι απλά πολύ κοντά στην αλήθεια, αλλά πρέπει να παραδεχθούμε ότι εξηγούν πολύ περισσότερο τη συμπεριφορά από οποιαδήποτε άλλη θεωρία, στην οποία οι νοητικές αναπαραστάσεις παίζουν το ρόλο της διάτρητης κάρτας του Η/Υ. Το σχέδιο που αποτυπώνεται σ' αυτές (από τρύπες και διαστήματα) αποτελεί το συντακτικό των νοητικών αναπαραστάσεων. Αυτό παράγεται τόσο από τα γονίδιά μας όσο και από την εισαγωγή των διαρκών ερεθισμάτων του εξωτερικού κόσμου. Κατά συνέπεια, εάν η αναπαραστασιακή θεωρία μάς δίνει μια ακριβή εικόνα της λειτουργίας του μυαλού, τότε οι εξηγήσεις, που θα πρέπει να αναζητήσουμε στην ψυχολογία, θα είναι υπολογιστικού τύπου, λαμβάνοντας υπ' όψιν την αλληλεπίδραση των προτασιακών στάσεων».[19] Ο Fodor θέλει τα πιστεύω να έχουν γίνει μια εσωτερική δομή του εγκεφάλου που δημιουργεί συγκεκριμένες αντιδράσεις. Η στάση είναι μια άλλη κατάσταση ή διαδικασία, που αιτιατά αλληλεπιδρά

[18] Fodor, 1976.
[19] Fodor, 1987.

ηλεκτροχημικά με τη δημιουργημένη δομή και παράγουν συγκεκριμένο είδος συμπεριφοράς.

Κάθε θεωρία σχηματισμού εννοιών πρέπει να δεχτεί εκ των προτέρων μια εσωτερική γλώσσα του μυαλού. Γιατί, η έννοια είναι ένα αποβλεπτικό στοιχείο με αποβλεπτικό περιεχόμενο και για να δημιουργηθεί μια έννοια, πρέπει να υπάρχει ήδη ένα περιεχόμενο.

1.6.5. Τελεολογική προσέγγιση (*the appeal to teleology*)

Millikan: Η αποβλεπτικότητα είναι ένα αντικειμενικό φυσικό χαρακτηριστικό των ανθρώπων και όχι υποκειμενικό, όπως θέλει ο Καρτέσιος ή ο Brentano. Είναι αντικειμενικό όπως τα πόδια, τα χέρια κλπ., δηλαδή είναι ένα πραγματικό, όχι λεκτικό, βιολογικό χαρακτηριστικό.

Πρέπει να δούμε τις συνηθισμένες αποβλεπτικές ενέργειες των πιστεύω ή επιθυμιών, προθέσεων κλπ. σαν ενέργεια βιολογικής συσκευής, της οποίας η σωστή επίδραση προσδιορίζει την σωστή λειτουργία. Η συσκευή αυτή έχει δημιουργηθεί εξελικτικά μέσα στη φυλογενετική εξέλιξη των ειδών (Edelman). Το περιεχόμενο των ενεργειών αποκαλύπτεται από την επίδραση της κατάλληλης λειτουργίας τους στις εξελικτικά κατάλληλες συνθήκες (δηλαδή αυτές που ορίσθηκαν με τους όρους της εξελικτικής ιστορίας). Εν ολίγοις, ανάγει την απόβλεψη σε βιολογική κατάσταση.

Το νοητικό περιεχόμενο μιας πεποίθησης θα αποκαλυφθεί όταν δούμε πώς επιδρά ένα βιολογικό σύστημα που έχει την κατάλληλη λειτουργία σε ένα καθορισμένο περιβάλλον. Άρα, η αποβλεπτικότητα μιας πρότασης δεν προέρχεται από την αποβλεπτικότητα των εσωτερικών αναπαραστάσεων, αλλά από εξωτερικές, φυσικές σχέσεις.

Colin McGinn: Η τελεολογική θεώρηση της αποβλεπτικότητας θα μπορούσε να εκφραστεί με την άποψη ότι οι συνθήκες που αποδεικνύουν την ιδιωτικοποίηση μιας προτασιακής στάσης, όπως πεποιθήσεις, επιθυμίες κλπ., πρέπει να αναφερθούν σε κάτι εξωτερικό του υποκειμένου· το δε περιεχόμενό τους

είναι μια σχέση ανάμεσα σε εσωτερική κατάσταση και εξωτερικών πραγμάτων. Η σχέση αυτή εξηγείται με όρους κατάλληλης λειτουργίας. Έτσι, οι προτασιακές στάσεις, καθώς βρίσκονται κατά ένα μέρος στον εγκέφαλο, είναι κάτι σαν μοντέλα συγκεκριμένου σχήματος παρά προτάσεις που εκφράζουν προθέσεις γραμμένες σε μια γλώσσα του εγκεφάλου.

Σχόλιο: Μελετάμε τη συμπεριφορά (έξοδο) υπό το φως της εισόδου (το πώς κατανοεί το άτομο το πλαίσιο) και μαντεύουμε με διάφορες διαβαθμίσεις ακρίβειας, τις πεποιθήσεις και επιθυμίες κάποιου. Όσο, όμως, απομακρυνόμαστε από απλές περιπτώσεις συμπεριφοράς σε πιο σύνθετες, τόσο μένει στο περιθώριο κάθε αναφορά στη βιολογική κατάλληλη λειτουργία, που ιδιωτικοποιεί το περιεχόμενο μιας επιθυμίας. Οι σύγχρονοι φιλόσοφοι και ψυχολόγοι προτείνουν ότι το λεξιλόγιό μας για τις προτασιακές στάσεις είναι ένα πολιτισμικό γεγονός, που γεννιέται από μια ευρύτερη άποψη (αυτή της φυσιολογίας) και λιγότερο ιστορική (αυτή της εξελικτικής βιολογίας).

1.6.6. Η προσέγγιση της διαδικαστικής επεξεργασίας πληροφοριών

Dretske: Για τον Dretske η αρχή των πάντων: οτιδήποτε γνωστικό, αποβλεπτικό και άρα νοητικό, βασίζεται στην ιδέα της πληροφορίας. Αυτή δίνει τη δυνατότητα της απόκτησης γνώσης. Θεωρεί ότι, ξεκινώντας από ένα κατώτερο επίπεδο, καθαρά βιολογικό, και μέσα από μηχανισμούς εισόδου «πληροφορίας – διαδικασίας», τους οποίους ονομάζουμε αισθήσεις, και χρησιμοποιώντας τον εγκέφαλο σαν επεξεργαστή πληροφοριών, είναι δυνατό να παράγουμε υψηλότερου επιπέδου αποβλεπτικές καταστάσεις γνώσεων και πεποιθήσεων σχετιζόμενες με νοήμονα ζωή.

Επειδή η γνώση απαιτεί αλήθεια, το ίδιο απαιτεί και η πληροφορία. Η πληροφορία είναι ένα μήνυμα· το θέμα είναι να πάει από την πηγή στο δέκτη χωρίς να χαθεί. Γι' αυτό ο δέκτης πρέπει να είναι απόλυτα συντονισμένος αφ' ενός, και αφ' ετέρου, όταν το δεχθεί, να μπορεί να το μεταφράσει. Έτσι, το θέμα είναι από τη μια με ποιο τρόπο εισέρχεται

η πληροφορία και από την άλλη πώς δικτυώνεται με τις άλλες πληροφορίες. Αυτή, μπαίνοντας σε κάθε σύστημα, είναι σχεδόν πάντα διάχυτη και δυνατή να πάει προς οποιαδήποτε κατεύθυνση, όπου μπορεί να συνδεθεί με άλλες πληροφορίες. Επίσης, ο δέκτης παίρνει πληροφορίες από την πηγή χωρίς να ξέρει τίποτα για τις αιτιατές διαδικασίες μέσω των οποίων πήρε την πληροφορία. Εδώ επεμβαίνει η συνείδηση με τη χαρακτηριστική της ιδιότητα.

Θεωρεί ένα διαχωρισμό ανάμεσα σε ψηφιακή και αναλογική κωδικοποίηση. Τα ανθρώπινα αντιληπτικά συστήματα είναι αναλογικά, των οποίων οι πληροφορίες μετατρέπονται σε γνωστικό περιεχόμενο τόσο, όσο η πληροφορία μπορεί να κωδικοποιηθεί ψηφιακά. Οι άνθρωποι (και κάποια ανώτερα ζώα) είναι υβριδικοί ψηφιακοί – αναλογικοί επεξεργαστές, όπου γίνεται ένα παιγνίδι ανάμεσα στα αντιληπτικά και γνωστικά συστήματα, το οποίο βασίζεται στη μεταμόρφωση της πληροφορίας από αναλογικό σε ψηφιακό τύπο. Η ουσία της γνωστικής δραστηριότητας είναι η επιτυχής μετάβαση από τον ένα στον άλλο τύπο.

- **Καταστάσεις περιεχομένου – πιστεύω και απόβλεψης**

Ο μετασχηματισμός της αισθητηριακής πληροφορίας σε πραγματική γνώση εμπεριέχει την δημιουργία συγκεκριμένου περιεχομένου, το οποίο χρησιμοποιεί έννοιες και έτσι δημιουργεί πεποιθήσεις (πιστεύω), π.χ. η διαδικασία με την οποία η αναλογική πληροφορία για τα κόκκινα αντικείμενα εστιάζεται στο κόκκινο είναι διαδικασία νευρολογικής επιλογής, με την οποία προσαρμόζονται συγκεκριμένες νευρωνικές δομές ώστε να αντιδρούν επιλεκτικά σε κόκκινα αντικείμενα. Έτσι γίνεται ψηφιακή πλέον η διάχυτη αναλογική πληροφορία για κόκκινα αντικείμενα. Με την έννοια αυτή, η πληροφορία δημιουργεί το νόημα και όχι τη συμπεριφορά.

Άρα, είναι λάθος να εξηγούμε το περιεχόμενο με αναφορά στη συμπεριφορά. Σύμφωνα με την παραπάνω αντίληψη, το περιεχόμενο και επομένως και η α-

πόβλεψη κοιτάζει πίσω, στις πηγές της πληροφορίας και όχι μπροστά, στα αποτελέσματα της συμπεριφοράς.

Γενικά, η παραπάνω θεώρηση πιστεύει ότι η αποβλεπτικότητα είναι ένα χαρακτηριστικό πληροφορίας που έχει ψηφιοποιηθεί. Δηλαδή, είναι δομές που αντιδρούν με συγκεκριμένο και επιλεκτικό τρόπο σε κάποια χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος. Η πληροφορία είναι η αρχή της απόβλεψης και έτσι συγκροτεί αρχική αποβλεπτικότητα τόσο, όσο η δομή, αντιλαμβανόμενη την εισερχόμενη πληροφορία, έχει την πιθανότητα να κάνει κάποιον να μάθει κάτι για το περιβάλλον απ' όπου προήλθε. Η ίδια δομή σε διαφορετικό άτομο, έχοντας μια διαφορετική αιτιολογία, μπορεί να δώσει διαφορετική πληροφορία. Με τη θέση αυτή, μια έννοια έχει μια δομή διπλής όψης. Η μία όψη κοιτάει πίσω, για την πηγή της πληροφορίας, και η άλλη για τις επιδράσεις και συνέπειες.

Το σημασιολογικό περιεχόμενο γίνεται γνωστικό όταν αποκτήσει λειτουργικό ρόλο, παρά απλά αναπαραστασιακό. Ονομάζουμε πιστεύω και επιθυμίες δομές που οδηγούν σε ενέργημα (δράση).

Η στοχοκατευθυνόμενη συμπεριφορά δεν φτιάχνεται άπαξ δια παντός, αλλά τροποποιείται με την μάθηση.

Τελικά, αναφέρεται στην πλέον εξελιγμένη – σκόπιμη συμπεριφορά του ανθρώπου σαν ένα τελείως φυσικό σύστημα πληροφόρησης – διαδικασίας.

1.6.7. Η θεωρία του «λειτουργισμού» (*functionalism*) της αποβλεπτικότητας

Ο ***B. Loar*** εξελίσσει τη θεώρησή του για την αποβλεπτικότητα, ενέργεια, νόημα κλπ., με όρους προτασιακών στάσεων. Συμμερίζεται την άποψη της βιολογικής αναγωγής των παραπάνω, βλέποντας συγχρόνως μια φυσική θεώρηση των προτασιακών στάσεων με την έννοια ότι αυτές εκφυλίζονται σε καταστάσεις του εγκεφάλου, χωρίς αυτό να σημαίνει ότι οι καταστάσεις του εγκεφάλου είναι λειτουργικά ισόμορφες με τις λεκτικές δομές του λεξιλογίου των προτασιακών στάσεων. Στην πραγματικότητα, οι προτάσεις των προτασιακών στάσεων λειτουργούν

σαν δείκτες των ρόλων που παίζουν οι προτασιακές στάσεις. Για τον Loar, τα πιστεύω και οι επιθυμίες είναι φυσικές καταστάσεις με πραγματική δημιουργική δύναμη και λειτουργικό ρόλο, ερμηνεία που υιοθετεί για σημαντικούς οντολογικούς λόγους. Το κίνητρο του Loar για τη θεώρηση του λειτουργικού ρόλου των προτασιακών στάσεων είναι η επιθυμία να βρει μια θεωρία η οποία θα δώσει μια βιολογικά ρεαλιστική εξήγηση των προτασιακών στάσεων. Οι επιθυμίες είναι αποβλεπτικές γιατί εκφράζονται με συγκεκριμένο τρόπο μέσω λεκτικών προτασιακών εκφράσεων (προτάσεων). Η θέση της θεωρίας είναι ότι υπάρχει μια σχέση ανάμεσα στους διάφορους τύπους των καταστάσεων με τύπους των καταστάσεων του εγκεφάλου (φυσικούς).

Η επιστημολογική θεώρηση διασφαλίζει ότι τα πιστεύω και οι επιθυμίες αποδίδονται διαπροσωπικά και είναι μέρος της ψυχολογίας της κοινωνίας. Όταν αποδίδουμε σε ένα άτομο μια πεποίθηση, το κάνουμε λαμβάνοντας υπ' όψιν τη φύση του ατόμου (δηλαδή ότι είναι αποβλεπτικό, έχει πιστεύω, επιθυμίες, σχέδια, στόχους), το κοινωνικό υπόβαθρο, το άμεσο περιβάλλον, τη συνήθη αντίδραση ενός τέτοιου ατόμου προς το περιβάλλον. Στα παραπάνω θα πρέπει να συμπεριλάβουμε την δυνατότητα επαγωγής και αφαίρεσης, την αρχή της λογικής αιτιολόγησης και τελικά τις ορατές ενέργειες, αντιδράσεις και εκφράσεις.

Οι προτασιακές στάσεις σχετίζουν μια στάση με ένα περιεχόμενο. Λειτουργούν δε με δύο ξεχωριστούς τρόπους:

1. Είναι λειτουργικά σχετικές (*functionally relational*) γιατί σχηματίζουν μέρος του δικτύου των προτασιακών στάσεων και έτσι σχετίζονται με την είσοδο μέσω της αντίληψης και την έξοδο μέσω της συμπεριφοράς, άρα έχουν ένα λειτουργικό ρόλο·
2. Είναι αληθινά λειτουργικά σχετικές (*truth-functionally relational*) γιατί σχετίζονται με ένα περιεχόμενο σχετικό με κάτι, το οποίο εμπεριέχει σχέσεις με νοητικές καταστάσεις ή καταστάσεις του κόσμου.

Έτσι, η αληθής λειτουργική σχέση εμπεριέχει μια σχέση με τον κόσμο, της οποίας το προτασιακό περιεχόμενο μπορεί να είναι αληθές ή ψευδές αναφορικά

με τον εξωτερικό κόσμο. Η ποικιλία των προτασιακών στάσεων της αποβλεπτικότητας γεννιέται σε ένα υψηλό, εξελιγμένο, αντιληπτικό ολικά πλαισιωμένο επίπεδο.

1.6.8. Η άποψη του W. Lyons

Κατά την άποψή του, το βασικό πρόβλημα είναι πώς οι άνθρωποι αναγνωρίζουν ότι κάποιο πράγμα προσδιορίζει κάποιο άλλο. Οι άνθρωποι εμπλέκονται σε αναπαραστάσεις κατάλληλα, σε μια σχετικά εξελιγμένη ηλικία, όταν μαθαίνουν να χειρίζονται τη γλώσσα και άλλες συμβολικές μορφές.

Στην εμβρυϊκή ηλικία μαθαίνουν ότι κάποιο πράγμα μπορεί να γίνει σημαντικό μέσω κάποιου άλλου. Όταν αρχίζουν να δημιουργούν αναπαραστάσεις, τότε αρχίζουν να κατανοούν.

Ο Brentano είχε δίκιο όταν είδε τη σπουδαιότητα της συνείδησης για την κατανόηση της αποβλεπτικότητας, η οποία πάλι είναι η ουσία του νου, αλλά ήταν λάθος όταν περιόρισε την αποβλεπτικότητα στη συνείδηση.

Πιστεύει ότι η συνείδηση είναι ένα σπουδαίο προϊόν του μυαλού που συνυπογράφει την αποβλεπτικότητα, όπως και τη γλώσσα. Στόχος της δεν είναι να αποκτήσει πρόσβαση στον εσωτερικό κόσμο, αλλά είναι η γέφυρα που έχτισε η εξέλιξη ανάμεσα στο μυαλό και τον κόσμο.

Οι πρώτοι τύποι μιας πρωτο-ερμηνευτικής αποβλεπτικότητας βρίσκονται στις συνειδητές αισθητηριακές εμπειρίες του νεογνού. Ένα νεογνό δεν έχει προτασιακές στάσεις, γιατί αυτές αρχίζουν να υπάρχουν με την γλώσσα. Ο εγκέφαλος έχει ένα πρωτόγονο είδος αποβλεπτικότητας που χρησιμοποιεί ανερμήνευτο περιεχόμενο, όμως απόλυτα ουσιαστικό, γιατί κάνει δυνατή την επικοινωνία με τον κόσμο. Αυτό δεν προϋπάρχει απλά της γλώσσας, αλλά υποβόσκει, δημιουργώντας την λεκτική αποβλεπτικότητα και πιθανά άλλη ανθρώπινη συμπεριφορά (έξοδο).

- **Το μυαλό σαν μεταδότης αναλογικής πληροφορίας και επεξεργαστής**

Η εξέλιξη επέλεξε και μορφοποίησε την επεξεργασία, τη δομή του ανθρώπινου εγκεφάλου, ώστε να μετασχηματίζει τα ερεθίσματα του περιβάλλοντος σε α-

ναλογικό τρόπο, ώστε ο οργανισμός να τα χρησιμοποιεί για την επιβίωσή του. Σαν ενήλικες μαθαίνουμε να ερμηνεύουμε την αναλογική πληροφορία με ένα νέο τρόπο, δίνοντας εξελιγμένη λεκτική και αντιληπτική ερμηνεία σε αυτή την εκδοχή της αναλογικής πληροφορίας, που εκφράζεται στις συνειδητές αισθητηριακές εμπειρίες.

Η επιλεκτική πίεση της εξέλιξης ασκείται μέσω της διάδρασης ανάμεσα στον οργανισμό και στο περιβάλλον.

Η αιχμή της θεώρησής του, είναι ο ισχυρισμός ότι ο εγκέφαλος δεν λειτουργεί με χάρτες κάθε είδους (που είναι είδη αναπαράστασης) όπως ισχυρίζεται ο Edelman, αλλά με όρους αναλογικών καταγραφών, γεμάτων με αιτιατά εισηγμένες πληροφορίες. Η αναλογική αποτύπωση αυτής της αιτιατής επίδρασης μπορεί να είναι απλή ή σύνθετη, πολύ ή λιγότερο άμεση ή έμμεση. Εάν πάλι, κάποιος υιοθετήσει το αναλογικό στοιχείο σαν χάρτη, τότε τον χρησιμοποιεί σαν ένα σήμα κάποιου άλλου στοιχείου, δηλαδή ερμηνεύει τα διάφορα χαρακτηριστικά του αναλογικού στοιχείου, με όρους αιτιατής αλυσίδας της οποία το αναλογικό στοιχείο είναι μέρος (*causal*).

Ο εγκέφαλος έχει το ίδιο είδος περιεχομένου όπως το αποτύπωμα του ποδιού, δηλαδή την αναλογική εντύπωση ενός φυσικά συμβαίνοντος μετασχηματισμού.

Το λεκτικό μήνυμα δεν εισάγεται σαν ένα κατανοητό. Γίνεται κατανοητό εάν και όταν, σαν εξαγόμενο του εγκεφάλου, λάβει χώρα (συνήθως συνειδητά) η κατανόηση. Αυτή θα είναι το τελικό προϊόν μιας διαδικασίας μετασχηματισμού. Το δε εξαγόμενο του όλου σχήματος, δράση – αντίδραση – συναίσθημα – κατανόηση – σκέψη – λόγος, είναι αποτέλεσμα της όλης εγκεφαλικής δραστηριότητας και όχι κάποιου τμήματος της.

Πολλές φορές μπορεί να μην μπορεί να ανταποκριθεί στο εισερχόμενο ερέθισμα, ενώ άλλες δημιουργεί (στοιχεία) καταγραφές που επηρεάζουν την συμπεριφορά ασυνείδητα. Έτσι η ικανότητα του νηπίου να ξεχωρίζει τις αισθήσεις ή να λειτουργεί τα συστήματα των αισθήσεων μαζί ή παράλληλα, του δίνει τη δυνατότητα να εμπλακεί σε τελικά συντονισμένη και σκόπιμη συμπεριφορά.

- **Απόδοση συμπεριφοράς**

Προβάλλουμε με το μυαλό μας τον κόσμο, τα αντικείμενα και τα γεγονότα σαν να περιέχονται και να περιορίζονται από τις αισθήσεις που έχουμε, και σύμφωνα με τις απόψεις μας και τις προσδοκίες μας, τις οποίες το πλαίσιο και η αντίληψή μας επιτρέπει. Η απόδοση που κάνουμε με τις προτασιακές στάσεις είναι μια περίληψη πολλών αποδόσεων, αποδίδουμε μια διάθεση, ανακάτεμα πολλών διαθέσεων, αποτέλεσμα μυριάδων εγκεφαλικών δραστηριοτήτων, κι έτσι δεν έχει νόημα να αναζητούμε συγκεκριμένη εγκεφαλική διαδικασία ή δομή (αναπαράσταση) σαν την πραγματική πεποίθηση.

Χρησιμοποιούμε τις περιγραφές των προτασιακών στάσεων για να προβλέψουμε την συμπεριφορά των άλλων και γνωρίζουμε με τους ίδιους όρους να ερμηνεύουμε την συμπεριφορά των άλλων, αποκτώντας ένα οδηγό καλύτερης συναναστροφής στον κοινωνικό μας περίγυρο.

Δεν υπάρχει, όμως, συμμετρία στην απόδοση πεποιθήσεων των άλλων, γιατί μόνο το εγώ τους έχει πρόσβαση στον εσωτερικό τους κόσμο. Ακόμη και αυτή μπορεί να παρεξηγηθεί, γιατί είναι πρόσβαση απλά σε διαφορετικές αποδείξεις (γεγονότα) της πεποίθησής του. Υπάρχει διαφορά ανάμεσα στις πεποιθήσεις (πιστεύω) που πράγματι έχει ένα άτομο και αυτές που νομίζει ότι έχει. Πολύ συχνά αυτές συμπίπτουν, αλλιώς θα προκαλέσουν ανώμαλη συμπεριφορά και ψυχολογικό μπέρδεμα.

Επειδή δρω και αντιδρώ ανάλογα με τις πεποιθήσεις, επιθυμίες, προθέσεις, κλπ., εξηγώ και περιγράφω τη συμπεριφορά και τις ενέργειες του άλλου με τους ίδιους όρους και ανάλογα διευθετώ την ζωή μου. Αυτές οι εξηγήσεις επικρατούν στην σκέψη όλων όσοι μοιράζονται τον ίδιο πολιτισμό. Αυτές οι εξηγήσεις αποτελούν το υλικό για τις έννοιες που σχηματίζουμε για τον εαυτό μας και τους άλλους και τους όρους κάτω από τους οποίους σχεδιάζουμε το μέλλον και καθοδηγούμε τις πράξεις μας στο παρόν. Εκφράζουμε δε τις σκέψεις μας αυτές με τη φυσική γλώσσα. Δεν είναι εύκολο να καταλάβουν και να υιοθετήσουν την ψυχολογία μας άτομα πολύ διαφορετικής κουλτούρας. Οι έννοιες δεν είναι αισθητηριακές εμπει-

ρίες, ούτε αναλογικές εγγραφές, αλλά εμφυτεύονται στη νοητική ζωή σαν μέρος της κατανόησης των αναπαραστάσεων των λεκτικών εκφράσεων. Ο αισθητηριακός κόσμος ερμηνεύεται με όρους αντιληπτικής κατανόησης. Εξαρτάται σε κάποιο βαθμό από τα αισθητηριακά συστήματα και τη στιγμή που υπάρχει η γλώσσα, ο άνθρωπος έχει έναν ακόμη τρόπο πρόσληψης πληροφοριών. Έχει δε το πλεονέκτημα να επικοινωνεί με όρους εννοιών (αυτοπεποιθήσεις, επιθυμίες, ελπίδες, προθέσεις, αποφάσεις κλπ.), πράγμα αδύνατο για άλλα ζώα.

1.6.9. Άλλες απόψεις

Ο ***Martin Heidegger***,[20] μαθητής του Husserl, προτείνει την άποψη ότι οι ιδέες προέρχονται από τις καθημερινές δραστηριότητες και αναφορές, οι οποίες προσδιορίζουν την ανθρώπινη ύπαρξη στο περιβάλλον και στο χρόνο. Τοποθέτησε τη βάση της ανθρώπινης νοημοσύνης σε διατεταγμένες δομές της κοινωνίας στις οποίες εντάσσεται ο άνθρωπος, όταν αποκτά συνείδηση του εαυτού του. Οι δομές αυτές δεν είναι οι ιδεατοί τύποι του Πλάτωνα ή του Καντ, ούτε αναπαραστάσεις, αλλά δημιουργούνται μέσω των ενεργειών που κάνουν οι άνθρωποι για να χειριστούν το περιβάλλον τους. Με την αντίληψη αυτή, η αποβλεπτικότητα προηγείται της συνείδησης και συγχρόνως εξαφανίζεται η διχοτομία μεταξύ υποκειμένου και αντικειμένου. Η δράση προηγείται της αντίληψης. Μια παρόμοια προσέγγιση με αυτή του Piaget στην ανάλυση της ψυχοκινητικής εξέλιξης, όπου το βρέφος τα πρώτα δύο χρόνια στη σωματοκινητική φάση της ζωής του εκτείνεται στην εξερεύνηση του κόσμου μέσω του σώματος.

Ο ***Merleau-Ponty***,[21] οπαδός του Heidegger, θεωρεί ότι: «Αντιλαμβάνομαι σημαίνει αποδίδω στον εαυτό μου την παρουσία κάποιου πράγματος μέσω του σώματος». Γι' αυτόν, κατά τη διάρκεια της αντίληψης, το υποκείμενο διατηρεί την θέση του στον ορίζοντα του κόσμου και η δομή της αντίληψης συνίσταται στο να θέσει κάθε λεπτομέρεια στον αντιληπτικό ορίζοντά του. Έτσι, διαχωρίζει τον ορίζοντα του εξωτερικού κόσμου με αυτόν της αντίληψης εσωτερικά και υποθέτει μια

[20] Όπως αναφέρει ο Freeman.

δυναμική πρόσληψη, όπου η γενίκευση και η αφαίρεση δημιουργούν τις εσωτερικές δομές μέσω των οποίων κατανοούμε. Η οικοδόμηση της έννοιας πραγματοποιείται μέσα από επαναλαμβανόμενους κύκλους δράσης – αντίληψης, στην προσπάθεια της μέγιστης πρόσληψης. Αυτή τη διαδικασία ονομάζει αποβλεπτικό τόξο. Αποδίδει σ' αυτό κυρίαρχη σημασία, ενώ αναφέρεται περιστασιακά στη συνείδηση –την οποία θεωρεί σαν «επιφαινόμενο», ανάξια επιστημονικής σπουδής– και σπανιότερα στη συναίσθηση.

Μια άποψη, που βρίσκεται πολύ κοντά στη θεωρία της αφομοίωσης του Ακινάτη, είναι η χαρακτηριστική θέση του, σύμφωνα με την οποία αρχικά συνείδηση για κάτι δεν σημαίνει «νομίζω» κάτι, αλλά «έχω τη δυνατότητα». Η έννοια αυτή του «μπορώ» δείχνει και μια συναίσθηση της πορείας (στρατηγικής) για την επίτευξη αυτού του κάτι.

1.6.10. Η άποψη των νευροβιολόγων

Στη μελέτη του εγκεφάλου ως βιολογικού οργάνου, η εξέλιξη της τεχνολογίας τα τελευταία χρόνια έχει δώσει σημαντική ώθηση και η βιολογική λειτουργία του έχει κατανοηθεί σε μεγάλο βαθμό. Το πώς όμως αυτή δημιουργεί νοητική λειτουργία και εξελίσσει συνείδηση, εξακολουθεί να είναι στο επίπεδο της εικασίας.

Οι περισσότεροι νευροβιολόγοι δείχνουν να ενστερνίζονται την ύπαρξη της ιδιότητας της απόβλεψης στη συνείδηση, όπως προσδιορίστηκε παραπάνω, και ο στόχος της έρευνάς τους είναι να εξηγήσουν με βιολογικούς όρους τη λειτουργία του εγκεφάλου, σύμφωνα με τα πειραματικά δεδομένα της εποχής μας.

Όταν ο επιστήμονας ασχολείται με φυσικά αντικείμενα που δεν εξαρτώνται από τη νόησή του, είναι σαν να παρακολουθεί ένα σύστημα σαν εξωτερικός παρατηρητής, οπότε έχει μια «αντικειμενική» εικόνα αυτού. Όταν τον 19ο αιώνα εντάχθηκε η νόηση στη φύση, δημιουργήθηκαν δυσκολίες.

Ο Edelman αναφέρει:[22] «Δεν μπορεί η συνείδηση να μελετηθεί σαν εξωτερικό αντικείμενο. Στην καλύτερη περίπτωση μπορεί να αναλυθεί με ενδοσκόπηση ή

---

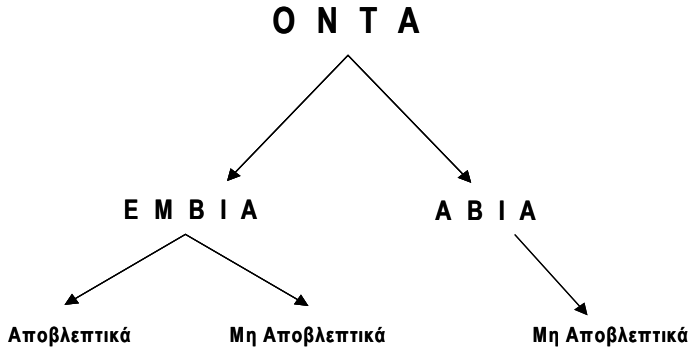
[21] Όπως αναφέρει ο Freeman.
[22] *Αιθέρας θεϊκός – λαμπερή φωτιά.*

έμμεσα, από την συμπεριφορά των άλλων. Πώς, όμως, θα γίνει αυτό αντικειμενικά όταν η συνειδητή εμπειρία είναι προθετική; Τηρήθηκε λοιπόν από την γνωσιακή επιστήμη μια διαφορετική στάση, στάση που υιοθετούσε τις έννοιες της τυπικής ανάλυσης, της λογικής, δίνοντας έμφαση στη σύνταξη. Θεωρούσε, δηλαδή, τη νόηση να λειτουργεί σαν υπολογιστής μέσα από κανόνες και νοητικές αναπαραστάσεις. Αυτή η αντικειμενική θεώρηση του κόσμου είναι ατελής στην αισιόδοξη άποψη ή εντελώς εσφαλμένη στην αντίθετη. Η φυσική δεν μπορεί να εξηγήσει τα πάντα, αλλά χρειάζεται να συμπληρωθεί και η προθετικότητα στην εικόνα».

Θα σχολιάσουμε ενδεικτικά τις θέσεις δύο νευροβιολόγων σχετικά με την απόβλεψη, χωρίς να αναφερθούμε αναλυτικά στη θεωρία που προτείνει ο καθένας για να εξηγήσει την λειτουργία του εγκεφάλου.

- Edelman

Ο εγκέφαλος είναι παράδειγμα συστήματος που έχει τη δυνατότητα να αυτο-οργανώνεται. Αυτό που χαρακτηρίζει τον εγκέφαλο και λείπει από τους υπολογιστές είναι η εξελικτική μορφολογία. Η ύλη της νόησης αλληλεπιδρά με τον εαυτό της κάθε στιγμή. Ο διαχωρισμός των όντων του πραγματικού κόσμου σύμφωνα με την γνώμη του Edelman θα μπορούσε να παρασταθεί ως εξής:



σχήμα 1.3

Η διαφορά μεταξύ αποβλεπτικών και μη αντικειμένων είναι ότι τα πρώτα είναι βιολογικές οντότητες. Τούτο δεν σημαίνει ότι όλα τα έμβια είναι αποβλεπτικά,

αλλά ότι τα άβια δεν είναι. Θεωρεί ότι τα φαινόμενα της ψυχολογίας εξαρτώνται από τα είδη στα οποία παρατηρούνται και οι ιδιότητες των ειδών εξαρτώνται από τη φυσική επιλογή. Αυτή η άποψη συνδέει αναπόφευκτα την ψυχολογία με τη βιολογία και καταδεικνύει τη σημασία της εξέλιξης στη συμπεριφορά των ειδών. Μερικοί τύποι συμπεριφοράς είναι χαρακτηριστικοί ορισμένων ειδών και έτσι υπόκεινται σε γενετική επίδραση. Η φυσική επιλογή ισχύει και για τους νευρώνες του εγκεφάλου. Ομάδες νευρώνων προσπαθούν να αιχμαλωτίσουν και άλλους στην ομάδα τους. Το ποιους, εξαρτάται από το εκάστοτε ερέθισμα. Στις ομάδες που αλληλεπιδρούν περισσότερο μεταξύ τους εμφανίζονται ισχυρότερες συνάψεις και δημιουργούν δίκτυο, ενώ οι υπόλοιπες συνάψεις ατονούν. Έτσι δημιουργούνται οι εννοιολογικοί σύνδεσμοι που πλαισιώνουν μια έννοια. Η J. Healy[23] αναφέρει σχετικά ότι «επιλέχθηκαν γιατί πιθανόν να χρησιμοποιηθούν μελλοντικά».

Οι ποιότητες συνιστούν το σύνολο των υποκειμενικών εμπειριών, αισθημάτων και αισθήσεων, που συνοδεύουν την επίγνωση. Είναι φαινομενικές καταστάσεις – πώς φαίνονται τα πράγματα σε εμάς.

Όταν περιγράφω την εμπειρία μου σε άλλον, η περιγραφή είναι πάντοτε μερική και σχετική με το προσωπικό πλαίσιο αναφοράς. Η φαινομενική εμπειρία εμποδίζει την διαμόρφωση, απόλυτα αντικειμενικής αιτιώδους περιγραφής.

Από τη στιγμή που αναπτύσσεται ένα εγώ μέσω κοινωνικών και γλωσσικών αλληλεπιδράσεων, έχοντας ως βάση την πρωτογενή συνείδηση, αναπτύσσεται ένας κόσμος που απαιτεί ονοματοθεσία και πρόθεση. Αυτό το εγώ είναι το λιγότερο κατανοήσιμο πράγμα από τον κάτοχό του, ακόμη και αν αυτός κατέχει μια θεωρία για τη συνείδηση. Οι μορφές της ενσάρκωσης που οδηγούν στη συνείδηση είναι μοναδικές για κάθε άτομο, το σώμα του και την εμπειρία του.

Ο εγκέφαλος ως επιλεκτικό σύστημα είναι συσχετιστής. Η συνείδηση εμφανίστηκε ως αποτέλεσμα φυσικής επιλογής, γεννημένη από ένα ιδιαίτερο σύνολο σχέσεων ανάμεσα στην αντίληψη, το σχηματισμό εννοιών και τη μνήμη. Δημιουργήθηκε με εξελικτικά και όχι τυπολογικά μέσα.

[23] Σημειώσεις Π. Σπύρου.

Επειδή τα ανθρώπινα όντα έχουν αποβλεπτικότητα, μνήμη και συνείδηση, μπορούν να επιλέγουν πρότυπα συμπεριφοράς σ' ένα σημείο της τροχιάς τους και με βάση το προσωπικό τους ιστορικό να υποβάλουν σχέδια σε άλλα σημεία της τροχιάς. Στη συνέχεια τα εκτελούν κι έτσι μεταβάλλουν τις αιτιώδεις σχέσεις των αντικειμένων με ένα συγκεκριμένο τρόπο, σύμφωνα με την δομή των αναμνήσεών τους.

Η αποβλεπτικότητα της συνείδησης επιτρέπει στον άνθρωπο να αναφέρεται στον κόσμο με ποικίλους τρόπους, να συλλαμβάνει σχέδια, να επηρεάζει αιτιωδώς το μέλλον και τα γεγονότα του περιβάλλοντος. Η τυπική σημασιολογία δεν μπορεί να αποδώσει την πραγματικότητα. Πολλές από τις αιτιώδεις πλευρές των νοητικών μας καταστάσεων εξαρτώνται από το σημασιολογικό περιεχόμενο, το οποίο όμως δεν έχει κανένα νόημα χωρίς απόβλεψη, χωρίς τη δυνατότητα αναφοράς σε άλλες καταστάσεις ή αντικείμενα. Για να πραγματοποιηθεί η αναφορά, μια τυπική αναπαράσταση πρέπει να γίνει αποβλεπτική. Κάτι τέτοιο απαιτεί την ύπαρξη συνείδησης, μιας επίγνωσης βασισμένης στη βιολογία του προσώπου. Η νόηση είναι ενσαρκωμένη και είναι αποτέλεσμα εξελικτικών και αναπτυξιακών περιορισμών.

- Walter Freeman[24]

Οι εξελικτικοί βιολόγοι έχουν δείξει ότι σύνθετες διεργασίες του εγκεφάλου και του σώματος έχουν την προέλευσή τους σε απλούστερα ζώα και γι' αυτό συμπεραίνουμε από τη συμπεριφορά τους ότι τα ζώα έχουν προθέσεις ακόμα και αν δεν γνωρίζουν συνειδητά αυτό που κάνουν. Συγκρίσεις εγκεφάλων δείχνουν ότι οι μηχανισμοί της απόβλεψης πρώτα αναμείχθηκαν στα αισθητηριακά συστήματα και στη συνέχεια δραστηριοποιήθηκαν, αλλάζοντας τις λεπτομέρειες και τις παραμέτρους στη δυναμική του μυαλού. Έτσι, το ερώτημα που μας απασχολεί είναι πώς το μυαλό από τα διάφορα ερεθίσματα επιλέγει αυτό που θεωρεί ότι είναι σημαντικό στην κάθε περίπτωση. Οι νευροβιολόγοι θεωρούν ότι η πληροφόρηση δραστηριοποιεί την διαδικασία του εγκεφάλου,

[24] W.J. Freemann, *How brains make up their minds.*

χειριζόμενοι το δίπολο «ύλη–ενέργεια». Αποτυγχάνουν όμως με μόνο αυτό το εργαλείο να εξηγήσουν τη διαδικασία της επιλογής.

Ο Freeman ενστερνίζεται την άποψη του Merleau-Ponty περί αποβλεπτικού τόξου, αλλά τον ενδιαφέρει να γνωρίζει αν η συναίσθηση του ενεργήματος είναι παρούσα σε όλη τη διάρκεια ή αν εμφανίζεται σε κάποιο μέρος του τόξου, σε κάποιο τμήμα του εγκεφάλου. Η συναίσθηση είναι ένα επιμερισμένο γεγονός το οποίο εμπλέκει τα επιμέρους υποσυστήματα και ελαχιστοποιεί την πιθανότητα να αποξενωθούν.

Η συνείδηση είναι η διαδικασία η οποία δημιουργεί μια ακολουθία συνολικών καταστάσεων από συναισθήσεις. Βλέπει τη συνείδηση σαν μια μεταβλητή που περιορίζει τις χαοτικές δραστηριότητες των μερών του εγκεφάλου, σαν ένα συντελεστή που επεμβαίνει στον κύκλο δράσης – αντίληψης όταν ολοκληρώνεται η πράξη και αρχίζει η αντίληψη. Είναι στο τμήμα εκείνο του αποβλεπτικού τόξου, στο οποίο οι συνέπειες μιας πράξης οργανώνονται σε νόημα και μια καινούργια πράξη εξελίσσεται ή συνεχίζεται η προηγούμενη. Έτσι, η συνείδηση διευκολύνει τον εμπλουτισμό του νοήματος. Περιορίζει μια ανώριμη πράξη δίνοντας χρόνο για ωρίμανση και αυξάνει την πιθανότητα της έκφρασης μιας συμπεριφοράς ενός αποβλεπτικού όντος.

Θεωρεί ότι η αποβλεπτική πράξη ξεκινά σαν μια κατάσταση αυτοοργάνωσης σε ένα τμήμα της τροχιάς, που βρίσκεται σε ένα κόσμο καταστάσεων και κατευθύνεται σε μια μελλοντική κατάσταση. Η δράση δεν είναι απαραίτητο πάντοτε να συνοδεύεται και από συναίσθηση, αλλά εάν συνοδεύεται, αισθανόμαστε την πρόθεση να ενεργήσουμε μέσω μιας προαναφοράς των αναφερομένων συνεπειών της πράξης. Κάθε πράξη στην ουσία είναι ένα πείραμα ελέγχου μιας υπόθεσης «εάν κάνω αυτό, περιμένω να συμβεί εκείνο». Έτσι, βιώνουμε την πρόθεση σαν την αιτία και γνωρίζουμε τις συνέπειες σαν αποτέλεσμα. Σύμφωνα δε με την εξελικτική ψυχολογία του Piaget, μαθαίνουμε αυτή τη σχέση πριν αποκτήσουμε γλώσσα και λογική για να την περιγράψουμε.

Η απόδοση αιτιότητας του ανθρώπου στο περιβάλλον του είναι σημαντική στην κοινωνική οργάνωση και έλεγχο. Έτσι, όλο το σύμπαν φαίνεται σαν μια γιγάντια μηχανή αιτιότητας.

Βέβαια, υπάρχει και η άλλη άποψη μεταξύ των νευροβιολόγων, σύμφωνα με την οποία η αιτιότητα έχει την προέλευσή της κυρίως στους νευρικούς μηχανισμούς της απόβλεψης μέσω των οποίων έρχεται η γνώση και όχι στον εξωτερικό κόσμο.

Οι αποβλεπτικές πράξεις συνεχώς διαχέονται στον κόσμο αλλάζοντας τη σχέση του σώματος με αυτόν (θεωρία αφομοίωσης του Θ. Ακινάτη). Λαμβάνονται από εμάς και τους άλλους σαν αναζήτηση στόχων, σαν έκφραση των νοημάτων, με χειρονομίες, σήματα λέξεις, αριθμούς κλπ., δηλαδή με συμβολικές αναπαραστάσεις.

Η ανθρώπινη αποβλεπτικότητα είναι άριστα αποδοτική και παραγωγική μόνο εφόσον έχει εμπλουτιστεί μέσα από μακρά εκπαιδευτική διαδικασία, με την οποία εμφανίζεται η δυνατότητα συνεργατικής κοινωνικής δραστηριότητας που βασίζεται σε υψηλό βαθμό αντίληψης και γνώσης.

- Φρόιντ[25]

Οι ψυχολογικές εξηγήσεις της συμπεριφοράς δίνουν έμφαση στην αποβλεπτικότητα και την ίδια στιγμή είναι ντετερμινιστικές. Η απώθηση (δηλαδή η επιλεκτική ανικανότητα ανάκλησης) υπόκειται σε επανακατηγοριοποιήσεις ισχυρά φορτισμένες με αξίες· απωθούνται δε αυτές που απειλούν την αποτελεσματικότητα εννοιών του εγώ.

1.7. Κριτική στις Προηγούμενες Απόψεις

Α. Ο ***Edelman*** απορρίπτει ευθέως την θεωρία του λειτουργισμού για την λειτουργία του εγκεφάλου και εμμέσως τις θεωρίες που θέλουν τον εγκέφαλο να λειτουργεί στο μοντέλο Η/Υ. Σχετικά αναφέρει:

1. Η ύπαρξη εκτεταμένης ποικιλότητας στα γνωστικά συστήματα απορρίπτει την βασική αρχή του λειτουργισμού.

[25] Ο Edelman αναφέρει για τον Froyd στο βιβλίο του *Αιθέρας Θεικός –Λαμπερή φωτιά.*

2. Το μυαλό λειτουργεί με επιλεκτικό και όχι καθορισμένο τρόπο.
3. Ακόμα και τεχνητά νευρικά δίκτυα ή συνδετικά συστήματα δεν είναι συνεπές μοντέλο του ανθρώπινου εγκεφάλου γιατί εμπεριέχουν προγραμματισμό ή εκτελεστική μονάδα.
4. Τα σήματα των αισθήσεων τα διαθέσιμα στο νευρικό σύστημα είναι πράγματι αναλογικά στην φύση.

Β. Ο *Lyons* πιστεύει ότι αν θεωρήσουμε την απόβλεψη ως βιολογικό φαινόμενο, θα πρέπει να την αναλύσουμε με όρους φυσικών επιστημών, όπως βιολογία ή νευροφυσιολογία. Εάν όχι, με όρους πληροφόρησης – επεξεργασίας, της γλωσσικής συμβολικής μηχανής ή, επίσης, με όρους συμπεριφοριστικής ψυχολογίας ή νευροψυχολογίας ή γνωστικής επιστήμης. Θεωρεί ότι η αποδοχή της αναπαραστασιακής θεωρίας του Fodor επιβάλλει την υιοθέτηση μιας αιτιατής ακολουθίας, σχεδιασμένης να δημιουργεί συγκεκριμένα αποτελέσματα, ένα είδος ανθρωπάριου ικανού να κατανοεί τα σχήματα της διάτρητης κάρτας (όπως παρομοιάζει ο Fodor την αναπαράσταση.

Η γνώμη του είναι ότι η θεώρηση της συνείδησης δεν πρέπει να είναι του ιδίου είδους όπως της γνώσης, πεποίθησης, επιθυμίας ή των άλλων προτασιακών στάσεων και ο λόγος είναι ότι η συνείδηση δεν είναι αποβλεπτική, αλλά υπάρχουσα (*occurent*) και το περιεχόμενό της όχι απαραίτητα εκφράσιμο (*propositional*).

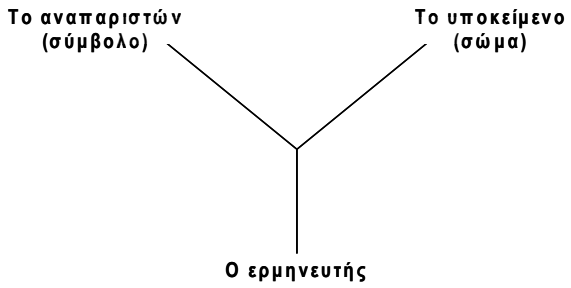
Είναι λογικό, λοιπόν, να συμπεράνουμε ότι η συνείδηση είναι χαρακτηριστικό της βιολογίας. Είναι όμως λάθος να αναζητούμε αποβλεπτικότητα που εμπεριέχει ερμηνευόμενο περιεχόμενο στο επίπεδο της ηλεκτροχημικής δραστηριότητας του εγκεφάλου. Πάντως, φαίνεται ότι η συνείδηση προέρχεται μερικές φορές από εγκεφαλική διαδικασία και άλλες όχι.

