ΘΕΡΙΝΟ ΣΧΟΛΕΙΟ

18-22 ΙΟΥΛΙΟΥ 2013, ΑΝΑΒΥΣΣΟΣ

ΠΕΡΙΛΗΨΕΙΣ ΟΜΙΛΙΩΝ

(με τη σειρά που δίνονται στο πρόγραμμα του Θερινού Σχολείου)

Ομιλητής: Ανδρέας Μούτσιος-Ρέντζος, Διδάκτορ στη Διδακτική των Μαθηματικών

Τίτλος: Ενδογενείς και εξωγενείς αναγκαιότητες στην αποδεικτική διαδικασία

Περίληψη. Η απόδειξη βρίσκεται στο επίκεντρο της μαθηματικής επιστήμης. Συνεπώς, οι ερευνητές της διδακτικής των μαθηματικών έχουν αφιερώσει πολυάριθμες εργασίες με θέμα τη φύση και τις λειτουργίες της απόδειξης, καθώς και την κατανόηση και τη διδασκαλία της σε διάφορα εκπαιδευτικά (και μη) πλαίσια. Η έρευνα φανερώνει τόσο την ελλιπή κατανόηση των διαφόρων λειτουργιών της απόδειξης, όσο και την έλλειψη των (κυρίως) εσωτερικών αναγκών που οδηγούν στην παραγωγή μιας μαθηματικής απόδειξης. Με αυτή την εισήγηση προτείνεται η διερεύνηση του ρόλου των ενδογενών και εξωγενών αναγκαιοτήτων στην αποδεικτική διαδικασία με στόχο την ανάπτυξη αποτελεσματικότερων παιδαγωγικών μεθόδων.

Κατ' αρχάς θα περιγραφούν τα στοιχεία που χαρακτηρίζουν τη μαθηματική απόδειξη, καθώς και των καταγεγραμμένων από την έρευνα λειτουργιών της (Balacheff, 1991; de Villiers, 1990; Hanna, 2000). Στη συνέχεια, η συζήτηση θα επικεντρωθεί στις ενδογενείς και εξωγενείς αναγκαιότητες που η μαθηματική απόδειξη ικανοποιεί (π.χ. Hanna & de Villiers, 2012). Θα γίνει σύνδεση με τη θεωρία του Skemp (1979) η οποία αναδεικνύει τη διαφοροποίηση μεταξύ *εσωτερικής συνέπειας* και *κοινωνικής επιβίωσης* στην αντιμετώπιση καταστάσεων επικεντρωμένων σε σαφώς καθορισμένους στόχους. Με έμφαση στις παιδαγωγικές συνέπειες θα συζητηθεί η σημασία αυτών των αναγκαιοτήτων σε τρεις κατευθύνσεις:

α) *Στρατηγικές και προτιμήσεις σκέψεις*. Η γνωστική ανάγκη των φοιτητών και φοιτητριών για εσωτερική συνέπεια όπως αυτή καταγράφεται από το στυλ σκέψης τους, σε συνδυασμό με την κοινωνική επιβίωση φαίνεται να αποτελεί σημαντικό παράγοντα στις επιλογές στρατηγικών για την παραγωγή αποδείξεων σε προβλήματα τύπου εξετάσεων (Moutsios-Rentzos, 2009˙ Moutsios-Rentzos & Simpson, υπό κρίση).

β) Αισθήματα και αποδεικτική διαδικασία. Η αποδεικτική διαδικασία ερωτημάτων τύπου εξετάσεων φαίνεται να προκαλούν αισθήματα τα οποία διαφοροποιούνται με τρόπο συνεπή με τις βιωμένες εσωτερικές και εξωτερικές αναγκαιότητες (Moutsios-Rentzos & Kalozoumi-Paizi, υπό προετοιμασία).