Θεωρεί ότι ο κύκλος (*loop*) είσοδος – κατεύθυνση – έξοδος είναι εσωτερικά υιοθετημένος από τη βιολογία μας και έχει μορφοποιηθεί μέσω της εξέλιξης και της προσωπικής ωρίμανσης.

Οι πράξεις έρχονται πρώτες, η κατανόηση αργότερα – πιθανώς αρκετά αργότερα, όταν έχουμε μάθει κάποια γλώσσα. Η δυνατότητα του υποκειμένου να συνδέ-

σει τις αισθητηριακές εμπειρίες μιας απλής ενημέρωσης πρώτα με συμπεριφορά και μετά με άλλες εμπειρίες και να δημιουργήσει νέα επίπεδα αποβλεπτικότητας, καθώς ανακατεύει σύμβολα, μπορεί να είναι ο πρόγονος της απόβλεψης της γλώσσας.

Γ. Ο ***Jesper Hoffmeyer*** επίσης ασκεί κριτική στην θεώρηση που θέλει τον εγκέφαλο να λειτουργεί στο μοντέλο Η/Υ. Για να υποστηρίξει την άποψή του αναφέρεται στον Merleau-Ponty. Θεωρεί ότι οι σημαντικότερες απόψεις του για την αποβλεπτικότητα θα μπορούσαν να παρασταθούν με την τριαδική δομή που δείχνει το σχήμα:



σχήμα 1.4: Το αναπαριστών προσδιορίζει έναν ερμηνευτή
έτσι ώστε να προσλάβει τη σχέση του με το υποκείμενο

Αυτή η τριαδική σχέση δεν μπορεί να υποβιβαστεί σε συνδυασμούς δυαδικών σχέσεων, με τους οποίους λειτουργεί ο Η/Υ, τη στιγμή που η αποβλεπτικότητα στηρίζεται στην ολότητα της τριάδας. Με αυτή την τριαδική φύση της νοητικής λειτουργίας μπορεί να αντιστέκεται στην «επιστημονοποίηση» που προωθείται από την επιστήμη της τεχνητής νοημοσύνης.

Τα προγράμματα των υπολογιστών βασίζονται σε. συντακτικές διαδικασίες. Η εφαρμογή των κανόνων που διέπουν τον χειρισμό των συμβόλων δεν εξαρτάται από την έννοια των συμβόλων (εξωτερική σημασιολογία), αλλά μόνο από το είδος του συμβόλου. Το πρόβλημα, λοιπόν, δεν είναι μόνο ότι η σημασιολογική διάσταση του νου δεν μπορεί να υποβαθμιστεί σε καθαρό συντακτικό. Ο ερμηνευτής παριστά μια κατηγορία τρίτων που ξεπερνά την απλή αιτιότητα, η οποία συνδέει δύο οντότητες στο συντακτικό του Η/Υ.

Όπως εξηγεί ο Peter Cariani, δεν υπάρχει λογική δομή στον κόσμο, ώστε κάποιο σύμβολο ενσωματωμένο σε ένα λογικό μοντέλο, να δημιουργεί μια λογική και αναγκαία σχέση με το μοντέλο του κόσμου.

Το πρόβλημα στον ανθρώπινο νου είναι μάλλον ότι το σημασιολογικό επίπεδο είναι συνδεδεμένο με την απρόβλεπτη δύναμη του αποβλεπτικά στοχοθετημένου ενσωματωμένου νου.

Τα παραπάνω όμως δεν σημαίνουν ότι η υποκειμενικότητα και η συναίσθηση είναι πάντα πέρα από τον ορίζοντα της επιστήμης. Θεωρεί ότι το κλειδί για επιστημονική εξήγηση του νου είναι η βιωμένη ύπαρξη (*embodied existence*) και όχι η πλαστή ιδέα μιας συμβολικής οργάνωσης ξένης προς το σώμα, που εμφανίζεται τόσο ισχυρά στο αριθμοκεντρικό μυαλό των παραδοσιακών επιστημόνων. Ο Cariani (1995)[26] έχει δείξει ότι: «Όλα τα σύμβολα που σχετίζονται με βιολογικούς οργανισμούς είτε για επικοινωνία, έλεγχο ή κατασκευή, είτε για τον ίδιο τον οργανισμό, είτε σε κοινωνικό επίπεδο, δεν μπορούμε να τα κατανοήσουμε μέχρι να καταλάβουμε το ρόλο τους στην οργάνωση της ζωής. Μια βιοσημειωτική (*biosemiotic*) κατανόηση της εξέλιξης φαίνεται ότι είναι το κλειδί για επιστημονική κατανόηση της απόβλεψης».

1.8. Τα Επίπεδα της Αποβλεπτικότητας

Για τους εξελικτικούς ψυχολόγους, η δυσκολία είναι στο ότι τις νοητικές καταστάσεις δεν μπορούμε να τις παρατηρήσουμε, αλλά να τις συμπεράνουμε από την συμπεριφορά. Αλλά, ποια συμπεριφορά είναι απόδειξη μιας τέτοιας κατάστασης και σε ποια ηλικία παρατηρείται;

Μια ομάδα ερευνητών, τους οποίους η S. Zeedyk[27] αποκαλεί *Early Represeantationalists* (Butterwoth, Hopkins, Lewis), τοποθετούν την εμφάνιση απόβλεψης περίπου στη γέννηση. Οι κινήσεις των χεριών, ο βαθμός επιτυχίας, η ανταπόκριση, οι στρατηγικές που επινοούν για να πετύχουν τις επιθυμίες τους, είναι επαρκείς μαρτυρίες.

[26] Όπως αναφέρει ο Hoffmayer.

Μια άλλη ομάδα (Frye, Volterra, Bates κ.ά.) (*Late Represeantationalists*) θεωρεί ότι τα παραπάνω δεν αποτελούν επαρκείς μαρτυρίες. Ακολουθεί τις απόψεις του Piaget, ότι τα μωρά πρέπει να κατανοήσουν όχι μόνο το αποτέλεσμα που επιθυμούν, αλλά τα όρια και τα μέσα που θα χρησιμοποιήσουν. Γι' αυτό η απόβλεψη επιτυγχάνεται αργότερα, προς το τέλος του 1ου έτους. Θεωρεί, επίσης, τη γλώσσα σαν εργαλείο πολύ αποτελεσματικό για την επίτευξη στόχων.

Η Harding (1982, 1984) διακρίνει τρία στάδια αποβλεπτικής επικοινωνίας:

1. Συναίσθηση του στόχου.
2. Συμπεριφορική απόδειξη ενός σχεδίου για την επίτευξη στόχου.
3. Συμπεριφορική απόδειξη εναλλακτικών σχεδίων και ενδιάμεσων ενεργειών που οδηγούν στο στόχο.

Και τα τρία στάδια έχουν το χαρακτηριστικό της εμμονής.

Οι Anscombe-Hampshire-Olson πιστεύουν στην προϋπόθεση της γλώσσας, η οποία τυποποιεί και εκφράζει τις επιθυμίες και τα πιστεύω και μέσω αυτής γίνεται η εξέλιξη της αποβλεπτικότητας.

Οι «Γνωστικιστές» (*cognitive theorists*) προτείνουν ότι τα μωρά γνωρίζουν τους άλλους δημιουργώντας αναλογίες ανάμεσα στην κατανόηση του δικού τους μυαλού και των άλλων (σκέπτονται κατ' αναλογία) ή δημιουργώντας υποθέσεις για τις συμπεριφορές που παρατηρούν (Harris, 1991).

Οι κοινωνικοί ψυχολόγοι (*social theorists*) θεωρούν ότι γνωρίζουμε το μυαλό των άλλων μέσω του τρόπου με τον οποίοι οι γονείς αλληλεπιδρούν με τα παιδιά. Μερικοί από αυτούς θεωρούν ότι οι άνθρωποι γεννιούνται με μια εγγενή δυνατότητα απόβλεψης που μαρτυρείται από τις πρώιμες κοινωνικές διαδράσεις τους και δεν είναι δυνατότητα, η οποία αποκτιέται και παρουσιάζεται αργότερα. Φυσικά, με την ωρίμανση, οι αποβλέψεις γίνονται συνθετότερες και ελεγχόμενες.

Ο Lyons προτείνει τα παρακάτω επίπεδα εξέλιξης της αποβλεπτικότητας:

1. Εγκεφαλικό επίπεδο (*brain-level*): Τα ερεθίσματα που λαμβάνει με τα αισθητήρια όργανα εγκαθίστανται στον εγκέφαλο με ένα τρόπο που θα τον ονομά-

[27] Στο άρθρο της «Developmental Accounts of Intentionality».

ζαμε «αναλογική καταγραφή» ή χάρτη ή αναπαράσταση. Αυτή, όταν μορφοποιηθεί σε εγκεφαλικό δίκτυο, αποκτά περισσότερο καθοριστικά χαρακτηριστικά. Καταγράφονται χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος χωρίς ερμηνεία και γίνεται η σύνδεση ανάμεσα στην καταγραφή και το φαινόμενο. Σ' αυτό το επίπεδο το σύστημα χρειάζεται να κάνει την σύνδεση με την συμπεριφορά.

2. Αποβλεπτικότητα της αισθητηριακής εμπειρίας: Είναι η αρχή ενός νέου είδους αποβλεπτικότητας, η βάση μιας σειράς αποβλεπτικών επιπέδων που σχετίζονται με την συνειδητή εμπειρία. Μετά από επανάληψη, το νήπιο μαθαίνει να συσχετίζει την αισθητηριακή εμπειρία με την συμπεριφορά. Συλλαμβάνει στο περίπου την τρέχουσα συνειδητή εμπειρία και τα επακόλουθα, αλλά δεν μπορεί να ερμηνεύσει την προηγούμενη σχέση με την επόμενη ή τον συμβολισμό της προηγούμενης με την επόμενη. Η ικανότητά του να ξεχωρίζει τις αισθήσεις ή να λειτουργεί μαζί ή και παράλληλα, του δίνει τη δυνατότητα να εμπλακεί σε μια τελικά συντονισμένη συμπεριφορά. Σε επόμενο στάδιο, γίνεται ένα άλμα από το επίπεδο του εγκεφάλου, μια γέφυρα ανάμεσα στην προ-γλωσσική και γλωσσική αποβλεπτικότητα. Εμπεριέχει τη σχέση που γεμίζει αφ' ενός από μια τυπική δραστηριότητα που έχει μαθευτεί και μοιραστεί και αφ' ετέρου από μια δημόσια μαρτυρούμενη αντιληπτική εμπειρία ή από ομάδα τέτοιων. Αυτό το επίπεδο μαρτυρεί την αρχή του τέλους της νηπιακής ηλικίας (προ-λεκτική), αποτελεί το στάδιο της αποκαλούμενης δημοσιοποιημένης αποβλεπτικότητας.

3. Γλωσσική αποβλεπτικότητα: Με τη χρήση της γλώσσας υιοθετεί ένα νέο είδος αποβλεπτικότητας, αυτής των τυπικών σημάτων (συμβόλων). Ερμηνεύει με ένα πρωτόγονο τρόπο τις λέξεις. Η ωρίμανση της αποβλεπτικότητας του νηπίου στην εξελιγμένη αποβλεπτικότητα του ενήλικα δεν αντανακλάται από εξέλιξη στον εγκέφαλο, ο εγκέφαλος είναι σχεδόν ώριμος στην ηλικία των 3 ετών. Η περαιτέρω εξέλιξη συνίσταται σε εξέλιξη όσων αναφέραμε προηγουμένως (τη γνώση του εαυτού, των άλλων κοινών προσαρμογών κλπ.).

4. Η αποβλεπτικότητα των προτασιακών στάσεων: Το τελικό, πλέον εξελιγμένο στάδιο γλωσσικού τύπου αποβλεπτικότητας, βασισμένο στον πολιτισμό.

Αποδίδουμε ο ένας στον άλλον πεποιθήσεις και επιθυμίες ή ερμηνεύουμε τις δράσεις και αντιδράσεις τους. Οι προτασιακές στάσεις ιδιοποιούνται και αποδίδονται μόνο από ομιλούντα, λογικά, ενήλικα άτομα και εκφέρονται με γλώσσα και έννοιες. Είναι δε πραγματικά, μακρο-αποβλεπτικά χαρακτηριστικά των ανθρώπων.

Από τα παραπάνω βλέπουμε πώς, από την αναλογική καταγραφή και την αποβλεπτικότητα εγκεφαλικού επιπέδου, περνάμε στην εξελιγμένη αποβλεπτικότητα των προτασιακών στάσεων, με γέφυρα τη συνείδηση των αισθητηριακών εμπειριών.

1.9. Η Προδιαθετική Αποβλεπτικότητα

Είναι το βαθύτερο είδος αποβλεπτικότητας, που συνδέεται με προτασιακές στάσεις, γιατί διαπιστώνουμε ότι οι προτασιακές στάσεις έχουν προδιαθετικές αποδόσεις και γιατί εντέλει πρέπει να κατανοηθούν σαν αναγνώριση της ύπαρξης αυτού που αποκαλούμε ολιστική αποβλεπτικότητα. Έχουμε τέτοια όταν παρατηρούμε, μαθαίνουμε ή εικάζουμε για κάποιο άνθρωπο (μέσα στο πλαίσιο του περιβάλλοντος), παρατηρούμε τη συμπεριφορά του και προχωρούμε στην ολοκλήρωση των αποτελεσμάτων αυτής της παρατήρησης με τρόπο αντιληπτικό και λεκτικό συγχρόνως. Δηλαδή, ερμηνεύουμε την πραγματικότητα που βρίσκεται κάτω από την αντίληψη του τι περίπου είναι το άτομο.

Όλα αυτά που συμπεραίνουμε για το τι κάνουν οι άνθρωποι, τα εκφράζουμε με ένα εξελιγμένο και υψηλά αντιληπτό λεξιλόγιο, που είναι η συζήτησή μας, σε αναφορά με τις πεποιθήσεις, τις ελπίδες, τις επιθυμίες μας και όλα εκείνα τα στοιχεία του λεκτικού περιεχομένου των προτασιακών στάσεων.

1.10. Η Αποβλεπτικότητα στις Νοητικές Λειτουργίες

1.10.1. Η Αποβλεπτικότητα της Συνείδησης

Αντιλαμβανόμαστε κάτι – αποφαινόμαστε για κάτι – αγαπούμε κάτι κλπ. Οι σχολαστικοί του Μεσαίωνα υποστήριζαν ότι κάθε ψυχολογικό φαινόμενο χαρα-

κτηρίζεται από την αποβλεπτική ή νοητική ενύπαρξη ενός αντικειμένου, αυτό που εμείς θα ονομάζαμε κατεύθυνση προς αντικείμενο ή αναφορά σε ένα περιεχόμενο. Είναι ο τρόπος αναφοράς της συνείδησης σε ένα περιεχόμενο, π.χ. η αντίληψη ενός σπιτιού εννοεί το σπίτι με τον τρόπο που θέλει να το αντιληφθεί: άλλοτε σαν μνήμη, άλλοτε σαν φαντασία ή σαν αποφαντική κρίση. Ονομάζουν τα συνειδησιακά βιώματα αποβλεπτικά, με την έννοια που έχει η θεμελιακή ιδιότητα της συνείδησης να είναι συνείδηση για κάτι. «Το εγώ μου είναι ο αποβλεπτικός αρχέγονος βυθός για τον κόσμο μου, όχι μόνο για τον πραγματικό, αλλά και για τον ιδανικό κόσμο, και γενικά για κάθε τι για το οποίο έχω συνείδηση ότι είναι» (Derrida).

1.10.2. Αποβλεπτικότητα και Προσοχή

Προσοχή είναι ο εστιασμός της σκέψης σε μια έννοια, ιδέα ή σύγκριση ιδεών (Descartes). Ο εστιασμός αυτός είναι συνειδητός, αδειάζει μερικώς τον νου από το νοητικό περιεχόμενο που δεν συνδέεται με την έννοια, ενώ παραμένει το σχετικό. Η επιλογή του σχετικού είναι πάλι συνειδητή ενέργεια, εξαρτώμενη από την απόβλεψη της συνείδησης. Το σχετικό αυτό νόημα, σύμφωνα με τον Husserl, παίζει αποφασιστικό ρόλο στην πρόσληψη και οικειοποίηση της έννοιας.

Ο Edelman αναφέρει: «Η προσοχή προσδίδει μια κατευθυντική συνιστώσα στη συμπεριφορά και ρυθμίζει την ανταπόκριση του ζώου στο περιβάλλον. Είναι εξαιρετικά επιλεκτική και έτσι οφείλει. Πολλές θεωρίες βασίζονται στην ιδέα του φιλτραρίσματος των σημάτων εισόδου είτε στα αρχικά στάδια είτε αργότερα. Η ικανότητα γρήγορης επιλογής του τύπου της δράσης με τον αποκλεισμό άλλων προσδίδει ένα σημαντικό εξελικτικό πλεονέκτημα που καθιστά δυνατή την επίτευξη του στόχου». Άρα το τι θα προσέξω από μια παρουσίαση ενός συνόλου πληροφοριών εξαρτάται από την συγκεκριμένη απόβλεψη της συνείδησης την συγκεκριμένη στιγμή.

Το να έχει κανείς συνειδητές αποβλεπτικές καταστάσεις εξαρτάται από αξίες, κατηγορίες, μνήμες και σχέδια. Αυτή η επιλεκτική άποψη της προσοχής μάς παρέχει τη δυνατότητα να έχουμε συνειδητά μια απόβλεψη να προσέξουμε ό,τι είναι

σχετικό με κάτι που σχεδιάζουμε ή οραματιζόμαστε. Η ικανότητα αυτή υπόκειται στον ανταγωνισμό ασυνείδητων και υποσυνείδητών στοιχείων. Σε κάθε ερέθισμα το ζώο προσδίδει μια σπουδαιότητα που εξαρτάται από τις προηγούμενες αξίες και την προηγηθείσα μάθηση, και ανάλογα το καταχωρεί στη μνήμη του.

1.10.3. Αποβλεπτικότητα και Μνήμη

Το να ανακαλέσω στη μνήμη μου μια έννοια δεν σημαίνει να κάνω μια γρήγορη σύνδεση αισθητηριακών εμπειριών ή νοητικών καταστάσεων. Η μνήμη αποτελεί τον σύνδεσμο των κομματιών της έννοιας, ώστε να ολοκληρωθεί η δομή της στον κύκλο της κατευθυνόμενης δράσης. Με την ανάπτυξη της μνήμης, ο εσωτερικός υποκειμενικός διαδικαστικός κύκλος γίνεται συνειδητός και έτσι βγαίνει από το καθαρά βιολογικό περίβλημα σε μια καινούργια σφαίρα, όπου εμφανίζεται η απόβλεψη.

1.10.4. Η Αποβλεπτικότητα της Γλώσσας

Οι εικόνες και οι παραστάσεις που συνοδεύουν μια λέξη ποικίλουν από άτομο σε άτομο. Μια έκφραση είναι ένα σύνολο σημείων-λέξεων. Η έκφραση αποτελεί και αυτή ένα σημείο ως σύνολο.

Κατά τον ***Husserl*** (2η λογική έρευνα), η έκφραση είναι σημείο με νόημα (διατύπωση με σημασία). Είναι αποτέλεσμα ένωσης δύο ενεργημάτων:

Α. Ένα κατ' αίσθηση αντιληπτό ενέργημα (το γλωσσικό σύμβολο γίνεται αντιληπτό στην συνείδηση σαν ήχος ή εικόνα).

Β. Ένα μη εποπτικό σημασιολογικό ενέργημα, που νοηματοδοτεί το σύμβολο και το συσχετίζει με ένα αντικείμενο.

Το υποκείμενο στρέφεται κυρίως στο δεύτερο· και τα δύο μαζί συνθέτουν ένα αποβλεπτικό βίωμα, κατά το οποίο βιώνεται η σημασία της έκφρασης. «Την ουσία της σημασίας δεν την εντοπίζουμε στο βίωμα αλλά στο περιεχόμενό του, το οποίο αποτελεί μια ταυτόσημη αποβλεπτική ενότητα σε αντίθεση με τη διάσπαρτη πολλαπλότητα πραγματικών ή δυνατών βιωμάτων ομιλούντων και σκεπτόμενων υποκειμένων» (Γ. Ξηροπαΐδης). Μέσω της σημασίας γίνεται συγκεκριμένη η ανα-

φορά στο αντικείμενο. Η σημασία εξειδικεύει την οπτική γωνία με την οποία νοούμε το αντικείμενο στο οποίο αναφέρεται.

Κατά τον ***Dennet***, η απόβλεψη είναι ένα χαρακτηριστικό ενός συγκεκριμένου μέρους της γλώσσας και μια στρατηγική που γεννάει το ίδιο το παιγνίδι της γλώσσας.

Στην θεωρία του ***Frege*** μια λεκτική αναφορά, μια έκφραση, αναφέρεται σε ένα αντικείμενο μόνο στην περίπτωση που εκφράζει ένα νόημα (μια αίσθηση, *sense*) που προσδιορίζει το αντικείμενο.

Κατά τον ***Fodor***, η γλώσσα είναι αποβλεπτική κατά δεύτερη έννοια, όσο περιγράφει πραγματικά χαρακτηριστικά του μυαλού μας ή των άλλων.

Κατά την ***Millikan***, η αποβλεπτικότητα μιας πρότασης δεν προέρχεται από την αποβλεπτικότητα των εσωτερικών αναπαραστάσεων, αλλά από εξωτερικές φυσικές σχέσεις, τις σχέσεις του ατόμου με το περιβάλλον.

Κατά τον ***Loar***, η γλώσσα εκφράζει αποβλεπτικές καταστάσεις του μυαλού, όπως αποβλεπτικές στάσεις.

Όταν οι αποβλεπτικές καταστάσεις του μυαλού εκφράζονται με προτάσεις, τότε αναφερόμαστε στις προτασιακές στάσεις. Η γλώσσα που χρησιμοποιείται για να αποδώσουμε προτασιακές στάσεις σ' εμάς και στους άλλους, έχει περιεχόμενο και παίρνει θέση απέναντί τους. Αυτό σημαίνει ότι οι προτασιακές στάσεις αναφέρονται σε κάτι, άρα είναι αποβλεπτικές με αυτού του είδους τη γραμματική.

Ο ***Lyons*** θεωρεί ότι οι άνθρωποι εμπλέκονται σε αναπαραστάσεις κατάλληλα, σε μια σχετικά εξελιγμένη ηλικία όταν μαθαίνουν να χειρίζονται τη γλώσσα.

Διακρίνουμε:

α) αποβλεπτικότητα στη γλώσσα

β) αποβλεπτικότητα στις ειδικές εκφράσεις που δημιουργήσαμε για να αποδώσουμε τις προτασιακές στάσεις στον εαυτό μας και στους άλλους

γ) αποβλεπτικότητα, η οποία αν και δημιουργήθηκε από την γραμματική των εκφράσεων των προτασιακών στάσεων, πηγαίνει πέρα από την καθαρά λεκτική αποβλεπτικότητα.

Η έκφραση μόνη της δεν είναι ικανή να αποδώσει το πλήρες νόημα. Το πλαίσιο, ο τόνος και η χροιά της φωνής, οι κινήσεις του σώματος θα οδηγήσουν το υποκείμενο να φανταστεί την απόβλεψη του ομιλητή η οποία θα φανερώσει το νόημα. «Η έκφραση δεν είναι παραγωγική, δεν συμμετέχει ενεργά στη συγκρότηση του κόσμου, αλλά διαθέτει την ικανότητα να αντανακλά τη μορφή και το περιεχόμενο κάποιας απόβλεψης» (Γ. Ξηροπαΐδης).

Κάθε γλωσσική αναπαράσταση ή σύμβολο είναι αποβλεπτικό, με ένα τρόπο που υπόκειται σε κανόνες που ανταποκρίνονται στη λογική της κοινότητας στην οποία το υποκείμενο υιοθετεί τη λέξη ή τα σύμβολα. Έτσι, το νόημά τους δεν είναι αυθαίρετο αλλά συμβατικό.

1.10.5. Αποβλεπτικότητα και Νόημα

Όπως αναφέραμε προηγουμένως, μόνη της η έκφραση ή το σύμβολο δεν αρκεί για να αποκτήσουμε το πλήρες νόημα. Χρειάζεται η απόβλεψη του υποκειμένου, η οποία θα συνυπολογίσει και άλλους παράγοντες για να πραγματοποιηθεί η κατανόηση. Τούτη δε δεν γίνεται άπαξ δια παντός, αλλά υπόκειται σε μια εξελικτική διαδικασία καθώς εμπλουτίζεται το ρεπερτόριο του υποκειμένου. «Η κατανόηση της σημασίας γλωσσικών εκφράσεων αποτελεί βαθμίδα μιας τελεολογικά ανελισσόμενης ένταξης της συγκεκριμένης κατανόησης στην αποβλεπτική σχέση της συνείδησης με τα αντικείμενα» (Γ. Ξηροπαΐδης). Σύμφωνα με τον ***Loar***, δίνουμε νόημα και δεχόμαστε τις προτάσεις συνδέοντάς τες με αυτά που ήδη πιστεύουμε ή ελπίζουμε ή σκοπεύουμε. Το νόημα ξεκινά από το κεφάλι και βγαίνει προς τα έξω. Εάν θέλεις να δεις το νόημα μιας λέξης, πρέπει να το δεις στο πλαίσιο της έκφρασης, και για να δεις το νόημα της έκφρασης, πρέπει να εξετάσεις την πρόθεση του ομιλητή, δηλαδή να εξετάσεις τι πιστεύει ή τι θέλει εσύ να πιστέψεις. Άρα χρειάζεται η μεσολάβηση της συνείδησης – ερμηνευτή.

Ανάλογα με τον τόνο της φωνής του, τις περιστάσεις και το πλαίσιο, η ανακοίνωση του ομιλητή, εκφράζει και μεταφέρει στον δέκτη μια ποικιλία διαφορετικών καταστάσεων του νου. Δηλαδή, αναφέρεται σε μια νοητική κατάσταση ανάλο-

γα με το σημείο που θέλει να προσδιορίσει και όχι με αυτό καθ' αυτό το νόημα της έκφρασης. Η ανακοίνωση μιας πρότασης υπηρετεί σαν ένα σημείο (*sign*) μιας εσωτερικής εμπειρίας. Εκφράζει την εμπειρία και έτσι πληροφορεί για την ύπαρξή της, άρα είναι ισοδύναμο της μαρτυρίας της ύπαρξης αυτής της εμπειρίας. Αυτό ο Husserl το ονομάζει *indication* (ένδειξη). Από την άλλη, μπορεί να εκφράζει ένα νόημα ή μια αίσθηση του ομιλητή.

Αυτό που γνωστοποιεί μια πρόταση είναι τυπικά ανεξάρτητο από αυτό που ισχυρίζεται ή εκφράζει. Κάθε πρόταση λέει κάτι (έχει ένα νόημα) και συγχρόνως αναφέρεται και σε κάτι (ένα ή περισσότερα αντικείμενα όπως ιδιότητες, σχέσεις, γεγονότα, καταστάσεις), δηλαδή είναι αυτή καθ' αυτή η πρόταση, αποβλεπτική.

Όταν ο ***Harman***[28] λέει ότι «το νόημα εξαρτάται από το ρόλο που έχει στο αντιληπτικό σχήμα παρά στις αληθινές συνθήκες», εννοεί ότι σχετίζεται με τα γεγονότα, συμπεράσματα, αιτιολόγηση, την επίδραση που έχει η εμπειρία σε αυτά που κάποιος πιστεύει, στον τρόπο δηλαδή με τον οποίο αυτά προσαρμόζουν τις πεποιθήσεις και τα σχέδια και το πώς αυτά επηρεάζουν την πράξη. Το νόημα λοιπόν μιας πρότασης προσδιορίζεται από τη σκέψη την οποία θέλει να εκφράσει, ενώ η φύση της σκέψης δεν είναι αναγκαίο να προσδιορίζεται από αληθινές συνθήκες. Για τους νευροβιολόγους, η βιολογία του νοήματος περιλαμβάνει όλο τον εγκέφαλο και το σώμα μαζί με την ιστορία που ενσωματώθηκε από την εμπειρία στα κόκαλα, τους μύες, τις νευρικές συνδέσεις, τους ενδοκρινείς αδένες. Καθώς αλλάζει το νόημα, αλλάζει και η εστίαση, δημιουργώντας μια τροχιά (συναίσθημα) η οποία κινείται σαν κύμα.

Το νόημα εξελίσσεται με την ιστορία και την εξέλιξη της συνείδησης του ατόμου. Για το λόγο αυτό, το ίδιο άτομο δεν έχει πάντοτε το ίδιο νόημα για την ίδια παράσταση. Διαφέρει κάθε χρονική στιγμή, ακόμα και αν όλοι οι άλλοι παράγοντες που το προσδιορίζουν είναι ακριβώς οι ίδιοι.

---

[28] Lyons, *Approaches to Intentionality*.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ

2.1. Εισαγωγή

Όπως αναφέραμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, από πολύ παλιά ο Αριστοτέλης υποστηρίζει ότι η διάνοια λειτουργεί με υποκειμενικό τρόπο και αντιλαμβάνεται το αντικείμενο δημιουργώντας λογική αναπαράσταση, διαφοροποιημένη από το αντικείμενο της αντίληψής της. Σύμφωνα με την παραπάνω θεώρηση, η διάνοια προσαρμόζεται στο αποβλεπτικό αντικείμενο χωρίς να ταυτοποιείται με αυτό, με διαφορετικούς τρόπους, ανάλογα με την προοπτική (απόβλεψη) με την οποία θέλει να το προσεγγίσει. Ο Θωμάς ο Ακινάτης τον Μεσαίωνα επαναφέρει την θεώρηση αυτή, ενώ ο Piaget τον 20ό αιώνα, για την κατανόηση χρησιμοποιεί τους όρους αφομοίωση και προσαρμογή. Ο Brentano θεωρεί ότι το αποβλεπτικό αντικείμενο εισβάλλει μεν στο νου ως εμπειρία, λειτουργεί όμως στο περιεχόμενο του μυαλού σαν υποκατάστατο του αντικειμένου. Τέλος η φαινομενολογία του Husserl θέλει το υποκείμενο να ενεργεί προς το αντικείμενο ανεξάρτητα από το αν αυτό υπάρχει η όχι. Η ουσία της ενέργειας αυτής είναι υπεύθυνη για την ύπαρξη και τον τρόπο με τον οποίο αυτό παρουσιάζεται. Το διαισθητικό περιεχόμενο αυτής της ενέργειας δημιουργεί την αναπαράσταση του αντικειμένου, και εάν αυτό δεν είναι υπαρκτό, δημιουργείται μια ταυτόσημη κατάστασή του (μια νοητική εικόνα) στην οποία αποβλέπει το υποκείμενο. Οι Duffour-Janvier et al (1987) λένε ότι για να αναπαραστήσουμε την πραγματικότητα, κατασκευάζουμε νοητικές εικόνες (σχηματισμούς), τις οποίες ονομάζουμε εσωτερικές/νοητικές αναπαραστάσεις. Με την έννοια αυτή ο Piaget χρησιμοποιεί τον όρο ως αναπαράσταση. Η δημιουργία τους είναι άμεσο αποτέλεσμα της απόβλεψης με την οποία προσεγγίζουμε το αποβλεπτικό αντικείμενο. Οι περισσότερες θεωρίες που υιοθετούν την έννοια της απόβλεψης για την εξήγηση της λειτουργίας του νου, όπως είδαμε στο Κεφάλαιο 1, δέχονται τη δημιουργία αναπαραστάσεων με τρόπο

προσαρμοσμένο στο δικό τους πλαίσιο. Γι' αυτό ο J. Searle δηλώνει ότι: «Οι αποβλεπτικές καταστάσεις δεν είναι περίπου αναπαραστάσεις, αλλά ακριβώς αναπαραστάσεις».

Οι περισσότεροι επιστήμονες στο χώρο της θεωρίας της γνώσης πιστεύουν ότι η γνωστική διαδικασία (κατανόηση) είναι ο συνδυασμός αντίληψης και ενέργειας και βασίζεται στην αναπαράσταση της πληροφορίας και στην ενέργεια του υποκειμένου σ' αυτή. Η κατανόηση απαιτεί τη χρήση, το χειρισμό και την αποθήκευση εσωτερικών αναπαραστάσεων. Οι αναπαραστάσεις αναφέρονται στις διαθέσιμες για χρήση πληροφορίες και περιλαμβάνουν ιδέες, όψεις, εικόνες και πεποιθήσεις, που γεμίζουν τις σκέψεις μας, καθώς και συναισθήματα και προδιαθέσεις, που βρίσκονται εκτός αντίληψης. Η γνωστική ψυχολογία θεωρεί σαφές ότι δεν υπάρχει σκέψη χωρίς την αναπαραστασιακή λειτουργία του νου και οι εσωτερικές αναπαραστάσεις δεν μπορεί παρά να υπάρχουν από μια διαρκή συνδιαλλαγή του υποκειμένου με τον εξωτερικό κόσμο. Οι έννοιες όμως δεν είναι αισθητηριακές εμπειρίες ούτε αναλογικές εγγραφές. Εμφυτεύονται στη νόηση ως μέρος της κατανόησης των αναπαραστάσεων των λεκτικών εκφράσεων. Έτσι, η αναπαράσταση και η επεξεργασία της είναι οι θεμελιώδεις ιδέες που κυριαρχούν σε όλη την έκταση της Θεωρίας Γνώσης και Γνωστικής Ψυχολογίας (Billman, 1999· Stufflebeam, 1999). Ο D. Billman, προκειμένου να δείξει τη σπουδαιότητα του ρόλου των αναπαραστάσεων στη γνωστική επιστήμη, υποστηρίζει ότι δεν υπάρχει κατανόηση χωρίς αναπαράσταση. Η μη θεώρηση των αναπαραστάσεων θα είχε σαν συνέπεια την μη ύπαρξη γνωστικής επιστήμης.

Η έννοια της προσομοίωσης στον Piaget σε ψυχολογικό επίπεδο τονίζει ιδιαίτερα την κονστρουκτιβιστική διάσταση της αποβλεπτικότητας που ενυπάρχει στη συμπεριφορά των ανθρώπων ενώ, σύμφωνα με το Glasersfeld (1987), οι νοητικές αναπαραστάσεις δεν είναι καταχωρήσεις που ανακαλούνται από κάποιο αρχείο αλλά παραγωγικές διαδικασίες οι οποίες ενεργοποιούνται. Οι Dufour–Janvier, Bednarz & Belanger (1987, σ. 110) σημειώνουν: «Η έννοια της αναπαράστασης είναι σύμφυτη με τα Μαθηματικά». Υπάρχουν περιπτώσεις όπου οι αναπα-

ραστάσεις είναι τόσο στενά συνδεδεμένες με μια έννοια, όπως για παράδειγμα οι συναρτήσεις και η γραφική παράσταση, ώστε είναι δύσκολο να γίνει κατανοητή η έννοια χωρίς τη χρήση της συγκεκριμένης αναπαράστασης. Ίσως αυτός είναι ένας σοβαρός λόγος που το θέμα των αναπαραστάσεων στη Διδακτική των Μαθηματικών είναι πάλι της μόδας (Goldin & Janvier 1998· Cuoco 2001) και εμφανίζεται με πληθώρα ορισμών και εκτιμήσεων.

Το τι σημαίνει αναπαράσταση διαφέρει από επιστήμη σε επιστήμη και από θεωρία σε θεωρία. Οι μελετητές χρησιμοποιούν τον όρο αναφερόμενοι σε ένα εύρος φαινομένων όπως διαδικασίες, χαρτογραφήσεις, κανόνες, θεωρίες, πληροφοριακές καταστάσεις κλπ. Επίσης, υιοθετούν την ύπαρξη αναπαραστάσεων για να εξηγήσουν τη λειτουργία των έξυπνων συστημάτων (τεχνητή νοημοσύνη), είτε δυνατότητες άλλων βιολογικών συστημάτων εκτός του ανθρώπου. Σε κάθε περίπτωση, προσπαθούν να πετύχουν εκείνη τη σύγκλιση θεωριών που θα εξηγεί καλύτερα τα φαινόμενα που αντιμετωπίζουν, με συνέπεια να υιοθετούν και την κατάλληλη διάκριση των αναπαραστάσεων σε είδη (τομείς).

2.2. Τι Είναι η Αναπαράσταση;

Ο όρος «αναπαράσταση» είναι ασαφής και ως τέτοιος επιδέχεται πολλαπλές ερμηνείες (Goldin & Kaput, 1996· Kaput, 1985· Roth & McGinn, 1998· Seeger, 1998· von Glasersfeld, 1987b). Οι αναπαραστάσεις ανήκουν σε δομικά πολύπλοκα συστήματα, προσωπικά ή πολιτισμικά και συμβατικά (Goldin & Kaput, 1996· Kaput, 1998). Τα συστήματα αυτά έχουν ονομαστεί σχήματα συμβόλων (Kaput, 1987a· Kaput, 1987b) ή συστήματα αναπαράστασης (Goldin, 1987). Για παράδειγμα, όπως αναφέρει ο Müller, στην ψυχολογική και φιλοσοφική φιλολογία η αναπαράσταση είναι ένας όρος που χρησιμοποιείται αναφερόμενος σε:

- Οποιοδήποτε πνευματικό περιεχόμενο που έχει νόημα.
- Ανά-παράσταση. Ενέργειες της σκέψης που επεξεργάζονται ή αναπαράγουν πνευματικό περιεχόμενο που προηγουμένως αποδιδόταν από την αντίληψη.

- Διαδικασίες μέσω των οποίων τα στοιχεία μιας δομής απεικονίζονται στα στοιχεία μιας άλλης και που διατηρούν την δομή του απεικονισθέντος συστήματος στην δομή του απεικονιζόμενου συστήματος (δομικός πολυμορφισμός).
- Οποιαδήποτε σχέση υποκατάστασης.

Ο Müller διευκρινίζει ότι στην προσέγγιση της έννοιας πρέπει να διακρίνουμε 3 μέρη:

- Το αναπαριστώμενο αντικείμενο.
- Το μέσο ή πράγμα που κάνει την αναπαράσταση και
- Τη σχέση μεταξύ των δύο.

Για την καλύτερη κατανόηση του ορισμού πρέπει να γίνει σαφής η διάκριση μεταξύ του αναπαραστασιακού περιεχομένου και του αναπαραστασιακού αντικειμένου ως διαφορά μεταξύ *signified* και *signifier* (Müller, Palmer).

Ο αναπαριστώμενος κόσμος παρέχει το περιεχόμενο με το οποίο σχετίζεται η αναπαράσταση και ο κόσμος που αναπαριστά είναι το σύστημα διατήρησης *κάποιων* πληροφοριών από τον αναπαριστώμενο κόσμο. Οι βασικότερες συζητήσεις εδώ γίνονται πάνω στη φύση της σύνδεσης ανάμεσα στην αναπαράσταση και το αναπαριστώμενο.

Υπάρχει μια γενική συμφωνία ότι οι αναπαραστάσεις είναι νοητικές καταστάσεις που αντιπροσωπεύουν κάτι. Ένα πράγμα αντιπροσωπεύει κάτι μόνο στην περίπτωση που έχει περιεχόμενο. Υπάρχει μια σχέση που ικανοποιείται κάθε φορά που κάποιο Χ σχετίζεται, συμβολίζει, παριστά ή αντιπροσωπεύει κάποιο Υ.

Αν, όμως, η ύπαρξη περιεχομένου είναι αυτό που ορίζει κάτι ως αναπαράσταση, τότε, επειδή οι φωτογραφίες έχουν περιεχόμενο, θα πρέπει να θεωρηθούν ως αναπαραστάσεις. Άρα, όλες οι αναπαραστάσεις δεν είναι σύμβολα ή σκέψεις· έτσι, κι ένας βράχος θα μπορούσε να είναι μια αναπαράσταση.

Οι επιστήμονες που ασχολούνται με τη θεωρία της γνώσης (*cognitive scientists)* θεωρούν πολλά είδη πραγμάτων που δεν είναι σκέψεις ως αναπαραστάσεις, όπως καταστάσεις κιναισθητικής επεξεργασίας, σωματοαισθητικούς χάρτες, σχήματα,

πρωτότυπα, κανόνες, υπολογιστικές καταστάσεις και καταστάσεις που αιτιατά συνδιακυμαίνονται (συναρτήσεις).

Σύμφωνα με τον Kaput (1987a, σ. 23), η έννοια της αναπαράστασης περιλαμβάνει τις ακόλουθες πέντε ολότητες:

α) την ολότητα που αναπαρίσταται

β) την ολότητα που αναπαριστά

γ) τις συγκεκριμένες πτυχές της ολότητας προς αναπαράσταση που αναπαρίστανται

δ) τις συγκεκριμένες πτυχές της ολότητας που αναπαριστά, οι οποίες κάνουν την αναπαράσταση και

ε) την αντιστοιχία ανάμεσα στις δύο ολότητες.

2.3. Είδη Αναπαραστάσεων

Ανάλογα με τη θεωρία και το αντικείμενο διαπραγμάτευσης στη σχετική βιβλιογραφία, συναντάμε διάφορους τρόπους διάκρισης των αναπαραστάσεων, μερικοί από τους οποίους είναι οι παρακάτω:

Α. Ο D. Billman διακρίνει 5 είδη ή συστήματα αναπαραστάσεων:

1. Εξωτερικές Αναπαραστάσεις. Είναι συστήματα όπως χάρτες, εικόνες, γραφή, γλώσσα, φωτογραφίες, σχολικά βιβλία, μενού κλπ.

2. Νοητικές Αναπαραστάσεις. Είναι εσωτερικά συστήματα πληροφοριών που χρησιμοποιούνται στην αντίληψη, γλώσσα, σκέψη, επίλυση προβλημάτων και άλλες γνωστικές διαδικασίες. Αυτές δεν μπορούν να παρατηρηθούν άμεσα. Η φύση τους συμπεραίνεται από την παρατήρηση των πληροφοριών στις οποίες ευαισθητοποιείται ένας άνθρωπος και των διακρίσεων που χρησιμοποιεί. Αντιπροσωπεύουν πληροφορίες σχετικά με τον εξωτερικό κόσμο. Επίσης, μπορεί να αφορούν εσωτερικά δημιουργούμενη πληροφόρηση όπως αναμνήσεις, σκέψεις, ή ενδιαφέρον για μια καινούργια ιδέα, πρόβλημα, στόχο. Θα θεωρούμε κάτι ως νοητική αναπαράσταση λόγω του ρόλου της στο γνωστικό σύστημα.

3. Υπολογιστικές Αναπαραστάσεις. Χρησιμοποιούνται από ένα σύστημα *computer* όπως οι νοητικές από το ανθρώπινο γνωστικό σύστημα. Ο αναπαριστώμενος κόσμος μπορεί να περιλαμβάνει μια κατάσταση (μείωση των εισφορών σε ένα κράτος) ή την εσωτερική κατάσταση του προγράμματος (π.χ. ο μετρητής χρήσης ενός υποπρογράμματος).
4. Θεωρητικές Αναπαραστάσεις. Είναι μέρη μιας θεωρίας σχετικής με κάτι. Παρέχουν ένα αφηρημένο μοντέλο του πεδίου στόχου της θεωρίας (οικονομική ανάπτυξη).
5. Φυσιολογικές Αναπαραστάσεις. Επικαλούνται όταν οι φυσιολογικές δομές χρησιμοποιούνται ως στοιχεία ενός αναπαριστώμενου κόσμου (μαγνητικές τομογραφίες κλπ).

Οι παραπάνω τομείς μπορεί να συνδέονται και ο αναπαριστώμενος κόσμος του ενός να είναι μέρος του αναπαριστώντος κόσμου του άλλου ή οι νοητικές να αφορούν εξωτερικές.

Β. Ο Goodman (1976) και οι οπαδοί του προτείνουν διάκριση ανάμεσα στα αναλογικά και ψηφιακά συστήματα συμβόλων βασισμένοι στη συντακτική και σημασιολογική πυκνότητα των στοιχείων. Θεωρούν ότι η διάκριση των αναπαραστάσεων εξαρτάται από το αν η αναπαράσταση είναι ανάλογη αυτού που αναπαριστά ή όχι οπότε είναι ψηφιακή (π.χ. εικόνες, χάρτες) (Pylyshyn, 1986). Αναλογική θεωρείται η αναπαράσταση που εμπεριέχει σύνδεση – νομοτελειακή σχέση μεταξύ αναφερομένου και σήματος (π.χ. η θερμοκρασία αντιστοιχεί σε ύψος υδραργύρου στο θερμόμετρο). Η τελευταία θεώρηση συμπορεύει την αναλογική αναπαράσταση με δείκτες που αντανακλούν (συνεχώς αξιολογούμενοι) νομοτελειακές σχέσεις μεταξύ σήματος – αντικειμένου.

Η διάκριση ψηφιακού – αναλογικού έχει αποκτήσει μεταφυσική σπουδαιότητα λόγω του ότι πολλοί θεωρητικοί υποθέτουν ότι τα αναλογικά σήματα δεν είναι «πραγματικές» αναπαραστάσεις, διότι δεν παρουσιάζουν αποβλεπτικότητα ή εμπλοκή του νου, πράγμα το οποίο κάνουν τα σύμβολα.

Η αριθμομηχανή, για παράδειγμα, που υπολογίζει με διακριτές αναπαραστάσεις για κάθε αριθμό, πιστεύεται ότι λειτουργεί ψηφιακά, ενώ ο υπολογιστικός κανόνας μοιάζει να περιλαμβάνει συνεχή ή αναλογική επεξεργασία. Η μαθηματική ικανότητα είναι η κατεξοχήν γνωστική λειτουργία του νου και είναι δύσκολο να πει κάποιος γιατί θα έχανε το κύρος της εάν αποδεικνυόταν ότι γίνεται από μια νευρωνική συσκευή, η οποία λειτουργεί περισσότερο σαν υπολογιστικός κανόνας παρά σαν αριθμομηχανή.

Η εργασία του Chomsky και η πρόοδος της επιστήμης των υπολογιστών την δεκαετία του '60 έδειξαν μια αναγέννηση των νοητικών ή γνωστικών προσεγγίσεων της ψυχολογίας και της μελέτης του νου, και μια εκτεταμένη χρήση της έννοιας της αναπαράστασης. Παράλληλα, άρχισαν και οι συζητήσεις για την υιοθέτηση του μοντέλου του υπολογιστή στη νοητική επεξεργασία και τη διαδικασία της κατανόησης. Ετέθησαν δύο βασικά ερωτήματα: α) ποια είδη αναπαραστασιακών συστημάτων υιοθετούνται για την απόκτηση γνώσης και β) τι είδους υπολογιστής είναι, εάν είναι, μια γνωστική ύπαρξη. Οι απαντήσεις στα παραπάνω τείνουν να είναι αντίστοιχα: τα συστήματα αναπαράστασης που προσομοιάζουν α) στη γλώσσα και β) στον ψηφιακό υπολογιστή. Οι δύο απαντήσεις ταιριάζουν αρκετά, δεδομένου ότι η γλώσσα θεωρείται ότι είναι ένας ψηφιακός τρόπος αναπαράστασης.

Υπάρχει μια ευρεία συμφωνία στο ότι η ψηφιακή ιδιότητα σχετίζεται με διακριτά αντικείμενα, ενώ ή αναλογικότητα με τη συνέχεια, χωρίς να υπάρχει συμφωνία για τους ορισμούς του ψηφιακού – αναλογικού. Επίσης, υπάρχει σύγχυση στο εάν η διάκριση εφαρμόζεται στο σύστημα, στο πρόσωπο ή στη μηχανή που το χρησιμοποιεί, στο συνδυασμό συστήματος – χρήστη ή στο χαρακτήρα των φυσικών νόμων και του φυσικού υλικού των συμβόλων ή του χρήστη.