γ) Φαινομενολογία και απόδειξη. Η απόδειξη ως αποτέλεσμα ενδογενούς αναγκαιότητας για 'δομή' (Zaslavsky, Nickerson, Stylianides, Kidron & Winicki-Landman, 2012) και βεβαιότητας εντός της δομής φαίνεται ότι μπορεί να προκύψει μέσω παιδαγωγικών πρακτικών συμβατών με ένα θεωρητικό πλαίσιο που πηγάζει από την υπερβατολογική φαινομενολογία του Husserl.

Ομιλήτρια: Δήμητρα Χριστοπούλου, Λέκτορας, Πανεπιστήμιο Πατρών

Τίτλος: Η φαινομενολογική ανάγνωση των φρεγκεανών αφαιρετικών αρχών από τον Hermann Weyl

Περίληψη. Αυτή η εργασία επιχειρεί να αναδείξει τις ισχυρές φαινομενολογικές δεσμεύσεις του Hermann Weyl στην περίπτωση των φρεγκεανών αρχών αφαίρεσης που ο ίδιος μελετά και ερμηνεύει στο (1926) *Philosophy of Mathematics and Natural Sciences*. Οι φρεγκεανές αρχές αφαίρεσης είναι ισοδυναμίες πρώτης ή δεύτερης τάξεως που μετασχηματίζουν σχέσεις ισοδυναμίας σε προτάσεις ταυτότητας. Έχουν μελετηθεί ιδιαίτερα κατά την τελευταία δεκαετία στο πλαίσιο του νεοφρεγκεανού προγράμματος ως ένα είδος έμμεσων ορισμών μαθηματικών εννοιών. Ο Weyl στο έργο του (1926) *Philosophy of Mathematics and Natural Sciences* τις περιέγραψε και τις ερμήνευσε ως κατασκευαστικούς ορισμούς. Η σύγκριση μεταξύ της νεοφρεγκεανής προσέγγισης και της προσέγγισης του Weyl αναδεικνύει σημαντικές διαφορές ιδιαίτερα στο γνωσιολογικό επίπεδο. Η φρεγκεανή και η νεοφρεγκεανή προσέγγιση αναφέρονται σε μια διαδικασία *ανακατανομής του περιεχομένου* κατάλληλων σχέσεων ισοδυναμίας σε ταυτότητες αφηρημένων αντικειμένων και στον σχηματισμό νέων εννοιών. Από την άλλη πλευρά, η προσέγγιση του Weyl δίνει έμφαση στη λειτουργία της αποβλεπτικότητας του ανθρώπινου νου σε σχέσεις ισοδυναμίας μεταξύ των στοιχείων ενός αρχικού πεδίου. Οι εν λόγω σχέσεις ισοδυναμίας εμπεριέχουν *αναλλοίωτα στοιχεία* που ο μαθηματικός εντοπίζει και στη συνέχεια μετασχηματίζει μέσω της εποπτείας. Η «πλήρωση» των αποβλέψεων μέσω της εποπτείας έχει χουσσερλιανή προέλευση και αποτελεί την έννοια κλειδί στην κατασκευαστική ερμηνεία του Weyl. Η «κατασκευή» στην οποία αναφέρεται ο Weyl είναι η συγκρότηση ιδεατών μαθηματικών αντικειμένων εντός της εποπτείας τα οποία καθίστανται παρόντα στον ανθρώπινο νου.

Ομιλητής: Νικόλαος Κλαουδάτος, Διδάκτορ στη Διδακτική των Μαθηματικών

Τίτλος: Μερικές γνωστές προτάσεις της Ευκλείδειας Γεωμετρίας και το φυσικό τους νόημα, στα πλαίσια ενός γεωμετρικού μοντέλου για την βολή