Γ. Ο R. Stufflebeam διαχωρίζει τις αναπαραστάσεις σε ουσιαστικές και μη, ενώ αλλού αναφέρονται ως τυπικές και μη. Ουσιαστικές ονομάζει τις αναπαραστάσεις των οποίων το περιεχόμενο δεν εξαρτάται από τις ερμηνείες μας (μη τυπικές), ενώ οι άλλες, οι μη ουσιαστικές (τυπικές), είναι αυτές που πρέπει να μελετηθούν για να αποδώσουν ερμηνεία. Ο τρόπος διαχωρισμού εξαρτάται από την στάση του

επιστήμονα και τις προτεραιότητές του στο αντικείμενο διαπραγμάτευσής του. Ένα σύστημα ουσιαστικής αναπαράστασης είναι η φωτογραφία, η οποία φέρει περιεχόμενο ακόμα και όταν δεν υπάρχει κανένας για να τη δει και θα φέρει για όσο υπάρχει. Οι φωτογραφίες είναι οντολογικά εξαρτώμενες να φέρουν περιεχόμενο γιατί έχουν παραχθεί με μια διαδικασία σχεδιασμένη να παράγει φορείς περιεχομένου. Δεν έχουν όμως όλα τα πράγματα αυτό το χαρακτηριστικό. Στην περίπτωση όπου ενότητες φέρουν περιεχόμενο, το οποίο εξαρτάται από τις δικές μας περιγραφές και ερμηνείες, θα τις ονομάσουμε εξωγενείς (*extrinsic*) αναπαραστάσεις (π.χ. σχεδιάγραμμα). Οτιδήποτε μπορεί να γίνει εξωγενής αναπαράσταση, αλλά όχι ουσιαστική.

Ένα ισάξιο, ανάλογο της φωτογραφίας, είναι τα προϊόντα της φαντασίας, οι νοητικές εικόνες των εμπειριών μας. Με την έννοια αυτή μπορούμε να πούμε ότι το μυαλό παράγει εσωτερικές ουσιαστικές αναπαραστάσεις (*internal kai intrinsic*).

Τα γλωσσολογικά σήματα είναι ένα άλλο παράδειγμα. Όταν οριστεί το περιεχόμενο ενός γλωσσολογικού στοιχείου, τουλάχιστον για συγκεκριμένη κοινότητα και ορισμένο χρόνο, θα φέρει πάντα περιεχόμενο. Έτσι, οι νοητικές εικόνες ή τα γλωσσολογικά σχήματα είναι μερικές ουσιαστικές αναπαραστάσεις και όπως έχουμε δει είναι προϊόντα βιολογικής γνωστικής επεξεργασίας. Μπορούν οι εσωτερικές αναπαραστάσεις να μεσολαβήσουν στη διαδικασία παραγωγής ουσιαστικών αναπαραστάσεων; Θα μπορούσαμε να πούμε ναι, εάν υποθέσουμε ότι οι διαδικασίες αυτές είναι υπολογιστικές (*computational*).

Εάν υποθέσουμε ότι ο εγκέφαλος είναι ένα υπολογιστικό σύστημα, τότε είναι απαραίτητο να υιοθετήσουμε τις εσωτερικές αναπαραστάσεις για να εξηγήσουμε την βιολογική γνωστική διαδικασία. Η συμβολική – ψηφιακή λειτουργία στηρίζεται σε διακριτά σαφή σύμβολα και κανόνες. Για να είναι κάτι σύμβολο πρέπει να φέρει περιεχόμενο. Εάν η σχέση συμβόλου περιεχομένου είναι αυθαίρετη, τότε δεν μπορεί να είναι σύμβολο. Συνεπώς, όλα τα σύμβολα είναι ουσιαστικές αναπαραστάσεις. Εάν για τον εγκέφαλο υιοθετούσαμε τη συμβολική ψηφιακή λειτουργία θα έπρεπε να μπορούμε να αποικοδομήσουμε τα μυαλά σε συγκεκριμένους κανό-

νες και σύμβολα, πράγμα αδύνατο. Όμως, μπορούμε να τα περιγράψουμε σαν τέτοια.

Εν τέλει, δεν είναι εμφανές αν οτιδήποτε καλείται αναπαράσταση αξίζει να ονομαστεί έτσι, πολύ περισσότερο αν είναι εσωτερικές αναπαραστάσεις.

Δ. Οι Lesh, Behr & Post (1987) εισήγαγαν το διαχωρισμό ανάμεσα σε διαφανείς (*transparent*) και αδιαφανείς (*opaque*) αναπαραστάσεις. Οι πρώτες δεν εννοούν τίποτε περισσότερο ή λιγότερο από την αναπαριστώμενη ιδέα ή δομή. Οι δεύτερες αναδεικνύουν κάποιες απόψεις, ιδέες ή δομές και παραμερίζουν άλλες. Ο Meira (1998) ανέφερε αυτή τη διάκριση σε σχέση με τα εποπτικά μέσα και πρότεινε ότι η διαφάνεια δεν αποτελεί χαρακτηριστικό του ίδιου του αντικειμένου, αλλά της χρήσης του σε κάποια συγκεκριμένη εκπαιδευτική δραστηριότητα. Η έρευνά του πρότεινε ότι, λαμβάνοντας υπ' όψιν τη διαφάνεια στη χρήση, υποστηρίζουμε τη μάθηση.

Ε. Για τον von Glasersfeld (1987b), ο οποίος εισηγείται την θεωρία του οικοδομισμού για να εξηγήσει την ανθρώπινη κατανόηση, ο όρος αναπαράσταση είναι δυνατόν να αναφέρεται: (α) στις εικονικές αναπαραστάσεις, (β) στα σύμβολα και (γ) στις νοητικές αναπαραστάσεις. Οι πρώτες δύο έννοιες αφορούν τις εξωτερικές/σημειωτικές αναπαραστάσεις, ενώ η τρίτη τις εσωτερικές/νοητικές αναπαραστάσεις.

Μια εικονική αναπαράσταση είναι μια ανακατασκευή ενός εμπειρικού αντικειμένου. Η ανακατασκευή επιλέγει συγκεκριμένες ιδιότητες που θεωρούνται σχετικές υπό τις δεδομένες συνθήκες και χρησιμοποιεί ένα μέσο διαφορετικό από το πρωτότυπο.

Οι συμβολικές αναπαραστάσεις αφορούν τα γράμματα του αλφαβήτου, λέξεις, σύμβολα, γραφικές παραστάσεις και άλλα τεχνητά σημεία. Τα σημεία, τα σύμβολα και άλλα σημειωτικά αντικείμενα διακρίνονται: (α) σε εικονικά και σε μη εικονικά, (β) σε τεχνητά, τα οποία επιλέγονται σκόπιμα και (γ) σε φυσικά, τα οποία προκύπτουν στα πλαίσια της συνηθισμένης επαγωγικής διαδικασίας αιτιολόγησης, μέσω της οποίας ένα γνωστικό υποκείμενο οργανώνει την εμπειρία.

Η νοητική αναπαράσταση αναφέρεται σε μια πρωτογενή δημιουργία, σε μια πράξη αντιληπτικής ή νοερής κατασκευής. Δεν υπάρχει προηγούμενο αντικείμενο – το πρωτότυπο– το οποίο θα αναπαραχθεί ή θα αναπαρασταθεί. Οι νοητικές αναπαραστάσεις παράγονται εσωτερικά και οργανώνονται, εμπλουτίζονται ή απορρίπτονται ανάλογα με το βαθμό χρήσης και εφαρμογής τους στα πλαίσια της καθημερινής εμπειρίας. Όπως επισημαίνει ο von Glasersfeld (1987b), μια νοητική αναπαράσταση αποτελείται από στοιχεία που αρχικά προήλθαν από το αισθησιοκινητικό επίπεδο της εμπειρίας. Δεν αποκλείονται, ωστόσο, οι πρωτότυποι συνδυασμοί επιμέρους στοιχείων της εμπειρίας ή κάποιος βαθμός αφαίρεσης σε σχέση με τα αρχικά αισθησιοκινητικά στοιχεία με αποτέλεσμα να προκύπτουν νέες νοητικές αναπαραστάσεις. Σύμφωνα με τις αρχές του οικοδομισμού, οι νοητικές αναπαραστάσεις έχουν δυναμικό χαρακτήρα. Δεν πρόκειται για καταχωρήσεις που ανακαλούνται από κάποιο αρχείο, αλλά για παραγωγικές διαδικασίες οι οποίες ενεργοποιούνται. «Η νοητική αναπαράσταση είναι μια σχετικά ανεξάρτητη νοητική δομή και δεν αναφέρεται ούτε αντιπροσωπεύει κάτι άλλο» (von Glasersfeld, 1987b, σ. 220).

Οι Σπύρου-Γαγάτσης, έχοντας εστιάσει την προσοχή τους στα Μαθηματικά, υιοθετούν την διαίρεση σε δύο είδη όμοια με αυτή του Glasersfeld: τις εσωτερικές/νοητικές και τις εξωτερικές/σημειωτικές αναπαραστάσεις (DeLoache et al, 1998· Goldin & Kaput, 1996· Janvier, 1987a· Roth & McGinn, 1998· Seeger, 1998), για την οποία οι Goldin και Kaput υποστηρίζουν ότι «η διάκριση αυτή είναι ουσιαστικής σημασίας για την Ψυχολογία και τη μάθηση των Μαθηματικών», παρόλο που η διχοτομία εξωτερικές/εσωτερικές αναπαραστάσεις είναι τεχνητή (Lesh, Post & Behr, 1987).

Οι εξωτερικές αναπαραστάσεις είναι οι εξωτερικές δηλώσεις ή καλύτερα «οι παρατηρήσιμες ενσωματώσεις των εσωτερικών εννοιολογικών δομών των μαθητών» (Lesh, Post & Behr, 1987, σ. 33), δηλαδή οι εκδηλώσεις του τρόπου με τον οποίο έχουν κατανοήσει (ή θέλουμε να κατανοήσουν) τις έννοιες οι μαθητές. Μπορούμε να διακρίνουμε πέντε διαφορετικά είδη συστημάτων εξωτερικών αναπαραστάσεων σε σχέση με τη μάθηση των Μαθηματικών και την επίλυση προβλήματος (Lesh, Post & Behr, 1987):

1. Κείμενα – στα οποία η γνώση είναι οργανωμένη με βάση γεγονότα της καθημερινής ζωής και τα οποία αποτελούν το πλαίσιο για την ερμηνεία και επίλυση άλλων καταστάσεων προβλήματος.
2. Χειριστικά αντικείμενα/μοντέλα – όπως είναι οι κύβοι αριθμητικής, οι ράβδοι κλασμάτων, η αριθμητική γραμμή, οι κύβοι Dienes, όπου τα επιμέρους στοιχεία του συστήματος/μοντέλου δεν έχουν νόημα αυτά καθ' αυτά, ωστόσο οι σχέσεις και οι λειτουργίες που προκύπτουν από το χειρισμό και συνδυασμό των επιμέρους στοιχείων ταιριάζουν με πολλές καταστάσεις της καθημερινής ζωής.
3. Εικόνες ή διαγράμματα – στατικά εικονικά μοντέλα τα οποία, όπως και τα χειριστικά μοντέλα, είναι δυνατόν να εσωτερικευθούν ως νοητικές εικόνες.
4. Γλώσσες – συμπεριλαμβανομένων και των εξειδικευμένων γλωσσών, που σχετίζονται με τα διάφορα επιμέρους πεδία (π.χ. μαθηματική λογική).
5. Γραπτά σύμβολα – τα οποία, όπως και οι γλώσσες, είναι δυνατό να περιλαμβάνουν εξειδικευμένες προτάσεις και φράσεις ($x + 3 = 8$, $A' \cup B' = (A \cap B)'$), καθώς επίσης συνηθισμένες προτάσεις και φράσεις στην ομιλούμενη γλώσσα.

Σε ένα παρόμοιο πλαίσιο στο διαχωρισμό των αναπαραστάσεων κινούνται οι Goldin & Janvier (1998).

Οι Σπύρου-Γαγάτσης θεωρούν ότι η παραπάνω καταγραφή παρουσιάζει τα διάφορα συστήματα εξωτερικών αναπαραστάσεων με βάση τον τρόπο παραγωγής τους και όχι με βάση τη λειτουργία τους σε ένα μαθηματικό πρόβλημα ή σε ένα μαθηματικό κείμενο γενικότερα. Θεωρούν ότι αν και η παραγωγή των γλωσσών, των εικόνων κλπ. βασίζεται σε τρόπους ανάδειξης, οργάνωσης και στη συνέχεια ερμηνείας σημείων, εντούτοις η λειτουργία τους σε ένα μαθηματικό πρόβλημα είναι πολύ διαφορετική: η εικόνα μπορεί να είναι διακοσμητική, βοηθητική–αναπαραστατική, οργανωτική–αναπαραστατική, ερμηνευτική, πληροφοριακή κ.ά., όμως ο ρόλος τους παραμένει βασικά βοηθητικός σε ένα άλλο σύστημα αναπαρά-

στασης, π.χ. σε αυτό της γραπτής γλώσσας. Έτσι, η παραπάνω διάκριση σε μία άλλη θεώρηση ίσως αποδειχθεί προβληματική.

Ο όρος «εσωτερικές αναπαραστάσεις» αναφέρεται σε νοητικούς σχηματισμούς που οικοδομούν τα υποκείμενα –μαθητές ή λύτες προβλημάτων– για να αναπαραστήσουν την πραγματικότητα. Πολλά από αυτά που θεωρούμε ως εσωτερικές αναπαραστάσεις, είναι τέτοιες μόνον κάτω από το πρίσμα της περιγραφής που εμείς δίνουμε στη νοητική επεξεργασία Πρόκειται για εσωτερικά, γνωστικά μορφώματα των υποκειμένων, για ατομικές εσωτερικές αναπαραστάσεις μαθηματικών ιδεών, όπως είναι το εμβαδόν, οι συναρτήσεις κτλ. Περιλαμβάνονται, επίσης, συστήματα γνωστικής αναπαράστασης με μια ευρύτερη έννοια, ως κατασκευές που υποβοηθούν την περιγραφή των διαδικασιών μάθησης και επίλυσης προβλήματος στα Μαθηματικά.

Το περιεχόμενο πολλών νοητικών αναπαραστάσεων είναι προσβάσιμο για συνειδητή αναφορά, ενώ άλλες δεν είναι δυνατόν να καταγραφούν, όπως αυτές στα συστήματα αντίληψης, ενέργειας, γλώσσας και εκείνες των βρεφών και των άλλων έμβιων όντων εκτός των ανθρώπων.

Σε αυτές τις περιπτώσεις το περιεχόμενο συνάγεται από τη συμπεριφορά.

Ο Edelman για τις νοητικές αναπαραστάσεις αναφέρει:

Α) Η σημασία προκύπτει σε σχέση με σωματικές ανάγκες και λειτουργίες (Lakoff, Searle, Edelman).

Β) Κάθε νοητική οντότητα (νόηση) δημιουργεί τη δική της εκδοχή πραγματικότητας μέσω κοινωνικών γλωσσικών αλληλεπιδράσεων και αυτή, όπως και η βιολογία, εξαρτάται από ιστορικά γεγονότα (Searle, Putman).

Γ) Η γνωστική λειτουργία λαμβάνει το περιεχόμενό της από την αναγνώριση των καταλλήλων λειτουργιών μέσα σε ένα σύστημα που εξαρτάται από την εξελικτική ιστορία.

Ωστόσο, ιδιαίτερα σημαντική είναι η αμφίδρομη σχέση αλληλεπίδρασης ανάμεσα στις εσωτερικές και τις εξωτερικές αναπαραστάσεις, καθώς και μεταξύ των συστημάτων των εξωτερικών αναπαραστάσεων. Συγκεκριμένα, σε μερικές περι-

πτώσεις το άτομο εξωτερικεύει σε φυσική μορφή πράξεις που πηγάζουν από εσωτερικές δομές, ενώ σε άλλες εσωτερικεύει τις εξωτερικές φυσικές δομές ενός συμβολικού συστήματος, διαβάζοντας και ερμηνεύοντας λέξεις και προτάσεις, εξισώσεις, γραφικές παραστάσεις κλπ. Πολλές φορές αυτές οι αμφίδρομες αλληλεπιδράσεις μεταξύ εσωτερικών και εξωτερικών αναπαραστάσεων γίνονται ταυτόχρονα (Goldin & Kaput, 1996)

Τα νοησιακά σχήματα, για να είναι λειτουργικά, απαιτούν την ύπαρξη μιας ακριβούς σύνδεσης με τον έξω κόσμο.

2.4. Αναπαραστασιακό Σύστημα (*format*)

2.4.1. Ορισμός

Οι αναπαραστάσεις οργανώνονται σε δομημένα σύνολα τα οποία ονομάζουμε αναπαραστασιακά μοντέλα ή σχήματα ή συστήματα. Σύμφωνα με τον τυπικό ορισμό, αναπαραστασιακό σύστημα καλούμε ένα σύστημα συμβάσεων για να εκφράσουμε ένα περιεχόμενο. Είναι είτε προσωπικά και χαρακτηριστικά του κάθε ατόμου, είτε είναι καθιερωμένα στοιχεία του πολιτιστικού του περιβάλλοντος (Goldin & Kaput, 1987).

Σύμφωνα με τον Kaput (1996), η δύναμη και η χρησιμότητα μιας αναπαράστασης εξαρτάται από το γεγονός ότι είναι μέρος ενός δομημένου συστήματος. Ονομάζει δε τα συστήματα οργανωτές της εμπειρίας. Προκειμένου δε μια αναπαράσταση να ερμηνευτεί σωστά, είναι απαραίτητο το άτομο να κατανοεί και να χειρίζεται το αντίστοιχο σύστημα, δηλαδή τους κανόνες και τις συμβάσεις τους οποίους φέρει.

Τέτοια μοντέλα είναι πολύ διαδεδομένα στην επιστήμη των υπολογιστών. Ενώ είναι εύκολο να πούμε εκ των έσω, διαβάζοντας ή γράφοντας κάποιο κώδικα, τι μοντέλο χρησιμοποιεί ένα σύστημα, είναι δύσκολο να το κάνουμε εκ των έξω παρατηρώντας τη συμπεριφορά. Οι διαφορές στο σύστημα δεν συνδέονται άμεσα

με τη συμπεριφορά, στην οποία έχουμε πρόσβαση, ενώ δεν έχουμε στον κώδικα οργάνωσης. Λόγω αυτής της δυσκολίας οι αντιπαραθέσεις είναι έντονες στα πλαίσια της γνωστικής επιστήμης. Μαθαίνουμε να κατανοούμε τα συστήματα μέσα από παραδείγματα έχοντας τις παρακάτω επιλογές (οι οποίες συγχρόνως αποτελούν και τα ερωτήματα των θεωρητικών) που είναι ιδιαίτερα αντιφατικές.

1. Χρειάζονται τα αναλογικά καθώς και τα προτασιακά συστήματα για να μοντελοποιήσουν την πρόσληψη γνώσης; (κέντρο έντονης αντιπαράθεσης στην δεκαετία του '70).[29]
2. Ποιο είναι το σωστό αναπαραστασιακό σύστημα, το συνδετικό ή το συμβολικό;
3. Η γνώση αναπαρίσταται ως περιπτώσεις ή ως κανόνες;

2.4.2. Οργάνωση αναπαραστασιακού σχήματος

Αφορά τον τρόπο με τον οποίο τα στοιχεία ενός αναπαραστασιακού συστήματος συνδέονται μεταξύ τους. Είναι σημαντική γιατί πολλές πληροφορίες μπορούν να αναπαριστώνται εμμέσως. Ο τρόπος σύνδεσης επίσης παρέχει πληροφορίες, π.χ. σε έννοιες οργανωμένες ιεραρχικά, μπορούμε πληροφορίες που αφορούν γενικές έννοιες να εφαρμόσουμε σε πιο ειδικές και συγκεκριμένες.

Όταν η πληροφορία είναι οργανωμένη συμμετρικά, οποιοδήποτε υποσύνολό της μπορεί να χρησιμοποιηθεί για πρόσβαση στην υπόλοιπη πληροφορία. Αυτό μοιάζει κατάλληλο όταν υπάρχει ένα σύνολο σχετικών διαπροβλεπτικών (*interpredictive*) στοιχείων, του οποίου διαφορετικά υποσύνολα μπορεί να είναι διαθέσιμα ή να χρειάζονται σε διαφορετικές περιπτώσεις.

Οι συμμετρικά σχηματοποιημένες αναπαραστάσεις είναι μοντέλα περισσότερο ευέλικτα και ως εκ τούτου περισσότερο εύστοχα, όταν η πληροφορία χρησιμοποιείται σε διαφορετικά πλαίσια, όπου η εργασία –όπως και η διαθέσιμη πληροφορία– μπορεί να ποικίλει.

[29] Το προτασιακό αναπαραστασιακό σύστημα είναι μια διακριτή γλώσσα της σκέψης, από την οποία μπορούν να οικοδομηθούν προτάσεις, ενώ το αναλογικό σχήμα είναι συνεχές με σχέσεις χώρου και ποσότητας στον αναπαριστώμενο κόσμο, οι οποίες διατηρούνται στο ίδιο το σχήμα. Και τα δύο μέρη συμφώνησαν ότι τα προτασιακά συστήματα μπορούν να αναπαριστούν ό,τι και τα αναλογικά.

Ασύμμετρα δομημένες αναπαραστάσεις με περισσότερο αυστηρά κλειδιά πρόσβασης είναι εξαιρετικά εύστοχες για αποκρυπτογράφηση πληροφορίας σε επεξεργασίες οι οποίες είναι αποτελεσματικές και περισσότερο αυστηρές. Αυτή η διαφορά στο σχήμα της αναπαράστασης δεν είναι απαραίτητο να οδηγήσει άμεσα και σε διαφορετική συμπεριφορά σε όλα τα έργα. Όμως, μαζί με υποθέσεις λογικής επεξεργασίας, τα δύο είδη μάλλον θα παράγουν διαφορετική συμπεριφορά στη μάθηση, στη μεταφορά ή στην καινούργια χρήση παλιάς πληροφορίας.

Μια καλή αναπαράσταση είναι αυτή που συλλαμβάνει τις σημαντικές διαφοροποιήσεις του αναπαριστώμενου κόσμου και δεν εισάγει πλαστές. Για παράδειγμα, οι αναπαραστάσεις του ειδικού (δασκάλου) δεν είναι ίδιες με αυτές του μαθητή. Εκτός από την επιλογή της σωστής πληροφορίας, μια αναπαράσταση πρέπει να χρησιμοποιεί τέτοια οργάνωση που να επιτρέπει κατάλληλη επεξεργασία.

Ένα μεγάλο μέρος από την έρευνα για τη μνήμη που αφορά την πρόσβαση και την οργάνωση της γνώσης, έτσι ώστε ένα μικρό κομμάτι πληροφορίας γρήγορα να δίνει πρόσβαση σε άλλο. Η έρευνα για τη συνεπαγωγή και την επιχειρηματολογία αφορά την οργάνωση και την δομή των πεποιθήσεων και όχι την ταχύτητα με την οποία ένα τμήμα πληροφορίας προσεγγίζεται από ένα άλλο.

2.5. Πότε Δημιουργούνται οι Αναπαραστάσεις

Σχετικά με το πότε, όμως, ο άνθρωπος αρχίζει να δημιουργεί αναπαραστάσεις για να κατανοεί τον κόσμο του, οι απόψεις διίστανται και σχετίζονται με τη θεωρία την οποία ο καθένας υιοθετεί για να εξηγήσει την νοητική λειτουργία.

Οι Baldwin, Stern, Buhler, Vygotsky, Werner, Piaget, Lou θεωρούν ότι η νοητική αναπαράσταση αναπτύσσεται μετά το δεύτερο έτος ηλικίας. Σύμφωνα με αυτούς, η αναπαραστασιακή σχέση μεταξύ *signifier* και *signified* εμφανίζεται από επανειλημμένες διαφοροποιήσεις και ενοποιήσεις κιναισθητικών σχημάτων στην πορεία των αποβλεπτικά προσανατολισμένων σχέσεων ενός παιδιού με τον κόσμο. Για τον Vigotsky, εξάλλου, η αφομοίωση του εξωτερικού κοινωνικού λόγου είναι προϋπόθεση του εσωτερικού εγωκεντρικού λόγου.

Σύμφωνα με την αντίθετη άποψη (Karmillof, Mandler, Perner), η νοητική αναπαράσταση αναπτύσσεται πολύ νωρίτερα στη ζωή ή ακόμη περισσότερο είναι ενυπάρχουσα. Κατά συνέπεια, η ανάπτυξη νοητικής αναπαράστασης είναι ανεξάρτητη της κιναισθητικής δραστηριότητας και ορίζεται καλύτερα με συνεχείς όρους.

Οι DeLoache, Uttal & Pierroutsakos (1998) θεωρούν ότι η αρχική επαφή των παιδιών με τα σύμβολα ξεκινά πριν από τη γέννηση, αφού το έμβρυο έρχεται σε επαφή με την ομιλία και τη μουσική που ακούει όταν ακόμη βρίσκεται στον αμνιακό σάκο. Μετά τη γέννηση ο άνθρωπος εμπλέκεται σε ένα δίκτυο συμβόλων το οποίο συνεχώς επεκτείνεται και γίνεται πιο πολύπλοκο. Κατά τη διάρκεια των πρώτων χρόνων ζωής η δυνατότητα για παραγωγή συμβόλων και κατανόησή τους ενισχύεται ολοένα και περισσότερο. Ο Granger (1979) υπογραμμίζει ότι η πρόοδος των γνώσεων συνοδεύεται από τη δημιουργία και την ανάπτυξη νέων, ειδικών σημειωτικών συστημάτων, που συνυπάρχουν και λειτουργούν παράλληλα με το πρώτο σύστημα, αυτό της φυσικής γλώσσας (Γαγάτσης κ.ά., 1999).

Αυτές οι αντικρουόμενες απόψεις αντιστοιχούν σε αντικρουόμενα φιλοσοφικά ρεύματα: τον εμπειρισμό και τον κονστρουκτιβισμό. Αντίστοιχα ομαδοποιούνται και οι θεωρίες οι σχετικές με τις αναπαραστάσεις.

Αντίστοιχες απόψεις είχαμε συναντήσει στην εξέλιξη της απόβλεψης, γεγονός αναμενόμενο, τη στιγμή που οι αναπαραστάσεις είναι αποτέλεσμα της αποβλεπτικής ιδιότητας της συνείδησης.

2.6. Θεωρίες Αναπαραστάσεων

Α. Είναι εκείνες που κλίνουν περισσότερο στην εμπειριστική θεώρηση, όπως αυτή των Roth και McGin, η οποία έχει τις ρίζες της στις κοινωνικές μελέτες της επιστήμης και της τεχνολογίας και επικεντρώνεται στην έννοια της «εγγραφής» (*inscription*) (Roth & McGinn, 1998, σ. 35). Σ' αυτές διακρίνονται τρία στενά συνδεδεμένα σημεία που αφορούν την αναπαράσταση και είναι χαρακτηριστικά του εμπειριστικού μοντέλου: μη αποβλεπτικότητα, παθητικότητα και μη ενσωμάτωση (*disembodiment*).

Σύμφωνα με την παραπάνω θεώρηση, τα ανθρώπινα μυαλά σκόπιμα καταγράφουν τις επιδράσεις του σύμπαντος (κόσμου) και ως εκ τούτου μεταφέρουν σκόπιμα (*causally*) παραγμένες αναπαραστάσεις του. Κατ' αυτή την έννοια η αναπαράσταση είναι μη αποβλεπτική. Το νοητικό περιεχόμενο και οι ιδέες κάποιου είναι απλά αποτελέσματα εξωτερικών ερεθισμάτων στο μυαλό. Το ανθρώπινο μυαλό είναι ανάλογο με κάμερα που παθητικά δέχεται εντυπώσεις, οι οποίες αντικατοπτρίζουν τις διακριτές ενότητες ή στοιχεία πραγματικότητας που υπάρχουν στον εξωτερικό κόσμο (Lakoff, 1987 · Taylor, 1995)[30].

Όποια ιδέα ανθρώπινης μεσολάβησης ή δραστηριότητα θεμελιώνει σχέση μεταξύ *signified* και *signifier*, διαγράφεται.

Άλλο χαρακτηριστικό του μοντέλου αυτού είναι η κατάργηση της διάκρισης μεταξύ αναπαραστασιακού αντικειμένου και αναπαραστασιακού περιεχομένου. Το περιεχόμενο θεωρείται ενυπάρχον στο αντικείμενο.

Στην κατηγορία αυτή θα εντάξουμε και αυτές όπου το ανθρώπινο μυαλό αντιμετωπίζεται σαν συντακτική μηχανή (προσομοίωση λειτουργίας Η/Υ). Το μυαλό χειρίζεται τα δικά του εσωτερικά σύμβολα ή αναπαραστάσεις, σύμφωνα με τυπικά εκπεφρασμένες αρχές ή κανόνες που ενυπάρχουν σε αυτό. Το νόημα των εσωτερικών αναπαραστάσεων, αν και εξαρτώμενο από την κατάλληλη ταξινόμησή τους, δεν δημιουργείται ενεργά από το μυαλό σε αυτό το μοντέλο. Τα συστήματα *computer* εξαφανίζουν το νόημα στη διάρκεια της τυποποίησης, αφήνοντας μόνο μια σειρά από σύμβολα με κανόνες για τον χειρισμό τους. Όμως η απλή διακύμανση (ανταπόκριση, συσχέτιση) των εσωτερικών μοντέλων (*patterns*) με τα εξωτερικά από μόνη της δεν μπορεί να δώσει συσχετισμούς με νόημα. Το να λέμε πως οι Η/Υ και τα μυαλά μοιάζουν γιατί ακολουθούν σειρές κανόνων ή γιατί περιορίζονται σε ανάλογους χειρισμούς πληροφοριών δεν είναι σαφές. Για το λόγο αυτό, μια εμπειριστική θεώρηση, που εστιάζει στενά στην παθητική καταγραφή των μέσω των αισθήσεων στοιχείων, δεν μπορεί επαρκώς να συλλάβει την ανάπτυξη της αναπαράστασης.

---

30 Αναφορά του Müller.

Β. Είναι εκείνες που θέτουν σε προτεραιότητα τις εσωτερικές αναπαραστάσεις, (Kaput, Goldin, von Glasersfeld, 1987b, Müller et al, 1998) και κλίνουν στη θεώρηση του οικοδομισμού. Ένα κονστρουβικτιστικό μοντέλο δίνει έμφαση σε τρία σημεία: αποβλεπτικότητα, δραστηριότητα και *embodiment* (ενσωμάτωση).

Σύμφωνα με αυτό, η νοητική αναπαράσταση αναπτύσσεται από τη διανοητική δραστηριότητα του ατόμου η οποία γίνεται συνειδητά, όπως αυτή κατευθύνεται προς ένα αντικείμενο ή πράγμα.

Το νοητικό περιεχόμενο δεν μπορεί να διαχωριστεί από τις νοητικές πράξεις που παρέχουν τις φόρμες ή τις δομές μέσω των οποίων το περιεχόμενο οργανώνεται και κατανοείται.

Αν και τέτοιες νοητικές πράξεις δεν γίνονται αντιληπτές από το άτομο, τίποτα δεν μπορεί να μπει στο μυαλό χωρίς τη νοητική δράση που το κάνει κατανοητό. Αυτή η κατανόηση με τη σειρά της πάντα συμβαίνει μέσα στο ευρύτερο πλαίσιο των εμπειριών του ατόμου και των αλληλεπιδράσεών του με τους άλλους.

Επειδή το αναπαραστασιακό νόημα εξαρτάται από τις διανοητικές δομές που προϋπάρχουν στην δραστηριότητα, δεν δίνεται απλά από τον κόσμο αλλά μάλλον κτίζεται ενεργά από το μυαλό σε σχέση με την ανθρώπινη κατανόηση και κοινωνική αλληλεπίδραση. Ως εκ τούτου, η σχέση μεταξύ *signified* και *signifier* κατασκευάζεται και δεν «δίνεται».

Στην κατηγορία αυτή εντάσσουμε και τη θεώρηση του Piaget, η οποία χαρακτηρίζεται από την έμφαση που δίνει στη δυναμική αλληλεπίδραση που υπάρχει μεταξύ υποκειμένου και αντικειμένου (περιβάλλοντος). Προτείνει ότι ο συντονισμός των κιναισθητικών σχημάτων προηγείται και είναι προαπαιτούμενος για την αναπαραστασιακή σκέψη, με το να απομακρύνει σταδιακά τις πράξεις του ατόμου από το αντικείμενο. Σαν αποτέλεσμα, η δομική δραστηριότητα της αφομοίωσης εσωτερικοποιείται και σημαίνον και σημαινόμενο διαφοροποιούνται.

Η άποψη του Piaget για προσομοίωση και προσαρμογή αντιστοιχεί στην σύλληψη του Husserl για τον νοητικό και νοηματικό ρόλο των προθετικών πράξεων.

Ο Husserl υποστηρίζει ότι κάθε διανοητικό φαινόμενο αποτελείται από δύο όψεις: είναι ταυτόχρονα συνειδητοποίηση «κάποιου» πράγματος (νόημα) και «συνειδητοποίηση» κάποιου (νόηση).

Γ. Άλλες θεωρίες, όπως εκείνες των σπονδύλων της Karmiloff-Smith (1992), η οποία επιλέγει μοντέλα που υποτιμούν τη σημασία της ιδιαιτερότητας της υποκειμενικής επιλογής, σε διαδικασίες μετάφρασης και ερμηνείας των αναπαραστάσεων. Οι Müller et al (1998) είναι κατηγορηματικοί για τα μοντέλα τύπου Karmiloff-Smith (1992) ως μοντέλα που αποκλείουν την αποβλεπτικότητα, την ενεργητικότητα του υποκειμένου και την ενσωμάτωση της γνώσης (Lakoff & Núñez, 2000).

Από τα παραπάνω είναι εμφανές ότι, υιοθετώντας την θεωρία του οικοδομισμού για τις νοητικές αναπαραστάσεις, αυτόματα υιοθετούμε την άποψη της φαινομενολογίας του Husserl σχετικά με την αποβλεπτική ιδιότητα του νου και θυμόματε πάλι τον Searle: «Οι αποβλεπτικές καταστάσεις δεν είναι περίπου αναπαραστάσεις, αλλά ακριβώς αναπαραστάσεις»

2.7. Απόβλεψη και Αναπαράσταση

Από αυτά που αναφέραμε ως τώρα, γίνεται εμφανές ότι η αναπαράσταση είναι άμεσο αποτέλεσμα της αποβλεπτικής ιδιότητας της συνείδησης. Είναι το νοητικό αντικείμενο που δημιουργεί η συνείδηση, προκειμένου να προσεγγίσει το αποβλεπτικό αντικείμενο, σύμφωνα με την προοπτική που θέλει και να το κατανοήσει. Οι αναπαραστάσεις εξελίσσονται όσο μεγαλώνει το άτομο μαζί με τη συνείδηση και την απόβλεψη, ανάλογα με τις εμπειρίες του ατόμου. Παρακάτω θα προσπαθήσουμε να αναλύσουμε περαιτέρω τη σχέση της απόβλεψης με τις εξωτερικές και εσωτερικές αναπαραστάσεις.

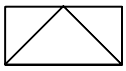
Η νοητική αναπαράσταση κάποιου γεγονότος δεν περιλαμβάνει τις ίδιες πληροφορίες με το ίδιο το γεγονός (D. Billman), όπως και κάθε αναπαράσταση μιας έννοιας παρέχει πληροφορίες για ορισμένες πτυχές της έννοιας, χωρίς να μπορεί να την περιγράψει ολοκληρωτικά (Καλδρυμίδου και Οικονόμου, 1992).[31]

[31] Όπως αναφέρουν οι Σπύρου-Γαγάτσης.

Μια αναπαράσταση δεν αναπαριστά από μόνη της. Χρειάζεται το άτομο (ερμηνευτής) το οποίο θα αποδώσει την ερμηνεία σύμφωνα με την απόβλεψή του και το υπάρχον πλαίσιο. Έτσι, οι νοητικές αναπαραστάσεις δύο διαφορετικών ατόμων για το ίδιο γεγονός δεν είναι ίδιες. «Ακόμη και το απλούστερο αντιληπτό θα ήταν το ίδιο με το ερέθισμα που το προκάλεσε. Η αντίληψή μας επιλέγει, οργανώνει και ενίοτε παραποιεί τις πληροφορίες από τον αντιλαμβανόμενο κόσμο» (D. Billman).

Για τους λόγους που προαναφέρθηκαν, η ερμηνεία των εξωτερικών αναπαραστάσεων και των σχέσεων αναπαράστασης δεν είναι αντικειμενική ή απόλυτη. Εξαρτάται από τις εσωτερικές αναπαραστάσεις των ατόμων που δίνουν την ερμηνεία. «Το κάθε άτομο αντιλαμβάνεται και ερμηνεύει μια εξωτερική αναπαράσταση, έστω και αν αυτή είναι εικονική-κατασκευασμένη, με ιδιότητες επιλεγμένες για τις συνθήκες που υπηρετεί, με βάση τις νοητικές αναπαραστάσεις που έχει ήδη οικοδομήσει ως αποτέλεσμα προηγούμενων γνώσεων και εμπειριών και αποτελούν το ρεπερτόριό του. Η ερμηνεία μπορεί να επέλθει και με το συνδυασμό επιμέρους γνωστών στοιχείων με αποτέλεσμα να οικοδομηθεί μια νέα έννοια» (von Glasersfeld, 1987b· Goldin & Kaput, 1996).

«Στη γλώσσα, στην εικόνα, στο σύμβολο υπάρχει απόβλεψη. Το αντικείμενο που περιγράφεται είναι το αποβλεπτικό αντικείμενο της περιγραφής. Ο τρόπος που προσλαμβάνεται είναι το αποβλεπτικό περιεχόμενό του» (G. Harman).

Το σχέδιο  μπορεί να είναι η εικόνα ενός βουνού ή ένα οικονομικό διάγραμμα ή ένα γράμμα ή το διάγραμμα ενός κυκλώματος ή μπορεί να μην έχει αναπαραστασιακή σημασία. Το αν είναι ή όχι αναπαράσταση και τι είδους, σχετίζεται άμεσα με το σύστημα ερμηνείας.

Από τα παραπάνω, είναι σαφής η παρουσία της απόβλεψης στην ερμηνεία των εξωτερικών αναπαραστάσεων και όχι μόνο. Η απόβλεψη είναι παρούσα και στον τρόπο που χρησιμοποιούμε διαφορετικά σύμβολα σε σχέσεις μεταξύ τους και σε σχέση με το περιβάλλον και το πλαίσιο. Είναι αμφίβολο αν η σωστή χρήση των συμβόλων και μόνον είναι αρκετή για να αποδώσει την σωστή ερμηνεία.

Ο κρίσιμος σύνδεσμος μεταξύ σήματος (συμβόλου) και αντικειμένου θεμελιώνεται από μια αιτιατή σύνδεση μεταξύ τους. Για να μπορεί το σύμβολο # να αναπαριστά το * θα πρέπει να παίζει κατάλληλο ρόλο στη λειτουργική οικονομία των δραστηριοτήτων του υποκειμένου. Π.χ., θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί το σύμβολο f αντί της λέξης σ υ ν ά ρ τ η σ η, αν για το υποκείμενο το f προκαλεί την ίδια έννοια με τη λέξη συνάρτηση.

«Εκεί όμως όπου η αποβλεπτική λειτουργία του νου είναι καθοριστική, είναι στις εσωτερικές/νοητικές αναπαραστάσεις. Αυτό που παριστάς ή φαντάζεσαι είναι το αποβλεπτικό αντικείμενο της παράστασης ή της φαντασίας» (G. Harman).

Η αποβλεπτικότητα πολλών εξωτερικών αναπαραστάσεων πηγάζει από την απόβλεψη των αντίστοιχων νοητικών εσωτερικών αναπαραστάσεων ή νοητικών καταστάσεων του υποκειμένου (G. Harman) (π.χ., η γλώσσα εκφράζει σκέψεις και το περιεχόμενο των εκφράσεων πηγάζει από το αποβλεπτικό περιεχόμενο των αντιστοίχων σκέψεων).

Για τους περισσότερους φιλοσόφους, αυτό που αιτιολογεί την πρακτική της υπόθεσης εσωτερικών αναπαραστάσεων είναι η άποψη που υποστηρίχθηκε από τον J. Fodor (1987) ότι «δεν είναι δυνατόν να υπάρχει ως αίτιο η απόβλεψη (*intentional causation*), χωρίς σαφή αναπαράσταση (επιλεκτική προσομοίωση). Τα νοητικά αίτια των αναπαραστάσεων είναι οι προτασιακές στάσεις του ατόμου».

Σε κάθε περίπτωση, οι προτασιακές στάσεις έχουν περιεχόμενο το οποίο εκφράζεται μέσω μιας πρότασης. Δεδομένου ότι, οτιδήποτε φέρει περιεχόμενο είναι αναπαράσταση, η στάση αποτελεί τη νοητική αναπαράσταση, η οποία εκφέρεται με την πρόταση, η οποία με τη σειρά της αποτελεί την εξωτερική αναπαράσταση της προηγούμενης. Δεν είναι δύσκολο λοιπόν να δούμε πώς η ψυχολογία δικαιολογεί την ύπαρξη εσωτερικών αναπαραστάσεων για να εξηγήσει τη γνωστική επεξεργασία.

Αναπαραστάσεις αναφέρονται σε κάτι ή τίθενται αντί κάποιου άλλου και με την έννοια αυτή λέμε ότι εκφράζουν αποβλεπτικότητα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΑΠΟΒΛΕΨΗ – ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

3.1. Η Ισχύς της Ανθρώπινης Σκέψης

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, αυτό που διαφοροποιεί την ανθρώπινη σκέψη από τη νοημοσύνη των ζώων και από την τεχνητή νοημοσύνη δεν είναι μόνο η ικανότητα χρήσης της γλώσσας ως μορφής επικοινωνίας, αλλά η αποβλεπτική ιδιότητα της συνείδησης. Οι Topame, Σπύρου, Γαγάτσης αναφέρουν ότι ειδοποιό διαφορά αποτελεί και η προσφυγή σε πολλά συστήματα αναπαράστασης (σχέδιο, γραπτά κείμενα, προφορική έκφραση κτλ.). Η τελευταία όμως αποτελεί άμεση συνέπεια της απόβλεψης.

Η ανάλυση των αναπαραστάσεων περιπλέκεται από το γεγονός ότι ο αναπαριστών κόσμος ενός αναπαραστασιακού σχήματος (π.χ. μιας εικόνας) μπορεί να είναι μέρος ενός αναπαριστώμενου κόσμου σε ένα άλλο σύστημα (π.χ. μια νοητική απεικόνιση).

Αντιλαμβανόμενοι αυτή τη βαθμιδωτή δομή, είναι σημαντικό να καταλάβουμε την πολυπλοκότητα της καθημερινής κατανόησης, όπου οι άνθρωποι εμπλέκονται (κινούνται) σε πολλαπλά εξωτερικά και νοητικά σχήματα. Αυτή ακριβώς η δυνατότητα της ευελιξίας στη χρήση πολλαπλών συστημάτων αναπαράστασης είναι η βάση της δύναμης της ανθρώπινης κατανόησης. Οι άνθρωποι μπορούν να συζητούν για κάτι που βλέπουν, να σχεδιάζουν κάτι που τους περιγράφουν, να ανακαλύπτουν νέα είδη εξωτερικών αναπαραστασιακών συστημάτων, από το γράψιμο έως το *computetional modeling*, να εναλλάσσονται μεταξύ τους και να συμπληρώνουν με τον τρόπο αυτό τις αδυναμίες του ενός με τα ισχυρά σημεία ενός άλλου. Κατά συνέπεια, η εκπαιδευτική πράξη, η οποία είναι μια από τις εκφράσεις της ανθρώπινης σκέψης, χαρακτηρίζεται από τη χρήση πολλαπλών αναπαραστάσεων με στόχο την απόδοση ιδεών με διαφορετικούς τρόπους.

Ο όρος *intentionality* εμπεριέχει τόσο τις προθέσεις όσο και τις εννοιολογικές συγκροτήσεις του υποκειμένου, ώστε να αποβλέπουν στη θεματοποίηση και οικειοποίηση μιας έννοιας και είναι αποφασιστικός στην κατανόηση της ανθρώπινης νοημοσύνης. Η κάθε διαφορετική αναπαράσταση μιας έννοιας προϋποθέτει μια διαφορετική απόβλεψη για την έννοια, η οποία τονίζει κάποια συγκεκριμένα χαρακτηριστικά και ιδιότητες. Για τον Husserl (1985), το νοούμενο αντικείμενο είναι το αποβλεπτικό αντικείμενο που υπάρχει ανεξάρτητα των αναπαραστάσεων του και αυτό είναι το σημαντικό σημείο που ενδιαφέρει στα Μαθηματικά. Η άποψη του Kaput (1987a) ότι τα Μαθηματικά αποτελούν ένα επιστημονικό οικοδόμημα, που εξετάζει τη διαδικασία της αναπαράστασης από μια δομή σε άλλη, υπαινίσσεται μια τέτοια θέση: «Μεγάλο μέρος της δουλειάς που γίνεται στα Μαθηματικά επικεντρώνεται στον εντοπισμό εκείνης της δομής, που τελικά διατηρείται μετά την αναπαράσταση» (Kaput, 1987a, σ. 23). Η δομή αυτή θα ξεκαθαρίσει και θα κατανοηθεί καλύτερα, αποκαλύπτοντας τους συνδέσμους που τη συγκροτούν. Αυτό θα γίνει με έργα στα οποία ο μαθητής συνειδητά θα χρησιμοποιήσει διαφορετικές αναπαραστάσεις προκειμένου να τα φέρει εις πέρας. Την ίδια άποψη εκφράζει κι ο Goldin (1998), αφού εισηγείται ότι οι στόχοι που τίθενται στη μαθηματική εκπαίδευση δεν πρέπει να περιορίζονται στη μεταβίβαση ενός συγκεκριμένου μαθηματικού περιεχομένου στους μαθητές και στη διδασκαλία συγκεκριμένων στρατηγικών επίλυσης προβλήματος. Ο στόχος της μαθηματικής εκπαίδευσης πρέπει να εστιάζεται στην οικοδόμηση ισχυρών και διαφορετικών εσωτερικών συστημάτων αναπαράστασης στους μαθητές.

Αν ο στόχος είναι η ανάπτυξη εσωτερικών συστημάτων αναπαράστασης, πρέπει να αποδίδεται η ίδια σημασία σε όλα τα είδη αναπαράστασης – εικονιστική αναπαράσταση, λεκτική αναπαράσταση, τυπική αναπαράσταση, έλεγχος.

Η Μαθηματική Εκπαίδευση, ως αναπόσπαστο μέρος της εκπαιδευτικής πράξης, που περιλαμβάνει σύνολα ιδεών, εννοιών και συμβόλων, αποτελεί τομέα της ανθρώπινης δραστηριότητας και σκέψης, ο οποίος χαρακτηρίζεται από τη

χρήση πολλαπλών αναπαραστάσεων και τη διαρκή μετάβαση από τη μια αναπαράσταση σε άλλη, είτε αυτή γίνεται μεταξύ αναπαραστάσεων του ιδίου είδους (εξωτερικές – εσωτερικές) είτε διαφορετικού (από εσωτερικές σε εξωτερικές και αντίστροφα).

Ο όρος μετάφραση αναφέρεται στις ψυχολογικές διαδικασίες που εμπλέκονται στη μετάβαση από μια αναπαράσταση σε άλλη· για παράδειγμα, από μια εξίσωση σε μια γραφική παράσταση (Janvier, 1987a, σ. 27)

Οι αναπαραστάσεις μπορούν να χρησιμεύσουν σαν εργαλείο σκέψης και εμβάθυνσης του νοήματος. Οι ερευνητές έχουν δείξει ότι υπάρχει ισχυρή σχέση ανάμεσα στην αναπαράσταση που χρησιμοποιεί ο μαθητής και την κατανόηση της έννοιας. Επίσης έχουν δείξει ότι η κατανόηση της, συνδέεται με την χρήση και την ικανότητα εφαρμογής της έννοιας μέσω διαφορετικών αναπαραστάσεων. Ο Janvier (1987) περιγράφει την κατανόηση σαν μια σωρευτική λειτουργία που βασίζεται κυρίως στην ικανότητα διαπραγμάτευσης με ένα διαρκώς εμπλουτιζόμενο σύνολο αναπαραστάσεων. Η ικανότητα να κινείσαι ομαλά ανάμεσα σε διάφορες αναπαραστάσεις της ίδιας έννοιας είναι η ένδειξη της εννοιολογικής κατανόησης και του επιθυμητού στόχου της διδασκαλίας (Lesh, Behr, Post, 1987).

Κατανόηση της έννοιας σημαίνει ικανότητα αναγνώρισης, όταν αυτή παρουσιάζεται σε μια ποικιλία διαφορετικών συστημάτων αναπαράστασης. Κατανόηση σημαίνει την ικανότητα ευέλικτου χειρισμού της έννοιας μέσα στα συγκεκριμένα συστήματα αναπαράστασης και την ικανότητα μετάφρασης της έννοιας από ένα σύστημα σε ένα άλλο (Γαγάτσης, Lesh, Post & Behr, 1987· Seeger, 1998).

Κάθε αναπαράσταση είναι γνωστικά μερική ως προς αυτό που παριστάνει κι έτσι το κάθε σημειωτικό πεδίο αναπαριστά διαφορετικές πτυχές του περιεχομένου μιας κατάστασης. Γι' αυτό το λόγο, ο Even (1998) θεωρεί ότι η γνώση διαφορετικών αναπαραστάσεων είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με τη γνώση των εννοιών που υποβόσκουν γύρω από την έννοια και συνθέτουν το πλαίσιό της.

Η κατοχή πολλών αναπαραστάσεων μιας έννοιας στο ρεπερτόριο του υποκειμένου και η ευχέρεια μετάβασης από την μία αναπαράσταση στην άλλη ευρύνει πολλαπλά το πεδίο ενέργειας του νου. Με κάθε αναπαράσταση αποκτά πρόσβαση στους οικείους εννοιολογικούς συνδέσμους και έτσι επεκτείνει κατά πολύ το εννοιολογικό πεδίο της έννοιας. Με τον τρόπο αυτό ολοκληρώνει την εννοιολογική δομή και συγχρόνως τις πιθανότητες επιλογών του σε ενδεχόμενη αναζήτηση σχετική με την έννοια.

3.2. Ο Ρόλος της Αναπαράστασης στα Μαθηματικά

Όπως αναφέραμε και στην αρχή, οι αναπαραστάσεις είναι άρρηκτα συνδεδεμένες με τα Μαθηματικά. Ο Duval (2001) θεωρεί ότι χαρακτηριστικό στοιχείο της μαθηματικής δραστηριότητας είναι η ταυτόχρονη κινητοποίηση δύο τουλάχιστον συστημάτων αναπαράστασης και η αλλαγή από το ένα στο άλλο.

Υπάρχουν περιπτώσεις όπου είναι δύσκολο να γίνει κατανοητή μια έννοια χωρίς τη χρήση της συγκεκριμένης αναπαράστασης, όπως για παράδειγμα συμβαίνει στις συναρτήσεις και τις γραφικές τους παραστάσεις, ενώ σχεδόν κάθε διαπραγμάτευση εννοιών γίνεται μέσω της χρήσης συμβόλων.

Τα παιδιά από μικρή ηλικία έρχονται καθημερινά σε επαφή με μια μεγάλη ποικιλία εξωτερικών αναπαραστάσεων μέσα στα πλαίσια της διδασκαλίας των Μαθηματικών. Σε μικρότερες ηλικίες γίνεται χρήση αντικειμένων, ώστε να γίνει η σύνδεση αυτών με τις αντίστοιχες έννοιες που πρόκειται να αναπτυχθούν. Η χρήση εξωτερικών αναπαραστάσεων οδηγεί στη δημιουργία εσωτερικών ενεργειών. Η προσοχή πρέπει να εστιάζεται στον ισομορφισμό ανάμεσα στη διαδικασία χρήσης των αντικειμένων και τη συμβολική διαδικασία, όπως και στη συσχέτιση με τις προϋπάρχουσες γνώσεις και εμπειρίες.

Η αναπαράσταση αποτελεί ένα εξαιρετικά βοηθητικό θεωρητικό εργαλείο για το χαρακτηρισμό των γνωστικών διαδικασιών στη μάθηση των Μαθηματικών. Η περιγραφή του τρόπου εξέλιξης των συστημάτων αναπαράστασης στο χώρο και στο χρόνο περιλαμβάνει τόσο σημειωτικές πράξεις, μέσω των οποίων οι αναπαρα-

στάσεις αποκτούν συγκεκριμένο νόημα, όσο και τη δομική εξέλιξη νέων συστημάτων, τα οποία οικοδομούνται πάνω στις βάσεις που παρέχουν τα προϋπάρχοντα συστήματα αναπαράστασης (Goldin & Kaput, 1996). Τα συνήθη αναπαραστασιακά συστήματα συμβόλων και λειτουργιών στην άλγεβρα, όπως η δεκαδική αναπαράσταση των αριθμών και τα γράμματα για τις μεταβλητές, αποτελούν εργαλεία για περαιτέρω μάθηση και επικοινωνία.

Όμως, κάθε σύμβολο αναπαριστά μια έννοια. Είναι λογικό πριν από τη χρήση του συμβόλου να έχει γίνει κατανόηση της έννοιας ή να υπάρχει τουλάχιστον μια διαισθητική ή εμπειρική τέτοια. Εάν δεχθούμε, όμως, ότι στα Μαθηματικά δεν μπορεί να συζητά κάποιος χωρίς τη χρήση συμβόλων, ενώ πολλές φορές μια καινούργια έννοια –για την οποία δεν υπάρχει προηγούμενη εμπειρία– έρχεται μαζί με το σύμβολό της, τότε η προετοιμασία εύκολης και πλήρους νοήματος εισαγωγής του νέου συμβόλου είναι εξαιρετικά δύσκολη. Εκεί υπάρχει πρόβλημα και τίθεται το ερώτημα: τι πρέπει να τίθεται πρώτο, η κατανόηση της έννοιας ή το σύμβολο; Η Anna Sfard προτείνει «μια μπρος-πίσω κίνηση μεταξύ συμβόλου και νοήματος σε μια προσπάθεια κυκλικής αναθεώρησης (*reification*) του νοήματος, στην εικονική πραγματικότητα των Μαθηματικών». Αυτή θα γίνει μέσα από την επαναλαμβανόμενη χρήση του συμβόλου σε όσο το δυνατόν περισσότερες διαφορετικές καταστάσεις και πλαίσια, με αποτέλεσμα η αναβάθμιση της έννοιας να γίνεται μέσω της χρήσης του συμβόλου.

Η αναπαράσταση συχνά αποτελεί εργαλείο χειρισμού του αντικειμένου από το υποκείμενο, κατάσταση που χρησιμοποιείται κατά κόρον στα μαθηματικά. Η χρήση της αναπαράστασης μάς επιτρέπει να αποκοπούμε από το νόημα και να λειτουργήσουμε μόνο με τα σύμβολα, κάνοντας αυτόματους χειρισμούς στα σύμβολα και επιστρέφοντας αργότερα για να δώσουμε ερμηνεία στο αποτέλεσμα (Skemp, 1986). Η χρήση αυτή των συμβόλων ενισχύει την εννοιολογική κατανόηση των οντοτήτων που αντιπροσωπεύουν καθώς και των μεταξύ τους σχέσεων.

Οι αναπαραστάσεις αποτελούν επίσης εργαλεία που βοηθούν στη γενίκευση και αφαίρεση. Όπως μάλιστα σημειώνει ο Kaput (1991): «Το να κατέχεις μία α-

φηρημένη μαθηματική έννοια εκτιμάται περισσότερο σαν ένα πλούσιο σημειογραφικά πεδίο αναπαραστάσεων και εφαρμογών».

Η γνώση διαφορετικών αναπαραστάσεων παρέχει τη δυνατότητα για λεπτομερή ανάλυση ιδιοτήτων δομής που θεωρούνται σημαντικές στα Μαθηματικά, καθώς επίσης τη δυνατότητα συζήτησης σχετικά με τα αποτελέσματα που οφείλονται στο μέσο που χρησιμοποιείται για την παρουσίαση των εξωτερικών αναπαραστάσεων (Goldin & Kaput, 1996). Έτσι, ο συνδυασμός των παραπάνω προωθεί τη δόμηση των σχετικών νοητικών αντικειμένων και βοηθά το μαθητή στην κατασκευή των νοητικών δομών του.

Ο τρόπος αναπαράστασης μιας έννοιας δημιουργεί ένα πλαίσιο που οδηγεί τη σκέψη σε συνειρμούς εντός αυτού, οπότε γίνονται εμφανείς κάποιες ιδιότητες της έννοιας ενώ καθίστανται δυσδιάκριτες κάποιες άλλες.[32] Π.χ., αναπαριστώντας τον αριθμό 784 σαν 28^2, δίνουμε έμφαση στο γεγονός ότι είναι ένα τέλειο τετράγωνο, ενώ παραμερίζουμε το γεγονός ότι διαιρείται με το 98. Παρόμοια, αναπαριστώντας τον ίδιο αριθμό σαν 13 x 60 + 4, γίνεται εμφανές ότι στη διαίρεση του 784 με το 13 το υπόλοιπο είναι 4, αλλά δεν μπορεί κανείς να διακρίνει ότι ο παραπάνω αριθμός είναι τέλειο τετράγωνο.

Όμοια, η παρουσίαση της εικόνας 17k είναι μια διαφανής αναπαράσταση ενός πολλαπλάσιου του 17, αλλά δεν είναι δυνατό να προσδιορίσουμε με μόνη αυτή εάν το 17k είναι πολλαπλάσιο του 3.[33]

Συχνά συμβαίνει ο ορισμός ενός συνόλου αριθμών να βασίζεται στην ύπαρξη συγκεκριμένων αναπαραστάσεων. Για παράδειγμα, ρητός αριθμός είναι ο αριθμός που μπορεί να παρασταθεί σαν α/β, όπου α ακέραιος και β ακέραιος διάφορος του 0. Η ύπαρξη συγκεκριμένης διαφανούς αναπαράστασης χρησιμοποιείται ως διακρίνουσα ιδιότητα. Με την ίδια λογική, ένας αριθμός είναι ζυγός αν και μόνο αν μπορεί να παρασταθεί σαν 2k, όπου k ακέραιος ή είναι τέλειο τετράγωνο αν και μόνο αν μπορεί να παρασταθεί σαν k^2. Όμως, κάτι αντίστοιχο με τα παραπάνω

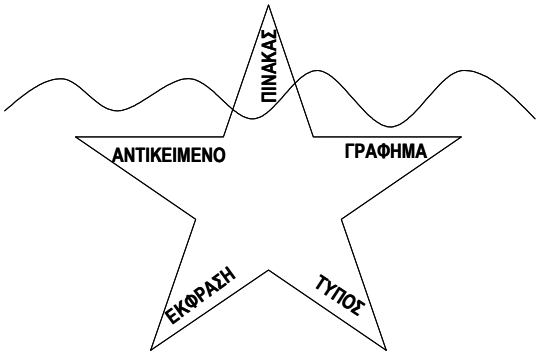
[32] Εξ ου και ο αντίστοιχος διαχωρισμός των αναπαραστάσεων σε διαφανείς και αδιαφανείς.

[33] Οι Zazkis & Gadowsky προσέγγισαν τη σημασία που έχει για τους μαθητές η συναίσθηση των ιδιοτήτων των αριθμών που εμπεριέχονται στις διαφορετικές αναπαραστάσεις και πρότειναν αρκετές διδακτικές δραστηριότητες για την προώθησή τους.

δεν μπορεί να γίνει με τους πρώτους αριθμούς. Η συνήθης αναπαράσταση ενός πρώτου αριθμού ως p είναι αδιαφανής, γιατί με κανέναν τρόπο δεν μπορούμε να εξάγουμε από αυτή την ιδιότητα του αριθμού να είναι πρώτος. Η έλλειψη διαφανούς αναπαράστασης επηρεάζει την κατανόηση των πρώτων αριθμών από τους μαθητές.

Πολλές φορές η απαίτηση, λόγω των συνθηκών, ενσωμάτωσης της έννοιας σε διαφορετικά πλαίσια (*context*), μπορεί να δημιουργήσει σύγχυση, πράγμα που αποτελεί σημαντική αδυναμία της μαθηματικής παιδείας (Dufour & Janvier, 1987). Αυτό γίνεται συνήθως όταν ο μαθητής δεν διαθέτει ποικιλία αναπαραστάσεων της έννοιας στο ρεπερτόριό του ή δεν έχει κατανοήσει την έννοια, έτσι ώστε ανεξαρτήτως πλαισίου να συγκρατεί τα αναλλοίωτα στοιχεία της.

Σύμφωνα με αποτελέσματα ερευνών, η μετάβαση από τη μια αναπαράσταση στην άλλη παρουσιάζει αρκετές δυσκολίες τόσο σε μαθητές γυμνασίου (Kerslake, 1986) και απόφοιτους λυκείου (Καλδρυμίδου & Οικονόμου, 1992), όσο και σε φοιτητές Μαθηματικών (Artigue, 1992). Μια έννοια η οποία είναι βασική και καταλαμβάνει μεγάλο μέρος στην διδασκαλία των Μαθηματικών είναι η έννοια της συνάρτησης, η οποία εμφανίζεται με πολλά συστήματα αναπαράστασης. Ο Janvier (1987) παρομοιάζει την έννοια με ένα παγόβουνο του οποίου το σχήμα είναι αστεροειδές και του οποίου κάθε φορά εμφανίζεται μία κορυφή του:



σχήμα 3.1

Κατά συνέπεια, ένας βασικός στόχος της διδασκαλίας της έννοιας της συνάρτησης αφορά την ανάπτυξη της ικανότητας των μαθητών να περνούν από μια αναπαράσταση σε άλλη, χωρίς να υποπίπτουν σε αντιφάσεις (Hitt, 1998).

Η μελέτη έργων μετάφρασης, που αφορούν στοιχειώδεις μορφές συνάρτησης σε επίπεδο μαθητών λυκείου και φοιτητών πανεπιστημίου, είναι δικαιολογημένη γιατί, όπως καταδεικνύουν πολλές έρευνες (π.χ. Artigue, 1992· Hitt, 1998), τόσο μαθητές λυκείου όσο και φοιτητές Μαθηματικών, οι οποίοι θα αποτελέσουν τους μελλοντικούς καθηγητές Μαθηματικών, αποφεύγουν ορισμένα είδη αναπαράστασης σε σχέση με την έννοια της συνάρτησης, όπως είναι η γραφική παράσταση, ενώ ευνοούν άλλα είδη αναπαράστασης, όπως είναι η αλγεβρική έκφραση. Όπως αναφέραμε και στην αρχή, η επιστημολογία που επικρατεί στον καθηγητή Μαθηματικών της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης είναι αυτή που θα καθορίσει τις αντιλήψεις που θα διαμορφωθούν στο μυαλό των παιδιών. Τόσο τα διδακτικά εγχειρίδια όσο και η επικρατούσα επιστημολογία των καθηγητών δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης σήμερα, δίνουν έμφαση στην επεξεργασία της αλγεβρικής έκφρασης, ενώ δεν ενθαρρύνεται η επεξεργασία γραφικών παραστάσεων ή άλλων αναπαραστάσεων σχετικών με την έννοια. Στην περίπτωση των συναρτήσεων, η συνήθης διαδικασία μετάφρασης στην οποία υποβάλλονται τα παιδιά στα σχολεία είναι η παραγωγή γραφικής παράστασης με βάση τη δοσμένη αλγεβρική έκφραση, ενώ σπάνια συμβαίνει το αντίθετο, δηλαδή η παραγωγή μιας αλγεβρικής έκφρασης με βάση τη δοσμένη γραφική παράσταση. Επιπλέον, η παραγωγή μιας λεκτικής περιγραφής με βάση μια αλγεβρική έκφραση και αντίστροφα είναι μάλλον ασυνήθιστη και δεν καλλιεργείται στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Τα αποτελέσματα είναι άμεσα ορατά στην καθημερινή πρακτική και φαίνονται τόσο στην αδυναμία κωδικοποίησης, όσο και στην αδυναμία λύσης προβλήματος.

3.3. Οι Αναπαραστάσεις στα Μαθηματικά ως Αποτέλεσμα Αποβλεπτικού Ενεργήματος

3.3.1. Η Απόβλεψη επιλέγει Αναπαράσταση

Όπως φάνηκε από το Κεφάλαιο 1, ο όρος *intentionality*, τον οποίο αποδίδουμε ως «αποβλεπτικότητα», περιλαμβάνει τόσο την πρόθεση όσο και την αναφορά σε κάτι. Το υποκείμενο προ-τίθεται του αντικειμένου στο οποίο αναφέρεται, συ-

νειδητά και με συγκεκριμένη στάση. Η συνείδηση αναφέρεται σε αντικείμενο έχοντας επιλέξει τον τρόπο αναφοράς. Αναφέρεται με συγκεκριμένη προοπτική αποβλέποντας σε συγκεκριμένο απώτερο στόχο. Αυτή η δυνατότητα συνειδητής επιλογής, η οποία δεσπόζει στην φιλοσοφία της ηθικής και καθιστά αδύνατη την προσομοίωση του νου με Η/Υ, είναι καθοριστική στα Μαθηματικά και τη μαθηματική εκπαίδευση. Προϋποθέτει συνειδητή ενεργό συμμετοχή του υποκειμένου στο έργο που καλείται να διεκπεραιώσει. Αυτή αφορά την υιοθέτηση του στόχου και εξακολουθεί να υφίσταται κατά τη διάρκεια του ενεργήματος. Αυτόν το μαθητή η Βοσνιάδου αποκαλεί *intentional learner*:

«Δεν μπορεί να λεχθεί ότι ένας οργανισμός που απλά δρα και αντιδρά, ερμηνεύει. Η ερμηνεία συνεπάγεται γνώση για την ύπαρξη περισσότερων της μιας πιθανοτήτων, σκοπιμότητα και λογικά ελεγχόμενη επιλογή» (von Glasersfeld, 1987). Δεν είναι αρκετό ένας μαθητής να κάνει το σωστό. Ικανός θεωρείται ο μαθητής που ξέρει τι κάνει και ξέρει γιατί είναι σωστό αυτό που κάνει. Κατά τον Edelman (1992), το ζήτημα της επιλογής είναι χαρακτηριστικό του ανθρώπινου εγκέφαλου και ακριβώς αυτή η απειρία επιλογών διαφοροποιεί τα υποκείμενα ως προς την μάθηση. Το ρεπερτόριο που διαθέτει κανείς από μόνος του δεν προκρίνει τους συνδυασμούς και τις επιλογές που θα καταλήξει, αποτελεί όμως προϋπόθεση για να μπορεί να χρησιμοποιήσει την δυνατότητά του αυτή.

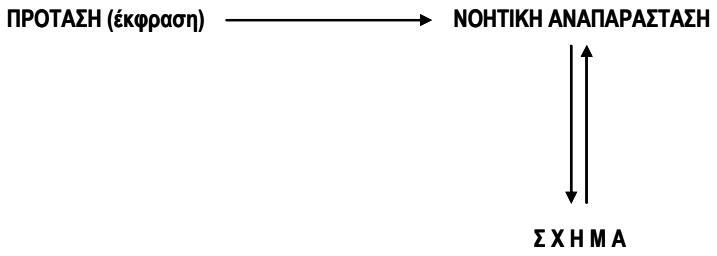
Η επιλογή συνδέεται άμεσα με τη χρήση διαφορετικών αναπαραστάσεων της ίδιας έννοιας ή διαφορετικών αναπαραστάσεων οι οποίες ενδεχομένως θα χρειαστούν στη διαδικασία επίλυσης προβλήματος.

Παρακάτω θα παρατεθούν κάποιες περιπτώσεις δανεισμένες από την καθημερινή πρακτική της διδασκαλίας των Μαθηματικών σε μαθητές λυκείου, όπου φαίνεται η επιλογή που σε μερικές περιπτώσεις συμβαίνει, ενώ σε άλλες όχι, αν και θα έπρεπε, έστω και με την παρακίνηση του καθηγητή.

⇨ Παράδειγμα 1

Στο μάθημα της Αναλυτικής Γεωμετρίας είναι σύνηθες να κάνουν οι μαθητές ένα σχήμα πριν να προχωρήσουν στην αλγεβρική λύση της άσκησης.

Ο μαθητής αισθάνεται την ανάγκη του σχήματος, το οποίο αποτελεί γι' αυτόν βοηθό και σύμβουλο. Ακόμη και όταν λύνει εξισώσεις, το ένα μάτι ανατρέχει στο σχήμα, που αποτελεί πηγή έμπνευσης και συγχρόνως αναφορά ελέγχου της διαδικασίας. Επιλέγει να μεταφράσει την πρόταση σε σχήμα με το οποίο αποτυπώνει τη νοητική αναπαράσταση που έχει σχηματίσει και το οποίο με την σειρά του επανατροφοδοτεί τη νοητική αναπαράσταση και τη βοηθάει να ξεκαθαρίσει. Ο κύκλος αυτός θα βοηθήσει στην ερμηνεία και την επιλογή στρατηγικής και πεδίου για τη λύση.



σχήμα 3.2

⇨ Παράδειγμα 2

Στο Μάθημα της Γεωμετρίας χρησιμοποιούμε τρία διαφορετικά εξωτερικά συστήματα αναπαράστασης: τη φυσική γλώσσα, τη συμβολική γλώσσα και τα γεωμετρικά σχήματα. Το σχήμα έρχεται να αποτυπώσει την νοητική εικόνα (αναπαράσταση) την οποία έχει δημιουργήσει ο μαθητής. Αυτή δεν είναι στατική, αλλά δυναμική. Βλέπουμε το μαθητή να διαφοροποιεί το σχήμα του γιατί ο ερμηνευτής του το υπαγορεύει, να δημιουργεί επί μέρους σχήματα, να προσθέτει γραμμές ή να αφαιρεί. Τα παραπάνω μπορεί να μην αποτυπώνονται στο σχήμα αλλά να γίνονται νοερά στη νοητική εικόνα του μυαλού του. Η αφαιρετική, η συνθετική λειτουργία, ο αναστοχασμός ή η αναδρομή στην εκφώνηση, ο έλεγχος ή τέλος η διε-

ρεύνηση, είναι λειτουργίες μιας εξελιγμένης αποβλεπτικής διαδικασίας. Η απόβλεψη είναι εκείνη που μπορεί να συμπληρώνει νοερά το σχήμα, ή να το απλοποιεί. Να βλέπει το ίδιο τρίγωνο άλλοτε σαν ορθογώνιο και άλλοτε σαν ισοσκελές.

⇨ Παράδειγμα 3

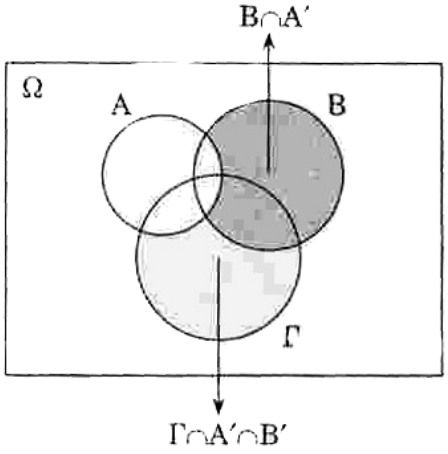
Η θεωρία συνόλων ή η θεωρία πιθανοτήτων όπου γίνεται χρήση της θεωρίας συνόλων είναι πεδία όπου οι μαθητές ανατρέχουν σε εικονική αναπαράσταση, προκειμένου να διαχειριστούν ασκήσεις.

Είναι εύκολο για τον μαθητή να δημιουργήσει τη νοητική αναπαράσταση της συμβολικής έκφρασης $(A \cap B)$, και να δημιουργήσει μια νοητική εικόνα των κοινών στοιχείων των συνόλων Α και Β. Η πείρα μας όμως, μας έχει δείξει ότι όταν ο τύπος γίνεται συνθετότερος, όπως ο νόμος του De Morgan $A' \cup B' = (A \cap B)'$ ή σε ασκήσεις πιθανοτήτων όπως η άσκηση:

Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα Α, Β, Γ ενός δειγματικού χώρου Ω

να αποδείξετε ότι $P(A \cup B \cup \Gamma) = P(A) + P(B \cap A') + P(\Gamma \cap A' \cap B')$

θα πρέπει να καταφύγουμε στην εικονική αναπαράσταση του τύπου με διαγράμματα του Venn προκειμένου να αποκτήσουμε επαφή με την τάξη.



σχήμα 3.3

Σε τέτοιου είδους ασκήσεις ο μαθητής μεταφράζει σταδιακά τη φυσική ή τη συμβολική γλώσσα σε εικόνα (σχήμα) και εξελίσσεται μια δυναμική

μεταξύ εξωτερικής και εσωτερικής αναπαράστασης προκειμένου να ξεκαθαρίσει η δεύτερη και να γίνει κατανοητό το ζητούμενο και να δημιουργηθεί η συνολική νοητική αναπαράσταση.

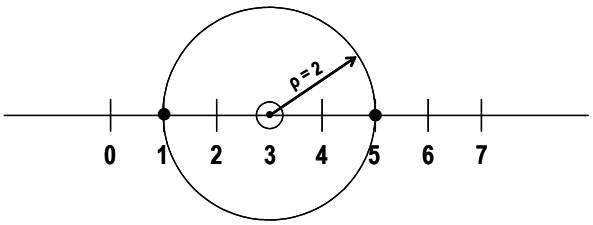
⇨ Παράδειγμα 4

Η απόλυτη τιμή είναι μια έννοια που δεινοπαθεί στη σημερινή μαθηματική εκπαίδευση. Είναι μια γεωμετρική έννοια (απόσταση) η οποία μέσω της αντιστοίχισης κάθε σημείου της ευθείας στην τετμημένη του, εμφυτεύτηκε στην άλγεβρα και διαχειρίζεται με όρους άλγεβρας, αναπαριστώμενη με το σύμβολο $|\ |$. Αυτό όμως δεν σημαίνει ότι το σύμβολο δεν έχει τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της έννοιας ή δεν μπορεί να διαπραγματευτεί αυτή με γεωμετρικούς όρους, πέραν των φορμαλισμών που προκύπτουν από τις ιδιότητες του συμβόλου.

Ας θεωρήσουμε την εξίσωση $|x - 3| = 2$. Η εξίσωση αυτή μπορεί να αντιμετωπιστεί:

α) Φορμαλιστικά. Με βάση τις ιδιότητες του συμβόλου, οι μαθητές γράφουν: $x - 3 = 2$ ή $x - 3 = -2$. Άρα $x = 5$ ή $x = 1$.

β) Χρησιμοποιώντας τον ορισμό της απόλυτης τιμής ο οποίος χαρακτηρίζει την γεωμετρική διάσταση της έννοιας.



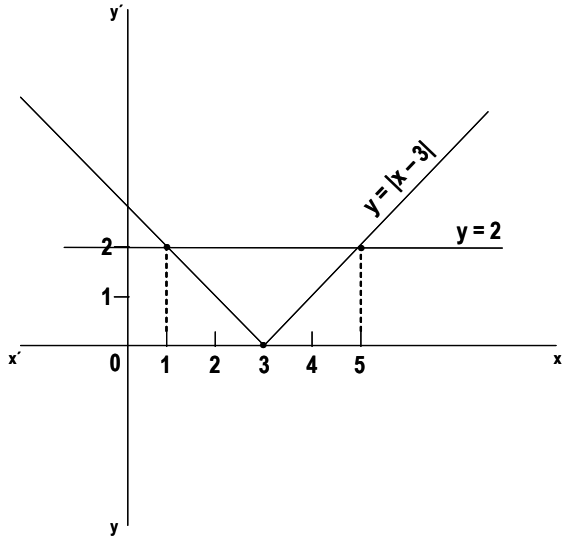
σχήμα 3.4

Τα σημεία που απέχουν 2 μονάδες από το σημείο με τετμημένη 3 είναι τα σημεία με τετμημένες 1 και 5.

Για να μπορεί ο μαθητής να απαντήσει κατ' αυτόν τον τρόπο θα πρέπει να μπορεί να μεταφράζει τη συμβολική αναπαράσταση σε φυσική γλώσσα

και να δημιουργεί μια νοητική εικόνα η οποία θα μπορούσε να αποτυπωθεί με το παραπάνω σχήμα(εξωτερική αναπαράσταση) και αντίστροφα. Στη συγκεκριμένη άσκηση, ακόμη και όταν ζητείται από τον καθηγητή η μετάφραση της αλγεβρικής έκφρασης στη φυσική γλώσσα, οι μαθητές εξακολουθούν ακόμα και μετά την μετάφραση να λύνουν την άσκηση φορμαλιστικά, εκτός από ελάχιστους οι οποίοι προσπαθούν να απαντήσουν με τον δεύτερο τρόπο μάλλον γιατί θεωρούν ότι κάτι τέτοιο θα άρεσε στον καθηγητή.

γ) Θα μπορούσε η απάντηση να δοθεί με όρους συνάρτησης δημιουργώντας μια γραφική λύση, η οποία θα μπορούσε να γίνει με τη βοήθεια Η/Υ, αν υπάρχει ευχέρεια.



σχήμα 3.5

Κανείς δεν διανοείται να επιλέξει τη λύση αυτή.

Μπορεί κάποιος να υποθέσει[34] ότι ο πρώτος τρόπος επιλέχθηκε ως ο απλούστερος και συντομότερος. Περιέργως, στην άσκηση $|x-1| > |x-3|$, οι μαθητές επιλέγουν πάλι την πρώτη περίπτωση, η οποία είναι δυσκολότερη από την δεύτερη και ούτε λόγος φυσικά για την τρίτη. Ο αποκλεισμός όμως της συναρτησιακής αναπαράστασης της απόλυτης τιμής από το ρε-

[34] Συνήθως οι μαθητές επιλέγουν τον τρόπο τον οποίο θεωρούν περισσότερο οικείο και όχι τον ευκολότερο.

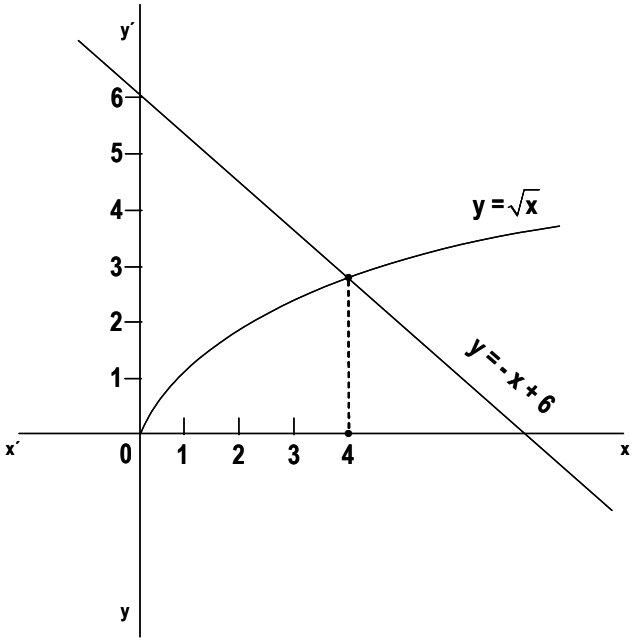
περτόριο του μαθητή μπορεί να τον φέρει σε αδιέξοδο, όπως θα δούμε παρακάτω, στο πρώτο πρόβλημα του Παραρτήματος, που είναι σχετικό με απόλυτη τιμή.

⇨ Παράδειγμα 5

Ένα συνηθισμένο λάθος που κάνουν οι μαθητές στην λύση αρρήτων εξισώσεων είναι το ότι δεν ελέγχουν στο τέλος ποιες από τις λύσεις είναι αποδεκτές και ποιες όχι.[35]

Εάν δοθεί η εξίσωση η εξίσωση $\sqrt{x} = -x + 6$, τότε οι περισσότεροι από τους μαθητές θα υπολογίσουν σαν λύσεις τους αριθμούς 4 και 9.

Εάν όμως σχημάτιζε τη νοητική εικόνα του γραφήματος των συναρτήσεων $y = \sqrt{x}$ και $y = -x + 6$, θα μπορούσε να ελέγξει το πλήθος των δυνατών σημείων τομής των γραφημάτων τους. Το ίδιο θα ίσχυε εάν υπήρχε δυνατότητα χρήσης γραφικού υπολογιστή.



σχήμα 3.6

[35] Η μεθοδολογία του ελέγχου των λύσεων στο τέλος της λύσης με αντικατάσταση των ευρεθησών λύσεων στην αρχική δοθείσα εξίσωση υιοθετείται από τα σχολικά εγχειρίδια διότι θεωρείται ευκολότερη από τη λεπτομερειακή χρήση περιορισμών πριν από την λύση της εξίσωσης.

3.3.2. Η Απόβλεψη και οι Αναπαραστάσεις στην επίλυση προβλήματος

Τα Μαθηματικά, στην εξέλιξή τους μέσα στο χρόνο, δημιουργήθηκαν σαν απαντήσεις σε ανοιχτά ή κλειστά ερωτήματα, τα οποία παραπέμπουν σε αντίστοιχα προβλήματα που συνδέονται με το πολιτισμικό και κοινωνικό οικονομικό πλαίσιο κάθε εποχής. «Κάθε γνώση είναι απάντηση σε ένα ερώτημα. Αν δεν υπάρξει ερώτημα δεν μπορεί να υπάρξει επιστημονική γνώση. Τίποτα δεν είναι δεδομένο. Όλα κατασκευάζονται» (G. Bachelard). Οι προβληματικές καταστάσεις απαιτούν κατασκευή με μαθησιακή απόβλεψη και παίρνουν νόημα μέσα από την ενεργητική εμπλοκή του παιδιού.

Τα τελευταία χρόνια, η αναζήτηση μαθηματικής ικανότητας βρίσκεται στην ικανότητα επίλυσης προβλήματος. Με τη θέση αυτή συμφωνούν τόσο μαθηματικοί όσο και ψυχολόγοι. Ο γνωστός μαθηματικός Paul Halmos[36] λέει: «Το παν στα Μαθηματικά είναι να λύνεις συγκεκριμένα προβλήματα και προς τα εκεί θα πρέπει να στοχεύει η διδασκαλία μας. Μου αρέσει να αρχίζω κάθε μάθημα που διδάσκω με ένα πρόβλημα».

Ο μαθηματικός J.M. Hammersley,[37] αυτό που ζητάει από τον μορφωμένο μαθηματικό, «δεν είναι το τι θα μπορούσε να λέει ούτε το τι ξέρει για τα σχετικά με την υπάρχουσα μαθηματική γνώση, αλλά εάν μπορεί πράγματι να λύσει μαθηματικά προβλήματα που προκύπτουν στην πράξη».

Η λύση προβλήματος ανταποκρίνεται περισσότερο από οτιδήποτε άλλο στην κοντρουκτιβιστική θεωρία μάθησης, και συγχρόνως αποτελεί το πεδίο όπου εκδηλώνονται οι υψηλότερες λειτουργίες της απόβλεψης, όπως φαντασία, νοητική αναπαράσταση, εικονική αναπαράσταση, μετάφραση μεταξύ αναπαραστάσεων, επιλογή στρατηγικής, έλεγχος, ενόραση, διαίσθηση, αναστοχασμός, αφαίρεση- γενίκευση, επιλογή ανάλογου προβλήματος, κλπ. Ο V.A. Krutetskii θεωρεί ότι στη λύση μα-

---

[36] Βραβείο καλύτερου καθηγητή από American Mathematical Society και με πολλές διαλέξεις σε θέματα Διδακτικής των Μαθηματικών.

[37] "On the Enfeebment of Mathematical skills by Modern Mathematics and by Similar Soft Intellectual Trash in Schools and Universities". Institute of Mathematics and its Applications Bull. 4 (October 1968), 67.

θηματικών προβλημάτων, ξεδιπλώνεται η δημιουργική μαθηματική ικανότητα των μαθητών σε όλες τις σχολικές βαθμίδες.

Προκειμένου οι ερευνητές να βοηθήσουν τους μαθητές στη λύση προβλημάτων, προτείνουν κάποιες στρατηγικές, τις οποίες ονομάζουν ευρετικές μεθοδολογίες. Ο Schoenfeld μάλιστα πιστεύει ότι οι στρατηγικές μπορεί να διδαχθούν και να βοηθήσουν αποτελεσματικά τον μαθητή στη λύση προβλήματος.[38] Οι στρατηγικές που προτείνονται λίγο-πολύ είναι παρόμοιες. Μία από αυτές είναι και η παρακάτω:

ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ – ΕΥΡΕΤΙΚΕΣ

1. Δοκίμασε: **α)** Συγκεκριμένους αριθμούς
β) Ειδικές περιπτώσεις
γ) Συγκεκριμένες περιπτώσεις

2. Λύσε ένα σχετικό πρόβλημα μειώνοντας τις προϋποθέσεις.

3. Λύσε ένα ισοδύναμο πρόβλημα
Ένας τρόπος δημιουργίας ισοδυνάμου προβλήματος είναι:
☑ Αλλαγή οπτικής γωνίας (προοπτικής)
☑ Χρήση της εις άτοπον απαγωγής ή της αντιθετο-αντιστροφής
☑ Έστω ότι το πρόβλημα έχει λυθεί …

4. Λύσε ή ψάξε για ένα ανάλογο πρόβλημα που έχεις λύσει
(με αντιστοιχία συγκεκριμένων συνθηκών)

5. Κάνε ένα σχήμα
☑ Σχεδίασε ένα γράφημα, μια γραφική παράσταση, ένα διάγραμμα κλπ.
☑ Ακόμα και αν έχεις λύσει το πρόβλημα διαφορετικά
(π.χ. με αλγεβρικό τρόπο) κάνε ένα σχήμα αν είναι δυνατόν
για να αποκτήσεις καλύτερη κατανόηση του προβλήματος.

6. Κάνε έλεγχο, διερεύνηση.[39]

---

[38] Παραδόσεις Σ. Βοσνιάδου για μεταπτυχιακούς φοιτητές του τμήματος Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών του Μαθηματικού τμήματος του Πανεπιστημίου Αθηνών.

[39] Από τις παραδόσεις Ν. Κλαουδάτου για μεταπτυχιακούς φοιτητές του τμήματος Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών του Μαθηματικού τμήματος του Πανεπιστημίου Αθηνών.

Παρατέθηκε η παραπάνω μεθοδολογία γιατί, παρατηρώντας τις προτροπές της, είναι εύκολο να διαπιστώσει κάποιος ότι αυτές δεν κάνουν τίποτε άλλο από το να προσπαθούν να κατευθύνουν την απόβλεψη του μαθητή σε κανάλια τα οποία θα έπρεπε να κατευθύνει η συνείδηση, αλλά δεν έχει την ωριμότητα που απαιτείται, λόγω έλλειψης εμπειριών. Προσπαθούν δηλαδή να κωδικοποιήσουν την αποβλεπτική λειτουργία της συνείδησης.

Η επίλυση ενός προβλήματος σύμφωνα με τον R. Mayer (1983) μπορεί να αναλυθεί σε δύο κύρια τμήματα:

1. Την **αναπαράσταση** του προβλήματος και

2. Την **επίλυση** του προβλήματος.

Η αναπαράσταση ενός προβλήματος είναι στην ουσία επεξεργασία του ερεθίσματος και όχι απ' ευθείας απεικόνισή του. Άρα, η νοητική και κατ' επέκταση η εξωτερική αναπαράσταση καθορίζεται από την εμπειρία και τις γνωστικές δομές που έχει δημιουργήσει ο λύτης. Η αναπαράσταση αυτή δεν είναι στάσιμη και μοναδική, αλλά δυναμική που μπορεί να μεταβάλλεται στο ίδιο είτε να μεταφράζεται σε διαφορετικά συστήματα αναπαράστασης, σε ένα κύκλο συνεχούς ανατροφοδότησης. Στην αναπαράσταση ενός προβλήματος και στο σημαντικό της ρόλο έχουν αναφερθεί μεγάλοι διανοητές και των προηγούμενων αιώνων (Poincare, Hadamard, Einstein κ.ά.) καθώς και πολλοί σύγχρονοι.

Ο Goldin (Goldin & Kaput, 1996), διερευνώντας την μαθηματική ικανότητα στην λύση προβλήματος, διέκρινε τα εξωτερικά συστήματα αναπαράστασης σε πέντε τύπους:

1. λεκτικά / συντακτικά

2. εικονικά

3. τυπικά συμβολικά

4. συστήματα σχεδιασμού, καταγραφής και άσκησης ελέγχου, του οποίου οι διαμορφώσεις οργανώνονται σε ευρύτερες διαδικασίες

5. σύστημα συναισθηματικής αναπαράστασης, το οποίο μοντελοποιεί τη μάθηση και τη λύση και οδηγεί σε προβληματισμό για τις συναισθηματικές ικανότητες που επηρεάζουν τους στόχους.

Τα πιστεύω, οι εμπειρίες, οι στάσεις του μαθητή τόσο απέναντι στα Μαθηματικά όσο και απέναντι στις καταστάσεις τις οποίες αναφέρεται το πρόβλημα, καθορίζουν:

α) τις επιλογές προσέγγισης του προβλήματος

β) τις τεχνικές

γ) το χρόνο που θα αφιερώσει ο μαθητής και την επιμονή του στην προσπάθεια (σ' αυτό είναι καθοριστικός ο συναισθηματικός παράγοντας).

Οι Janvier (1987), Lesh et al (1987) θεωρούν ιδιαίτερα σημαντική για την επίλυση μαθηματικού προβλήματος την ικανότητα μετάφρασης από το ένα σύστημα αναπαράστασης μιας έννοιας στο άλλο καθώς και τους μετασχηματισμούς στο ίδιο σύστημα. Παράλληλα, έχει φανεί ότι οι δυσκολίες μετάφρασης μεταξύ των συστημάτων αναπαράστασης επηρεάζουν τη μάθηση και την επίδοση των μαθητών στην λύση προβλήματος.

Ο σημαντικός ρόλος που διαδραματίζουν τα συστήματα αναπαράστασης και η ικανότητα αλλαγής πεδίου αναπαράστασης στην επίλυση μαθηματικού προβλήματος και στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών φαίνεται από το μεγάλο αριθμό ερευνητικών εργασιών που εξετάζουν το θέμα αυτό (Ασβεστά & Γαγάτσης, 1995· Boulton – Lewis, 1998· Cifarelli, 1998· Duval, 1987· Even, 1998· Gagatsis, 1997· Gagatsis et al, 1999· Goldin & Kaput, 1996· Greer & Harel, 1998· Hitt, 1998· Janvier, 1987a· Janvier, 1987b· Janvier, 1998· Kaput, 1985· Kaput, 1987a· Kaput, 1987b· Lesh, Behr & Post, 1987· Lesh, Post & Behr, 1987).

Παρόλα αυτά, οι μαθητές δεν αντιλαμβάνονται πάντα τις αναπαραστάσεις ως μέσον που θα τους βοηθήσει στην επίλυση προβλήματος, πράγμα που δείχνει αδυναμία στη σύνδεση της αναπαράστασης με την έννοια, αλλά τις αντιμετωπίζουν σαν μαθηματικά αντικείμενα αυτά καθαυτά. Στο παράδειγμα 1 του Παραρτήματος, το παραπάνω φαινόμενο είναι εμφανές και είναι άμεση συνέπεια του τρόπου με τον οποίο αντιμετωπίζουμε τη μαθηματική εκπαίδευση στην χώρα μας.

Μαθηματική γνώση σημαίνει αναγνώριση και αξιοποίηση των δομικών σχέσεων ανάμεσα σε καταστάσεις που διαφέρουν, να αντιληφθεί ο μαθητής την κοινή μαθηματική δομή για να οικοδομήσει την έννοια (Green & Havel, 1998). Να εντοπίσει, δηλαδή, στην ουσία «ισομορφικά» προβλήματα, όπως και να εφαρμόσει μαθηματικές αρχές σε καταστάσεις καθημερινής ζωής.

Οι μαθητές κατά τη λύση προβλήματος συχνά καταφεύγουν σε αναπαραστάσεις, όπου η κάθε μία είναι σχετική με τη δεδομένη κατάσταση στην οποία βρίσκεται η διαδικασία της λύσης. Αυτή η ικανότητα, της επιλογής της καταλληλότερης αναπαράστασης σε κάθε στάδιο της λύσης, είναι αυτό που διακρίνει τους καλούς λύτες. Πέραν της απάντησης που θα προσπαθήσει να δώσει σε τοπικό επίπεδο, θα ενταχθεί στο γενικότερο πλαίσιο του προβλήματος. Πολλές φορές τα προβλήματα που αναφύονται σε τοπικό επίπεδο μπορούν να λυθούν με συνολική θεώρηση του συστήματος, που είναι ανεξάρτητη και γι' αυτό ικανή να ξεπεράσει το πλαίσιο και να προωθήσει την κατανόηση.

Ειδικότερα τα προβλήματα τα οποία σχετίζονται με την πραγματικότητα, ανοικτά ή κλειστά, μπορούν να παρουσιαστούν με διάφορες αναπαραστάσεις οι οποίες έχουν άμεση σχέση με τη νοητική αναπαράσταση που έχει δημιουργήσει ο μαθητής, μεταφράζοντας την εκφώνηση του προβλήματος. Ο καλός λύτης χρησιμοποιεί διάφορες αναπαραστάσεις προκειμένου να αντλήσει από την κάθε μία διαφορετικές πληροφορίες, οι οποίες αφού αξιολογηθούν, στο τέλος θα συντεθούν στην αναπαράσταση η οποία θα λύσει το πρόβλημα. Υπάρχει, δηλαδή, μια δυναμική κατάσταση η οποία εξελίσσεται με την πλήρη συνείδηση του εμπλεκομένου.

Αυτή η ευχέρεια μετάφρασης από τη μία αναπαράσταση σε άλλη, η οποία είναι βασική για την λύση προβλήματος, σύμφωνα με έρευνες (Janvier 1987, Lesh et al 1987, Γαγάτσης 1997) αποτελεί μια από τις σημαντικότερες δυσκολίες στην επίλυση προβλήματος. Θα πρέπει το άτομο να είναι σε θέση να ανακατασκευάσει την πραγματική κατάσταση με μια εγγραφή (πίνακα τιμών, γράφημα, σχέδιο) και συγχρόνως να ερμηνεύει την εγγραφή. Να κατασκευάζει δηλαδή τα πλαίσια από τα οποία ξεκίνησε η εγγραφή, διότι τα σημειωτικά αντικείμενα αποκτούν νόημα με βάση το πλαίσιο αναφοράς και τις κοινωνικές συμβάσεις.

⇨ Πρόβλημα 1

Το πρόβλημα αυτό έχει συζητηθεί επανειλημμένως με διάφορες παραλλαγές στα σεμινάρια και τις παραδόσεις του Ν. Κλαουδάτου πριν από αρκετά χρόνια[40]. Έχει δοθεί για λύση στη Β΄ Γυμνασίου, στην Α΄ Λυκείου μετά το μάθημα των απολύτων τιμών , στο μάθημα των συναρτήσεων και στην Γ΄ Λυκείου στη Θετική Κατεύθυνση.