Περίληψη. Η χρήση επιχειρημάτων από την φυσική για την απόδειξη μιας μαθηματικής πρότασης, είναι μια γνωστή στρατηγική λύσης προβλήματος. Σε σχετικά πρόσφατο άρθρο τους, οι Hanna and Jahnke διατύπωσαν την ακόλουθη παρατήρηση: "*Επικαλούμενοι ένα επιχείρημα από την φυσική σε μια μαθηματική απόδειξη, σημαίνει ότι βασιζόμαστε σε μια αρχή της φυσικής, σαν να είναι ένα θεώρημα των μαθηματικών*". Την παρατήρηση αυτή την διεύρυνα, θεωρώντας τις εξισώσεις και όλα τα υπόλοιπα αποτελέσματα της βολής ως γνωστές μαθηματικές προτάσεις. Με τον τρόπο αυτόν ανέπτυξα μια γενικευμένη στρατηγική, η οποία ενοποίησε τόσο την μαθηματική προσέγγιση όσο και την προσέγγιση της φυσικής στο πρόβλημα της βολής. Επίσης, η στρατηγική αυτή διαμόρφωσε μια διαδικασία απόδοσης φυσικού νοήματος στις μαθηματικές προτάσεις.

Ο σκοπός της παρουσίασης είναι διπλός: Πρώτον, να παρουσιάσω ένα γεωμετρικό μοντέλο για την βολή. Το μοντέλο βασίζεται σε ένα ισοσκελές τρίγωνο ABC, AB=AC, έχει την ίδια μαθηματική δομή με το μοντέλο της φυσικής και από αυτό επανακατασκευάζω τις εξισώσεις της βολής. Δεύτερον, να αποκαλύψω τα φυσικά νοήματα (physical meanings) των

γεωμετρικών προτάσεων που χρησιμοποίησα στην κατασκευή του μοντέλου. Αρκετά από τα νοήματα αυτά θεωρώ ότι έχουν ενδιαφέρον. Για παράδειγμα, η παραβολή που εφάπτεται στις πλευρές AB, AC, στα σημεία B,C του ισοσκελούς τριγώνου, δηλαδή η παραβολή του Artzt που αντιστοιχεί στην βάση BC, μπορεί να θεωρηθεί ως η παραβολική τροχιά της βολής (v_0, ω_0), όπου ω_0 είναι η μία από τις ίσες γωνίες του ισοσκελούς τριγώνου και v_0το μήκος ενός ευθυγράμμου τμήματος A_1B, της AB. Ακόμα, η απόσταση της διευθετούσας της παραβολής αυτής από την βάση BC του τριγώνου, είναι η απόσταση που πρέπει να διανύσει ένα σώμα υπό την επίδραση του βάρους του, προκειμένου να αποκτήσει ταχύτητα v_0, για να περιοριστώ μόνον σε δύο παραδείγματα.

Ομιλητές: Χαράλαμπος Σακονίδης, Καθηγητής, Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης
Δέσποινα Πόταρη, Αναπλ. Καθηγήτρια, Πανεπιστήμιο Αθηνών

Τίτλος: Συνεργασία ερευνητών και εκπαιδευτικών με στόχο τη μελέτη και την ανάπτυξη της διδασκαλίας των μαθηματικών: Η εστίαση στον ερευνητή

Περίληψη. Η συνεργασία ερευνητών και εκπαιδευτικών με στόχο τη μελέτη και την ανάπτυξη της διδασκαλίας των μαθηματικών συγκεντρώνει όλο και περισσότερο τα τελευταία χρόνια το ερευνητικό ενδιαφέρον και αναδεικνύεται σε κυρίαρχο μέσο επαγγελματικής εξέλιξης των εκπαιδευτικών. Μια πτυχή του σχετικού ερευνητικού ενδιαφέροντος επικεντρώνεται, ειδικότερα, στο ρόλο του ερευνητή στο πλαίσιο αυτής της συνεργασίας και στην επαγγελματική του εξέλιξη, οριοθετώντας μια νέα ανάγνωση της έρευνας που αφορά στην εκπαίδευση των εκπαιδευτικών στα μαθηματικά. Η στροφή αυτή θέτει νέα θεωρητικά και μεθοδολογικά ζητήματα στο επίπεδο της έρευνας, καθώς πριμοδοτεί τη θέαση της συνεργασίας ερευνητή και εκπαιδευτικού, τόσο σε επίπεδο πρακτικής όσο και έρευνας, αφενός ως ισότιμης και αφετέρου ως διαδικασίας μάθησης και για τους δυο εταίρους της συνεργασίας.