Οι μαθητές σε κάθε περίπτωση ξεκίνησαν σχεδιάζοντας μία ελεύθερη εικόνα η οποία ήταν ανάλογη με την ηλικία, στην οποία εμφανώς προσπαθούν να απεικονίσουν την αναπαράσταση την οποία η εκφώνηση είχε δημιουργήσει στο μυαλό τους. Κατόπιν:

α) Οι μαθητές της Β΄ Γυμνασίου μετά από κάποιες σκέψεις στο συγκεκριμένο σχήμα και σε επικοινωνία με τον διδάσκοντα δημιούργησαν μια δεύτερη εικόνα όπου έβαλαν τα σπίτια σε ευθεία γραμμή και σε αυτό το σχήμα υπέθεσαν σημεία, υπολόγισαν αποστάσεις, και έφτιαξαν ένα υποτυπώδη πίνακα τιμών όπου κατέγραψαν τις δοκιμές τους. Κατόπιν, κάποιοι από αυτούς (σε ποσοστό περίπου 8-10%) κατάφεραν να δώσουν απάντηση αιτιολογημένη σε γεωμετρικό πλαίσιο με έννοιες απόστασης. Το δεύτερο σχήμα αποτελεί ένα αφαιρετικό μετασχηματισμό του πρώτου σχήματος, στο ίδιο σύστημα αναπαράστασης, το οποίο επέλεξαν οι μαθητές σκεφτόμενοι κατ' αναλογία παρόμοιες καταστάσεις. Οι δοκιμές με διάφορες τιμές και η δημιουργία πίνακα τιμών δείχνει πώς λειτούργησαν οι εννοιολογικοί σύνδεσμοι ώστε οι μαθητές να περάσουν σε άλλης μορφής αναπαράσταση του προβλήματος μέσα από την παρατήρηση της οποίας οδηγήθηκαν στην πρώτη εικασία. Τέλος, σε εννοιολογικό επίπεδο και μέσα

[40] Μια εκδοχή του προβλήματος δίνει ο Neil Schwertman (1999).

στο γεωμετρικό πλαίσιο του σχήματος μπόρεσαν να αιτιολογήσουν την εικασία τους.

β) Οι μαθητές της Α΄ Λυκείου, μετά την πρόχειρη εικόνα, πέρασαν γρήγορα στην απεικόνιση στον άξονα των πραγματικών αριθμών. Η αφαιρετική διαδικασία λειτουργεί γρηγορότερα καθώς και η μετάφραση σε πίνακα τιμών. Η σύνδεση της έννοιας της απόστασης, μέσα σε πραγματική κατάσταση, με το σύμβολο και την έννοια της απόλυτης τιμής ήταν δύσκολο να γίνει. Μετά από καθοδήγηση (υπενθύμιση) του διδάσκοντα «πώς συμβολίζουμε την απόλυτη τιμή στα μαθηματικά» έκαναν την εννοιολογική σύνδεση και κατόρθωσαν να δημιουργήσουν την αλγεβρική έκφραση (τον τύπο) ο οποίος θα οδηγούσε στην λύση. Όμως, ήταν αδύνατον να συνδέσουν την αλγεβρική έκφραση με την έννοια της συνάρτησης και να οδηγηθούν στην γραφική παράσταση, η οποία θα τους έδινε την λύση. Η λύση δόθηκε στο ίδιο πλαίσιο με την Β΄ Γυμνασίου από μικρότερο ποσοστό μαθητών.

γ) Στην Γ΄ Λυκείου, η πρωτοβουλία των μαθητών έφτασε μέχρι την αναπαράσταση του προβλήματος στον άξονα των πραγματικών αριθμών και δεν μπόρεσαν να απαντήσουν στο πρόβλημα με οποιονδήποτε τρόπο. Οι μαθητές αυτόματα προσπάθησαν να εντάξουν το πρόβλημα σε κάποια θεωρία της περιόδου στην ύλη πάντοτε της Γ΄ Λυκείου. Μόνον μετά από αναδρομή στην έννοια της απόλυτης τιμής με όρους απόστασης που έγινε με την καθοδήγηση του διδάσκοντος και αφού δημιουργήθηκε ο τύπος της συνάρτησης οι μαθητές μπόρεσαν εύκολα να συνεχίσουν τη διαπραγμάτευση και να καταλήξουν στη λύση.

Η επίδραση του τρόπου διδασκαλίας (απουσία προβλημάτων από τα εγχειρίδια, η μονομερής αντιμετώπιση της έννοιας της απόλυτης τιμής με αλγεβρικό τρόπο), η έλλειψη εμπειρίας σχετικά με τις διαφορετικές αναπαραστάσεις της έννοιας της απόλυτης τιμής και η αδυναμία μετάφρασης

της πραγματικής κατάστασης, δεν οδήγησαν την απόβλεψη των μαθητών στις κατάλληλες ενέργειες για την ολοκλήρωση της λύσης. Ειδικά στις τάξεις του Λυκείου φάνηκε η αδυναμία συσχέτισης της έννοιας με την συναρτησιακή αναπαράσταση και κατ' επέκταση με το γράφημα.

Ίσως θα πρέπει να σημειωθεί εδώ ότι κατ' αρχάς το πρόβλημα δόθηκε πιο γενικά, με την εξής εκφώνηση: *Τα ελληνικά ταχυδρομεία θέλουν να φτιάξουν ένα υποκατάστημα για να εξυπηρετήσουν τρία χωριά τα οποία βρίσκονται κατά μήκος ενός επαρχιακού δρόμου, και απέχουν το πρώτο από το δεύτερο 3 χιλ. και το δεύτερο από το τρίτο 14 χιλ. Για να μειωθεί το κόστος μεταφοράς, θα πρέπει το υποκατάστημα να χτιστεί σε τέτοια θέση ώστε το άθροισμα των αποστάσεών του από τα τρία χωριά να είναι το ελάχιστο δυνατόν. Προσδιορίστε το επιθυμητό σημείο.*

Με την εκφώνηση αυτή παρατηρήθηκε δυσκολία απεικόνισης στον άξονα των πραγματικών αριθμών, γιατί έλειπε το σημείο αναφοράς.

⇨ Πρόβλημα 2

Το πρώτο ερώτημα του προβλήματος βρίσκεται σαν εφαρμογή στο σχολικό εγχειρίδιο της Γ΄ Λυκείου, Θετικής κατεύθυνσης 1999. Η εμπειρία δείχνει ότι αν ζητηθεί από τους μαθητές να το λύσουν αντιμετωπίζουν μεγάλη δυσκολία. Ίσως αυτός είναι ο λόγος που υπάρχει σαν εφαρμογή.

Ακόμη και όταν οι μαθητές σχηματίζουν το σχήμα στο καρτεσιανό επίπεδο, υπάρχει δυσκολία στην αντιμετώπισή του. Η αλγεβρική διαπραγμάτευση αγνοώντας το σχήμα είναι αδύνατη. Ελάχιστοι μαθητές επιχειρούν φιλότιμα να αντιμετωπίσουν αλγεβρικά την πρώτη ερώτηση, ενώ η δεύτερη είναι αδύνατο να απαντηθεί.

Το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό του προβλήματος είναι ότι εάν δεν γίνει η εικονική αναπαράσταση είναι σχεδόν αδύνατο να λυθεί στα πλαίσια της

άλγεβρας. Είναι εμφανής η ανάγκη αναπαράστασης σε διαφορετικό σύστημα . Στο εικονικό σύστημα πρέπει ο μαθητής να δει το σχήμα δυναμικά και όχι στατικά. Να φανταστεί διάφορα σημεία στον κύκλο για τα οποία να φαντάζεται το μέτρο τους , την απόστασή τους δηλαδή από την αρχή των αξόνων.[41] Με τη διαδικασία αυτή, έχει μια πρώτη διαίσθηση και δημιουργεί μια πρώτη εικασία η οποία θα τον οδηγήσει στην λύση. Η εικονική αναπαράσταση οδηγεί την συνείδηση να επιλέξει ανάμεσα από εννοιολογικούς συνδέσμους το γεωμετρικό πλαίσιο για την αιτιολόγηση των ενεργειών. Εν τέλει όμως πραγματοποιεί τη λύση με αλγεβρική αναπαράσταση σε αλγεβρικό πλαίσιο, με όρους όμως Γεωμετρίας. Η γεωμετρική απάντηση προσδιόρισε τα σημεία τα οποία κατόπιν προσδιορίστηκαν αλγεβρικά με την λύση συστήματος. Η μετάφραση μεταξύ των αναπαραστάσεων και η εναλλαγή ή ο εγκιβωτισμός του ενός πλαισίου μέσα στο άλλο μπορεί να γίνει μόνο μέσα στα πλαίσια μιας αποβλεπτικής δράσης, και σίγουρα δεν μπορεί να επιτευχθεί από οποιαδήποτε τεχνητή νοημοσύνη.

Οι νέες τεχνολογίες μπορούν να συμπληρώσουν αδυναμίες της αποβλεπτικής δύναμης. Η δυναμική αντιμετώπιση του σχήματος μπορεί να γίνει εύκολα και πλέον κατανοητά χρησιμοποιώντας το δυναμικό πρόγραμμα *Geometer's Scetchpad*, με χρήση Η/Υ. Στο περιβάλλον αυτό, η δυναμική απεικόνιση και η ευκολία μετρήσεων βοηθούν στο να οδηγηθούν οι μαθητές ευκολότερα και γρηγορότερα στην εικασία.

[41] Στην ίδια αντιμετώπιση πρέπει να καταφύγει για να λύσει και το δεύτερο ερώτημα το σχετικό με τα ορίσματα.

⇨ Πρόβλημα 3

Το πρόβλημα αυτό δημιουργήθηκε στα πλαίσια του μεταπτυχιακού μαθήματος «Ειδικά θέματα διδακτικής» (Διδάσκων: Χ. Στράντζαλος) του μεταπτυχιακού τμήματος «Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών» του Μαθηματικού τμήματος του Πανεπιστημίου Αθηνών.[42] Το πρόβλημα γίνεται με μορφή δραστηριότητας και με την καθοδήγηση του καθηγητή. Χαρακτηρίζεται από ποικιλία αναπαραστάσεων, ανατροφοδότηση, έλεγχο, δημιουργική αμφιβολία, επαναπροσδιορισμό της στάσης, αντιμετώπιση στοιχειωδών προβλημάτων μέσα στο πρόβλημα, έως ότου μπορέσει να προσδιοριστεί το θεωρητικό πεδίο στο οποίο θα αναζητηθεί η απάντηση. Ο Dewey (1933), θεωρώντας ότι η αναστοχαστική σκέψη περιλαμβάνει ένα στάδιο αμφιβολίας και δισταγμού, νοητικής δυσκολίας, μέσα από το οποίο ξεπηδά η σκέψη και μια διαδικασία έρευνας που θα διαλύσει την αμφιβολία, προτείνει την ενεργό συμμετοχή των μαθητών έξυπνα καθοδηγούμενη από τον δάσκαλο. Στηρίζεται στην ενεργό συμμετοχή του μαθητή στα πλαίσια της κονστρουκτιβιστικής διδασκαλίας, όπου με την καθοδήγηση του καθηγητή, η δραστηριότητα εξελίσσεται με διαδικασία παρόμοια του ερευνητή μαθηματικού. «Υπάρχει μόνο μια μικρή διαφορά πάνω στο βαθμό ή το επίπεδο μεταξύ της εργασίας ενός μαθητή που προσπαθεί να λύσει αλγεβρικά και γεωμετρικά προβλήματα και στην εργασία ενός ερευνητή μαθηματικού» (Hadamard, 1945).

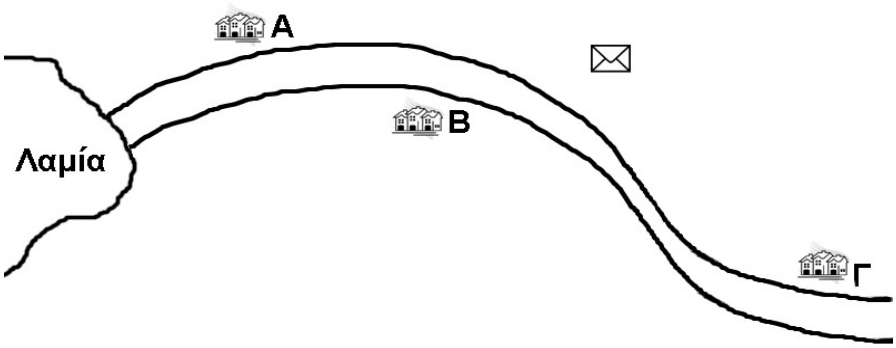
[42] Με παραλλαγή στην εκφώνηση (η διαδρομή γίνεται σε βουνό από καλόγερο ο οποίος ανεβαίνει στο μοναστήρι στην κορυφή του βουνού) το πρόβλημα χρησιμοποίησε ο ψυχολόγος S. Dumker ως παράδειγμα εσωτερικά προσανατολισμένου συνδυασμού των γνωστικών στοιχειών του προβλήματος. Η λύση που πρότεινε ο ίδιος είναι: την ώρα που ο μοναχός αρχίζει να κατεβαίνει το μονοπάτι υποθέτουμε ότι το φάντασμα του καλόγερου ανεβαίνει, οπότε θα συναντηθούν σε ένα σημείο.

Π Α Ρ Α Ρ Τ Η Μ Α

⇨ Πρόβλημα 1

Στον επαρχιακό δρόμο Λαμίας Καρπενησίου υπάρχουν τρία χωριά Α, Β, Γ, κατά μήκος του δρόμου και σε αποστάσεις από την Λαμία 3 χλμ., 6 χλμ. και 20 χλμ. αντίστοιχα. Τα Ελληνικά Ταχυδρομεία αποφάσισαν να χτίσουν ένα υποκατάστημα για την εξυπηρέτηση των χωριών αυτών. Προκείμενου να ελαχιστοποιήσουν το κόστος των μεταφορικών, θα πρέπει το υποκατάστημα να χτιστεί σε τέτοιο σημείο ώστε το άθροισμα των αποστάσεων του από τα τρία χωριά να είναι το ελάχιστο δυνατόν. Μπορείτε να προσδιορίσετε το σημείο;

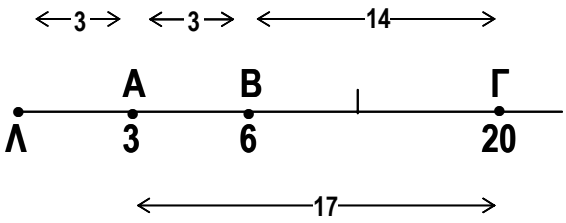
Α) Οι περισσότεροι μαθητές της Β΄ Γυμνασίου ξεκίνησαν κάνοντας ένα σχέδιο σαν το παρακάτω:



σχήμα 1.1

και πειραματίστηκαν θεωρώντας διάφορα σημεία στα οποία θα μπορούσε να χτιστεί το νέο ταχυδρομείο.

Μετά την παρακίνηση του διδάσκοντος, η απεικόνιση έγινε σε ευθεία γραμμή, οπότε έκαναν το παρακάτω σχήμα:



σχήμα 1.2

Έκαναν δοκιμές θεωρώντας διάφορα πιθανά σημεία στον ημιάξονα Λx και δημιουργήθηκε ένας πίνακας όπως ο παρακάτω (οι τιμές είναι ενδεικτικές):

Τ	(ΤΑ)	(ΤΒ)	(ΤΓ)	(ΤΑ) + (ΤΒ) + (ΤΓ)
2	1	4	18	23
4	1	2	16	19
5	2	1	15	18
6	3	0	14	17
8	5	2	12	19
25	22	19	5	46

Από τον πίνακα έβγαλαν ένα πρόχειρο συμπέρασμα (εικασία) ότι η επιθυμητή θέση είναι το χωριό Β.

Το παραπάνω συμπέρασμα ζητήθηκε να αιτιολογηθεί. 3 - 4 μαθητές (από σύνολο 34) μπόρεσαν να αιτιολογήσουν λογικά την προηγούμενη εικασία.

Β) Το πρόβλημα δόθηκε στην Α΄ Λυκείου λίγο μετά το μάθημα των απολύτων τιμών, στο μάθημα των συναρτήσεων.

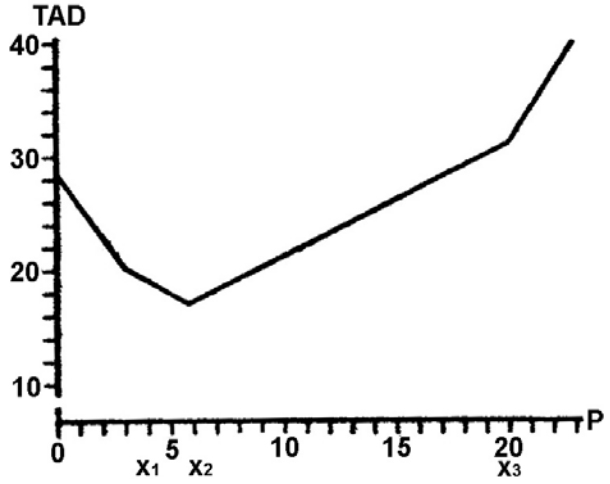
Οι μαθητές πέρασαν αμέσως στην απεικόνιση των σημείων στον άξονα και έκαναν δοκιμές φτιάχνοντας ένα πίνακα αντίστοιχο των μαθητών της Β΄ Γυμνασίου. Αρκετοί προσδιόρισαν το σημείο εικάζοντας από τα αποτελέσματα των μετρήσεων, αλλά μόνο δύο μπόρεσαν να αιτιολογήσουν την απάντησή τους με τρόπο ανάλογο των μαθητών της Β΄ Γυμνασίου. Μετά από παραίνεση του διδάσκοντος να θυμηθούν πώς συμβολίζεται η απόσταση στα μαθη-

ματικά, κάποιοι μπόρεσαν να δημιουργήσουν την αλγεβρική έκφραση η οποία απεικονίζει το ζητούμενο του προβλήματος:

$$|x - 3| + |x - 6| + |x - 20|$$

Δεν ήταν δυνατόν όμως να συνδέσουν τον παραπάνω τύπο με την έννοια της συνάρτησης και να την διαπραγματευτούν αναλόγως.

Με την βοήθεια Η/Υ, η συνάρτηση $f(x) = |x - 3| + |x - 6| + |x - 20|$ έδωσε το παρακάτω γράφημα:



σχήμα 1.3

και ζητήθηκε από τους μαθητές να διαπραγματευτούν την συνάρτηση και να κάνουν την γραφική της παράσταση σαν εργασία για το σπίτι.

Γ) Η Γ΄ Λυκείου είχε τη μεγαλύτερη δυσκολία από τις τρεις τάξεις προσπαθώντας να εντάξει το πρόβλημα σε κάποια θεωρία οικεία στα πλαίσια της Γ΄ Λυκείου.

Οι μαθητές έκαναν την απεικόνιση του προβλήματος στον άξονα, ελάχιστοι προχώρησαν σε δοκιμές και δεν κατόρθωσαν να αιτιολογήσουν την σωστή απάντηση.

Όταν μετά από προτροπές του διδάσκοντα δημιουργήθηκε στο τέλος η παραπάνω συνάρτηση, εύκολα την διαπραγματεύτηκαν και έφτασαν στη λύση του προβλήματος.

⇨ Πρόβλημα 2

Από τους μιγαδικούς αριθμούς z οι οποίοι απέχουν από τον μιγαδικό $z_0 = 2 + 2i$ απόσταση ίση με $\sqrt{2}$ να βρεθούν εκείνοι οι οποίοι έχουν:

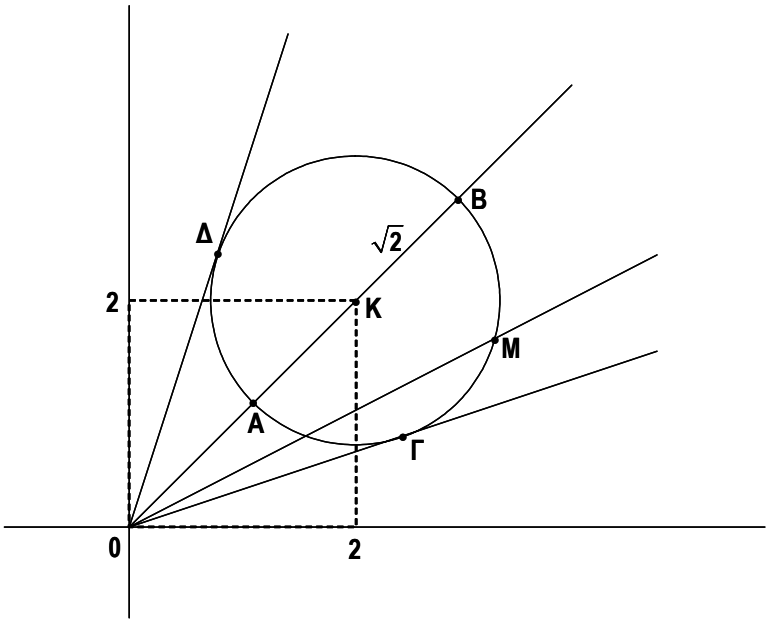
α) *το μεγαλύτερο και το μικρότερο μέτρο και*

β) *το μεγαλύτερο και το μικρότερο όρισμα.*

Σημείωση: Το πρώτο ερώτημα αποτελεί εφαρμογή του σχολικού βιβλίου της Γ΄ Λυκείου Θετικής κατεύθυνσης (ΟΕΔΒ, έκδοση 1999).

Λύση

Οι μιγαδικοί που έχουν την ιδιότητα που αναφέρει το πρόβλημα βρίσκονται σε κύκλο κέντρου z_0 και ακτίνας $\sqrt{2}$. Το |z| είναι η απόσταση της εικόνας Μ (z) του μιγαδικού z στο μιγαδικό επίπεδο από την αρχή των αξόνων Ο (0, 0).



σχήμα 2.1

Α) Από τη Γεωμετρία γνωρίζουμε ότι αν η ευθεία ΟΚ τέμνει τον κύκλο στα σημεία Α και Β, τότε (ΟΑ) $\leq$ (ΟΜ) $\leq$ (ΟΒ) που σημαίνει ότι η μεγίστη τιμή του |z| είναι το μήκος (ΟΒ) και η ελαχίστη τιμή το μήκος (ΟΑ).

Η εξίσωση της ευθείας ΟΚ είναι y = x, και επομένως οι συντεταγμένες των σημείων Α και Β είναι οι λύσεις του συστήματος

$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-2)^2 = 2 \\ y = x \end{cases}$$

που είναι τα ζεύγη (1, 1) και (3, 3) και επομένως η μεγίστη τιμή του |z| είναι $\sqrt{3^2+3^2} = 3\sqrt{2}$ και η ελαχίστη $\sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$.

Β) Το όρισμα ενός μιγαδικού ορίζεται από την γωνία θ που σχηματίζει η αντίστοιχη διανυσματική ακτίνα με τον ημιάξονα Ox ($0 \le \theta \le 2\pi$). Για τους μιγαδικούς του παραπάνω κύκλου όλες οι διανυσματικές ακτίνες βρίσκονται στο εσωτερικό της γωνίας που σχηματίζουν οι εφαπτόμενες ΟΓ και ΟΔ του κύκλου που φέρονται από το Ο (0, 0). Οι γωνιές xΟΓ και xΟΔ είναι τα ζητούμενα ορίσματα. Αν (x, y) οι συντεταγμένες του σημείου Γ, τότε:

$$\overrightarrow{O\Gamma}\cdot\overrightarrow{\Gamma K} = 0 \Leftrightarrow x(x-2) + y(y-2) = 0 \qquad (1)$$

Επίσης, το σημείο Γ ανήκει στον κύκλο (Κ, $\sqrt{2}$), άρα ικανοποιεί την εξίσωση

$$(x-2)^2 + (x-2)^2 + (y-2)^2 = 2 \qquad (2)$$

Το σύστημα των εξισώσεων (1) και (2) προσδιορίζει τα σημεία

$\Gamma\left(\frac{3+\sqrt{3}}{2}, \frac{3-\sqrt{3}}{2}\right)$ και $\Delta\left(\frac{3-\sqrt{3}}{2}, \frac{3+\sqrt{3}}{2}\right)$

συμμετρικά ως προς την ευθεία y = x, όπως άλλωστε περιμέναμε.

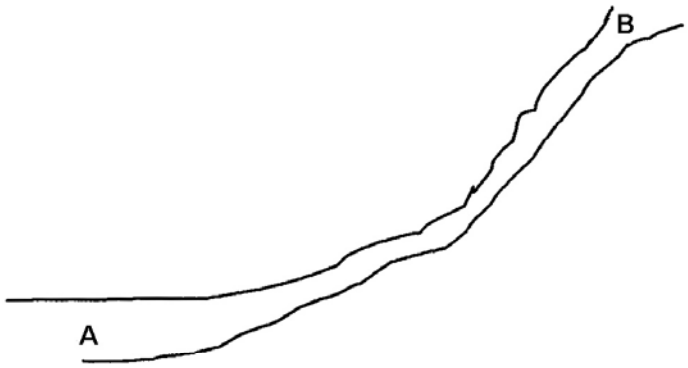
Άρα, οι ζητούμενοι μιγαδικοί είναι οι

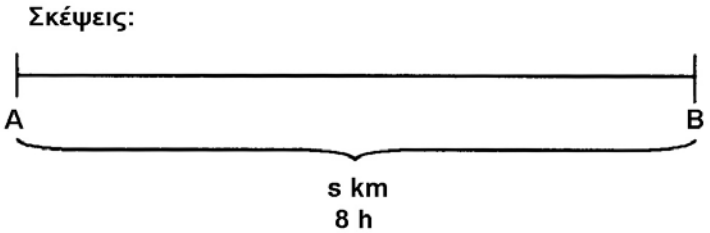
$\frac{3+\sqrt{3}}{2} + \frac{3-\sqrt{3}}{2}i$ (ελάχιστο όρισμα) και

$\frac{3-\sqrt{3}}{2} + \frac{3+\sqrt{3}}{2}i$ (μέγιστο όρισμα)

⇨ Πρόβλημα 3

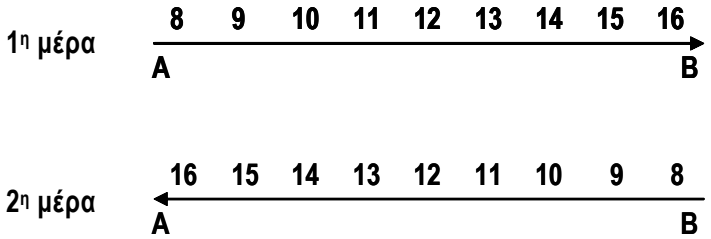
Η ορειβατική ομάδα της Λεοντείου στην εκδρομή της στην Κρήτη επισκέφτηκε το φαράγγι της Σαμαριάς. Στις 8.00 π.μ. ξεκίνησε από τη μια είσοδο του φαραγγιού και έφτασε στο τέλος του στις 4.00 μ.μ. Εκεί κατασκήνωσε και πέρασε το βράδυ. Την άλλη μέρα ξεκίνησε για την επιστροφή στις 8.00 π.μ. και έφτασε πάλι στην αρχική είσοδο στις 4.00 μ.μ. Υπάρχει περίπτωση σε κάποιο σημείο του φαραγγιού να ήταν η ομάδα τη δεύτερη μέρα ακριβώς την ίδια ώρα που ήταν και την πρώτη μέρα;





σχήμα 3.1

Σημειώνουμε ενδεικτικά κάποια σημεία της διαδρομής ΑΒ και ΒΑ στις διάφορες χρονικές στιγμές την 1η και 2η μέρα. Π.χ.:



σχήμα 3.2

Θα γίνει συζήτηση αν το ζητούμενο του προβλήματος είναι εφικτό, ίσως με κάποια επανατοποθέτηση των διαστημάτων και με την παρατήρηση ότι δεν έχω σταθερή ταχύτητα, το δε διάστημα είναι άγνωστο και ο χρόνος t = 8 h. Ας απλουστεύσουμε το πρόβλημα δημιουργώντας σταθερές, ώστε να περιορίσουμε τους αστάθμητους παράγοντες και να ελέγξουμε αν είναι δυνατή η περίπτωση που αναφέρει το πρόβλημα.

Υπόθεση: Έστω ότι η ομάδα την 1η και 2η μέρα περπατά με σταθερή ταχύτητα v = 4 km/h και χρειάζεται 8 ώρες για να διανύσει το φαράγγι. Η διαδρομή τότε είναι s = 4·8 = 32 km.

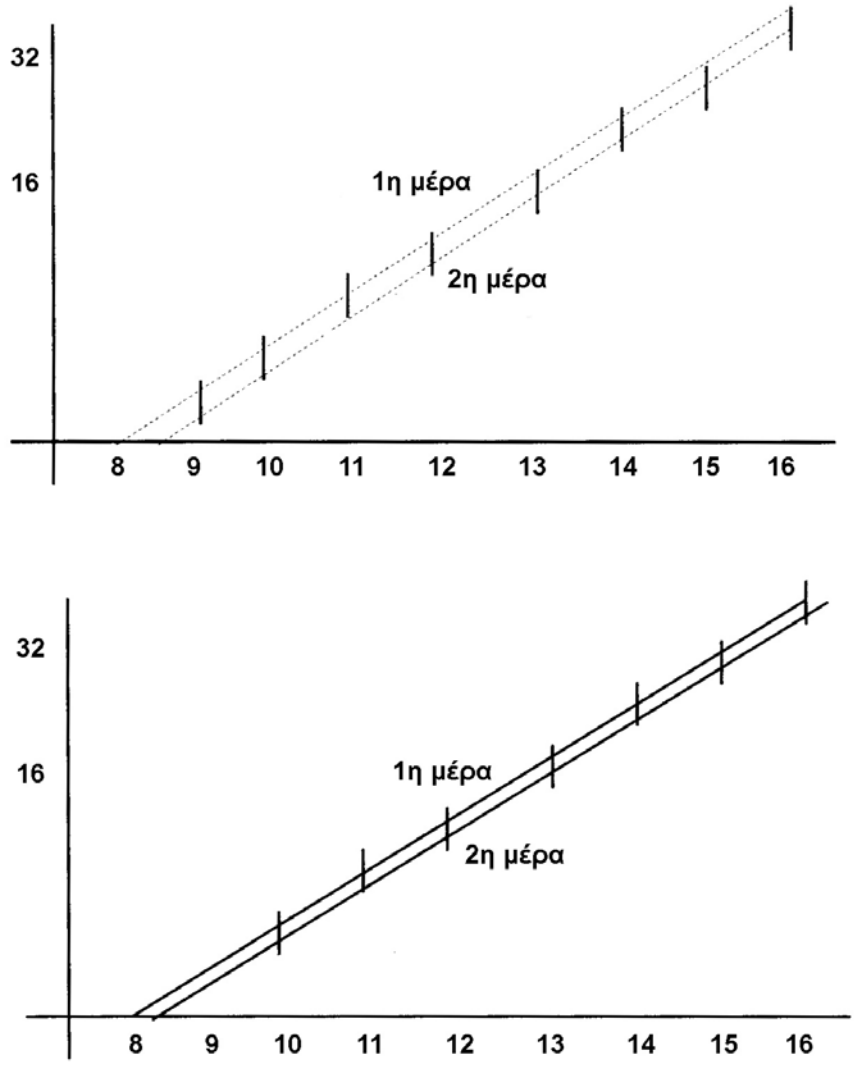
Πίνακας τιμών των αποστάσεων
από τα σημεία εκκίνησης των 2 ημερών

ΩΡΑ	ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΑΠΟ ΤΟ **Α**	ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΑΠΟ ΤΟ **Β**
8	0	0
9	4	4
10	8	8
11	12	12
12	16	16
13	20	20
14	24	24
15	28	28
16	32	32

Βλέποντας τους δύο πίνακες τιμών τι παρατηρείτε; Αυτό που παρατηρείτε σας οδηγεί στη σκέψη ότι κάθε ώρα στις δύο περιπτώσεις θα βρίσκονται στο ίδιο σημείο της διαδρομής;

Άρα, απαντούμε ότι όλα τα σημεία της διαδρομής είναι λύση του προβλήματος; Δηλαδή, σε κάθε σημείο της διαδρομής θα βρίσκεται την ίδια ώρα;

Μια σκέψη είναι να βρούμε τη σχέση που συνδέει το χρόνο και την απόσταση και να κάνουμε τη γραφική παράσταση για τις δύο περιπτώσεις.



σχήμα 3.3

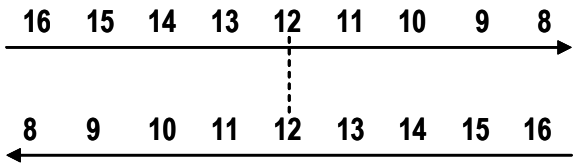
Οι γραφικές παραστάσεις των δύο περιπτώσεων θα γίνουν στο ίδιο σύστημα, πρώτα στα διακεκριμένα σημεία, τα οποία αναφέρονται στους πίνακες τιμών, και μετά από συζήτηση όσον αφορά τα μεγέθη τα οποία εμπλέκονται θα γίνει η γραμμή συνεχής.

Ερώτηση 1: Τι συμπέρασμα βγάζω από τη γραφική παράσταση; Κάθε χρονική στιγμή των δύο ημερών θα βρίσκονται στο ίδιο σημείο και τις δύο ημέρες; Σας φαίνεται λογικό;

Μήπως το σημείο όπου βρίσκονταν στις 12 το μεσημέρι είναι η λύση; Δηλαδή, το σημείο που απέχει τόση απόσταση από το Α, όση και από το Β;

Ίσως να ισχύει, γιατί το σημείο αυτό είναι το μέσον και η ταχύτητα είναι σταθερή. Για τα άλλα σημεία, που απέχουν το ίδιο από τα σημεία εκκίνησης, τις άλλες χρονικές στιγμές ισχύει; Αν όμως η ταχύτητα δεν είναι σταθερή; Θα ήταν το μέσον, θα υπήρχε κάποιο άλλο ή όχι;

Ας κάνουμε την πραγματική αναπαράσταση:

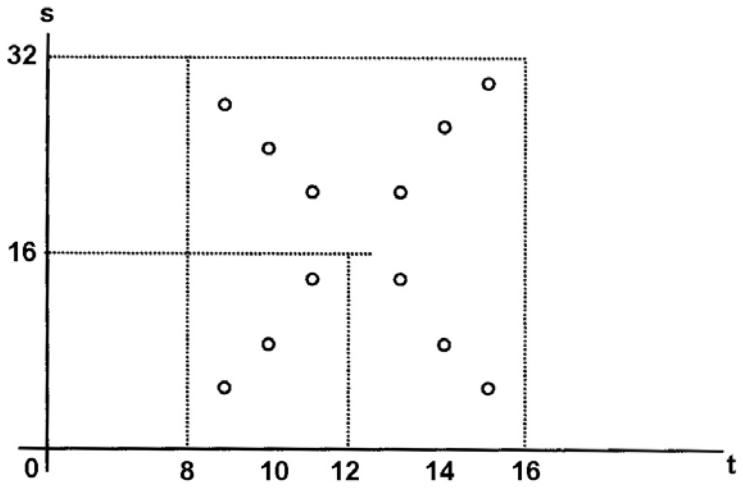


σχήμα 3.4

Πού ήταν το λάθος; Είναι σωστή η λογική να μετράμε την απόσταση τη μια φορά από το Α και την άλλη από το Β; Μας ενδιαφέρει η θέση που βρίσκονται κάθε χρονική στιγμή και όχι η απόσταση που περπάτησαν. Επομένως, η θέση πρέπει να οριστεί και τις δυο μέρες ως προς το ίδιο σημείο αναφοράς. Ας φτιάξουμε τον παρακάτω πίνακα:

ΩΡΑ	ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΑΠΟ ΤΟ **Α (1η μέρα)**	ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΑΠΟ ΤΟ **Α (2η μέρα)**
8	0	32
9	4	28
10	8	24
11	12	20
12	16	16
13	20	12
14	24	8
15	28	4
16	32	0

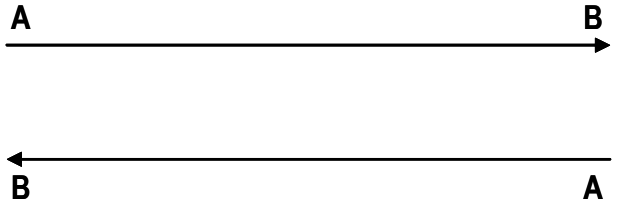
Παρατηρούμε πάλι ότι στις 12 το μεσημέρι θα βρίσκονται σε σημείο που απέχει 16 km από το Α και τις δυο μέρες.



σχήμα 3.5

Ερώτηση 2: Εάν όμως τη δεύτερη μέρα είχαν λίγο διαφορετική ταχύτητα περί τις 12 θα υπήρχε κοινό σημείο;

Επανερχόμαστε και κάνουμε μια δυναμική αναπαράσταση ταυτόχρονα των δύο διαδρομών (με κίνηση), απ' όπου εποπτικά διαπιστώνουμε ότι πρέπει να υπάρχει λύση του προβλήματος.



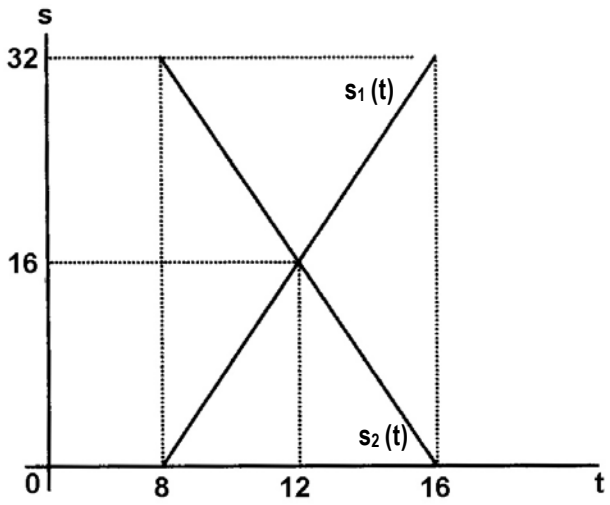
σχήμα 3.6

Επανερχόμαστε στη σχέση που προκύπτει από τον παραπάνω πίνακα ανάμεσα στην ώρα και στην απόσταση στις δύο περιπτώσεις (1η και 2η μέρα) και γίνεται συζήτηση για τη συνέχεια των μεγεθών διάστημα, χρόνος. Συμπληρώνουμε την γραφική παράσταση με συνεχή ευθύγραμμα τμήματα. Παρατηρούμε τη σχέση ανάμεσα στο χρόνο και την απόσταση την 1η και τη 2η μέρα:

Είναι σχέση συνάρτησης $s = v \cdot t$ ή καλύτερα $s(t) = v(t) \cdot t$. Παρατηρούμε ότι η μια σχέση της απόστασης από το Α είναι αύξουσα συνάρτηση και η άλλη της 2ης μέρας φθίνουσα.

Να γίνει για το προηγούμενο παράδειγμα γραφική παράσταση.

Έστω s_1 (t) η συνάρτηση της 1ης μέρας και s_2 (t) της 2ης.



σχήμα 3.7

Ερώτηση 3: Οι διαγώνιοι ενός ορθογωνίου θα τέμνονται πάντοτε; (αναζητούμε γνώσεις αξιωμάτων Γεωμετρίας).

Μέχρι στιγμής, με κάποιες προϋποθέσεις βρήκαμε ότι το πρόβλημα έχει λύση, αν όμως οι ταχύτητες δεν ήταν ίδιες ή δεν ήταν σταθερές, όπως συμβαίνει στην πραγματικότητα, θα υπήρχε το προηγούμενο σημείο;

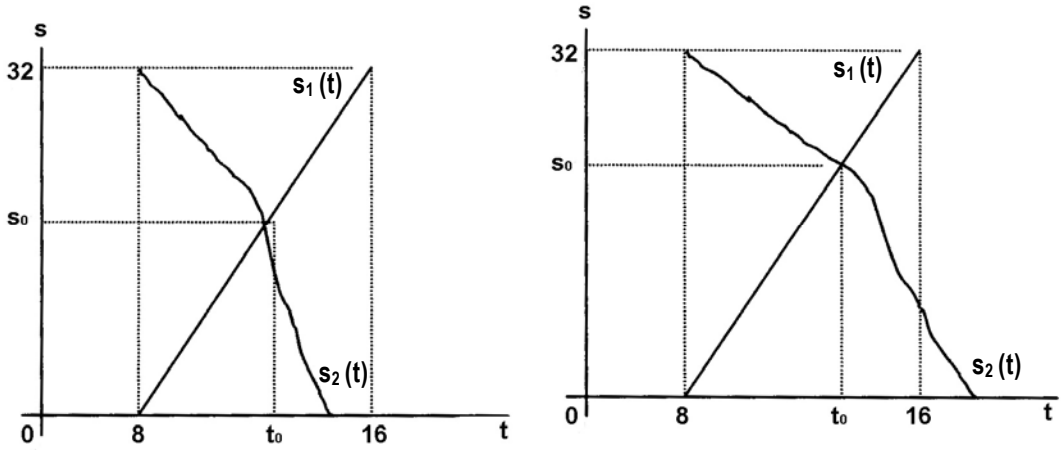
Ας κάνουμε μια υπόθεση ότι η μία ήταν σταθερή. Ας είναι η ταχύτητα της 1ης μέρας σταθερή, και:

α) η ταχύτητα της 2ης μέρας μεγαλύτερη

i) σταθερά μεγαλύτερη
ii) μεταβλητά μεγαλύτερη
} τότε θα επέστρεφαν πριν τις 4 μ.μ.

β) η ταχύτητα της 2ης μέρας μικρότερη

i) σταθερά μικρότερη
ii) μεταβλητά μικρότερη
} τότε θα επέστρεφαν μετά τις 4 μ.μ.



σχήμα 3.8

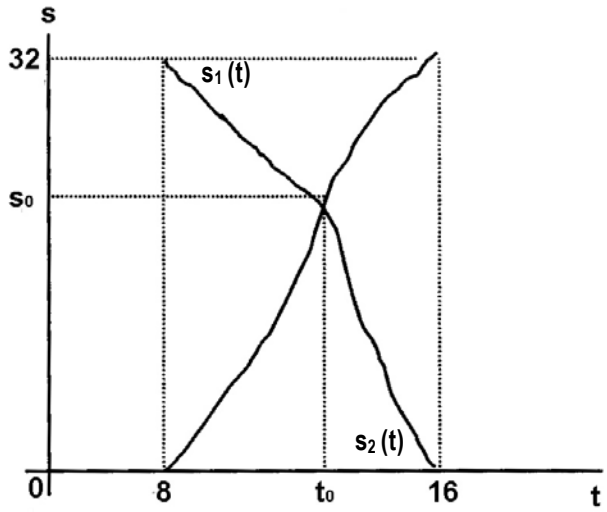
Στη συνέχεια ζητάμε να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις στην αντίστροφη περίπτωση (σταθερή η ταχύτητα τη 2η μέρα και μεταβλητή την 1η).

Ερώτηση: Πώς φαντάζεστε ότι θα προχωρούσαν ώστε να φτάσουν στον ίδιο χρόνο;

Κατασκευάζουμε τη γραφική παράσταση. Υπάρχει το σημείο που ζητάμε;

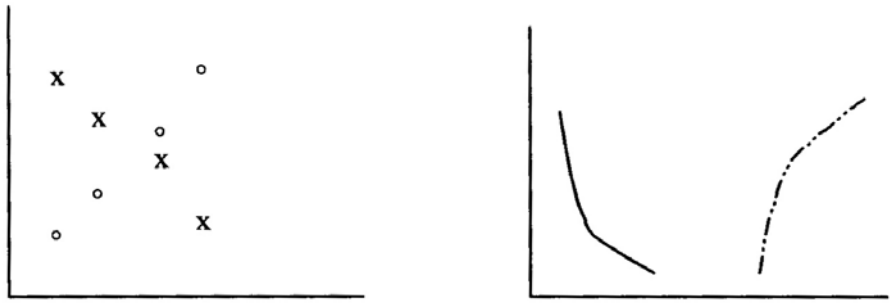
Τι συνάρτηση είναι η s_1 (t); (είναι συνάρτηση αύξουσα).

Τι συνάρτηση είναι η s_2 (t); (είναι συνάρτηση φθίνουσα).



σχήμα 3.9

Ερώτηση: Οι γραφικές παραστάσεις μιας αύξουσας και μιας φθίνουσας συνάρτησης θα τέμνονται πάντοτε;



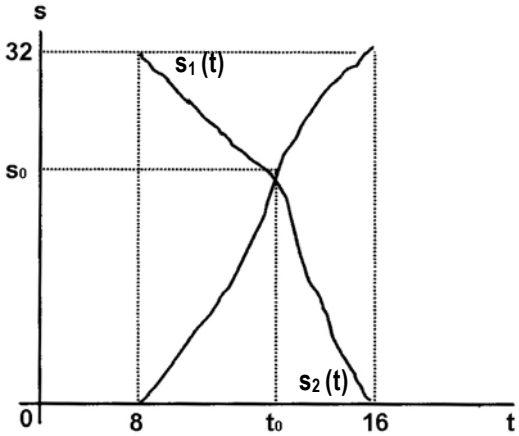
Παράδειγμα 1ο **Παράδειγμα 2ο**

σχήμα 3.10

Συμπέρασμα από τα παραδείγματα: Οι συναρτήσεις πρέπει να είναι συνεχείς και να έχουν κοινό πεδίο ορισμού.

Επαναδιατύπωση του προβλήματος: Δύο συνεχών συναρτήσεων με κοινό πεδίο ορισμού θα τέμνονται οι γραφικές παραστάσεις;

Επανερχόμαστε στη γραφική παράσταση της γενικής περίπτωσης. Έστω ότι δύο γραφικές παραστάσεις τέμνονται στο t_0.



σχήμα 3.11

Τότε για:

$t < t_0$ θα έχουμε: $s_2(t) > s_1(t)$

$t > t_0$ θα έχουμε: $s_2(t) < s_1(t)$

Επομένως για:

$t < t_0$ θα έχουμε: $s_2(t) - s_1(t) > 0$

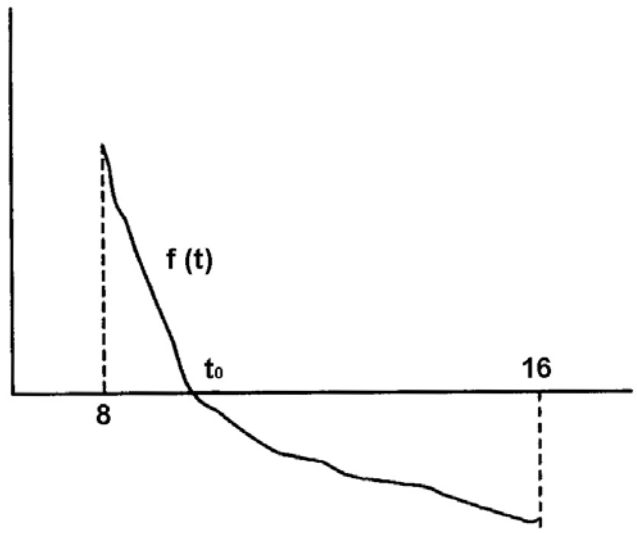
$t > t_0$ θα έχουμε: $s_2(t) - s_1(t) < 0$

και για

$t = t_0$ $s_1(t) = s_2(t)$

Αν θεωρήσω την $f(t) = s_2(t) - s_1(t)$ πώς μπορεί να επαναδιατυπωθεί το πρόβλημα που αντιμετωπίσαμε παραπάνω;

Διατύπωση της πρότασης: Μια συνάρτηση συνεχής, θετική έως κάποιο σημείο t_0 και αρνητική μετά το t_0, θα μηδενίζεται στο σημείο t_0;



σχήμα 3.12

Διαισθητικά απαντούμε ότι έτσι πρέπει να είναι γιατί μας έρχονται στο νου τα αξιώματα της Γεωμετρίας και αναζητούμε μια μαθηματική πλέον θεμελίωση της εικασίας μας. Εδώ φαίνεται η αναγκαιότητα της χρήσης του θεωρήματος Bolzano. Κατόπιν, γίνεται εφαρμογή του θεωρήματος στο παραπάνω πρόβλημα, ορίζοντας τη συνάρτηση $f(t) = s_2(t) - s_1(t)$ στο διάστημα [8, 16].

$$f(8) = s_2(8) - s_1(8) = s - 0 = s > 0$$

$$f(16) = s_2(16) - s_1(16) = 0 - s = -s < 0$$

Επομένως: $f(8) \cdot f(16) = -s^2 < 0$

Η f (t) είναι συνεχής ως διαφορά συνεχών.

Άρα, εφαρμόζεται το θεώρημα Bolzano και υπάρχει $t_0 \in (8, 16)$ για το οποίο $f(t) = 0$, δηλαδή $s_1(t_0) = s_2(t_0)$.

Άρα, θα υπάρχει σημείο της διαδρομής στο οποίο θα βρεθούν την ίδια χρονική στιγμή και τις δύο ημέρες.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΑΠΟΒΛΕΨΗ ΚΑΙ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΡΑΞΗ

4.1. Η Διδακτική Πράξη

Το να μάθει κανείς καινούργιες έννοιες δεν συνίσταται στο να ταιριάξει με αυτές ή με προϋπάρχουσες έννοιες κάποιες λέξεις, αλλά να αποκτήσει τους κανόνες που διέπουν τη χρήση τους. Αυτό εμπεριέχει καθοδήγηση και διδασκαλία με την έννοια ότι η ανακάλυψη και ο έλεγχος της υπόθεσης δεν δίνονται σαν κανόνας κάθε φορά, αλλά υπάρχουν εννοιολογικά πίσω από την καθοδήγηση και την διδασκαλία μιας τεχνικής ή μιας φόρμας.

Διδασκαλία όμως όχι σαν μεταφορά, ή εισαγωγή, ή επανανακάλυψη προϋπάρχουσας και αντικειμενικής κωδικοποιημένης γνώσης, αλλά μέσα από τη διαδικασία προσπάθειας-δοκιμής και με την παρουσία μιας γνωστικής αυθεντίας, η οποία θα επιτρέπει τη συμμετοχή. Οι έννοιες θα αποκτώνται και θα βελτιώνονται με καθοδήγηση, ερμηνεία, διόρθωση, αξιολόγηση.

Η εγγενής αγάπη για το θέμα ή τη δραστηριότητα και η επιθυμία για επιτυχία και τελειοποίηση είναι ένα ισχυρό κίνητρο για τον μαθητή.

Μαθαίνουμε επίσης και μέσα από μια δέσμευση η οποία πολλές φορές γίνεται ενστικτωδώς και επιβάλλεται από τον κοινωνικό περίγυρο ή το πολιτισμικό πλαίσιο. Οι πηγές των κινήτρων είναι σύνθετες και η μάθηση επηρεάζεται από τα συναισθήματα και την στάση του μαθητή στην συγκεκριμένη δραστηριότητα και στα ερεθίσματα του περιβάλλοντος. Ακόμα και οι δυνατότητες που προσφέρει η κοινωνία για το μέλλον του μαθητή δημιουργούν μια λειτουργική ηθική υποχρέωση για την μάθηση, υπό όρους βαθμών, εξετάσεων, διπλωμάτων και καθορίζουν και μελλοντικές επιλογές του.

4.2. Στάση και Μάθηση

Τα συστήματα των πεποιθήσεων και των στάσεων προδιαθέτουν τους μαθητές σε διαφορετική ανταπόκριση στην μάθηση των Μαθηματικών (McDonald, 1989).

Η κατανόηση είναι μια σύνθετη δραστηριότητα η οποία συμπεριλαμβάνει αντίληψη, συναίσθημα, αιτιολόγηση, δράση και συναίσθηση (Damasio, 1994· Luhman, 1995· Maturana and Varela, 1980· Thompson and Rosch, 1991).

Οι στάσεις, τα πιστεύω και τα συναισθήματα, είναι βασικοί παράγοντες που επηρεάζουν το πεδίο της μαθηματικής εκπαίδευσης (Mc Leon 1992), όπου η γνώση και η σκέψη θεωρείται ότι περιγράφουν το περιεχόμενο και την λειτουργία του ανθρώπινου νου (Brown, 1992).

Η στάση των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά είναι ένα συνολικό μέτρο για το αν θα τους αρέσουν, αν θα συμμετέχουν στις δραστηριότητες, αν πιστεύουν ότι είναι καλοί ή ότι θα τους είναι χρήσιμα ή όχι, και τελικά αποτελεί την κύρια μεταβλητή στον καθορισμένο στόχο (Neale, 1969).

Οι μαθητές πριν το σχολείο, σε κάθε επίπεδο, έχουν δημιουργήσει μια αφελή θεωρία για να ερμηνεύσουν τον κόσμο τους, σύμφωνα με τις προϋπάρχουσες δυνατότητές τους. Αυτή θα πρέπει να αναδομήσουν με τους όρους του σχολείου, μέσα από γνωσιακές και κοινωνικές διεργασίες. Η ανομοιογένεια που υπάρχει ανάμεσα στην μαθηματική γνώση που έχουν δημιουργήσει και αυτή που τους περιμένει στο σχολείο έχει επισημανθεί σε διάφορες έρευνες. Το σύστημα δε διδασκαλίας που ακολουθούμε φροντίζει ώστε η αλλαγή αυτή να είναι ασυνεχής και ασύνδετη. Για την αλλαγή αυτή, την οποία η Βοσνιάδου ονομάζει εννοιολογική αλλαγή, οι μαθητές θα πρέπει να έλθουν με θετική στάση, και να τους δημιουργηθεί διάθεση εμπλοκής στις μαθησιακές δραστηριότητες.

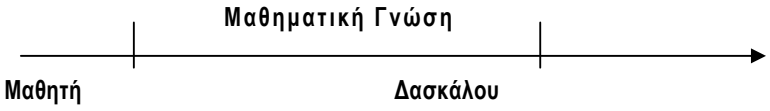
Οι έρευνες των Bernstein (1975), Halliday (1978), Labov (1972) έχουν δείξει ότι η γλώσσα του σχολείου δημιουργεί αρνητική στάση σε μεγάλες ομάδες μαθητών. Ο έντονος φορμαλισμός είναι εντελώς ξένος με το περιβάλλον της προϋπάρχουσας γνώσης και αποτελεί σημαντικό διδακτικό και γνωστικό εμπόδιο. Ο μαθητής αδυνατεί να συνδέσει τις έννοιες που έχουν δομηθεί με την προϋπάρχου-

σα γνώση, με τη νέα γλώσσα με αποτέλεσμα να χειρίζεται σύμβολα, να επαναλαμβάνει ορισμούς και ιδιότητες χωρίς να κατανοεί το νόημά τους.

Τα παραπάνω αποτελούν ελάχιστες αναφορές από πολλές ερευνητικές εργασίες που έχουν γίνει σχετικά με την επίδραση της στάσης των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά, στην διαδικασία της μάθησης. Αντίστοιχες έρευνες έχουν γίνει και για την επίδραση της στάσης του δασκάλου, απέναντι τόσο στα μαθηματικά όσο και στην διαδικασία εξέλιξης της διδασκαλίας. Τα αποτελέσματα δείχνουν την καθοριστική σημασία των στάσεων αμφοτέρων των εμπλεκομένων, τόσο στην εξέλιξη των εννοιών όσο και στην επίτευξη της μεταξύ τους «συνάντησης»[43]. Η «συνάντηση» είναι απαραίτητο να επιδιώκεται, αν θέλουμε μια γνήσια εσωτερική σχέση με τον κόσμο του πνεύματος. Χωρίς αυτή, η μόρφωση μένει ένα απλό μη δεσμευτικό παιγνίδι.

4.3. Διαφορά Γνώσης Δασκάλου – Μαθητή

Το υπάρχον μοντέλο της διδασκαλίας περιορίζει τους μαθητές να αποκτήσουν την γνώση μόνο μέσω του δασκάλου, ο οποίος προφανώς ξέρει περισσότερα. Κατά συνέπεια οι μαθητές συνεχώς θα υστερούν σε γνώση, η οποία μάλιστα φιλτράρεται από αυτά που ήδη ξέρει ο δάσκαλος, από την βοήθειά του, τις υποδείξεις του, τις επιλογές του κλπ. Ο δάσκαλος όχι μόνο καθορίζει την προοπτική της διδασκαλίας αλλά παρέχει αποφασιστικό προσανατολισμό για τον μαθητή σε σχέση με την εγκυρότητα της μαθηματικής γνώσης. Αν η διαδικασία της μάθησης δουλέψει όπως οργανώθηκε από τον δάσκαλο, οι μαθητές πραγματικά φαίνεται να ακολουθούν το μονοπάτι βήμα προς βήμα, όπως το σχεδίασε ο δάσκαλος από την δική του όμως οργανωμένη οπτική της γνώσης, ώστε να αποκτήσουν τη γνώση του δασκάλου.



σχήμα 4.1

[43] Όρος χρησιμοποιούμενος από τους υπαρξιστές.

Οι απαιτήσεις όμως για την επαγγελματική δραστηριότητα του δασκάλου δεν περιλαμβάνουν μόνο μαθηματικά αλλά και παιδαγωγική, διδακτική, κοινωνική εμπειρία κλπ. Το ρεπερτόριό του, οι εννοιολογικοί σύνδεσμοι τους οποίους έχει δημιουργήσει για την συγκεκριμένη έννοια διαφέρουν κατά πολύ από εκείνους του μαθητή. Δεν υπάρχει λοιπόν μόνο θέμα ποσοτικής διαφοράς γνώσης μεταξύ δάσκαλου-μαθητή αλλά και εσκεμμένης ποιοτικής διαφοράς.

Ο H. Steinbring (1991), διαπραγματευόμενος τη διαφορά γνώσης μεταξύ δασκάλου – μαθητή, παραθέτει δύο χαρακτηριστικά επεισόδια διδασκαλίας. Στα επεισόδια αυτά ο δάσκαλος χρησιμοποιεί την υπάρχουσα γνώση των μαθητών σαν σημείο έναρξης, τους κάνει επιδέξιες ερωτήσεις, εστιάζει σε συγκεκριμένα σημεία για να προωθήσει τις επιθυμητές απαντήσεις. Παρ' όλα αυτά στο τέλος των επεισοδίων μιλούν για διαφορετικά πράγματα, ενώ όλα είναι κατανοητά στο επίπεδο παραδείγματος και ερωτήσεων. Στο 1ο επεισόδιο, η ευρύτερη έννοια του συστήματος συνόλων ως δομής, στην οποία το κενό και το βασικό σύνολο είναι υπαρκτά στοιχεία και αποτελούν υποσύνολα του συνόλου, είναι αδύνατο να κατανοηθεί. Για τους μαθητές το κενό σύνολο, το οποίο αντιστοιχεί στο αδύνατο γεγονός στο παράδειγμα, δεν έχει λόγο ύπαρξης. Είναι αδύνατον λοιπόν να το εννοήσουν σαν ένα ίδιο με τα υπόλοιπα αντικείμενα (υποσύνολα) του βασικού συνόλου, την στιγμή μάλιστα που έχει διαφορετική ιδιότητα από αυτά. Εκείνα υπάρχουν (είναι δυνατόν να συμβούν) ενώ το κενό όχι.

Στο τέλος οι μαθητές δέχονται την έννοια σαν «λεξικό». Η τελική εντύπωση είναι ότι οδήγησε τους μαθητές στην γενική δομή της απεικόνισης συνόλων, και πέτυχε μια «επιφανειακή» συμφωνία όσον αφορά την έννοια.

Σε διδακτικές αναλύσεις το πρόβλημα τις ποιοτικής διαφοράς μεταξύ της γνώσης του δασκάλου και της γνώσης του μαθητή συχνά συζητείται στην βάση της διαλεκτικής μεταξύ παλαιάς και νέας γνώσης (Chevallard, 1985· Jahnke, 1978· Otte, 1986· Seeger, 1988· Steinbring, 1988). Ο δάσκαλος ήδη κατέχει την γνώση που οι μαθητές δεν έχουν μάθει ακόμα. Ο δάσκαλος κατέχει την μαθηματική θεωρία και γνωρίζει τους εννοιολογικούς συνδέσμους (*conceptual linkages*), μπορεί να

εντάξει την έννοια σε διαφορετικά πλαίσια και δομές, ενώ ο μαθητής απλά υπολογίζει και δουλεύει προβλήματα. Ένα τυπικό παράδειγμα τέτοιων ποιοτικών διαφορών είναι η απόδειξη στην αίθουσα (Jahnke, 1978). Ο δάσκαλος έχει τον έλεγχο των αποδείξεων που παρουσιάζει και στις περισσότερες περιπτώσεις είναι αρκετό αν οι μαθητές του μπορούν να τον παρακολουθήσουν.

Είναι δύσκολο και σύνθετο να διατηρήσει ο δάσκαλος την ισορροπία ανάμεσα στο πλαίσιο και τη μαθηματική δομή στη διαδικασία διδασκαλίας μάθησης και επικίνδυνη ακροβασία ανάμεσα στην συγκεκριμένη αναπαράσταση και την γενίκευση και μαθηματική κωδικοποίηση αφ' ετέρου.

Ο Vergnaud (1982) για το αντικείμενο της εκπαιδευτικής έρευνας αναφέρει τα εξής: «Μια διαδραστική σύλληψη της δημιουργίας εννοιών θεωρεί την έννοια ως τρίδυμο (S, I, ζ)

S: σύνολο καταστάσεων που δίνουν νόημα στην έννοια

I: σύνολο σταθερών που αποτελούν την έννοια

ζ: σύνολο συμβολικών απεικονίσεων που χρησιμοποιούνται για την απεικόνιση μιας έννοιας, των ιδιοτήτων της και των καταστάσεων στις οποίες αναφέρεται. Μια δυσκολία για τους ερευνητές είναι ότι μια μόνη έννοια δεν αναφέρεται σε έναν μόνο τύπο κατάστασης, και μία κατάσταση δεν μπορεί να αναλυθεί με μία μόνο έννοια. Άρα πρέπει να μελετήσουμε εννοιολογικά πεδία. Ένα εννοιολογικό πεδίο ορίζεται ως σύνολο καταστάσεων, η γνώση των οποίων χρειάζεται γνώση αρκετών εννοιών διαφορετικής φύσης».

Τα προβλήματα που αναφύονται σε τοπικό επίπεδο μπορούν να λυθούν με συνολική θεώρηση του συστήματος, που είναι ανεξάρτητη και γι' αυτό ικανή να ξεπεράσει το πλαίσιο και να προωθήσει την κατανόηση. Οι μαθητές όμως προχωρούν τοπικά, στηρίζονται σε ενδείξεις, σε χαρακτηριστικά της ορολογίας και στις αποκρίσεις του δασκάλου, τις επιβραβεύσεις ή τις αρνήσεις.

Μια αλγοριθμοποίηση της γνώσης δημιουργεί μία επίπλαστη ταυτότητα μεταξύ της γνώσης δασκάλου και μαθητή και δημιουργεί την εντύπωση ότι όλη η μαθηματική γνώση είναι γραμμική, ομοιόμορφη και τοποθετημένη σε ένα μοναδικό δομικό επίπεδο δεδομένο από την αρχή (Chevallard). Οι δάσκαλοι οργανώ-

νουν την ανάπτυξη των μαθηματικών στην αίθουσα στα πλαίσια της δικής τους, έτοιμης γνώσης, ή με τρόπο ανάλογο με των βιβλίων. Μπορεί, όμως, η παρουσίαση στο βιβλίο να είναι αντίθετη με τη χρονολογική εξέλιξη των εννοιών (π.χ. ο τρόπος παράθεσης της Ανάλυσης στο σχολικό βιβλίο της Γ΄ Λυκείου). Με τον τρόπο αυτό, η διαδικασία ανακάλυψης των εννοιών δεν αποτυπώνεται στην περιγραφή, και κατά συνέπεια, ο τρόπος εξέλιξης της επιστημονικής γνώσης. Μετά την παρουσίαση του θεωρήματος και της απόδειξής του με οποιοδήποτε τρόπο και μέσο, η όλη λεκτική και συμβολική παρουσίαση επανατοποθετείται και επαναοργανώνεται σύμφωνα με τους κανόνες της *logico-deductive method* (παραγωγικής) (Davis & Hersh, 1981, 1982).

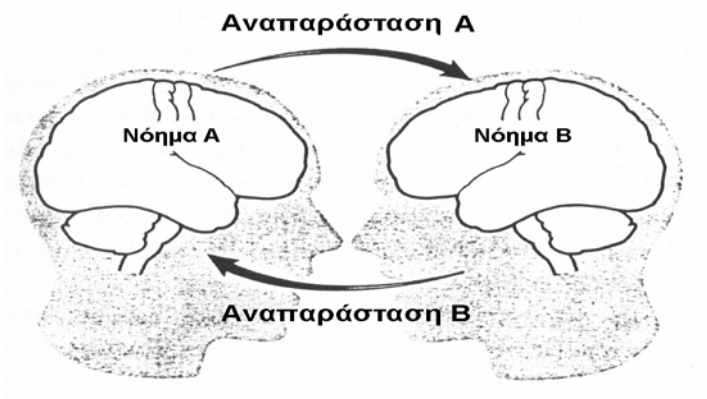
Ο M. Henry βλέπει την διαφορά της γνώσης δασκάλου – μαθητή στο ίδιο πλαίσιο αλλά με λίγο διαφορετική άποψη. Κατά την παρουσίαση ενός θέματος, μαθητής και δάσκαλος έχουν διαφορετική χρονική αντίληψη του θέματος, τόσο ως προς τον χρόνο γνωριμίας με την έννοια, όσο και ως προς την χρονική εξέλιξή της η οποία και την αιτιολογεί. Λέμε τότε ότι έχουν διαφορετική «χρονογένεση» της γνώσης (M. Henry). Στο ενδιάμεσο διάστημα μέχρι την παρουσίασή της, η έννοια στο μυαλό του δασκάλου έχει εμπλουτισθεί με νέες εμπειρίες, έχει συνδεθεί με άλλες έννοιες και έτσι ο δάσκαλος έχει διαφορετικές αντιλήψεις σχετικά με την δομή της έννοιας την οποία ίσως έχει συσχετίσει με άλλες ισομορφικά ισοδύναμες. Άρα ο δάσκαλος γνωρίζει «διαφορετικά» την έννοια από τον μαθητή. Λέμε τότε ότι έχουν διαφορά στην «τοπογένεση» της γνώσης (M. Henry). Είναι επόμενο λοιπόν οι αποβλέψεις των δύο για την ίδια έννοια να είναι εντελώς διαφορετικές, άρα και η κατανόησή της την στιγμή της επικοινωνίας. Ο μαθητής βρίσκεται στην κατάσταση πριν την γνώση ενώ ο δάσκαλος_νοιώθει ότι η σχέση του με την γνώση είναι εκ των υστέρων. Ή, όπως είπε ο Kuhn, «ο μαθητής βρίσκεται σε κατάσταση επανάστασης ενώ ο δάσκαλος είναι ένας κανονικός επιστήμονας των σχολικών μαθηματικών». Ο δάσκαλος έχει οργανώσει για τον εαυτό του αναδρομικά μια μορφή γνώσης και προσπαθεί να αναπτύξει το επίπεδο γνώσης των μαθητών του με αυτή την οπτική. Όσον αφορά την χρονογένεση (το χρό-

νο «συνάντησης» με την έννοια) ο κάθε μαθητής έχει την ιδιαιτερότητά του, ανάλογα με το ρεπερτόριό του, και την νοητική του ωριμότητα ως προς την συγκεκριμένη έννοια. Το σύστημα όμως επιμένει να ταυτίζει τον χρόνο διδασκαλίας με αυτόν της μάθησης και πάνω σε αυτή την βάση να αξιολογεί τον μαθητή.

4.4. Επικοινωνία και Απόβλεψη

4.4.1. Επικοινωνία

Λέγοντας επικοινωνία εννοούμε την ανταλλαγή νοημάτων μεταξύ των υποκειμένων μέσα από ένα κοινό σύστημα συμβόλων (εγκυκλοπαίδεια *Britannica*). Αυτό όμως σημαίνει ότι τις πληροφορίες, ιδέες, αισθήματα και νοήματα που αναφέρονται σε καλά προσδιορισμένα αντικείμενα, τα μεταχειριζόμαστε σαν στοιχεία ανεξάρτητα από τα άτομα, που μεταδίδονται από το ένα πρόσωπο στο άλλο χωρίς απώλεια ταυτότητας; Τη στιγμή που το κάθε άτομο αντιλαμβάνεται με το δικό του προσωπικό τρόπο, ως αποτελεσματική επικοινωνία εννοείται μια κατάσταση όπου τα άτομα προσπαθούν να αποκτήσουν το ίδιο νόημα.



σχήμα 4.2

Το υποκείμενο Α, σύμφωνα με την απόβλεψή του, επιλέγει να προσεγγίσει κάποιο αντικείμενο (πραγματικό ή νοητό) με ένα συγκεκριμένο τρόπο. Η απόβλεψη αυτή δημιουργεί μια νοητική αναπαράσταση Α, με τα χαρακτηριστικά της συγκεκριμένης απόβλεψης και συγχρόνως δημιουργεί ένα νόημα στο νου του υπο-

κειμένου Α. Προκειμένου αυτό να μεταδώσει το νόημα στο Β, χρησιμοποιεί τις εξωτερικές αναπαραστάσεις όπως γλώσσα, γραφή, σύμβολα. Αυτά δημιουργούν την εξωτερική αναπαράσταση Α την οποία καλείται να αντιληφθεί ο Β. Η κάθε μια από τις επιμέρους εξωτερικές αναπαραστάσεις ανακαλεί μια εσωτερική αναπαράσταση στο υποκείμενο Β και όλες μαζί θα οικοδομήσουν μια νέα νοητική αναπαράσταση Β, η οποία θα δημιουργήσει στο νου του υποκειμένου Β, το νόημα Β, σχετικό με αυτό που ήθελε να μεταδώσει το υποκείμενο Α. Οι αναπαραστάσεις αυτές που υπάρχουν στο νου των υποκειμένων Α και Β είναι υποκειμενικές και γι' αυτό δεν είναι ταυτόσημες. Το ίδιο και τα νοήματα Α και Β. Το υποκείμενο Β αισθάνεται την ανάγκη να πιστοποιήσει αν πήρε σωστά το μήνυμα. Υπάρχει η ανάγκη συνάντησης των νοημάτων Α και Β. Είναι λοιπόν απαραίτητο με ανάλογο τρόπο να ανακοινώσει το υποκείμενο Β τη δική του νοητική αναπαράσταση και να μπει σε μια ανάλογη διαδικασία. Μέσα από τη διαλεκτική αυτή, θα επέλθει η «συνάντηση», θα διαπιστωθεί δηλαδή εάν οι έννοιες που έχουν οικοδομήσει τα υποκείμενα είναι συμβατές, με την έννοια ότι δεν εμπίπτουν σε αντιφάσεις. Τότε θα μπορούν να ξέρουν ότι η γνώση την οποία απέκτησαν είναι αυτή την οποία ονομάζουν «αντικειμενική γνώση».

Η αποβλεπτική ιδιότητα της συνείδησης παίζει αποφασιστικό ρόλο στις νοητικές λειτουργίες. Δημιουργεί τις νοητικές αναπαραστάσεις, και αποδίδει τα νοήματα μέσω των οποίων τα υποκείμενα προσπαθούν να κατανοήσουν τον κόσμο. Η επικοινωνία είναι η απαραίτητη διαδικασία για την πιστοποίηση της γνώσης. Μέσω αυτής, η γνώση ολοκληρώνεται και θεσμοθετείται.

«Η σωστή επικοινωνία είναι η κόλλα που κρατάει τα στοιχεία μιας κοινότητας ενωμένα. Σκοπός μιας σωστής επικοινωνίας στην τάξη είναι να δημιουργεί αντιδράσεις συντονισμένες στις προσδοκίες των συμμετεχόντων» (Anna Sfard, 2003). Κατά τον Vygotsky, η δημιουργία νοήματος είναι η μοναδική ανθρώπινη δραστηριότητα η οποία πηγάζει από την ανάγκη να μοιραστούμε τις εμπειρίες

μας με τους άλλους ανθρώπους. Αν αυτή η ανάγκη είναι που θέτει σε κίνηση τις νοητικές λειτουργίες, τότε θα πρέπει να είναι αυτή που μας οδηγεί στη μάθηση.

Τα μαθηματικά αντικείμενα προκύπτουν μέσα από την ανάγκη επικοινωνίας (συμπεριλαμβανομένης και της εσωτερικής επικοινωνίας – σκέψης), η οποία οδηγεί τους ανθρώπους στην δημιουργία εικονικών αντικειμένων όπως οι αριθμοί, οι συναρτήσεις, σύνολα κλπ.

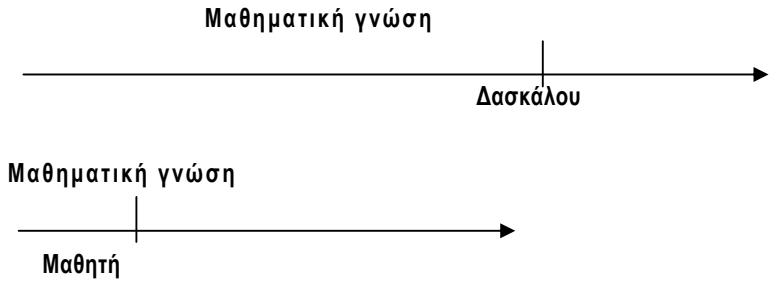
Σε επικοινωνιακό πλαίσιο μέσα στην τάξη, ο μαθητής συλλέγει ιδιότητες γύρω από την αναφορά μιας λέξης ή ενός συμβόλου, τόσο στο επίπεδο του συνειδητού όσο και του ασυνείδητου. Για να θεωρηθεί ότι έχει λάβει το νόημα θα πρέπει να μπορεί να αναπαράγει εσωτερικά τη σύνθεση των εμπειριών ξεχωρίζοντας τις συνειδητές από τις ασυνείδητες γνώσεις και να δημιουργεί ένα ασυνείδητο σχήμα για την έννοια. Αυτό δημιουργείται απ' τα κοινά γνωρίσματα που αναγνωρίζει ανεξάρτητα από το πλαίσιο στο οποίο έχει προσλάβει την έννοια κάθε φορά. Έτσι, η έννοια ανεξάρτητη από τα πλαίσια αυτονομείται. Είναι υποκειμενική, βρίσκεται στο μυαλό και όχι στο ενδεχόμενο σύμβολό της.

Η λέξη ή το σύμβολο αντίστροφα, λόγω μιας σύμβασης ανακαλεί στον καθένα μια προσωπική υποκειμενική αναπαράσταση. Οι αναπαραστάσεις εκείνων που επικοινωνούν πρέπει να είναι συμβατές, με την έννοια να μην έρχονται σε αντίφαση με τις προσδοκίες τους. Με το πέρασμα του χρόνου δημιουργείται στο μυαλό του υποκειμένου μια συστάδα εννοιών με συνοχή που αντιστοιχεί με ένα σημείο ή σύμβολο και που διατηρείται ενωμένη, ακόμα και όταν το σύμβολο αντικατασταθεί με ένα καινούργιο. Για παράδειγμα, οι μαθηματικοί ήξεραν να χειρίζονται σύμβολα όπως $\sqrt{-1}$ πριν αναγνωριστούν οι μιγαδικοί σαν ολοκληρωμένο μαθηματικό αντικείμενο.

Σήμερα οι μαθητές ρίχνονται σε προκαθορισμένη συζήτηση με έτοιμους κανόνες και σύμβολα που έχουν λειτουργική χρήση από τη στιγμή της γνωριμίας τους. Δηλαδή η δομική ερμηνεία, τους επιβάλλεται από τον τρόπο που αυτά χρησιμοποιούνται.

4.4.2. Η διαφορετικότητα δασκάλου μαθητή στην κοινωνική διαδικασία της τάξης

Κάτω από την πίεση της γραμμικότητας και την ποσοτική, σειριακής μορφής ύλη των μαθηματικών, η κοινωνική διαδικασία διδασκαλίας μάθησης στερείται του κύριου κοινωνικού της χαρακτήρα και εκφυλίζεται σε κάποια μορφή επικοινωνιακού μοντέλου ρουτίνας. «Η μαθηματική λογική της ιδανικής διαδικασίας διδασκαλίας - μάθησης αντικαθίσταται από την κοινωνική λογική αυτού του τύπου της διδασκαλίας» (Bauersfeld, 1988). Η αντίθεση ανάμεσα στην παραπάνω διαδικασία και την οικοδόμηση της γνώσης, όπως είναι φυσικό έχει επίδραση στην συνάντηση του δάσκαλου με τον μαθητή. Λαμβάνοντας κανείς υπ' όψιν τους λόγους που αναφέρθηκαν στην προηγούμενη ενότητα όσον αφορά την διαφορετικότητα του χαρακτήρα της γνώσης του καθηγητή από τον μαθητή, τότε αντιλαμβάνεται ότι έχουμε δύο παράλληλες πορείες χωρίς σημείο «συνάντησης».



σχήμα 4.3

Η «συνάντηση» δεν μπορεί να προγραμματιστεί, αλλά έρχεται απρόβλεπτα σε τυχαία στιγμή. Ο δάσκαλος όσο και να το θέλει δεν μπορεί να οδηγήσει σε αυτή, αλλά μόνο να την προετοιμάσει και να προσπαθήσει να την συλλάβει όταν εμφανιστεί (Otto F. Bollnow). Στο μάθημα πρέπει να δημιουργούνται οι προϋποθέσεις για συνάντηση, χωρίς ο δάσκαλος να μπορεί να επηρεάσει το εάν και το πότε.

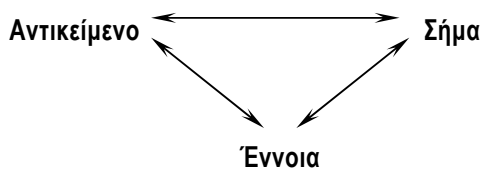
Αυτό που συμβαίνει συνήθως είναι, ο δάσκαλος να παρουσιάζει ένα καινούργιο αντικείμενο στον μαθητή το οποίο σταδιακά θα είναι το ζητούμενο της διαδικασίας μάθησης. Ίσως να συνδέεται και με ήδη γνωστά. Ίσως η σειρά παράθεσης των εννοιών, να είναι αντίθετη με την ιστορική σειρά ανακάλυψής τους (όπως συμ-

βαίνει με τη διδασκαλία της ανάλυσης στο λύκειο). Η ιστορική σειρά όμως προσδιορίζει την αιτιατή προσέγγιση των εννοιών και απεικονίζει τον τρόπο λειτουργίας του ανθρώπινου νου και την εξέλιξη της επιστήμης. Ένας τέτοιος τρόπος παράθεσης, με αιτιατές ανακαλύψεις, μπορεί να συντηρεί την απόβλεψη του μαθητή. Η ιστορική αλληλουχία των εννοιών είναι γνωστή στο δάσκαλο αλλά όχι στο μαθητή. Αποτέλεσμα είναι, ενώ ο δάσκαλος έχει μια γνώση δομημένη και με συνάφεια, ο μαθητής υποχρεώνεται να δομήσει μια σειριακή παράθεση πληροφοριών. Όμως στην κατανόηση των εννοιών η ολότητα είναι ευρύτερη από το άθροισμα των επί μέρους. Η τακτική του να δίνουμε πρώτα τα επί μέρους κομμάτια και στο τέλος να προσπαθούμε να τα συνδέσουμε δεν είναι και η καλύτερη. Στην προκειμένη περίπτωση ζητούμε από τους μαθητές να συνθέσουν ένα puzzle του οποίου δεν γνωρίζουν την τελική εικόνα. Δεν βλέπουν τα Μαθηματικά σαν ένα ιεραρχημένο και συνεκτικό σώμα γνώσης όπως είναι στο μυαλό του δασκάλου αλλά σαν ένα ασχημάτιστο πεδίο με τυχαίους συνδέσμους. Όμως αυτό που προσδιορίζει την ποιότητα της γνώσης, είναι το να μπορείς να βλέπεις την εσωτερική λογική της. Εάν λοιπόν η κατανόηση της δομής της είναι σημαντικό, τότε το ζητούμενο είναι η οργάνωση των συνδέσμων μεταξύ των εννοιών. Αυτό που παρουσιάζεται στους μαθητές σαν ένας πρωτότυπος και ενιαίος τρόπος περιγραφής και ανάπτυξης της γνώσης είναι το αποτέλεσμα μακροχρόνιων και αντιφατικών προσπαθειών, ατόμων τα οποία έχουν είδη κατανοήσει τις έννοιες και την εξάρτησή τους. Η σχηματοποίηση της ανάπτυξης της μαθηματικής γνώσης στο σχολείο με ανάλογο τρόπο είναι δύσκολη και ιδιαίτερα απαιτητική. Αυτό απαιτεί την διαφοροποίηση της σύλληψης των σχολικών μαθηματικών και με τις ανάλογες επιπτώσεις στην διαδικασία διδασκαλίας-μάθησης. Επειδή ο δάσκαλος δεν μπορεί εκ των προτέρων να γνωρίζει ακριβώς τις δομές που προϋπάρχουν στα μυαλά των μαθητών του, και σε ποιες παρεξηγήσεις θα μπορούσαν να οδηγήσουν, πρέπει να προσεγγίσει την έννοια με όσο το δυνατόν περισσότερους τρόπους θα ήταν δυνατόν να προσληφθεί. Να ψάξει τα γλωσσικά πλέγματα που συγκροτούν δομές στην φυσική γλώσσα μέσα από την λειτουργία της έννοιας στην πράξη, μέσα από αντίθετες έννοιες ή την

ιστορία του όρου, με σκοπό να αναδείξει την σχέση τις έννοιας με άλλα εννοιολογικά πεδία.

Αυτό που συμβαίνει συνήθως, είναι δάσκαλος και μαθητές να αντιμετωπίζουν με διαφορετικό τρόπο τη μαθηματική γνώση. Δουλεύουν σε διαφορετικά επιστημολογικά τρίγωνα,

Επιστημολογικό Τρίγωνο



σχήμα 4.4

όπου οι μαθητές εντοπίζουν τη σχέση μεταξύ αντικειμένου και σήματος σύμφωνα με την τοπική τους οπτική, ενώ ο δάσκαλος χρησιμοποιεί ένα επιστημολογικό τρίγωνο, που εκφράζει τη δική του πιο σφαιρική άποψη, το οποίο περικλείει την σχέση αντικειμένου – σήματος των μαθητών, σαν ένα νέο αντικείμενο υψηλότερης τάξης στο τρίγωνό του.

4.4.3. Επικοινωνία και Απόβλεψη

Το επιθυμητό σε μια διδασκαλία θα ήταν η μεγίστη δυνατή προσέγγιση των επιστημολογικών τριγώνων στα οποία κινούνται ο δάσκαλος και ο μαθητής. Εδώ αξίζει να δούμε τι αναφέρει ο G. Steinbring (1991) σχετικά: «Τα μαθηματικά σήματα, όπως και οι όψεις της κατάστασης αναφοράς, είναι συγκεκριμένα υλικά γεγονότα που είναι σε θέση να δώσουν μαθηματικό νόημα μόνο εσκεμμένα. Το σήμα από μόνο του δεν έχει μαθηματικό νόημα, μόνο στην απόβλεψή του σε κάποιο πλαίσιο. Και στοιχεία στο επίπεδο του αντικειμένου δίνουν μαθηματικό νόημα μόνο στην πρόθεσή τους να παρουσιάσουν μια σχετιστική δομή κρυμμένη στην κατάσταση αναφοράς». Είναι αυτό το «νόημα από πρόθεση» με το οποίο τα μαθηματικά σήματα και όψεις της κατάστασης αναφοράς πρέπει να εφοδιάζονται έτσι ώστε να γίνονται παραγωγικά στοιχεία στο επιστημολογικό τρίγωνο».

Η δημιουργία νοήματος από πρόθεση, συνδεδεμένη με σήματα και αντικείμενα, απαιτεί την ανάμιξη του ενεργού γνωστικού υποκειμένου στην ανάπτυξη της μαθηματικής γνώσης. Σε αυτήν την προσπάθεια με την νέα γνώση, αυτό το γνωστικό υποκείμενο πρέπει να πάρει αποφάσεις για το σκόπιμο νόημα και πρέπει να οργανώσει την εμφάνιση νέων σχέσεων μεταξύ αντικειμένου, σήματος και έννοιας.

- *Δάσκαλος και μαθητές*

Για έναν εξωτερικό παρατηρητή, ο δάσκαλος και οι μαθητές δρουν σε διαφορετικά επίπεδα και επιχειρηματολογούν χρησιμοποιώντας τους ίδιους όρους στο πλαίσιο αναφοράς τους, στα επιστημολογικά τους τρίγωνα, αλλά με τελείως διαφορετικό εσκεμμένο νόημα. **Δεν συνεννοούνται!** Πολλές φορές η διαφορά των εσκεμμένων νοημάτων των εννοιών παραμένει καλυμμένη, και προς το τέλος μοιάζει να εμφανίζεται να επέρχεται κάτι σαν τυπική εξωτερική συμφωνία με μεθοδικές βοήθειες και τρικ σε όφελος της υλικής οπτικής.

Άρα, το πώς θα προκύψει η σύμπτωση της απόβλεψης μαθητή – δάσκαλου είναι το ζητούμενο. Αυτό δεν αντιμετωπίζεται με την γλωσσική αυταπάτη της φορμαλιστικής διδασκαλίας, ούτε με τις ελεύθερες μαθητικές δραστηριότητες που στην ουσία εγκαταλείπουν τον μαθητή στο πέλαγος του αυθόρμητου, χωρίς ενότητα και στόχο.

Το πρόβλημα της μετάφρασης της εννοιολογικής δομής του δασκάλου σε εκείνη του μαθητή είναι πάντα επίκαιρο.

Ο Habermas,[44] λέγοντας ότι «το παράδειγμα της γνώσης των αντικειμένων πρέπει να αντικατασταθεί από το παράδειγμα της συνεννόησης μεταξύ υποκειμένων ικανών να επικοινωνούν μέσω της γλώσσας και να πράττουν» δείχνει ότι το επίκεντρο της εκπαιδευτικής διαδικασίας είναι το επικοινωνιακό περιβάλλον. Εάν πιστεύουμε ότι η αποσαφήνιση και η εξέλιξη και ίσως η εφαρμογή των μαθηματι-

κών εννοιών, εξελίσσεται καθημερινά τότε ο «διάλογος» παίζει τον κεντρικό ρόλο στην αίθουσα των μαθηματικών.

Στην ορολογία μας η μάθηση χαρακτηρίζεται από δύο παράγοντες που συναντώνται δάσκαλος – μαθητές. Ένα από τα προβλήματα είναι ο συντονισμός δύο διαφορετικών ενεργημάτων, διδάσκω – μαθαίνω. Είναι ενδιαφέρον να δούμε πώς συναντώνται ως προς το εκπαιδευτικό περιεχόμενο, στις συνήθεις διδασκαλίες. Ένα είδος συνάντησης θα μπορούσε να χαρακτηρισθεί στρατηγική του «μαντεύειν». Μια άλλη μπορεί να είναι μέσω της επιτακτικής χρήσης του βιβλίου. Η επικοινωνία όμως, δεν προσδιορίζεται μόνο σαν επικοινωνία πάνω σε κάποιο συγκεκριμένο θέμα των μαθηματικών, αλλά στοχεύει και σε ένα μετα-επίπεδο· στο ενδιαφέρον των μαθητών να κατανοήσουν τον σκοπό της εκπαίδευσης (και γιατί να το μάθω, ποια η χρησιμότητά του πέραν του μαθήματος, μήπως θα το χρησιμοποιήσω παρακάτω, αφού δεν θα ακολουθήσει συναφές πεδίο αργότερα). Σ' αυτό το μετα-επίπεδο βρίσκεται η προϋπόθεση της ένταξης του μαθητή στη μαθησιακή διαδικασία, σαν ενεργό υποκείμενο που έχει την πρόθεση να μάθει.

Οι αποβλέψεις του ατόμου προσδιορίζονται από τις ιδέες, οι οποίες μπορεί να είναι συγκεχυμένες και όχι πολυδουλεμένες. Είναι αμφισβητήσιμες αλλά όχι αγνοήσιμες και ο δάσκαλος πρέπει να τις προκαλεί και να προσπαθεί να τις καταλάβει. Από την άλλη οι μαθητές πρέπει να διερωτώνται για τους στόχους που υπάρχουν στο πρόγραμμα και τις προθέσεις του δασκάλου. Αυτή η διαδικασία θα δημιουργήσει διαπραγμάτευση η οποία ή θα οδηγήσει στην τροποποίηση ή θα θέσει σε κρίση τους στόχους και τις αιτίες των ενεργειών. Αυτοί πρέπει να γίνουν εμφανείς και στα πλαίσια κατανόησης του μαθητή.

«Ο άνθρωπος είναι μια μονάδα που αντιδρά και επικοινωνεί με μια συγκεκριμένη λογική. Συνδέεται με κοινωνικές ομάδες του περιβάλλοντός του και ανακαλύπτει τον εαυτό του μέσα από τις αντιδράσεις των υπολοίπων μελών της ομάδας προς αυτόν» (Mead).

---

[44] J. Habermas, *Theory des Kommukativen Handels*, 1981.

4.4.4. Κοινή απόβλεψη δασκάλου – μαθητή

Η απόβλεψη αποφασίζει για τα πράγματα που διαλέγει κάποιος να δει, να ακούσει, να καταλάβει και να προσέξει σε μια συζήτηση. Προσδιορίζεται από την χρήση της γλώσσας, για τα πράγματα που επιλέγουμε να μιλήσουμε ή όχι και τον τρόπο αλληλοκατανόησης. Ο σκοπός μιας συζήτησης είναι η κατανόηση της προοπτικής του συνομιλητή. Άρα το σημαντικό είναι να δημιουργηθεί μια κοινή προοπτική η οποία θα δημιουργήσει και το νόημα. Ακόμα και αν όλα εξηγούνται, μπορεί να είναι δύσκολη η επικοινωνία εάν δεν υπάρχει κοινή απόβλεψη, πράγμα ιδιαίτερα σημαντικό στην διαδικασία της τάξης Π.χ., πολλές φορές οι μαθητές επικεντρώνονται στην εξαγωγή του σωστού αποτελέσματος γιατί έχει εδραιωθεί στην εμπειρία τους, την συνείδησή τους, ότι το «παιχνίδι» της διδασκαλίας των Μαθηματικών είναι ανάμεσα στο σωστό και στο λάθος, ενώ ο σκοπός του καθηγητή είναι να εξηγήσει την αλγοριθμική διαδικασία.

Όταν ο καθηγητής επικεντρώνεται στο να δείχνει τα λάθη, δημιουργεί την πεποίθηση στους μαθητές ότι σκοπός είναι η διόρθωση των λαθών. Με άλλα λόγια, θα λέγαμε ότι διαμορφώνονται άτυπα οι όροι του διδακτικού συμβολαίου, σε λάθος όμως κατεύθυνση.

Η κοινή προοπτική που θα εγκαθιδρυθεί στην τάξη είναι η παράγωγος δύναμη, για την εξαγωγή νοήματος.

Η διαπραγμάτευση της προοπτικής προϋποθέτει μια πλατφόρμα πέρα από την γλώσσα. Προϋποθέτει όμως ότι θα μπορούμε να συζητήσουμε για το πώς οι έννοιες που χρησιμοποιούμε αποκτούν τη σημασία τους. Για τον λόγο αυτό θα πρέπει και τα δύο μέρη (μαθητές – καθηγητής) να έχουν συνειδητοποιήσει το σκοπό της διδασκαλίας.

Σε κάθε καινούργια ενότητα υπάρχει η ανάγκη της συζήτησης και του προσδιορισμού των στόχων ώστε να οριοθετήσουμε την απόβλεψη του μαθητή. Εάν δεν παρουσιαστούν οι σωστές προϋποθέσεις και τα εργαλεία για να μιλήσουμε για σκοπούς και στόχους το αποτέλεσμα θα είναι μια ακρωτηριασμένη (ημιτελής) συ-

ζήτηση. Η καθημερινή πρακτική είναι πλήρης παραδειγμάτων. Ένα τέτοιο αποτελεί η έννοια της παραγοντοποίησης στην Γ΄ Γυμνασίου και Α΄ Λυκείου. Στην Γ΄ Γυμνασίου, μετά το κεφάλαιο της παραγοντοποίησης ακολουθεί το κεφάλαιο εύρεσης ριζών τριωνύμου με βάση το τύπο της διακρίνουσας.[45] Εδώ παρατηρούμε ότι ακόμα και σε ασκήσεις της μορφής:

«Να λυθεί η εξίσωση $x^2 - 5x = 0$»,

μεγάλο ποσοστό μαθητών χρησιμοποιεί τους τύπους και όχι την παραγοντοποίηση, η οποία είναι ευκολότερη και με μικρότερη πιθανότητα υπολογιστικού λάθους. Πιστεύουμε ότι οι λόγοι για το γεγονός αυτό είναι δύο. Ο πρώτος είναι γιατί πιστεύουν ότι έτσι θα προτιμά ο καθηγητής εφόσον βρισκόμαστε στο οικείο κεφάλαιο. Αυτό δείχνει ότι η απόβλεψη του μαθητή στην τάξη είναι να μαντεύει κάθε φορά τι θα ήθελε ο καθηγητής και να δρα αναλόγως, ανταποκρινόμενος κατά την αντίληψή του στο υπόρρητο συμβόλαιο. Ο δεύτερος είναι ότι δεν βλέπει την παραγοντοποίηση σαν εργαλείο στη λύση εξισώσεων. Άρα, στο συγκεκριμένο μάθημα δεν είχαν προσδιοριστεί καλά οι στόχοι. Θεωρεί ότι μόνον όταν του ζητηθεί θα χρησιμοποιήσει την τεχνική αυτή, διότι οι περισσότερες ασκήσεις του βιβλίου έχουν την εκφώνηση «να παραγοντοποιηθεί η παράσταση».

Οι μαθητές αποτελούν μέρος της διδακτικής διαδικασίας είτε επειδή έχουν κατανοήσει και δεχθεί το τι μέλλει γενέσθαι, είτε επειδή τυφλά (μέσα στο πλαίσιο του συμβολαίου) έχουν δεχτεί ότι πρέπει να ακολουθήσουν το δάσκαλο.

Η Lena Lindenskov (1993a), μετά από έρευνα σε μαθητές μεγάλων τάξεων γυμνασίου έδειξε ότι οι στρατηγικές μάθησης παρουσιάζουν αξιοσημείωτα μοντέλα, με την έννοια ότι κάθε μαθητής μπορούσε να εξηγήσει γιατί αντέδρασε με το συγκεκριμένο τρόπο σε διαφορετικά ερεθίσματα στη μαθηματική εκπαίδευση. Οι *metaconceptions* που έχουν οι μαθητές για τα μαθηματικά δημιουργούν μοντέλα ερμηνείας των διαφόρων εργασιών που προτείνονται από τον δάσκαλο. Λαμβάνουν υπ' όψιν τους τις δικές τους προτεραιότητες και αντιδρούν σύμφωνα με αυτές κατά

[45] Αξίζει να σημειωθεί ότι η εύρεση του τύπου επίλυσης τριωνύμου γίνεται με την μέθοδο της παραγοντοποίησης στην οποία δεν δίνεται σημασία και τις περισσότερες φορές παραλείπεται από τη διδακτική διαδικασία.