Στην ομιλία θα παρουσιάσουμε μια προσπάθεια να μελετήσουμε τη δράση μας ως ερευνητές και εκπαιδευτές σε δύο πλαίσια συνεργασίας, το ένα σε μια κοινότητα διερεύνησης της διδασκαλίας με τρείς εκπαιδευτικούς και το άλλο στο πλαίσιο ενός μεταπτυχιακού μαθήματος έρευνας στη διδακτική των μαθηματικών. Και στα δύο πλαίσια κυρίαρχη ήταν η σύνδεση της έρευνας με τη διδακτική πρακτική. Τα ερευνητικά μας δεδομένα είναι οι απομαγνητοφωνημένες διδασκαλίες και επικοινωνίες στο πλαίσιο των συναντήσεων, καθώς και διάφορα τεχνουργήματα, όπως φύλλα δραστηριοτήτων, σχέδια μαθημάτων, πρωτόκολλα παρατήρησης και αξιολόγησης. Το θεωρητικό και μεθοδολογικό εργαλείο που χρησιμοποιούμε για την ανάλυση είναι η Θεωρία της Δραστηριότητας που αναδεικνύει συγκρούσεις και συγκλίσεις που παρουσιάζονται ανάμεσα στο σύστημα Δραστηριότητας των εκπαιδευτικών και των ερευνητών. Στην ομιλία θα παρουσιαστεί ο τρόπος υλοποίησης του μεθοδολογικού μας πλαισίου, θα δοθούν συγκεκριμένα παραδείγματα και θα συζητηθούν τα ζητήματα που αναδεικνύονται αναφορικά τόσο με την ερευνητική διαδικασία όσο και με την επαγγελματική εξέλιξη πρωτίστως τη δική μας αλλά και των εκπαιδευτικών.

Ομιλητής: Αθανάσιος Γαγάτσης, Καθηγητής, Πανεπιστήμιο Κύπρου

Τίτλος: Ο ρόλος του γεωμετρικού σχήματος στο γεωμετρικό συλλογισμό: κάνοντας τους μαθητές "τυφλούς" ή "εξερευνητές" / The Role of Geometrical Figures in Geometrical Thinking: Making Students Blind or Explorers?

Περίληψη. Ο κατάλληλος τρόπος να βλέπουμε ένα οποιοδήποτε σχήμα αποτελεί κρίσιμο γνωστικό παράγοντα για το γεωμετρικό συλλογισμό, ο οποίος μπορεί να παρεμποδιστεί ή να ευνοηθεί από διάφορους άλλους παράγοντες που δύναται να μελετηθούν εμπειρικά (Duval, 2012). Επιπλέον, τα τελευταία χρόνια οι δυσκολίες που φαίνεται να αντιμετωπίζουν οι μαθητές λόγω της μετάβασης τους από μια εκπαιδευτική βαθμίδα σε μια άλλη έχουν απασχολήσει ιδιαίτερα την παγκόσμια ερευνητική κοινότητα (Mullins & Irvin, 2000). Συνεπώς, προκύπτει η ανάγκη προσδιορισμού των γνωστικών διαδικασιών που ενεργοποιούνται κατά την επίλυση γεωμετρικών προβλημάτων, από μαθητές διαφόρων ηλιακών ομάδων και εκπαιδευτικών βαθμίδων.
Στόχος της έρευνας αυτή αποτελεί η διερεύνηση της δομή και των γνωστικών διαδικασιών της σύλληψης γεωμετρικού σχήματος των μαθητών Γυμνασίου και Λυκείου. Η οργάνωση της έρευνας βασίστηκε στη διάκριση των τεσσάρων τύπων σύλληψης γεωμετρικών σχημάτων (αντιληπτική, ακολουθιακή, λειτουργική και λεκτική) του Duval (1988) και στην ιδέα των γεωμετρικών παραδειγμάτων των Houdement και Kuzniak (2003). Συγκεκριμένα, η έρευνα αυτή, η οποία αποτελεί και τη διδακτορική διατριβή της Δρ. Παρασκευής Μιχαήλ, είναι ένα μέρος ενός ευρύτερου ερευνητικού προγράμματος, με τίτλο «Ικανότητα χρήσης πολλαπλών αναπαραστάσεων συναρτήσεων και γεωμετρίας: η μετάβαση απο το Γυμνάσιο στο Λύκειο». Τα δεδομένα συλλέχθηκαν με τη χορήγηση ενός δοκιμίου με 16 γεωμετρικά έργα, σε 881 μαθητές, Γ΄ Γυμνασίου, Α΄ και Β΄ Λυκείου.
Από την ανάλυση των δεδομένων προσδιορίστηκε η δομή της σύλληψης γεωμετρικού σχήματος. Αλληλεπιδράσεις εντοπίστηκαν μεταξύ των διαφόρων τύπων σύλληψης και ειδικότερα προέκυψαν ισχυρές σχέσεις μεταξύ λειτουργικής και λεκτικής σύλληψης, καταδεικνύοντας τη σημασία της οπτικοποίησης στο γεωμετρικό συλλογισμό, ενώ ο ρόλος της αντιληπτικής σύλληψης προέκυψε καθοριστικός για την ενεργοποίηση της λειτουργικής και της λεκτικής σύλληψης γεωμετρικού σχήματος. Η γεωμετρική δραστηριότητα των μαθητών της Γ΄ Γυμνασίου και της Α΄ τάξης του Λυκείου φαίνεται να εντοπίζεται κυρίως εντός ενός μικτού τύπου Γεωμετρίας (Γ1/2), με περισσότερα χαρακτηριστικά από την Εμπειρική Γεωμετρία, ενώ η γεωμετρική δραστηριότητα των υπολοίπων μαθητών του Λυκείου φαίνεται ως επί το πλείστον να συνδέεται με ένα άλλο μικτού τύπου Γεωμετρίας (Γ2/1), ο οποίος διακατέχεται περισσότερο από χαρακτηριστικά της Εμπειρικής Αξιωματικής Γεωμετρίας. /

Abstract. The proper way of looking at any figure is a crucial cognitive factor for geometrical reasoning, which can be inhibited or enhanced by many other factors that can be studied experimentally (Duval, 2012). In addition, the difficulties the students seem to face during the transition from one educational level to another has occupied the research community in the recent years (Mullins & Irvin, 2000). Therefore, there is obviously a need to identify the cognitive processes that are involved in the resolution of geometrical tasks, from students of different age groups and educational levels.
The general aim of this study was to investigate the structure and the cognitive processes of the geometrical figure apprehension of the lower and the upper secondary school students. The research was organized mainly in reference to two theoretical frameworks: Duval's (1988) distinction between four kinds of figure apprehension (perceptual, sequential, operative and discursive) and Houdement's and Kuzniak's (2003) notion of Geometrical Paradigms. In particular, this research constitutes the doctoral dissertation of Dr. Paraskevi Michael and it also a part of a larger research program entitled "The role of representation

in learning functions and geometry in the concept of the transition from the lower secondary education (gymnasium) to the upper second education (lyceum)". The data were collected using a test comprising of 16 geometrical tasks, which was administered to 881 students, aged 15 to 17, of lower (Grade 9) and upper (Grade 10, Grade 11) secondary schools in Cyprus.
The data analysis determined the structure of the geometrical figure apprehension. Interrelations were traced between the different types of apprehension, whereas strong relations were found between the operative and the discursive apprehension, revealing the importance of visualization in geometrical reasoning. Furthermore, the role of the perceptual apprehension occurred very important for the mobilization of the discursive apprehension and the operative apprehension. The geometrical work of the students in the lower secondary school and the first grade of the upper secondary school seems to be mostly situated within a mixed type of geometry (GI/GII), possessing mostly characteristics of the Natural Geometry, whereas the geometrical work of the rest of the students in the upper secondary school appears to be mostly related to a mixed type of geometry (GII/GI) which mainly comprises of the characteristics of the Natural Axiomatic Geometry.