την εκπαιδευτική διαδικασία. Την αντίδραση αυτή των μαθητών η Lindenskov ονομάζει «*students curriculum*». Μπορεί κανείς να δει τα μοντέλα αυτά σαν εμπειρική απόδειξη της ιδέας ότι στη μαθησιακή διαδικασία οι μαθητές είναι ενεργά πρόσωπα και η μάθηση είναι παρόμοια με πράξη. Όμως, οι πράξεις τους πρέπει να κατανοηθούν σε σχέση με τις διαθέσεις τους. Η στρατηγική μάθησης που υιοθετούν αποκαλύπτει μέρη της δομής των διαθέσεων τους

Η μεταμάθηση βοηθάει τους μαθητές να μαθαίνουν. Εάν οι μαθητές επανειλημμένα δεν καταλαβαίνουν τις αποβλέψεις που κρύβονται πίσω από την απόκτηση μιας συγκεκριμένης ικανότητας, θα αποκτήσουν μεταγνώση[46] η οποία θα τους δημιουργήσει προβλήματα στο μέλλον.

Η αναγνώριση μιας παρεξήγησης ή ελλιπούς κατανόησης είναι το πρώτο βήμα για αμοιβαία κατανόηση. Το επόμενο είναι η επικοινωνία. π.χ. η έννοια του γεμίζω σε ένα πρόβλημα μπορεί να αναφέρεται σε χρόνο, όγκο, επιφάνεια. Όταν χρησιμοποιηθεί από τον διδάσκοντα χρειάζεται να διασαφηνιστεί.

Το σωστό στήσιμο του σκηνικού και τα κομβικά σημεία δίνουν περιεχόμενο στην συζήτηση, αποκαλύπτουν τις αποβλέψεις του δασκάλου και τους σκοπούς του θέματος και έτσι δείχνουν την κατεύθυνση της διαδικασίας διδασκαλίας – μάθησης. Ο δάσκαλος έχει μια ιδέα, μια απόβλεψη, την οποία κυνηγάει και οι μαθητές θα πρέπει να μαντέψουν ποια είναι αυτή. Έτσι, ετοιμάζει το θέμα με κάποιο σκεπτικό, το οποίο θέλει να πραγματοποιήσει, ενώ οι μαθητές προσπαθούν να ξεκαθαρίσουν που αναφέρεται το θέμα και γιατί. Ο δάσκαλος κάνει ερωτήσεις, δίνει παραδείγματα, αλλά οι απαντήσεις δεν ανταποκρίνονται στις κρυμμένες προσδοκίες του. Οι αποβλέψεις των μαθητών δεν συμπίπτουν με τις αποβλέψεις του δασκάλου γιατί δεν τις έκανε εμφανείς και αυτό μπλοκάρει την μεταξύ τους επικοινωνία.

Πολλές φορές, αν και φαίνεται η όλη διαδικασία σαν ένας ανοικτός διάλογος, ο δάσκαλος δεν ακούει τι προτείνουν οι μαθητές και εντέλει η μεταγνώση που προσκομίζουν οι μαθητές είναι: ο δάσκαλος είναι πάντα σωστός ανεξάρτητα με το

---

[46] **Μεταγνώση**: Είναι η γνώση για τη γνώση που έχω αποκτήσει

Μεταμάθηση: Είναι η μάθηση για τη διαδικασία της μάθησης που έχω αποκτήσει.

τι πιστεύουμε, αυτός αποφασίζει το σωστό – λάθος, σημαντικό – ασήμαντο. Ή ότι στα μαθηματικά υπάρχει πάντα μόνο μία σωστή απάντηση.

Εν τέλει ο τρόπος επικοινωνίας του καθηγητή φτιάχνει και την «φιλοσοφία για τα μαθηματικά» των μαθητών.

Εάν η επικοινωνία αποκτήσει τη σωστή διαδικασία τότε η μεταεπικοινωνία μπορεί να είναι ο καταλύτης που θα βοηθήσει να κινηθούμε με διαφορετικό τρόπο και έτσι η μεταμάθηση των παιδιών να αποκτήσει το νόημα: «Αξίζει τον κόπο να πω τη γνώμη μου. Ο δάσκαλος την ακούει πάντα, μπορεί να βοηθήσει την εξέλιξη ή την αλλαγή των πραγμάτων».[47]

Σ' αυτή τη διαδικασία τούς μαθαίνουμε – συζητώντας (επικοινωνώντας). Η δυνατότητα να εξηγήσει ο δάσκαλος, γνώμες, λύσεις, μεθόδους είναι ένα παράδειγμα του πώς εξελίσσουμε τη μαθηματική γνώση μέσω της επικοινωνίας. Οι μαθητές ασυνείδητα έρχονται να κατακτήσουν τις προθέσεις της διδακτικής διαδικασίας, η δε προσπάθεια αυτή είναι μια συνειδητή προσπάθεια με απόβλεψη.

4.5. Ανακαλύπτω την Απόβλεψη του Μαθητή

Ο τρόπος για να το πετύχει αυτό ο δάσκαλος λέγεται «ενεργητικό άκουσμα (ενεργή ακρόαση)» που σημαίνει, ξεχνά προς στιγμή τη δική του άποψη και υιοθετεί την άποψη του μαθητή. Ή, αλλιώς, «κάνε επαφή», συντονίσου στο ίδιο κανάλι, μίλα την ίδια γλώσσα, ξεκίνα πάντα τις φράσεις με το «εμείς» (*ICM - Inquiry cooperation models*).[48]

Πρέπει ο δάσκαλος να εξετάζει τις πιθανότητες για δημιουργία ιδεών και στόχων της μαθησιακής κατάστασης που είναι κατανοητά στους μαθητές.

Επίσης, τις πιθανότητες που υπάρχουν ώστε οι μαθητές να εκφράζονται και να κάνουν κατανοητό στο δάσκαλο τον τρόπο με τον οποίο αντιλαμβάνονται τις ιδέες τους και τις ελπίδες τους.

---

[47] Μια τυποποίηση της περιγραφής τέτοιων διαδικασιών μάθησης αποτελεί η θεωρία των διδακτικών καταστάσεων του Brousseau (βλ. Michel Henry, *Διδακτική των Μαθηματικών*, σελ. 53)

[48] Helle Alro – Ole Skovsmose, «Students'good reasons».

Γιατί είναι χρήσιμο να εξετάζει ο δάσκαλος τα βαθύτερα αίτια για τα οποία οι μαθητές ενεργούν κατά κάποιο τρόπο;

1. Γιατί μαθαίνει τον τρόπο που σκέπτονται.
2. Βοηθάει τους μαθητές να κατανοήσουν τον τρόπο που ενεργεί στην τάξη.
3. Μπορεί να αποκαλύψει πηγές παρεξηγήσεων και παρερμηνειών.
4. Μπορεί να προκαλέσει μέσω αυτών τους μαθητές του και να επιδράσει στην διερεύνηση των απόψεών τους για τη γνώση.
5. Είναι ένα σημείο εκκίνησης της αντίδρασης του μαθητή.

Πολλές φορές οι δάσκαλοι αντιμετωπίζουν τους μαθητές σαν μαθηματικούς και μόνον από την μαθηματική πλευρά του περιεχομένου. Υπάρχουν όμως περιπτώσεις που θα πρέπει να εξετάζουμε τις εκπαιδευτικές προθέσεις και στόχους. Οι ερωτήσεις και οι ενέργειες των μαθητών είναι μέρος της δημιουργίας προθέσεων επί τη βάσει των προδιαθέσεων τους και η μεταφορά τους στην μάθηση.

Το κλασικό «σήμερα θα μάθουμε για...» κόβει κάθε διάθεση διαπραγμάτευσης και ο μαθητής είναι σαν το φαντάρο στην πρώτη γραμμή που δεν ξέρει την θέση του και το τι πρόκειται να συμβεί γιατί δεν έχει ιδέα για το σχέδιο που θα ακολουθηθεί και τον τελικό προορισμό. Έτσι το σύνηθες φαινόμενο που παρατηρείται στην τάξη είναι η βελτίωση των *underground* προθέσεων, που ποτέ δεν είναι κοινές στην κοινωνία της τάξης. Η αγνόηση των προθέσεων των μαθητών δεν έχει σαν συνέπεια το άδειασμα αυτών από προθέσεις έτσι ώστε να είναι έτοιμοι να δεχτούν στόχους και αιτίες αλλά η πληθώρα των underground προθέσεων θα δραστηριοποιηθεί και το πρόγραμμα του μαθητή θα έλθει σε αντίθεση με το επίσημο πρόγραμμα. Ο μαθητής μπορεί να πιέζεται όταν μπαίνει στην τάξη αλλά θα δημιουργήσει τον δικό του χώρο για δράση.

Παραδείγματα *underground* προθέσεων μπορεί να είναι:

- ✓ Πώς μπορεί να κρυφτεί το γεγονός ότι δεν έχει γίνει η εργασία που έπρεπε να γίνει στο σπίτι;
- ✓ Με ποιόν τρόπο θα εξασφαλίσουμε ψηλούς βαθμούς;
- ✓ Πώς θα κάνουμε πολλούς φίλους;

✓ Πώς θα μπούμε στην ίδια ομάδα με την Μαρία;

Ή, θα προσπαθήσουν να συζητήσουν, να κρυφτούν από τον δάσκαλο, να χαζέψουν έξω από το παράθυρο κλπ.

Όταν το ίδιο το πρόγραμμα είναι αδιάφορο, οι μαθητές μπορούν να εφεύρουν πολλές τέτοιες προθέσεις για να δώσουν νόημα στην σχολική ζωή. Το παραπάνω φαινόμενο εξαπλώνεται σαν επιδημία ειδικά σε μια τάξη μαθηματικών κλασικής διδασκαλίας, όπου αντί να χαρακτηρίζεται από τροποποίηση, ή ολοκλήρωση, ή αντικατάσταση προθέσεων χαρακτηρίζεται από μια πληθώρα ατομικών τέτοιων.

Όταν οι μαθητές παραιτούνται από το να καταθέσουν τις προθέσεις τους στην τάξη, τότε εγκαθιδρύουν τέτοιες προθέσεις, οι οποίες όταν κυριαρχήσουν, η συμπεριφορά των μαθητών γίνεται μηχανιστική (γιατί πρέπει). Το ότι δεν μπορούν να βρουν τους εαυτούς τους στην μαθησιακή διαδικασία, εμφανίζεται εν τέλει σαν έλλειψη μαθηματικής ικανότητας, που καταλήγει στις διαπιστώσεις του δασκάλου, αδύναμος, αμέτοχος, θέλει πολλή βοήθεια κλπ.

Συμπέρασμα: Για να ενεργοποιηθούν οι μαθητές στη μαθησιακή διαδικασία πρέπει να γνωρίζουν τους στόχους του θέματος και τις προθέσεις του δασκάλου, γιατί τότε εμπλέκονται στην διαδικασία της επικοινωνίας. Μετά έρχεται η διαπραγμάτευση. Είναι μια σύνθετη διαδικασία όπου οι μαθητές οικειοποιούνται τους στόχους και τη διαδικασία.

4.6. Η Προέλευση της Απόβλεψης στη Διαδικασία της Μάθησης

Ο Skovsmose θέλει τις αποβλέψεις να είναι συνδεδεμένες με το πεδίο των διαθέσεων (*dispositions*) ή προ-προθέσεων, εμπλέκοντας εμμέσως τα συναισθήματα ως αιτίες δημιουργίας απόβλεψης και εμπλοκής σε ενέργεια, στη διαδικασία της μάθησης. Ειδικά συναισθήματα φαίνονται να συνδέονται με συγκεκριμένα είδη γνωστικής επεξεργασίας (Oatley, 1996). Διαχωρίζει τις αποβλέψεις σε αυτές οι οποίες υπάρχουν στο *background* και σε αυτές που υπάρχουν σε πρώτο πλάνο (*foreground*).

Ως *background* ερμηνεύουμε το κοινωνικά δομημένο σύστημα των σχέσεων και νοημάτων που ανήκουν στην ιστορία του ατόμου, ενώ ως *foreground* αναφέρου-

με τις πιθανότητες, τις οποίες η κοινωνική κατάσταση δίνει στο άτομο να τις αντιληφθεί ως εφικτές. Με αυτήν την έννοια, οι διαθέσεις, αντικειμενικά πλέον καθοδηγούνται, αλλά δεν είναι συγκεκριμένες.

Οι διαθέσεις εκφράζονται μέσα από το άτομο και γι' αυτό είναι υποκειμενικές, αποκαλύπτονται δε μόνον όταν το άτομο ενεργήσει. Το *background* και το *foreground* ερμηνεύονται και οργανώνονται από το άτομο. Αυτό υπογραμμίζει το γεγονός ότι ο χρόνος δεν δομεί τις πηγές των αποβλέψεων, οι οποίες δεν είναι ανάγκη να συνδέονται με το παρελθόν όπως στην περίπτωση των μηχανικών αιτιολογήσεων. Όταν θέλουμε να δώσουμε εξηγήσεις αποβλεπτικές, το μέλλον είναι εξίσου παρών με το παρελθόν.

Δεν έχει νόημα να λέμε ότι οι διαθέσεις είναι οι αιτίες των αποβλέψεων αλλά είναι προτιμότερο να τις βλέπουμε σαν την πηγή τους. Το άτομο δημιουργεί τις αποβλέψεις του και έτσι αποκαλύπτει τις διαθέσεις του. Έτσι από την ερμηνεία των διαθέσεων εγείρονται οι προθέσεις, οι οποίες γίνονται με τη σειρά τους η αιτία των πράξεων.

Είναι αδύνατο να δημιουργήσεις όλων των ειδών τις αποβλέψεις από τις υπάρχουσες διαθέσεις. Οι προεπιλεγμένες αποβλέψεις, θέτουν περιορισμούς ή μπορούν να αποκλείσουν η μία την άλλη. Η σύνοψη των παραπάνω μπορεί να είναι η απάντηση στο ερώτημα:

Τι σημαίνει ότι έχω πετύχει στην εκτέλεση μιας πράξης; Η απάντηση σε αυτό είναι καθοριστικός παράγων στην διδασκαλία των μαθηματικών, διότι προσδιορίζει την συνειδητοποίηση των ενεργειών του μαθητή και καθορίζει την στάση του στην συγκεκριμένη εργασία και στο μάθημα γενικότερα. Η εκτίμηση της επιτυχίας ή αποτυχίας σε κοινωνικό επίπεδο σχετίζεται άμεσα με self-conscious emotions (Parker, 1997). Συναισθήματα όπως η ντροπή ή η υπερηφάνεια είναι σημαντικά στην κινητοποίηση του μαθητή σε μια στοχο-κατευθυνόμενη συμπεριφορά.

Έχω πετύχει εάν, έχω εκδηλώσει αποβλέψεις από το *pre-intentional background* και *foreground*, δηλαδή από τις διαθέσεις μου, και αυτές εκπληρώθηκαν από την

εκτέλεση κάποιων ενεργειών, οι οποίες δημιουργήθηκαν από αυτές τις αποβλέψεις, και εκτελέστηκαν κατά τέτοιο τρόπο ώστε οι αποβλέψεις έγιναν μέρος της ίδιας της πράξης.

Οι πράξεις όμως επιδρούν, και έχει νόημα να ερμηνεύσουμε την έννοια της πράξης μέσα από την αντίδραση του ατόμου στην επίδραση που είχε η πράξη στο άτομο. Αυτό ανοίγει μια κυκλική διαδικασία, όπου οι διαθέσεις αλλάζουν εξαιτίας των αποβλέψεων και των πράξεων.

Οι διαθέσεις βασίζονται στην κοινωνική δραστηριότητα του ατόμου (Luhman) και συγχρόνως παράγονται από το άτομο εν μέρει σαν συνέπεια των πράξεών του. Η επιτυχία ή η αποτυχία των πράξεων δημιουργεί τροποποιημένες διαθέσεις. Η διατύπωση μιας εικασίας ή ενός ισχυρισμού θέτει τον μαθητή στην κοινωνικά επικίνδυνη θέση να την υπερασπιστεί ή να την απορρίψει, πράγμα που εμπεριέχει συναισθηματική δυσφορία. Μέσα από τις πράξεις οι διαθέσεις διαπλάθονται και έτσι γίνονται νέα πηγή αποβλέψεων. Έτσι, η δομή «διάθεση- απόβλεψη-πράξη» γίνεται ένας εννοιολογικός κύκλος μέσα από τον οποίον εξετάζονται οι πράξεις.

Ίσως όμως θα ήταν σωστότερο αν εξετάζαμε τις πράξεις μιας ομάδας (στη συγκεκριμένη περίπτωση ολόκληρης της τάξης) σαν τη βασική εννοιολογική μονάδα.

Η δικαιωμένη ύπαρξη της απόβλεψης σαν ένας γενικός ανθρώπινος παράγων έχει ανάμιξη στην φύση επιστημονικών επεξηγήσεων. Μηχανικές ή βιολογικές εξηγήσεις είναι αδύναμες να εξηγήσουν όλων των ειδών τις ανθρώπινες συμπεριφορές.

Αποβλεπτικές εξηγήσεις, που εμπεριέχουν στόχους και αιτίες, συναποτελούν μία ανεξάρτητη κατηγορία εξηγήσεων. Η εξήγηση μιας πράξης με αναφορά στους στόχους που μπορεί να συμβούν στο μέλλον δεν σημαίνει ότι προσπαθούμε να εξηγήσουμε κάτι συγκεκριμένο με κάτι μελλοντικό, αλλά να εξηγήσουμε την πράξη μέσα από την πραγματική εικόνα μιας μελλοντικής κατάστασης του ατόμου και μέσα από τις πραγματικές αιτίες και στόχους, ανεξάρτητα εάν αυτοί είναι υπόρρητοι ή δηλωμένοι.

4.7. Διάθεση, Απόβλεψη και Πράξη

Η απόβλεψη το συναίσθημα και το ενέργημα είναι άρρηκτα συνδεδεμένα τόσο στην ώθηση για να γίνει αυτό, όσο και κατά την διάρκεια του ενεργήματος. Το να επιθυμείς επαρκή κατανόηση είναι κυρίως συναισθηματικό. Το να αποφασίζεις επαρκώς σημαίνει ότι επιδράς ταυτόχρονα. Άρα κάτω από την μαθηματική ιδέα της επάρκειας υπάρχουν δείγματα συναισθημάτων, τα οποία διαμορφώνουν την διάθεση η οποία με την σειρά της δημιουργεί αποβλέψεις, οι οποίες οδηγούν σε ενέργεια. Το ίδιο συμβαίνει και στο ενέργημα της μάθησης. Αυτό το διαπιστώνουμε αφενός από τις ερωτήσεις των μαθητών που προσπαθούν να διευκρινίσουν τον σκοπό κάθε διαδικασίας στην τάξη, κατά πόσο δηλαδή ικανοποιεί τις αποβλέψεις τους (τα ενδιαφέροντά τους) και αφ' ετέρου από τις δραστηριότητες στις οποίες επικεντρώνονται οι μαθητές κατά την διάρκεια του ενεργήματος.

Ένα ενέργημα έχει συνέπειες που πολλές φορές πηγαίνουν πέρα από τις ιδέες του υποκειμένου, γιατί η απόβλεψη δεν μπορεί πάντα να τις περιγράψει, αλλά πολλές φορές έρχονται απρόσμενα. Η απόβλεψη ίσως έχει μια συγκεχυμένη ιδέα των πιθανών συνεπειών. Πολλές δε φορές παρατηρείται το φαινόμενο της σπείρας καθώς μία αναδιοργάνωση των προδιαθέσεων δημιουργείται από τις πράξεις (ενεργήματα) του ατόμου και τις συνέπειές τους. Για παράδειγμα, η μετα-επικοινωνία ή η μετα-μάθηση έχουν ειδική λειτουργία αφού αλλάζουν τις αποβλέψεις του μαθητευομένου. Η εστίαση σε κάποιο επί μέρους αντικείμενο του ενεργήματος αποτελεί την προσπάθεια συσχέτισης της απόβλεψης με την ενέργεια.

Η ενέργεια όμως προϋποθέτει και ένα βαθμό ελευθερίας. Δεν μπορούμε να πούμε ότι ένα πρόσωπο ενεργεί και συγχρόνως να αναγκάζεται να κάνει αυτή την ενέργεια.

Δεν θεωρούμε ενέργεια την ανάπτυξη ενός φυτού, την αναπνοή, τους κτύπους της καρδιάς κ.ά., ούτε ότι αυτή μπορεί να περιγραφεί με μηχανιστικούς ή βιολογικούς όρους.

Το πρόσωπο το οποίο ενεργεί πρέπει να έχει κάποια ιδέα σχετική με τους στόχους και τους λόγους (τις αιτίες) για να τους πετύχει, ακόμα και όταν αυτοί

είναι αμυδροί και οι λόγοι ή τα μέσα για να αποκτήσει τους άγνωστα, στην συγκεκριμένη φάση της ενέργειας.

Επίσης, προϋποθέτει την δυνατότητα επιλογής και αρκετό βαθμό συνειδητοποίησης, με την έννοια ότι οι αποβλέψεις του ατόμου πρέπει να είναι παρούσες στην πράξη. Η αποβλεπτικότητα είναι το σημαντικό αναλυτικό δομικό στοιχείο το οποίο εξειδικεύει την έννοια της ενέργειας (πράξης), στην αποβλεπτική σχέση μεταξύ ατόμου αντικειμένου.

Εάν διαχωρίσουμε την έννοια της ενέργειας από την «βιολογική της διάσταση», π.χ. αντανακλαστική, μας ενδιαφέρει στην εκπαίδευση η ενέργεια που συνδέεται με όρους όπως στόχος, απόφαση, σχέδιο, σκοπός και είναι αυτή που ξεκινάει από απόβλεψη. Είναι αυτή η οποία με την σειρά της θα οδηγήσει στην ικανοποίησή της απόβλεψης, και κατά συνέπεια στη συναισθηματική πλήρωση του υποκειμένου.

Το να ρωτήσουμε αν έχουν ικανοποιηθεί οι αποβλέψεις (προσδοκίες) είναι ισοδύναμο με το να ρωτήσουμε αν έχουν γίνει συγκεκριμένες ενέργειες. Φυσικά χωρίς να λαμβάνουμε υπ' όψιν μας κάποιες ανεδαφικές αποβλέψεις που είναι αδύνατον να πραγματοποιηθούν.

Οι αποβλέψεις των ενεργειών μπορούν να φανερωθούν μέσα από αιτίες και στόχους. Είναι διαφορετικό το να βαδίσεις μέχρι τον σταθμό γιατί θέλεις να δεις τα τραίνα, από το να βρεθείς στον σταθμό γιατί έτυχε να περνάς από εκεί.

Μία πράξη που είναι αποτέλεσμα απόβλεψης δεν είναι απλά ένας συνδυασμός από μία αρχική πρόθεση που ακολουθείται από μία κίνηση του σώματος, αλλά πρέπει να είναι συνειδητή δραστηριότητα τόσο ως μέρος όσο και ως ολοκληρωμένη πράξη. Μπορούμε δηλαδή να πούμε ότι μια πράξη αποτελείται από μια φυσική δραστηριότητα και μια συγκεκριμένη συνειδητοποίηση της δραστηριότητας. Έτσι μιλάμε για αποβλέψεις μέσα στην δραστηριότητα. Αυτές είναι διαφορετικές από την απόβλεψη η οποία προκάλεσε τη δραστηριότητα ή αυτή που υπήρχε πριν τη δραστηριότητα. Οι αποβλέψεις κατά τη διάρκεια της πράξης είναι προεκτάσεις αυτών οι οποίες ήταν η αιτία της πράξης. Ο Wittgenstein κάποτε δι-

ετύπωσε την ερώτηση: «Τι έμεινε από την πράξη την οποία έκανα όταν σήκωσα το χέρι μου, εάν αφαιρέσουμε το σήκωμα του χεριού;»

Βλέποντας τη μάθηση σαν ενέργεια/δράση, αυτόματα υιοθετούμε την κονστρουκτιβιστική άποψη. Πρέπει δηλαδή να σεβαστούμε ότι το υποκείμενο που μαθαίνει είναι ενεργό υποκείμενο.

Η μάθηση αναπτύσσεται με σύνδεση της απόβλεψης και των μαθησιακών θεμάτων μέσα από καταστάσεις που υπάρχει δυνατότητα επιλογής. Επικεντρωμένοι στους τύπους επικοινωνίας της μαθηματικής εκπαίδευσης μπορούμε να εστιάσουμε στις αποβλέψεις των μαθητών.

Οι στρατηγικές, στις οποίες εστιάζονται οι μαθητές, κάνουν ορατές τις αποβλέψεις τους και τα πιστεύω τους για τη μαθησιακή διαδικασία.

Οι προδιαθέσεις του μαθητή δημιουργούν έναν ισχυρά δομημένο σκελετό συνθηκών για τις αποβλέψεις του σχετικά με την μάθηση. Ανταποκρίνονται δηλαδή σε αυτό που η Lindenskov (1992) ονόμασε «σχέδιο μάθησης του μαθητή».

4.8. Μάθηση και Απόβλεψη

Στη διδασκαλία των μαθηματικών όπου η οικοδόμηση νέων εννοιών ή ο εμπλουτισμός παλαιότερων γίνεται καθημερινά, η μάθηση η οποία μας ενδιαφέρει είναι η αποβλεπτική μάθηση, η οποία να γίνεται από μαθητές με απόβλεψη.

«Η αποβλεπτική μάθηση είναι εκείνο το είδος της μάθησης που κατευθύνεται από στόχους και σκοπούς, ξεκινάει περισσότερο εσωτερικά παρά από το περιβάλλον και με την πλήρη συνείδηση του μαθητευόμενου, ο οποίος μπορεί να ξεκινήσει να επαναπροσδιορίσει και να κατακτήσει την μάθηση με την θέλησή του» (Gale Sinatra, 2000). Η Βοσνιάδου θεωρεί ότι η αποβλεπτική μάθηση δεν είναι ένα αυτόματο χαρακτηριστικό των μαθητών, αλλά κάτι το οποίο βελτιώνεται με την ηλικία και επηρεάζεται από το σχολείο.

«Ο αποβλεπτικά εκπαιδευόμενος είναι αυτός που χρησιμοποιεί την γνώση ή τα πιστεύω του σε πράξεις, που ξεκινάνε από εσωτερικά κατευθυνόμενους στόχους,

για την απόκτηση γνώσης ή δεξιοτήτων». (Gale Sinatra, 2000). Χαρακτηριστικό του αποβλεπτικού μαθητή είναι ότι καθ' όλη την διάρκεια κάποιας εργασίας έχει συνείδηση του στόχου και των επιμέρους ενεργειών του, τις οποίες αιτιολογεί, ελέγχει και αξιολογεί ανά πάσα στιγμή.

Ο σκοπός της εκπαίδευσης όπως έχουμε αναφέρει είναι η «εννοιολογική αλλαγή». Με τους παραπάνω όρους αυτή είναι μια εποικοδομητική διαδικασία που απαιτεί την ενεργή συμμετοχή του εκπαιδευόμενου, διαφοροποιώντας έννοιες και δημιουργώντας νέες οντολογικές κατηγορίες όπου χρειάζεται. Το γνωστικό σύστημα καθ' ότι αποβλεπτικό, είναι ιδιαίτερα προσαρμοστικό και βιολογικά προετοιμασμένο να επιλέξει και να οργανώσει εκείνους τους τύπους πληροφορίας που θα του επιτρέψουν την εννοιολογική αλλαγή, για την πραγματοποίηση της οποίας η Βοσνιάδου θεωρεί απαραίτητη την αποβλεπτική μάθηση. Θεωρεί δε ως ενδείξεις έλλειψης της αποβλεπτικής μάθησης (*intentional learning*) τις παρακάτω:

1) **Εσωτερικές ασυνέπειες:** Γιατί ο *intentional learner* ελέγχει και διορθώνει συνεχώς το εννοιολογικό σύστημα για συνέπεια.[49] Η ασυνέπεια όμως αυτή μπορεί να μη σχετίζεται με αποβλεπτικότητα, με την έννοια ότι είναι πιθανόν να έχουμε intentional learners που έχουν στόχους και κίνητρα αλλά δεν έχουν συναίσθηση ότι μέρη της υπάρχουσας γνώσης είναι αντιφατικά.

2) **Έλλειψη επεξηγηματικής συνοχής:** Αυτό συμβαίνει όταν το υπάρχον εσωτερικό θεωρητικό πλαίσιο δεν αναδομείται αλλά αντικαθίσταται από ένα μίγμα ασύνδετων επεξηγήσεων μερικών από την αρχική θεωρία και μερικών από το καινούριο επιστημονικό περιεχόμενο.[50] Η έλλειψη της συνοχής σχετίζεται με το φαινόμενο της αδρανούς γνώσης (αυτής που χρησιμοποιείται σε περιορισμένα πλαίσια και δεν γενικεύεται σε άλλες

[49] Στην επιστημονική έρευνα για την εκπαίδευση ασυνέπεια θεωρείται οποιαδήποτε περίσταση όπου το υποκείμενο χρησιμοποιεί μια έννοια σωστά σε κάποιες περιπτώσεις και λάθος σε άλλες.

[50] Σύμφωνα με έρευνα της Βοσνιάδου, μερικοί μαθητές νομίζουν ότι η έννοια της βαρύτητας συνδέεται με αντικείμενα που πέφτουν και όχι με αντικείμενα που στέκονται.

καταστάσεις που θα μπορούσε να εφαρμοστεί) (Bransfort, Franks, Vye and Sherwood, 1989).

3) **Μη κριτική αλλαγή πεποιθήσεων:** Πολλές φορές φαινομενικά οι μαθητές δείχνουν να έχουν καταλάβει την επιστημονική πληροφορία που δέχονται. Είναι η περίπτωση της εννοιολογικής αλλαγής που έχει γίνει χωρίς κριτική αλλαγή πεποιθήσεων (έρευνα της Βοσνιάδου σε ελληνικά σχολεία). Η αρχική αναπαράσταση αντικαταθίσταται από άλλη σωστότερη επιστημονικά, χωρίς συνειδητή αλλαγή στην καινούργια έννοια.

Αντίθετα, θεωρεί σαν ενδείξεις ύπαρξης αποβλεπτικής μάθησης, αν:

1) **Οι μαθητές παρακολουθούν τη μάθηση:** Συλλαμβάνουν λάθη, διορθώνουν εσωτερικές ασυνέπειες. Κατά τον Pintrich (2000), δύο είδη ελέγχου: α) «τακτικός» στιγμή προς στιγμή έλεγχος της γνώσης, β) «στρατηγικός» έλεγχος και καθοδήγηση της μάθησης σε μεγάλα χρονικά διαστήματα (ή αλλιώς έλεγχος κατεύθυνσης).

2) **Έχουν μεταγνωστική συναίσθηση:** Συνειδητοποιούν τις πεποιθήσεις και τις προϋπάρχουσες υποθέσεις τους, κατανοούν τις αλλαγές σε αυτές και συνδέουν τις αλλαγές με έννοιες που έχουν σχέση με την αποδεικτική επάρκεια των πεποιθήσεων. Συνήθως στο σχολικό περιβάλλον η εννοιολογική αλλαγή δεν σχετίζεται με αιτιολογημένη αλλαγή αλλά σε σχέση με την αυθεντία του καθηγητή και του βιβλίου.

3) **Έχουν ικανότητα πολλαπλής αναπαράστασης:** Η αποβλεπτική μάθηση ίσως σχετίζεται με την δυνατότητα του εκπαιδευόμενου να έχει πολλαπλές αναπαραστάσεις. Ένα συνηθισμένο φαινόμενο είναι να μαθαίνουν οι μαθητές να χρησιμοποιούν επιστημονικές αναπαραστάσεις (στο περιβάλλον του σχολείου), αλλά να συνεχίζουν να χρησιμοποιούν τις φαινομενικές αναπαραστάσεις του καθημερινού κόσμου. Αυτό συμβαίνει γιατί δεν μπορούν να χρησιμοποιήσουν πολλαπλές αναπαραστάσεις σε μια αιτιολογημένη δομή, γιατί δεν καταλαβαίνουν πως αυτές σχετίζονται.

4) **Έχουν επιστημολογική άποψη της επιστήμης:** Η έρευνα της γνωστικής βελτίωσης προτείνει ότι οι μαθητές προσεγγίζουν την επιστήμη με την άποψη ότι οι εξηγήσεις των φυσικών φαινομένων αναπαριστούν την πραγματική κατάσταση του κόσμου και δεν καταλαβαίνουν την θεωρητική, υποθετική, φύση τους. Η αποβλεπτική μάθηση μπορεί να σχετισθεί με περισσότερη εμβάθυνση της επιστημολογίας της επιστήμης.

5) **Έχουν αποτελεσματικότερους μηχανισμούς εννοιολογικής αλλαγής:** Οι έρευνες δείχνουν ότι οι μηχανισμοί που χρησιμοποιούν οι μαθητές για να πετύχουν την εννοιολογική αλλαγή είναι κυρίως η πρόσθεση ή η αντικατάσταση των πεποιθήσεων, οι οποίοι βεβαίως δεν είναι και οι πλέον αποτελεσματικοί. Τέτοιοι μηχανισμοί δεν είναι επαρκείς όταν έχουμε να κάνουμε με σύνθετες έννοιες, ενώ μπορεί να τα καταφέρνουν αρκετά καλά με απλές. Από την άλλη μεριά δημιουργούν δυσκολίες στην αναδόμηση των εννοιών. Είναι οι μηχανισμοί που χαρακτηρίζουν την μη αποβλεπτική εννοιολογική αλλαγή. Οι πιο εξελιγμένοι μηχανισμοί που χρησιμοποιεί η επιστημονική – ερευνητική σκέψη όπως η αναλογικότητα, η αφαίρεση, η μοντελοποίηση, κ.α. δείχνουν να απαιτούν αποβλεπτική μάθηση γιατί οι αντίστοιχοι άνθρωποι είναι εξαιρετικά αποβλεπτικοί. Στην αίθουσα όπου η επιστημονική διδασκαλία είναι ανοικτή και ακολουθεί ένα ανακριτικό μοντέλο και προκαλεί σωρεία συζητήσεων, οι μαθητές μπορούν ευκολότερα να γίνουν αποβλεπτικά ικανοί να χρησιμοποιούν μία ποικιλία εξελιγμένων μηχανισμών για να πετύχουν την εννοιολογική αλλαγή.[51]

Στις μεγαλύτερες τάξεις η κατάσταση η οποία θα μπορούσε να δημιουργήσει αποβλέψεις δεν ανήκει οπωσδήποτε στο *background* του μαθητή, επειδή σχετίζεται με τη θέση του και την κοινωνική του κληρονομιά, αλλά συνδέεται περισσότερο με την μελλοντική ζωή του. Όχι με τις αντικειμενικές πιθανότητες, αλλά με αυτές όπως ο μαθητής τις αντιλαμβάνεται.

[51] Βοσνιάδου Σ., «Εννοιολογική αλλαγή στα Μαθηματικά».

Στις αποφάσεις του μαθητή παίζουν ρόλο οι δημιουργούμενες συνθήκες. Οι δε αποβλέψεις του μαθητή ικανοποιούνται μέσα από μαθησιακές δραστηριότητες. Αυτές θα μπορούσαν να διαχωριστούν σε αποβλέψεις που σχετίζονται με το περιεχόμενο, το πρόγραμμα σπουδών, τον δάσκαλο (π.χ. κάποιοι μαθητές πιστεύουν ότι πρέπει να κάνουν κάτι επειδή το είπε ο δάσκαλος), ή αυτές που σχετίζονται με τη δομή του σχολείου όπως τα διαγωνίσματα, οι βαθμοί, ο συναγωνισμός μεταξύ των μαθητών. Επίσης σχετίζονται με την μελλοντική επαγγελματική τους ζωή και τις πιθανότητες να εξασκήσουν κάποιο επάγγελμα. Από τα παραπάνω φαίνεται ότι οι αποβλέψεις της μάθησης στηρίζονται σε ένα σύνθετο σύστημα από διαθέσεις και μπορούν να οδηγήσουν τον μαθητή με διαφορετικές κατευθύνσεις όχι παράλληλες με αυτές που ίσως περιμένει ο δάσκαλος.

Όμως υπάρχει μια απόκλιση από την προηγούμενη ανάλυση. Η μάθηση μπορεί να γίνει ακόμη και εάν δεν προέρχεται από την αρχική απόβλεψη. Μια ενέργεια μπορεί να προκλήθηκε από κάτι άσχετο με την απόβλεψη του υποκειμένου.

Όταν ένα παιδί μαθαίνει γιατί έτσι συνηθίζεται, είναι δύσκολο να αναλυθεί αυτό με την έννοια της συνειδητής πράξης όπως τη δώσαμε. Και θα μπορούσαμε να ονομάσουμε αυτή την προσαρμοσμένη συμπεριφορά, μάθηση μέσω αφομοίωσης στην κοινωνική κουλτούρα. Έτσι πολλά στοιχεία της κουλτούρας αφομοιώνονται από το άτομο χωρίς πραγματικά να έχει την πρόθεση να το κάνει. Αυτό δείχνει ότι η συζήτηση της μάθησης σαν πράξη έχει περιορισμούς.

Η μάθηση έχει ένα διπλό περιεχόμενο. Εκτός από την προηγούμενη ανάλυση των αποβλέψεων σαν την αιτία της μαθησιακής ενέργειας μπορούμε να δούμε και τις αποβλέψεις μέσω των οποίων το άτομο συνειδητοποιεί την ενέργεια που κάνει σαν μαθησιακή ενέργεια. Για παράδειγμα, όταν ένα παιδί παίζει με τους κύβους πέρα από την καθαυτό ενέργεια, μαθαίνει, με την έννοια ότι κάνει συνδυασμούς και καταλαβαίνει την έννοια των αριθμών, αλλά δεν είναι μαθησιακή ενέργεια εάν δεν εμπλακεί συνειδητά στην κατάσταση αυτή αλλά η όλη διαδικασία γίνεται αφηρημένα.

Οι αποβλέψεις στη μάθηση μάς βοηθούν να την προσδιορίσουμε σαν μέρος μιας κριτικής διαδικασίας. Ίσως οι αλγόριθμοι μπορούν να αφομοιωθούν με τρόπο όχι συνειδητό, όμως η κριτική συνείδηση δεν μπορεί να βελτιωθεί σαν αφομοιωτική διαδικασία. Η επιστημονική βελτίωση δεν μπορεί να επιβληθεί. Δεν πρέπει ως καθηγητές ή σχεδιαστές προγραμμάτων να εμφυτεύουμε στόχους ούτε επαρκείς αιτίες. Η σπουδαιότητα των στόχων και των αιτιών πρέπει να υιοθετηθούν από τον μαθητή. Μια συνθήκη παραγωγικής διδασκαλίας είναι εκείνη όπου δίνονται ευκαιρίες στους μαθητές να διερευνήσουν λόγους και στόχους για την προτεινόμενη διαδικασία μάθησης και έτσι να τονίσουν τις δικές τους προθέσεις και να τις εντάξουν σε αυτήν. Με την παραπάνω κατάσταση, η διδακτική διαδικασία δεν θα έχει το σχήμα παράδοση – παραλαβή.

4.9. Διαφορετικοί Τύποι Επιστημικής Βελτίωσης

Οι αποβλέψεις της μάθησης ξεδιπλώνονται κατά πολλούς τρόπους. Μπορεί να είναι προχωρημένες, εκλεπτυσμένες, ξαναδομημένες, αποφορτισμένες, ξαναφορμαρισμένες, αλλοιωμένες, διαλυμένες και αυτό συμβαίνει σαν μέρος την διδακτικής διαδικασίας. Η εμφάνιση επιλεγμένων προθέσεων στη μάθηση συχνά συμβαίνει σε ένα περιβάλλον επιβαρημένο από απαιτήσεις.

Η δομή του σχολείου δημιουργεί μια δυναμική κατασκευή προ-αποβλεπτικών διαθέσεων. Σε μια κλασική τάξη δεν βλέπει κανείς συχνά την εμφάνιση αποβλέψεων σαν μέρος μιας διαπραγμάτευσης, στην οποία ο δάσκαλος δημιουργεί πιθανότητες και οι μαθητές εκφράζονται για να συλλάβουν το νόημα καλύτερα.

Η δραστηριότητα της αλλαγής και προσαρμογής των αποβλέψεων είναι μια κοινή δραστηριότητα του σχολείου που δημιουργείται από τις απαιτήσεις των καταστάσεων, και που συχνά γίνεται με τυχαίο τρόπο.

Μία ποικιλία αποβλέψεων δημιουργείται όχι απαραίτητα σχετικών με την μάθηση. Εάν η μάθηση γίνεται σαν μια βιασμένη δραστηριότητα, τότε οι απαιτήσεις της κατάστασης επηρεάζουν τις αποβλέψεις, τις οποίες οι μαθητές ίσως προ-

σθέσουν στις δραστηριότητες μάθησής τους και καταστούν έτσι αποβλέψεις στρατηγικής. Επειδή η κατάσταση στο σχολείο είναι συνεχώς η ίδια οι απαιτήσεις που υπάρχουν γίνονται μέρος των διαθέσεων των μαθητών και προσδιορίζουν έτσι την συμπεριφορά τους.

Οι αποβλέψεις που δημιουργούν τη μάθηση έχουν επικαλεσθεί την ερμηνεία των όσων συμβαίνουν μέσα στην τάξη. Αυτές οι ερμηνείες έχουν διαπλαστεί από τις ιδέες των μαθητών που προϋπάρχουν καθώς και τις παρούσες και δημιουργούν στόχους και αιτίες, όχι απαραίτητα για μάθηση όπως το σχολείο αναμένει.

Η καθοδηγούμενη – προδιαγεγραμμένη διδασκαλία δεν αφήνει περιθώρια ελευθερίας ώστε να εκφραστούν στόχοι ή να δηλωθούν τα «γιατί». Με αυτή την έννοια έχουμε να κάνουμε με μία διαστρεβλωμένη επιστημική βελτίωση. Η καθοδηγούμενη διδασκαλία μπορεί να είναι διαφόρων τύπων και είναι δυνατόν να κάνει τους μαθητές να ξεχάσουν ότι δεν έχουν άλλες επιλογές και η όλη κατάσταση δημιουργεί ρομποτικές φιγούρες που δεν μπορούν να συνειδητοποιήσουν γιατί κάνουν το ένα ή το άλλο. Μπορεί το βιβλίο να κάνει προσπάθεια να παρακινήσει με ελκυστικά παραδείγματα αλλά αυτό δεν σημαίνει ότι μπορούν οι μαθητές να πάρουν κάποιες αποφάσεις σχετικά με την διδακτική διαδικασία και λειτουργούν σαν group από τουρίστες που έχουν μόνο την δυνατότητα να αποφασίσουν αν θα ακούσουν ή όχι και φυσικά κανείς δεν θα τους τιμωρήσει αν δεν το κάνουν.

Στην αντίθετη άποψη βρίσκεται η λεγόμενη τυφλή δραστηριότητα που μοιάζει με ελεύθερη επιχείρηση αλλά και σ' αυτή την περίπτωση βασικές αρχές διαπραγμάτευσης παραλείπονται. Χαρακτηρίζεται από απουσία φορμαρισμένων και διαπραγματεύσιμων στόχων καθώς και συγκεκριμένων αιτιολογήσεων (*reasons*) και είναι η κατάσταση που χαρακτηρίζει αρκετά (*projects*). Αυτή η *laissez-faire* παιδαγωγική, που μερικώς υιοθετείται από την κριτική παιδαγωγική, εξαλείφει την παραδοσιακή διδασκαλία και δημιουργεί πιθανότητες για τον μαθητή να εμπλακεί σε *projects* του ενδιαφέροντός του με πιθανόν πολιτικές προεκτάσεις και γι' αυτό η επιστημική βελτίωση παρουσιάζει περιορισμούς σε αυτή την κατεύθυνση. Η προσέλκυση του μαθητή σε ένα συγκεκριμένο θέμα είναι διαφορετική από την κατανόηση στόχων και αιτιών, από ή για, το θέμα.

Στις παραπάνω δύο καταστάσεις δράσεως, που σχετίζονται με τον βαθμό ελευθερίας και ανησυχίας, βρίσκουμε δύο τύπους διαστρεβλωμένης διδακτικής διαδικασίας. Στην πρώτη περίπτωση οι στόχοι και οι αιτίες μένουν αδήλωτοι, ενώ η δεύτερη είναι τόσο ελεύθερα δομημένη και συγκεχυμένη που είναι δύσκολο να τους διαπραγματευτεί κανείς. Καμία από τις δύο παραπάνω διαδικασίες δεν φέρνει τις αποβλέψεις στη μάθηση με τρόπο σημαντικό για μια κριτική εκπαίδευση.

Μέσα στο ρόλο της εκπαίδευσης είναι η συνεχής βελτίωση των αποβλέψεων και εμπλουτισμός τους ή ακόμη και η αλλαγή τους, ασχέτως αν οι απαιτήσεις του σχολείου έχουν σαν κατάληξη την αγνόησή τους. Ανεκπλήρωτες αποβλέψεις δεν είναι το ίδιο με τροποποιημένες ή ολοκληρωμένες ή μοιρασμένες. Ο δάσκαλος έχει ιδέες και σχέδια, το ίδιο και οι μαθητές και τίποτα δεν προϋποθέτει ότι θα υπάρχει ταύτιση ή κάποια παράλληλη πορεία.

Αυτές οι μη κοινές αποβλέψεις μπορούν να χαρακτηριστούν σαν λειτουργικές. Ταιριάζουν πολύ καλά στις απαιτήσεις της σχολικής δομής και εντάσσονται στα θέματα του διδακτικού συμβουλίου. Έτσι, ως στόχος των μαθητών, μπορεί να έχει τεθεί «η συμπεριφορά σύμφωνα με τις προσδοκίες του σχολείου» και αυτή να είναι η αιτία, μερικές φορές, για κάποιες καλές επιδόσεις και όχι το πραγματικό ενδιαφέρον για το ίδιο το θέμα. Το σημαντικό είναι για τον μαθητή να βρεθεί στην πλεονεκτικότερη θέση για την μελλοντική του εκπαίδευση, πράγμα το οποίο σιγά-σιγά γίνεται μέρος των αποβλέψεών του. Με αυτή την έννοια, οι κρυφές αποβλέψεις είναι η αιτία για κάποιου είδους μάθηση που έχει γίνει με βιασμένο τρόπο. Αυτό μπορεί να φαίνεται αντιφατικό όμως οι μαθητές έτσι εσωτερικοποιούν μια εξωτερικά δοσμένη αναδόμηση των αποβλέψεων και ενεργούν μόνο λειτουργικά.

4.10. Προσωπική Μοιρολατρία, Δουλοπρέπεια και Επίτευξη

Στην επιβαλλόμενη ενέργεια οι μαθητές δεν έχουν την ευκαιρία να επιδιώξουν κάποια προδιαμορφωμένη απόβλεψη και δεν ξέρουν εάν αξίζει τον κόπο ή όχι.

Κάποιοι μπορεί να βελτιώσουν μια λειτουργικότητα στο πνεύμα του σχολείου, κάποιοι να χαθούν, και κάποιοι να πέσουν σε μοιρολατρία ή αρνητική αυτοεκτίμηση. Οι φράσεις: «Δεν μπορώ…», «Δεν με ενδιαφέρει…», «Πρέπει να κάνω αυτό και αυτό αλλά δεν ξέρω γιατί», είναι συνήθεις και χαρακτηριστικές.

Η υποεκτίμηση των μαθητών, η υποαξιολόγηση των ιδεών και των στόχων τους, η αγνόηση των δυνατοτήτων τους μαζί με την μείωση των πιθανοτήτων να εμπλακούν στην μαθησιακή διαδικασία δημιουργούν την μοιρολατρία.