Ομιλήτρια: Βασιλική Φαρμάκη, Καθηγήτρια, Πανεπιστήμιο Αθηνών

Τίτλος: Η σημασία του συνδυαστικού τρόπου σκέψης

Περίληψη. Η Συνδυαστική είναι ένας κλάδος των Διακριτών Μαθηματικών, γόνιμος τα τελευταία χρόνια και με ενδιαφέρουσες εφαρμογές στους περισσότερους κλάδους των Μαθηματικών. Συνήθως τα προβλήματα έχουν στοιχειώδη διατύπωση, αλλά συχνά παρουσιάζουν δυσκολίες στη λύση τους.
Θα αναφερθούμε στις διαφορές που παρουσιάζει ο συνδυαστικός τρόπος σκέψης από τα μαθηματικά με τα οποία είμαστε πιο εξοικειωμένοι και σε μερικές δυσκολίες στην διδασκαλία και διερεύνηση αυτού του τρόπου σκέψης.

Ομιλητές: Ξενοφών Μουσάς, Καθηγητής, Πανεπιστήμιο Αθηνών
Μάρω Παπαθανασίου, Καθηγήτρια, Πανεπιστήμιο Αθηνών
Διονύσιος Κριάρης, Μαθηματικός – κατασκευαστής αρχαίων οργάνων

Τίτλος: Ο Μηχανισμός των Αντικυθήρων

Περίληψη. "...The origin of all technical achievements is the divine curiosity [of Socrates] and the play instinct of the working and thinking researcher as well as the constructive fantasy of the technical inventor...", Albert Einstein, speech on the radio at the opening of the 7 Deutsche Funkausstellung in Berlin, 1930
Ο Μηχανισμός των Αντικυθήρων είναι ο αρχαιότερος υπολογιστής που γνωρίζουμε, επίσης το αρχαιότερο πολύπλοκο αστρονομικό όργανο. Ανατρέπει όλα εκπλήσσοντας θετικότατα όσα πιστεύονται σχετικά με την έλλειψη ενδιαφέροντος των Ελλήνων για την τεχνολογία. Μοιάζει να είναι εκτός εποχής, ενώ στην πραγματικότητα είναι η επιτομή της Ελληνικής Φιλοσοφίας.

Αποτελεί την επιτομή της φιλοσοφίας, διότι για να φτιάξεις ένα μηχανικό σύμπαν, όπως ο Μηχανισμός, χρειάζεται να έχεις αφομοιώσει την Ελληνική Φιλοσοφία, την φιλοσοφία των Ιώνων φιλοσόφων, και να την έχεις κάνει πράξη. Η υπογραφή του Πυθαγόρα υπάρχει στον Μηχανισμό, όπου σε ένα από τα γρανάζια του είναι χαραγμένο το πεντάγωνο των Πυθαγορείων.

Αποτελεί και θαυμάσιο εκπαιδευτικό εργαλείο διότι αποτελεί απλό, ελκυστικότατο παράδειγμα για την διδασκαλία της μελέτης της φύσης, την ύπαρξη νόμων της φύσης, την χρήση των μαθηματικών, την κατασκευή μοντέλων που περιγράφουν την φύση και προβλέπουν φυσικά φαινόμενα με τα μαθηματικά και την φυσική και πώς μετατρέπουμε τα μαθηματικά με bits (δοντάκια) bytes (γρανάζια) σε φυσική κατασκευή που δίνει μηχανικά το αποτέλεσμα σε κυκλικές και ελικοειδείς κλίμακες του αρχαίου οργάνου.

Ο Μηχανισμός είναι το απαύγασμα της διδασκαλίας και αντίληψης των Πυθαγορείων, η οποία οδήγησε στην ακριβή διατύπωση των γνώσεών μας για το Σύμπαν με την μαθηματικοποίηση της κατανόησης του Κόσμου, της Φύσης. Μαθηματικοποίηση στην οποία οδηγούμαστε αναπόδραστα, μέσω των πειραμάτων, της παρατήρησης καθώς και της Πυθαγόρειας αντίληψης ότι η Φύση είναι αρμονική, ότι περιγράφεται μόνο με τα μαθηματικά, ότι υπάρχει η Μουσική των Σφαιρών, όπως διαπιστώθηκε με κατάλληλα σχεδιασμένα και πραγματοποιημένα πειράματα που έγιναν με μουσικά όργανα και με μετρήσεις που οδήγησαν, μέσα από ανάλυση και τελική επαγωγική σκέψη, στην διατύπωση των νόμων της φυσικής. Ο σύγχρονος κόσμος και η σημερινή τεχνολογία βασίζονται ακριβώς στις ίδιες αρχές της φυσικής, στην αιτιοκρατία και την ικανότητα του ανθρώπου να κατανοεί την Φύση, να ερμηνεύει και να προβλέπει τα φυσικά φαινόμενα, να τα αναπαράγει και να τα χρησιμοποιεί για τις επιστήμες και την τεχνολογία. Ο σύγχρονος πολιτισμός και όλα τα σύγχρονα τεχνολογικά επιτεύγματα βασίζονται στις ίδιες αρχές που βασίζεται ο Μηχανισμός των Αντικυθήρων και έχουν το υπόβαθρό τους σε αυτόν. Ο Μηχανισμός είναι ένα περίτεχνο μηχανικό σύμπαν, ένα πλανητάριο, αστρονομικό ωρολόγια με προπάτορες τις κατασκευές του Αρχιμήδη και των μαθητών του στις Συρακούσες, όπως αποδεικνύουν οι αναλύσεις μας του Μηχανισμού των Αντικυθήρων.

Το μεγαλύτερο τμήμα του Μηχανισμού με τον μεγάλο τροχό του Ηλίου που κινεί όλο τον Μηχανισμό, φωτογραφημένο και επεξεργασμένο με μαθηματικά και φυσική (οπτική) ώστε να ανακατασκευάσουμε μια τρισδιάστατη φωτογραφία χρησιμοποιώντας 40 φωτογραφίες, με την μέθοδο PTM (polynomial texture mapping) που ανέπτυξε ο Dr Tom Malzbender, HP. Στην συνθετική αυτή εικόνα έχουμε αφαιρέσει την σκουριά με τα μαθηματικά,χωρίς να πιάσουμε το αρχαίο αντικείμενο . Δεν γνωρίζουμε τι είναι οι εγκοπές που εμφανίζονται

πάνω στους τέσσερις βραχίονες. Ίσως κινούσαν τους πλανήτες, των οποίων η κίνηση περιγράφεται στο εγχειρίδιο χρήσης του Μηχανισμού. Το πρωτότυπο αρχαίο μηχάνημα βρίσκεται σε ειδική θαυμάσια έκθεση στο Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο.

Βιβλιογραφία: Ξε. Δ. Μουσά, Ο Μηχανισμός των Αντικυθήρων, ο αρχαιότερος υπολογιστής, ΠΪΝΑΞ, έκδ. Ένωσης Ελλήνων Φυσικών, Αθήνα, 2012

Speakers: Evagelia Athanasiadou, Lecturer, University of Athens
Christos Papachristodoulos, Doctor of Mathematics

Title: On the Teaching of Changing Variables in Riemann

Abstract. It is important for the students, in the teaching of Riemann integral, to give emphasis to the fact that this is the limit of particular sums. In this article we give a teaching proposal of the theorems of change of variables in Riemann integrals with the aim of Riemann sums, which helps to deeper understanding of these notions for the students and gives better theorems than the usual ones, which are proved with the aim of the rules of differentiation.