Η πιθανότητα ένα καλά δομημένο πρόγραμμα μαθηματικών να παρακωλύει τη μάθηση έχει υπογραμμιστεί από τον D' Ambrosio. Ο D' Ambrosio βρίσκει ότι η ικανότητα που έχει ένα άτομο να τα καταφέρνει με υπολογισμούς και γεωμετρικά σχήματα, μπορεί εύκολα να μειωθεί όταν αντιμετωπίζει παρόμοιες εργασίες κατάλληλα ντυμένες. Ο στυφός φορμαλισμός υψώνει ένα ψυχολογικό τείχος ανάμεσα σ' αυτόν και την υπονοούμενη άτυπη μαθηματική ικανότητα. Η μελέτη των εθνομαθηματικών έχει δείξει ότι η θεσμική παράβλεψη των ήδη υπαρχουσών ικανοτήτων των μαθητών, που έχουν διαμορφωθεί σε ένα προ-στάδιο κατανόησης και υπάρχουν πλέον στην κουλτούρα τους, μπορεί να τους οδηγήσει στη μοιρολατρία. Αυτή η προ-κατανόηση μπορεί να μην εκφραστεί πλήρως και κυρίως στην γλώσσα των σχολικών μαθηματικών.

Επίσης, μια εμπειρία στη διαδικασία της διδασκαλίας μπορεί να λειτουργήσει ανατροφοδοτικά στις διαθέσεις των μαθητών και να δημιουργήσει μοιρολατρικά φαινόμενα.

Αυτή η προσωπική μοιρολατρία είναι ένα από τα χαρακτηριστικά των διαθέσεων των μαθητών που σχετίζονται με την ερμηνεία που δίνει το άτομο, στις πιθανότητες που του δημιουργεί ο κοινωνικός περίγυρος. Αυτή η πιθανότητα σχετίζεται και με την υποτιθέμενη δύναμη της τυποποίησης της μαθηματικής εκπαίδευσης.

Ένα είδος μοιρολατρίας είναι και η δουλοπρέπεια σε τεχνικές ερωτήσεις και σε αυτούς που τις διαχειρίζονται.

Τα τυπικά μαθηματικά μπορεί να φαίνονται εχθρικά και εκκεντρικά για πολλούς μαθητές, γιατί είναι δύσκολο γι' αυτούς να δουν τους εαυτούς τους σε μια

μελλοντική κατάσταση στην ζωή, την οποία ελπίζουν να έχουν, και στην οποία αυτά να παίζουν ζωτικό ρόλο. Γι' αυτό είναι δύσκολο να προσδιορίσουν κάποιους προσωπικούς λόγους για να μάθουν αφηρημένους υπολογισμούς. Οι μαθητές όμως μπορούν να μάθουν σχεδόν τα πάντα, εάν έχουν κάποιο λόγο να το κάνουν, με την προϋπόθεση η μάθηση να καθορίζεται με απόφαση του μαθητή. Η διαφοροποίηση στην εμπλοκή και επίδοση των μαθητών που παρατηρείται στη Γ΄ Λυκείου έχει άμεση σχέση με την άποψή τους για το μέλλον τους, η οποία καθορίζει την απόβλεψή τους. Όταν συζητούμε για την απόδοση των μαθητών στο σχολείο δεν πρέπει να βλέπουμε μόνο το παρελθόν των μαθητών αλλά και το μέλλον, το οποίο δημιουργεί λόγους και όνειρα ή τα καταστρέφει. Έτσι, οι πράξεις και κατά συνέπεια η επιστημική βελτίωση είναι προσανατολισμένη προς την πραγματική αντίληψη του ατόμου για το μέλλον.

Γι' αυτό, εάν οι ευκαιρίες για μάθηση αποκλεισθούν μέσα από ευκαιρίες για δράση, τότε η έννοια της επίδοσης χρειάζεται να επανερμηνευτεί με μία γενική κοινωνιολογική άποψη.

Η πιθανότητα ο μαθητής να πετύχει ένα στόχο στο σχολείο, μερικώς βασίζεται στο σύνολο των πιθανοτήτων που είναι δυνατόν να θεωρήσει σαν δικές του. Εάν ο μαθητής ξέρει ότι πιθανώς να γίνει εργάτης γιατί όλοι στην οικογένεια είναι, είναι δύσκολο να βάλει σαν στόχο τα αφηρημένα Μαθηματικά. Συνέπεια αυτού είναι ότι οι διάφορες επιδόσεις πρέπει να αναλύονται και από την άποψη του τι επιτρέπει η κοινωνία, σε μαθητές με συγκεκριμένο κοινωνικό υπόβαθρο, να συνειδητοποιήσουν σαν μέλλον τους. Αυτό το μέλλον είναι παρόν στις διαθέσεις των μαθητών και αυτοί ερμηνεύουν τη σχολική ζωή με το πρίσμα των προσωπικών ευκαιριών που πιθανόν να έχουν. Με αυτή την έννοια, οι επιδόσεις των μαθητών αντανακλούν τις διαθέσεις τους.

Τέλος ένα ουσιώδες σημείο είναι ότι, πράξεις που μπορεί να φαίνονται παράλογες από μια άποψη μπορεί να είναι συνεπείς από μια άλλη. Για παράδειγμα, ίσως φαίνεται παράλογο ένας μαθητής να αγνοεί κάποιο θέμα, να μην κάνει τις εργασίες του και να μην προσπαθεί να κρύψει την αδιαφορία του. Αυτό όμως μπορεί να γίνεται για να προστατέψει τον εαυτό του από τις απαιτήσεις του δα-

σκάλου σε ένα πρόγραμμα που ξεχειλίζει και έχει χάσει την επαφή. Είναι ένας τρόπος άμυνας στην προσωπική του μοιρολατρία.

4.11. Μάθηση – Απόβλεψη και Κίνητρο

Τα αποτελέσματα ερευνών δείχνουν ότι όταν οι δάσκαλοι μπορούν να προβλέψουν τις πεποιθήσεις των μαθητών τους, μπορούν ευκολότερα να συντονίσουν την διδασκαλία έτσι ώστε να διεγείρουν το ενδιαφέρον των μαθητών προς τα μαθηματικά. Για να καταλάβουν εκ των προτέρων τα κίνητρα του μαθητή έχουν οδηγούς τις δικές τους πεποιθήσεις και τις πεποιθήσεις των μαθητών τους.

Όταν οι μαθητές «παρακινηθούν εσωτερικά» για να ασχοληθούν με μια ακαδημαϊκή δραστηριότητα, εμπλέκονται περισσότερο χρόνο, μαθαίνουν καλύτερα και χαίρονται την δραστηριότητα περισσότερο, απ' ότι όταν έχουν εξωτερικό κίνητρο (Lepper, 1988). Έτσι, το να σχεδιάζουμε τέτοιες δραστηριότητες είναι υψίστης σημασίας για να εξελίξουμε μάθηση για μια ζωή. Στην περίπτωση των μαθηματικών, πρέπει να ενδιαφέρει τον δάσκαλο αν το κίνητρο πηγάζει από την ίδια τη δραστηριότητα ή από το παιδί. Αν και αναγνωρίζεται η σπουδαιότητα των μαθηματικών αυτό δεν είναι αρκετό κίνητρο για να εμπλέξει τα παιδιά σε ενεργό συμετοχή. Οι προσωπικές διαφορές των μαθητών και οι τρόποι με τους οποίους η διδασκαλία των μαθηματικών συμπληρώνει αυτές προσδιορίζουν σε μεγάλο βαθμό το κατά πόσον τα μαθήματα είναι ενδιαφέροντα. Τα παιδιά τείνουν να οργανώνουν τις νοητικές λειτουργίες τους μέσα σε τρεις γενικές κατηγορίες:

1. το νοητικό ερέθισμα που υποστηρίζεται από μία δραστηριότητα
2. την προσωπική επιλογή, στον βαθμό στον οποίο η δραστηριότητα ήταν ελεύθερης επιλογής ή βαθμού δυσκολίας
3. το ενδιαφέρον, κατά πόσο δηλαδή θεώρησαν σημαντική τη δραστηριότητα ή σχετική με τις ικανότητές τους (Middleton, 1995).

Όταν τα παραπάνω συνδυάζονται αρμονικά, οι μαθητές θέτουν τη δραστηριότητα στα ενδιαφέροντά τους.

4.12. Παρατηρήσεις

4.12.1. Τι συμβαίνει στην αίθουσα των Μαθηματικών

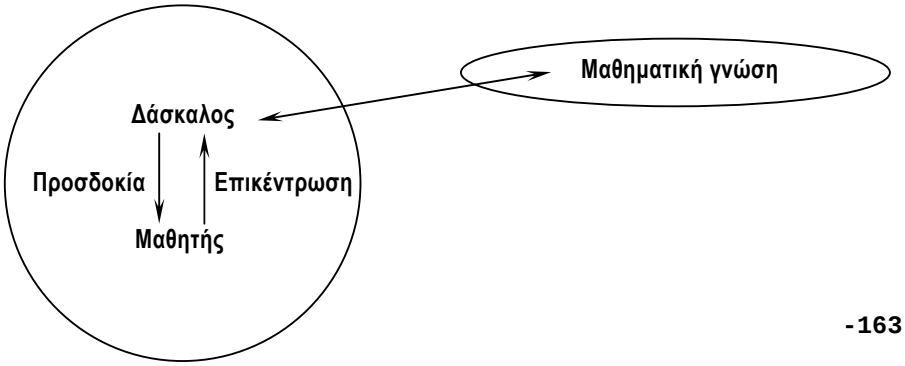
Μπορεί να λεχθεί ότι στο περιβάλλον της διδασκαλίας μαθηματικών δίνεται βαρύτητα στην υλική πλευρά των μαθηματικών. Αυτό φαίνεται σε πολλά επίπεδα, ξεκινώντας από το πρόγραμμα διδασκαλίας και το περιεχόμενό του, την περιγραφή των διάφορων πεδίων μαθηματικών και των συνηθισμένων μαθηματικών ικανοτήτων που απαιτούνται από τους μαθητές. Στα σχολικά βιβλία τα μαθηματικά παρατίθενται με τρόπο γραμμικό και παρουσιάζονται σαν μία ενότητα υπό την έννοια του έτοιμου προϊόντος. Όλα τα πεδία, αντικείμενα, προβλήματα εργασίες και λοιπά των μαθηματικών, που ανήκουν στην αντίστοιχη σχολική περίοδο πρέπει να εμφανίζονται εδώ.

Είναι χαρακτηριστικό στις απόψεις εκείνων που δεν σχετίζονται με το αντικείμενο της διδασκαλίας να κυριαρχούνται από μία υλική ποσοτική απεικόνιση της μαθηματικής γνώσης. Οι γονείς ρωτούν «σε ποια σελίδα έφθασε το μάθημα, μέχρι πόσο μπορούν να μετρούν οι μαθητές και ποιες μαθηματικές διαδικασίες και ικανότητες κατέχουν τα παιδιά τους μέχρι ένα χρονικό σημείο;» Αντίστοιχα αντιδρούν και οι μαθητές ειδικά όταν αποκτήσουν μετά από μερικά χρόνια μια ιδέα του μηχανισμού της διδασκαλίας των μαθηματικών. Γνωστές εκφράσεις είναι: «Δεν έχουμε φτάσει ακόμη εκεί» ή «Πείτε μας τη λύση» κλπ (Davis & Mason, 1986) Και για τους καθηγητές Μαθηματικών το περιεχόμενο των μαθηματικών παρουσιάζεται κυρίως σαν μια εκτεταμένη ύλη που περιλαμβάνει πολλά θέματα που πρέπει να τα χειριστούν. Συχνά αντιμετωπίζουν τις απαιτήσεις των γονιών και συναδέλφων που ζητούν επανειλημμένα να έχουν αντιμετωπισθεί κάθε φορά, συγκεκριμένα στοιχεία γνώσης, γιατί ψηλότερα επίπεδα ή άλλα πεδία του σχολείου πρέπει να βασιστούν σε αυτά. Η σημερινή διδασκαλία των μαθηματικών κυριαρχείται από την ύλη. Ο καθηγητής των Μαθηματικών αφιερώνει τον εαυτό του στην υπηρεσία της ύλης και στο καθήκον της μετάδοσής της.

Αυτή η κυρίαρχη άποψη για τα σχολικά μαθηματικά, ως γραμμική ιεραρχημένη ποσότητα γνώσης, όπως απαντάται στο σχολικό περιβάλλον, από μαθητές, καθηγητές και γονείς, αντιστοιχεί στην ευρεία κοινωνική άποψη σύμφωνα με την οποία η γνώση γίνεται αντιληπτή σαν μια εγκυκλοπαιδική ποσότητα αποτελούμενη από πολλαπλά στοιχεία και λεπτομέρειες που πρέπει να είναι στη διάθεση του καθενός και που μπορεί να εξεταστεί.

Αυτή η λαϊκιστική άποψη για την γνώση ενισχύεται από την άποψη της προσομοίωσης του νου με Η/Υ, ο οποίος χαρακτηρίζεται από μεγάλες δυνατότητες αποθήκευσης και ανάκτησης δεδομένων. Η γνώση σε πρώτο στάδιο ερμηνεύεται σαν ένα σύνολο πολλών ατομικών σκέψεων, ικανοτήτων ή ακόμη και λύσεων. Ειδικά για τα μαθηματικά αυτή η έννοια της έτοιμης σταδιακά δημιουργημένης αθροιστικής γνώσης είναι ιδιαίτερα διαδεδομένη. Βασικά σχετίζεται με την άποψη, των μη μαθηματικών, ότι τα μαθηματικά είναι κάτι πλήρως ανεπτυγμένο και η έρευνα δεν μπορεί να προσθέσει τίποτα καινούργιο.

Στην πραγματική διαδικασία διδασκαλίας παρατηρείται μια ευαίσθητη κοινωνική σχέση που αυξάνει με τον χρόνο. Ο τρόπος μάθησης και οι ευκαιρίες κατανόησης των μαθητών καθορίζονται σε σημαντικό βαθμό από τον δάσκαλο. Οι μαθητές επικεντρώνονται σ' αυτόν, τον προσανατολισμό και τις απαιτήσεις του, σε σχέση με τα διαγωνίσματα που βάζει. Με αντίστροφη κατεύθυνση η προηγούμενη διαδικασία ακολουθείται από τις προσδοκίες και απαιτήσεις που έχει ο δάσκαλος από τους μαθητές. Αυτή η αμοιβαία κοινωνική διαδικασία οδηγεί στην παραμέληση της μαθηματικής γνώσης σαν αυτόνομη οντότητα. Έτσι περνάμε στο άλλο άκρο όπου η γνώση εισάγεται μόνο από το δάσκαλο εξαρτάται από αυτόν και δεν παρουσιάζει αυτόνομη διορθωτική η τροποποιητική λειτουργία στην διαδικασία διδασκαλίας - μάθησης.



σχήμα 4.5

Στην τάξη με τους προαναφερόμενους μηχανισμούς φαίνεται ότι η αντικειμενική γνώση εξαρτάται απόλυτα από τον δάσκαλο, και έτσι η διαφορά ανάμεσα στην αντικειμενικότητα της γνώσης και την τελείως υποκειμενική εξάρτησή της δεν είναι μεγάλη.

Λόγω των διαφορετικών θέσεων μαθητή και δασκάλου στο εκπαιδευτικό σύστημα, οι επιστημολογικές τους απόψεις για την ίδια μαθηματική γνώση είναι διαφορετικές. Μια ανεξάρτητη επιστημολογική άποψη του μαθητή συχνά δεν γίνεται αντιληπτή ή δεν γίνεται αποδεκτή ως αναγκαία για την μάθηση, με αποτέλεσμα να σβήνει σιγά-σιγά προς το τέλος του μαθήματος, όταν θεωρηθεί ότι με κάποιον τρόπο έχει επιτευχθεί συμφωνία.

Επίσης μπορεί να λέει ο δάσκαλος ότι δίνει σημασία στην επικοινωνία και την διαπραγμάτευση ενώ στην ουσία ακολουθεί τον απολυτισμό, ο οποίος υπάρχει στα περισσότερα συστήματα διδασκαλίας. Σ' αυτά τα συστήματα οι μαθητές έχουν συνηθίσει να περιμένουν από τον καθηγητή να τους οδηγήσει χωρίς να λάβουν υπόψη και την δική τους άποψη.

Μηχανισμοί επικοινωνίας και αλληλεπίδρασης στην αίθουσα έχουν αναλυθεί με διάφορους τρόπους. Στους μηχανισμούς που έχουν περιγραφεί περιλαμβάνεται το μοντέλο χωνί (Trichtermuster, Bauersfeld, 1978), το διδακτικό συμβόλαιο, οι διδακτικές καταστάσεις (Brousseau, 1986) και η κυκλικότητα της διδακτικής πρακτικής (Steibring, 1988). Η γνωστή μεταφορά ότι διδασκαλία είναι μετάδοση γνώσης (Cooney, 1988), ρίχνει φως σε κύριες απόψεις των μηχανισμών της τάξης.

Μέχρι ένα βαθμό αυτοί οι μηχανισμοί είναι αναπόφευκτοι και δεν μπορούν να αλλάξουν ή να βελτιωθούν με βάση παραμέτρους κοινωνικής επικοινωνίας.

4.12.2. Προτάσεις

Τα σχολικά μαθηματικά πρέπει να ξεπεράσουν τα κοινωνικά μοντέλα που παρατηρούνται στην αίθουσα. Ο δάσκαλος πρέπει να δώσει ευκαιρίες μάθησης στους μαθητές του που δημιουργούν ενεργή παραγωγή γνώσης. Η μορφή αυτών των ευκαιριών δεν επιλέγεται κατά βούληση, την στιγμή που κάθε μαθητής έχει την δική του ιδιαίτερη αναπαράσταση της γνώσης. Προϋποθέτει ανάλυση των επιστημολογικών συνθηκών των σχολικών μαθηματικών, διαφορετικών από την διδασκαλία που βασίζεται στη μεταφορά γνώσης. Η θεωρία των διδακτικών καταστάσεων του Brousseau προτείνει μια τυποποίηση των διαδικασιών μάθησης. Μέσα από τέσσερις διαφορετικές φάσεις (δράση, διατύπωση, επικύρωση, θεσμοποίηση), στη διάρκεια των οποίων η λειτουργία της γνώσης και η εμπλοκή του μαθητή μεταβάλλονται, οι μαθητές ενεργοποιούνται στην κοινότητα σε ένα πλαίσιο άκρως επικοινωνιακό, ανταλλαγής και διακανονισμού επιχειρημάτων.

Μια δυναμική αντίληψη της γνώσης είναι μια έκφραση της δύσκολης σχέσης μεταξύ συστημικής ολιστικής δομής και των ιεραρχικών κλιμακωτών στοιχείων της, πράγμα το οποίο επιδρά άμεσα στην διδακτική διαδικασία. Η αλλαγή των μηχανισμών επικοινωνίας μέσα στην διαδικασία της μάθησης απαιτεί και αλλαγή της αντίληψης για την μαθηματική γνώση. Με δεδομένη την επικρατούσα γραμμικότητα της διδασκαλίας που αντιστοιχεί σε γραμμικότητα της μαθηματικής γνώσης, το μόνο που μπορεί να βοηθήσει στην περίπτωση εμφάνισης προβλημάτων κατανόησης, είναι ο χαρακτηρισμός της γνώσης ως σύστημα σχέσεων αντί της γραμμικής σειράς της μάθησης.

Η τροποποίηση της αντίληψης για το χαρακτήρα των σχολικών μαθηματικών μπορεί να συνεισφέρει στην δημιουργία μιας νέας ισορροπίας μεταξύ των υποκειμενικών και αντικειμενικών στοιχείων της γνώσης. Από την άποψη αυτή η μαθηματική γνώση δεν είναι πλέον ένα απόλυτο αντικειμενικό προϊόν αλλά εμπεριέχει υποκειμενικά και αντικειμενικά στοιχεία. Μόνο αυτή η θεώρηση μας επιτρέπει να αφαιρέσουμε την αποκλειστική λειτουργία του δασκάλου ως μόνου κατόχου γνώσης, που αποφασίζει, αξιολογεί κλπ.

Αυτός είναι ο μόνος τρόπος να διασφαλίσουμε ότι η γνώση συζητείται, ερμηνεύεται αξιολογείται και να αποφύγουμε την προκαθορισμένη μεταφορά της μέσω των κοινωνικών μηχανισμών της τάξης. Οι μαθητές πρέπει να ενδυναμώνονται στο χειρισμό της γνώσης που τίθεται στη διάθεσή τους, και να μην ανήκει αυτή αποκλειστικά στον δάσκαλο. Οι διδασκαλίες μάθησης έχουν κοινωνικό και επικοινωνιακό χαρακτήρα και δεν ενυπάρχει σε αυτές καθαρή γνώση, αλλά πάντα υπάρχουν κοινωνικές στάσεις και αντιλήψεις που την αφορούν. Οι δύσκολες επιστημολογικές συνθήκες στη μαθηματική γνώση δείχνουν ότι η γνώση αυτή αποκτά αυτόνομα χαρακτηριστικά, που δεν παραμένουν απολύτως αυθαίρετα, ατομικά και υποκειμενικά.

Η σχέση μεταξύ κοινωνικών, υποκειμενικών και επιστημολογικών πλευρών γίνεται πιο σύνθετη στην διαδικασία διδασκαλίας μάθησης, αν υπάρχει πρόθεση αλλαγής του τύπου διδασκαλίας. Μέσα σε μια κοινωνικά οργανωμένη διαδικασία διδασκαλίας, η μαθηματική γνώση πρέπει να γίνει αντικείμενο διαπραγμάτευσης νοημάτων, γιατί τα πολλά επίπεδα που δημιουργούνται ανάμεσα σε ορισμούς, ύλη, εννοιολογικές συνδέσεις και επιστημολογικές συνθήκες, δεν συντηρούνται μόνο με υποκειμενικούς τύπους.

Για να σιγουρευτούμε ότι μπορεί να επιτευχθεί η μάθηση, πρέπει να κάνουμε θέμα τις εννοιολογικές δυσκολίες που παρουσιάστηκαν στο τρίγωνο αντικείμενο – σήμα – έννοια, αντί να τις αποφύγουμε ή να τις εξομαλύνουμε με μεθοδικές απλουστεύσεις.

«Κάθε επιστημονική παιδεία οφείλει να αρχίσει από πνευματική κάθαρση και ύστερα να τεθεί η επιστημονική παιδεία σε κατάσταση διαρκούς επιστράτευσης, να αποκαταστήσει την κλειστή και στατική μάθηση με μια ανοιχτή και δυναμική γνώση, να καταστήσει διαλεκτικές όλες τις πειραματικές μεταβλητές και να δώσει στον ορθό λόγο, λόγους να εξελιχθεί» (Bachelard).

Είναι λάθος να φανταζόμαστε ότι το επιστημονικό πνεύμα αρχίζει όπως ένα μάθημα, ότι μπορούμε να κάνουμε κατανοητό ένα πεδίο επαναλαμβάνοντάς το σημείο προς σημείο.

Αν γίνει κατανοητό ότι οι μαθητές αποκτούν περισσότερη γνώση όταν, η βοήθεια του δασκάλου γίνεται με σκοπό να

μειωθεί η διαφορά ανάμεσα στην γνώση δάσκαλου μαθητή καταλήγουμε στο παράδοξο συμπέρασμα ότι: **η διαφορά αυτή μπορεί να μειωθεί αν αυτή αποκτήσει μεγαλύτερη σημασία.**

Η έννοια πρέπει να κατασκευάζεται από το υποκείμενο με ενεργό και συνειδητή συμμετοχή προς τον επιδιωκόμενο στόχο. Ο στόχος πρέπει να οριοθετείται σε αρχικό στάδιο ώστε οι περαιτέρω ενέργειες να έχουν αιτιολογημένο νόημα. Έτσι οι μαθητές θα έχουν συνειδητή συμμετοχή στην στρατηγική προσέγγισης του στόχου. Σε έρευνες που έχουν γίνει σχετικά με την έλλειψη σαφήνειας στον προσδιορισμό του στόχου, βρέθηκε ότι, τα παιδιά σε δεδομένη εργασία δεν έφταναν σε αμοιβαία κατανόηση των απόψεων για το έργο, πράγμα το οποίο εμπόδιζε την πρόοδο της μαθησιακής διαδικασίας. Πολλές φορές σε μια διδακτική κατάσταση παρατηρείται διαφορετικός σκοπός και περιεχόμενο. Η αντίληψη των παιδιών για το πόσο σχετικός είναι ο στόχος με τη δραστηριότητα έχει επιπτώσεις στον τρόπο με τον οποίο θεωρούν την σχέση της μαθηματικής κατάστασης με την πραγματικότητα. Αυτό επηρεάζει την κατανόηση του μαθηματικού μοντέλου και τις εφαρμογές των Μαθηματικών (Iben M. Christiansen, 1997).

Εάν οι μαθητές δεν έχουν επαρκείς πληροφορίες για το θέμα το οποίο διδάσκονται (σκοπός, χρησιμότητα, προαπαιτούμενες γνώσεις), τότε θα πρέπει να μαντέψουν την σκέψη του δασκάλου, να φανταστούν το αντικείμενο, για να μπορούν να συμμετάσχουν στην επικοινωνία της τάξης. Έτσι, αντί να σκέπτονται για τα μαθηματικά, επικεντρώνονται σε σκέψεις όπως: «Κάτι πρέπει να πω για να συμμετέχω», «Τι θα ήθελε ο δάσκαλος να απαντήσω ή να ρωτήσω», «Τι να σκέπτεται ο δάσκαλος τώρα». Περισσότερο, δηλαδή, προσπαθούν να μαντέψουν και όχι να εκφράσουν την κατανόησή τους για το θέμα.

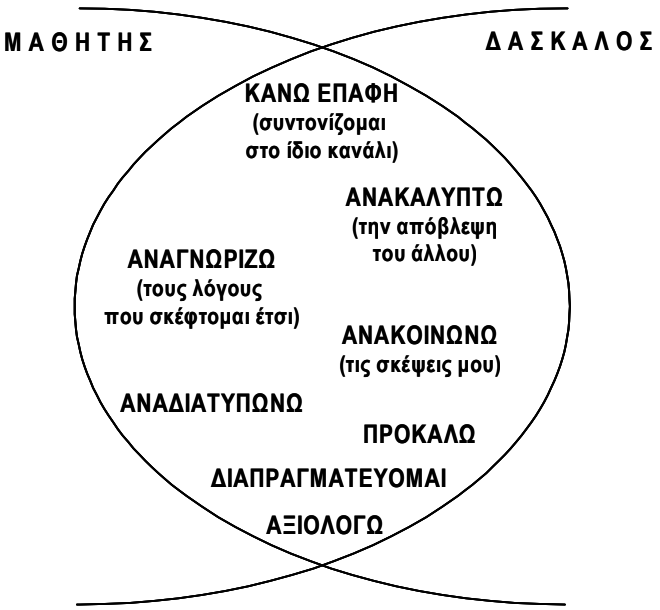
Τα μαθηματικά δεν περιορίζονται σε ανακλήσιμα γεγονότα, αλλά αφορούν την ικανότητα υπολογισμού νέων αποτελεσμάτων. Είναι προϊόντα λειτουργικής σκέψης, δηλ. ικανής να παράγει νέα γνώση, η οποία θα πρέπει να οικοδομηθεί. Η δόμηση της γνώσης είναι σωστό να γίνεται βήμα-βήμα, μέσα από την κοινωνική αποδοχή, σε μια διαδικασία διαλόγου και αντιπαραθέσεων στην κοινότητα της

τάξης, έτσι ώστε να γίνει αποδεκτή στην μικρο-κοινωνία του σχολικού περιβάλλοντος και έτσι να γίνει μια γνώση θεσμοθετημένη.

Ικανότητα του μαθητή δεν είναι μόνο να φέρει εις πέρας κάποιο έργο αλλά και η ικανότητα συνειδητής παρακολούθησης των ενεργειών. Πρέπει να ελέγχει το τι κάνει, να γνωρίζει γιατί το κάνει και γιατί είναι σωστό αυτό που κάνει, πράγμα που σημαίνει συνειδητή επιλογή και συναίσθηση καθ' όλη τη διάρκεια της ενέργειας.

«Η ιδέα της αλήθειας δεν είναι πρωταρχική στην επιστημολογία. Ο όρος κλειδί είναι η έρευνα» (Dewey, 1966). Είναι σημαντικό ο μαθητής να εμπλακεί στην ευρετική διαδικασία. Στην ερευνητική εργασία πάντοτε προϋπάρχει μια προκατανόηση, που έχει να κάνει με τους υποκειμενικούς παράγοντες της αντίληψης και τα κατά κάποιο τρόπο a priori δεδομένα των ανθρώπινων εμπειριών. Κάθε τι που ονομάζουμε μελέτη μπορεί να παράγεται από υλικά που βρίσκονται στην εμβέλεια της καθημερινής εμπειρίας. Πρέπει λοιπόν η διαδικασία να ξεκινάει από εκεί όπου βρίσκονται οι μαθητές και να ακολουθεί διαδικασία «προσομοίωσης του ερευνητή».

Οι Helle Alro και Ole Skovsmose ευρισκόμενοι πολύ κοντά στην προαναφερθείσα άποψη προτείνουν το παρακάτω μοντέλο διδασκαλίας το οποίο ονομάζουν *Μοντέλο ερευνητικής συνεργασίας* (*Inquiry Cooperation Model* – ICM).



σχήμα 4.6

Οι μαθητές κινούνται σχεδόν πάντα σε έναν γλωσσικά κατανοημένο κόσμο. Το περίγραμμα αυτού του κόσμου είναι ευρύτερο από την εμπειρία τους και ολοκληρώνεται εκ των υστέρων με την προσωπική εποπτεία και την διδασκαλία. Στην περίπτωση των μαθηματικών, αυτή η εποπτεία μπορεί να μην υπάρξει ποτέ, ή μπορεί ξεκινώντας από μια λέξη να οδηγηθούμε σε μια γνωστική πληρότητα. Οι μαθητές ειδικά των μεγαλύτερων τάξεων του λυκείου συχνά πρέπει να δρουν σε περιβάλλον έλλειψης άμεσης εποπτείας. Η κατανόηση θα γίνει μέσω της χρήσης των εννοιών και των συμβόλων. Η χρήση αυτή πρέπει να γίνεται σε άκρως επικοινωνιακό περιβάλλον, με κανόνες των οποίων τις ερμηνείες έχει θεσμοθετήσει μαθητική κοινότητα μέσα στην οποία θα πιστοποιηθεί η γνώση.

Στόχος της εκπαίδευσής μας στα Μαθηματικά θα πρέπει να είναι η δημιουργία μορφωμένου πολίτη με κριτική σκέψη και όχι η απομίμηση ενός φτηνού υπολογιστή. Για το λόγο αυτό, θα ήταν σκόπιμο, μεταξύ άλλων, να υιοθετούμε:

- ✓ Προσεκτικά σχεδιασμένη εργασία των μαθηματικών διαδικασιών, στην αναζήτηση των σχέσεων και δομών που εκφράζονται από τα Μαθηματικά.

- ✓ Ανησυχία για τις αποβλέψεις των μαθητών ώστε να ενταχθούν συνειδητά στην ερευνητική ομάδα της τάξης.
- ✓ Χρήση των τεχνολογιών και των μέσων επικοινωνίας που αποτελούν το περιβάλλον του σημερινού μαθητή.

στην προσπάθεια δημιουργίας πλήρους νοήματος.

Ε Π Ι Λ Ο Γ Ο Σ

Σύμφωνα με τον Piaget, το «γνωρίζειν» είναι πράξη προσαρμογής. Ένα είδος συγκέντρωσης εννοιών και δράσεων που κάποιος βρήκε ότι είναι επιτυχείς, σύμφωνα με τους σκοπούς που είχε στο μυαλό του. Κάτι ανάλογο με την έννοια της προσαρμογής των ειδών στην εξελικτική βιολογία.

Η ανεξάρτητη πραγματικότητα, σχετικά με την οποία πρέπει να προσαρμοστεί κάποιος, δεν είναι άμεσα προσβάσιμη από την ανθρώπινη νόηση, ανεξάρτητα του πόσο καλά προσαρμόσιμος μπορεί να είναι. Έτσι, η ιδέα της αλήθειας σαν σωστή αναπαράσταση καταστάσεων του εξωτερικού κόσμου αντικαθίσταται από την ιδέα της βιωσιμότητας, με την έννοια ότι ιδέες, έννοιες, θεωρίες είναι βιώσιμες εάν αποδειχθούν συνεπείς στα πλαίσια στα οποία δημιουργήθηκαν και έχουν σχέση με τους στόχους και τους σκοπούς, οι οποίοι δεν περιορίζονται σε συγκεκριμένα και υλικά αντικείμενα. Οι φυσικοί νόμοι υπάρχουν, όμως η μαθηματική διατύπωση του νόμου του Newton υπάρχει επειδή νοούμε τον κόσμο με αυτόν τον τρόπο και ο νόμος δείχνει τον τρόπο που κατανοούμε και μέσω αυτού μπορούμε να εξηγούμε και να ελέγχουμε.

Η έννοια της βιωσιμότητας απέχει πολύ από την ιδέα της μιας και μοναδικής αλήθειας που περιγράφει τον κόσμο. Κάθε περιγραφή σχετίζεται με τον παρατηρητή, καθώς προέρχεται από τις εμπειρίες του. Συνεπώς, θα υπάρχουν περισσότεροι του ενός τρόποι για να λυθεί ένα πρόβλημα ή να επιτευχθεί ένας στόχος.

Η φαινομενολογική έννοια της αποβλεπτικότητας, με την υποστήριξη της νευροβιολογίας, συγκροτεί μια θεωρία κατανόησης πολύ πιο λεπτομερειακή και ισχυρά αιτιολογημένη από την κονστρουκτιβιστική άποψη, με την

οποία όχι μόνο δεν έρχεται σε αντίθεση αλλά την υποστηρίζει και την ολοκληρώνει. Βρίσκεται στη βάση όλων των μεθοδολογιών που προτείνονται τελευταία (*project*, διαθεματική προσέγγιση διδασκαλίας κλπ.), προκειμένου οι μαθητές να αποκτήσουν κριτική και ολικά διαμορφωμένη γνώση.

Η αποβλεπτικότητα, άρρηκτα συνδεδεμένη με την αναπαράσταση, καθώς η δεύτερη είναι άμεσο αποτέλεσμα της πρώτης, συνδέεται ως εκ τούτου με τα Μαθηματικά και τη Μαθηματική εκπαίδευση. Πέραν τούτου, η επιστήμη των Μαθηματικών αποτελεί το κατ' εξοχήν πεδίο εφαρμογής του πλέον εξελιγμένου επιπέδου αποβλεπτικότητας, το οποίο εμφανίζεται κυρίως στη διαδικασία λύσης προβλήματος.

Η συνεχής παραγωγή αναπαραστάσεων και νοημάτων στους μαθητές των Μαθηματικών παρουσιάζει μια ιδιαίτερη δυσκολία, καθ' όσον τα αντικείμενα των Μαθηματικών δεν είναι πραγματικά, για να είναι άμεσα αντιληπτά, αλλά αφηρημένα (έννοιες), για τις οποίες δεν υπάρχει άμεση εποπτεία. Η θεσμοθέτηση της γνώσης επιβάλλει ένα έντονα επικοινωνιακό περιβάλλον μέσα στο πλαίσιο που καθορίζει η σημερινή εποχή.

Τα νέα μέσα επιβάλλουν νέους κώδικες επικοινωνίας και κανόνες πρόσληψης πληροφορίας. Εάν λάβουμε επιπλέον υπ' όψιν μας τις νέες αντιλήψεις για τα δημοκρατικά δικαιώματα των νέων και τις σύγχρονες απόψεις για την κατανόηση και τη θεμελίωση γνώσης, τότε οδηγούμαστε αναπόφευκτα σε μια διδασκαλία με συνειδητή συμμετοχή και πρωτοβουλία του διδασκομένου. Η επικοινωνιακή αντίληψη, ως αναγκαίο εργαλείο κατανόησης και αντικειμενοποίησης της υποκειμενικής γνώσης, θέτει στο κέντρο της διαδικασίας μάθησης όχι τόσο το αντικείμενο της γνώσης, αλλά την επικοινωνία που εγκαθίσταται ανάμεσα στα υποκείμενα που συμμετέχουν. Η όλη διαδικασία συγκρότησης της γνώσης μετατοπίζεται στο πεδίο της διαπραγμάτευσης των

υποκειμένων, και καθορίζει το νέο πλαίσιο της διδασκαλίας όπου κρίνεται απαραίτητο να ληφθούν σοβαρά υπ' όψιν οι αποβλέψεις των υποκειμένων.

Για να λειτουργήσει όμως η τάξη στο πλαίσιο αυτό, πρέπει ο διδάσκων να κατέχει μια θεωρία γνώσης ικανή να αιτιολογεί τα φαινόμενα που δημιουργούνται, για να είναι σε θέση να οργανώνει και να καθοδηγεί τη διδασκαλία σωστά.

Η πραγματιστική φιλοσοφία θέλει σε προνομιούχα θέση το πρόβλημα σαν την οδό συγκρότησης της «αληθούς» εικόνας του κόσμου. Μαζί με την φαινομενολογία προσφέρουν μια ευρύτερη φιλοσοφική στήριξη στις νέες αντιλήψεις διδασκαλίας.

Η όλη συζήτηση γίνεται για να παρουσιάσουμε μια συμπαγή εννοιολογική θεωρητική βάση για κάποια πράγματα, που μέχρι τώρα φωτισμένοι δάσκαλοι τα έκαναν ή τα είχαν κατά νου χωρίς θεωρητικό υπόβαθρο στήριξης.

Στην βάση αυτή, όπως λέει και ο Bollnow: «Η καρποφόρα αξιοποίηση των φαινομενολογικών μεθόδων για την παιδαγωγική εκκρεμεί και προσφέρει γόνιμες προοπτικές για μελλοντική εργασία».

Β Ι Β Λ Ι Ο Γ Ρ Α Φ Ι Α

🕮 Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία

Alro, H. & Skovsmose, O., «Students' Good Reasons», in *For the Learning of Mathematics*, 16, Nov 3, 1996, pp. 31-38.

Alro, H. & Skovsmose, O., «That Was Not the Intention! Communication in Mathematics Education [1]», in *For the Learning of Mathematics*, 18, Jun 2, 1998, pp. 42-51.

Bell, D.A., *Husserl: The Arousments of the Philosophers*, Ted Houderich (ed.), 1995.

Billman, D., «Representations», in *A Companion to Cognitive Science*, William Bechtel & George Graham (eds.), Blackwell Publishers, pp. 649-659.

Bollnow, O.F., *Φιλοσοφική Παιδαγωγική*, εκδ. Γρηγόρη, Αθήνα, 1986.

Christiansen, I.M., «When Negotiation of Meaning is Also Negotiation of Tasks», Analysis of the Communication in an Applied Mathematics High School Course, in *Educational Studies in Mathematics*, 34, 1997, pp. 1-25.

Cobb-Stevens, R., «The Beginnings of Phenomenology. Husserl and his Predecessors», in *Twentieth-century Continental Philosophy*, pp. 5-31.

Davis, B.R., «Understanding "Understanding"», in *Journal of Mathematics Behavior II*, 1992, pp. 225-241.

Derrida, J., «Ε. Husserl – Η Φαινομενολογία και το Πέρας της Μεταφυσικής», in *Σύγχρονη Σκέψη*, μτφρ. Ε.Ν. Πλατή, pp. 182-200.

Edelman, G.M., *Αιθέρας Θεϊκός – Λαμπερή Φωτιά*, μτφρ. Π. Τασκόπουλος – Α. Μάμαλης, εκδ. Κάτοπτρο, Αθήνα.

Fraudental, H., «Thought on Teaching Mechanics Didactical Phenomenology of the Concept of Force», in *Educational Studies in Mathematics*, 25, 1993, pp. 71-87.

Freeman, W.J., *How Brains Make Up Their Minds*, Weidenfeld & Nicolson (eds.), London, 1999.

Glasersfeld von, E., «A Constructivist Approach to Teaching», in *Constructivism in Education*, Leslie P. Steffe & Jerry Gale (eds.), University of Georgia.

Guttenplan, S., «Representations», in *A Companion to the Philosophy of Mind*, Blackwell Publishers, pp. 536-541.

Harman, G., «Intentionality», in *Companion to Cognitive Science*, by William Bechtel & George Graham, Blackwell Publishers.

Henry, M., «Διδακτική Μαθηματικών», Πανεπιστήμιο Αθηνών – Τμήμα Μαθηματικών, μετάφραση από τα γαλλικά.

Hoffmeyer, J., «Evolutionary Intentionality», in *Proceedings from the 3rd European Conference on Systems Science*, Rome, 1-4 Oct 1996, ods: E. Pessa, A. Montesanto and M.P. Penna, edition: Kapp, Rome, 1996, pp. 699-703.

Husserl, E., *Δεύτερη Λογική Έρευνα*, μτφρ. Ν.Μ. Σκουτερόπουλος, εκδ. Γνώση, Αθήνα.

Janvier, C., *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*, 1987.

Keamey, R., *Twentieth-Century Continental Philosophy*.

Kilpatrick, J., «What Constructivism Might Be in Mathematics Education» anounced in *The 11th annual meeting of the International Group for the Psycology of Mathematicw Education*, Montreal, 19-25 July 1987

Lyons, W., *Approaches to Intentionality*, Oxford University Press, 1995.

Maria Gómez-Chacón, I., «Affective Influences in the Knowledge of Mathematics», in *Educational Studies in Mathematics*, 43, 2000, pp. 149-168.

Mellin-Olsen S., *The Politics of Mathematics Education*, Mathematics Education Library, Klower Academic Publishers, 1987.

Middleton, J.A., «A Study of Intrinsic Motivation in the Mathematics Classroom: A Personal Constructs Approach», in *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 26, No 3, 1995, pp. 254-279.

Müller, U. – Sokol, B. – Overton, W.F., «Reframing A Constructivist Model of the Development of Mental Representation: The Role of Higher Order Operations», in *Developmental Review*, 18, 1998, pp. 155-201.

Nand, K., «Assessing the Relationship Between Attitude Towards Mathematics and Achievement in Mathematics: A Meta-Analysis», in *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 28, No 1, 1997, pp. 26-47.

Peid, D.R. & Drodge, E.N., «Embodied Cognition and the Mathematical Emotional Orientation», in *Mathematical Thinking and Learning*, 2 (4), pp. 249-267.

Radford, L., «The Object of Representations: Between Wisdom and Certainty», in *Representation and Mathematics Visualization*, pp. 219-240.

Roy, J.M., «Saving Intentional Phenomena. Intentionality, Representation, and Symbol», in *Naturalizing Phenomenology*, pp. 111-147.

Ruffel, M. – Mason, J. – Allen, B., «Studying Attitude to Mathematics», in *Educational Studies in Mathematics*, 35, 1998, pp. 1-18.

Schwertman, N.C., «Discovering on Optimal Property of the Median», in *The Mathematics Teacher*, vol. 92, No 8, November 1999.

Sfard, A., «Balancing the Unbalanceable: The NCTM Standards in the Light of Theories of Learning Mathematics», Paper to be presented at the Conference on the Foundations to NCTM Standards (March 1998), Atlanta, Georgia, Oct 31, 1998.

Sfard, A., «Symbolizing Mathematical Reality into Being – or How Mathematical Discourse and Mathematical Object Create Each Other», in *Symbolizing and Communicating: Perspectives on Mathematical Discourse, Tools, and Instructional Design*, P. Cobb – K.E. Yackel – K. McClain (eds.), Mahwah, N.J., Erlbaum, Aug 2, 1998.

Sfard, A., «Steering (Dis)Course Between Metaphors and Rigor: Using Focal Analysis to Investigate an Emerge of Mathematical Objects», in *Focal Analysis and Emergence of Objects*, Feb 23, 2003.

Skovsmose, O., *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*, Mathematics Education Library, Klower Academic Publishers, 1994.

Smith, W.D., «Husserl's Philosophy of Mind», in *Contemporary Philosophy. A New Survey*, vol. 4, pp. 249-286.

Smith, W.D., «Intentionality Naturalized», in *Naturalizing Phenomenology*, by Jean Pefitot, Francisco J. Varela, Bernard Paihoud, Jean-Michel Roy, Stanford University Press, California, pp. 83-110.

Steinbring, H., «Mathematics in Teaching Processes. The Disparity Between Teacher and Student Knowledge», in *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 11, No 1, pp. 65-108, 1991.

Stuffebeam, R.S., «Representation and Computation», in *A Companion to Cognitive Science*, ed. by William Bechtel & George Graham, Blackwell Publishers.

Vosniadou, S., «Exploring the Relationship Between Conceptual Change and Intentional Learning», Dept. of Philosophy and History of Science, National and Kapodistrian University of Athens, 2002.

Winch, C., *The Philosophy of Human Learning.*

Zarkis, R. – Liljedahl, P. – Simon F., «Understanding Primes: The Role of Representation», in *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 35, No 3, University of Canada, May 2004, pp. 164-186.

Zeedyk, S.M., «Developmental Accounts of Intentionality. Toward Integrations», in *Developmental Review*, 16, article No 0018, University of Dundee, United Kingdom, 1996, pp. 416-461.

🕮 Ελληνική Βιβλιογραφία

Αριστοτέλους *Ηθικά Νικομάχεια*, εκδ. Κάκτος, Βιβλίο Γ΄, 1111b-1113b.

Αριστοτέλους *Μετά τα Φυσικά*, πηγή: Ηλεκτρονική Βιβλιοθήκη MUSAIOS.

Αριστοτέλους *Ερμηνευτικά*, πηγή: Ηλεκτρονική Βιβλιοθήκη MUSAIOS.

Αριστοτέλους *Περί Ψυχής*, εκδόσεις Ζαχαρόπουλος, μτφρ. Β.Ν. Τατάκης.

Βοσνιάδου, Σ., *Ψυχολογία των Μαθηματικών*, εκδ. Gutenberg, Αθήνα, 1998.

Γαγάτσης, Α. – Μιχαηλίδου, Ε. – Σιακαλλή, Μ., *Συναρτήσεις. Ένα Παιχνίδι Αλλαγών Πεδίου Αναπαράστασης*, Λευκωσία, 2000.

Γαγάτσης, Α. – Σπύρου, Π., *Πολλαπλές Αναπαραστάσεις, Ανθρώπινη Νοημοσύνη και Μάθηση.*

Καμπάνη-Ποτουρίδου Ε., «Ο Ρόλος των Αναπαραστάσεων στη Λύση Μαθηματικών Προβλημάτων», Διδακτορική Διατριβή, Ιωάννινα, 2003.

Καρακωνσταντής, Γ., «Η Ιστορική Θεώρηση του Κονστρουκτιβισμού», Πτυχιακή Εργασία, Αθήνα, 1999.

Κλαουδάτος, Ν., Σημειώσεις Παραδόσεων.

Ξηροπαΐδης, Γ., «Αποβλεπτικότητα και Σημασία», στο *Δευκαλίων*, Περιοδική έκδοση για τη Φιλοσοφική Έρευνα και Κριτική, περ. Γ΄, τόμ. 13, τχ. 1, Οκτώβριος 1994.

Ρουσόπουλος, Γ., «Κρίση και κριτική του νεότερου εμπειρισμού», στο *Η αναλυτική της παράστασης*, εκδ. Ελληνικά Γράμματα, Ρέθυμνο, 1995.

Σπύρου, Π., «Επιστημολογία των Μαθηματικών», Σημειώσεις Παραδόσεων.

Στράντζαλος, Χ., Σημειώσεις Παραδόσεων.

Βοηθήματα – Λεξικά

Λεξικόν ΛΑΤΙΝΟΕΛΛΗΝΙΚΟΝ, συνταχθέν υπό Ευστρατίου Δ. Τσακαλώτου, εκδόσεις Π.Δ. Σακελλάριος, Αθήνα, 1926.

The MIT Encyclopedia of the Cognitive Science.

Ηλεκτρονικές Διευθύνσεις

http://setis.library.usyd.edn.au/Stanford/entries, «Intentionality in Ancient Greek Philosophy», © 2003, Victor Gaston.

http://plato.stanfond.edu/archives/fall2003/entries/Intentionality, "Intentionality" Jacob Pierre.