Ομιλητής: Στυλιανός Νεγρεπόντης, Ομότιμος Καθηγητής, Πανεπιστήμιο Αθηνών

Τίτλος: Παράδοξες σκέψεις για την αποδεικτική δύναμη των Μαθηματικών/ Paradoxical thoughts on the deductive power of Mathematics

Περίληψη: Σύμφωνα με τις τιμές αλήθειας του υποθετικού συλλογισμού, οι οποίες περιγράφηκαν με σαφήνεια από τον Φίλωνα τον Λογικό, οι αντιφατικές υποθέσεις έχουν απόλυτη αποδεικτική δύναμη. Θα ήταν δυνατόν η αιτία ενός μεγάλου μέρους, αν όχι όλης, της αποδεικτικής δύναμης των Μαθηματικών να οφείλεται σε κατάλληλες (κατ' ελπίδα μη αντιφατικές) προσεγγίσεις του αντιφατικού;
Στη διάλεξη θα παρουσιάσω ενδείξεις προς αυτή την κατεύθυνση. Θα εξετάσω μερικά από τα βασικά (αξιωματικά) συστήματα των Μαθηματικών, συμπεριλαμβανομένων της Ευκλείδειας και υπερβολικής γεωμετρίας, των τομών Ευδόξου και Dedekind (και αντίστοιχα του Αρχιμήδειου και σύγχρονου Απειροστικού Λογισμού), της αριθμητικής Peano (και του θεωρήματος μη πληρότητος του Godel), της συνδυαστικής θεωρίας Ramsey, των υπερφίλτρων και της συνολοθεωρίας. Και θα επιχειρηματολογήσω ότι η αποδεικτική δύναμη σε αυτά τα συστήματα οφείλεται στην παρουσία τέτοιων προσεγγίσεων του αντιφατικού, λαμβάνοντας ειδικότερα (και κάπως σχηματικά) την μορφή είτε (κατά προσέγγιση) απειρίσεων του πεπερασμένου είτε περατώσεων του απείρου.
Το ερευνητικό έργο μου στη Πλατωνική φιλοσοφία και τη σχέση της με την Ευκλείδεια γεωμετρία απετέλεσε ένα μέρος της κινητήριας δύναμης για τις σκέψεις μου. Και αυτές οι σκέψεις μπορούν ενδεχομένως να αποτελέσουν τη βάση για την κατανόηση του φημισμένου ερωτήματος του Wigner σχετικά με την παράλογη αποτελεσματικότητα των Μαθηματικών στη Φυσική./

Abstract. Because of the truth value of the conditional, described clearly by Philo the logician, contradictory assumptions possess absolute deductive power. Could it be that the

cause of much, if not all, of the deductive power of Mathematics can be accounted for on the basis of suitable (hopefully non-contradictory) approximations of the contradictory?
In the lecture I will present evidence toward this direction. I will examine some of the basic (axiomatic) systems of Mathematics, including Euclidean and hyperbolic geometry, Eudoxian and Dedekind cuts (and correspondingly Archimedean and modern Calculus), Peano arithmetic (and Godel's incompleteness theorem), Ramsey combinatorics, ultrafilters, and set theory; and, I will argue that the deductive power of these systems is due to the presence of such approximations of the contradictory, taking more specifically (and somewhat schematically) the form of either (approximate) infinitisations of the finite or finitisations of the infinite.
My work on Plato's philosophy and its relation with Euclidean geometry has provided some of the impetus for my thoughts; and such thoughts conceivably may provide the basis for an explanation of Wigner's famous question on the unreasonable effectiveness of Mathematics to Physics.